

KÍSÉRLETI ÉS NUMERIKUS FESZÜLTSGANALÍZIS

A MŰSZAKI MECHANIKA NÉHÁNY KÍSÉRLETI MÓDSZERE

NAGY SÁNDOR
Miskolci Egyetem

Készült: a TEMPUS S_JEP_11271 projekt támogatásával

Miskolc
- 1999 -

Kiadja a Miskolci Egyetem

A kiadásért felelős: *Dr. Tóth László*

Műszaki szerkesztő: *Dr. Tóth László*

Példányszám: 40

Készült Colitó fóliáról az MSZ 5601-59 és 5602-55 szabványok szerint

Miskolci Egyetem Sokszorosító Üzeme

A sokszorosításért felelős: *Kovács Tiborné*

TB. - '99- - ME

A levonat sokszorosításba leadva: 1999. augusztus 2.

ELŐSZÓ

Minden történelmi korszak fejlődésének megvan a maga hajtóereje. Míg a XIX. században a tudomány előrehaladását egyértelműen a vasúti közlekedés robbanásszerű elterjedése hatotta át (évente átlagosan 10.000 km hosszágban építettek új vasútvonalakat), addig jelen korunkban a mikroelektronika adta lehetőségek szőtték át a mindennapjainkat, így a műszaki életünket is, szolgáltatva annak fejlődéséhez szükséges hajtóerőt. E két periódus fejlődésének sajátosságai természetesen megmutatkoztak a társadalmi struktúra formálódásában is. Az elmúlt században kialakult a nagyüzemi munkásság, megvalósult a tőke koncentrációja és létrejött a reál - dominánsan a műszaki - tudomány művelőinek népes tábora. Ez utóbbiak kivívták maguknak a széles társadalmi elismertséget, hisz tevékenységük közvetlenül hozzájárult a társadalom látható fejlődéséhez. Napjaink sajátossága az *információs társadalom* kialakulása, amelyben a mikroelektronikai elemek fejlődése átszövi a mindennapi életünk, tevékenységünk lehetőségeit. A műszaki életben ez többek között a számítástechnika robbanásszerű elterjedését, a diagnosztikai vizsgálatok eszközparkjának átalakulását, az anyagok viselkedésének, tulajdonságainak mélyebb megismerését szolgáló anyagvizsgálati módszerek, eszközök létrejöttét eredményezték. A fejlődés ütemét jól tükrözi az, hogy mindez az utóbbi 20 évben következett be (pl. a számítógépek mikroprocesszorainak műveleti sebessége 1978-1998 periódusban 3 nagyságrendet változott!).

A nagy értékű műszaki létesítményeket, szerkezeteket (hidakat, erőműveket, gázolajfeldolgozó rendszereket, vegyipari üzemeket, tranzit energiaszállító vezetékeket, repülőgépeket, hajókat, stb.) 15-50 éves üzemeltetésre tervezik az adott periódusban érvényben levő szabványok, műszaki irányelvek figyelembevételével. Ezekben pedig az azt megelőző néhány év ismeretszintje, technológiai színvonala testesedik meg. A mikroelektronika által diktált fejlődési ütem lehetővé teszi azt, hogy a nagy értékű szerkezetek, létesítmények üzemeltethetőségi feltételeit, maradék élettartamát egyre nagyobb megbízhatósággal becsüljük, azaz integritását egyre kisebb kockázattal ítéljük meg.

Az előzőkből adódóan kialakult egy új, diszciplína, a „**szerkezetek integritása**”, vagy „**szerkezetintegritás**” fogalma és létrejött intézményrendszere szerte a világon. A döntően mérnöki ismereteket integráló tudományterület feladata annak eldöntése, hogy egy adott szerkezet, létesítmény milyen feltételek mellett üzemeltethető a továbbiakban, ill. mennyi a maradék élettartama és ez milyen módon menedzselhető. Ahhoz, hogy a szerkezet állapotát a lehető legnagyobb biztonsággal felmérhessük - ebből adódóan a további üzemeltethetőség feltételeit a legkisebb kockázattal megbecsüljük - elengedhetetlen az, hogy

- *diagnosztikai vizsgálatokkal felmérjük a szerkezet állapotát,*
- *tisztázzuk a valóságos üzemi körülményekre jellemző mechanikai állapotot,*
- *megítéljük a beépített anyagok károsodásának folyamatát és mértékét az adott üzemeltetési feltételek mellett.*

Nyilvánvaló egyrészt az, hogy az előzőekben említett három fő terület (méréstechnika - mechanika - anyag) egyforma jelentőséggel bír a szerkezet integritásának megítélésében és bármelyik terület elhanyagolása, súlyának csökkentése hibás döntéshez, esetleg katasztrófához vezethet. Nyilvánvaló másrészt az, hogy minden műszaki döntésben, így az üzemeltethetőség feltételeinek megítélésében is, bizonyos kockázat rejlik, hisz a tudomány adott szintjét hasznosítjuk és a rendelkezésre álló eszközpark maga is az adott kor színvonalát képviseli. Ebből

adódóan mérlegelni kell az esetleges hibás döntés műszaki, jogi, közgazdasági és környezetvédelmi következményeit. Ezek együttes figyelembevételével viszont már kialakíthatók az ésszerű kockázatvállalás feltételei.

A szerkezetintegritás tehát egy igen komplex terület. Akik ezt művelik azoknak képesnek kell lenniük arra, hogy az üzemeltesíthetőséggel kapcsolatos problémákat teljes körűen átlássák, kiemeljék a meghatározó paramétereket, kérdéscsoportokat és alkalmasak legyenek arra, hogy az érintett tudományterületek szakembereivel érdemben szakmailag konzultálni tudjanak.

A szerkezetek integritásának, reális állapotának, maradék élettartamának megítélése mind az üzemeltetők, mind pedig a biztosítótársaságok alapvető érdeke. Az üzemeltető szempontjából a tudatos tervezés, fejlesztés megkerülhetetlen sarokpontja az üzemben levő készülékek műszaki állapota, biztonsága; a szükséges biztosítás tekintetében pedig az ésszerű kockázatvállalás, biztosítási összeg alapeleme a reális állapot ismerete. Ezek jelentőségét mérlegelve támogatta az Európai Unió a TEMPUS program keretében a „*Teaching and Education in Structural Integrity in Hungary*” címmel összeállított pályázatot, amelynek fő célkitűzése ezen új diszciplína meghonosításán kívül egyrészt a szerkezetintegritás oktatási anyagainak kidolgozása, másrészt a **Szerkezetintegritás - Biztosítási Mérnök Szakmérnöki Szak** beindítása. A négy hazai intézmény - Miskolci Egyetem, Budapesti Műszaki Egyetem, Kossuth Lajos Tudományegyetem Műszaki Kara és a Széchenyi István Műszaki Főiskola szakembereinek bevonásával elérendő célok megvalósítását nagyban segítették a következő külföldi partnereink:

- Prof. T. Varga, Bécsi Műszaki Egyetem
- Prof. H. P. Rossmanith, Bécsi Műszaki Egyetem
- Dr. J. Blauel, Fraunhofer Institut für Werkstoffmechanik
- Prof. S. Reale, Università Degli Studi di Firenze
- Prof. G. Pluinage, University of Metz,
- Dr. S. Crutzen, Joint Research Centre, European Commission

Miskolc, 1999. augusztus 10.

Tóth László

egyetemi tanár
a projekt koordinátora

Jelen füzet egyike annak a sorozatnak, amelyik a kísérleti és numerikus feszültséganalízissel foglalkozik.

A korszerű gépgyártás fejlődése szoros kapcsolatban van a szilárdságtani és dinamikai feladatok megoldásával. Gépek tervezésénél egyik igen fontos mozzanat a gépelemekben a terhelés során létrejövő mechanikai állapotjellemzők (pl. elmozdulás-, alakváltozás-, feszültségmező) meghatározása. Ez a teendő nem kevésbé fontos már régóta üzemelő objektumok esetében sem.

E feladatok bonyolultsága szükségessé teszi a különféle kísérleti és számítási (numerikus) módszerek együttes alkalmazását. A rugalmasságtan és képlékenységtan elméletének számítógépet alkalmazó korszerű numerikus módszerei bár igen hatékonyak és sokat fejlődtek, nem zárják ki a kísérleti módszerek alkalmazásának szükségességét. Utóbbi eljárások szükségesek a konkrét feladatok megoldásánál, a kiindulási adatok nyerésénél és a gépelemek és konstrukciók szilárdsági és merevségi számítási módszereinek (matematikai modelljeinek) ellenőrzésénél.

Egyes feladatoknál a teljes alakváltozási- és feszültségi mezőt kell meghatározni, míg másoknál az alkatrészek adott pontjainak vagy keresztmetszeteinek az alakváltozási és feszültségi állapotát kell tisztázni. Az előbbi esetben a szerkezeti elemek veszélyes keresztmetszeteit és pontjait keressük. Ez az eset fordul elő a szerkezet szilárdságtani, merevségi, anyagtakarékossági szempontjának optimalítása esetén is, valamint akkor, amikor a mechanikai állapotjellemzők a szerkezet üzemszerű használat során változnak.

Kísérleti módszerekkel és eszközökkel a mechanikai állapotjellemzők meghatározása történhet vagy a fizikai modelleken, vagy az eredeti gépelemek és konstrukciók anyagaiból készült próbatesten, vagy magán az eredeti szerkezeten is. Nem könnyű feladat a megfelelő kísérleti módszer kiválasztása. Ehhez adnak némi segítséget a mellékelt táblázatok.

Mint minden új kezdeményezésnek, e füzetnek is nyilvánvalóan meglesznek a maga hiányosságai és a jövőben számos területen kiegészítésre szorulnak. Ezt nagyban segítené az, ha a Tisztelt Olvasók észrevételeiket, javaslataikat a szerzőknek vagy a projekt vezetőjének eljuttatnák. A TEMPUS program nyújtotta támogatás lehető legjobb kihasználása érdekében az elkészült tananyagokat INTERNET-en is közreadjuk (<http://www.bzlogi.hu/tempus.html>) annak érdekében, hogy a szerkezetintegritás diszciplínája hazánkban minél gyorsabban és minél szélesebb körben elfogadásra és elterjedésre találjon.

Miskolc, 1999. augusztus 10.

Nagy Sándor¹

Tartalomjegyzék

Előszó	1
1. A kísérleti módszerek kiválasztása és alkalmazása	5
1.1. Bevezetés	5
1.2. A szilárdságtan kísérleti módszerei	5
2. Elektromos ellenállás változáson alapuló nyúlásmérés	12
2.1. Bevezetés	12
2.2. Mérési módszer ismertetése	13
2.2.1. Nyúlásmérő bélyeg alkalmazásának fizikai alapjai	13
2.2.2. Mérőműszer elektromos áramköre. Wheatstone híd.....	14
2.2.3. Hasznos tanácsok	16
2.3. Irodalom	17
3. Optikai feszültségvizsgálat	18
3.1. Bevezetés	18
3.2. Kétdimenziós fotorugalmasságtan	18
3.2.1. Feszültségállapot	18
3.2.2. Polariszkópok	19
3.2.3. Kiértékelés	23
3.2.4. Teljes kiértékelés	24
3.3. A modellen nyert mérési adatok átszámítása az eredeti szerkezetre	24
3.4. Törtértékű izokróma rendszámok meghatározása	25
3.5. Modellanyagok	26
3.6. Modellanyagok hitelesítése	26
3.7. Dinamikus fotorugalmasságtan	28
3.8. Fotobevonatok módszere	30
3.9. Fotorugalmasságtan és a számítógép	31
3.10. Három-dimenziós fotorugalmasságtan	32
3.10.1. Feszültség-befagyasztásos eljárás	32
3.11. Fotoképlékenységtan	34
3.12. Irodalom	35
4. Kausztikák módszere	36
4.1. Bevezetés	36
4.1.1. A módszer szilárdságtani alapjai	36
4.1.2. A kausztikák módszerének rövid történeti háttere	39
4.2. A kísérleti módszer alkalmazása	39
4.2.1. A kausztikák előállítására szolgáló berendezés, próbatestek megtervezése, összeállítása, legyártása	39
4.2.2. A mérési adat, azaz a kausztika képének rögzítése	39
4.2.3. A kausztikák kiértékelésének mechanikai szempontjai	40
4.2.3.1. A mérési módszer fizikai alapjai	40
4.2.3.2. Az optikai leképezés általános egyenletei	40
4.3. Irodalom	45

1. A kísérleti módszerek kiválasztása és alkalmazása

1.1 Bevezetés

A teljesség igénye nélkül az alábbi módon osztályozhatjuk a műszaki mechanika kísérleti módszereit.

- A mozgás (ill. a tartós nyugalom) kinematikai és dinamikai jellemzőinek (elmozdulás-, sebesség-, gyorsulás-, nyomás-, erő-, nyomaték-mérés; rezgés vizsgálat; statikus és dinamikus kiegyensúlyozás) meghatározására szolgáló eljárások és eszközök.
- A szilárdságtani állapotjellemzők (elmozdulás-, alakváltozás-, feszültségmező) meghatározására alkalmas mérési módszerek és eszközök:
 - az optikai-, mechanikai-, elektromos ellenállás változásán alapuló elmozdulás és nyúlásmérés technika
 - koordináta háló módszere
 - optikai feszültségvizsgálat
 - rideg bevonat (repedő lakk) módszere
 - moiré-eljárás (geometriai és interferometriai)
 - holográfia
 - törésmechanika kísérleti módszerei (pl. kausztikák módszere)
 - maradó feszültségek mérése
 - roncsolásmentes vizsgálati módszerek
 - modal analízis
 - alakváltozás mérése kis rugalmassági modulusú anyagból készült modellen szabványos vizsgálati módszerek (húzás, hajlítás, nyírás, csavarás, stb.).

1.2 A szilárdságtan kísérleti módszerei

A szilárdságtani számításokkal kapcsolatos feladatoknál a mechanikai állapotjellemzők vizsgálatára szolgáló kísérleti módszerek és eszközök kiválasztása több tényezőtől függ: így a feladat jellegzetességétől és annak bonyolultságától, a megkövetelt pontosságtól, a mérés feltételeitől, a megoldás határidejétől, stb.

Igen gyakran célszerű több kísérleti módszer együttes alkalmazása, ill. a kísérleti és numerikus módszerek összekapcsolása. A megoldási módszerek (számítás, kísérlet, vagy ezek kombinációja) kiválasztásánál figyelembe kell venni azok lehetőségeit és korlátait. Előnyt kell kapniuk a gazdaságosabb, a nagyobb pontosságot nyújtó módszereknek.

Az 1. táblázat a megoldandó feladatok típusáról, az itt alkalmazható alapvető kísérleti módszerekről és a mérendő mennyiségekről ad tájékoztatást.

Az alakváltozás mérésénél kapott mennyiségeket a 2. táblázat foglalja össze.

A 3. táblázatban találhatók az alakváltozási- és feszültségi mezők meghatározására szolgáló kísérleti módszerek és eszközök alapvető tájékoztató jellemzői.

A 4. táblázat a diszkrét pontokban mért alakváltozásról ad tájékoztatást.

1. táblázat

Gépek és szerkezetek korszerűsítési feladatának megoldása a kísérleti módszerek alkalmazásával

Megoldandó feladat	Mérendő mennyiségek	Alapvető kísérleti módszerek
Racionális konstrukciók szilárdságtani és merevségi feltételek melletti tervezésénél az alak és a szükséges keresztmetszet méretének kiválasztása.	Alakváltozási- és feszültségi mező; legnagyobb alakváltozás; feszültségek és elmozdulások az adott terhelésnél	Mérés kis rugalmassági tényezőjű anyagból készült modelleken; optikai feszültségvizsgálat; nyúlásmérés fém modelleken és az eredeti alkatrészekben, szerkezeten szabványos vizsgálatok mellett
Feszültség és elmozdulás számítására szolgáló eljárás kiválasztása és ellenőrzése.	Terhelés, feszültség és elmozdulás az alapvető pontokban és keresztmetszetekben az előírt terhelésnél.	Mérés kis rugalmassági tényezőjű anyagból készült modelleken; optikai feszültségvizsgálat. A számítási eljárások teljes ellenőrzése a mérési adatok szerint az eredeti szerkezeten azok üzemi feltételeinél.
Technológiai folyamatok (hőkezelés, hegesztés) és szerelési eljárások értékelése a keletkezett feszültségek, terhelések és elmozdulások alapján	Maradó feszültségi- és alakváltozási állapot; terhelések és elmozdulások a szerkezet szerelésekor.	Nyúlás és elmozdulás mérés az alkatrészek felszeletelésekor; a fel nem szeletelt alkatrész maradó feszültségének mérése röntgen eljárással; nyúlás, terhelés és elmozdulás mérése a szerkezet szerelésekor
Alkatrészek és szerkezetek teherbíró képességének ellenőrzése; repedés kialakulás okainak és törések elhárítására szolgáló intézkedések kidolgozása.	Gépek és szerkezetek alakváltozási-, feszültségi- és elmozdulási állapotai azok üzemi feltételei mellett. Feszültségintenzitási tényező.	Vizsgálatok modelleken; nyúlásmérés az eredeti szerkezeten s azok részein szabványos és üzemi kísérleteknél. Kausztikák módszere. Optikai feszültségvizsgálat.
Üzemi körülményekre megengedett és tartalék terhelhetőségek kiválasztása és ellenőrzése; gépek kipróbálása és átvétele.	Terhelések, igénybevételek, elmozdulások és a legnagyobb feszültségek üzemi körülmények között az üzemmód és a szerkezetbe bevitt változásoktól függően.	Nyúlásmérés és nyomás, terhelés, elmozdulás, rezgés és hőmérséklet-regisztrálás szabványos vizsgálatoknál és a berendezések üzemi feltételeinél.

