

# **KÍSÉRLETI ÉS NUMERIKUS FESZÜLTSGANALÍZIS**

**TÖRÉSMECHANIKAI PÉLDATÁR**

**GUY PLUVINAGE**

Metzi Egyetem

**TÓTH LÁSZLÓ**

Miskolci Egyetem, Bay Zoltán Intézet

**Készült: a TEMPUS S\_JEP\_11271 projekt támogatásával**

Miskolc

- 1999 -

Kiadja a Miskolci Egyetem

A kiadásért felelős: *Dr. Tóth László*

Műszaki szerkesztő: *Dr. Tóth László*

Példányszám: 40

Készült Colitó fóliáról az MSZ 5601-59 és 5602-55 szabványok szerint

Miskolci Egyetem Sokszorosító Üzeme

A sokszorosításért felelős: *Kovács Tiborné*

TB. - '99- - ME

A levonat sokszorosításba leadva: 1999. augusztus 1.

## ELŐSZÓ

Minden történelmi korszak fejlődésének megvan a maga hajtóereje. Míg a XIX. században a tudomány előrehaladását egyértelműen a vasúti közlekedés robbanásszerű elterjedése hatotta át (évente átlagosan 10.000 km hosszágban építettek új vasútvonalakat), addig jelen korunkban a mikroelektronika adta lehetőségek szőtték át a mindennapjainkat, így a műszaki életünket is, szolgáltatva annak fejlődéséhez szükséges hajtóerőt. E két periódus fejlődésének sajátosságai természetesen megmutatkoztak a társadalmi struktúra formálódásában is. Az elmúlt században kialakult a nagyüzemi munkásság, megvalósult a tőke koncentrációja és létrejött a reál - dominánsan a műszaki - tudomány művelőinek népes tábora. Ez utóbbiak kivívták maguknak a széles társadalmi elismertséget, hisz tevékenységük közvetlenül hozzájárult a társadalom látható fejlődéséhez. Napjaink sajátossága az *információs társadalom* kialakulása, amelyben a mikroelektronikai elemek fejlődése átszövi a mindennapi életünk, tevékenységünk lehetőségeit. A műszaki életben ez többek között a számítástechnika robbanásszerű elterjedését, a diagnosztikai vizsgálatok eszközparkjának átalakulását, az anyagok viselkedésének, tulajdonságainak mélyebb megismerését szolgáló anyagvizsgálati módszerek, eszközök létrejöttét eredményezték. A fejlődés ütemét jól tükrözi az, hogy mindez az utóbbi 20 évben következett be (pl. a számítógépek mikroprocesszorainak műveleti sebessége 1978-1998 periódusban 3 nagyságrendet változott!).

A nagy értékű műszaki létesítményeket, szerkezeteket (hidakat, erőműveket, gáz-olajfeldolgozó rendszereket, vegyipari üzemeket, tranzit energiaszállító vezetékeket, repülőgépeket, hajókat, stb.) 15-50 éves üzemeltetésre tervezik az adott periódusban érvényben levő szabványok, műszaki irányelvek figyelembevételével. Ezekben pedig az azt megelőző néhány év ismeretszintje, technológiai színvonala testesedik meg. A mikroelektronika által diktált fejlődési ütem lehetővé teszi azt, hogy a nagy értékű szerkezetek, létesítmények üzemeltethetőségi feltételeit, maradék élettartamát egyre nagyobb megbízhatósággal becsüljük, azaz integritását egyre kisebb kockázattal ítéljük meg.

Az előzőkből adódóan kialakult egy új, diszciplína, a „*szerkezetek integritása*”, vagy „*szerkezetintegritás*” fogalma és létrejött intézményrendszere szerte a világon. A döntően mérnöki ismereteket integráló tudományterület feladata annak eldöntése, hogy egy adott szerkezet, létesítmény milyen feltételek mellett üzemeltethető a továbbiakban, ill. mennyi a maradék élettartama és ez milyen módon menedzselhető. Ahhoz, hogy a szerkezet állapotát a lehető legnagyobb biztonsággal felmérhessük - ebből adódóan a további üzemeltethetőség feltételeit a legkisebb kockázattal megbecsüljük - elengedhetetlen az, hogy

- *diagnosztikai vizsgálatokkal felmérjük a szerkezet állapotát,*
- *tisztázzuk a valóságos üzemi körülményekre jellemző mechanikai állapotot,*
- *megítéljük a beépített anyagok károsodásának folyamatát és mértékét az adott üzemeltetési feltételek mellett.*

Nyilvánvaló egyrészt az, hogy az előzőekben említett három fő terület (méréstechnika - mechanika - anyag) egyforma jelentőséggel bír a szerkezet integritásának megítélésében és bármelyik terület elhanyagolása, súlyának csökkentése hibás döntéshez, esetleg katasztrófához vezethet. Nyilvánvaló másrészt az, hogy minden műszaki döntésben, így az üzemeltethetőség feltételeinek megítélésében is, bizonyos kockázat rejlik, hisz a tudomány adott szintjét hasznosítjuk és a rendelkezésre álló eszközpark maga is az adott kor színvonalát képviseli. Ebből

adódóan mérlegelni kell az esetleges hibás döntés műszaki, jogi, közgazdasági és környezetvédelmi következményeit. Ezek együttes figyelembevételével viszont már kialakíthatók az ésszerű kockázatvállalás feltételei.

A szerkezetintegritás tehát egy igen komplex terület. Akik ezt művelik azoknak képesnek kell lenniük arra, hogy az üzemeltesíthetőséggel kapcsolatos problémákat teljes körűen átlássák, kiemeljék a meghatározó paramétereket, kérdéscsoportokat és alkalmasak legyenek arra, hogy az érintett tudományterületek szakembereivel érdemben szakmailag konzultálni tudjanak.

A szerkezetek integritásának, reális állapotának, maradék élettartamának megítélése mind az üzemeltetők, mind pedig a biztosítótársaságok alapvető érdeke. Az üzemeltető szempontjából a tudatos tervezés, fejlesztés megkerülhetetlen sarokpontja az üzemben levő készülékek műszaki állapota, biztonsága; a szükséges biztosítás tekintetében pedig az ésszerű kockázatvállalás, biztosítási összeg alapeleme a reális állapot ismerete. Ezek jelentőségét mérlegelve támogatta az Európai Unió a TEMPUS program keretében a „*Teaching and Education in Structural Integrity in Hungary*” címmel összeállított pályázatot, amelynek fő célkitűzése ezen új diszciplína meghonosításán kívül egyrészt a szerkezetintegritás oktatási anyagainak kidolgozása, másrészt a **Szerkezetintegritás - Biztosítási Mérnök Szakmérnöki Szak** beindítása. A négy hazai intézmény - Miskolci Egyetem, Budapesti Műszaki Egyetem, Kossuth Lajos Tudományegyetem Műszaki Kara és a Széchenyi István Műszaki Főiskola szakembereinek bevonásával elérendő célok megvalósítását nagyban segítették a következő külföldi partnereink:

- Prof. T. Varga, Bécsi Műszaki Egyetem
- Prof. H. P. Rossmanith, Bécsi Műszaki Egyetem
- Dr. J. Blauel, Fraunhofer Institut für Werkstoffmechanik
- Prof. S. Reale, Università Degli Studi di Firenze
- Prof. G. Pluvinage, University of Metz, e füzet egyik szerzője
- Dr. S. Crutzen, Joint Research Centre, European Commission

Miskolc, 1999. augusztus 1.

**Tóth László**

egyetemi tanár  
a projekt koordinátora

## TARTALOMJEGYZÉK

Előszó	1
Bevezetés	4
1. A törésmechanika alapelvei	6
1.1 Bevezetés	6
1.2 A bemetszés hatása a törési feszültségre	7
1.3 A rugalmas feszültség eloszlása a repedés csúcsánál	9
1.4. A feszültségintenzitási tényező kritikus értéke, törési szívósság	10
1.5. A rugalmas energia-felszabadulás	11
1.6. A repedést megindító szétnyílás	14
1.7. A J-integrál	16
1.8. Összefoglalás	19
2. A LRTM alkalmazása a szerkezetek megbízhatóságának becslésére	20
2.1 A feszültségintenzitási tényező és a globális feszültség kapcsolata.	20
2.2. Furatból kiinduló repedések	22
2.3. Sarokrepedések furatokban	23
2.5. Repedések hegesztett kötésekben	25
2.6. „Lyukadás törés előtt” kritérium	25
2.7. Összefoglalás, következtetések	27
2.8. Számpélda	27
3. A repedések veszélyességének megítélése a repedéskinyílás (COD) alapján	32
3.1 A repedéskinyílás mérése	32
3.2 A $\delta_c$ tervezési görbe	34
3.3 A megengedhető repedésméret meghatározása a tervezési görbék alkalmazásával	40
3.4 A megengedhető repedésméret meghatározása a hegesztés utáni maradó feszültségek figyelembevételével	43
4. A J-integrál modellje	47
4.1 A J-integrál fogalma	47
4.2. A J-integrál mint energetikai paraméter	48
4.3. Az $\eta_{el}$ és $\eta_{pl}$ számítása	49
4.4. Tervezési görbe a J-integrál alapján	50
4.5. A maradó feszültségek szerepe	53
4.6. Összefoglalás	53
4.7. – 4.8. Számpéldák	53
5. Hibabecslési diagramok	61
5.1 A lineárisan rugalmas törésmechanika kiterjesztése	61
5.2. A hibabecslési diagramok elve	62
5.3. Az IRWIN, DUGDALE és a NEWMANN által javasolt hibabecslési határ diagramok	64
5.4. Az R6 hibabecslési határ diagram	65
5.5. Az A16 hibabecslési diagram	66
5.6. Összefoglalás	69
5.7. – 5.10. Számpéldák	71
6. Törésmechanikai feladatok (kidolgozott számpéldák 1-37. példa)	91

## Bevezetés

A berendezések, szerkezetek, gépalkatrészek jelentős részét ma is folyáshatárra méretezik. Az anyag és energiatakarékosság, a szerkezetekkel szemben támasztott egyre növekvő követelmények arra késztetik a tervezőket és gyártókat, hogy az észszerű kockázat vállaláson belül növeljék a terhelhetőséget. Más megfogalmazásban ez azt jelenti, hogy csökkentik a biztonsági tényező értékét, amely a tervezés, a gyártás és az üzemeltetés során jelentkező, és a tervezéskor figyelembe nem vehető kedvezőtlen hatások ellensúlyozását szolgálja. Ennek érzékeltetésére tekintsük át az egyes területeken jelentkező problémákat.

A tervezéskor bizonytalanságot jelent a szerkezet tényleges mechanikai állapota és a számításhoz felhasznált modell közötti eltérés. Ez a hiba egyszerű szerkezeti kialakítások esetében nem jelentős, de a bonyolultabb részek, keresztmetszet változások, elágazások, nyomástartó edények csőcsonkjai esetében, stb. már számottevő; a ma használatos alak- és formatényezőkkal csak pontatlanul közelíthető.

A feszültségi és alakváltozási állapot tisztázatlanságán kívül bizonytalanságot jelent az anyag, ill. a használatos anyagjellemzők pontos ismeretének hiánya. Általánosan használt az anyagminőséghez kötődő legkisebb folyáshatár alkalmazása, amelynél a beépített anyag folyáshatára általában nagyobb. Ugyanakkor ez a megközelítés nem veszi figyelembe a ma még szükségszerűen meglevő, megengedett anyagfolytonossági hibákat.

A tervezéskor nem, vagy csak korlátozottan lehet figyelembe venni bizonyos, gyártás közben jelentkező hatásokat. Nevezetesen a technológiai művelet közben keletkező, de még megengedhető hibákat, pl. hegesztett kötések hibái, ill. a megmunkálás következtében létrejövő maradó feszültségeket.

A normál üzemeltetés során is adódnak olyan járulékos terhelések, amelyek a tervezéskor fel sem merültek, ill. vannak olyanok, amelyek a tervező számára ismertek, de számszerűsítésük nehézkes és így nehezen vehetők figyelembe. Példaként említhetők a hőmérsékletváltozásokból, a szellőzésekből, az indítási és leállási folyamatok tranzienstársaiból, stb. származó járulékos terhelések.

Az előzők alapján egyértelmű, hogy a folyáshatárra végzett helyes méretezés mellett is számolni kell a szerkezeti elemek, alkatrészek egyes helyeinek túlterhelésével, amelyek a szívós anyagok képlékeny alakváltozását okozza. Ez a hatás egyszeri, statikus terhelés esetén a feszültségcsúcsok leépülését, a feszültségek átrendeződését, és ezeken keresztül a teherbíró-képesség növekedését eredményezheti. Ezt a lehetséges kedvező hatást a mai konstruktőrök tudatosan ki is használják. Abban az esetben, ha a kedvezőtlen hatások többször ismétlődnek, a feszültséggyűjtő helyeken a képlékeny alakváltozások is ismétlődnek, ami végül is viszonylag kis számú igénybevétel után repedések kialakulásához, majd töréshez vezethet. Ezért kell foglalkozni a folyáshatár körüli ismétlődő igénybevétellel terhelt szerkezeti elemek, alkatrészek méretezési, ellenőrzési kérdéseivel is.

Jelen *Törésmechanikai példatár* c. füzet alapvető célja az, hogy rámutasson a folytonossági hiányokat tartalmazó szerkezetek, szerkezeti elemek biztonságának becslésére alkalmas lehetőségekre, a törésmechanika gyakorlati alkalmazhatóságára,

annak elfogadott módszereire. Mint általában a számításokon nyugvó mérnöki eljárások, a törésmechanika is modelleket tételez fel, ezek alapján bizonyos mennyiségek kiszámíthatók és a kapott eredményeket valamilyen anyagjellemzővel kell összehasonlítani és ennek alapján lehet állásfoglalást tenni a vizsgált szerkezet, szerkezeti elem biztonsága tekintetében.

A modellek közül a legegyszerűbb a *lineárisan rugalmas törésmechanika* (LRTM), amely feltételezi, hogy a repedés csúcsának közvetlen környezetében is az anyag ideálisan rugalmas, azaz az alakváltozások és a feszültségek kapcsolatát a Hooke törvény írja le. Azt tudjuk, hogy e feltételezés semmiképpen nem igaz atomi méretekben még a legridegebb anyagoknál sem, mégis a LRTM elvei igen sok esetben nagyon jó közelítéssel alkalmazhatók, mivel a repedéscsúcsban kialakuló képlékeny zóna, képlékeny ék mérete a rugalmasan alakváltozott térfogathoz képest nagyságrendekkel kisebb. Ebből adódóan a szerkezeti elem törési folyamatára a repedéscsúcsban, a képlékeny zónában elnyelődő energia nincs jelentős hatással. Mivel az alakváltozások és a feszültségek kapcsolata ekkor lineáris, érvényes a *szuperpozíció* elve is, ami lehetővé teszi azt, hogy csupán ún. alapeladatokat kell megoldani és ezek szuperpozíciójával tetszőleges gyakorlati feladatok megoldása állítható elő. A modellben nem szerepel energiaelnyelő elem (képlékeny alakváltozás), következésképpen a szerkezeti elemre jutó terhelés rugalmas energiában halmozódik fel mindaddig, amíg a repedés meg nem indul. Ekkor instabilan terjed, azaz katasztrofális törés következik be. Ebből adódóan ezen modellnek két igen lényeges következménye van: az egyik az, hogy e modell alkalmazása adja a legbiztonságosabb becslést a szerkezeti elem üzemeltethetősége szempontjából, a másik pedig az, hogy nincs mérethatás. Úgy is fogalmazhatunk, hogy ha a szerkezeti elembe talált repedésszerű hiba a LRTM elvei szerint nem veszélyes, akkor további ellenőrzésre nincs szükség.

A LRTM modellek további finomítása azáltal érhető el, hogy a repedéscsúcs környezetének kisebb-nagyobb környezetére kiterjedő képlékeny alakváltozást, mint energia elnyelő helyet is figyelembe veszik. Ekkor a szerkezet terheléséből adódó energia megoszlik egyrészt a rugalmas energiaként halmozódik fel a szerkezetben, másrészt a repedéscsúcs környezetében képlékeny alakváltozás formájában elnyelődik, harmadrészt pedig a repedés stabil terjedését idézheti elő. Mivel ebben az esetben az alakváltozások és feszültségek kapcsolata nem lineáris, a szuperpozíció sem érvényes, ill. mérethatásokkal is számolni kell.

E füzetben egyrészt áttekintésre kerülnek röviden a törésmechanika elvei, majd ezek gyakorlati alkalmazhatóságát tükröző számpéldák, amelyek egy részének megoldását is ismertetjük. A további gyakorlat megszerzését számos feladat megfogalmazásával kívánjuk segíteni.

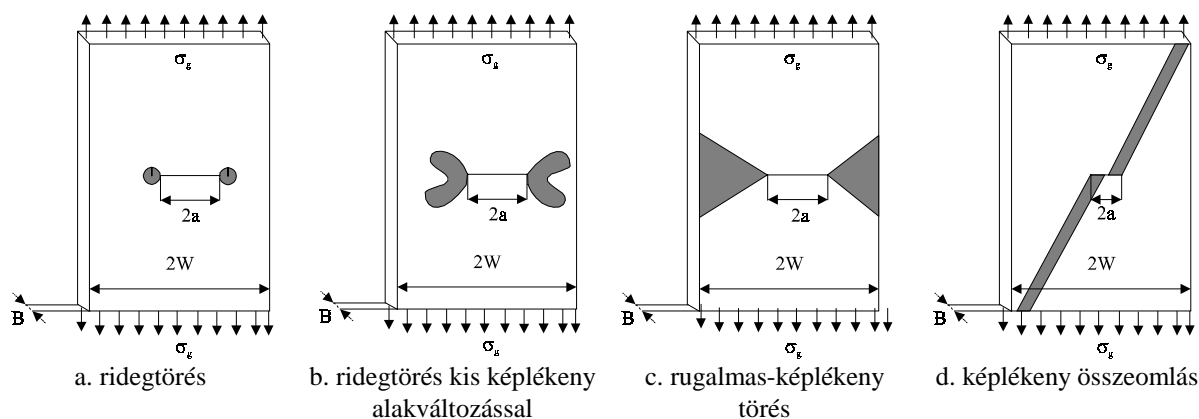
Tudván, hogy magyar nyelven ez az első feladat-gyűjtemény, bizonyára e füzetnek meglesznek a maga hiányosságai és a jövőben számos területen kiegészítésre, szorul. Ezt nagyban segítené az, ha a Tisztelt Olvasók észrevételeiket, javaslataikat a szerzőknek vagy a projekt vezetőjének eljuttatnák. A TEMPUS program nyújtotta támogatás lehető legjobb kihasználása érdekében az elkészült tananyagokat INTERNET-en is közreadjuk (<http://www.bzlogi.hu/tempus.html>) annak érdekében, hogy a szerkezetintegritás diszciplínája hazánkban minél gyorsabban és minél szélesebb körben elfogadásra és elterjedésre találjon.

## 1. A törésmechanika alapelvei

### 1.1. Bevezetés

A törésmechanikából elhangzó előadások döntő hányada alapvetően a **lineárisan rugalmas törésmechanikai (LRTM)** elvekre szorítkozik és csupán néhány kiegészítő fejezet foglalkozik a **rugalmas-képlékeny törésmechanika (RKTM)** bemutatásával. Ezek többnyire a J-integrál kapcsán térnek ki a kismértékű rugalmas-képlékeny alakváltozások figyelembevételének lehetőségeire és módszereire, noha az RKTM alkalmazása számottevően több törési kritérium megfogalmazását is lehetővé teszi. Erre nézve bőségesen találhatunk útmutatásokat a füzet végén található irodalomjegyzékben.

A törési kritériumok megfogalmazásában a legnagyobb problémát az jelenti, hogy közöttük nincs olyan rendezőelv, amelyre nézve a létező, irodalomban fellelhető kritériumokat egységesen fel lehetne fűzni. Ebből adódóan feltétlenül szükség lenne egy olyan rendszerre, amely összefoglalóan visszaadná az 1. ábrán látható törési esetekre vonatkozó kritériumok mindegyikét a lehetséges *feszültségi, alakváltozási vagy energia kritériumokra* alapozva.



1. ábra. A törés lehetséges típusai

A RKTM elvileg lehetséges kritériumairól ad áttekintést az 1. Táblázat.

1. táblázat A Rugalmas-képlékeny törésmechanika lehetséges törési kritériumai

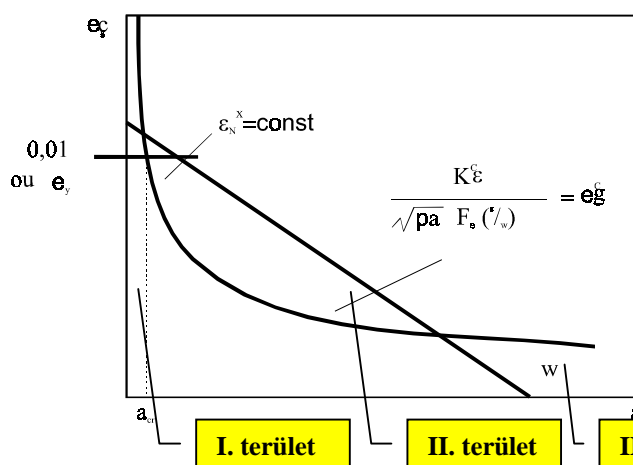
Kritérium típusa		
Lokális feszültségi	Lokális alakváltozási	Lokális energia
Globális feszültségi	Globális alakváltozási	Globális energia
	Interpolációs kritérium	



Az elvileg lehetséges hét fő kategória összesen 30 törési kritériumot foglal magába. Mindezek mellett a következő két igen lényeges szempontot hangsúlyozni kell:

- A RKTМ elvei akkor alkalmazhatók, ha a repedés nem nagyon hosszú, vagy nem nagyon rövid. Általánosan a meglevő kritériumok mellett *rövid repedések* esetén szükség van egy szakítószilárdsági jellemzőre és *hosszú repedéseknél* egy stabilitási kritériumra.
- A RKTМ úgy is tekinthető, mint a lineárisan rugalmas törésmechanika (LRTМ) olyan alsó határa, amely a bemetszések hatását is leírja, azaz a legélesebb bemetszést is (a repedést) és a legrosszabb esetet (a rideg törést) is.

Ezt a két szélső esetet is figyelembe veszi a 2. ábrán feltüntetett FEDDERSEN- féle diagram ahol a függőleges tengelyen a globális alakváltozás a vízszintes tengelyen pedig a relatív repedéshossz szerepel.



2. ábra. A FEDDERSEN diagram

**I. terület:** rövid repedések, szakítószilárdsági kritérium

**II. terület:** törésmechanikai elvek

**III. terület:** hosszú repedések, stabilitási kritérium

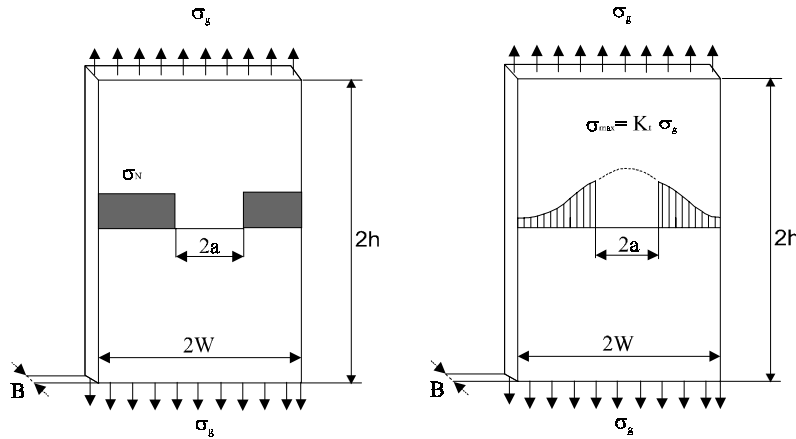
Az I. tartományon belül a LRTМ által meghatározott globális törési feszültség (alakváltozás) lényegesen nagyobb, mint a tényleges, a szakítószilárdság (adott repedést tartalmazó próbatest szakítószilárdsága, amely feltételeken a repedés relatív – a próbatest repedésirányú méretéhez viszonyítva- hosszának növekedésével lineárisan csökken), a II. területen a törésmechanikai elvek alkalmazhatók, ahol a tényleges törési feszültség a szakítószilárdság alatt van.

## 1.2. A bemetszés hatása a törési feszültségre

Tekintsük a 3. ábrán látható  $2W$  szélességű,  $B$  vastagságú és  $2a$  hosszúságú bemetszést tartalmazó lemezt, amelyet  $P$  nagyságú húzóerő terhel.

Ekkor a következő feszültségek definiálhatók:

- globális feszültség,  $\sigma_g$
- névleges feszültség,  $\sigma_N$
- maximum feszültség,  $\sigma_{\max}$ .



3. ábra. A globális, névleges és lokális feszültségek definíciója

A globális feszültség a

$$\sigma_g = \frac{P}{2WB} \quad (1)$$

a névleges feszültség a

$$\sigma_N = \frac{P}{2(W-a)B} \quad (2)$$

és a maximális feszültség a

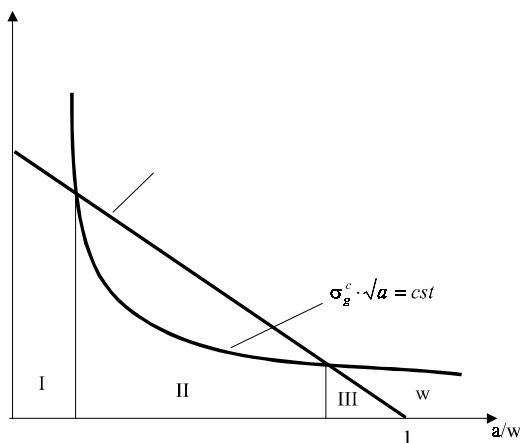
$$\sigma_{\max.} = k_t \cdot \sigma_g \quad (3)$$

kifejezéssel definiálható, ahol

$$k_t = \frac{\sigma_{\max.}}{\sigma_g} \quad (4)$$

a feszültséggyűjtési tényező (rugalmasságtani elvek alapján számítva.)

A bemetszés hatásának a globális törési feszültségre gyakorolt hatása jól követhető a FEDDERSEN diagramon ha a függőleges tengelyen a kritikus globális feszültséget  $\sigma_g$  ábrázoljuk a relatív repedéshossz  $a/W$  függvényében.



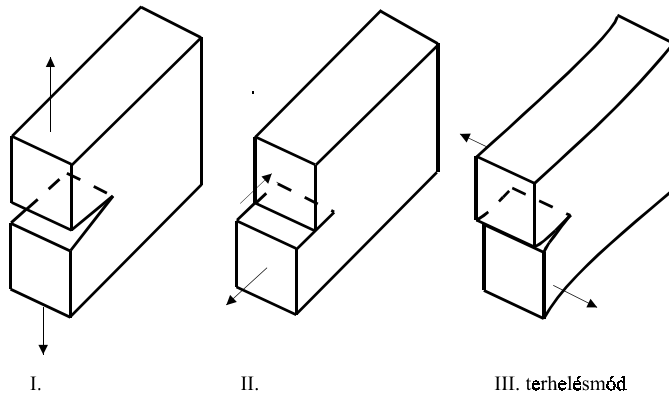
4. ábra. A bemetszett próba globális törési feszültsége a FEDDERSON diagram alapján

Ha a próbatest csak egyetlen egy bemetszést tartalmaz, akkor a bemetszés hosszától függően a törés csupán a II. tartományban játszódik le a törésmechanikai elveknek megfelelően, azaz a Griffith-féle egyenletnek,  $\sigma_g^c \sqrt{a} = \text{const.}$  megfelelően.

### 1.3. A rugalmas feszültség eloszlása a repedés csúcsának környezetében

#### 1.3.1. Terhelési módok

Amennyiben a repedés csúcs közvetlen környezetében érvényesnek tekinthetők a rugalmasságtan egyenletei, úgy érvényes a szuperpozíció elve is, azaz csupán alapeladatokat kell megoldani és az összetett esetek előállíthatók a részesetek szuperpozícióiból. Ennek megfelelően a repedés síkja és a terhelés iránya három alapvető terhelési állapotot határozhat meg, amelyet az 5. ábra szemléltet.



5. ábra. Terhelési mód alapesetei.

- I. terhelésmód - hasadás
- II. terhelésmód - nyírás
- III. terhelésmód - vágás (csavarás)

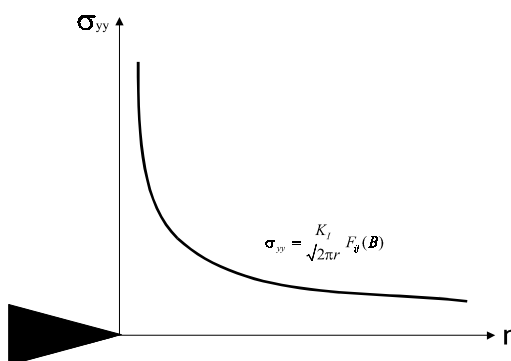
Az I. terhelési mód fordul elő a gyakorlatban pl. fa hasításánál, a II. terhelésmód esztergálásnál, forgácsleválasztásnál, a III. mód pedig ollóval végzett vágás során. Ezek szuperpozíciójával minden gyakorlati igénybevétel előállítható.

#### 1.3.2. Feszültségeloszlás a repedés csúcs környezetében

A repedés csúcs közvetlen környezetében kialakuló feszültségek számítása a szilárdságtan egyik központi feladata volt e század első felében. Erre nézve részletes ismertetéssel találkozhatunk pl. a TEMPUS projekt keretében készített történeti összeállításban is<sup>1</sup>. A feszültségi tenzor elemei a következő alakban írható:

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{r}} f_{ij}(\Theta) \quad \text{ha } r \Rightarrow 0 \quad (5)$$

ahol a  $K_I$  az I. terhelési módra jellemző feszültségintenzitási tényező. Látható, hogy a repedés csúcsban ébredő feszültségeknek  $1/\sqrt{r}$  alakú szingularitásuk van, mint ahogy azt a 6. ábra szemlélteti.



6. ábra. A rugalmas feszültségek eloszlása a repedés csúcs közvetlen környezetében

<sup>1</sup> Toth L., Rossmanith P.: A TÖRÉSMECHANIKA ÉS AZ ANYAGVIZSGÁLAT TÖRTÉNETE.

A feszültségek eloszlása a repedéscsúcs közvetlen környezetében az **I. terhelésmód** esetén:

$$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (6.a)$$

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (6.b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] \quad (6.c)$$

A feszültségek eloszlása a repedéscsúcs közvetlen környezetében az **II. terhelésmód** esetén:

$$\sigma_{yy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (7.a)$$

$$\sigma_{xx} = -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 - \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (7.b)$$

$$\sigma_{xy} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left[ \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right] \quad (7.c)$$

A feszültségek eloszlása a repedéscsúcs közvetlen környezetében az **III. terhelésmód** esetén:

$$\sigma_{yz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (8.a)$$

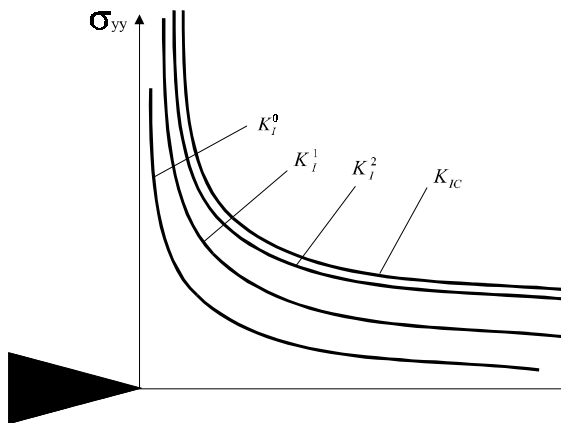
$$\sigma_{xz} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (8.b)$$

#### 1.4. A feszültségintenzitási tényező kritikus értéke, törési szívósság

Adott hosszúságú repedést tartalmazó próbatestet fokozatosan növekvő erővel terhelve a repedéscsúcs környezetében ébredő feszültségintenzitási tényező is növekszik (lásd a 7. ábrát:  $K_I^0$ ,  $K_I^1$ ,  $K_I^2$ ), mindaddig, amíg el nem ér egy **kritikus** értéket ( $K_{IC}$ ) amelyet a szakirodalom  **$K_{IC}$** -vel jelöl. Ez anyagjellemző, amely függ az anyagtól és a vizsgálat külső körülményeitől (hőmérséklet és terhelési sebesség). A

$$K = K_{IC} \quad (9)$$

feltétel tehát lehetővé teszi az anyag rideg repedésterjedéssel szembeni ellenállásának, a törési szívósságnak a kísérleti meghatározását. Tekintettel arra, hogy a feszültségintenzitási tényező *invariáns mennyiség*, azaz ugyanazon értéke előállítható a legkülönbözőbb próbatesteken, a legkülönbözőbb terhelési és repedés hossz konfigurációkon, a kísérletileg meghatározott törési szívósság, mint anyagi jellemző minden korlátozás nélkül átvihető az ugyanolyan anyagból készült, a vizsgálat feltételeivel egyező (hőmérséklet és terhelési sebesség) körülmények között üzemelő szerkezetek biztonságának megítélésére. Egyetlen feltételt azonban ki kell elégítenie a szerkezetnek is: a repedéscsúcsban a kritikus állapotot közvetlenül megelőző pillanatban is érvényesnek kell lennie a rugalmasságtan feltételeinek!



7. ábra. A repedéscsúcsban növekvő terhelés mellett ébredő feszültségintenzitási tényező:  $K_I^0$ ,  $K_I^1$ ,  $K_I^2$ ,  $K_I^3$ ,  $K_I^4$ , amely eléri a kritikus értéket, az anyag repedésterjedéssel szembeni ellenállását, a törési szívósságot, a  $K_{IC}$ -t

### 1.5. A rugalmas energiaszabadulás

A Griffith elmélet kimondja, hogy a repedéshossz egységnyi,  $da$  megnövekedéséhez szükséges energiát a repedést tartalmazó testben felhalmozott energia biztosítja. Egységnyi vastagságú lemez esetén ez a következő formában írható:

$$\frac{d}{da}(U_{el} - U + U_s) = 0 \quad (10)$$

ahol:  $U_{el}$  – a lemezben tárolt rugalmas energia,

$U$  – a külső terhelés által végzett munka (a befektetett energia),

$U_s$  – a repedésnövekedéshez szükséges energia (új repedésfelületek létrehozásához szükséges energia)

A (10) kifejezést átrendezve

$$\frac{d}{da}(U - U_{el}) = \frac{dU_s}{da} \quad (11)$$

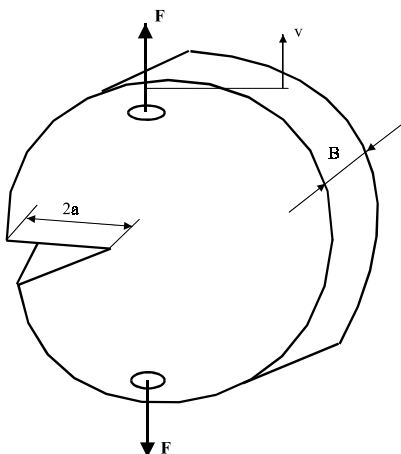
A baloldal értékét „energia felszabadulási sebesség” vagy „repedés terjesztési erő” névvel szokták illetni, jele  $G$ , amelyet George R. Irwin vezetett be Griffith tiszteletére, azaz

$$\frac{d}{da}(U - U_{el}) = G \quad (12)$$

A (10) kifejezés jobboldala az anyag repedésterjedéssel szembeni ellenállását fejezi ki, azaz

$$R = \frac{dU_s}{da} \quad (13)$$

Tekintsünk egy  $B$  vastagságú lemezt, amelyet  $P$  erő terhel (8. ábra). A terhelés hatására a terhelés hatásvonalában levő pont elmozdul, jelölje ezt  $d$ .



8. ábra. A test energiaállapotának változása repedésterjedés hatására

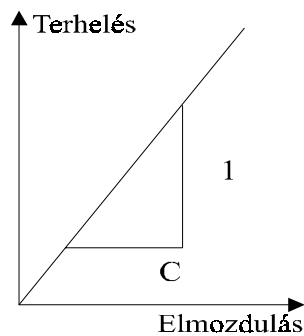
Ha a repedéshossz  $\mathbf{d}$  értékkel megnövekszik, akkor az erő hatásvonalában levő pontok  $\mathbf{d}(\mathbf{d})$  távolsággal elmozdulnak, amelynek hatására  $\mathbf{P}\mathbf{d}(\mathbf{d})$  külső munkavégzés történik. A (12) kifejezés a következőképpen írható:

$$G = \frac{d}{da} (U - U_{el}) = \frac{1}{B} \left( P \frac{d(d)}{da} - \frac{dU_{el}}{da} \right) \quad (14)$$

Az erő hatásvonalának elmozdulása arányos az erővel (9. ábra), azaz  $\mathbf{d} = \mathbf{C}\mathbf{P}$ , ahol  $\mathbf{C}$  a rugóállandó reciproka (a használatos angol terminológia a „*compliance*”). A lemezben felhalmozott rugalmas energia

$$U_{el} = \frac{1}{2} P d = \frac{1}{2} C P^2 \quad (15)$$

ahol  $\mathbf{d} = \mathbf{C}\mathbf{P}$ .



9. ábra. A terhelőerő és hatásvonalának elmozdulása közötti lineáris kapcsolat

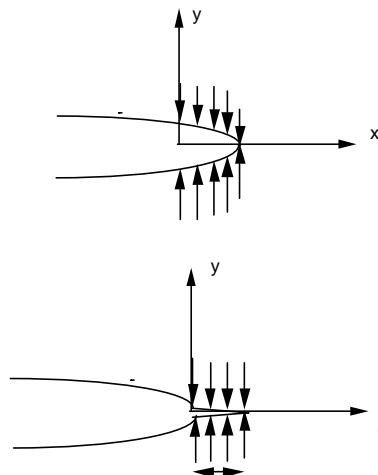
Az előzőkből következik

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{\delta C}{\partial a} \quad (16)$$

Ez azt jelenti, hogy a  $G$  független attól, hogy a terhelés állandó, avagy változik, azaz

$$G = \frac{1}{B} \left( \frac{\partial U_{el}}{\partial a} \right)_{P=const} = - \frac{1}{B} \left( \frac{dU_{el}}{da} \right)_{C=const} \quad (17)$$

Tekintsünk egy végtelen kiterjedésű, szélein megfogott,  $\mathbf{a}$  hosszúságú repedést tartalmazó lemezt. A repedés szélére hason egy erőrendszer, amely a repedést bezárja (10. ábra).



10. ábra. A repedés „bezárásához” szükséges munka

A repedés bezárásához szükséges munka:

$$G_I = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{2}{\delta a} \int_0^{a+\delta a} \frac{\sigma_{yy} v}{2} \quad (18)$$

A repedésfelületek  $\mathbf{v}$  elmozdulása:

$$v = \frac{2\sigma_g}{E} \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{2K_I}{E} \sqrt{\frac{a - x^2}{a}} \quad (19)$$

Figyelembe véve, hogy  $\mathbf{x} = \mathbf{r} + \mathbf{a} - \delta \mathbf{a}$  és elhanyagolva a másodrendű tagokat, első közelítésként kapjuk a következő kifejezést:

$$\nu \approx \frac{2K_I}{E\sqrt{\pi}} \sqrt{2(\delta a - r)} \quad (20)$$

Elvégezve az integrálást

$$G = \lim_{\delta a \rightarrow 0} \frac{2K_I^2}{\pi E \delta a} \int_0^{\delta a} \sqrt{\frac{1-r/\delta a}{r/\delta a}} dr \quad (21)$$

a (21) kifejezés  $r/\delta = \sin^2 \phi$  helyettesítéssel integrálható. Ennek eredménye

$$G = \frac{K_I^2}{E} \quad (22)$$

Síkalakváltozási állapot esetén

$$G_I = (1 - \nu^2) \frac{K_I^2}{E} \quad (23)$$

Hasonlóan írható a II. és III. terhelésmódokra

$$G_{II} = (1 - \nu^2) \frac{K_{II}^2}{E} \quad (24)$$

$$G_{III} = (1 + \nu) \frac{K_{III}^2}{E} \quad (25)$$

A három lehetséges terhelésmódhoz tartozó energia

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{(1 - \nu^2)}{E} \left( K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1 - \nu} \right) \quad (26)$$

A repedésterjedés akkor következik be, amikor a **G** értéke pontosan megegyezik a repedésterjedési ellenállással (**R**, az angol terminológia szerint a **Resistance** értékével). Rideg anyagoknál ez a felületi energia, azaz  $U_s = 2\gamma$  és  $G = R$

$$R = \frac{dU_s}{da} = 2\gamma \quad (27)$$

Rögzített befogófej esetén

$$\frac{dU_{el}}{da} = \frac{2\pi\sigma_g^2 a}{E} \quad (28)$$

$$G = 2\gamma = \frac{\pi\sigma_g^2 a}{E}, \quad (29)$$

amely a GRIFFITH kritériumot eredményezi

$$\sigma_g^c = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi a}} \quad (30)$$

IRWIN és OROWAN rámutatott arra, hogy a repedés terjesztéséhez szükséges energia nagyobb mint az atomi kapcsolatok elszakításával létrehozott új felületek előállításához szükséges energia. Fémeknél a különbség a repedésfront előtt kialakuló képlékeny zónában nyelődik el.

A **G** kritikus értékét ekkor jelölje  $G_{Ic}$ , amely

$$G_{Ic} = (1 - \nu^2) \frac{K_{Ic}^2}{E} \quad (31)$$

kifejezéssel írható le, ahol OROWAN szerint a képlékeny alakváltozás miatt

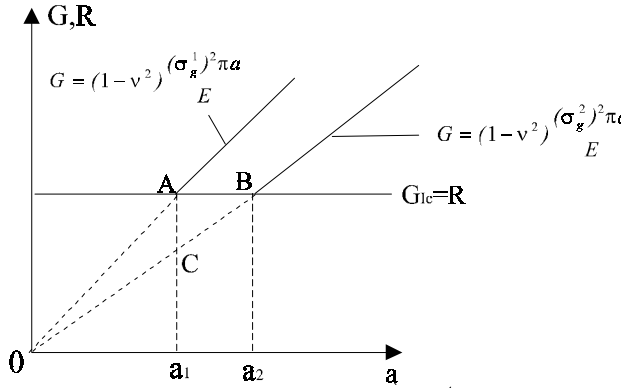
$$2\gamma = \gamma_s + \gamma_p = G_{Ic} \quad (32)$$

ahol  $\gamma_p$  a krepedéscsúcsban a képlékeny alakváltozásra fordított munka.

Ezzel a kritikus törési feszültség

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{EG_{IC}}{\pi a}} \quad (33)$$

A törési feltételek grafikusan is ábrázolhatók, mint ahogy azt 11. ábra szemlélteti.

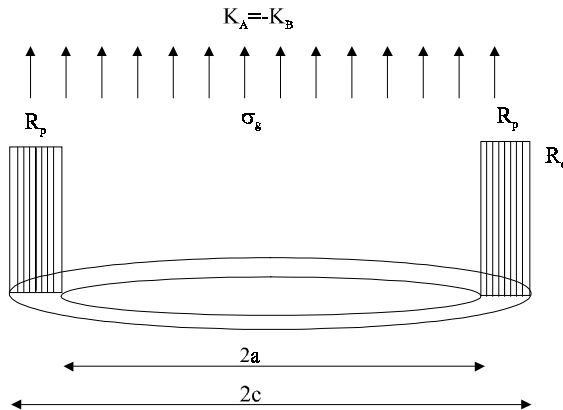


11. ábra. A kritikus repedéshossz két különböző globális feszültség esetén ( $\sigma_g^1 > \sigma_g^2$ )

## 1.6. Repedést megindító szétnyílás

### 1.6.1. DUGDALE modell

DUGDALE feltételezte, hogy a tényleges repedés hosszabb, mint a fizikai repedés, ennek csúcsában egy képlékeny ék helyezkedik el, amelynek hossza  $R_p$  és amelyben a feszültség egyenletes és az anyag folyási határával  $R_e$ -vel egyenlő. Az így megnövelt repedés csúcsában a szingularitás nem jelentkezik, azaz a külső  $\sigma_g$  feszültség hatására az  $R_p$  intervallum végén  $R_e$  feszültség ébred.



12. ábra. A DUGDALE modell szerint a  $2c - 2a = R_p$  hosszúságú képlékeny éken belül a feszültségek eloszlása egyenletes és az anyag folyási határával ( $R_e$ -vel) egyenlő

Az ehhez tartozó feszültségintenzitási tényező:

$$K_A = \frac{R_e}{\sqrt{\pi a}} \int_{R_p}^a \left( \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} + \sqrt{\frac{a-x}{a+x}} \right) dx \quad (34)$$

$$K_A = 2 R_e \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{(a^2 - x^2)}} \quad (35)$$



A fenti integrál megoldása

$$K_A = \left| 2 \operatorname{Re} \sqrt{\frac{a}{\pi}} \arccos \frac{x}{a} \right|_0^{a+R_p} \quad (36)$$

$$K_A = 2 \operatorname{Re} \sqrt{\frac{a+R_p}{\pi}} \arccos \frac{a}{a+R_p} \quad (37)$$

A látszólagos repedés csúcsában (B pont) a feszültségintenzitási tényező

$$K_B = \sigma_g \sqrt{\pi(a+R_p)} = \sigma_g \sqrt{\pi c} \quad (38)$$

ahol  $2c$  az egyenértékű repedéshossz számítható a következő feltételből

$$\sigma_g \sqrt{\pi c} = \frac{2R_e}{\sqrt{\pi}} \sqrt{c} \arccos\left(\frac{a}{c}\right) \quad (39)$$

A fizikai és a látszólagos repedéshosszak arányára kapjuk a

$$\left(\frac{a}{c}\right) = \cos\left(\frac{\pi \sigma_g}{2 \operatorname{Re}}\right) \quad (40)$$

kifejezést. Ezt sorba fejtve és a magasabb rendű tagokat elhagyva az

$$\frac{a}{c} \Rightarrow 1 - \frac{\pi^2 \sigma_g^2}{8 \operatorname{Re}^2} \quad (41)$$

összefüggést kapjuk.

### 1.6.2. A repedéscsúcs szétnyílása

A lineárisan rugalmas törésmechanika szerint a  $2a$  hosszúságú repedés csúcsában a  $\sigma_g$  feszültség hatására bekövetkező szétnyílás:

$$\delta = 2v = \frac{4\sigma_g}{E} \sqrt{a^2 - x^2} \quad (42)$$

Figyelembe véve a képlékeny zóna korrekcióját

$$\delta = 2v = \frac{4\sigma_g}{E} \sqrt{(a+r_y^2) - x^2} \quad (43)$$

A repedéscsúcs szétnyílása a fizikai repedéscsúcsban, az  $x = a$  helyen az  $r_y \ll a$  figyelembevételével

$$\delta = \frac{4\sigma_g}{E} \sqrt{(a^2 r_y^2) - x^2} \quad (43)$$

Figyelembe véve, hogy az  $r_y$ -nál a terhelés  $\operatorname{Re}$ -vel egyenlő

$$r_y^2 = \frac{\sigma_g^2 a}{2 \operatorname{Re}^2} \quad (44)$$

A repedéscsúcs szétnyílása

$$\delta = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E \operatorname{Re}} \quad (45)$$

Egy alternatív összefüggést kaphatunk a DUGDALE modell

$$\delta = \frac{8}{\pi} \frac{R_e}{E} \sigma_g a \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \sigma_g}{2 R_e} \right) \right] \quad (46)$$

alapján is. Ha a terhelő feszültség jóval a folyási határ alatt van ( $\sigma_g \ll R_e$ ), akkor az  $\ln \sec$  függvény Taylor sorának első tagját véve

$$\delta = \frac{\sigma_g^2 \pi a}{R_e E} = \frac{K^2}{R_e E} \quad (47)$$

és a

$$G = \delta R_e \quad (48)$$

kifejezést figyelembe véve a jól ismert  $G = K^2 / E$  összefüggést kapjuk.

### 1.7. A J-integrál

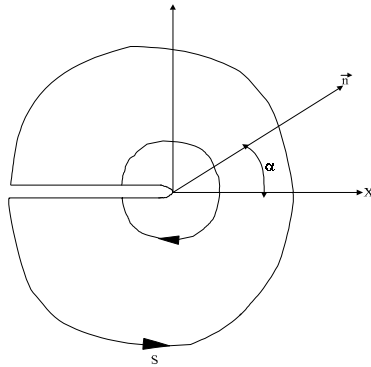
Tételezzük fel, hogy a repedéscsúcs környezetében lejátszódó képlékeny alakváltozás leírható a RAMBERG - OSGOOD egyenlettel

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left( \frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^N \quad (49)$$

ahol  $\sigma_0$  a referencia feszültség és  $\varepsilon_0$  a referencia alakváltozás,  $N$  pedig a keményedési kitevő. A rendszer potenciális energiája

$$\Pi = \int_{V^*} W^* dV^* - \int_S T_i u_i dS \quad (50)$$

ahol  $W^*$  a  $V^*$  térfogatban tárolt térfogati energia és  $e$  térfogatot körülvevő  $S$  felület egységére ható  $T_i$  felületi erő, amely mentén az elmozdulás  $u_i$ . A viszonyokat a 13. ábra szemlélteti.



13. ábra. A repedést tartalmazó terhelt testben felhalmozódó potenciális energia számítására használt jelölések

Ha a repedéshossz  $\partial a$  értékkel megnő az  $x$  irányban, akkor a rendszer potenciális energiája csökkenni fog Ennek mértéke

$$-\delta \Pi = \int_{V^*} \frac{\partial W^*}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial x} \delta a dV^* - \int_S T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \delta a dS \quad (51)$$

A felületi és térfogati integrálok átalakítására használt Gauss-Osztrogradszkij tétel figyelembevételével

$$-\delta \Pi = \int_{S^*} \left( W^* n_x - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) \delta a dS \quad (52)$$

ahol

$$W^* = \iint \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (53)$$

és  $\mathbf{n}_x$  az  $\mathbf{x}$  irány normálisa. Figyelembe véve a repedésnövekedés ( $\delta a$ ) hatására bekövetkező energiaváltozást

$$-\delta\Pi = \frac{\partial\Pi}{\partial a} \delta a \quad (54)$$

$$-\frac{\partial\Pi}{\partial a} = \int_S \left( W^* n_x - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) dS \quad (55)$$

és az  $\mathbf{S}$  felület  $\mathbf{n}$  normálvektorának

$$\mathbf{n} = (n_x, n_y) = (\cos\alpha, \sin\alpha) \quad (56)$$

valamint a  $d\mathbf{S}$  felületi elemnek

$$dS = \sqrt{(dx^2 + dy^2)} \quad (57)$$

alakban történő felírhatóságát és az

$$n_x dS = dy \quad (58)$$

kifejezést, az energiaváltozásra a

$$-\frac{\partial\Pi}{\partial a} = \int_{\Gamma} \left( W^* dy - T \frac{\partial u}{\partial x} dS \right) \quad (59)$$

összefüggés adódik. Az integrál értékét

$$J = \int_{\Gamma} \left( W^* dy - T \frac{\partial u}{\partial x} dS \right) \quad (60)$$

J-integrálnak nevezi a szakirodalom<sup>2</sup>.

A J-integrál polár koordináta rendszerben a következő alakban írható:

$$J = \int_{-\pi}^{\pi} \left( W^* \cos\Theta - T \frac{\partial u}{\partial x} \right) r d\Theta \quad (61)$$

A J-integrál a következő három jellemző sajátossággal rendelkezik:

- a J értéke a repedés növekedéséhez tartozó potenciális energia változást tükrözi,
- a J értéke független az integrálási úttól,
- a J számításánál nem lett feltételezve a repedéscsúcs környezetében az anyag rugalmas viselkedése, következésképpen a rugalmas-képlékeny állapot leírására is alkalmas.