2. táblázat

Alakváltozás mérésénél meghatározott mennyiségek

Meghatározandó mennyiségek	Mérési módszerek és feltételei
Ténylegesen ható terhelések, igénybevételek, feszültségek, elmozdulások a gépelemekben és szerkezetekben az üzemi viszonyoknak megfelelő üzemmódnál.	Nyúlásmérés; erő; nyomás, rezgés és elmozdulás (előnyben az elektromos módszerek) regisztrálása. Vizsgálatok a tényleges gépek és szerkezetek üzemi feltételeinél és fizikai modellek alkalmazásánál.
Feszültségek és elmozdulások a gépalkatrészek és szerkezetek egyedi pontjaiban ismert terhelések esetén.	Mérések a modelleken; nyúlásmérés és fotóbevonatok módszerének alkalmazása, elmozdulás mérés az eredeti szerkezeteken. Laboratóriumi és szabványos vizsgálatok üzemi körülmények között.
Feszültség eloszlás és koncentráció; szilárdságtani feltételek szerint a gépalkatrészek és szerkezetek optimális alakjának kiválasztása.	Nyúlásmérés az eredeti gépelemeken és szerkezeteken, valamint azok modelljein, fotóbevonatok módszere, modellt alkalmazó optikai feszültség-vizsgálat. Kausztikák módszere.
Övezeti maradó feszültségek (technológiai, szerelési)	Nyúlás és elmozdulás mérés az alkatrészek szeletein; röntgensugaras mérés a nem szeletelt alkatrészekben. Barkhausen-effektuson alapuló eljárás. Laboratóriumi és szabványos mérési feltételek.
Alkatrészek és géprészek merevsége, szerkezetek szerelés utáni állapotának értékelése.	Nyúlás és elmozdulás mérés az eredeti szerkezeteken és azok modelljein laboratóriumi és szabványos feltételek mellett, üzemi vizsgálatok statikus és dinamikus terheléseknél.
Szerkezetek, részegységek, anyagok szilárdságtani jellemzői azok különböző munka feltételeinél; alakváltozás és törés mechanikájának tanulmányozása.	Nyúlásmérés, alakváltozási mező mérésének módszerei és elmozdulás mérés különféle vizsgálati feltételeknél (alakváltozási sebesség, hőmérséklet, időtartam, a terhelés ismétlése, stb. szerint).

3. táblázat

Alakváltozási- és feszültségi mező meghatározása (tájékoztató jellemzők)

Jellemző	Repedő lakk			Koordináta hálómódszer	Moiré eljárás	Optikailag kettősentörő bevonat	Interferometria			Feszültségoptika	
	gázlánggal felvitt fenyőgyanta	oxidos ragasztás	kerámiai				klasszikus	holográfiás	speckle fotográfia	síkbeli	térbeli
Mérendő alakváltozás megjelenése	Statikus és dinamikus						Statikus	Statikus és dinamikus			
Mérési tartomány, mm	0			0,2÷5		0	0	0		0	1
Mérendő alakváltozás legnagyobb frekvenciája, Hz	Nem korlátozott						0	Nem korlátozott			
Mérési hely elhelyezkedése az alkatrészen	A felületen			A felületen (átlátszó alkatrészek térfogatán belül is)		A felületen				A felületen és a térfogaton belül is	
Jellemzők nyerésének módja	Vizuális, fényképezés, videokamera			Fényképezés, videokamera		Vizuális, fényképezés, videokamera, képdigitalizálás	Fényképezés, videokamera			Vizuális, fényképezés, videokamera, képdigitalizálás	
Legnagyobb (és legkisebb) mérendő fajlagos nyúlás, %	0,3 (0,02)		0,4 (0,03)	200 (5)	10 (0,1)	10 (0,01)	—	—	—	5 (0,001)	5 (0,01)
Mérési hiba tartománya, %	15	10	20	5	2	1	0,1	0,1	0,1	0,5	2

3. táblázat folytatása

Alakváltozási- és feszültségi mező meghatározása (tájékoztató jellemzők)

Jellemző	Repedő lakk			Koordináta hálómódszer	Moiré eljárás	Optikailag kettősentőző bevonat	Interferometria			Feszültségoptika	
	gázlánggal felvitt fenyőgyanta	oxidos ragasztás	kerámiai				klasszikus	holográfiás	speckle fotográfia	síkbeli	térbeli
Mérési feltételek	Laboratóriumi, szabványos, természetes		Laboratóriumi, szabványos			Laboratóriumi, szabványos, természetes	Laboratóriumi	Laboratóriumi, szabványos		Laboratóriumi	
Közeg	Nedves-ség 20÷90 %	Levegő, víz, olaj, vákuum és más					Levegő	Levegő, víz, olaj, gáz		—	—
Mérési hőmérséklet, °C	+10÷ ÷+40	-200÷ ÷+200	-20÷ ÷+300	Nem korlátozott		-100÷+200	0÷100	Nem korlátozott		-100÷+150	
Mechanikai hatások a vizsgálandó tárgyra	Tetszőleges						Mozdulatlan tárgy	Statikus, rezgés, ütközés			
Mérési távolság	Nem korlátozott			Korlátozott			Hiányzik	Korlátozott			
Az első mérés előkészítésének és végrehajtásának időtartama, óra	5	10	20	5	5	10	20	10		5	30
Kísérleti információk feldolgozásának időszükséglete	Kicsiny			Hosszantartó	Kicsiny			Hosszantartó		Kicsiny	Hosszantartó
Berendezés és alkalmazásának bonyolultsága	Nem nagy							Jelentős		Nem jelentős	

4. táblázat

Alakváltozás mérése diszkrét pontokban (tájékoztató jellemzők)

Jellemző	Nyúlásmérés							Replika	Röntgen-sugaras
	mechani- kus	optiko- mechani- kus	nyúlás- mérő bélyeg	induktív		rezgőhúr	pneumatikus		
				kis mérési tartomá- nyú	közepes és nagy mérési tar- tományú				
Mérendő alakváltozás megjelenése	Statikus		Statikus és dinamikus	Statikus	Statikus és dinamikus		Statikus		
Mérési tartomány, mm	5÷200	2÷200	0,3÷100	1÷4	4÷200	20÷100	1÷100	1÷10	1÷5
Mérendő alakváltozás frekvencia tartománya, Hz	0-2		0-1.10 ⁵	0	0-500		0		
Jellemzők nyerésének módja	Vizuális		Vizuális, fényképezés, videokamera, számítógépes analóg/digitális tárolás				Vizuális	Vizuális, fényképezés, videokamera	
Legnagyobb és legkisebb mérhető fajlagos nyúlás, %	1.10 ⁻³ ÷ ÷1.10 ⁻¹	1.10 ⁻⁵ ÷ ÷1.10 ⁻¹	1.10 ⁻⁴ ÷10	1.10 ⁻³ ÷ ÷1.10 ⁻¹	1.10 ⁻² ÷ ÷20	1.10 ⁻³ ÷0,5	1.10 ⁻⁴ ÷1	1.10 ⁻² ÷2	1.10 ⁻² ÷ ÷5.10 ⁻¹
Mérési hiba tartománya, %	1-3	0,2-1	0,2-5	0,2-2	0,1-1	0,1-1	0,2-1	2	2-5
Mérési feltételek	Laboratóriumi, szabványos		Laborató- rumi, szabványos, természetes	Laboratóri- umi	Laboratóriumi, szabványos, természetes		Laboratóriumi	Laborató- riumi, szabványos, természetes	Laborató- riumi
Közeg	Levegő		Tetszőleges	Levegő	Tetszőleges		Levegő	Tetszőleges	Levegő

4. táblázat folytatása

Alakváltozás mérése diszkrét pontokban (tájékoztató jellemzők)

Jellemző	Nyúlásmérés						Replika	Röntgen-sugaras	
	mechanikus	optiko-mechanikus	nyúlás-mérő bélyeg	induktív		rezgőhúr			pneumatikus
				kis mérési tartományú	közepes és nagy mérési tartományú				
Mérés hőmérséklete	Szoba	Emelt, magas, alacsony, szoba		Szoba	Emelt, magas, alacsony, szoba		Szoba	Emelt, magas, alacsony, szoba	Szoba
Mechanikai hatások a vizsgálandó tárgyra	Rezgésmentes esetbenél	Tetszőleges		Rezgés mentes estnél	Tetszőleges		Korlátozott	Tetszőleges	Rezgés mentes esetbenél
Mérési távolság	Hiányzik	Korlátozott	Jelentős	Hiányzik	Jelentős		Korlátozott	Nem korlátozott	
Az első mérés előkészítésének és végrehajtásának idő szükséglete, óra	0,1	0,2	0,5	0,2	0,5			1	2
Mérési adatok feldolgozásának idő- szükséglete	Kicsiny		Függ a mérési pontok számától és az eszközöktől	Kicsiny				Függ a feladattól, a mérési pontok számától, a feldolgozás eszközeitől	
Berendezés és alkalmazásának bonyolultsága	Nem nagyon		Jelentősen	Nem nagyon					Jelentősen

2. Elektromos ellenállás változáson alapuló nyúlásmérés

2.1 Bevezetés

Az elektromos ellenállás változáson alapuló, ragasztott, ún. mérő bélyeges nyúlásmérés 1940-től kezdve még napjainkig is a kísérleti feszültséganalízis leghatékonyabb eszköze. A mérőelem fizikailag egyszerű eszköz, melyet könnyen alkalmazhatunk a felületi nyúlás mérésére. Bonyolult feltételek esetén azonban a mérés pontossága kellő szakismeretet kíván.

Röviden tekintsük át a nyúlásmérés történetét.

1827. Georg Simon Ohm feltárja az elektromos áramkör törvényeit, azaz összefüggést állít fel az áramerősség, az ellenállás és villamos feszültség között.

1833. Samuel Hunter Christie kísérleti úton felfedezi az elektromágneses indukció törvényeit. Megsejti a később Wheatstone-ról elnevezett hidat.

1843. Sir Charles Wheatstone hatékony és pontos módszert dolgoz ki az elektromos ellenállás mérésére. Megszületik a **Wheatstone-híd**.

1856. William Thomson (később lord Kelvin) kimutatja a fémek elektrodinamikai tulajdonságait. Észreveszi, hogy a mechanikai terhelésnek kitett réz és acél drót ellenállása megváltozik.

1923. Burton McCullom és O. S. Peters egy új elektromos távolságmérő műszert fejlesztett ki. Ezt később **Baldwin Southwark** nyúlásmérő készülékként használta.

1924. Dr. Arnold U. Huggenberger Svájcban kifejlesztette a később róla elnevezett mechanikus nyúlásmérő Tensométer-t. Ez marad szerte a világon a legelterjedtebb nyúlásmérő eszköz a nyúlásmérő bélyeg megjelenéséig.

1934. Roy Carlson szabadalmaztatott távolságmérő eszközében érzékelőként nem ragasztott nyúlás-érzékeny huzalt alkalmazott.

1935. Roy Carlson doktori értekezésében feszültség mérő eszközt fejlesztett ki, ahol nem ragasztott huzalos átalakítót alkalmazott.

1936. E. H. Hull víz-bázisú, grafit emulziót festett fel a vizsgálandó tárgy felületére, melyet nyúlásmérő elemként használt. Nehézséget jelentett a vastagság, hossz és ellenállás megismételhetősége. Ez az eljárás széles körben elterjedt.

Charles Kearns repülőgép légszavarjának felületére felragasztott szén ellenállást alkalmazva mérte a felületi nyúlást. E módszert alkalmazva a korábbi évenként két-három tucat légszavar-törést 1939-re évi hatra csökkentették, s 1940-ben már nem is fordult elő törés. A ragasztott ellenállásos módszer Angliában, az USA-ban és Olaszországban igen rövid idő alatt elterjedt.

1937–1938 Artur Ruge és Edward Simmons egymástól függetlenül fejlesztették ki és alkalmazták a fémszálas nyúlásmérő bélyegét. Elektromos ellenállásként konstantán ötvözetből készült huzalt használtak. Néhány éven belül e huzalos nyúlásmérő bélyeg igen gyorsan elterjedt. Olyan — nem villamos — mennyiségeknek, mint pl. a folyadék-nyomás, az erő, a gyorsulás, az elmozdulás, a csavarónyomaték, megoldódott a villamos úton való mérése. A felületi nyúlás mérésére visszavezetett mechanikai mennyiségmérők a folytonos üzemű termelésben, állapot-felügyelő szerepet kaptak.

1950. Angliában a nyomtatott áramkör technika tökéletesedése révén kifejlesztették a **fólia**

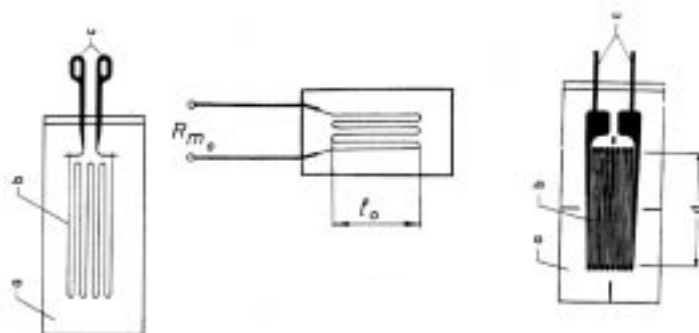
nyúlásmérő bélyegeket. Ezzel megteremtették az igen változatos alakú és méretű nyúlásmérő bélyegek gyártásának lehetőségét.

1950–1960. A **Bell Telefon Laboratóriumaiban** folyó tranzistor fejlesztések melléktermékeként jelentek meg a **félvezetős nyúlásmérő bélyegek.** C. S. Smith 1954-ben határozta meg a szilícium és germánium félvezetők piezoellenállását. Majd W. P. Mason és R. N. Thurston 1957-ben félvezetős jelátalakítót fejlesztett ki elmozdulás, erő és csavarónyomaték mérésére. A kereskedelemben a félvezetős nyúlásmérő bélyegek 1960-ban jelentek meg.

2.2. Mérési módszer ismertetése

2.2.1. Nyúlásmérő bélyeg alkalmazásának fizikai alapjai

Ez a mérési módszer — terheletlen felületre ragasztott nyúlásmérő bélyeg segítségével — a bélyeg hosszirányában egy adott mérési alaphosszra átlagolt fajlagos nyúlás meghatározására alkalmas. Az érzékelőként használt nyúlásmérő bélyeg — egy valamilyen hordozó anyagba (szövet, műgyanta) ágyazott pl. fém (Cu-Ni) huzal — elvi szerkezete az 1. ábrán látható.



1. ábra. A nyúlásmérő bélyeg

Működésének alapja az a fizikai jelenség, hogy egy l hosszúságú, R_{m_0} ellenállású, állandó keresztmetszetű vezető a pl. mechanikai terhelés következtében fellépő Δl hosszváltozás, valamint a Poisson-féle effektus miatti keresztmetszet-változás hatására ellenállását ΔR értékkel megváltoztatja. A körkeresztmetszetű huzalból készült nyúlásmérő bélyeg ellenállása terheletlen állapotban a következő módon fejezhető ki:

$$R_{m_0} = \rho \frac{l}{r^2 \pi} \quad (1)$$

ahol ρ — a huzal fajlagos ellenállása, $l = n l_0$ — a huzal teljes hossza, r — a huzal keresztmetszetének sugara.