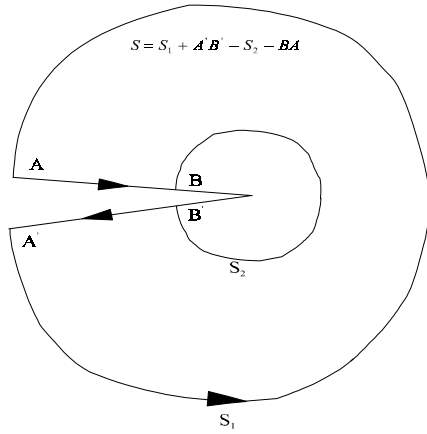
Az első megállapítás tehát azt tükrözi, hogy

$$-\frac{\partial\Pi}{\partial a} = J \quad (62)$$

A második megállapítás bizonyítására tekintsük azt, hogy az  $\mathbf{S}$  integrálási útvonal  $\mathbf{S}_1$  és  $\mathbf{S}_2$  részeket foglaljon magába a 14. ábrán látható módon. Ekkor a teljes integrál szétbontható az alábbi négy részre

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_1 + \overrightarrow{\mathbf{A'B'}} - \mathbf{S}_2 - \overrightarrow{\mathbf{BA}}$$

<sup>2</sup> J. RICE a fenti integrált, mint invariáns mennyiséget 1968-ban javasolta bevetni a repedést tartalmazó testek vizsgálatára kismértékű képlékeny alakváltozást is figyelembe véve. Ugyanezen elgondolást Cserepanov 1967-ben publikálta (lásd pl. Tóth L., Rossmann P.: Az anyagvizsgálat és a törésmechanika története c. kiadványt)



14. ábra. A J-integrál útfüggetlenségének bizonyítására használt jelölések

tételt felhasználva

A felületi és körintegrálok átalakítására használt STOKES

$$\int_{\Gamma} \left( W^* dy - T \frac{du}{dx} ds \right) = \int_A \left[ \left( \frac{\partial W^*}{\partial y} \right) - \left( \frac{\partial \left( \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x} \right)}{\partial x_i} \right) \right] dA \quad (63)$$

Az  $x$  és  $y$  irányú komponenseket, amelyeknek normálisai  $\mathbf{n}_1$  és  $\mathbf{n}_2$  véve

$$\int_{\Gamma} \left( W^* dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) = \int_A \left[ \left\langle \sigma_{ij} \cdot \left( \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial y} \right) \right\rangle - \left\langle \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} \right) \cdot \left( \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) \right\rangle - \left\langle \sigma_{ij} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial u_{ij}}{\partial y} \right) \right\rangle \right] dA \quad (64)$$

$$\int_{\Gamma} \left( W^* dy - T \frac{\partial u}{\partial x} ds \right) = \int_A [\langle A \rangle - \langle B \rangle - \langle C \rangle] dA \quad (65)$$

$$\sigma_{ij} \cdot \left( \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial y} \right) = \sigma_{ij} \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \left( \frac{\partial u_{ij}}{\partial y} \right) \quad (66)$$

kapjuk  $A = B$

Figyelembe véve az egyensúlyi egyenletet

$$\left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} \right) \cdot \left( \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) = 0 \quad (67)$$

kapjuk, hogy  $C = 0$ , azaz a J integrál értéke független az integrálás útjától.

HUTCHINSON, RICE és ROSENGREEN a repedéscsúcs környezetében a következő feszültségeloszlást vezetett le:

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 \left( \frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_N r} \right)^{\frac{1}{N+1}} \cdot f_{ij}(\Theta) \quad (68)$$

Az alakváltozási mezőre pedig az alábbi összefüggés adódott:

$$\varepsilon_{ij} = \alpha \sigma_0 \left( \frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_N r} \right)^{\frac{N}{N+1}} \cdot G_{ij}(\Theta) \quad (69)$$

A feszültségek, alakváltozások és az alakváltozási energiasűrűség az alábbi egyszerű összefüggésekkel fejezhetők ki:

$$\begin{aligned} \varepsilon(r) &= \frac{A}{r^{\frac{N}{N+1}}} \\ \sigma(r) &= \frac{B}{r^{\frac{1}{N+1}}} \\ \varepsilon_{ij} \sigma_{ij} &= \frac{1}{r} \end{aligned} \quad (70.a, 70.b, 70.c)$$

### 1.8. Összefoglalás, következtetések

A *lineárisan rugalmas törésmechanikában* a határállapot egyetlen anyagi paraméterrel, törési kritériummal leírható,  $K_{Ic}$ -vel vagy a  $G_{Ic}$ -vel. Ezek kapcsolata

$$K_{Ic}^2 = \frac{G_{Ic} E}{(1 - \nu^2)} \quad (71)$$

A *rugalmas-képlékeny törésmechanikában* már nem tudunk ilyen egyszerű jellemzőt találni a határállapot leírására. Ekkor több mint 30 különböző kritérium fogalmazható meg, beleértve a J-integrált és a repedésszétnyílást is.

## 2. Az LRFM alkalmazása a szerkezetek megbízhatóságának becslésére

### 2.1. A feszültségintenzitási tényező és globális feszültség kapcsolata. A véges méretek hatása

A komplex alakú AIRY potenciálfüggvények [  $\Phi(z)$ , amelyben  $z = x + iy$  ] lehetővé teszik a  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  és  $\sigma_{xy}$  feszültségek meghatározását a következő összefüggésekkel:

$$\sigma_{xx} = \operatorname{Re}(\phi) - y \operatorname{im}(\phi'); \sigma_{yy} = \sigma_{xx} = \operatorname{Re}(\phi) - y \operatorname{im}(\phi'); \sigma_{yx} = -y \operatorname{im}(\phi). \quad (1)$$

Végtelen kiterjedésű egységnyi vastagságú, középen repedést tartalmazó lemeznél az AIRY potenciálfüggvény alakja a következő:

$$\phi(z) = \frac{\sigma_g \cdot z}{\sqrt{z^2 - a^2}} \quad (2)$$

A peremfeltételek a repedés csúcsban:

$$\phi(z) = \frac{K}{\sqrt{2\pi z}} \quad (3)$$

A repedés csúcs környezetében a feszültségek:

$$\sigma_{yy} = \frac{\sigma_g}{\sqrt{(x^2 - a^2)}} \quad (4)$$

A (3) és (4) kifejezést összehasonlítva kapjuk:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sigma_g \cdot \sqrt{2\pi(x-a)}}{\sqrt{(x^2 - a^2)}} = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a} \quad (5)$$

A véges méretű lemezekben elhelyezkedő repedések elemzése kifejezetten nagy gyakorlati jelentőségű. E feladatok azonban zárt alakban nem oldhatók meg. A megoldásokat általában végelelemes, vagy sorfejtéses technikákkal határozzák meg. Általános alakban minden megoldás a következő formában írható fel:

$$K = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma\left(\frac{a}{W}\right) \quad (6)$$

ahol az  $F(a/W)$  a próbatest geometriai méreteitől, alakjától függő mennyiség. Ezeket a megoldásokat kézikönyvek tartalmazzák<sup>1</sup>. Néhány, a gyakorlatban leggyakrabban használt esetre vonatkozó megoldást a 2.1. Táblázat tartalmazza.

<sup>1</sup> Tada H, Paris P.C. and Irwin G.R. (1973) *The Stress Analysis of Cracks Handbook*. Del Research Corp., Hellertown, Pa., U.S.A.

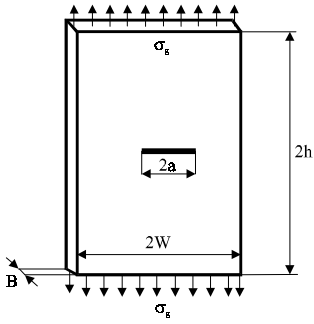
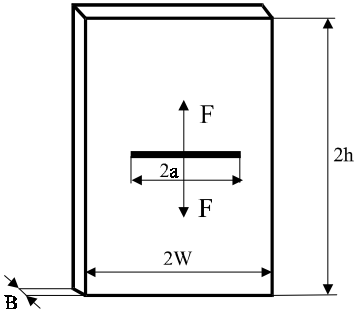
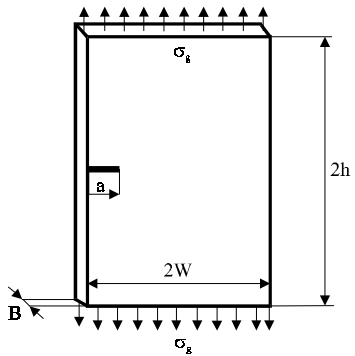
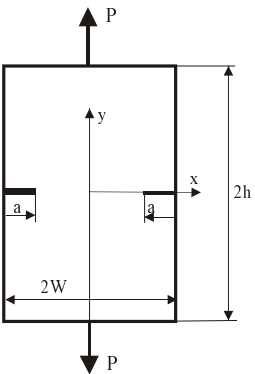
Sih, G.C. (1973) *Handbook of Stress-Intensity Factors for Researchers and Engineers*. Leigh University, Bethlehem Pa.

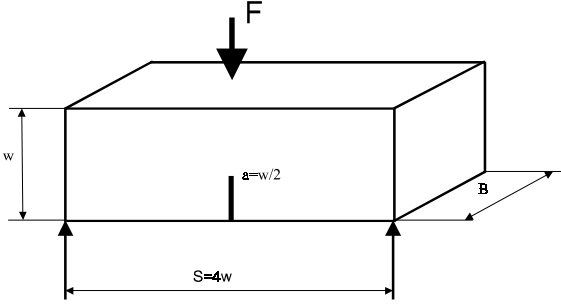
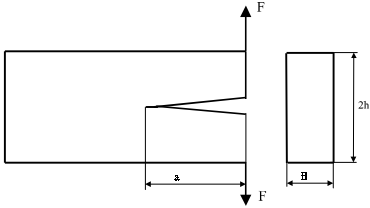
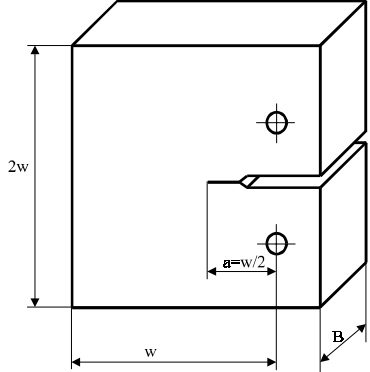
Rooke, D.P., Cartwright D.J. (1976) *Compendium of Stress Intensity Factors*. Her Majesty's Stationery Office, London.

*Stress Intensity Factors Handbook* (1987) Edited by Y. Murakami, Pergamon Press

Savruk M.P. (1988) *Stress Intensity Factors of Bodies Having Cracks* (in Russian). In *Fracture Mechanics and Strength of Materials Vol.2*. Edited by V.V. Panasyuk, Naukova Dumka, Kiev.

2.1. táblázat. A  $K_{Ic}$  számítása néhány lemezalakú próbatest esetén a kritikus, töréshez tartozó terhelés és a geometriai paraméterek függvényében

A próbatest geometria jellemzői	A feszültségintenzitási tényező számítása
	$K_{Ic} = \sigma_g^c \sqrt{W \tan \frac{\pi a}{W}}$
	$K_{Ic} = \frac{P_c a \sqrt{3}}{2BW^{3/2}}$
	$K_{Ic} = \sigma_g^c \sqrt{\pi a} F_\sigma(a/W)$ <p>ahol</p> $F_\sigma(a/W) = \tan(\pi a / 2W) + 0.1 \sin(\pi a / 6W)$
	$K_{Ic} = 1.12 \sigma_g^c \sqrt{\pi a}$

A próbatest geometria jellemzői	A feszültségintenzitási tényező számítása
	$K_{Ic} = \frac{P_c S_e}{BW^{3/2}} F(a/W)$ $F(a/W) = 1.93 - 3.07(a/W) + 14.53(a/W)^2 - 25.11(a/W)^3 + 25.08(a/W)^4$
	$K_{Ic} = \frac{2\sqrt{3}P_c a}{Bh^{3/2}}$
	$K_{Ic} = \frac{P_c}{BW^{1/2}} F(a/W)$ $F(a/W) = 29.6(a/W)^{1/2} - 185.5(a/W)^{3/2} + 65.5(a/W)^{5/2} - 1017(a/W)^{7/2} + 638.9(a/W)^{9/2}$

## 2.2. Furatból kiinduló repedések

A furatból kiinduló repedések környezetében kialakuló feszültségintenzitási tényező számítására alkalmas összefüggéseket BOWIE adta meg a következő formában

$$K = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F_B \left( \frac{a}{D_t} \right) \quad (7)$$

azokra az esetekre, amikor a furat felülete terheletlen. Ezen összefüggésben a  $D_t$  a furat átmérője. Abban az esetben, ha a repedés hossza nem hanyagolható el a furat átmérője mellett, akkor a furat is a repedés részeként tekinthető. Ebben az esetben az effektív repedéshossz, a  $2a_{\text{eff}} = D + a$  figyelembevételével *aszimmetrikus* repedésre a feszültségintenzitási tényező a

$$K = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a_{\text{eff}}} \quad (8)$$



$$K = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a} * \sqrt{\frac{D_t}{2a} + \frac{1}{2}} \quad (9)$$

szimmetrikus estre pedig a  $2a_{\text{eff}} = D + 2a$  effektív repedéshosszat tekintve a

$$K = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a} * \sqrt{\frac{D_t}{2a} + 1} \quad (10)$$

összefüggéssel számítható

### 2.3. Sarokrepedések furatokban

A feszültségintenzitási tényező értékének becslésére használt összefüggés általános alakja a következő:

$$K = 0,87 \sigma_g \cdot \sqrt{\pi q_{\text{eff}}} \cdot F_{B\sigma} \left( \frac{q_{\text{eff}}}{D_t} \right) \quad (11)$$

ahol  $q_{\text{eff}}$  a sarokrepedés területéből számított effektív repedéshossz,  $D_t$  a furat átmérője.

### 2.4. Elliptikus repedés

A végtelen kiterjedésű húzott lemezben levő  $2c$  hosszúságú és a mélységű félelliptikus *felületi* repedés kontúrján a feszültségintenzitási tényező a következő összefüggéssel számítható:

$$K = \frac{\sigma_g \sqrt{\pi a}}{\phi} \left\{ \sin^2 \theta + \frac{a}{c} \cos^2 \theta \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (12)$$

A feszültségintenzitási tényező maximális értéke:

$$K = \frac{\sigma_g \sqrt{\pi a}}{\phi} \left\{ 1 + \frac{P^2 (D - q)^2}{4D^2 q^2} \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (13)$$

ahol: a  $P, D$  és  $q$  mennyiségek a repedés felületének alakjára, nagyságára és a repedésfronton mért ívhosszra jellemző mennyiségek

Bezárt repedésekre (lásd a 2.1. ábrát) vonatkozó megoldást IRWIN adta meg a következő formában:

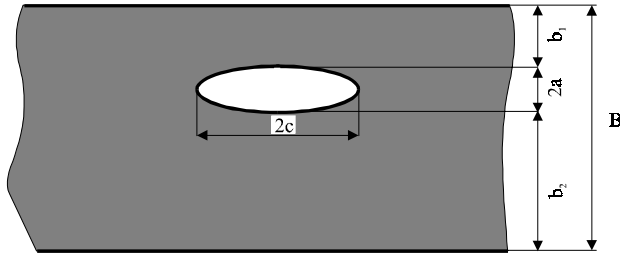
$$K_I = \frac{\sigma_g \sqrt{\pi a}}{\phi} \left\{ \sin^2 \theta + \frac{a}{c} \cos^2 \theta \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (14)$$

ahol a  $\Phi$  a másodfajú elliptikus integrál, amely a következő összefüggéssel számítható:

$$\phi = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \frac{c^2 - a^2}{c^2} \sin^2 \theta} d\theta \quad (15)$$

A  $\Phi$  értékei különböző matematikai táblázatokban megtalálhatók, de közelítő értékei sorbaféjtéssel is előállíthatók:

$$\phi = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 - \frac{1}{4} \frac{c^2 - a^2}{c^2} - \frac{3}{64} \left( \frac{c^2 - a^2}{c^2} \right)^2 \dots \right\} \quad (16)$$



2.1. ábra. A bezárt elliptikus repedés (a feltüntetett jelöléseknek jelentősége csak a későbbiek során lesz)

Figyelembe véve, hogy az  $a/c$  értéke kicsi, a harmadik tag elhagyása már kisebb mint 5 %-os hibát okoz. Ebből adódóan a  $\Phi$  értékének becslésére a gyakorlatban jól használható a

$$\phi = \frac{3\pi}{8} \frac{\pi a^2}{8c^2} \quad (17)$$

kifejezés. Ezt visszahelyettesítve a (14) kifejezésbe a  $K_I$  a következő módon számítható:

$$K_I = \frac{\sigma_g \sqrt{\pi a}}{\frac{3\pi}{8} + \frac{\pi a^2}{8c^2}} \left\{ \sin^2 \theta + \frac{a}{c} \cos^2 \theta \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (18)$$

Az ellipszis kistengelyének csúcspontjában ( $\theta = \pi/2$ ) a feszültségintenzitási tényező

$$K_{I\theta=\pi/2} = \frac{\sigma_g \sqrt{\pi a}}{\phi} \quad (19)$$

A nagytengely csúcspontjában ( $\theta = 0$ ) számított érték:

$$K_{I\theta=0} = \frac{\sigma_g \sqrt{\frac{\pi a^2}{c}}}{\phi} \quad (20)$$

A felületi- és sarokrepedésre számított feszültségintenzitási tényezők közötti különbség mindössze 12%. Általában a repedés csúcspontjában kialakuló képlékeny zónára vonatkozó korrekciót is figyelembe szokták venni. Ekkor

$$K_I = 1,12 \frac{\sigma_g \sqrt{\pi(a + r_y)}}{\phi} \left\{ \sin^2 \theta + \frac{a}{c} \cos^2 \theta \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (21)$$

A síkalakváltozási állapotra jellemző, IRWIN által javasolt

$$r_y = \frac{1}{4\pi\sqrt{2}} \left( \frac{K_I}{\text{Re}} \right)^2 \quad (22)$$

összefüggést alapul véve a  $K_I$  számítására a következő kifejezést kapjuk:

$$K_I = 1,12 \frac{\sigma_g \sqrt{\pi(a + r_y)}}{\sqrt{\phi^2 - 0,212 \left( \frac{\sigma_g}{\text{Re}} \right)^2}} \left\{ \sin^2 \theta + \frac{a}{c} \cos^2 \theta \right\}^{\frac{1}{4}} \quad (23)$$

A  $K_I$  maximális értéke:

$$K_I = 1,12 \sigma_g \sqrt{\pi \frac{a}{Q}} \quad (24)$$

ahol a  $Q$  a

$$Q = \sqrt{\phi^2 - 0,212 \left( \frac{\sigma_g}{R_e} \right)^2} \quad (25)$$

értékét foglalja magába.

## 2.5. Repedések hegesztett kötésekből

A feszültségintenzitási tényező a következő összefüggéssel határozható meg:

$$K_I = M_s M_t M_k \sigma_g \sqrt{\pi a} \quad (26)$$

ahol  $M_s = 1.12$ , az  $M_k$  pedig az alábbi kifejezéssel

$$M_k = \sqrt{\frac{2B}{\pi a} \tan\left(\frac{\pi a}{2B}\right)} \quad (27)$$

$$K_I = \sigma_g \frac{\left( A_1 + A_2 \frac{a}{W} \right)}{1 + 2 \frac{H}{B}} \sqrt{\pi a \sec \frac{\pi a}{2W}} \quad (28)$$

$$A_1 = 0,528 + 3,286 \left( \frac{a}{B} \right) - 4,361 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + 3,696 \left( \frac{a}{B} \right)^3 - 1,875 \left( \frac{a}{B} \right)^4 + 0,415 \left( \frac{a}{B} \right)^5 \quad (29)$$

$$A_2 = 0,218 + 2,717 \left( \frac{a}{B} \right) - 10,171 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + 13,122 \left( \frac{a}{B} \right)^3 - 7,755 \left( \frac{a}{B} \right)^4 + 1,783 \left( \frac{a}{B} \right)^5 \quad (30)$$

$$K_I = \sigma_g \sqrt{\pi a C \left( \frac{a}{b} \right)} \quad (31)$$

$$C = C_0 \left( 1 - \frac{2a}{b} + \frac{1}{C_0} \frac{2a}{b} \right) g \left( \frac{a}{b} \right) \quad (32)$$

$$K_I = \sigma_g \sqrt{\pi a} \left[ 1,122 - 0,23 \left( \frac{a}{b} \right) + 10,55 \left( \frac{a}{b} \right)^2 - 21,7 \left( \frac{a}{b} \right)^3 + 33,19 \frac{a^4}{b} \right] \quad (33)$$

## 2.6. „Lyukadás törés előtt” kritérium

Egy nyomástartó edényben, csővezetékben a repedés növekedhet úgy, hogy az átlukad. A biztonságos üzemeltethetőség megkívánja azt, hogy ne következhesen be a szerkezet katasztrofális törése azelőtt, mielőtt a fal át nem lyukad. Ez a felhasznált anyag repedésterjedéssel szembeni minimális ellenállására nézve támaszt követelményeket.

### 2.6.1. Az egyszerűsített IRWIN kritérium

Tekintsünk egy félkör alakú felületi repedést. Ekkor az átmenő repedés felületen mért hossza a falvastagság ( $B$ ) kétszerese. Legyen a törési határesetben a terhelés az anyag folyási határával ( $R_e$ )

egyenlő. Ekkor a feszültségintenzitási tényező kritikus értékével, az anyag törési szívósságával szemben támasztott követelmény

$$K_{Ic} \geq \text{Re} \sqrt{\pi(B + r_y)} \quad (34)$$

ahol az  $r_y$  a képlékeny zóna mérete, amelynek ki kell elégíteni a következő feltételt

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \frac{(\sigma_g)^2 a}{\text{Re}^2} = \frac{B}{2\pi} \quad (35)$$

Az előzőkből következik, hogy

$$K_{Ic} \geq \text{Re} \sqrt{B\left(\pi + \frac{1}{2}\right)} \quad (36)$$

Átrendezés után az anyagjellemzők megkívánt kapcsolatára a következő kifejezést kapjuk:

$$\frac{1}{B} \left( \frac{K_{Ic}}{\text{Re}} \right)^2 \geq \pi + \frac{1}{2} \quad (37)$$

Az ismertetett koncepció konzervatívnak tekinthető, mivel feltételezi azt, hogy a törés a teljes megfolyásnál következik be.

## 2.6.2. Általánosított kritérium

A „lyukadás törés előtt” általánosított kritériuma a törésmechanika általánosan elfogadott elvein nyugszik. Ehhez tekintsünk egy felületi repedést. Ekkor egy  $\mathbf{R}$  sugarú,  $\mathbf{p}$  belső nyomással terhelt csőben, nyomástartó edényben a feszültségintenzitási tényező a következő kifejezéssel határozható meg:

$$K_{Ic,B} = \frac{M}{\phi} \pi \left( 1 + \frac{R}{B} \right) \sqrt{\pi a} \quad (38)$$

ahol  $M$  a feszültségintenzitási tényező szorzó tényezője,  $a\Phi$  pedig a másodfajú elliptikus integrál értéke, a  $K_{Ic,B}$  az anyagnak a vastagság irányában megkívánt repedésterjedéssel szembeni ellenállása. A vékonyfalú edény falában ébredő feszültség az un. kazánformulával

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{pR}{B} \quad (39)$$

számítható, ahol  $p$  a belső nyomás. Az instabilitás pillanatában, azaz  $\mathbf{p} = \mathbf{p}_{c,l}$

$$p_{c,l} = \frac{\phi K_{Ic,B}}{M \left( 1 + \frac{R}{B} \right) \sqrt{\pi a}} \approx \frac{\frac{\pi}{8} \left( 3 + \left( \frac{a}{c} \right)^2 \right) K_{Ic,B}}{M \left( 1 + \frac{R}{B} \right) \sqrt{\pi a}} \quad (40)$$

A törési feltétel egy átmenő repedés estén

$$p_{c,b} = \frac{K_{Ic,L}}{M_F \frac{R}{B} \sqrt{\pi c}} \quad (41)$$

ahol az  $M_F$  a héj görbületét figyelembe vevő un. FOLIAS tényező és a  $K_{Ic,L}$  az anyag repedésterjedéssel szembeni ellenállása a *hosszirányában*.

A repedésmegállás akkor fog megvalósulni, ha a  $2c$  hosszúságú átmenő repedés terjesztéséhez szükséges nyomás nagyobb, mint az a mélységű repedés instabilitásához tartozó nyomás, azaz

$$p_{c,l} > p_{c,b} \quad (42)$$

$$\frac{K_{Ic,L}}{K_{Ic,B}} > \frac{\frac{\pi}{8} \left( 3 + \left( \frac{a}{c} \right)^2 \right) M_F \frac{R}{B}}{M \left( 1 + \frac{R}{B} \right) \sqrt{\frac{a}{c}}} \quad (43)$$

Vékonyfalu nyomástartó edényre az  $R/B$  viszonyszám nagy, következésképpen e mellett az 1 a nevezőben elhanyagolható és az  $M_F$  Foliás tényező is jó közelítéssel egységnyinek vehető. Ebből adódóan a (43) kifejezés a következőképpen egyszerűsödik

$$\frac{K_{Ic,L}}{K_{Ic,B}} > \frac{\frac{\pi}{8} \left( 3 + \left( \frac{a}{c} \right)^2 \right)}{8M \sqrt{\frac{a}{c}}} \quad (44)$$

Első közelítésben ha  $a/B$  kicsi, akkor  $M \sim 1$  és ha  $a/B \sim 1$  akkor  $M \sim 2$ .

A „lyukadás törés előtt” kritérium relatíve könnyen teljesíthető nagy anizotropiájú lemezeknél. Azt azonban figyelembe kell venni, hogy az anizotrópia mértéke a szokásos gyártású lemezeknél csak ritkán nagyobb mint 2. Ebből adódóan a „lyukadás törés előtt” kritérium nehezen elégíthető ki ha a repedés sekélyebb, mint  $a/c \sim 0,3$ .

## 2.7. Összefoglalás, következtetések

Számos mérnöki probléma megoldására kézikönyvekben megtalálhatók a feszültségintenzitási tényező számítására alkalmas összefüggések. Bonyolultabb esetekben pedig a numerikus módszerek pl. a végelem vagy peremelem eljárás alkalmazása szolgáltathatja a megoldást.

A „lyukadás törés előtt” kritérium alkalmazása hasznos lehet a nyomástartó rendszerek veszélyességének elemzésben, de azt tudomásul kell venni, hogy érvényessége korlátozott és ennek mértéke a felhasznált lemez vastagság és hosszirányú repedésterjedési ellenállásának anizotropiájától függ. Minél nagyobb az anizotrópia, annál megbízhatóbban alkalmazható kritérium.

## 2.8. A megengedhető hibaméretok számítása a lineárisan rugalmas törésmechanika felhasználásával

Tekintsünk egy  $2W$  szélességű és  $B$  vastagságú lemezt, amelyet  $\sigma_g$  egyenletesen megoszló húzófeszültség terhel.

### Kérdések:

A lineárisan rugalmas törésmechanika felhasználásával milyenek a megengedhető hibaméretok

(repedések) *átmenő repedés* és *felületi repedés* esetén ha ez utóbbinál a hossz 5-ször nagyobb mint a mélység.

Biztonsági tényezők:

Biztonsági tényezők megfogalmazhatók a repedés hosszára ( $F_s^a$ ), a törési szívósságra ( $F_s^k$ ) és a terhelő feszültségre ( $F_s^\sigma$ ). A számítások a biztonsági tényezők alábbi három kombinációjára kerülnek elvégzésre.