Ennek természetes logaritmusa:

$$\ln R_{m_0} = \ln \rho + \ln n + \ln l_0 - 2 \ln r - \ln \pi . \quad (2)$$

Az egyenlet két oldalának teljes differenciálja:

$$\frac{dR}{R_{m_0}} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{dl}{l_0} - 2 \frac{dr}{r} . \quad (3)$$

Figyelembe véve, hogy a hossz és keresztirányú méretváltozások a megfelelő fajlagos nyúlásokkal

$$\frac{dl}{l_0} = \varepsilon \quad \text{és} \quad \frac{dr}{r} = \varepsilon_k = -\mu\varepsilon \quad (4)$$

módon írhatók fel, (3) helyett ezt kapjuk:

$$\frac{dR}{R_{m_0}} = (1 + 2\mu)\varepsilon + \frac{d\rho}{\rho} \quad (5)$$

Legyen

$$\vartheta = \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dl}{l_0}}, \quad (6)$$

akkor

$$\frac{dR}{R_{m_0}} = (1 + 2\mu + \vartheta)\varepsilon \quad (7)$$

Bevezetve a

$$K_0 = 1 + 2\mu + \vartheta \quad (8)$$

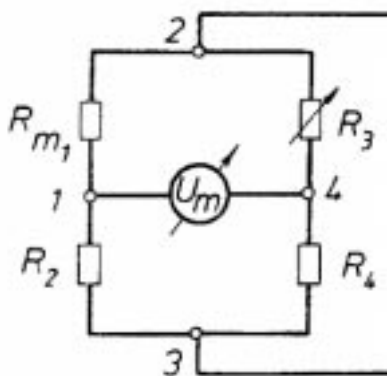
ún. **bélyegállandót**,

$$\frac{dR}{R_{m_0}} = K_0\varepsilon \quad (9)$$

adódik.

2.2.2. Mérőműszer elektromos áramköre. Wheatstone híd.

Tehát a mérendő felületre felragasztott nyúlásmérő bélyeg R_{m_0} ellenállásának relatív megváltozása egyenesen arányos a felületen fellépő, l_0 mérési alaphosszra átlagolt ε fajlagos nyúlással. Ennek alapján a fajlagos nyúlás mérése visszavezethető a vele arányos relatív ellenállásváltozás mérésére. Erre a célra szolgálnak a különböző kialakítású egyen- és váltakozófeszültségű hídáramkörök. Egy lehetséges kapcsolást mutat leegyszerűsítve a 2. ábra. R_{m_1} a mérésnél alkalmazott nyúlásmérő bélyeg megváltozott ellenállása.



2. ábra. A Wheatstone-híd kapcsolása

A híd U_m kimenő feszültsége akkor nulla, ha fennáll a következő összefüggés:

$$R_{m_1} R_4 = R_2 R_3, \quad (10)$$

amiből az

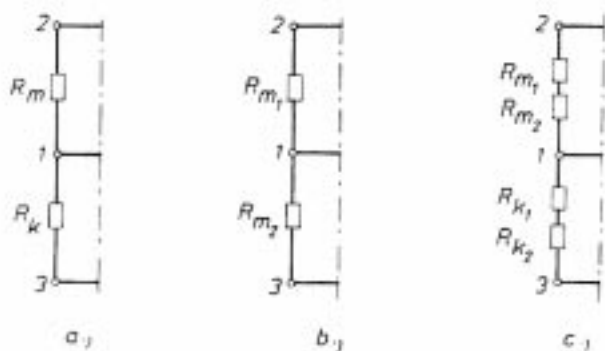
$$R_{m_1} = \frac{R_2}{R_4} R_3 \quad (11)$$

egyenletet kapjuk.

Az R_3 ellenállás változtatható kivitele lehetővé teszi az ismeretlen R_{m_1} ellenállás meghatározását.

Mivel a fajlagos nyúlással arányos relatív ellenállás-változás nagyon kicsiny, feltétlenül szükséges a híd kimenő feszültségének erősítése. Váltakozó tápfeszültség esetén ez sokkal egyszerűbben oldható meg, mint egyenfeszültségnél (lényegesen jobb az erősítő nullpont stabilitása), ezért a nyúlásmérő műszerekben váltakozó feszültségű hidakat alkalmaznak. Ez a megoldás a statikus nyúlásmérés mellett lehetőséget biztosít — a híd tápfeszültség frekvenciájának kb. 30 %-áig — a dinamikus, időben változó folyamatok során végzett nyúlásmérésre is. A pontosság fokozása érdekében a mérést kompenzációs elven valósítják meg. Kettős hídrendszert alkalmaznak. Az ún. "külső" híd ágait nyúlásmérő bélyegek alkotják, míg a "belső" híd változtatható impedanciákból épül fel. A két híd kimenetét szembe kapcsolva, a külső híd fajlagos nyúlással arányos kimenő feszültsége a belső híd segítségével kompenzálható. A műszert úgy kalibrálják, hogy az egyes terhelési fokozatoknál kiegyenlítve, a leolvasott érték — a terheletlen állapothoz viszonyított értékkülönbség — közvetlenül az ϵ fajlagos nyúlást adja.

A nyúlásmérő bélyegekből felépített külső híd — a mérési feladattól függően — különböző módon állítható össze. A 3. ábra az ún. "Félhidas" mérésre mutat példát.



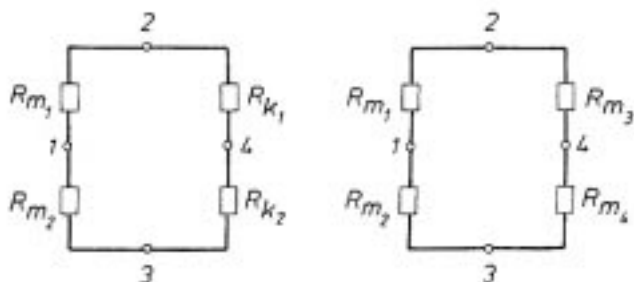
3. ábra Az ún. „félhidas” mérés elve

- A 3.a) ábrán egy működő bélyeget (R_m) alkalmazunk. Ekkor a híd 1–3. pontjai közé egy ún. "kompenzáló" bélyeget kell kötni. Ennek feladata, hogy a mérésakor bekövetkező hőmérsékletváltozás által okozott fajlagos nyúlás (hőtágulás) — miután ebből eredően mindkét hídág ellenállása azonos mértékben változik meg — ne borítsa fel a hídegyensúlyt. A kompenzáló bélyeget a mérendő tárgygal azonos hőtágulási együtthatójú, de terheletlen felületre kell felragasztani.

A 3.b) ábra szerinti kapcsolásban nincs szükség kompenzáló bélyegre, mert két működő bélyeget alkalmazunk, melyek azonos külső körülmények között dolgoznak. Az 1–2. pontok közé a $+\epsilon$, az 1–3. pontok közé a $-\epsilon$ fajlagos nyúlást szenvedő mérőbélyeg kerül. A mérés érzékenysége most az alapérzékenység (3.a) ábra) kétszerese.

"Teljes" hidas elrendezés látható a 4. ábrán. Itt mind a négy hídágban nyúlásmérő bélyegek találhatók.

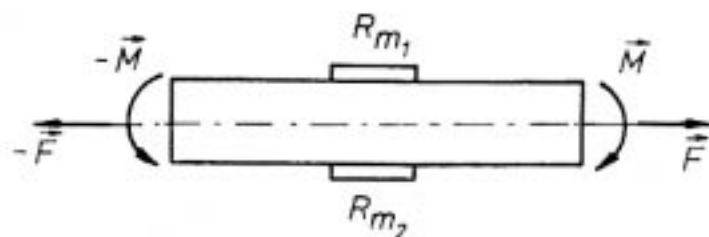
- A 4.a) ábrán a híd két működő bélyeget (R_{m_1} és R_{m_2}) és két kompenzáló bélyeget (R_{k_1} és R_{k_2}) tartalmaz. A kapcsolás kétszeres érzékenységgű mérést biztosít. Alkalmazása akkor célszerű, ha a $+\epsilon$ fajlagos nyúlású R_{m_1} és a $-\epsilon$ fajlagos nyúlású R_{m_2} eltérő hőmérsékleti viszonyok között (egymástól távol) dolgozik.
- A 4.b) ábrán látható kapcsolás négy működő bélyeget tartalmaz, melyek közül R_{m_1} és $R_{m_4} + \epsilon$, R_{m_2} és R_{m_3} pedig $-\epsilon$ fajlagos nyúlású helyre van felragasztva. Az elrendezés előnye, hogy négyszeres érzékenységet biztosít.



4. ábra. Az un. „teljes” hidas mérés elve

A nyúlásmérő bélyegek különböző bekötése a külső hídba a mérési feladat igényeinek megfelelően lehetőséget biztosít a különböző mechanikai igénybevételekből származó fajlagos nyúlások mérés útján történő szétválasztására.

A 5. ábra szerint egy próbatestre (rúdra) felragasztott R_{m_1} és R_{m_2} nyúlásmérő bélyegek például lehetőséget adnak a hajlításból (M) és húzásból (F) származó fajlagos nyúlások elkülönítésére. A 3.b) ábra szerinti kapcsolás csak az M hajlításból, míg a 3.c) ábra szerinti elrendezés csak az F húzásból származó fajlagos nyúlást veszi figyelembe.



5. ábra. A hajlításból és húzásból származó nyúlások elkülönítése

2.2.3 Hasznos tanácsok

A nyúlásmérő bélyeges mérési módszer összefoglalásaként néhány fontos dologra hívjuk fel a figyelmet.

- Minden mérési feladathoz a leginkább megfelelő típusú nyúlásmérő bélyeget válasszuk ki. Mivel a bélyegek l_0 mérőhosszára átlagolt ϵ -t tudunk csak mérni, a hely függvényében erősen változó alakváltozási állapot esetén rövid alaphosszúságú bélyegeket kell használni. A jelenleg elérhető általánosan használt nyúlásmérő bélyegek alaphossza 0,6–150 mm tartományon belül változik. Adott mérési feladat esetén lényeges lehet a hőmérséklettartomány, melyen belül a bélyeg mérésre alkalmazható. A szokványos esetben ez $+10^\circ\text{C} - +80^\circ\text{C}$, de készülnek speciális bélyegek $-200^\circ\text{C} - +850^\circ\text{C}$ hőmérséklettartományon belüli méréshez is.

- Az esetek többségében általában nem egy mérőhelyen kell mérést végezni, hanem az alakváltozási állapot tisztázásához a felület több pontjában (20–100 helyen) kívánatos meghatározni az ϵ fajlagos nyúlást. Erre a célra különböző mérőhely számú (általában 24 vagy 50) ún. **mérőhely átkapcsolókat** fejlesztettek ki. Ezek kézi, vagy automatikus vezérléssel lehetővé teszik az egyes mérőhelyek egymás utáni rákapcsolását a nyúlásmérő alapműszerre.
- A megbízható mérés alapfeltétele az, hogy a felragasztott nyúlásmérő bélyeg hűen kövesse a felület alakváltozását. Ezt gondos előkészítéssel lehet biztosítani. A felületet simára kell csiszolni, egyenetlenségek, bevágások ne legyenek rajta. Ezután következik a zsírtalanítás az erre a célra szolgáló szerrel (pl. chlorothen, metil-etil-ke-ton). Az acetont kerüljük, mert bár jó oldószer, nem elég tiszta, feloldja a port s vékony réteget alkotva zavarja a tökéletes ragasztást. Ezt követően a felületek vegyi semlegességét (a pH-k azonosak legyenek) kémiai kezeléssel szükséges biztosítani. Az előkészítő munka után következik a nyúlásmérő bélyeg felragasztása. Külön e célra készített gyári bélyegragasztóval, vagy az inkább hozzáférhető Loctite I.S. típusú ragasztóval. Mindkettő alaptulajdonsága az, hogy nyomásra köt, de a kötésszilárdság maximumát kb. 24 óra alatt éri el. Ezért célszerű a mérés előtt legalább egy nappal elvégezni a nyúlásmérő bélyegek felragasztását.
- A nyúlásmérő bélyegeket forrasztással kell csatlakoztatni a mérővezetékhez, ügyelve a mérőkörön belüli valamennyi csatlakozás megbízhatóságára. Az esetleges rossz érintkezésből adódó átmeneti ellenállás megbízhatatlanná teszi a mérést.
- A nyúlásmérő bélyeget védeni kell a külső sérülésektől, a káros környezeti behatásoktól (sugárzó hő, nedvesség).
- Lehetőleg ne alkalmazzunk túl hosszú mérővezetéket, mert a mérőbélyeggel sorbakapcsolódó vezetékellenállás mérési hibát okoz.

2.3 Irodalom

- [1] Thamm, F. – Ludvig, Gy. – Huszár, I. – Szántó, I.: A szilárdságtan kísérleti módszerei. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
- [2] Thamm, F. – Ludvig, Gy. – Huszár, I. – Szántó, I.: Dehnungs-Messverfahren. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1971.
- [3] Karl Hoffmann: An Introduction to Measurements using Strain Gages. Pub. Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, Darmstadt, 1989.
- [4] Christof Rohrbach: Handbuch für experimentelle Spannungsanalyse. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1989.
- [5] Strain Gage. Users' Handbook. Ed. R. L. Hannah, S. E. Reed. Elsevier Science Publishers Ltd and SEM., New York, 1992.
- [6] Handbook on Experimental Mechanics, 2nd, rev. ed. SEM, Inc. Ed. Albert S. Kobayashi. VCH Publishers, Inc. New York, 1993.

3. Optikai feszültségvizsgálat

3.1 Bevezetés

Az optikai feszültségvizsgálat kísérleti módszer a mechanikai terhelés alatt álló alkatrészek, szerkezetek mechanikai állapotjellemzőinek (pl. alakváltozási-, feszültségi állapot) meghatározására. A méréseket az eredeti alkatrészen, vagy annak (rendszerint kicsinyített, ritkán nagyított) modelljén végzik.

Az eljárás azon a fizikai jelenségen alapszik, hogy bizonyos — kezdetben optikailag izotróp — anyagok (pl. üveg, epoxigyanta, plexi) mechanikai terhelés hatására **optikailag anizotróppá**, kettősen törővé válnak. Ennek során az izotróp anyag törésmutatóját szemléltető gömbfelület ellipszoid felületbe megy át. A törésmutató kicsiny megváltozását egy nagyon egyszerű berendezés, az ún. **polariszkóp** teszi érzékelhetővé és mérhetővé. A látható fénnel üzemelő polariszkópokban átlátszó modellanyagot alkalmaznak. A nem átlátszó modellanyagok (pl. félvezetők) vizsgálatára fejlesztették ki az infravörös fénnel dolgozó ún. **infrared polariszkópot**. A polariszkópban végbemenő optikai jelenségek a fény elektromágneses elmélete alapján írhatók le. Az optikai anizotrópia jellemzői (törésmutató változások) függvénykapcsolatban vannak a külső fizikai hatásokkal: az alkalmazott anyag mechanikai jellemzőivel (anyagmodell), a terhelés keltette alakváltozási- és feszültségi állapottal s azok idő szerinti deriváltjaival, az alkalmazott fény hullámhosszával, hőmérséklettel, stb. Így az optikai feszültségvizsgálatnak (feszültségoptikának) a domináns külső fizikai hatásoktól függően különféle változatai alakultak ki: fotorugalmasságtan (photoelasticity), fotoviszkorugalmasságtan (photoviscoelasticity), fotohőrugalmasságtan (photothermoelasticity), fotoképlékenységtan (photoplasticity), dinamikus fotorugalmasságtan (dynamic photoelasticity), szórt-fényes módszerek (scattered-light methods), kettősentörő bevonatok módszere (birefringent coating, photostress method) stb. Mindezeket a módszereket két- és három-dimenziós kiterjedésű, statikus és időben változó terhelésű alkatrészek vizsgálatára is alkalmazzák.