	<i>Biztonsági tényezők értéke</i>		
	Törési szívósság, $F_s^k$	Repedéshossz, $F_s^a$	Terhelőfeszültség, $F_s^\sigma$
Eset 1	1,0	2,0	1,0
Eset 2	1,0	1,1	1,2
Eset 3	1,2	1,4	1,4

#### Adatok:

- Lemez szélessége	$2W$	=	2m
- Lemezvastagság	$B$	=	0,05m
- Törési szívósság	$K_{Ic}$	=	50,6 MPa $\sqrt{m}$
- Folyási határ	$Re$	=	400 MPa
- Mélység/hossz, $a/2c$	$a/2c$	=	0,2
- Terhelő feszültség	$\sigma_g$	=	100 MPa

#### Megoldás:

*Átmenő repedés* esetén a feszültségintenzitási tényező

$$K_I = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F_\sigma \left( \frac{a}{W} \right)$$

összefüggéssel számítható, ahol  $F_\sigma(a/W)$  a geometriai tényező.  
Nagyméretű lemeznél  $F_\sigma(a/W) \approx 1$

Felületi repedés esetén

$$K_I = \frac{M \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a}}{\phi}$$

ahol  $\Phi$  az elsőfajú elliptikus integrál, amelynek értéke a következő kifejezéssel becsülhető:

$$\phi = \sqrt{1,0 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}}$$

és az a  $M$  a geometriai tényező

$$M = \left[ M_1 + M_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{B} \right)^4 \right], \text{ amelyben}$$

$M_1, M_2, M_3$  a repedés méretétől függő tényezők. Ezek értékei a következőképpen határozhatók

meg:

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \left( \frac{a}{c} \right)$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \left( \frac{a}{c} \right)} + 14 \left( 1 - \frac{a}{c} \right)^{24}$$

### Átmenő repedés

- A kritikus repedésméret meghatározása

$$a_c = \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_g} \right)^2 \frac{1}{\pi} = \left( \frac{50,6}{100} \right)^2 \frac{1}{\pi} = 0,0815m$$

A kritikus repedéshossz:  $2a_c = 163 \text{ mm}$ .

A számítások *érvényességi tartományának ellenőrzése* (a lineárisan rugalmas törésmechanika alkalmazhatósága):

Az ép keresztmetszet területe:  $A_N = (2W - 2a_c)B = (2 - 0,163) \cdot 0,05 = 1,837 \cdot 0,05 = 0,09185 \text{ m}^2$

A teljes keresztmetszet:  $A = 2WB = 2 \cdot 0,05 = 0,1 \text{ m}^2$

A kritikus nettó feszültség  $\frac{\sigma_N^c}{\sigma_g} = \frac{A}{A_N} = 1,088 \Rightarrow \sigma_N^c = 100 \cdot 1,088 = 109 \text{ MPa}$

A kritikus nettó feszültség és a folyási határ aránya:  $\frac{\sigma_N^c}{\text{Re}} = \frac{109}{400} = 0,27$ . Mivel  $0,27 < 0,62$ , a

lineárisan rugalmas törésmechanika alkalmazható.

### Megengedhető átmenő repedés

1. eset

$$F_s^a a_t = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{F_s^k} \right)^2 \left( \frac{1}{F_s^\sigma \sigma_g^c} \right)^2, \text{ amelyből } 2a_t = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{1} \right)^2 \left( \frac{1}{1\sigma_g^c} \right)^2 \Rightarrow 2a_t = 0,0815m$$

$$2.\text{ eset } 1,1a_t = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{1} \right)^2 \left( \frac{1}{1,2\sigma_g^c} \right)^2 \Rightarrow 2a_t = 0,113m$$

$$3.\text{ eset } 1,2a_t = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{1,2} \right)^2 \left( \frac{1}{1,4\sigma_g^c} \right)^2 \Rightarrow 2a_t = 0,0481m$$

### Megengedhető felületi repedés

A feszültségintenzitási tényező

$$K_I = \frac{M\sigma_g \sqrt{\pi a}}{\phi} \text{ ahol } \Phi = \sqrt{1,0 + 1,464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}} = 1,15$$

$$M = \left[ M_1 + M_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{B} \right)^4 \right]$$

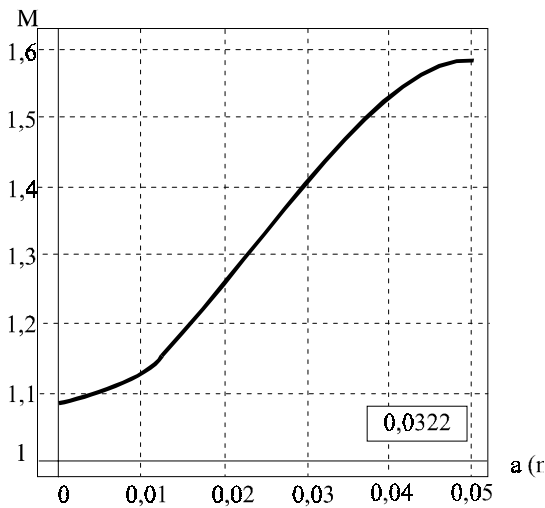
Az  $M_1$ ,  $M_2$  és  $M_3$  együtthatók

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \left( \frac{a}{c} \right) = 1,13 - 0,09(0,4) = 1,094$$

$$M_2 = \frac{0,89}{0,2 + \left( \frac{a}{c} \right)} - 0,54 = \frac{0,89}{0,2 + 0,4} - 0,54 = 0,943$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \frac{a}{c}} + 14 \left( 1 - \frac{a}{c} \right)^{24} = 0,5 - \frac{1}{0,65 + 0,4} + 14(1 - 0,4)^{24} = -0,45$$

Ezekkel  $M = \left[ 1,094 + 0,943 \left( \frac{a}{0,05} \right)^2 + -0,45 \left( \frac{a}{0,05} \right)^4 \right]$ , amely diagram formában a következő:



1.eset

$$\frac{M(F_s^\sigma) F_s^\sigma \sigma_g^c \sqrt{\pi(F_s^a a)}}{\phi} = \frac{KIc}{F_s^k}, \text{ amelyből}$$

$$\frac{M(2a) 100 \cdot 10^6 \sqrt{\pi(2a)}}{1,15} = \frac{50,6 \cdot 10^6}{1,0}. \text{ A } \mathbf{K-a}$$

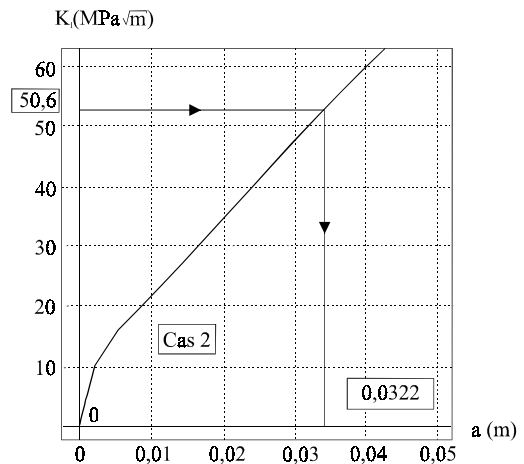
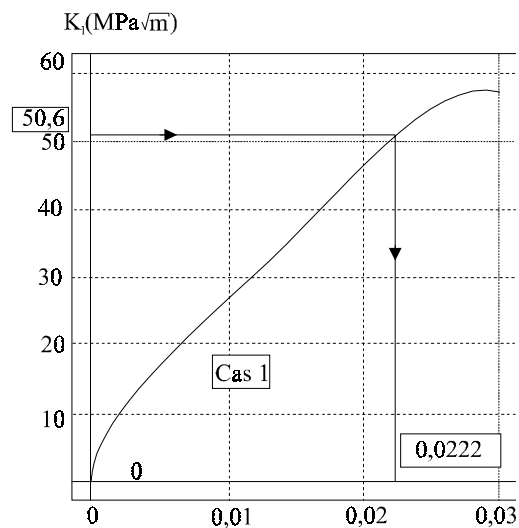
kapcsolatot ábrázolva a kritikus repedéshosszra  $a_t = 0,0222$  m adódik, azaz  $2a_t = 0,0444$  m.

2.eset

$$\frac{M(1,1a) 1,2 \cdot 100 \cdot 10^6 \sqrt{\pi(1,1a)}}{1,15} = \frac{50,6 \cdot 10^6}{1,0}.$$

A  $\mathbf{K-a}$  kapcsolatot ábrázolva a kritikus repedéshosszra  $a_t = 0,0322$  m adódik, azaz  $2a_t = 0,0644$  m.

Az  $\mathbf{a-M}$  kapcsolat B= 0,05 m szélességű lemeznél

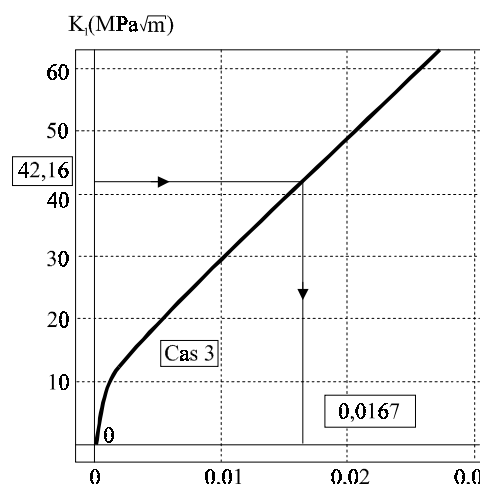




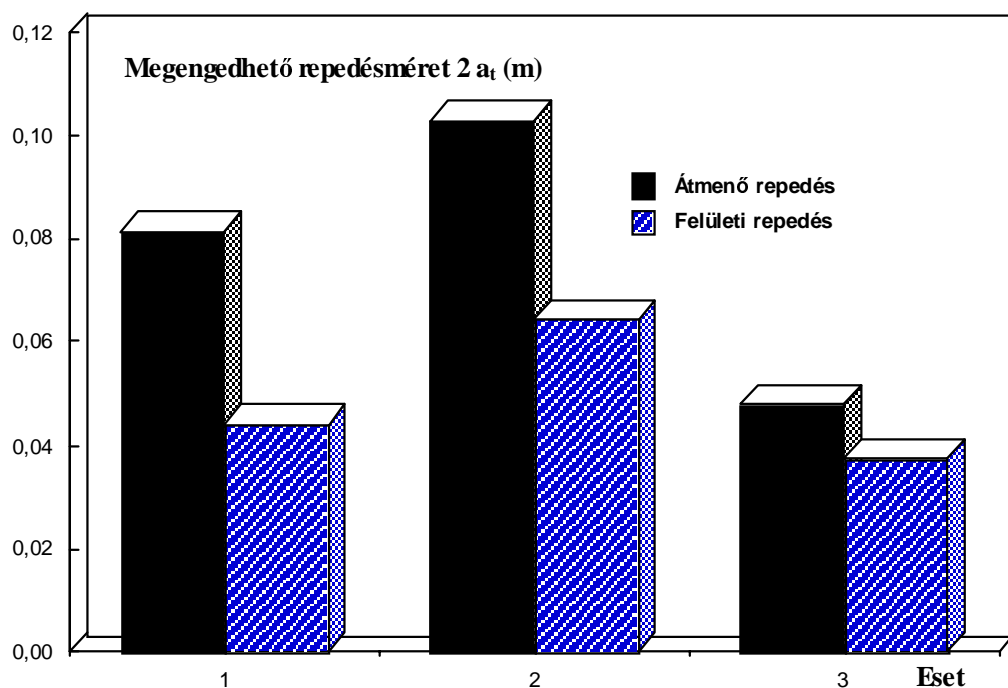
3.eset

$$\frac{M(1,4a)1,4 \cdot 100 \cdot 10^6 \sqrt{\pi(1,4a)}}{1,15} = \frac{50,6 \cdot 10^6}{1,2}$$

A **K-a** kapcsolatot ábrázolva a kritikus repedéshosszra  $a_t=0,0167$  m adódik, azaz  **$2a_t=0,0334$  m.**



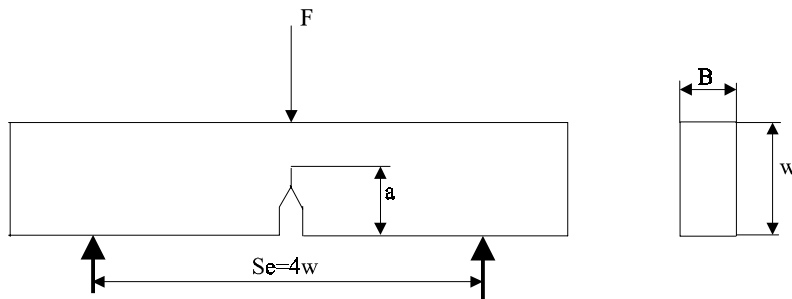
A kapott eredményeket a következő diagram foglalja össze, amelyen jól látható, hogy a felületi hibák minden esetben veszélyesebbek.



### 3. A repedések veszélyességének megítélése a repedéskinyílás (COD) alapján

#### 3.1. A repedéskinyílás mérése

A repedéskinyílás - amely definíció szerint a repedéscsúcsban a repedésfelületek terhelés hatására történő elmozdulása – közvetlen módon nem mérhető mennyiség. Helyette a próbatest felületén a bemetszés szétnyílása mérhető. Jelölje ezt  $V$ . A mérést általában hárompontos hajlító próbatesten végzik (3.1. ábra).



3.1. ábra  
A repedéskinyílás mérésére  
használatos hárompontos  
hajlító próbatest

A repedéskinyílás ( $\delta$ ) és a bemetszés felületeinek szétnyílása ( $V$ ) között a „képlékeny csukló” modell feltételezésével teremthető kapcsolat. Ennek lényege az, hogy a terhelés során úgy nyílik szét a repedés felület, mintha egy forgásponton menne keresztül a repedés két –meghosszabbított sákalakú felülete. Azt ki kell azonban hangsúlyozni, hogy még a terhelés során is vándorol e forgáspont.

Wells a következő kifejezést javasolta a repedéskinyílás számítására:

$$\delta = \frac{0,45(W-a)}{0,45W + 0,55a + z_c} \cdot \left[ \frac{v^2 E'}{4\gamma_r R_e W} \right] \quad \text{akkor, ha} \quad V \leq \frac{2\gamma_r R_e W}{E'} \quad \text{és}$$

$$\delta = \frac{0,45(W-a)}{0,45W + 0,55a + z_c} \cdot \left[ v - \frac{\gamma_r R_e W}{E'} \right] \quad \text{akkor, ha} \quad V > \frac{2\gamma_r R_e W}{E'}.$$

Ahol:  $z_c$  a próbatest felületétől mért azon távolság, ahol a bemetszés kinyílását mérjük, ill.

$$E' = \frac{E}{1 - v^2}.$$

A  $\gamma_r$  paraméter a repedés relatív hosszától függ, amelyre nézve különböző összefüggések találhatók az irodalomban.

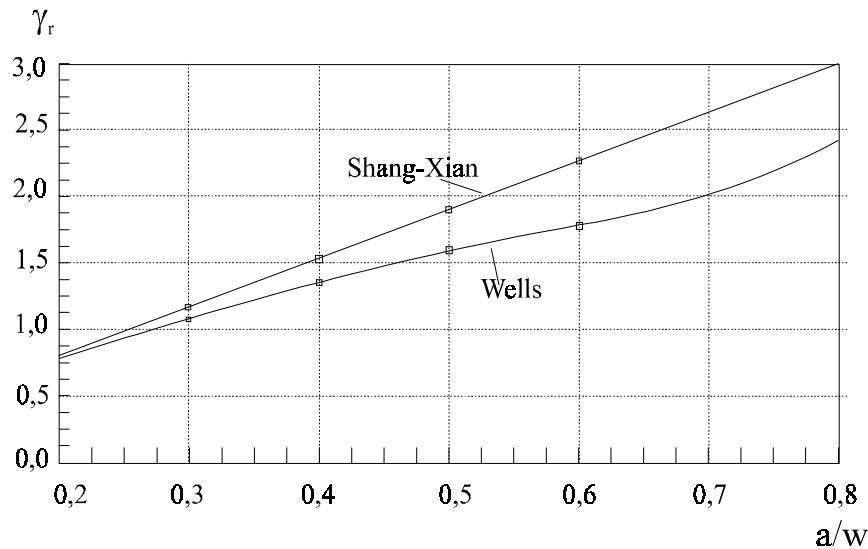
- Wells a következő kifejezést javasolta:

$$\gamma_r = 0,11 + 3,16 \left( \frac{a}{W} \right) + 0,54 \left( \frac{a}{W} \right)^2,$$

- Shang-Xian pedig a

$$\gamma_r = 1,65 \cdot 10^2 + 3,651 \left( \frac{a}{W} \right) \text{ alakút.}$$

A két kifejezés értéke az  $a/W$  függvényében a 3.2. ábrán látható. A két kifejezés között számottevő eltérés csupán  $a/W > 0.6$  esetén tapasztalható.



3.2. ábra  
A  $\gamma_r$  paraméter értéke az  
 $a/W$  függvényében

A repedéskinyílás kritikus értéke ( $\delta_c$ ) két a rugalmas és képlékeny alakváltozáshoz tartozó részből tevődik össze, azaz  $\delta_c = \delta_{el} + \delta_{pl}$ . A rugalmas rész, a lineárisan rugalmas törésmechanika elvei alapján meghatározható a következő alakban:

$$\delta_{el} = \frac{Se^2 \left[ F_p \left( \frac{a}{W} \right)^2 \right]}{R_e \cdot E \cdot B^2 W^3} \cdot (P_{el})^2, \text{ ahol}$$

a  $P_{el}$ . Az erő szétnyílás görbe lineáris szakaszának végpontjához tartozó erő, az  $F_p(a/W)$  pedig a próbatest geometriai tényezője, amely a következő kifejezéssel számítható:

$$F_p \left( \frac{a}{W} \right) = \frac{F_1 \left( \frac{a}{W} \right)}{2 \left( 1 + \frac{2a}{W} \right) \cdot \left( 1 - \frac{a}{W} \right)^{1.5}}, \text{ amelyben}$$

$$F_1 \left( \frac{a}{W} \right) = 3 \left( \frac{a}{W} \right)^{0.5} \left[ 1.99 - \left( \frac{a}{W} \right) \left( 1 - \frac{a}{W} \right) \left( 2.15 - 3.93 \left( \frac{a}{W} \right) + 2.7 \left( \frac{a}{W} \right)^2 \right) \right].$$

A ( $\delta_c$ ) képlékeny része, a  $\delta_{pl}$  a „képlékeny csukló” modelljének felhasználásával számítható, annak feltételezésével, hogy a sugár állandó a terhelés növekedése során:

$$\delta_{pl} = \frac{(W - a) \cdot r_{\delta, pl}}{(W - a) \cdot r_{\delta, pl} + a + z_c} \cdot V_{pl},$$

ahol  $V_{pl}$  a bemetszés kinyílásának képlékeny része. Az  $r_{\delta, pl}$  nagysága változik a különböző országok szabványainak megfelelően:

- angol szabvány:  $r_{\delta, pl} = 0.40$ ,
- kínai szabvány:  $r_{\delta, pl} = 0.45$ ,
- orosz szabvány:  $r_{\delta, pl} = 0.50$ .

Ezek összehasonlításával látható, hogy a 20%-os eltérés nem okoz számottevő különbséget a  $\delta_c$  értékének számításában.

### 3.2. A $\delta_c$ tervezési görbe

Az eljárást BURDEKIN és STONE javasolta, amelynek lényege az, hogy akik nagy kiterjedésű lemezben levő **2a** hosszúságú lemezben számították a globális alakváltozást ( $\epsilon_g$ ) egy repedés csúcsának környezetében úgy, hogy feltételezték a DUGDALE modell érvényességét. A repedéskinyílás dimenziómentes alakjára következő kifejezést kapták:

$$\Phi_\delta = \frac{\delta}{2\pi\epsilon_y a} = \frac{4}{\pi^2} \ln \sec\left(\frac{\pi\sigma_g}{2R_e}\right),$$

ahol:  $\sigma_g$  a globális feszültség és  $\epsilon_y$  az anyag folyásához tartozó megnyúlás. Az ún. *tervezési görbe* a következő formában adható meg:

$$\Phi_\delta = f\left(\frac{\epsilon_g}{\epsilon_{g,y}}\right),$$

ahol  $\epsilon_{g,y}$  a globális alakváltozás nagysága az erő- szétnyílás görbe lineáris tartományának határán. E tervezési görbe nagymértékben függ a repedés relatív hosszától, valamint a terhelés nagyságától. Ezek figyelembevételére DAWES, mint a görbék alsó határát a következőket javasolta:

$$\Phi_\delta = \left(\frac{\epsilon_g}{\epsilon_{g,y}}\right)^2, \quad \text{ha } \frac{\epsilon_g}{\epsilon_{g,y}} \leq 0,86 \text{ és}$$

$$\Phi_\delta = \left(\frac{\epsilon_g}{\epsilon_{g,y}}\right) - 0,25, \quad \text{ha } \frac{\epsilon_g}{\epsilon_{g,y}} > 0,86,$$

azaz a tervezési görbe egy parabolikus és egy lineáris szakaszból építhető fel.

#### 3.2.1. A megengedhető repedéshossz számítása

A tervezési görbe lehetővé teszi a *megengedhető repedéshossz* ( $a_t$ ) számítását, de semmilyen támpontot nem ad a *kritikus, törést okozó repedés hosszára* ( $a_c$ ) nézve, azonban biztosan teljesül a  $a_t < a_c$  feltétel. A szerkezeti elem megbízhatóságának becslésére most már két módszer használható:

- ha a kritikus globális feszültség *kisebb* mint a folyási határ fele, akkor a lineárisan rugalmas törésmechanikai elvek használhatók,
- ha a kritikus globális feszültség *nagyobb* mint a folyási határ fele, akkor a rugalmas-képlékeny törésmechanikai elvek használhatók.

A megengedhető repedéshosszak számítására javasolt kifejezések:

- a *lineárisan rugalmas* tartományban:  $a_t = C \left(\frac{K_{IC}}{R_e}\right)^2$ , ahol  $C = \frac{1}{2\pi \left(\frac{\sigma_g^c}{R_e}\right)^2}$  ha  $\frac{\sigma_g^c}{R_e} \leq 0,5$ .
- a *rugalmas-képlékeny* tartományban:  $a_t = C \frac{\delta_c}{\epsilon_{g,y}}$ , ahol *ferrites acélokra*  $C = \frac{1}{2\pi \left(\frac{\epsilon_g^c}{\epsilon_{g,y}} - 0,25\right)}$ ,

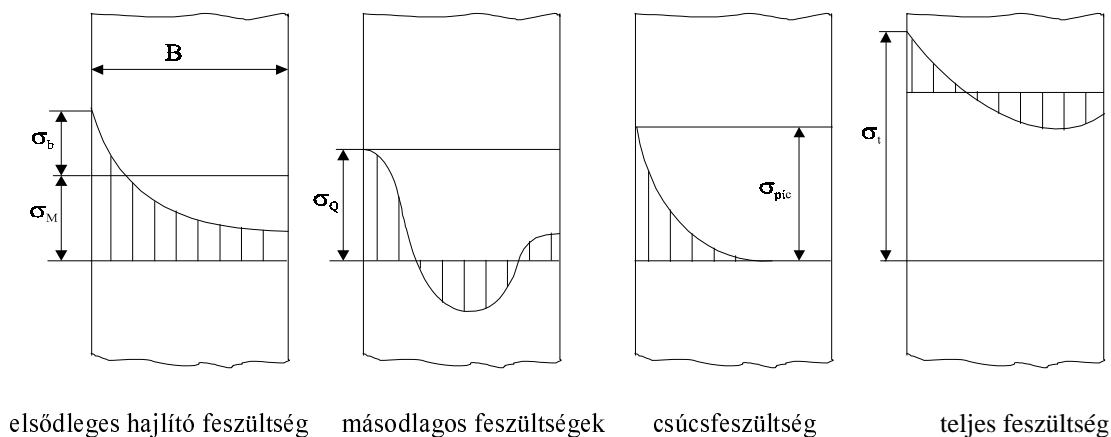
ha  $\frac{\sigma_g^c}{R_e} > 0,5$ . Egyéb anyagokra nézve a C értéke:  $C = \frac{1}{2\pi \left( \frac{\varepsilon_g^c}{\varepsilon_{g,y}} \right)^2}$ , ha  $\frac{\sigma_g^c}{R_e} > 0,5$ .

### 3.2.2. A különböző jellegű feszültségek figyelembevétele

A nyomástartó edényekre vonatkozó ASME szabvány VIII. fejezete a következő feszültségeket különbözteti meg:

- membrán feszültség  $\sigma_M$ ,
- elsődleges hajlító feszültség  $\sigma_b$ ,
- másodlagos (járulék) feszültségek  $\sigma_Q$  és
- feszültségcsúcs  $\sigma_{pic}$ , amely a következő kifejezéssel számítható:  $\sigma_{pic} = (k_t - 1)\sigma_M$ .

A teljes lokális terhelő feszültség:  $\sigma_t = \sigma_M + \sigma_b + \sigma_Q + \sigma_{pic}$ .



3.3. ábra. Az ASME szabvány VIII. fejezetében definiált feszültségek

### 3.2.3. Egyenértékű repedésméret

A tervezési görbék egyetlen paraméterrel, a repedéshosszal (**a**) jellemzik a hibákat. A valóságos, tényleges hibák azonban ennél lényegesen bonyolultabbak, lehetnek síkbeli és térbeli elhelyezkedésűek, következésképpen több geometriai paraméterrel jellemezhetők. A leggyakoribb térbeli hibák a kiválások, zárványok, kavitációs gödröcskék vagy porozítások. A repedésszerű hibák általában síkbeli jellegűek p. varratági repedések hegesztett varratokban. E hibák a veszélyesebbek, amelyeket a következő módon lehet kategorizálni és meghatározó méretükkel jellemezni:

- *négyszög alakú* hibák, amelyek a hosszukkal (**l<sub>d</sub>**) és a szélességükkel (**t<sub>d</sub>**) adhatók meg,
- *elliptikus* hibák, amelyek a nagy- (**l<sub>d</sub>**) és kistengelyükkel (**t<sub>d</sub>**) adhatók meg.

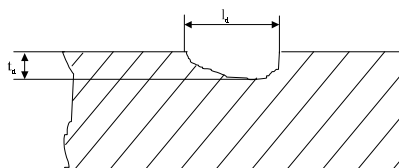
Ez utóbbi átmenő repedéssé konvertálható a lineárisan rugalmas törésmechanikai elvek használatával. Abban az esetben ha a hibák egymáshoz közel helyezkednek el, kölcsönhatásuk figyelembe veendő.