3.2 Két-dimenziós fotorugalmasságtan

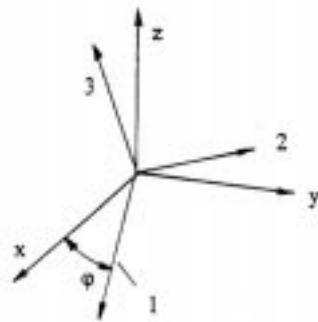
3.2.1 Feszültségállapot

Két-dimenziós feladatnál feltételezzük, hogy a párhuzamos, terheletlen felületekkel határolt test minden pontjának feszültségállapota az

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

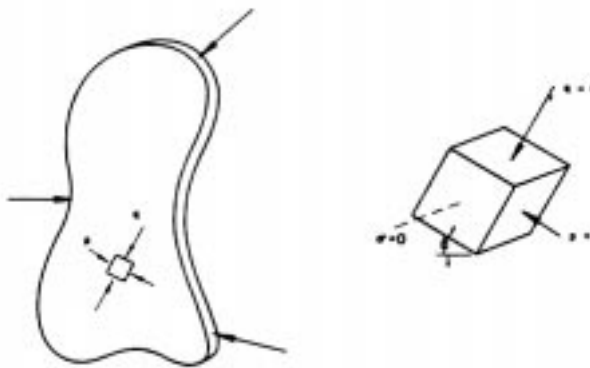
feszültségi tenzorral írható le. Azaz egy pont feszültségállapota három adattal adható meg:

σ_x , σ_y , τ_{xy} feszültségkoordinátákkal, vagy a σ_1 , σ_2 főfeszültségekkel, valamint az egyik főirány helyzetét megadó φ szöggel, mint kétváltozós függvényekkel. Feltételezzük továbbá, hogy e mennyiségek a vastagság mentén nem változnak (1. ábra).



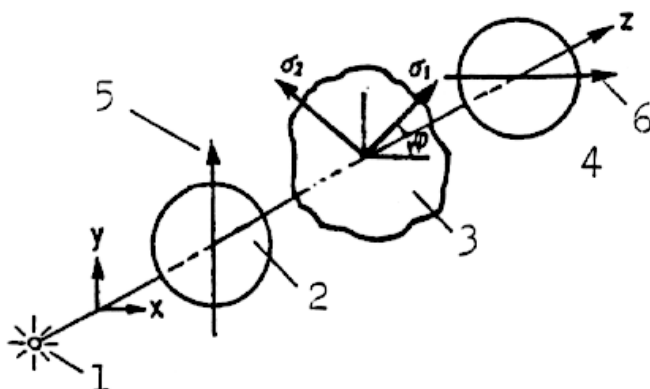
$$[\mathbf{F}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

1. ábra Térbeli és síkbeli feszültségállapotok



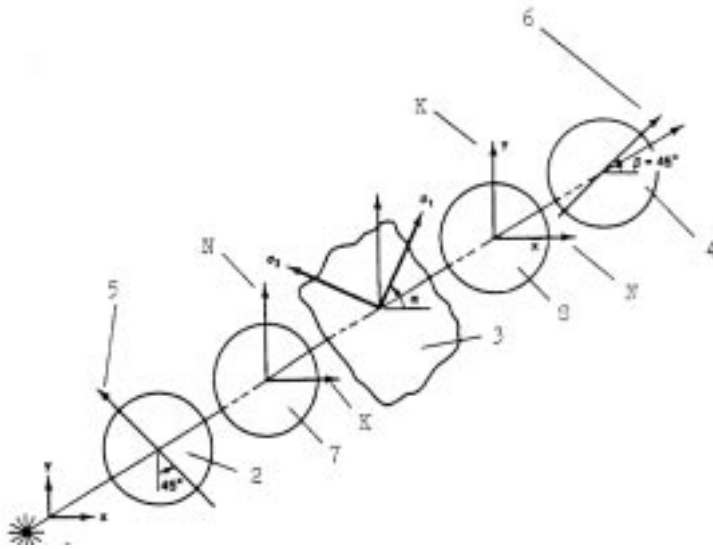
3.2.2 Polariszkópok

Mérés során a szórt fényt vagy párhuzamos fény-nyalábot alkalmazó polariszkópnak kétféle kiépítettségét használják. Az egyik, az ún. **lineáris polariszkóp** főbb részei: monokromatikus fényforrás, két lineáris **polarizátor**. A másik — az ún. **cirkuláris polariszkóp** — az előbbieken kívül a két polarizátor között még két, ún. **hullám-negyed lemezzel** is rendelkezik. (2 és 3. ábra).



2. ábra Terhelt modell lineáris polariszkópban

1- fényforrás, 2 - polarizátor, 3 - modell,
4 - analízátor, 5,6 - polarizáció tengelye



3. ábra Terhelt modell cirkuláris polariszkópban

1-fényforrás, 2-polarizátor, 3-modell, 4-analizátor, 5,6-polarizáció tengelye, 7,8-első és második $\lambda/4$ lemez, K,N-kisebb és nagyobb sebesség tengely

A fényforrástól távolabbi polarizátort megkülönböztetésül **analizátornak** nevezik. Mérés során a polarizátorok egymáshoz viszonyított kétféle helyzetét alkalmazzák: az egyik beállításban a polarizátorok ún. polarizációs síkjai egymásra merőlegesek (**keresztállás**), míg a másik esetben egymással párhuzamosak (**párhuzamosállás**). Az analizátort szokás 90-fokkal elforgatni a polarizátorhoz képest. A mechanikai terhelésnek kitett síkbeli modellt a két polárszűrő közé helyezik síkjával a fény terjedési irányára merőlegesen.

a) A lineáris polariszkóp fénytana

A polarizátort elhagyó, lineárisan polározott

$$\vec{E} = \vec{e}_x A_0 \cos\left(t - \frac{z}{c}\right) \quad (2)$$

fénysugár a terhelt modellbe lépve — a kettőstörés következtében — két egymásra merőleges, lineárisan polározott

$$\vec{E}_1 = \vec{e}_1 A_1 \cos\omega\left(t - \frac{z}{c_1}\right) \quad \vec{E}_2 = \vec{e}_2 A_2 \cos\omega\left(t - \frac{z}{c_2}\right) \quad (3)$$

fénysugárra bomlik, melyek amplitudói rendre

$$A_1 = A_0 \sin\varphi \quad ; \quad A_2 = A_0 \cos\varphi \quad , \quad (4)$$

ahol φ a polarizátor polarizációs síkja és az 1-es optikai főtengely közti szög.

Ezen új fénysugarak iránya az 1-es és 2-es **optikai főtengelyek** irányával megegyezik, továbbá terjedési sebessége állandó, de egymástól eltérnek. Ez utóbbi miatt a b vastagságú modellben — ezen b optikai úthossz mentén — a két fénysugár között az alábbi módon kifejezhető **fáziskülönbség** áll elő:

$$\Delta = \omega(t_1 - t_2) = \omega\left(\frac{b}{c_1} - \frac{b}{c_2}\right) = 2\pi\left(\frac{b}{\lambda_1} - \frac{b}{\lambda_2}\right) = 2\pi(M_1 - M_2) = 2\pi M, \quad (5)$$

ahol

$$M = M_1 - M_2 \quad (6)$$

a b vastagságú modellben létrejövő hullámszámok különbsége.

A lineáris polarizskóp analízátorán átjutó fény intenzitása az alábbi módon fejezhető ki:

— polarizátorok keresztállása esetén:

$$I = A_o^2 \sin^2 2\varphi \sin^2 \pi M, \quad (7)$$

— polarizátorok párhuzamos beállításánál:

$$I = A_o^2 [1 - \sin^2 2\varphi \sin^2 \pi M]. \quad (8)$$

Tapasztalati tény, hogy rugalmas alakváltozási állapot esetén egyrészt az optikai és mechanikai főirányok megegyeznek, másrészt a modellben a két fénysugár között létrejövő fáziskülönbség a modell síkjában — azaz a fény terjedési irányára merőleges síkban — lévő két főfeszültség különbségével arányos:

$$\vec{e}_o = \vec{e}_\sigma, \quad (9)$$

$$M = \frac{b}{S} (\sigma_1 - \sigma_2). \quad (10)$$

ahol S a modell anyagától és az alkalmazott fény hullámhosszától függő ún. **feszültségoptikai állandó**.

A (7) egyenlet szerint az analízátor bizonyos pontjain két okból nem jut át fény: ha a második, vagy a harmadik tényező zérussá válik.

Az első esetben ez

$$\varphi = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \dots \text{ radián}, \quad (11)$$

míg a második esetben

$$\pi M = 0, \pi, 2\pi, 3\pi, \dots n \text{ radián } (n = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (12)$$

$$\text{azaz } M = 0, 1, 2, 3, \dots, n \quad (13)$$

feltételek esetén.

Az első feltétel mellett a feszültségi főirányok a polarizskóp polarizációs tengelyeivel esnek egybe. E feltételt kielégítő pontokat összekötő görbék alkotják az ún. **izoklin** vonalakat. Az izoklin görbék, azaz a $\varphi = \varphi(x, y)$ kétváltozós függvény szintvonalai tehát azon pontok mértani helye, ahol a feszültségi főirányok azonosak. A tetszőleges szögparaméterű izoklin görbéket a keresztállásban lévő polarizátor és analízátor szinkron forgatásával kapjuk. Fehér fényforrás alkalmazása esetén az izoklin görbék fekete színűek.

A második, $M = n = \text{egész szám}$ feltételt kielégítő pontokat összekötő görbék alkotják az ún. **izokróm** vonalakat. Az izokróm görbék, azaz a kétváltozós $M = M(x, y)$ függvény szintvonalai tehát azon pontok mértani helye, ahol a főfeszültségek különbsége azonos. Ha a terhelés nagyságát úgy változtatjuk, hogy a keresztállásban lévő polárszűrők helyzete változatlan, akkor az izokróm görbék sűrűsödnek vagy ritkulnak. A terhelés nagyságának változtatása ellenére helyben maradó izokróm görbét 0-val jelöljük. Innen kiindulva a többi izokróm görbét az $M = 1, 2, 3, \dots$ **rendszámokkal** különböztetjük meg. Fehér fényforrás alkalmazása esetén a 0-rendszámú izokróm görbe fekete színű, míg mások több színárnyalatú sávként jelennek meg.

Párhuzamos polarizátor és analizátor esetén a (8)-as egyenlet szerint akkor kapunk a lineáris polariszkóp analizátorán fénykioltást, ha a

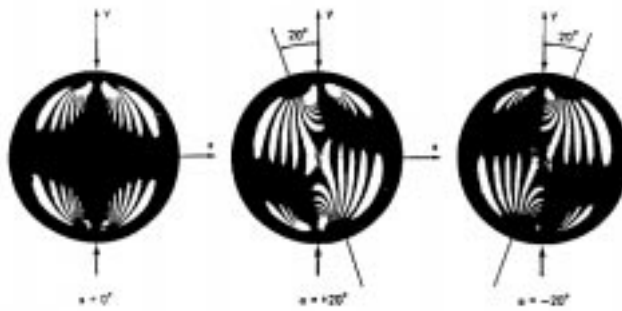
$$\varphi = \frac{\pi}{4}; 3\frac{\pi}{4}; 5\frac{\pi}{4}; \dots, \quad (14)$$

valamint az

$$M = \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \dots \quad (15)$$

feltételek egyszerre teljesülnek.

A 4. ábrán az átmérője mentén nyomott körtárcsa optikai képe látható a lineáris polariszkóp keresztezett polarizátor állásánál. A (7) egyenletnek megfelelően itt az izoklin és izokróm sávok együtt jelennek meg. Ennek a beállításnak az izoklin mező felvételénél van jelentősége. Az izokróm sávok zavarását a gyakorlatban kétféle módon csökkentik: egyrészt olyan kis terhelést alkalmaznak, hogy az 1-es rendszámú izokróm sáv még ne jelenjen meg, másrészt optikailag kevésbé érzékeny anyagból (pl. plexi, üveg) készítik a modellt.



4. ábra. Átmérője mentén nyomott körtárcsa optikai képe cirkuláris polariszkóp polarizátorainak keresztállásában. Izoklin és izokróm görbék

b) A cirkuláris polariszkóp fénytana

Az optikai képek jobb kiértékelhetősége céljából a gyakorlatban a két, izoklin és izokróm sávrendszert egymástól különválasztva állítják elő. Az izoklin mező előállításának módszerét az előző pontban említettük. A cirkuláris polariszkópot csak az izokróm mező előállítására alkalmazzák.

Cirkuláris polariszkópban a modellt közrefogó két hullám-negyed lemez olyan optikai elem, melynek minden pontjában azonosak a kettőtörés jellemzői (az optikai főirányok és a fáziskésés). Hatására az analizátoron átjutó fény intenzitását a (7)-es és (8)-as egyenletek helyett az alábbi kifejezések adják:

— keresztezett polarizátor állásban:

$$I = A_o^2 \sin^2 \pi M, \quad (16)$$

— párhuzamos polarizátor állásban:

$$I = A_o^2 \left[1 - \sin^2 \pi M \right]. \quad (17)$$

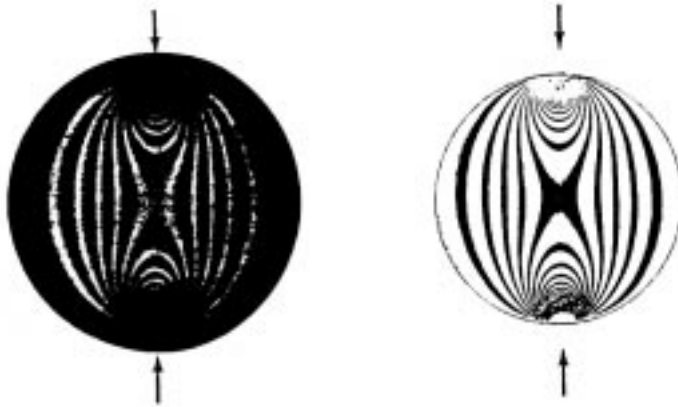
Látható, hogy ez esetben az analizátoron átjutó fény energiája nem függ az optikai főirányoktól, csak a fáziskülönbségtől. E két egyenlet szerint az analizátor azon pontjaiban kapunk fénykioltást, ahol az

$$M = 0, 1, 2, 3, \dots, \quad (18)$$

illetve

$$M = \frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}; \frac{7}{2}; \dots \quad (19)$$

feltételek teljesülnek. Az e pontokat összekötő sávok szolgáltatják az ún. egész- és feles rendszerű izokróm sávokat. A 5. ábra az átmérője mentén nyomott körtárcsa egész és feles rendszámú izokróm sávjait szemlélteti a cirkuláris polarizátorainak kereszt és párhuzamos beállítása esetén.



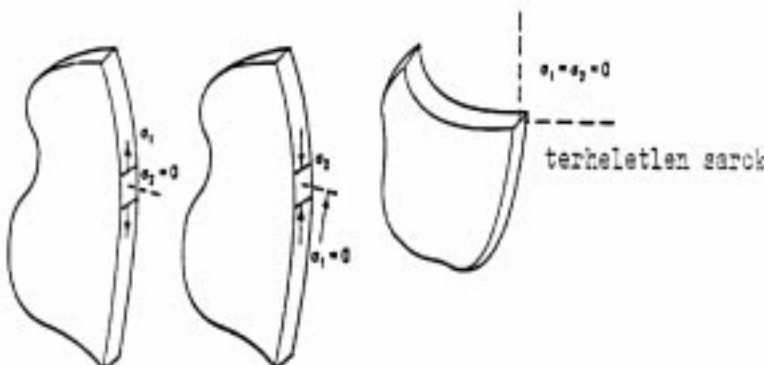
5. ábra. Átmérője mentén nyomott körtárcsa optikai képe cirkuláris polarizátorainak kereszt és párhuzamos állásában. Egész és feles rendszámú izokróm görbék

3.2.3 Kiértékelés

Mint korábban láttuk, síkbeli feladatnál a test feszültségállapota három skaláris adattal, nevezetesen a kétváltozós $\sigma_1 = \sigma_1(x, y); \sigma_2 = \sigma_2(x, y)$ főfeszültség- és a $\varphi = \varphi(x, y)$ feszültségi főirányok függvényével adható meg. Az optikai feszültségvizsgálat azonban mérés során csak két adatot szolgáltat:

- az izoklin mezőt, azaz a feszültségi főirányok $\varphi = \varphi(x, y)$ függvényét (az 1-es főtengely helyzetét a modell bármely pontjában, vagy az izoklin görbék révén ezen függvény szintvonalainak megfelelő pontokban).
- az izokróm mezőt, azaz a két főfeszültség függvény $(\sigma_1(x, y) - \sigma_2(x, y))$ különbségének megfelelő függvényt (a modell bármely pontjában, vagy az izokróm görbék révén ezen különbség függvény szintvonalainak megfelelő pontokban).

A hiányzó harmadik adat vagy kiegészítő méréssel (pl. modellvastagság változásának mérése) vagy a rugalmasságtan valamely alapegyenlete alkalmazásával nyerhető. Mielőtt ez utóbbit részleteznénk, szólunk kell egy, a gyakorlatban nagyon fontos mozzanatról.



6. ábra. Szabad, terheletlen perem feszültségállapota.

Szabad peremen az egyik főfeszültség zérus. Terheletlen saroknál mindkét főfeszültség zérus.

A modell terheletlen, szabad pereme minden pontjában egyrészt az egyik feszültségi főirány érinti a peremet, a másik meg erre merőleges, azaz normál irányú, másrészt a normál irányú főfeszültség zérus értékű (6. ábra). E pontokban tehát az izokróm rendszám értéke a (10) egyenletnek megfelelően — figyelembe véve a modell síkjára merőleges harmadik főfeszültség zérus értékét is — a redukált feszültséggel arányos. Az érintőirányú főfeszültség előjele az ún. ékp próbával is megállapítható. A szabad, terheletlen perem pontjainak feszültségállapota nagyon fontos szerepet játszik a feszültséganalízisben, hiszen a test veszélyes feszültségállapotú pontja(i) nagyon gyakran a peremen jelentkeznek.

3.2.4. Teljes kiértékelés

Számos feladatnál fontos lehet a modell belső pontjaiban is a feszültségállapot teljes ismerete. Sokféle módszer ismeretes a szükséges hiányzó harmadik adat nyerésére. Ezek közül megemlítiünk néhányat.

- Harmadik adatot szolgáltat pl. a modell ferde megvilágításánál kapott izokróm mező.
- Gyakran alkalmazzák az egyensúlyi egyenletet (Frocht-féle, azaz a nyirófeszültségek különbségének módszere).
- Különböző mechanikai-, elektromechanikai- és optomechanikai módszereket fejlesztettek ki a két főfeszültség összegével arányos modellvastagság-változás pontról pontra történő mérésére.

3.3. A modellen nyert mérési adatok átszámítása az eredeti szerkezetre

Az egyensúlyi-, az összeférhetőségi egyenletek alapján mondható, hogy egy rugalmas test **feszültségeloszlása** független a terhelés nagyságától és a modell léptékétől. Két-dimenziós feladatoknál a feszültségeloszlás a rugalmasságtani állandóktól is független, ha a térfogati erő zérus, vagy állandó. Ilyen feladatoknál tehát a modell anyaga, léptéke, továbbá a terhelés nagysága tetszőlegesen megválasztható.

Ha a modell és az eredeti szerkezet (prototípus) geometriailag hasonló és a terheléssel osztás mindkét esetben azonos, akkor a modell és prototípus mechanikai állapotjellemzői kapcsolatba hozhatók egymással, bizonyos megszorításokkal, betartva a hasonlósági törvényeket. Síkfeszültségi állapot esetén a feszültségek a vastagság mentén állandóak, ezért a vastagság lépték nem kell, hogy a modell síkbeli léptékével megegyezzen.

Bizonyos két-dimenziós feladatoknál a feszültségeloszlás függ a **Poisson tényezőtől**. Ez a probléma akkor jelentkezik, amikor a belső erők változnak a síktartomány mentén, pl. centrifugális erőter esetén. A feszültségeloszlás ugyancsak függ a Poisson tényezőtől többszörösen összefüggő test hőrugalmasságtani feladatánál, vagy ha a furat nem egyensúlyi erővel terhelt. Ilyen esetekben a modell feszültségeloszlása némileg különbözik a prototípusétól, kivéve ha a Poisson tényező mindkét anyagra ugyanaz. Három-dimenziós feladatoknál a feszültségeloszlás függ a Poisson tényezőtől. A szokásos műanyag modell- és prototípus anyagok Poisson tényezőinek különbsége szobahőmérsékleten gyakran kicsiny, ezért ennek hatása elhanyagolható.

Síkfeszültségi feladatoknál és három-dimenziós problémáknál a modellen nyert feszültségeket az alábbi kifejezéssel számíthatjuk át a prototípusra:

$$\sigma_p = \sigma_m \frac{F_p}{F_m} \left(\frac{L_m}{L_p} \right)^2, \quad (20)$$

ahol feltételeztük, hogy $\nu_m = \nu_p$. A kifejezésben ν a Poisson tényezőt, F a terhelő erőt, L a geometriai méretet, σ a feszültséget, az m és p indexek pedig a modellre ill. prototípusra utalást jelölik.

Teljes hasonlóság esetén a modell és a prototípus alakváltozási állapota azonos, így ha $\nu_m = \nu_p$, akkor a

$$\frac{\varepsilon_m}{\varepsilon_p} = 1 = \frac{\sigma_m}{\sigma_p} \frac{E_p}{E_m} = \frac{F_m}{F_p} \left(\frac{L_p}{L_m} \right)^2 \frac{E_p}{E_m} \quad (21)$$

kifejezésből a modellen alkalmazandó terhelésre a következőt kapjuk:

$$F_m = F_p \left(\frac{L_m}{L_p} \right)^2 \frac{E_m}{E_p} . \quad (22)$$

Látható, hogy az erőlépték függ a modell léptékétől, valamint az anyagok rugalmassági tényezőinek viszonyától.

A p nyomóterhelés esetére a

$$\sigma_p = \sigma_m \frac{p_p}{p_m} \quad (23)$$

egyenletből a modell terhelésére a

$$p_m = p_p \frac{E_m}{E_p} \quad (24)$$

kifejezés adódik.

Síkfeszültségi állapotú feladatoknál, ahol a modell és prototípus b vastagsági méreteinek arányára a $b_m / b_p \neq L_m / L_p$ egyenlőtlenség áll fenn, a feszültségek átszámítására az alábbi kifejezést kapjuk:

$$\sigma_p = \sigma_m \frac{F_p}{F_m} \frac{L_m}{L_p} \frac{b_m}{b_p} . \quad (25)$$

A ρ sűrűségű, ω szögsebességgel forgó síkmodell esetére (ha $\nu_p = \nu_m$):

$$\sigma_p = \sigma_m \left(\frac{L_p}{L_m} \right)^2 \frac{\rho_p}{\rho_m} \left(\frac{\omega_p}{\omega_m} \right)^2 . \quad (26)$$

Völgyzáró gátak és hasonló létesítmények gravitációs feszültségeire a

$$\sigma_p = \sigma_m \frac{\rho_p}{\rho_m} \frac{L_p}{L_m} \quad (27)$$

egyenlet írható fel.

3.4 Tört értékű izokróm rendszámok meghatározása

Az egész és feles izokróm rendszámokon kívül gyakran szükség van ezek közötti tört értékekre is, például olyan tartományban, ahol a rendszám lassan változik. A tört izokróm értékek meghatározására van lehetőség. Az erre szolgáló módszereket három fő csoportba sorolhatjuk:

- kompenzáció elvének alkalmazása (Babinet-, Babinet-Soleil-féle kompenzátor),
- analizátor forgatásának módszere (Tardy-, Senarmont-féle módszer),
- rendszámsokszorozó eljárás.

Az első két módszer pontról-pontra dolgozó eljárás, mivel a tört rendszám értékének mérése előtt a szóban forgó pontokban meg kell határozni a feszültségi főirányokat. A harmadik eljárás teljes mezős módszer.

3.5 Modellanyagok

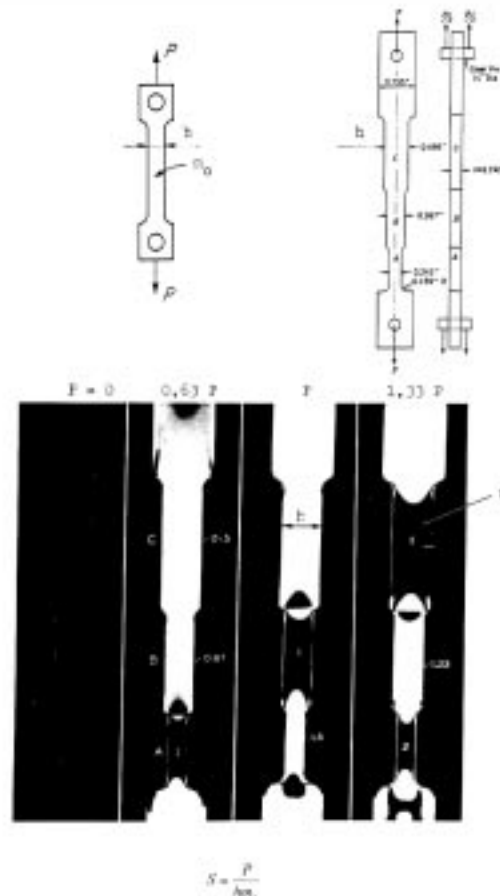
A fotorugalmasságtani vizsgálatokra alkalmas átlátszó kemény műanyagok rugalmassági tényezője 2000–3500 MPa értékű. Ezen anyagok rugalmas alakváltozási állapotban lineáris feszültség-nyúlás és lineáris nyúlás-kettőtörés függvénykapcsolatot mutatnak. A poliészter gyanták családjába tartozik a Paraplex és a Homalite 100 elnevezésű anyag. Allil gyanta a CR-39-es anyag. Az epoxi gyanták számos változata is e kemény műanyagokhoz tartozik.

A lágy műanyagok családjába tartozó anyagok (pl. uretán gumik) rugalmassági modulusza 0,345 MPa körüli érték. Ezeket az anyagokat elsősorban dinamikus fotorugalmasságtani vizsgálatokra alkalmazzák, mivel ilyen alacsony rugalmassági tényezőjű anyagokban a rugalmas hullám sokkal lassabban terjed.

A szokásos anyagok jellemzőiről a mellékelt táblázat ad tájékoztatást.

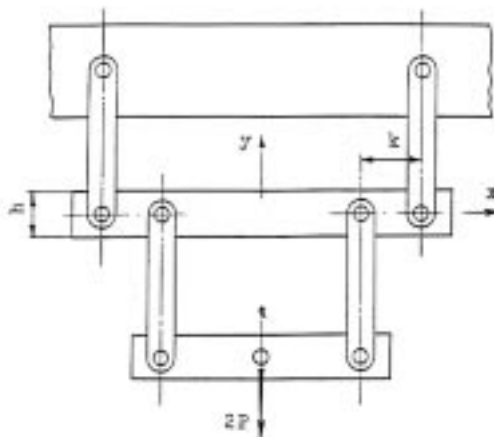
3.6 Modellanyagok hitelesítése

A modell anyagától és az alkalmazott fény hullámhosszától függő S optikai állandó meghatározására olyan modellkísérletet szokás végezni, amelynél valamely pontban az izokróm rendszám és a pont feszültség-állapota egymástól függetlenül meghatározható. Ezeket az értékeket a (10) egyenletbe helyettesítve abból az S optikai állandó számítható. Gyakran alkalmazott módszer az állandó keresztmetszetű prizmatikus rúd húzása és tiszta hajlítása, valamint a körtárcsa nyomása átmérője mentén. Ezek alkalmazását a 7-10. ábrák szemléltetik.

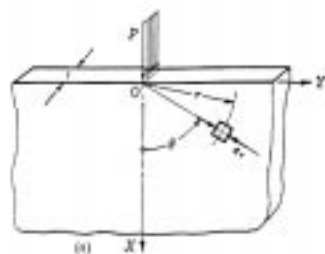
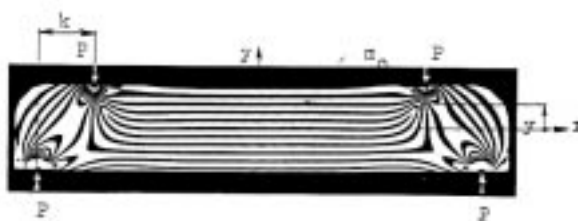


7. ábra. Hitelesítés húzással

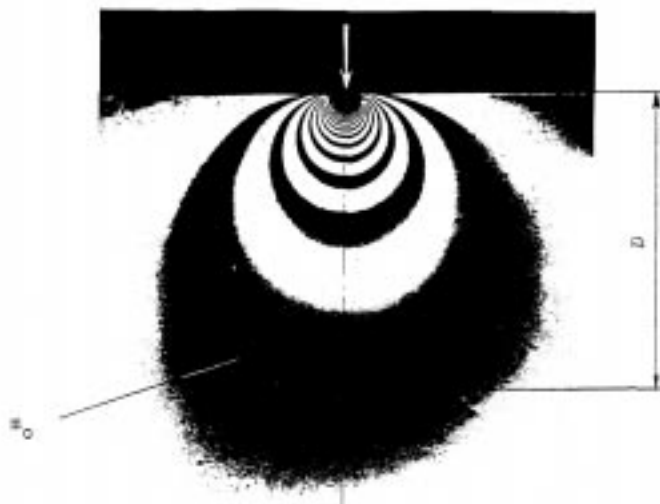
$$S = \frac{12Pky}{h^3 m_0}$$



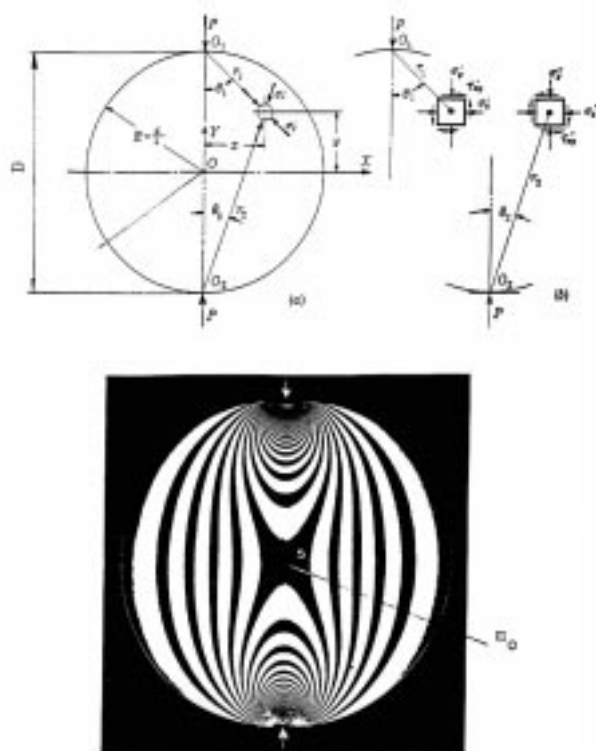
8. ábra. Hitelesítés hajlítással



9. ábra. Hitelesítés „koncentrált” erővel terhelt „végtelen” félsíkkal



$$S = \frac{2P}{\pi D m_0}$$



$$S = \frac{8P}{\pi D m_0}$$

10. ábra. Hitelesítés átmérője mentén nyomott körtárcsával

3.7 Dinamikus fotorugalmasságtan

Dinamikus esetben a feszültség-optikai törvény alakra hasonló a statikus eset (10) egyenletével. A különbség az, hogy az S^* dinamikus optikai állandó 10–30 %-kal nagyobb, mint statikus esetben:

$$M = \frac{b}{S^*} (\sigma_1 - \sigma_2) \quad . \quad (28)$$

Dinamikus esetben a teljes kiértékelés (a főfeszültségek szétválasztása) sokkal bonyolultabb, mint statikus esetben. Dinamikus esetre ugyanis nem érvényesek a statikus esetben érvényes egyensúlyi, vagy a Laplace egyenleten alapuló eljárások. Ilyen esetekben csak az izokróm adatokra támaszkodva választhatók szét a főfeszültségek. A kiértékelések azonban könnyen elvégezhetők a szabad- (terheletlen) vagy merev peremek mentén, továbbá tengelyszimmetrikus radiális-, és nyíró hullám terjedése esetén.

Nagyon fontos a modellanyagok gondos hitelesítése különböző alakváltozási sebességek mellett. A feszültség-optikai együttható általában változik az alakváltozás sebességével. Egyes modellanyagok az alakváltozási sebesség igen jelentős tartományában közel állandó feszültség-optikai állandóval, míg mások közel állandó nyúlás-optikai állandóval rendelkeznek.