### 3.2.3. Egyenértékű repedésméretet jellemző méretei ( $l_d$ és $t_d$ )

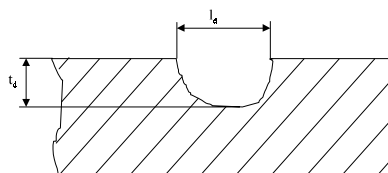
Az egyenértékű repedésméretet a következő módon definiálhatók

#### Felületi hibák

$$t_d/2B < 0,5$$

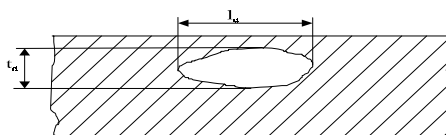


$$t_d/2B > 0,5$$

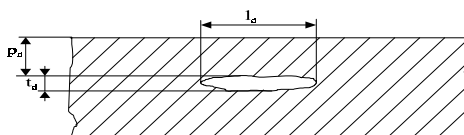


#### Felületi hibák

$$t_d/2B < 0,5$$

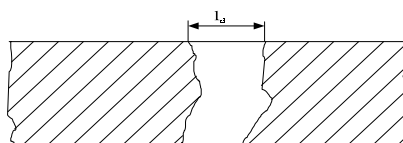


$$t_d/2B < 0,5$$



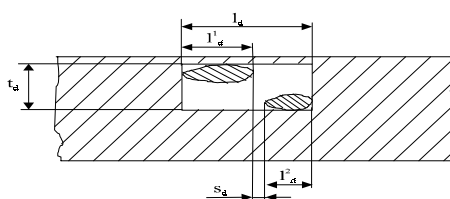
#### Felületi hibák

$$l_d$$



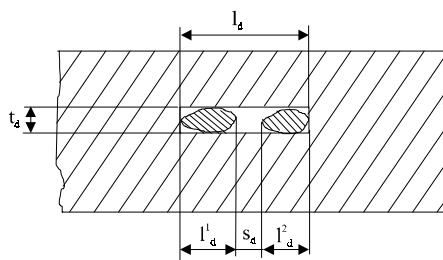
#### Kölcsönhatásban levő hibák

$$l_d = l_d^1 + l_d^2 + s_d$$



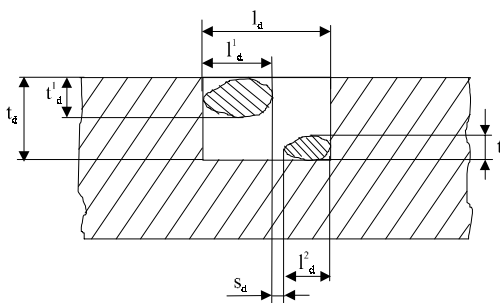
**Kölcsönhatásban levő hibák**

$$l_d = l_d^1 + l_d^2 + s_d$$



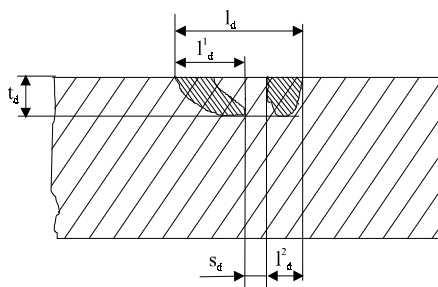
$$l_d = l_d^1 + l_d^2 + s_d$$

$$t_d = t_d^1 + t_d^2 + s_d$$



$$l_d = l_d^1 + l_d^2 + s_d$$

$$t_d = t_d^1$$

**3.2.4. Egyenértékű repedéshossz,  $\bar{a}$** 

Az egyenértékű repedéshosszak számítására használt kifejezéseket az alábbi táblázat foglalja össze.

Átmenő repedés	$\bar{a} = l_d / 2$
Átmenőnek tekinthető belső hiba	$\bar{a} = l_d / 2 + B$
Felületi hiba	$\bar{a} = (l_d \Phi_d) / (M_t M_s)$
Felületinek tekinthető belső hiba ( $p_d/B < 0.50$ )	$\bar{a} = p_d$
Belső hiba ( $p_d/B \geq 0.50$ )	$\bar{a} = [(p_d + a)] \Phi_d / M_k$
Gyökhiba ( $p_d/B < 0.15$ )	$\bar{a} = [(l_d^1 + l_d^2 + s_d)] \Phi_d / M_k$
Furat közelében levő hiba, ( $l_d < 0.15 r_t$ )	$\bar{a} = l_d$

Furat közelében levő hiba, ( $l_d \geq 0.15 r_t$ )	1 repedés $\bar{a} = l_d / 2 + r_d$ , 2 repedés $\bar{a} = l_d + r_d$ ,
--	---

Az előző táblázatban összefoglalt kifejezésekkel számíthatók az egyenértékű repedéshosszak, amelyek a tervezési görbékbe helyettesíthetők. Az  $M_K$  értéke az un. KOBAYASHI-féle összefüggéssel határozható meg:

$$M_K = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{B}\right)}.$$

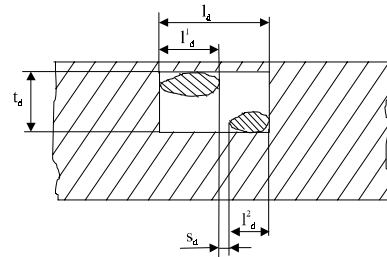
Az  $M_t$  és  $M_s$  a véges lemezvastagságból adódó geometriai hatásokat tükrözi, a  $\Phi_d$  a másodfajú elliptikus integrál.

### 3.2.5. Hibák kölcsönhatása

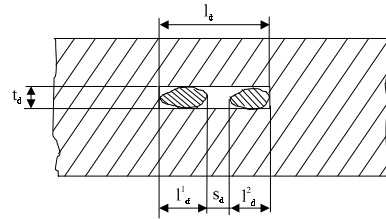
Amennyiben két, vagy több hiba egymáshoz kellően közel van, úgy hatásuk felerősödhet, azaz egymással is kölcsönhatásba léphetnek. Ebben az esetben az ilyen hibákat egyetlen, nagyobb méretű hibának kezelhetjük. A kérdés csupán az, hogy ez miképpen tehető meg. Az egyik legelfogadottabb közelítés az, ha elliptikus tekintjük, amelynek nagytengelyét jelölje  $l_d$  és kistengelyét  $t_d$ . Hogy mikor tekinthetők a hibák kölcsönhatásba levőknek, erre nézve útmutatást adhatnak az alábbi példák.

Kölcsönhatás áll fenn a hibák között, ha

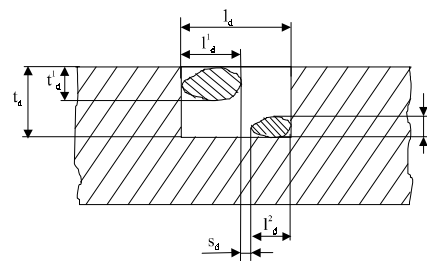
$$s_d \leq (t_{d,1} - t_{d,2})/2 ; \text{ vagy } s_d \leq l_{d,1}$$



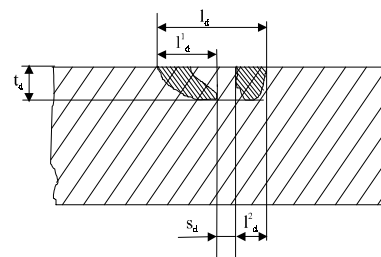
$$s_d \leq (l_{d,1} - l_{d,2})/2$$



$$s_d \leq (t_{d,1} - t_{d,2})/2 ; \text{ vagy } t_d \leq (t_{d,1} - t_{d,2})/2$$



$$s_d \leq (t_{d,1} - t_{d,2})/2$$





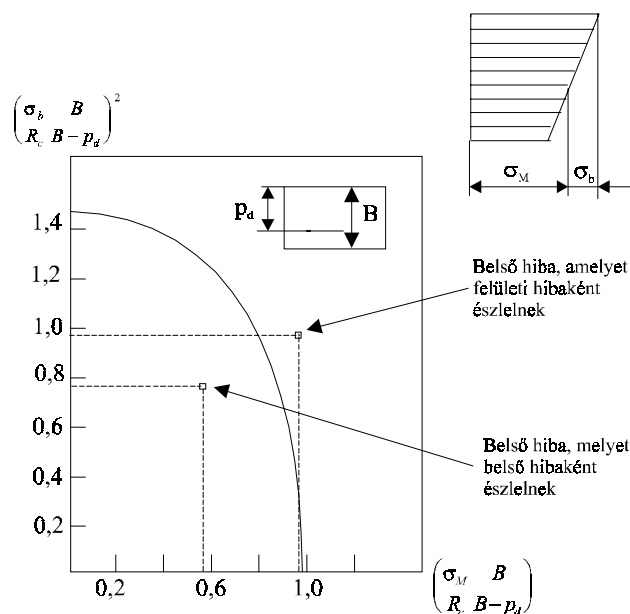
Abban az esetben, amikor egy belső hiba a felülethez közel van, a felület és hiba kölcsönhatásaként felületi képlékeny alakváltozás játszódhat le éppen az ép keresztmetszet kis mérete miatt. Ebben az esetben a hiba felületi repedésként kezelendő. Ezen közelítést akkor alkalmazhatjuk, ha a felületi ép keresztmetszetben ébredő nominális feszültség, a  $\sigma_N$  eléri az ún. képlékeny folyás feszültségét, az  $R_c$  értékét, azaz ha  $\sigma_N = R_c$ , ahol a az  $R_c$  folyáshatár és szakítószilárdság számtani közepe:

$$R_c = \frac{R_e + R_m}{2}$$

Az előzők általánosításaként határdiagramok szerkeszthetők arra nézve, hogy mikor tekinthetők a felület-közeli belső hibák a felületek kölcsönhatásban levőknek és mikor nem. A határdiagram általános alakja:

$$\left( \frac{\sigma_b}{R_c} \cdot \frac{B}{B-p_d} \right)^2 = f \left( \frac{\sigma_m}{R_c} \cdot \frac{B}{B-p_d} \right)$$

amelyben  $\sigma_N$  membrán, míg  $\sigma_b$  a hajlító feszültség. Ilyen határdiagramot szemléltet a 3.4. ábra.



3.4. ábra A felület-közeli belső hibák értékelési módszere

### 3.2.6. Megengedhető hibaméret

A megengedhető hibaméretek attól függnnek, hogy milyen üzemállapotot veszünk figyelembe (pl. nyomástartó rendszereknél a próbanyomás vagy az üzemi nyomás), ill. hegesztést követőem volt-e, vagy nem feszültségcsökkentő hőkezelés. Erre nézve csővezetékekre és nyomástartó edényekre utalást ad az alábbi táblázat.

Szerkezet	Nyomástartó edény		Csővezeték	
Feszültség	Feszültségmentesített	Hegesztett	Feszültségmentesített	Hegesztett

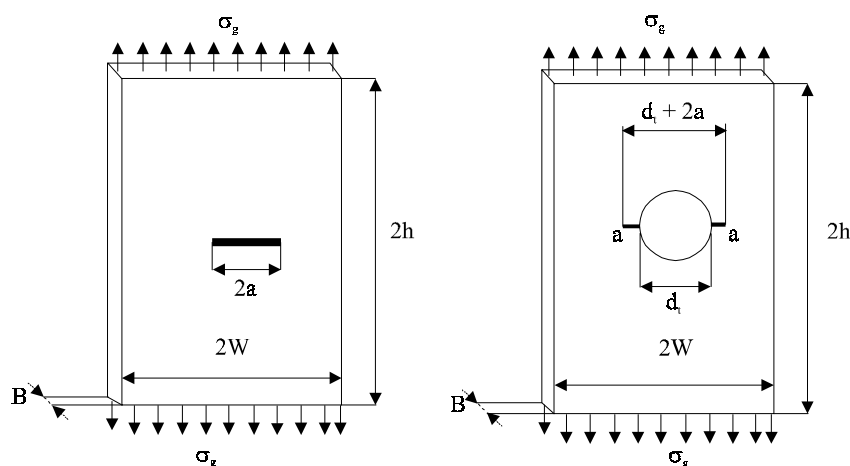
Üzemi nyomás	$0,50 (\delta_c/\varepsilon_{g,y})$	$0,09 (\delta_c/\varepsilon_{g,y})$	$0,06 (\delta_c/\varepsilon_{g,y})$	
Próbanyomás	$0,25 (\delta_c/\varepsilon_{g,y})$	$0,09 (\delta_c/\varepsilon_{g,y})$	$0,03 (\delta_c/\varepsilon_{g,y})$	$0,024 (\delta_c/\varepsilon_{g,y})$

### 3.2.7. Összefoglalás következtetések

A repedésszétnyíláson alapuló tervezési görbe lehetővé teszi a megengedhető hibaméret meghatározását a rugalmas-képlékeny alakváltozás tartományában. E tervezési görbék dimenziómentes alakváltozást vesznek alapul, azaz a globális és a repedést tartalmazó anyag képlékeny folyásához tartozó alakváltozások arányát,  $(\varepsilon_g/\varepsilon_{g,y})$ . A módszer alkalmazásához szükséges anyagjellemző a repedéskinyílás kritikus értéke, a  $\delta_c$ .

### 3.3. A megengedhető repedésméret meghatározása a tervezési görbék alkalmazásával

Tekintsünk egy négyszög alakú lemezt, amelyet egyenletes húzófeszültség terhel. Ennek közepén vagy átmenő, vagy felületi, vagy pedig furatból kiinduló repedés van, ahogy ezt a 3.5 ábra szemlélteti.



3.5. ábra. Az elemzett szerkezeti elemek típusai

- a. átmenő repedés
- b. felületi repedés
- c. furatból kiinduló repedés

Terhelési, geometriai és

anyagi paraméterek:

- Lemezvastagság  $2W = 2 \text{ m}$
- Szélesség  $B = 0,05 \text{ m}$
- Globális feszültség  $\sigma_g = 250 \text{ MPa}$
- Folyáshatár  $R_e = 350 \text{ MPa}$
- A felületi elliptikus hiba paramétereinek aránya  $a/c = 0,2$
- A furat átmérője  $D_t = 0,15 \text{ m}$
- A furat feszültséggyűjtési tényezője  $k_t = 3$
- Az anyag törési szívóssága  $K_{Ic} = 94 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$
- Rugalmassági modulus  $E = 210,000 \text{ MPa}$

**Feladat:** a megengedhető repedésméret meghatározása a tervezési görbék felhasználásával.

**Megoldás:**

Emlékeztetőül: a megengedhető repedéshossz:  $a_t = C_{84} \frac{\delta_c}{\epsilon_{g,y}}$ , ahol ferrites acélokra

$$C_{84} = \frac{1}{2\pi \left( \frac{\sigma_g^c}{R_e} \right)^2} \text{ ha } \frac{\sigma_g^c}{R_e} \leq 0,5 \text{ és } C_{84} = \frac{1}{2\pi \left( \frac{\epsilon_g^c}{\epsilon_{g,y}} - 0,25 \right)}, \text{ ha } \frac{\sigma_g^c}{R_e} > 0,5.$$

A kritikus globális megnyúlás

- átmenő repedésnél (a. eset)  $\epsilon_g^c \approx \frac{\sigma_g^c}{R_e},$
- felületi repedésnél (b. eset)  $\epsilon_g^c \approx \frac{\sigma_g^c}{R_e}$
- furatból kiinduló repedésnél  $\epsilon_g^c \approx \frac{k_t \cdot \sigma_g^c}{E}$

Átlagos megnyúlás a folyáshatárnál

$$\epsilon_g^c \approx \frac{R_e}{E}$$

Egyenértékű repedéshosszak

- átmenő repedésnél (a. eset)  $\bar{a} = a, \text{ ill. } \bar{a}_t = a_t$
- felületi repedésnél (b. eset)  $\frac{\bar{a}}{a} = \frac{\Phi_d}{M}, \text{ ill. } \frac{\bar{a}_t}{a_t} = \frac{\Phi_d}{M}$
- furatból kiinduló repedés (c. eset)  $\bar{a} = a, \text{ ill. } \bar{a}_t = a_t$

Az egyenértékű repedéshosszak számítására használt összefüggések *felületi repedésnél* (b. eset):

$$a = \left( \frac{\Phi_d}{M} \right)^2 \cdot \bar{a}$$

$$\Phi_d = \sqrt{1 + 1,1464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}}$$

$$M = M_1 + M_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{B} \right)^4$$

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \left( \frac{a}{c} \right)$$

$$M_2 = \frac{0,089}{0,2 + \frac{a}{c}} - 0,54$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \frac{a}{c}} + 14 \cdot \left( 1 - \frac{a}{c} \right)^{24}$$

A kritikus repedéskinyílás meghatározása a  $\delta_c = \frac{K_{IC}^2}{E \cdot R_e}$  kifejezés segítségével, azaz

$$\delta_c = \frac{(94 \cdot 10^6)^2}{(210 \cdot 10^9) \cdot (350 \cdot 10^6)}$$

$$\delta_c = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

### Eredmények:

#### Átmenő repedés (a.eset)

$\sigma_g$ , MPa	$R_e$ , MPa	$\sigma_g / R_e$ , MPa	$\epsilon_g$	$\epsilon_e / \epsilon_{g,y}$
250	350	0,714	$1,19 \cdot 10^{-3}$	0,714
$C_{84}$	$\delta_c$ , MPa	$C_{84}, \delta_c / \epsilon_{g,y}$	$a_t$ , m	$a_t$ , m
0,343	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$7,1 \cdot 10^{-2}$	$2,47 \cdot 10^{-2}$	$2,47 \cdot 10^{-2}$

#### Felületi repedés (b.eset)

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \left( \frac{a}{c} \right),$$

$$M_1 = 1,13 - 0,09(0,2) = 1,094$$

$$M_2 = \frac{0,089}{0,2 + \frac{a}{c}} - 0,54,$$

$$M_2 = \frac{0,089}{0,2 + 0,2} - 0,54 = 0,943$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \frac{a}{c}} + 14 \cdot \left( 1 - \frac{a}{c} \right)^{24},$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + 0,2} + 14 \cdot (1 - 0,2)^{24} = -0,45$$

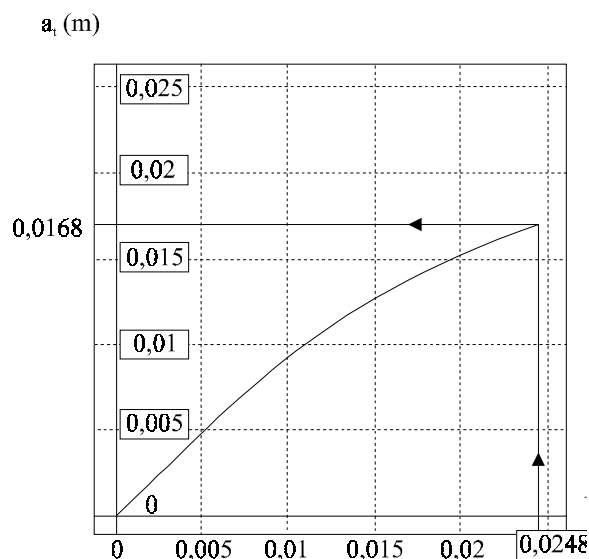
$$\Phi_d = \sqrt{1 + 1,1464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65}},$$

$$\Phi_d = \sqrt{1 + 1,1464 (0,2)^{1,65}} = 1,05$$

$$a = \left( \frac{\Phi_d}{M} \right)^2 \cdot \bar{a},$$

$$a = \left( \frac{1,05}{1,094 + 0,943 \left( \frac{\bar{a}}{0,05} \right)^2 - 0,45 \left( \frac{\bar{a}}{0,05} \right)^4} \right)^2 \cdot \bar{a}$$

Az  $a - \bar{a}$  kapcsolatot az alábbi ábra szemlélteti:

3.6. ábra Az  $a - \bar{a}$  kapcsolata

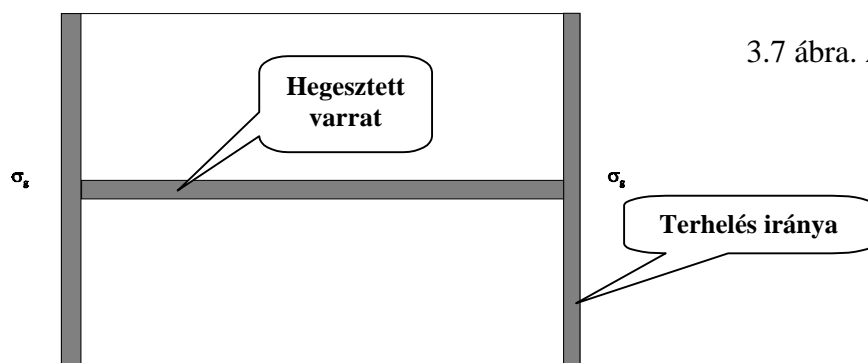
$\sigma_g$ , MPa	$R_e$ , MPa	$\sigma_g / R_e$ , MPa	$\epsilon_g$	$\epsilon_e / \epsilon_{g,y}$
250	350	0,714	$1,19 \cdot 10^{-3}$	0,714
$C_{84}$	$\delta_e$ , MPa	$C_{84}, \delta_e / \epsilon_{g,y}$	$a_t$ , m	$\underline{a}$ m
0,343	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$7,1 \cdot 10^{-2}$	$1,68 \cdot 10^{-2}$	$2,48 \cdot 10^{-2}$

Furatból kiinduló repedés (c. eset)

$k_t \cdot \sigma_g$ , MPa	$R_e$ , MPa	$k_t \cdot \sigma_g / R_e$ , MPa	$\epsilon_g$	$\epsilon_e / \epsilon_{g,y}$
250	350	2,14	$3,57 \cdot 10^{-3}$	2,14
$C_{84}$	$\delta_e$ , MPa	$C_{84}, \delta_e / \epsilon_{g,y}$	$a_t$ , m	$\underline{a}$ m
0,084	$1,2 \cdot 10^{-4}$	$7,18 \cdot 10^{-2}$	$6,0 \cdot 10^{-3}$	$6,0 \cdot 10^{-3}$

### 3.4. A megengedhető repedésméret meghatározása a hegesztés utáni maradó feszültségek figyelembevételével

Tekintsünk két nagyterjedésű lemezt, ezeket hegesszük össze, majd ezt terhelje a varrattal párhuzamos egyenletesen megoszló húzófeszültség, mint ahogy ezt a 3.7. ábra szemlélteti.



3.7 ábra. A vizsgált hegesztett lemez

**Feladat:**

1. A megengedhető repedésméretok meghatározása *átmenő repedésnél, hegesztett állapotban*, ha a repedés
  - a1. a varratban van,
  - a2. a hőhatásövezetben van,
  - a3. az alapanyagban van.
2. A megengedhető repedésméretok meghatározása *átmenő repedésnél, feszültségcsökkentés után*, ha a repedés
  - b1. a varratban van,
  - b2. a hőhatásövezetben van,
  - b3. az alapanyagban van.

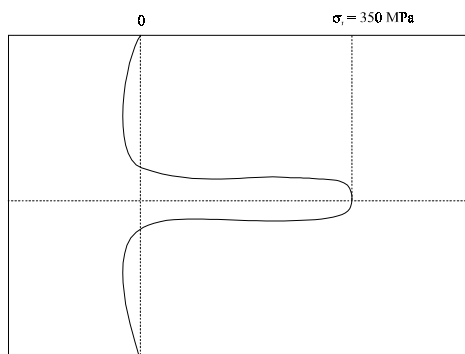
*A feszültségcsökkentést követően nem marad hegesztési járulékos feszültség, a hőhatásövezet töréssel szembeni ellenállása megegyezik az alapanyagével és a folyási határ változatlan marad.*

**Anyagjellemzők, terhelési paraméterek**

	<i>Folyáshatár <math>R_e</math>, MPa</i>	<i>Törési szívósság <math>K_{Ic}</math>, MP<math>\sqrt{m}</math></i>	<i>Kritikus repedéskinyílás <math>\delta_c</math>, mm</i>	<i>Szakítószilárdság <math>R_m</math>, MPa</i>
<b>Alapanyag</b>	350	95,0	0,120	510
<b>Hőhatásövezet</b>	400	50,6	0,035	510
<b>Varrat anyaga</b>	450	63,0	0,042	510

A névleges, globális terhelőfeszültség  $\sigma_g = 100$  MPa

A maradó feszültség maximuma  $\sigma_r = 350$  MPa, eloszlása pedig a 3.8. ábrának megfelelő.



3.8. ábra. A maradó hegesztési feszültségek eloszlása a varratra merőleges irányban

**Megoldás:**

Emlékeztetőül: a megengedhető repedéshossz:  $a_t = C_{84} \frac{\delta_c}{\varepsilon_{g,y}}$ , ahol ferrites acélokra

$$C_{84} = \frac{1}{2\pi \left( \frac{\sigma_g^c}{R_e} \right)^2} \text{ ha } \frac{\sigma_g^c}{R_e} \leq 0,5 \text{ és } C_{84} = \frac{1}{2\pi \left( \frac{\varepsilon_g^c}{\varepsilon_{g,y}} - 0,25 \right)}, \text{ ha } \frac{\sigma_g^c}{R_e} > 0,5.$$

A kritikus globális megnyúlás átmenő repedésnél:  $\varepsilon_g^c \approx \frac{\sigma_g^c}{R_e}$ ,

Átlagos megnyúlás a folyáshatárnál  $\varepsilon_{g,y} \approx \frac{R_e}{E}$

Egyenértékű repedéshossz átmenő repedésnél (a. eset)  $\bar{a} = a$

Lokális terhelő feszültség  $\sigma_{app} = \sigma_g^c + \sigma_r$ , ahol  $\sigma_r$  a hegesztési maradó feszültségek nagysága, amely megegyezik a varrat anyagának folyási határával, azaz 450 Mpa-val.