Gyakran alkalmazott modellanyagok néhány optikai és mechanikai tulajdonsága szobahőmérsékleten

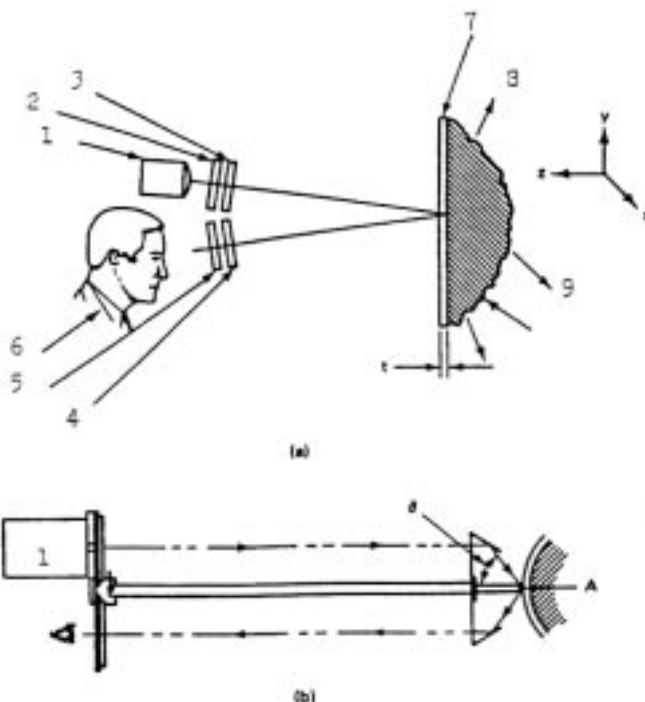
Modellanyag			Feszültségoptikai állandó S (MPa/rends/mm) $\lambda=546\text{nm}$ (zöld)	Rugalmassági tényező E (MPa)	Arányossági határfeszültség (MPa)	Megengedhető feszültség (MPa)	Poisson tényező
típus	márkanév	gyártó					
Üveg			110÷130	60.000÷70.000	60	20	0,25
Polimetil- metakrilát (PMMA)	Lucite, Plexiglas, Perspex	Röhm and Haas GmbH, Darmstadt (Németország)	≈130	2800÷3200			0,38
Celluloid			30÷60	1400÷2800	28÷40	30	0,33
Epoxi gyanta	Araldit D	CIBA AG. Basel (Svájc)	13÷15	2600÷3000	55	40	0,37
	Araldit B		10,5÷11,4	3200÷3800			
Poliészter gyanta	Homalite 100		24	3900	48	25	0,35
	VP1527	Dynamit AG. Troisdorf (Németország)	23,5÷25,5	3800÷4200	50	25	
Policarbonát	Makrolon, Lexan		7	2600	3,5	3	0,28
Allil diglicol gyanta	CR39 (columbia resin) Homalite 911	Homolite Corporation	14÷16	1700÷2200	21	20	0,40
Poliuretán gumi	Hysol		0,2	3	0,14		0,46
Zselatin			0,09	0,3			0,5

A modelltörvények itt a szokásos geometriai hasonlóság követelményén kívül még más feltételekkel is kiegészülnek (pl. az egymással ütköző testek fizikai jellemzőinek arányával, a rezgésimpulzusok hasonlóságával stb.).

A dinamikus fotorugalmasságtannal számos feladat oldható meg eredményesen olyan területeken, mint pl. geofizika, törésmechanika, ultrahangos anyagvizsgálat.

3.8 Fotobevonatok módszere

A kettősen törő- vagy fotorugalmas bevonatok módszere (photostress method) kiterjeszti az átmenőfényes fotorugalmasságtan eljárást a nem átlátszó testek felületi pontjaiban található alakváltozási állapotnak a meghatározására. A tetszőleges alakú síkbeli vagy térbeli eredeti alkatrész (prototípus) felületére vékony (0.5–3 mm vastag), kettősen törő, lineárisan rugalmas réteget ragasztanak. Vagy a prototípus felülete, vagy a ragasztó anyaga fényvisszaverő. A megvilágítás során a fény átmegy a bevonaton, majd visszaverődik. Ezáltal a fény optikai úthossza a bevonat vastagságának kétszerese. A prototípust az eredeti viszonyok között terhelve a bevonat torzításmentesen átveszi a prototípus felületi alakváltozását, mely reflexiós polariszkópban észlelhető és mérhető kettőtörést hoz létre. A jellegzetes optikai rendszer a 11. ábrán látható.



11. ábra.
Reflexiós polariszkóp a
fotorugalmas bevonatok
módszerénél.

a. normál elrendezés
b. ferde fénybeesést
megvalósító illesztőegység

- 1 - fényforrás,
- 2 - polarizátor
- 3, 4 - $\lambda/4$ lemez,
- 5 - analízátor,
- 6 - megfigyelő,
- 7 - fotorugalmas réteg,
- 8 - terhelés,
- 9 - vizsgálat tárgya

Feltételezhető, hogy a prototípus valamely terheletlen felületi pontjánál az érintősíkra merőleges feszültségkoordináta zérus mind a prototípusban, mind a bevonatban: $\sigma_z = \sigma_3 = 0$, ezen felül

$$\varepsilon_1^b(x, y) = \varepsilon_1^p(x, y) ,$$

(29)

$$\varepsilon_2^b(x, y) = \varepsilon_2^p(x, y) ,$$

ahol a b , ill. p index a bevonatra, ill. a prototípusra utal. Jelölje ε_1 és ε_2 a főnyúlásokat a bevonatnál (és a prototípusnál) valamint β valamelyik főiránynak a referencia iránnyal bezárt szögét. A Hooke törvényt alkalmazva a prototípus feszültségeire az alábbiakat írhatjuk fel:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_1 + \nu\varepsilon_2); \quad \sigma_2 = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_2 + \nu\varepsilon_1)$$

és (30)

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{E}{1+\nu}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) .$$

Mivel a fotorugalmasságtani effektus egy és ugyanaz, mint korábban, a nyúlás-optikai összefüggést a szokásos módon írhatjuk:

$$\delta = N\lambda = 2bK(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) , \quad (31)$$

ahol δ az 1-es és 2-es főirányokban polarizált két fénysugár között a bevonatban létrejövő relatív retardáció, λ — az alkalmazott fény hullámhossza, N — izokromáta rendszám, K — az anyag érzékenysége, azaz a nyúlás-optikai együttható. Bevezetve az

$$f = \lambda / 2bK \quad (32)$$

ún. sáv-értéket vagy bevonat érzékenységet, a főnyúlások és főfeszültségek különbségére a következő kifejezéseket kapjuk:

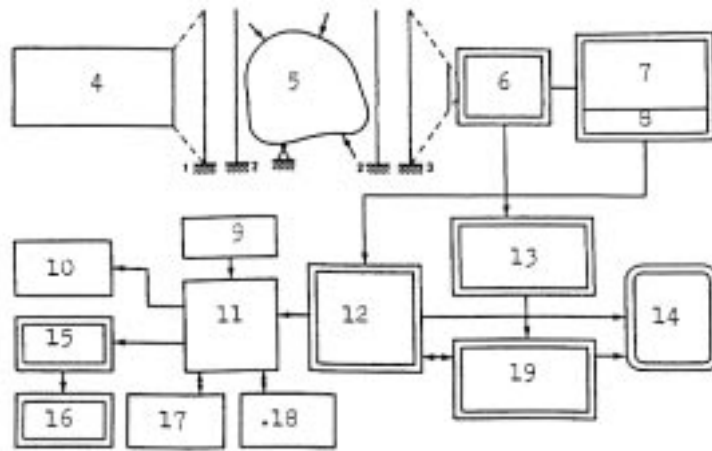
$$(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = N \frac{\lambda}{2bK} = Nf , \quad (33)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{E}{1+\nu} = Nf \frac{E}{1+\nu} . \quad (34)$$

A mérés tehát az izoklin mező révén a főirányokat, valamint az izokróm mező által a főnyúlások különbségét szolgáltatja. A teljes kiértékeléshez itt is három adatra lesz szükség. Az izoklin szögparaméteren kívül rendszerint még egy merőleges és egy ferde megvilágításhoz tartozó izokróm mezőt szokás felvenni. A kiértékelés itt is leegyszerűsödik azokon a helyeken, ahol az egyik főfeszültség zérus vagy majdnem zérus. A fotobevonatok módszere dinamikus terhelés esetén is alkalmazható.

3.9 Fotorugalmasságtan és a számítógép

Napjainkban a számítógép az optikai feszültségvizsgálat módszerének újabb fejlesztését teszi lehetővé. Olyan elektro-optikai leképző rendszer kiépítésére van lehetőség, mely automatizálja a mérési adatok gyűjtését és azok gyors feldolgozását. A rendszer CCD videokamerával felveszi a polarizskóp optikai képeit, ennek jelét a képműkártya digitalizálja és a számítógép számára elfogadható állapotra hozza. A számítógép a speciális képkértékelő programja révén feldolgozza az adatokat, majd a kért eredményeket szolgáltatja. Egy ilyen rendszer vázlatát mutatja a 12. ábra.



12. ábra Optikai képek digitalizálásán alapuló számítógépes kiértékelő rendszer

1-polarizátor, 2- $\lambda/4$ lemez, 3-analizátor, 4-fényforrás, 5-fotorugalmas modell, 6-videokamera, 7-képdigitalizáló, 8-regiszter, 9-billentyűzet, 10-nyomtató, 11-számítógép, 12-interfész vezérlő, 13-valós idejű digitalizáló, 14-monitor, 15-IEEE interfész, 16-plotter, 17-kettős floppy diszk, 18-kettős merevlemez, 19-memória frissítő

3.10 Három-dimenziós fotorugalmasságtan

Az optikai feszültségvizsgálat az egyetlen kísérleti módszer, mely lehetőséget ad a térbeli alkatrészek tetszőleges külső és belső pontjában a mechanikai állapotjellemzőknek a meghatározására. Kétféle eljárást dolgoztak ki, melyek mindegyike átlátszó, optikailag kettősen törő műanyag modelleket alkalmaz:

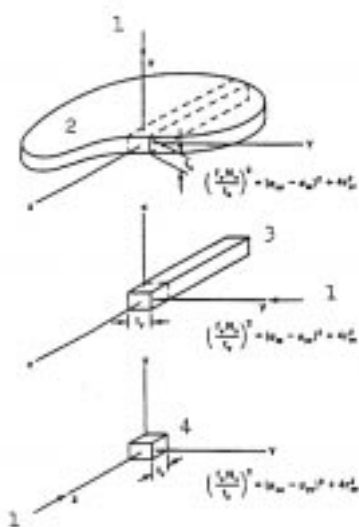
- feszültség-befagyasztásos eljárás,
- szórt-fényes módszer.

3.10.1 Feszültség-befagyasztásos eljárás

Ez az eljárás bizonyos fotorugalmas műanyagok (pl. epoxi gyanta) egy másik jellegzetes tulajdonságán alapszik. Az ilyen anyagból készült, s megterhelt modellt programozható kemencében felmelegítik az ún. üvegesedési hőmérséklet fölé (epoxi gyanta esetében pl. fajtától függően 110–160 fok Celsius). Az 1–2 óráig ezen a hőmérsékleten tartott modellben a terhelés hatására nagy rugalmas deformáció megy végbe. Ezután a terhelés alatt lévő modellt lassan (1–3 fok Celsius/óra sebességgel) szobahőmérsékletre hűtik. A hűtés alatt a nagy rugalmas deformáció, valamint az általa létrehozott optikai anizotrópia mintegy „befagyaszttódik”, mely a terhelés megszüntetése, sőt a modell gondos felszeletelése után is változatlan marad. A szeleteket polarizskópba helyezve azok a két-dimenziós fotorugalmasságtan módszerével elemezhetők.

Térbeli modell esetében a tetszőleges megvilágítás irányára merőleges szelet optikai képe az ún. **szekundér főfeszültségekkel** kapcsolatos (ha a megvilágítás iránya főirány, akkor a szekunder főfeszültségek a tényleges főfeszültségeknek felelnek meg). Azaz az izoklin

szögparaméter a szelet síkjához tartozó szekundér főfeszültségek irányát, míg az izokróm mező e két szekundér főfeszültség különbségével arányos mezőt adja. A befagyasztásos módszer technikáját a 13. és 14. ábrák szemléltetik.

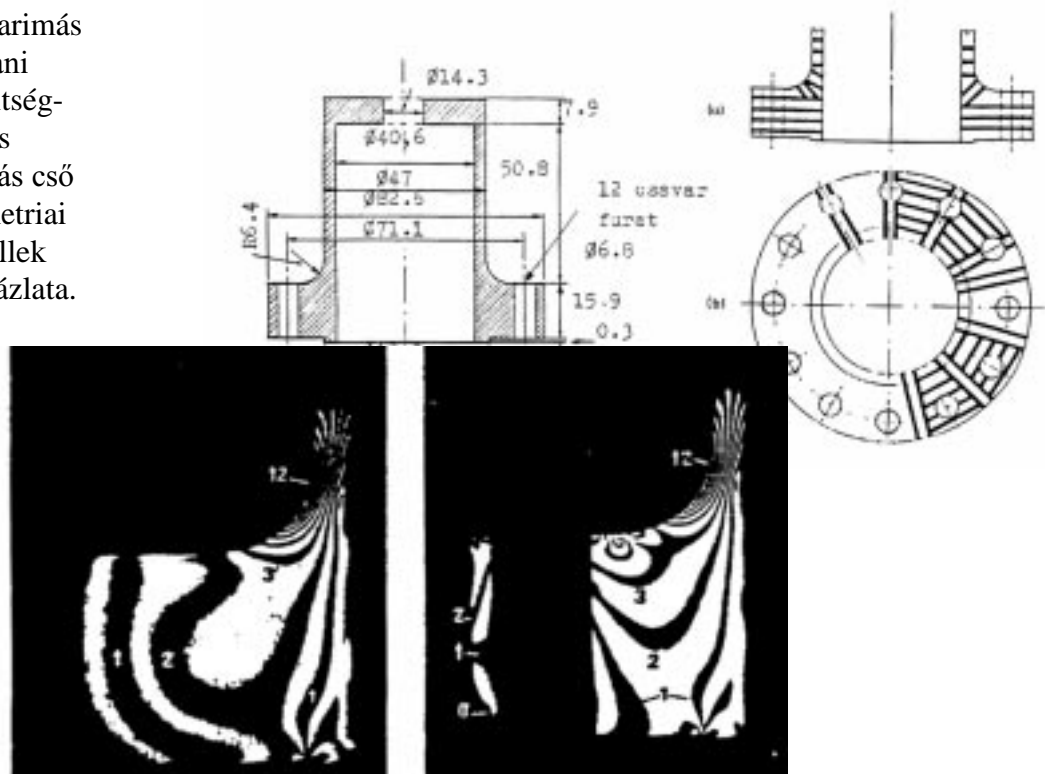


13. ábra.

Feszültség-befagyasztással készült térbeli modellből származó „szelet vizsgálatának” változatai.

- 1 – fénysugár,
- 2 – általános szelet,
- 3,4 - alszelet

14. ábra. Összekötő csavarral és belső nyomással terhelt karimás cső szilárdságtani vizsgálata a feszültség-befagyasztásos módszerrel. Karimás cső modelljének geometriai méretei. A modellek felszeletelésének vázlata.



Két különböző, szimmetria síkot tartalmazó szelet izokróm képe.

A térbeli feszültségállapot megadásához — mint ismeretes — hat skaláris adat kell. A mérési adatokat tartalmazó független egyenletek száma itt is kevesebb, mint hat. A teljes kiértékeléshez a hiányzó egyenleteket a rugalmasságtan valamelyik alapegyenlete szolgáltatja. Gyakran alkalmazzák itt is például az egyensúlyi egyenleteket.

3.11. Fotoképlékenységtan

Bizonyos átlátszó műanyagok a rugalmassági határon túl is mutatnak optikai anizotrópiát. Komoly gond annak megállapítása, hogy az optikai mennyiségek milyen mechanikai mennyiségekkel és milyen módon vannak függvénykapcsolatban. A sok lehetséges eset közül most csak egy változatot mutatunk be.

A polikarbonát (PC) és a polimetil-metakrilát (PMMA vagy plexi) anyag bizonyos körülmények között ugyanúgy alakítható, mint a fémek. Ezért ezekkel az anyagokkal fémek nagy képlékeny alakítása modellezhető. A polikarbonát már szobahőmérsékleten is alakítható, míg a PMMA anyagú modell 50–90 fok Celsius közötti hőmérsékleten. Az ilyen alakításokra az a jellemző, hogy a **nagy maradó alakváltozás** mellett a rugalmas rész jó közelítéssel elhanyagolható. A nagy maradó alakváltozási állapot a terhelés megszűnte, sőt még a térbeli modell gondos felszeletelése után is változatlan marad. A szeletek optikai képe polarizskópban elemezhető.