A globális és a megfolyáshoz tartozó megnyúlások aránya:

Eset	$\sigma_g^c, (MPa)$	$\sigma_g, (MPa)$	$\sigma_{app}, (MPa)$	$\sigma_{app} / R_e$	$\varepsilon_g^c$	$\varepsilon_g / \varepsilon_{g,y}$
A1	100	450	550	1,220	$2,62 \cdot 10^{-3}$	1,220
A2	100	450	550	1,370	$2,62 \cdot 10^{-3}$	1,370
A3	100	450	550	1,570	$2,62 \cdot 10^{-3}$	1,570
B1	100	0	100	0,222	$4,76 \cdot 10^{-4}$	0,222
B2	100	0	100	0,220	$4,76 \cdot 10^{-4}$	0,25
B3	100	0	100	0,268	$4,76 \cdot 10^{-4}$	0,286

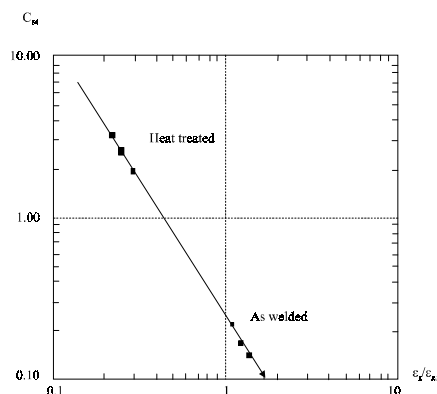
A megengedhető repedésméretetek:

Eset	$C_{84}$	$\delta_c, (m)$	$\delta_c / \varepsilon_{g,y}$	$a_t, (m)$	$2a_t, (m)$
A1	0,164	$1,20 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-2}$	$9,18 \cdot 10^{-3}$	$1,84 \cdot 10^{-2}$
A2	0,141	$0,35 \cdot 10^{-4}$	$1,84 \cdot 10^{-2}$	$2,59 \cdot 10^{-3}$	$5,18 \cdot 10^{-3}$
A3	0,120	$0,42 \cdot 10^{-4}$	$2,52 \cdot 10^{-2}$	$3,02 \cdot 10^{-3}$	$6,05 \cdot 10^{-3}$
B1	3,220	$1,20 \cdot 10^{-4}$	$5,60 \cdot 10^{-2}$	$1,80 \cdot 10^{-1}$	$3,60 \cdot 10^{-1}$
B2	2,550	$0,35 \cdot 10^{-4}$	$1,84 \cdot 10^{-2}$	$4,69 \cdot 10^{-2}$	$9,38 \cdot 10^{-2}$

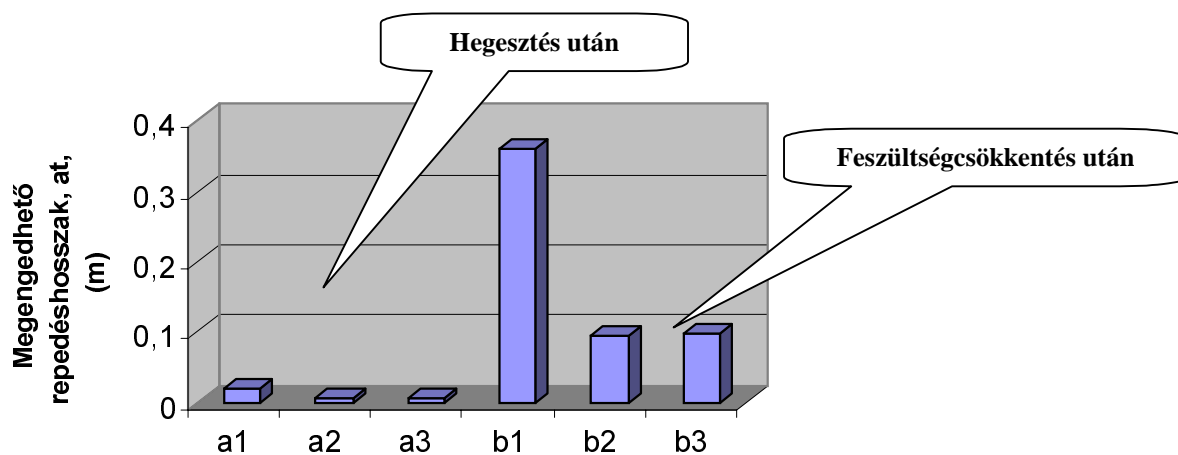
B3	1,950	$0,42 \cdot 10^{-4}$	$2,52 \cdot 10^{-2}$	$4,91 \cdot 10^{-2}$	$9,82 \cdot 10^{-2}$
----	-------	----------------------	----------------------	----------------------	----------------------

A  $C_{84}$  értékét az  $\epsilon_g/\epsilon_{g,y}$  függvényében a 3.9. ábra szemlélteti. Látható, hogy ezek értékei jó közelítéssel egyenesre esnek lg-lg koordináta rendszerben.

3.9. ábra. A  $C_{84}$  értékét az  $\epsilon_g/\epsilon_{g,y}$  függvényében



A megengedhető repedéshosszakat a hat különböző esetre a 3.10. ábra szemlélteti, amelyben jól látható, hogy a hegesztési maradó feszültségek lényegesen csökkentik azok nagyságát.



3.10. ábra

A hegesztett kötésben megengedhető hibák hegesztett állapotban és feszültségcsökkentést követően



## 4. A J-integrál modellje

### 4.1. A J-integrál fogalma

A J-integrál fogalma röviden már áttekintésre került az 1. fejezetben. Rice kimutatta, hogy egy adott konstans elmozdulásnál a J-integrál értéke az *erő-elmozdulás* görbe alatti területtel, a munkával, U értékével egyezik meg.

$$J = - \frac{1}{B} \frac{\delta U}{\delta a} \bigg|_{\delta} \quad (1)$$

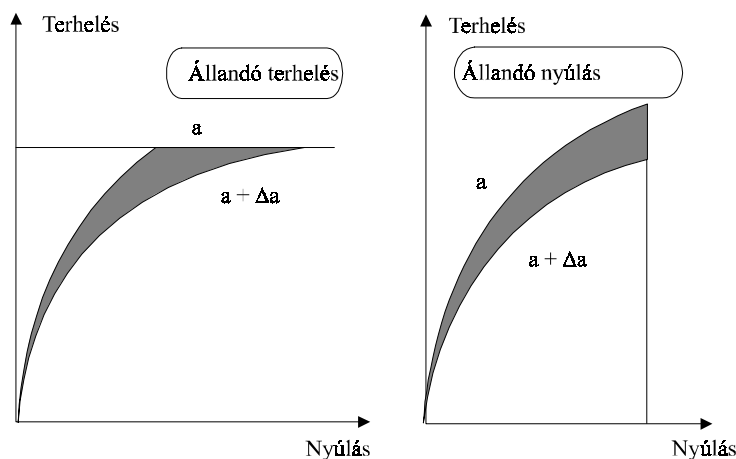
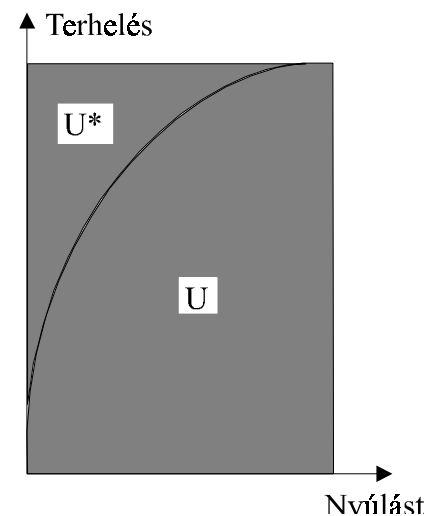
Konstans terhelésnél a J integrál értéke a kiegészítő, a komplementer energiával, U\*-al egyenlő.

$$J = \frac{1}{B} \frac{\delta U^*}{\delta a} \bigg|_P \quad (2)$$

Ezen energiák értelmezését szemlélteti a 4.1. ábra.

4.1. ábra. A J-integrál és az energiák kapcsolata

Abban az esetben ha két egymás utáni helyzetet vizsgálunk, akkor a két állapotra jellemző erő-elmozdulás görbék alatti megfelelő területek különbsége az egyik állapotból a másik állapotba való átmenetelhez szükséges energia mennyiségét tükrözi. Így pl. az első állapot tartozhat egy **a** hosszúságú repedéshosszhoz, a második állapot egy **a+da** hosszúságú repedéshosszhoz.



4.2. ábra.

Két különböző repedéshosszhoz tartozó *erő-elmozdulás* diagram, amely az egyik állapotból a másikba való étviteléhez szükséges energiát tükrözi.

Az előző megfontolások a következő alakban is írhatók:

$$J = -\frac{1}{B} \int_0^d \frac{\delta P}{\delta a} \bigg|_{\delta, \Delta \delta} \quad (3)$$

$$J = \frac{1}{B} \int_0^P \frac{\delta d}{\delta a} \bigg|_{P, \Delta P} \quad (4)$$

#### 4.2. A *J* mint energetikai paraméter

TURNER feltételezte, hogy a *J* energetikai paraméter *arányos* azzal a munkával, amelyet a külső, a próbatestre ható terhelő erő végez a próbatest ép keresztmetszetén, azaz

$$J = \eta \frac{U}{Bb} \quad (5)$$

ahol **B** a próbatest vastagsága, **b** pedig az ép keresztmetszet magassága (szélessége), a  $\eta$  pedig az arányossági tényező.

Bizonyos feltételek mellett a **J** integrál értéke egyenlő a *J* energetikai paraméterrel, azaz

$$\mathbf{J} = J. \quad (6)$$

Ebben az esetben írhatjuk, hogy

$$J = -\frac{1}{B} \frac{\delta U}{\delta a} = \frac{1}{B} \frac{U}{\delta(W-a)}, \text{ ill.} \quad (7)$$

$$J = \eta \frac{U}{B(W-a)} = \frac{1}{B} \frac{\delta U}{\delta(W-a)}, \text{ amelyből} \quad (8)$$

$$\eta = \frac{\delta \ln U}{\delta \ln(W-a)} \quad (9)$$

Általánosabb esetben írható, hogy:

$$\eta = \frac{(W-a)}{W} \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{\delta P}{\delta(W-a)} \quad (10)$$

Partikuláris esetben, hárompontos hajlító próbatestnél és mély repedések esetén a repedésfelületek kinyílási szöge, a  $\Theta$  a következő módon fejezhető ki:

$$\Theta = h \left( \frac{M}{Bb^2 \text{Re}}, \frac{\text{Re}}{E}, n \right) \quad (11)$$

ahol **n** a keményedési kitevő, **M** a hajlító nyomaték, **E** a rugalmassági modulus és **Re** a folyáshatár. Ezen összefüggést átalakítva

$$M = Bb^2 \text{Re} f \left( \Theta, \frac{\text{Re}}{E}, n \right) \quad (12)$$

láthatjuk, hogy a hajlító nyomaték arányos a  $\mathbf{P.S_e}$  szorzattal, ahol az  $\mathbf{S_e}$  a támaszköz. Ebből a terhelőerő

$$P = \frac{B}{S_e} b^2 \operatorname{Re} f\left(\Theta, \frac{\operatorname{Re}}{E}, n\right) \quad (13)$$

A *J-integrál* kifejezése:

$$J = -\frac{1}{B} \int_0^d \frac{\delta P}{\delta a} d, \Delta d \quad (14)$$

Figyelembe véve, hogy  $\partial a = -\partial b$ , a következőket írhatjuk:

$$\frac{\delta P}{\delta a} = - = \frac{\delta P}{\delta b} - 2 \frac{B}{S_e} b \operatorname{Re} f\left(\Theta, \frac{\operatorname{Re}}{E}, n\right) = -2 \frac{B}{b} \quad (15)$$

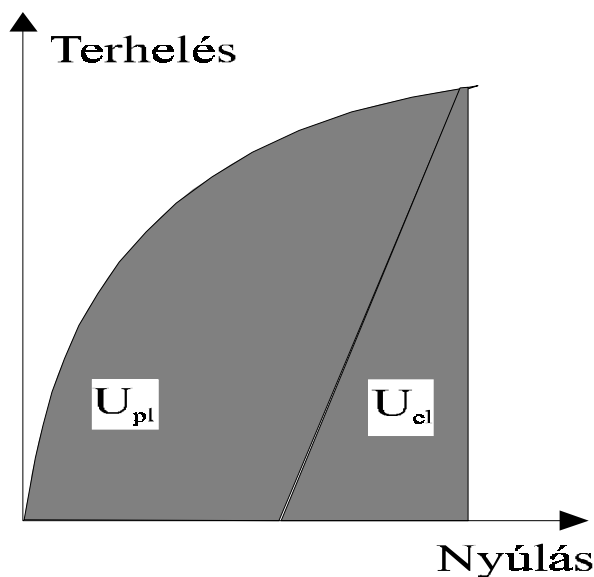
$$J = \frac{2}{Bb} \int_0^d P \Delta d, \text{ amelyből következik, hogy} \quad (16)$$

$$J = \frac{2U}{Bb} \quad (17)$$

#### 4.3 Az $\eta_{el}$ és az $\eta_{pl}$ számítása

SUMPTER feltételezte, hogy a  $J$  energetikai paraméter magába foglal egy rugalmas és egy képlékeny tagot, azaz :

$$J = \eta_{el} \frac{U_{el}}{Bb} + \eta_{pl} \frac{U_{pl}}{Bb} \quad (18)$$



4.3. ábra. A  $J$  értékének rugalmas és képlékeny összetevője

A rugalmas rész, az  $\eta_{el}$

$$J_{el} = G = \frac{P^2 \delta C}{2B \delta a} \quad (19)$$

$$\eta_{el} = \frac{G \cdot B \cdot (W - a)}{U_{el}} \quad (20)$$

$$\eta_{el} = \frac{2P^2 \cdot B \cdot (W - a)}{CP^2 2B \frac{\delta C}{\delta a}} \quad (21)$$

$$\eta_{el} = \frac{(W - a)}{C \frac{\delta C}{\delta a}} = (W - a) \frac{F_\sigma^2}{\int F_\sigma^2 da} \quad (22)$$

$$\eta_{el} = (W - a) \alpha_F \quad (23)$$

A képlékeny rész, azaz a  $\eta_{pl}$

$$J = -\frac{1}{B} \frac{\delta U_{pl}}{\delta a} \quad (24)$$

Ideálisan merev-képlékeny anyagoknál

$$U_{pl} = P_L d \quad (25)$$

$$J = -\frac{1}{B} \int_0^d \frac{\delta P_{pl}}{\delta a} \cdot \Delta d = -\frac{1}{B} \frac{\delta P_{pl}}{\delta a} \cdot \Delta d \quad (26)$$

$$\eta_{pl} = \frac{J_{pl} \cdot B \cdot (W - a)}{U_{pl}} = -\frac{\frac{\partial P_{pl}}{\partial a} \cdot d \cdot B \cdot (W - a)}{B \cdot P_L \cdot d} \quad (27)$$

$$\eta_{pl} = -\frac{1}{P_L} \cdot \frac{\partial P_{pl}}{\partial a} \cdot (W - a) \quad (28)$$

#### 4.4 Tervezési görbe a J-integrál alapján

A tervezési feladat az, hogy kapcsolatot teremtsen az anyag repedésterjedéssel szembeni ellenállása, a globális feszültség kritikus értéke és kritikus, terjedőképes repedésméret között.

TURNER feltételezett egy olyan tervezési görbét, amely a dimenziómentes formában teremt kapcsolatot a tényleges J-érték, a töréssel szembeni ellenállás és a tényleges, ill. kritikus megnyúlások között. A tervezési görbe alakja:

$$\frac{J}{G_\gamma} = f\left(\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^\gamma}\right) \quad (29)$$

ahol:

$G_\gamma = R_e^2 \cdot a \cdot \pi$ ,  $\varepsilon_{ef}$  az effektív alakváltozás. Az  $\varepsilon_N^\gamma$  az effektív alakváltozás a folyás pillanatában.

A következő három lehetséges eset fordulhat elő:

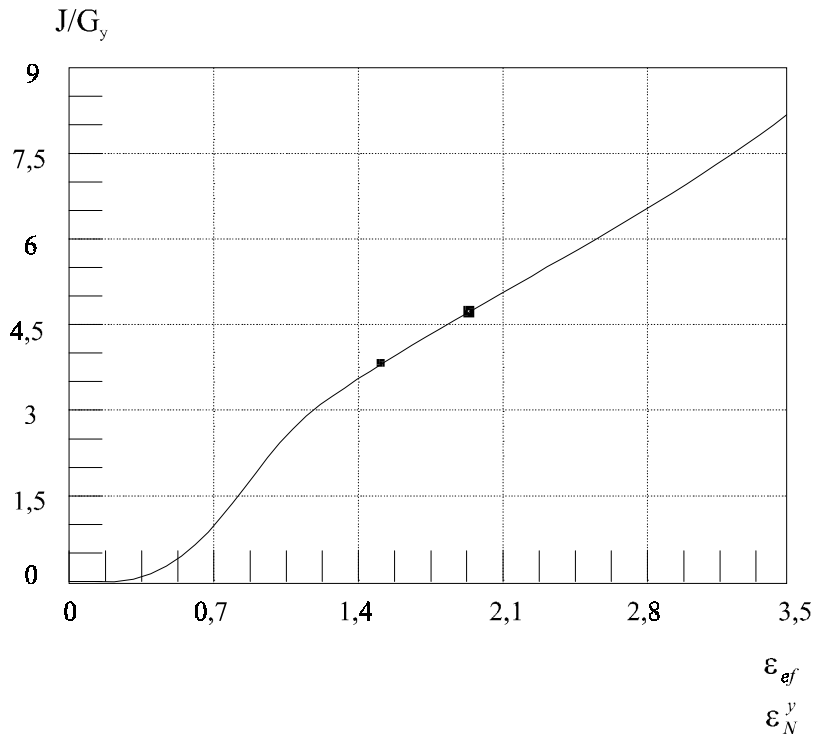
<b>Első eset</b>	$\frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N^y} < 1.2$	$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \frac{\sigma_N}{Re}$
<b>Második eset</b>	$\frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N^y} > 1.2$	$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = M \left( \frac{\sigma_N}{Re} \right)$
<b>Harmadik eset</b>	$F_\sigma \left( \frac{a}{W} \right) > \frac{W}{b}$ $\frac{W}{b} > 2$	<b>Képlékeny instabilitás</b>

ahol: az  $\varepsilon_N$  a névleges alaváltozás az ép keresztmetszetben, a  $\sigma_N$  a névleges feszültség,  $M$  pedig a szerkezet geometriai jellemzőit veszi figyelembe. A  $J$  tervezési görbe a következő alakban írható fel:

$$\frac{J}{G_y} = \left( \frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} \right)^2 \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} \right)^2 \right], \text{ ha } \varepsilon_N / \varepsilon_N^y \leq 1.2 \text{ és} \quad (30)$$

$$\frac{J}{G_y} = 2.5 \left( \varepsilon_{ef} / \varepsilon_N^y - 0.2 \right), \text{ ha } \varepsilon_{ef} / \varepsilon_N^y \geq 1.2 \quad (31)$$

A (30) és (31) kifejezésekkel számított tervezési görbét szemlélteti a 4.4. ábra.



4.4. ábra. A  $J$  integrál értékén nyugvó tervezési görbe

A tervezési görbe a következő alakban is kifejezhető:

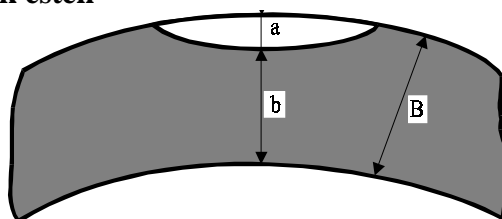
$$\left( \frac{J \cdot E}{Re^2 \cdot a \cdot \pi} \right)_m = \frac{J}{G_y} F_\sigma^2 \quad (32)$$

Az ép keresztmetszetben ébredő névleges feszültség a következő kifejezésekkel számíthatók:

<b>Sarokrepedés húzás esetén</b>		$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left[ \left( 1 + \frac{W}{b} \right) \frac{\sigma_N}{R_r} \right] - 1$
<b>Sarokrepedés hajlítás esetén</b>		$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left[ \left( 1 + \frac{W}{b} \right) \frac{\sigma_N}{R_r} \right] - \left[ \frac{b}{W} \right]$
<b>Átmenő repedés húzásnál</b>		$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left[ \left( 1 + \frac{B}{b} \right) \frac{\sigma_N}{R_r} \right] - 1$
<b>Átmenő repedés hajlításnál</b>		$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left[ \left( 1 + \frac{B}{b} \right) \frac{\sigma_N}{R_r} \right] - \left[ \frac{b}{B} \right]$
<b>Belső repedés</b>	$\text{ha } \left( \frac{B}{b_1 + b_2} \right) \frac{\sigma_N}{R_e} \leq 1$	$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left( 1 + \frac{a}{b_1} \right) \frac{\sigma_N}{R_r}$
	$\text{ha } \left( \frac{B}{b_1 + b_2} \right) \frac{\sigma_N}{R_e} \geq 1$	$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left[ \left( 1 + \frac{B}{b_1} \right) - \left( 1 + \frac{b_2^2}{b_1 \cdot B} \right) \right] \frac{\sigma_N}{R_r}$

ahol a jelölések:

- **Felületi repedések estén**



- **Felületi repedések estén**

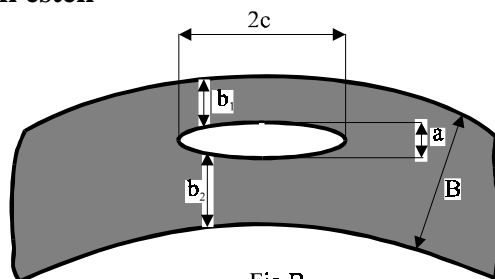


Fig B<sub>1</sub>

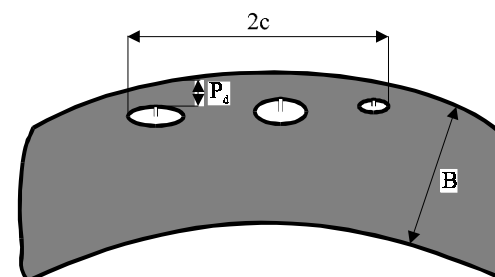


Fig B<sub>2</sub>

#### 4.5. A maradó feszültségek szerepe

A maradó ( $J_r$ ), a hőterhelésből adódó ( $J_{th}$ ) és a mechanikai terhelésből származó feszültségek ( $J_m$ ) összeadódnak, azaz:

$$J = \left( J_m^w + J_r^w + J_{th}^w \right)^{\frac{1}{w}} \quad (33)$$

ahol:  $w$  egy állandó, amelynek értéke  $0,5 \leq w \leq 1$ .

A biztonság irányába térünk el, ha konzervatív módon feltételezzük, hogy a maradó feszültségek értéke állandó és a folyási határral egyezik meg. Ekkor

$$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \frac{\sigma_N}{Re} = 1 \quad (34)$$

$$J = \left( J_m + J_r \right) \quad (35)$$

#### 4.6. Összefoglalás

A J-integrálon nyugvó tervezési görbe dimenziómentes alakban teremt kapcsolatot a repedéscsúcsban számított J és a töréssel szembeni ellenállás, valamint az ép keresztmetszetben kialakuló és a rugalmas alakváltozás határához tartozó alakváltozások között. E jellemzők számítására számos kifejezés ismert.

#### 4.7. Számpélda

Hosszirányú hegesztett varrattal készített csővezeték a belső nyomásból adódó  $\sigma_b$  tangenciális feszültség terhelje. A hegesztett varrat hosszan elnyúlt elliptikus,  $2a$  hosszúságú kistengelyű, felület alatt  $b_1$  mélységben elhelyezkedő repedést tartalmaz (lásd a 4.5. ábrát)

##### Feladat:

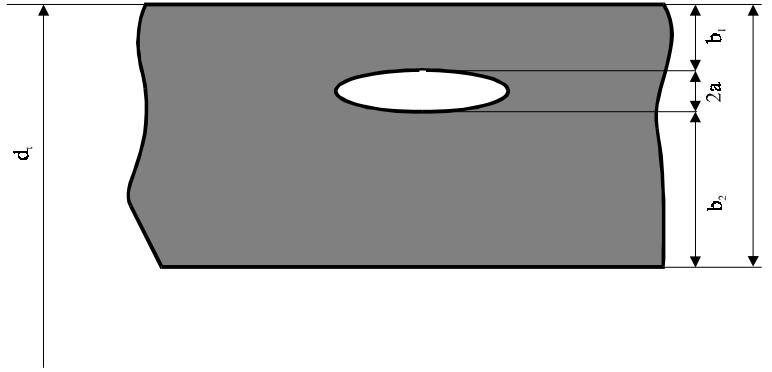
Határozzuk meg a cső biztonságát abban az esetben, ha a hegesztett varrat nem kapott feszültségcsökkentő hőkezelést.

##### Feltételezés:

Az  $F_S(a/W)$  geometriai tényező értéke hosszú, elnyúlt repedésre: **1.16**, és a  $C_{41}$  tényező értéke **1**.

##### Geometriai, terhelési adatok és anyagjellemzők:

- a cső átmérője	$d_t$	= 1 m
- a repedés kistengelye	$2a$	= 0,0065m
- a repedés mélysége	$b_1$	= 0,003m
- falvastagság	$B$	= 0,022m
- folyási határ	$Re$	= 450 MPa
- szakítószilárdság	$Rm$	= 600 MPa
- törési szívósság	$K_J^*$	= 200 MPa $\sqrt{m}$
- tangenciális feszültség	$\sigma_b$	= 382 MPa



4.5. ábra.  
Hosszan elnyúlt felület alatti  
hibát tartalmazó, belső nyomásra  
igénybevett cső  
(jelölések)

### Megoldás:

- Az ép-keresztmetszetben ébredő megnyúlás (lásd az 52. oldalon levő táblázatot):

$$\left( \frac{B}{b_1 + b_2} \right) \frac{\sigma_N}{Re} = \left( \frac{22}{3 + 12.5} \right) \cdot \frac{382}{450} = 1.13 \geq 1 \quad (36)$$

ahol:  $b_1$ ; és  $b_2$  az ép keresztmetszet magasságai; ill. igaz, hogy  $b_1 + 2a + b_2 = B$

- a névleges relatív alakváltozás

$$\frac{\epsilon_{ef}}{\epsilon_N^y} = \left[ \left( 1 + \frac{B}{b_1} \right) - \left( 1 + \frac{b_2^2}{b_1 \cdot B} \right) \right] \frac{\sigma_N}{R_r}, \text{ azaz } \frac{\epsilon_{ef}}{\epsilon_N^y} = 3.88 \quad (37)$$

- a dimenziómentes energetikai paraméter

$$\frac{J}{G_y} = 2.5 \left( \epsilon_{ef} / \epsilon_N^y - 0.2 \right), \text{ azaz } \frac{J}{G_y} = 9.2 \quad (38)$$

- a mechanikai terhelés szerepe

$$\left( \frac{J \cdot E}{Re^2 \cdot a \cdot \pi} \right)_m = \frac{J}{G_y} F_\sigma^2, \text{ azaz } \left( \frac{J \cdot E}{Re^2 \cdot a \cdot \pi} \right)_m = 9.2 \cdot (1.16)^2 = 12.37 \quad (39)$$

- a maradó feszültség szerepe

$$\frac{\epsilon_{ef}}{\epsilon_N^y} = \frac{\sigma_N}{Re} = 1 \quad (40)$$

- a dimenziómentes energetikai paraméter

$$\frac{J}{G\gamma} = \left( \frac{\epsilon_N}{\epsilon_N^y} \right)^2 \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{\epsilon_N}{\epsilon_N^y} \right)^2 \right], \text{ mivel } \epsilon_N / \epsilon_N^y \leq 1.2, \frac{J}{G_y} = 15 \quad (41)$$

- a maradó feszültség figyelembevétele

$$\left( \frac{J \cdot E}{Re^2 \cdot a \cdot \pi} \right)_r = \frac{J}{G_y} F_\sigma^2, \text{ azaz} \quad (42)$$



$$\left( \frac{J \cdot E}{Re^2 \cdot a \cdot \pi} \right)_r = 1.5 \cdot (1.16)^2 = 2.0184 \quad (43)$$

- Az energetikai paraméter értéke:

$$J = \left( J_m^{C_{41}} + J_r^{C_{41}} \right)^{1/C_{41}}, \text{ ahol } J = J_m + J_r, \text{ azaz} \quad (44)$$

$$\left( \frac{J \cdot E}{Re^2 \cdot a \cdot \pi} \right)_{total} = 12.37 + 2.01 = 14.38 \quad (44)$$

- a törési szívósság:

$$J \cdot E = 14.38 R_e^2 a \pi = 2.97 \cdot 10^{16} N^2 / m$$

$$K_J = \sqrt{EJ} = 172428310.78 Pa\sqrt{m} = 172 MPa\sqrt{m} < 200 MPa\sqrt{m}$$

**Eredmény:**

$K_J = 172 MPa\sqrt{m} < K_J^* = 200 MPa\sqrt{m}$ , tehát a hiba megengedhető, javítást nem igényel.<sup>1</sup>

#### 4.8. Számpélda

Hajó öntött tatrészében különböző jellegű öntési hibákat találtak.