A mérés itt is az izoklin- és izokróm mezőt szolgáltatja. Az izoklin szögparaméter az **Euler-rendszerben** felírt maradó alakváltozási tenzor szelet síkjához (azaz a megvilágításra merőleges síkhoz) tartozó ún. **szekundér főnyúlások** irányát adja. Az izokróm mező pedig a maradó szekundér főnyúlások különbségével van függvénykapcsolatban. Főtengelyek koordináta-rendszerében az alapösszefüggés így írható fel:

$$\delta_i = K(\varepsilon_j - \varepsilon_k) \quad , \quad (i, j, k = 1, 2, 3; \quad i \neq j, k) \quad (35)$$

ahol δ_i a főirányokhoz tartozó n törésmutatókkal

$$\delta_m = (n_p - n_q), \quad (m, p, q = 1, 2, 3; \quad m \neq p, q) \quad (36)$$

módon kifejezhető egységnyi optikai úthosszra vonatkoztatott retardáció, $(\varepsilon_j - \varepsilon_k)$ pedig az i főirányú megvilágításra merőleges síkhoz tartozó maradó főnyúlások különbsége. A (35)-ös egyenletben a K együttható itt nem állandó. Ez az optikai anizotrópia intenzitásának és a maradó alakváltozás intenzitásának hányadosával fejezhető ki:

$$K = -\frac{2}{3} \frac{I_{op}}{I_D} \quad , \quad (37)$$

ahol

$$I_{op} = \left[\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad , \quad (38)$$

$$I_p = \frac{\sqrt{2}}{3} \left[(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad . \quad (39)$$

Ha a (35) két független egyenletét kiegészítjük a térfogat állandóságát kifejező

$$\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 = 1 \quad (40)$$

egyenlettel, akkor az egyenletrendszerből az egyes maradó főnyúlásokra az alábbi harmadfokú egyenleteket kapjuk:

$$\begin{aligned}
K^2 \vartheta_1^3 + K(\delta_2 - \delta_3) \vartheta_1^2 - \delta_2 \delta_3 \vartheta_1 - K^2 &= 0 \\
K^2 \vartheta_2^3 + K(\delta_3 - \delta_1) \vartheta_2^2 - \delta_3 \delta_1 \vartheta_2 - K^2 &= 0 \\
K^2 \vartheta_3^3 + K(\delta_1 - \delta_2) \vartheta_3^2 - \delta_1 \delta_2 \vartheta_3 - K^2 &= 0 .
\end{aligned} \tag{41}$$

Feltételezve, hogy a modell és a fémalkatrész maradó alakváltozási mezeje azonos, a fémre vonatkozó anyagtörvény alkalmazásával a fémalkatrész alakváltozás utáni maradó feszültségmezeje meghatározható.

3.12 Irodalom

- [1] Max Mark Frocht: Photoelasticity, I., II. John Wiley and Sons, INC, New York, 1949.
- [2] E. G. Coker – L. N. G. Filon — H. T. Jessop: A Treatise on Photo-Elasticity. Cambridge at the University Press 1957.
- [3] L. Föppl – E. Mönch: Praktische Spannungsoptik. Springer-Verlag, Berlin, 1959.
- [4] Helmut Wolf: Spannungsoptik, Springer-Verlag, Berlin, 1961.
- [5] Symposium on Photoelasticity, Ed. M. M. Frocht. Pergamon Press, Oxford, 1963.
- [6] Thamm, F. – Ludvig, Gy. – Huszár, I. – Szántó, I.: A szilárdságtan kísérleti módszerei. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
- [7] A. Djurelli – Y. Rajli: Vvedenie v fotomehaniku (poljarizacionno-opticseskij metod). Izd. "Mir"., Moszkva, 1970.
- [8] Thamm, F. – Ludvig, Gy. – Huszár, I. – Szántó, I.: Dehnungs-Messverfahren. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1971.
- [9] A. Ja. Alekszandrov – M. H. Ahmetzjanov: Poljarizacionno-opticseszkie metodü mehaniki deformiruемого tyela. Iz.: Nauka, Moszkva, 1973.
- [10] A. Kuske – G. Robertson: Photoelastic Stress Analysis, John Wiley and Sons, London, 1974.
- [11] Jan Javornický: Photoplasticity. Académia, Prague, 1974.
- [12] Vlatko Brcic – A. Ajovalasit – M. Tschinke: Photoelasticity in Theory and Practice. Springer-Verlag, Wien, 1974.
- [13] G. L. Heszin: Metod fotouprugoszti, 1,2,3. Moszkva, Sztrojizdat, 1975.
- [14] Aben, H.: Integrated photoelasticity. New York, etc.: McGraw-Hill, 1979.
- [15] New Physical Trends in Experimental Mechanics. Ed. J. T. Pindera. Springer-Verlag, Wien, 1981.
- [16] Static and Dynamic Photoelasticity and Caustics. Recent Developments. Ed. A. Lagarde. Springer-Verlag, New York, 1987.
- [17] S. Nagy: Razrabotka i issledovanie metoda fotoplastichnosti i ego ispolzovanie dlja izuchenija konechnykh deformachii v protsessakh obrabotka metallov davleniem (OMD). Candidate's dissertation, Moscow, 1981.

4. Kausztikák módszere

4.1 Bevezetés

4.1.1 A módszer szilárdságtani alapjai

A műszaki gyakorlatban igen gyakran találkozhatunk szinguláris feszültségmezőt tartalmazó feladattal. Ilyen eset fordul elő például bemetszéseket, repedéseket, zárványokat, stb. hordozó alkatrészeknél. A szinguláris hely környezetének mechanikai állapotjellemzőit analitikus (Muszelisvili és Koloszov-féle komplex változós feszültségfüggvények és konform leképezés, stb.), numerikus (véges elem módszer, stb.) és kísérleti (optikai feszültségvizsgálat, moiré eljárás, stb.) módszerekkel vizsgálhatjuk meg.

Törésmechanikában pl. a felületi repedés tövében, azaz a szinguláris hely környezetében a feszültségkoordinátákat a

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2} A_{In} r^{\left(\frac{n-2}{2}\right)} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2} A_{II n} r^{\left(\frac{n-2}{2}\right)} \begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \quad (1)$$

végtesen sor alakjában lehet előállítani, ahol r a repedés tőltől való távolságot jelenti, a zárójelben pedig sinusos és cosinusos trigonometrikus függvények szerepelnek.

Az $r \rightarrow 0$ határátmenet esetén az $n = 1$ singularitást ad. Ezen szingularitás az

$$A_{I1} = K_I \sqrt{2\pi} \quad \text{és} \quad A_{II2} = K_{II} \sqrt{2\pi} \quad (2)$$

számokkal jellemezhető, ahol K_I és K_{II} az I-es és II-es terhelési módozatokhoz tartozó ún. feszültségintenzitási tényező.

A $z = x+iy$ komplex változójú Westergaard-féle $Z_I = (z)$ komplex feszültség függvénnyel az I. terhelési mód esetén (1. és 2. ábra) a szinguláris hely környezetében a feszültségkoordináták

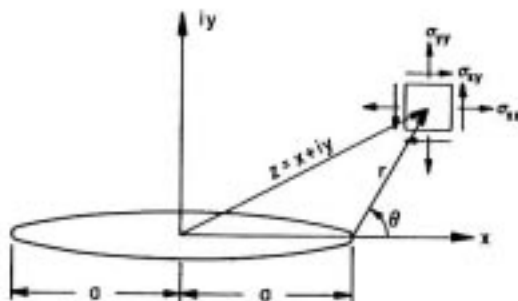
$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \operatorname{Re} Z_I - y \operatorname{Im} Z'_I, \\ \sigma_{yy} &= \operatorname{Re} Z_I + y \operatorname{Im} Z'_I, \\ \sigma_{xy} &= -y \operatorname{Re} Z'_I \end{aligned} \quad (3)$$

módon állíthatók elő, ahol $Z'_I = dZ_I / dz$.

A helyi polár koordinátarendszer r és θ koordinátaival a Z_I komplex feszültségfüggvény

$$Z_I = \frac{f(\rho)}{\sqrt{\rho}} \quad (4)$$

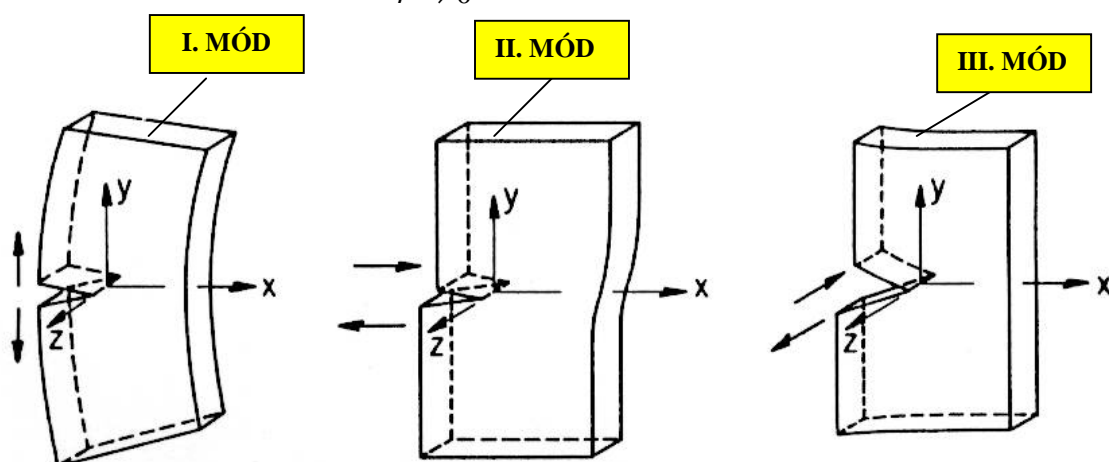
alakban írható, ahol $\rho = re^{i\theta}$.



1. ábra A repedéscsúcs környezetének feszültségviszonyai (jelölések)

Amint a ρ tart a zérushoz, az $f(\rho)$ komplex analitikus függvény a $K_I / \sqrt{2\pi}$ valós állandóhoz tart, ahol K_I az I-es terhelési módhoz tartozó feszültségintenzitási tényező. Definíciói szerint tehát a feszültségintenzitási tényező:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{yy}(r, \theta = 0) \cdot \sqrt{2\pi r} . \quad (5)$$



2. ábra. I., II. és III. terhelési mód definíciója

Ezzel felírhatjuk az I-es terhelési mód esetén a repedéstő környezetében a feszültségmező és elmozdulásmező koordinátáit:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] , \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] , \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} ; \end{aligned} \quad (6)$$

— síkfeszültségi állapotra:

$$u_x = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[\frac{1-\nu}{1+\nu} + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] ,$$

(7)

$$u_y = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[\frac{2}{1+\nu} - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] ,$$

— síkalakváltozási állapotnál:

$$u_x = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2} \right] ,$$

(8)

$$u_y = \frac{K_I}{G} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] ,$$

ahol G a csúsztató rugalmassági modulus, ν a Poisson-féle tényező.

Hasonló módon lehet definiálni a II-es és III-as terhelési módokhoz tartozó K_{II} és K_{III} feszültségintenzitási tényezőket:

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{xy}(r, \theta = 0) \cdot \sqrt{2\pi r} ,$$

(9)

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{yz}(r, \theta = 0) \cdot \sqrt{2\pi r} .$$

(10)

Ezekkel a szinguláris hely környezetében a feszültségkoordináták az alábbi módon írhatók fel:

— II-es terhelési módnál:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \frac{-K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \right] , \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} , \\ \sigma_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right] , \end{aligned}$$

(11)

— III-as terhelési módnál:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} , \\ \sigma_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} , \\ \sigma_{xx} &= \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = 0 . \end{aligned}$$

(12)

Az előzőekből látható, hogy pl. repedés esetén a szinguláris hely közvetlen környezetében a mechanikai állapotjellemzők koordinátáinak számításához ismerni kell a K feszültségintenzitási tényező értékét. Ennek meghatározása analitikus-, numerikus- és kísérleti módszerekkel lehetséges. A kísérleti módszerek közül az utóbbi években rohamosan fejlődik egy optikai módszer, az ún. kausztikák módszere, melynek alkalmazása mind gyakoribbá válik.

4.1.2 A kausztikák módszerének rövid történeti háttere

A kausztikák első tanulmányozói Airy (1838) és Cayley (1857) voltak. Műszaki alkalmazásukra azonban először csak 1961-ben tett javaslatot P. Manogg. Az 1964-ben elkészült disszertációjában a módszert átlátszó anyagok repedés tő feszültségállapotának vizsgálatára, a feszültségintenzitási tényező meghatározására alkalmazta. Később az eljárást P.S. Theocaris, A.J. Rosakis és munkatársaik kiterjesztették nem átlátszó anyagokból készült szerkezeti elemek szinguláris problémáinak elemzésére. J. Beinert, J.F. Kalthoff és H.P. Rossmanith e módszerrel határozták meg a dinamikus feszültségintenzitási tényezőt.

Terhelés során a vizsgálati tárgy előtt vagy mögött árnyékoptikai tér keletkezik, melynek burkoló felületét elmetszve nyerjük az ún. kausztika görbét. A tárgy szinguláris helye környezetének szinguláris feszültségi- és alakváltozási mezeje és a szinguláris optikai képe között számszerűsíthető függvénykapcsolat van. A kapott kausztika görbék geometriai jellemzőiből feladattól függően vagy a feszültségintenzitási tényezőket, vagy a J-integrál értékét, vagy a terhelési paramétereket, stb. tudjuk közvetlen számolni.

4.2 A kísérleti módszer alkalmazása

4.2.1 A kausztikák előállítására szolgáló berendezés, próbatestek megtervezése, összeállítása, legyártása

A Miskolci Egyetem Mechanikai Tanszékén párhuzamos fény-nyalábbal üzemelő berendezést állítottunk össze. Az alkalmazott fényforrás LGK 7654-7 típusú, 10 mW teljesítményű He-Ne lézer fényforrás. A tisztább fény elérése céljából a fény-nyaláb tágítót pinhol-lal szereltük fel. Átmenő fényes üzemmódnál a kausztika görbét matt-üvegen állítottuk elő. Fényvisszaverős-reflexiós-üzemmódnál az optikai képet félig áteresztő tükör segítségével valósítottuk meg.

Mindkét üzemmódhoz CT és hárompontos hajlító próbatestek készültek műanyagból (PMMA, PC) és acélból. A reflexiós vizsgálatokhoz a fém próbatestek vagy csak polírozottak, vagy ezen felül vákuumtechnikai úton vékony arany réteggel bevontak. A fényvisszaverő arany réteg felvitele a Mechanikai Technológiai Tanszéken történt.

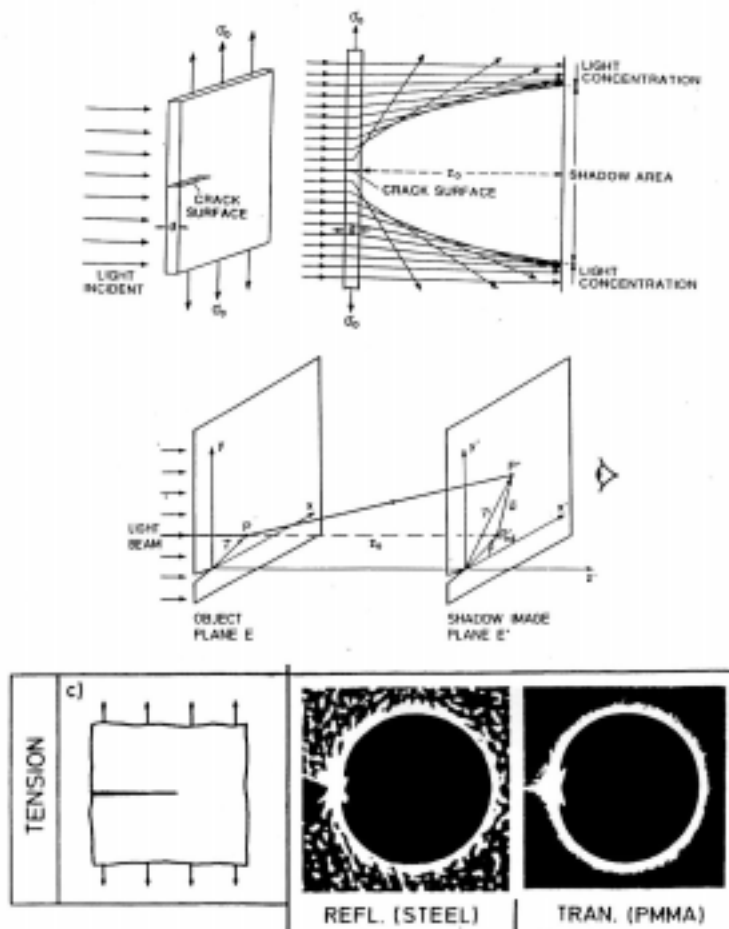
4.2.2 A mérési adat, azaz a kausztika képének rögzítése

A kausztikák, azaz a mérési adat rögzítése kétféle módon valósítható meg, úgymint fényképezéssel és CCD videokamerás felvétellel. Ez utóbbi esetben a Mechanikai Tanszéken kiépített elektro-optikai leképző rendszert alkalmazunk. Ez fekete-fehér CCD kamerából, Matrox Meteor képdigitalizáló rendszerből (frame grabber) és WIN NT operációs rendszerrel ellátott Pentium számítógépből áll. A geometriai méretek hitelesítéséhez vékony üveglapra készített négyzetes hálót használunk.

4.2.3 A kausztikák kiértékelésének mechanikai szempontjai

4.2.3.1 A mérési módszer fizikai alapjai

Legyen a vizsgálat tárgya a párhuzamos, sima felületekkel határolt szinguláris helyet (pl. repedést) tartalmazó, átlátszó, sík próbatest (pl. CT próbatest) (3. ábra). A modellt világítsuk meg síkjára merőleges, párhuzamos monokromatikus fénysugarakkal. Terheletlen próbatesten a párhuzamos fénysugarak elhajlás nélkül mennek át, s a modell után ugyancsak párhuzamosak maradnak, valamint fényintenzitásuk is azonos. Ha a modellt síkjában terheljük, akkor a fénysugarak — különösen a szinguláris hely környezetében — elhajlanak.



3. ábra
A vizsgálat elve,
elrendezése

A próbatest utáni térben a fény intenzitása megváltozik: egyes pontokban nő, máshol csökken, de lesz olyan hely is, ahová nem jut fény. Ezen pontok terét burkoló felület a kausztika felület. E felületet az eredeti párhuzamos fénysugárra merőleges felülettel (képsík) elmetszve kapjuk az ún. kausztika görbét, melyet a legfényesebb pontok alkotnak. A kausztika felületet e kausztika görbe pontjában érintő fénysugarak a próbatest középsíkját az ún. kezdeti görbe pontjaiban metszik. A fénysugár elhajlása két okra vezethető vissza:

- a modell vastagsága megváltozik, a helytől függően (a beesési merőleges mindkét oldalon más lesz)
- a modell anyag optikailag anizotróppá válik, így az n törésmutató is megváltozik.

Mindezek az okok és az ebből következő optikai leképezés matematikailag leírhatók és megfogalmazhatók.

4.2.3.2 Az optikai leképezés általános egyenletei

Terhelés során a tárgysík $P(\vec{r})$ pontja a fényelhajlás miatt jelentkező \vec{w} elmozdulás vektor miatt a képsík $P'(\vec{r})$ pontjába képződik le:

$$\vec{r}' = \vec{r} + \vec{w} . \quad (13)$$

A \vec{w} elmozdulás vektor iránya és nagysága függ a fénysugár által a modellben megtett optikai-úthosszban előálló Δs változástól. Ez a függvénykapcsolat az eikonal elmélet segítségével a

$$\vec{w} = -z_o \text{grad} \Delta s(r, \phi) \quad (14)$$

alakban írható fel.

Az optikai úthosszban jelentkező Δs változás a próbatest d vastagságának és az anyag n törésmutatójának változásával van függvénykapcsolatban:

$$\Delta s = (n - 1) \Delta d_{eff} + d_{eff} \cdot \Delta n . \quad (15)$$

A Δn törésmutató változás a Maxwell-Neumann-féle törvény felhasználásával kapcsolatba hozható a feszültségállapottal:

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_1 &= (n_1 - n) = A\sigma_1 + B(\sigma_2 + \sigma_3) \\ \Delta n_2 &= (n_2 - n) = A\sigma_2 + B(\sigma_1 + \sigma_3) \end{aligned} \right\} , \quad (16)$$

ahol A és B anyagállandók. Optikailag izotróp, nem kettősen törő anyagokra $A = B$ és $\Delta n_1 = \Delta n_2 = \Delta n$. Reflexió üzem mód esetén $A = B = 0$.

A Δd_{eff} vastagság változás pedig az általános Hooke-törvény révén hozható függvénykapcsolatba a feszültségállapottal:

$$\Delta d_{eff} = \left[\frac{1}{E} \sigma_3 - \frac{\nu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) \right] d_{eff} , \quad (17)$$

ahol **síkfeszültségi állapot** esetén $\sigma_3 = 0$, **síkalakváltozási** állapot esetén pedig $\Delta d_{eff} = 0$.

A (16) és (17) egyenletekkel a (15) egyenlet így írható:

$$\Delta s_{1/2} = cd_{eff} \left[(\sigma_1 + \sigma_2) \pm \lambda (\sigma_1 - \sigma_2) \right] , \quad (18)$$

ahol **síkfeszültségi állapotnál**

$$c = \frac{A + B}{2} - \frac{(n - 1)\nu}{E}; \quad \lambda = \frac{A - B}{A + B - 2(n - 1)\nu / E}; \quad (19)$$

síkalakváltozási állapotnál pedig

$$c = \frac{A + B}{2} + \nu B; \quad \lambda = \frac{A - B}{A + B + 2\nu B} . \quad (20)$$

C — árnyékoptikai állandó; λ — anizotrópia együttható.

A (13), (14) és (18) egyenletek írják le a tárgysíknak az árnyékoptikai képsíkra történő leképezését tetszőleges $\sigma_{1,2}(r, \phi)$ feszültségeloszlás esetén.

Az I-es terhelési mód lineárisan rugalmas feszültségkoncentrációs mezőre vonatkozó (6)-os, valamint a (18)-as egyenletekkel a (13)-as és (14)-es leképző egyenletek a következők lesznek:

$$\begin{aligned} x' &= r \cos \phi + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} z_o c d_{eff} r^{-3/2} \cos \frac{3\phi}{2} , \\ y' &= r \sin \phi + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} z_o c d_{eff} r^{-3/2} \sin \frac{3\phi}{2} . \end{aligned} \quad (21)$$

A leképző egyenlet többértékű, szinguláris megoldása szolgáltatja a kausztikát, mely létezésének szükséges és elégséges feltétele a Jakobi-féle determináns eltűnése:

$$\frac{\partial x'}{\partial r} \frac{\partial y'}{\partial \phi} - \frac{\partial x'}{\partial \phi} \frac{\partial y'}{\partial r} = 0 . \quad (22)$$

A (22)-es egyenletet kielégítő $P(r, \phi)$ tárgysík pontok alkotják a tárgysíkon az ún. kezdeti görbét. Ennek egyenlete esetünkben:

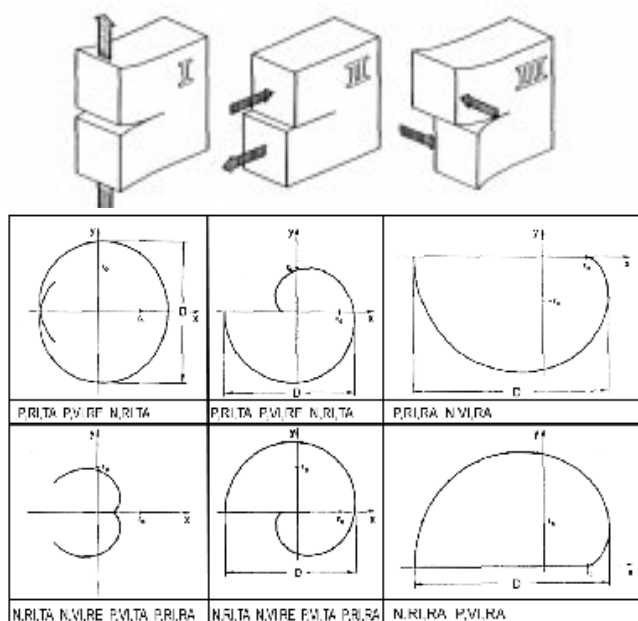
$$r = \left[\frac{3}{2} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi}} |z_o| c d_{eff} \right]^{2/5} \equiv r_o ; \quad (-\pi < \phi < +\pi) . \quad (23)$$

Ez tehát origó középpontú, rögzített (z_o -tól függő) r_o sugarú kör.

A (23)-as egyenletre alkalmazva a (21)-es leképző egyenletet nyerjük a kausztika egyenletét:

$$\begin{aligned} x' &= r_o \left[\cos \phi + \operatorname{sgn}(z_o c) \frac{2}{3} \cos \frac{3\phi}{2} \right] , \\ y' &= r_o \left[\sin \phi + \operatorname{sgn}(z_o c) \frac{2}{3} \sin \frac{3\phi}{2} \right] . \end{aligned} \quad (-\pi < \phi < +\pi) \quad (24)$$

Ez a kausztika görbe általánosított epiciklois (4. ábra).



4. ábra A kausztika görbe általánosított epiciklois alakja különböző terhelési esetekre

A kausztika kvantitatív kiértékelésére a görbe két jellegzetes pontja közötti távolság, például a kausztika görbe legnagyobb D jelű "átmérője" szolgál. Ennek a méretnek a kezdeti görbe r_0 sugarával a következő a kapcsolata:

$$D = 3,17 r_0 \quad . \quad (25)$$

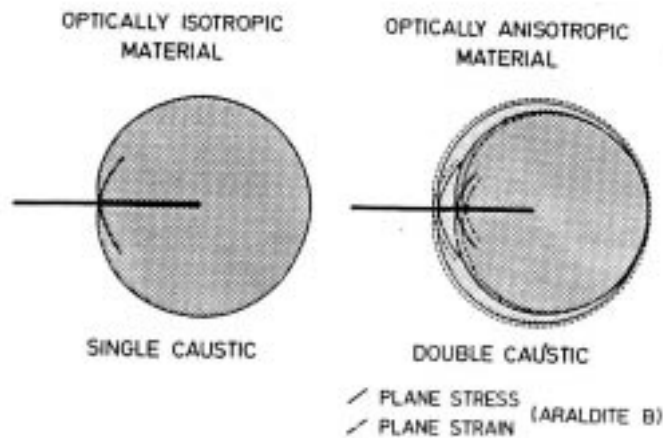
A (23)-as és (25)-ös egyenleteket figyelembe véve kapjuk a feszültségintenzitási tényező számítására vonatkozó összefüggést:

$$K_I = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3(3,17)^{5/2} z_{o,cd}^{eff}} D^{5/2} \quad . \quad (26)$$

Átlátszó, optikailag anizotróp ($\lambda \neq 0$) anyagból készült próbatestnél két kausztika görbét kapunk (5. ábra), melyek mindegyike használható a feszültségintenzitási tényező meghatározására:

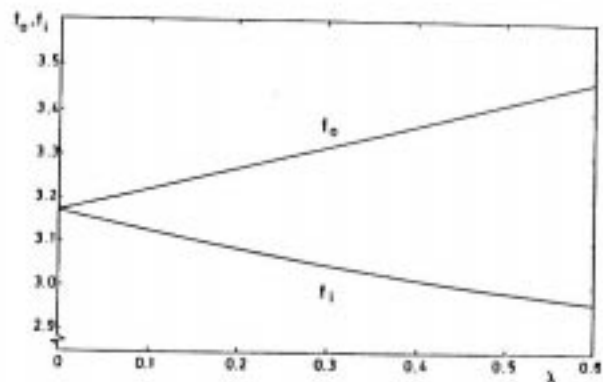
$$K_I = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3 \cdot f_{o,i}^{5/2} z_{o,cd}^{eff}} D_{0,i}^{5/2} \quad , \quad (27)$$

ahol 0 index a külső, i index pedig a belső kausztikára vonatkozik. Az $f_{o,i}$ tényező értéke a λ függvényében a 6. ábrából olvasható le.



5. ábra.
Optikailag izotrop
és anizotrop
anyagok kausztikái

6. ábra. Az $f_{o,i}$ tényezők értékei az
anizotróp anyagok esetén



Hasonló módon vezethetők le a II. és III. terhelési módozatokhoz tartozó összefüggések. A kezdeti görbékre ezeknél is köröket kapunk, melyek r_0 sugara és a kausztika D átmérője között az alábbi kapcsolat áll fenn:

$$\text{Mod. II. : } D = 3,02 \cdot r_o ; \quad \text{Mod. III. : } D = 4,5 r_o . \quad (28)$$

A feszültségintenzitási tényezők pedig a következő képletekkel számíthatók:

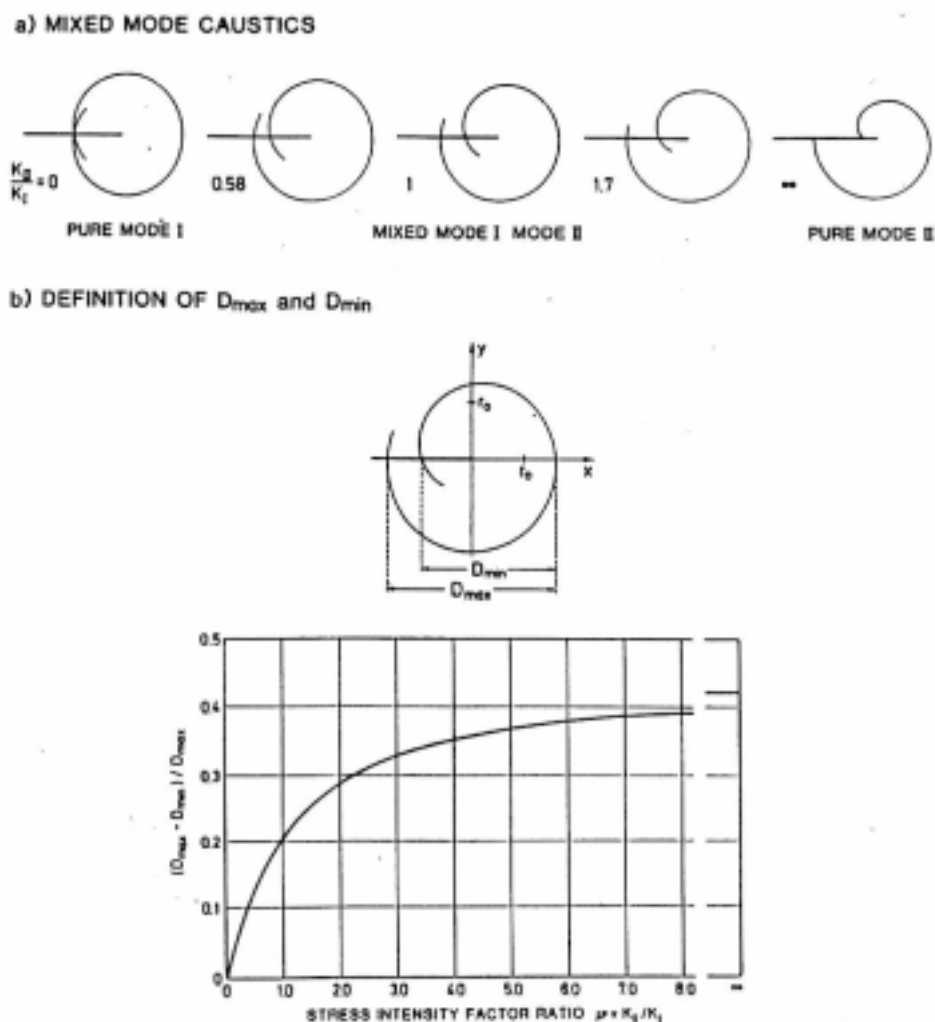
— Mod. II. :

$$K_{II} = \frac{2\sqrt{2\pi}}{3(3,02)^{5/2} z_o^{cd_{eff}}} D^{5/2} , \quad (29)$$

— Mod. III. :

$$K_{III} = \frac{G\sqrt{2\pi}}{(4,5)^{3/2} z_o} D^{3/2} . \quad (30)$$

Van lehetőség arra is, hogy vegyes terhelési módoknál nyert kausztikák adataiból az egyes terhelési módok feszültségintenzitási tényezőjét számíthassuk (7. ábra).



7. ábra A feszültségintenzitási tényező értéke összetett (mixed) terhelési mód esetén

Itt nem térünk ki a kausztikák vizsgálatára a képlékeny alakváltozási állapot és dinamikus terhelés eseteiben.

IRODALOM

- [1] Static and dynamic photoelasticity and caustics. Recent developments. Ed. A. Lagarde. Springer-Verlag, New York. 1987.
- [2] Handbuch für experimentelle Spannungsanalyse. Ed. Christof Rohrbach. VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 1989.
- [3] Dynamic Failure of Materials. Theory, experiments and numerics. Ed. H.P. Rossmannith – A.J. Rosakis. Elsevier Science Publishers LTD, London, 1991.
- [4] Handbook on Experimental Mechanics. Ed. Albert S. Kobayashi. -2nd rev. ed. VCH Publishers, Inc., New York, 1993.
- [5] L. Tóth: Reliability Assessment of Cracked Structural Elements under Cyclic Loading in "*Handbook of Fatigue Crack Propagation in Metallic Structures*" Ed. by A.Carpinteri, ELSEVIER, 1994. Vol. II. pp.1643-1683.