**Feladat:**

Melyek a megengedhető hibaméretek?

**Geometriai, terhelési adatok és anyagjellemzők:**

- Anyagminőség :

A48 típusú acél,

➤ vegyi összetétele

%	C	Si	Mn	Cu	Ni	Cr	V	AL
	0,21	0,49	0,91	0,14	0,10	0,10	0,007	0,029

➤ mechanikai tulajdonságai

T (°K)	K <sub>CV</sub> (joules)	K <sub>Ic</sub> (MPa√m)	Re (MPa)	Rm (MPa)	F <sub>s</sub>
263	10.5	61.5	302	498	1,25
273	20.0	84.9	283	468	1.179
283	28.0	100.5	256	422	1,066

ahol: F<sub>s</sub> a biztonsági tényező

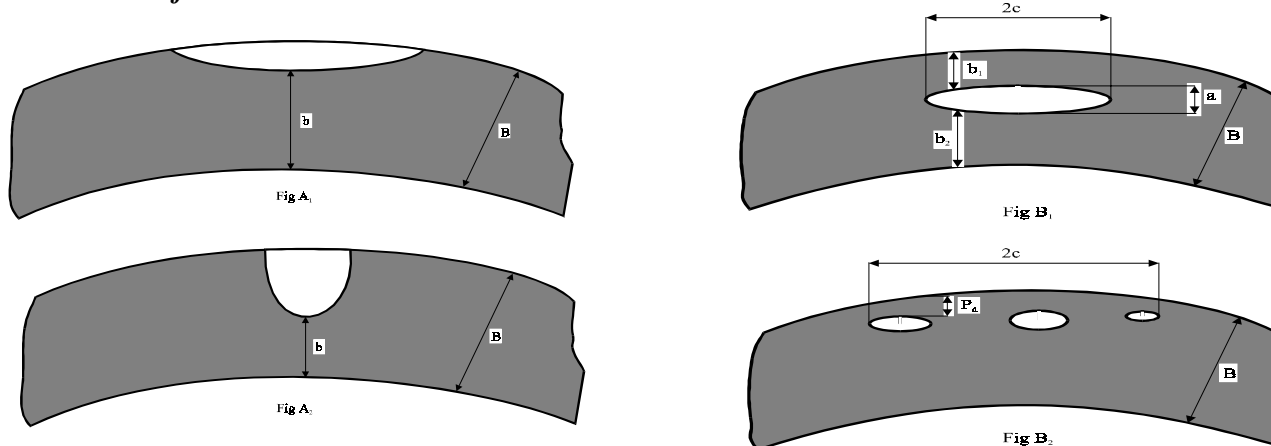
<sup>1</sup> Ezen döntés jelentősége mind gazdasági, mind pedig műszaki szempontból értékelhető. A gazdasági szempontot tekintve gondoljunk csak a javítás munkabér és anyagköltségére (esetleg szállítási és egyéb járulékos kiadásokra). A műszaki szempont pedig az, hogy egy lokális felmelegítéssel, hegesztéssel olyan újabb járulékos maradó feszültségeket idézhetünk elő, amelyek teljes mértékben bizonytalanná tehetik azt, hogy a javítással valóban növeltük-e a biztonságot.

## ➤ A hibák típusai és méreteik

Típus	Jel	$a$ (m)	$c$ (m)	$a/c$	$d$ (m)
Átmenő, síkalakú	A1	0,0250	0,105	0,24	0,037
Elágazó, mély	A2	0,0315	0,0425	0,74	0,037
Sík és belső	B1	0,0265	0,81	0,03	0,037
Mély, síkaakú	B2		0,0020		0,032
0,06 0,023					

Lemezvastagság:  $B = 0,1\text{m}$

## A hibák formái:

➤ Az üzemi terhelésből ébredő feszültségek az  $F = \text{folyási határ} / 240$  figyelembevételével:

Hajlító feszültség	Nyírás	Egyenértékű feszültség
$80 \times F$ (MPa)	$50 \times F$ (MPa)	$125 \times F$ (MPa)

## Megoldás:

Emlékeztetőül: A kritikus hibaméret a következő szempontok figyelembevételével számíthatók:

- A maximális üzemi feszültség
- A legveszélyesebb hiba-orientáció,
- A biztonsági tényező értékében tekintetbe vett biztonsági tényező.

Két különböző *elhelyezkedésű* hiba típus kerül elemzésre

- Felületi hiba,
- Belső hiba

Két különböző alakú hiba típus kerül elemzésre

- Síkalakú (A1 és A2 ábrák) és
- Elágazó (B1 és B2 ábrák).

A számítások három különböző hőmérsékleten kerülnek elvégzésre.

- A Mises kritérium alapján számított egyenértékű feszültség a három különböző biztonsági tényező figyelembevételével:  $\sigma_{VM} = 125F_S$

$$\sigma_{VM}^1 = 125 \cdot 1.25 = 156.25 \text{ MPa}, \Rightarrow \sigma_{VM}^2 = 125 \cdot 1.18 = 147.5 \text{ MPa} \Rightarrow \sigma_{VM}^3 = 125 \cdot 1.06 = 133.25 \text{ MPa}$$

- Az egyenértékű hibaméret számítása:

➤ *felületi hiba*

$$\bar{a} = \frac{\Phi_d}{M} a \text{ ahol} \quad (45)$$

$$\Phi_d = \sqrt{\left(1 + 1.1464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}\right)}, \text{ és} \quad (46)$$

$$M = M_1 + M_2 \left(\frac{a}{B}\right)^2 + M_3 \left(\frac{a}{B}\right)^4, \text{ amelyben} \quad (47)$$

$$M_1 = 1.13 - 0.09 \left(\frac{a}{c}\right) \quad (49)$$

$$M_2 = \frac{0.089}{0.2 + \left(\frac{a}{c}\right)} - 0.54 \quad (50)$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1}{0.65 + \left(\frac{a}{c}\right)} + 14 \left(1 - \left(\frac{a}{c}\right)^{24}\right) \quad (51)$$

Részeredmények:

eset	$\Phi_d$	$M_1$	$M_2$	$M_3$	$M$	$\bar{a}$
A1	1,074	1,11	2,03	-0,61	2,535	0,0105
A2	1,414	1,06	0,95	-0,22	1,790	0,0248

➤ *belső hiba*

$$\bar{a} = \frac{\Phi_d}{M_k} (a + p_d), \text{ amelyben} \quad (52)$$

$$\Phi_d = \sqrt{\left(1 + 1.1464 \left(\frac{a}{c}\right)^{1.65}\right)}, \text{ és} \quad (53)$$

$$M_k = \sqrt{\sec\left(\frac{\pi a}{B}\right)} \quad (54)$$

Részeredmények:

eset	$F_d$	$M_k$	$p_d (m)$	$a (m)$
B1	1,003	1,00	0,037	0,0636
B2	1,008	1,00	0,023	0,0252

- Általános névleges alakváltozások
  - Felületi hiba, húzó igénybevétel esetén

$$\sigma_N = \sigma_g \frac{B}{b} \quad (55)$$

Részeredmények:

Hiba típusa	eset	a (m)	b (m)	B/b
Síkalakú	A1	0,0250	0,0750	1,33
Elágazó, mély	A2	0,0315	0,0685	1,46

Részeredmények:

eset	$\sigma_g$ (MPa)	$\sigma_N$ (MPa)	$R_e$ (MPa)	(B/b). ( $\sigma_g/R_e$ )
A1	156,25	208,33	302	0,690
A1	147,25	196,33	283	0,694
A1	133,50	178,00	256	0,695
A2	156,25	228,10	302	0,755
A2	147,25	214,96	283	0,760
A2	133,50	194,89	256	0,761

ahol **b**- az ép keresztmetszet vastagsága; **b<sub>1</sub>** - ép keresztmetszet vastagsága a vékonyabb, **b<sub>2</sub>** – pedig a vastagabb helyen.

- Az effektív relatív megnyúlások

$$\left( \frac{B}{b_1} \right) \frac{\sigma_g}{R_e} = C_{40} \quad (56)$$

Részeredmények:

Hiba típusa	eset	a (m)	b <sub>1</sub> (m)	B/b <sub>1</sub> +b <sub>2</sub>
Síkalakú, belső	B1	0,0265	0,037	1,360
Síkalakú, belső	B1	0,0265	0,037	1,360
Síkalakú, belső	B1	0,0265	0,037	1,360
Elágazó, belső	B2	0,002	0,023	1,020
Elágazó, belső	B2	0,002	0,023	1,020
Elágazó, belső	B2	0,002	0,023	1,020

Részeredmények a hőmérséklet hatásának elemzésében:

eset	T °C	$\sigma_g$ (MPa)	$\sigma_N$ (MPa)	$R_e$ (MPa)	$\sigma_g/R_e$
B1	-20	156,25	212,5	302	1,40
B1	0	147,25	200,3	283	1,41
B1	20	133,50	181,6	256	1,41
B2	-20	156,25	159,4	302	2,25
B2	0	147,25	150,2	283	2,26
B2	20	133,50	136,2	256	2,27

- Az effektív relatív megnyúlások

➤ Felületi hiba

$$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left(1 + \frac{B}{b}\right) \frac{\sigma_N}{R_e} - 1 \quad (57)$$

➤ Belső hiba

$$\text{ha: } \left[ \left( \frac{B}{b_1 + b_2} \right) \frac{\sigma_N}{R_e} \right] \leq 1, \text{ akkor } \sigma_N = \sigma_s \frac{B}{b_1 + b_2} \text{ és} \quad (58)$$

$$\frac{\varepsilon_{ef}}{\varepsilon_N^y} = \left(1 + \frac{a}{b_1}\right) \frac{\sigma_N}{R_e} \quad (59)$$

#### Részeredmények

<i>Hiba típusa</i>	<i>eset</i>	<i>e<sub>ef</sub>/e<sub>N</sub><sup>y</sup></i>
Síkalakú, átmenő	<b>A1</b>	0,6096
Síkalakú, átmenő	<b>A1</b>	0,6188
Síkalakú, átmenő	<b>A1</b>	0,6224
Elágazó és belső	<b>A2</b>	0,8579
Elágazó és átmenő	<b>A2</b>	0,8685
Elágazó és átmenő	<b>A2</b>	0,8727
Síkalak, belső	<b>B1</b>	1,2080
Síkalakú belső	<b>B1</b>	1,2150
Síkalakú, belső	<b>B1</b>	1,2180
Elágazó, belső	<b>B2</b>	0,5740
Elágazó, belső	<b>B2</b>	0,5770
Elágazó, belső	<b>B2</b>	0,5780

- A dimenziómentes energetikai paraméter

$$\frac{J}{G_y} = \left( \frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N^y} \right) \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N^y} \right)^2 \right], \text{ ha } \frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N^y} \leq 1.2, \text{ egyébként} \quad (60)$$

$$\frac{J}{G_y} = 2.5 \left( \frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N^y} - 0.2 \right) \quad \frac{\varepsilon_N}{\varepsilon_N^y} \geq 1.2 \quad (61)$$

ahol

$$G_y = \frac{R_e^2 \bar{a} \pi}{E} \quad (62)$$

- A **J.E** szorzat számítása

$$\frac{JE}{R_e^2 \bar{a} \pi} = \frac{J}{G_y} F_\sigma^2, \text{ amelyben} \quad (63)$$

$$F_\sigma = \frac{\bar{a}}{a}, \text{ így } JE = F_\sigma^2 R_e^2 a \pi, \text{ és} \quad (64)$$

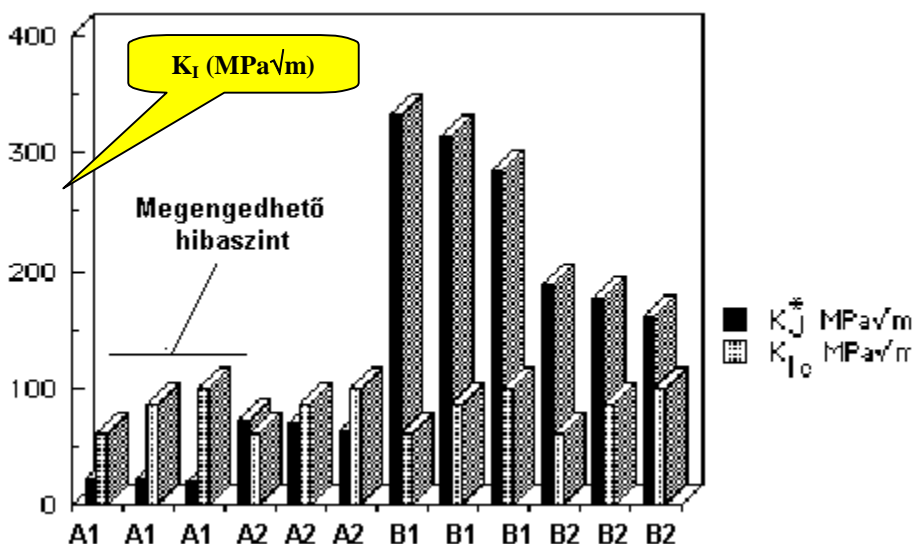
$$K_J^* = \sqrt{EJ} \quad (65)$$

Az előzők figyelembevételével a különböző esetekre a következő eredmények adódnak:

<i>eset</i>	$e_{ef}/e_y$	$J/G_y$	$a$ (m)
A1	0,6096	0,44	0,0250
A1	0,6188	0,46	0,0250
A1	0,6224	0,46	0,0250
A2	0,8579	1,01	0,0315
A2	0,8685	1,04	0,0315
A2	0,8727	1,05	0,0315
B1	1,2080	2,52	0,0265
B1	1,2150	2,57	0,0265
B1	1,2180	2,58	0,0265
B2	0,5740	0,38	0,0020
B2	0,5770	0,39	0,0020
B2	0,5780	0,39	0,0020

<i>eset</i>	$a$ (m)	$F_s$	$J/G_y \cdot F_s^2$	$R_e$	$J \cdot E$ (10 <sup>6</sup> )	$K^*_J$ (Mpa√m)
A1	0,0105	0,42	0,078	302	556,53	23,59
A1	0,0105	0,42	0,080	283	505,96	22,49
A1	0,0105	0,42	0,082	256	419,64	20,48
A2	0,0240	0,76	0,584	302	5272,46	72,61
A2	0,0240	0,76	0,603	283	4776,77	69,11
A2	0,0240	0,76	0,610	256	3957,16	62,90
B1	0,0636	2,40	14,538	302	110331,49	332,16
B1	0,0636	2,40	14,779	283	98492,08	313,83
B2	0,0636	2,40	14,884	256	81163,60	284,89
B2	0,0252	12,60	60,925	302	34895,28	186,80
B2	0,0252	12,60	61,654	283	31009,64	176,09
B2	0,0252	12,60	61,899	256	25475,51	159,61



**Végeredmény:** Az A1 hibát nem kell javítani, a többi viszont igen.

## 5. Hibabecslési diagramok

### 5.1. A lineárisan rugalmas törésmechanika kiterjesztése

Az egyenértékű feszültségintenzitási tényező a globális feszültségből és a repedés hosszából az alábbi általános kifejezésből számítható a rugalmasságtani elvek érvényességének eltételezésével:

$$K_{Ie} = \sigma_g \sqrt{\pi a} F_\sigma \left( \frac{a}{W} \right).$$

A feszültségintenzitási tényező kritikus értéke ezen állapothoz tartozó paraméterekkel definiálható a következő módon:

$$K_{Ie}^c = \sigma_g^c \sqrt{\pi a} F_\sigma \left( \frac{a}{W} \right).$$

Nem lineárisan rugalmas anyagi viselkedésnél abban az esetben, ha a lineáris esetet vesszük alapul, egyszerűen egy szorzó tényezővel korrigáljuk a törési anyagjellemzőt, azaz

$$K_{II}^* = K_{Ie}^c \sqrt{\phi_{II}},$$

ahol a zárójel a korrekciót kifejező szorzótényező jellegére utal. A korrekciót kifejező  $\Phi$ -t minden esetben annak négyzetgyökével vesszük figyelembe, mivel mögötte minden esetben valamilyen energetikai megfontolás húzódik meg.

A korrekciók döntő hányada az „effektív repedéshossz” fogalmának figyelembevételén alapszik. Mint korábban arra rámutattunk a képlékeny zóna megjelenése a repedés csúcsában egyfajta diszkontinuitásként kezelhető. Az effektív repedéshossz a repedés reális, fizikai hossza és a képlékeny zóna méretének összege. IRWIN a képlékeny zóna méretének számítására a

$$r_y = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_{Ie}}{Re} \right)^2$$

kifejezést javasolta. Így az effektív repedéshossz az

$$a_{eff} = a + \left( \frac{K_{Ie}}{Re} \right)^2$$

összefüggéssel határozható meg. A DUGDALE által javasolt modell szerinti képlékeny zóna mérete

$$R_p = c - a \left( \sec \left( \frac{\pi \sigma_g^c}{2 Re} \right) - 1 \right)$$

A korrekciós tényezőre az IRWIN modellt alapul vevő esetben a

$$K_c^* = K_{Ie}^c \sqrt{\phi_0}, \text{ ill. } K_c^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a_{eff}} F_\sigma \left( \frac{a}{W} \right)$$

összefüggések figyelembevételével a következő kifejezést kapjuk:  $\phi_0 = \left[ 1 + \left( \frac{\sigma_g^c}{Re} \right)^2 \right]$

A DUGDALE modell szerinti képlékeny zónát tekintve a

$$K_D^* = K_{le}^c \sqrt{\phi_1}, \text{ ill. } K_D^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a_{eff}^D} F_\sigma \left( \frac{a}{w} \right)$$

kifejezések figyelembevételével a korrekciós tényezőre az

$$\Phi_1 = \sec \left( \frac{\pi \sigma_g^c}{2 \text{Re}} \right)$$

összefüggést kapjuk.

Más korrekciós tényezők is találhatók az irodalomban. Ezek HEALD, SPINK, WORTHINGTON és NEWMANN nevekhez fűződnek.

HEALD, SPINK és WORTHINGTON a DUGDALE modellben definiált repedéskinyílásra, a  $\delta_c$ -re adott meg korrekciós tényezőt. Ha figyelembe vesszük, hogy

$$\delta_c = 2 \left( \frac{8 \text{Re}}{\pi E} \right) a \ln \sec \left( \frac{\pi \sigma_g^c}{2 \text{Re}} \right) \text{ és}$$

$$(K_{HSW}^*)^2 = \delta_c \text{Re} E = (\pi \sigma_g^c)^2 a \phi_2, \quad K_{HSW}^* = K_{le}^c \sqrt{\phi_2}, \text{ ill. } K_{HSW}^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a} F_\sigma \left( \frac{a}{w} \right) \sqrt{\phi_2},$$

akkor a korrekciós tényezőre a

$$\phi_2 = 2 \left( \frac{\pi \sigma_g^c}{2 \text{Re}} \right) \ln \sec \left( \frac{\pi \sigma_g^c}{2 \text{Re}} \right)$$

kifejezést kapjuk.

NEWMANN a nominális (névleges) feszültségből számított feszültségintenzitási tényezőre vonatkozó korrekciós tényezőt javasolt a következő formában:

$$K_N^* = K_{le}^c \sqrt{\Phi_N},$$

ahol  $\sqrt{\Phi_N} = \frac{1}{1 - m_N \left( \frac{\sigma_N^c}{\sigma_N^L} \right)}$ , amelyben  $\sigma_N^c$ , a kritikus névleges feszültség és  $\sigma_N^L$  a névleges

határfeszültség (anyagjellemző).

## 5.2. A hibabecslési határdiagramok elve

A szerkezet, szerkezeti elem törése a következő lehetséges módok egyikével, vagy ezek valamilyen kombinációjával mehet végbe: *rideg*, *rugalmas-képlékeny*, vagy *képlékeny összeomlás*. A *rugalmas-képlékeny* törési mód úgy is tekinthető, mint a két másik lehetséges törési mód valamilyen közbülső formája. A hibabecslési határdiagramok ezen elgondolást veszik alapul. A törési kritérium két a  $\mathbf{k}_r$  és  $\mathbf{S}_r$  paramétereken alapszik. A  $\mathbf{k}_r$  paraméter az aktuális feszültségintenzitási tényező és a törési szívósság arányát jelenti, azaz

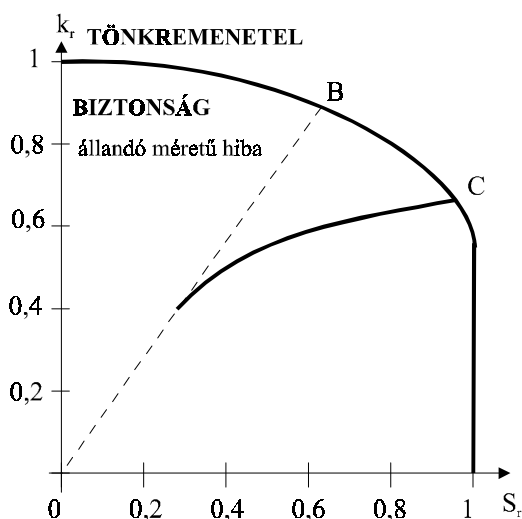
$$k_r = \frac{K_{le}}{K^*}$$



a  $k_r$  paraméter értéke **1** ridegtörés esetén és **0** képlékeny összeomlás esetén. (a  $K^*$  gyakorlatilag a  $K_{Ic}$ -vel egyenlő).

### 5.2.1. A hibabecslési határdiagramok alakja

A hibabecslési diagramokat a  $k_r$  és  $S_r$  paraméterek koordináta-rendszerben ábrázoljuk, min ahogy azt az 5.1. ábra szemlélteti.



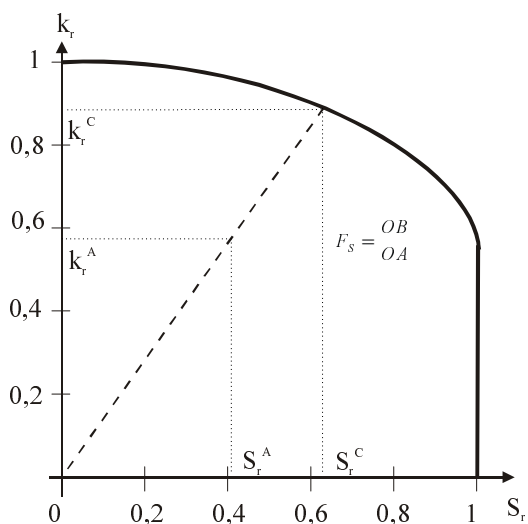
5.1. ábra A hibabecslési diagramok alakja.

A diagramokon két jellegzetes pont található. Az egyik a **ridegtöréshez** tartozik, azaz a  $k_r=1$  és  $S_r=0$ , ill. a másik a **képlékeny összeomlást** tükrözi, azaz a  $k_r=0$  és  $S_r=1$ . A diagramon belül a repedés nem veszélyes, a határon kívül a repedés törést, meghibásodást idéz elő. Más szavakkal, a szerkezet terhelési feltételeit tükrözzé az **A** pont,  $k_r^A$  és  $S_r^A$  koordinátákkal. Abban az esetben, ha az **A** pont a diagramon belül van, akkor a szerkezet integritása biztosított, ha a határfelületen (**B** pont,  $k_r^B$  és  $S_r^B$  koordinátákkal), vagy kívül, akkor a szerkezet biztonságosan nem üzemeltethető.

### 5.2.1. A hibabecslési határdiagramok tulajdonságai

Az **A** pont koordinátái arányosak a terheléssel. Ha a repedés, hiba mérete állandó, akkor a terhelés növekedésével az **A** pont egy egyenesen mozdul el a határgörbéig. Abban az esetben, ha a repedéshossz (is) növekszik, akkor a görbe nem lesz egyenes. A **biztonsági tényező** a következő módon definiálható (lásd az 5.2. ábrát):

$$F_s = \frac{OB}{OA}.$$

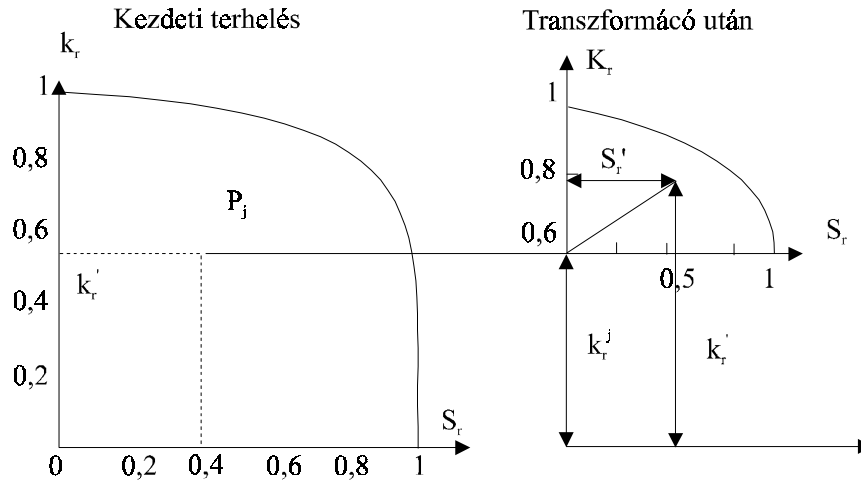


5.2. ábra. A biztonsági tényező definíciója

Abban az esetben, ha a kezdeti terhelés, pl. a *maradó feszültség* egy  $P_i$  ponttal ( $k_r^i$  és  $S_r^i$  koordinátákkal) jellemezhető és erre szuperponálódik a külső terhelés, akkor ez csupán az origó elmozdulását idézi elő. Az új diagram a következő koordinátákkal jellemezhető (lásd az 5.3. ábrát):

$$\left( k_r' = \frac{K_{le}(P_i) + K_{le}(P)}{K_c^*}; S_r' = \frac{P}{(P - P_i)} \right)$$

ahol  $P$  az adott külső terhelést,  $P_i$  a kezdeti, vagy maradó terhelést jellemző pont.



5.3. ábra. A kezdeti (maradó) terhelés figyelembevétele

A hőfeszültségek szerepe is figyelembe vehető oly módon, hogy a mechanikai ( $m$  index) és a hőterhelésből ( $s$  index) adódó komponenseket az alábbi módon összegezzük:

$$S_r = S_r^m + (1 - S_r^m) S_r^s, \text{ ill. } k_r = k_r^m + k_r^s.$$

### 5.3. Az IRWIN, DUGDALE és a NEWMANN által javasolt hibabecslési határdiagramok

Az IRWIN féle törési kritérium a képlékeny zóna méretének figyelembevételével:

$$k_r = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{S_r^2}{2}}}.$$

Ezt sorba fejtve és az első tagot véve:

$$k_r = \sqrt{1 - \frac{S_r^2}{2}}.$$

Az DUGDALE féle törési kritérium a képlékeny zóna méretének figyelembevételével:

$$k_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{\pi^2} \ln \left( \frac{1}{\cos \left( \frac{\pi S_r}{2} \right)} \right)}}$$

Az NEWMANN féle empirikus törési kritérium:

$$k_r = 1 - m_N S_F$$

$$k_r = \frac{Re}{Rm} (1 - m_N S_R)^2, \text{ ha } Re < \sigma_N^C < Rm$$

ahol  $m_N$  az un. Newmann paraméter, amelynek értéke **0** ridegtörés esetén és **1** teljesen szívós törés esetén. Vékony lemez esetén a következő kifejezés használata javasolt:

$$k_r = \frac{Re}{Rm} (1 - m_N S_R)^2, \text{ ha } Re < \sigma_N^C < Rm.$$

#### 5.4. Az R6 hibabecslési határdiagram<sup>1</sup>

Az R6 eljárás alkalmazásánál az  $S_r$  és  $k_r$  paraméterek a következő módon lettek definiálva:

$$S_r = \frac{S_{ref}}{Re}, \text{ ill. } k_r^2 = \frac{J_{el}}{J_{R6}}.$$

Az  $S_r$  a lokális folyási feszültség, az  $R_c^I$  alapján definiálható a következő módon:

$$S_r = \frac{\sigma_g}{R_c^I} + \left( \frac{R_c^I - \sigma_g}{R_c^I} \right) \frac{\sigma_r}{R_c^I}.$$

Húzott lemezre a lokális folyási feszültség értéke a következő módon számítható:

$$R_c^I = R_c \left( 1 - \frac{a}{w} \right).$$

A  $J$  értéke attól függően számítható, hogy rugalmas ( $J_{el}$ ), vagy rugalmas-képlékeny ( $J_{R6}$ ) alakváltozás megy végbe a törést megelőzően, azaz

$$J_{el} = \frac{(1 - \nu^2) K_I^2}{E}, \text{ vagy } J_{R6} = \frac{J_{el}}{(k_r - \rho)^2},$$

amelyben a repedéshosszra vonatkozó képlékeny zóna korrekció az

$$a_{eff} = a + \eta, \text{ ahol } \eta = \frac{\pi}{8} \left[ \frac{K_I^S(a)}{Re} \right]^2$$

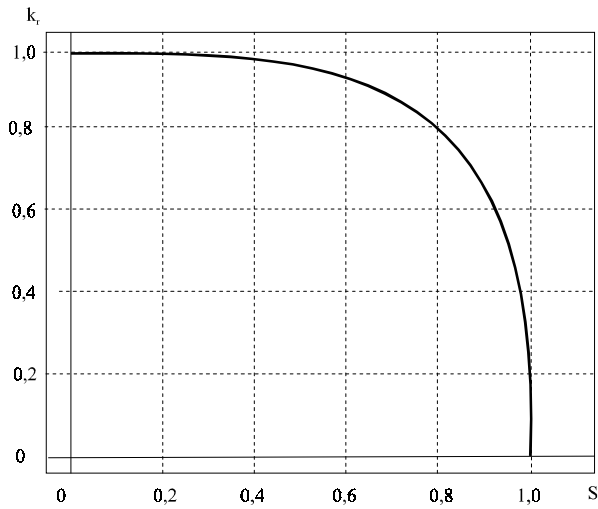
kifejezésekkel vehető figyelembe.

A hibabecslési határdiagram a következő összefüggéssel írható le:

$$k_r = (1 - 0,14 S_r^2) [0,3 + 0,7 \exp(-0,65 S_R^6)].$$

Ennek alakját az 5.4. ábra szemlélteti.

<sup>1</sup> Részletesebb ismertetést lásd a LENKEYNÉ BIRTÓ GY. J. BLAUER, S. REALE: Az R6 módszer és gyakorlati használata. Miskolc 1999. 54. p. (TEMPUS kiadvány)



5.4. ábra A hibabecslési diagram alakja

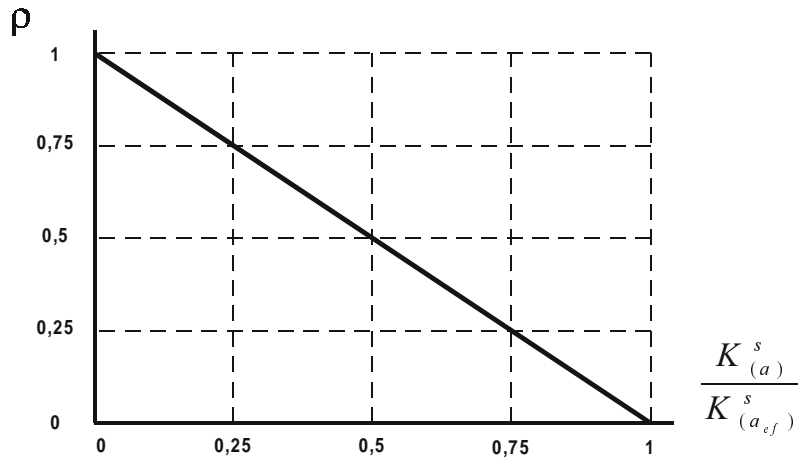
A mechanikai (**m** index) és a hőterhelés (**s** index) együttes hatásának figyelembevételére a következő paraméterek definiálhatók:

$$k_r = k_r^m + k_r^s,$$

ahol  $k_r^m = \frac{K_I^{ap}}{K_{Ic}}$ , ill.  $k_r^s = \frac{K_I^s(a)}{K_{Ic}} + \rho$ , amelyben a képlékeny zóna korrekciója a

$$\rho = f(K_I^s(a) / K_I^s(a_{ef})).$$

Kifejezéssel vehető figyelembe. Ez utóbbit az 5.5. ábra mutatja a  $\frac{K_I^s(a)}{K_I^s(a_{ef})}$  hányados függvényében.



5.5. ábra. A képlékeny zóna méretére vonatkozó korrekciós tényező.

### 5.5. Az A16 hibabecslési határdiagram

Az RCC-MR szabvány A16 mellékletében közölt eljárásnál a *referencia feszültség*, a  $\sigma_{ref}$  értéke megegyezik a *névleges határfeszültség* értékével. Az  $S_r$  paraméter definíciója

$$S_r = \frac{\sigma_{ref}}{Re},$$

ahol **Re** a folyáshatár.

A  $k_r$  paraméter kritikus értéke a

$$k_r^C = \sqrt{\frac{J_e^C}{J_{Ic}}} = \sqrt{\frac{1}{A}} \text{ kifejezéssel számítható,}$$

amelyben  $A = \phi + \frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{el}}$ , ill.  $\phi = 0,5(S_r)^2 \frac{\epsilon_{el}}{\epsilon_{ref}}$  a képlékeny zónára vonatkozó korrekció.

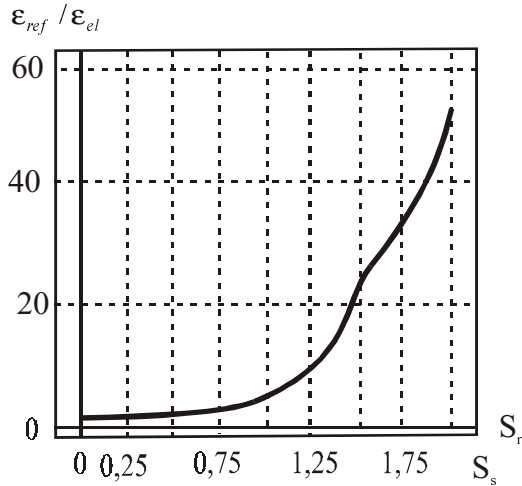
A *referencia alakváltozás* definiálható a dimenziómentes feszültség-alakváltozás diagram alapján a következő módon:

$$\frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{el}} = f\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right), \text{ ahol } \epsilon_{el} = \frac{\sigma_{ref}}{E}.$$

$$\text{Ha } 0 \leq \frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{el}} \leq 1, \text{ akkor } \frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{el}} = 0,9845 + 1,3S_r - 2,427S_r^2 + 2,971S_r^3$$

$$\text{Ha } \frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{el}} \geq 1, \text{ akkor } \frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{el}} = 641,46 + 1967S_r + 2188S_r^2 - 1044S_r^3 + 184,37S_r^4$$

Ezen összefüggéseket szemlélteti az 5.6. ábra.



5.6. ábra. Az  $S_r$  -  $\epsilon_{ref}/\epsilon_{el}$  kapcsolata

Az A16 hibabecslési diagram alakját leíró görbe egyenlete

$$k_r^C = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\epsilon_{ref}}{S_r^C}\right) + \left(\frac{(S_r^C)Re}{2E\epsilon_{ref}}\right)}}.$$

Az **A** paraméter számítható a  $k_r^C = \frac{1}{A} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\epsilon_{ref}}{\frac{\sigma_{ref}}{Re}Re}\right) + \left(\frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^3 Re}{2E\epsilon_{ref}}\right)}}$  összefüggésből.

Ezek figyelembevételével írható

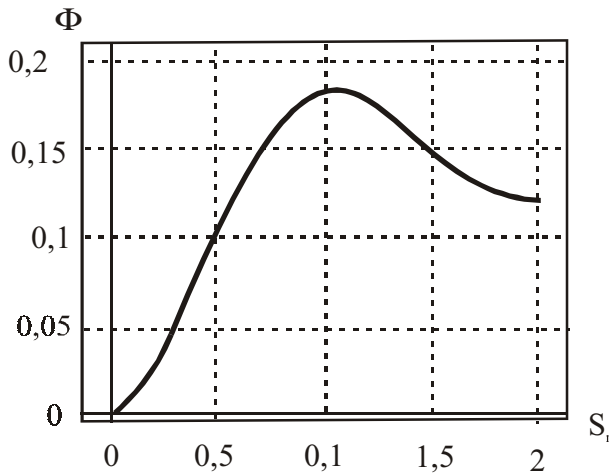
$$k_r^C = \frac{1}{A} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}}\right) + \left(\frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^2 \sigma_{ref}}{2E\varepsilon_{ref}}\right)}},$$

ebből az A paraméterre adódik

$$\sqrt{A} = \sqrt{\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}}\right) + \left(\frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^2}{2}\right)\left(\frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}}\right)}, \text{ amelyből}$$

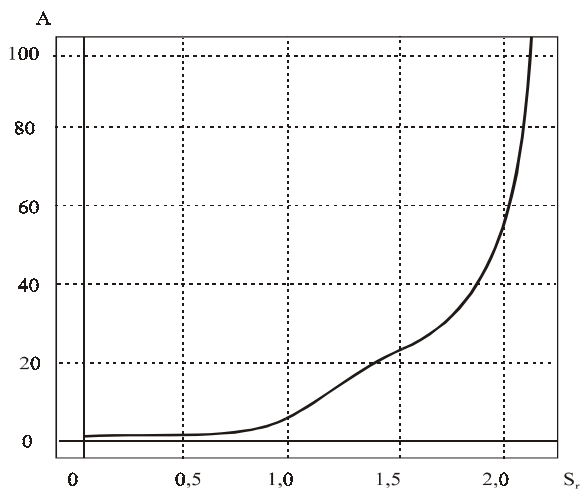
$$A = \left(\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}}\right) + \left(0,5\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^2\left(\frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}}\right)\right).$$

A  $\Phi$  paraméter értékét az  $S_r$  függvényében az 5.7. ábra, az A paraméter értékét az  $S_r$  függvényében az 5.8. ábra mutatja.



**5.7. ábra.**

A  $\Phi$  paraméter értékét az  $S_r$  függvényében



**5.8. ábra.**

Az A paraméter értékét az  $S_r$  függvényében

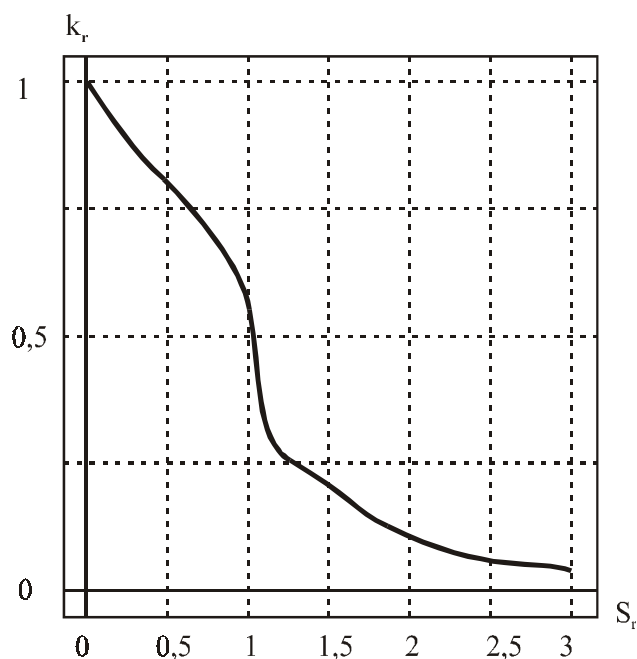
A járulékos, vagy másodlagos feszültségek figyelembevételére is lehetőség van a következő módon. A  $J$  paraméter, a  $J_{sA16}$  a következő módon adott:

$$J_{sA16} = J_{el} k_{1A16} k_{2A16}$$

A  $k_{2A16}$  paraméter az alábbi módon definiálható:

$$k_{2A16} = \left( \Psi_{A16} + \frac{E \varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}} \right) k_{1A16} = \left( \frac{\sigma_{Nor}}{\sigma_{N(P+Q)}} \right)^2$$

A hibabecslési diagram egészen nagy  $S_r$  értékig használható, amelyet az 5.9. ábra szemléltet.



**5.9. ábra.**  
Az  $k_r$  paraméter az  $S_r$  függvényében

## 5.6. Összefoglalás

Az irodalomban igen sok, különböző típusú összefüggés található a hibabecslési diagramok leírására. Ezek összefoglalása a következő oldalon levő táblázatban megtalálható. Az egyik leggyakrabban használt kifejezés a következő:

$$k_r = \frac{S_r \left\{ \sqrt{1 - \frac{3S_r^2}{4}} + \frac{S_r}{2} \right\}}{\sqrt{\frac{8}{\pi^2} \operatorname{Ln} \left( \frac{1}{\cos\left(\frac{\pi S_r}{2}\right) \left\{ \sqrt{1 - \frac{3S_r^2}{4}} + \frac{S_r}{2} \right\}} \right)}},$$

amelyben a referencia feszültség számítására használt kifejezés:

$$\sigma_{ref} = \frac{Re}{\left\{ \sqrt{1 - \frac{3(1-a^2)}{4} \left( \frac{\sigma_g}{Re} \right)^2} + (1-a) \left( \frac{\sigma_g}{Re} \right) \right\}}$$

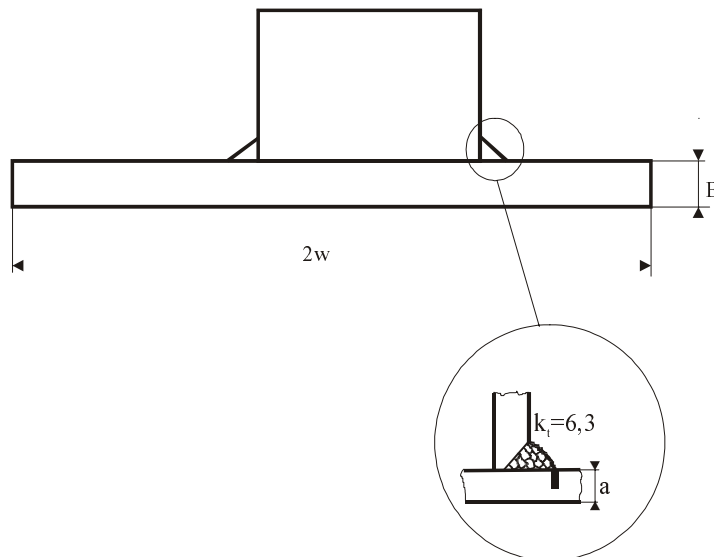
*A hibabecslési diagramok alakjának leírására javasolt összefüggések.*

<i>Szerző</i>	<i>Törési kritérium</i>	<i>A <math>k_r</math> paraméter számítása</i>
<b>IRWIN</b>	$K_C^* = \frac{\sigma_g^c \sqrt{\pi a}}{\sqrt{1 - \left( \frac{\sigma_g^c}{\sigma_0} \right)^2}}$	$k_r = \sqrt{1 - \frac{S_r^2}{2}}$
<b>DUGDALE</b>	$K_D^* = \sqrt{8 Re^2 \left( \frac{a}{\pi} \right) \ln \left( \frac{1}{\cos \left( \frac{\pi \sigma_g^c}{2 Re} \right)} \right)}$	$k_r = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{\pi^2} \ln \left( \frac{1}{\cos \left( \frac{\pi S_r}{2} \right)} \right)}}$
<b>NEWMANN</b>	$K_N^* = \sigma_N^c \sqrt{\pi a}$	$k_r = 1 - m_N S_F$
<b>R6</b>	$K_C^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a_{eff}}$	$k_r = (1 - 0,14 S_r^2) [0,3 + 0,7 \exp(-0,65 S_r^6)]$
<b>TANGENCIÁLIS FESZÜLTSG</b>	$K_C^* = \sigma_g^c \sqrt{\pi a} F_\sigma \left( \frac{a}{w} \right) \sqrt{\left[ \left( \frac{\sigma_g^c}{\sigma_0} \right) + \alpha \left( \frac{\sigma_g^c}{\sigma_0} \right)^{n+1} \right]}$	$k_r = \frac{S_r}{\sqrt{S_r^2 + \alpha S_2^{n+1}}}$
<b>EL-PL HBK</b>	$K_J^* = \sqrt{E J_{el} (a_0) \left( \frac{P}{P_L} \right)^2 + E J_{pl} (a, n) \left( \frac{P}{P_L} \right)^{n+1}}$	$k_r = \frac{S_r}{\sqrt{H_e S_r^2 + H_n S_r^{n+1}}}$
<b>NUREG-0744</b>	$K_C^* = \frac{\sigma_g^c \sqrt{\pi a} F_\sigma \left( \frac{a}{w} \right)}{\sqrt{\frac{1 - F_\sigma^2}{\beta \left( \frac{\sigma_g^c}{\sigma_0} \right)^2}}}$	$k_r = \left[ 1 - \frac{F_\sigma^2}{\beta (S_r)^2} \right]$



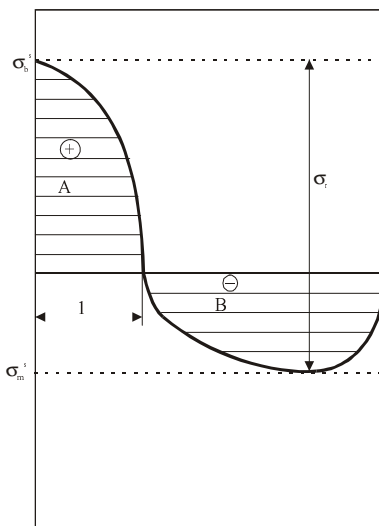
### 5.7. Feszültséggyűjtő hely környezetének kritikus feszültsége

Tekintsük egy  $2W$  szélességű,  $B$  vastagságú lemezre sarokvarrattal felhegesztett csövet, amelyet az 5.10. ábra szemléltet.



**5.10. ábra.** Sarokvarrat kritikus feszültségének meghatározása

Feszültségcsökkentő hőkezelés nélkül a maradó feszültségek egybeesnek a lemez síkjával és repedést hozhatnak létre, mint ahogy azt a kinagyított ábrarész is mutatja. A maradó feszültség maximális értékét jelölje  $\sigma_r$ . A maradó feszültségek „hatósugarát” jelölje  $l$ . A feszültségek eloszlásának jellegét szemlélteti az 5.11. ábra.



**5.11. ábra.** A maradó feszültségek eloszlása

#### Feladat:

1. Határozzuk meg a kritikus globális feszültséget feszültségcsökkentő hőkezelés nélkül.
2. Határozzuk meg a kritikus globális feszültséget, ha feszültségcsökkentő hőkezelést alkalmaztunk. Használjuk a
  - 2.1. Lineáris törésmechanikai elveket és az
  - 2.2. Az R6 módszert

**Adatok:**

A repedés mérete	a	=	0.01 m
A lemezvastagság	B	=	0.036 m
A lemez szélessége	2W	=	1.2 m
A maradó feszültség maximuma	$\sigma_r$	=	325 Mpa
A maradó feszültség „hatósugara”	l	=	0.0095 m
Folyáshatár	Re	=	325 Mpa
Szakítószilárdság	Rm	=	410 Mpa
Kritikus repedésszétnyílás	$\delta_c$	=	$3.12 \cdot 10^{-4}$ m
Feszültséggyűjtési tényező	$k_t$	=	6.3
A repedésfront jellege	a/c	=	0
Elliptikus integrál értéke	F(a/c)	=	0, $F_d=1$

**Megoldás:**Emlékeztetőül:

- A *feszültségamplitúdó*:  $\sigma_m$  a héjfeszültség,  $\sigma_b$  a hajlítófeszültség, **H** korrekciós tényező. Mindkét komponens egy elsődleges (**p** index) és egy másodlagos (**s** index) tagból tevődik össze az alábbi módon:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \sigma_m &= \sigma_m^p + \sigma_m^s \\ \bullet \quad \sigma_b &= \sigma_b^p + \sigma_b^s \end{aligned}$$

- A *feszültségintenzitási tényező*: Az  $M_s$  és az  $M_k$  korrekciós tényezők,  $\Phi_d$  elsőfajú elliptikus integrál. A bemetszés feszültségintenzitási tényezője a két két feszültségnek megfelelő (héj- és hajlítófeszültség) komponensből tevődik össze az alábbiak szerint:

$$\begin{aligned} \bullet \quad K &= K_m + K_b \\ \bullet \quad K &= \frac{(M_s^m M_k^m) + (M_s^b M_k^b)}{\phi_d} \bar{\sigma}_g \sqrt{\pi a} \end{aligned}$$

ahol  $\bar{\sigma}_g$  az átlagos feszültség.

- A **H**, **M<sub>s</sub>**, **M<sub>k</sub>** korrekciós tényezők:

A **H** számítható a következő módon

$$H = H_1 + H_2, \text{ ahol}$$

$$H_1 = 1 + 0,34 \left( \frac{a}{B} \right) - 0,11 \left( \frac{a}{c} \right) \left( \frac{a}{B} \right) \text{ és } H_2 = 1 + G_1 \left( \frac{a}{B} \right) + G_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2, \text{ amelyben}$$

$$G_1 = -1,22 - 0,12 \left( \frac{a}{c} \right)^{0,75} \text{ és } G_2 = 0,55 - 1,05 \left( \frac{a}{c} \right) + 0,47 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,5}$$

Az **M<sub>s</sub>** számítható a következő módon

$$M_s = M_1 + M_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{B} \right)^4, \text{ amelyben}$$

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \left( \frac{a}{c} \right), \quad M_2 = -0,54 + \frac{0,29}{0,2 + a/c} \text{ és } M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + a/c} + 14 \left( 1 - \frac{a}{c} \right)^{24}.$$

Az **M<sub>k</sub>** számítható a következő módon

$$M_K = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2W} \left( \sqrt{\frac{a}{B}} \right)}$$

- Az  $S_r$  és  $k_r$  paraméterek a mechanikai terhelésre:  
Feszültséggradiens figyelembevételével

$$S_r = \frac{\sigma_N}{R_c}, \text{ ahol } \sigma_N \text{ a névleges feszültség.}$$

$$\text{A } k_r \text{ paraméter definíciója, } k_r = \frac{K_{ap}}{K_{lc}}$$

$$\text{A } R_c \text{ folyási feszültség definíciója, } R_c = \frac{Re + Rm}{2}$$

$$\text{Hibabecslési diagram definíciója, } k_r = \frac{S_r}{\sqrt{\left[ \frac{8}{\pi^2} \right] \ln \left\{ \sec \left( \frac{\pi}{2} S_r \right) \right\}}}$$

- ✓ A másodlagos feszültségek számítása,

$$2\sigma_b^s I = B Re, \text{ amelyből } \sigma_b^s = \frac{B}{2I} Re = \frac{36 \cdot 10^{-3}}{19 \cdot 10^{-3}} 325 = 616 \text{ Mpa. Figyelembe véve a}$$

$$\sigma_b^s + \sigma_m^s = Re \text{ kifejezést, kapjuk } |\sigma_m^s| = Re \left( 1 - \frac{B}{2I} \right) = \left( 1 - \frac{36 \cdot 10^{-3}}{19 \cdot 10^{-3}} \right) 325, \text{ amelyből}$$

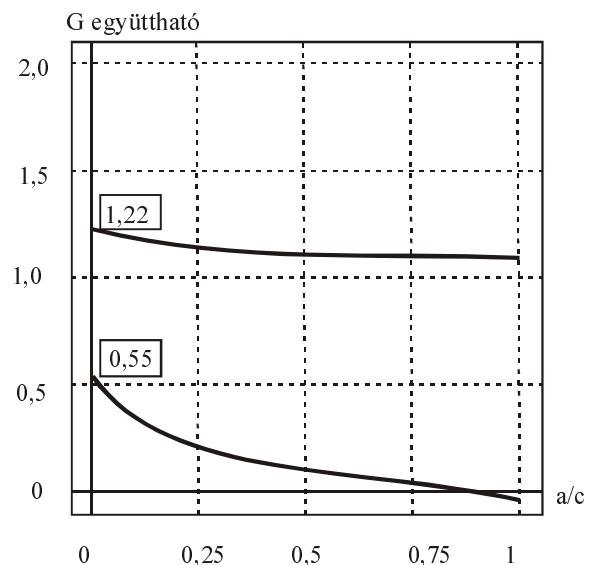
$$\sigma_m^s = -290,8 \text{ MPa.}$$

- ✓ A paraméterek számítása,

$$M \text{ paraméter: } M_1 = 1,13, M_2 = 3,91, M_3 = -15,038 \text{ és } M_s^m = 1,342$$

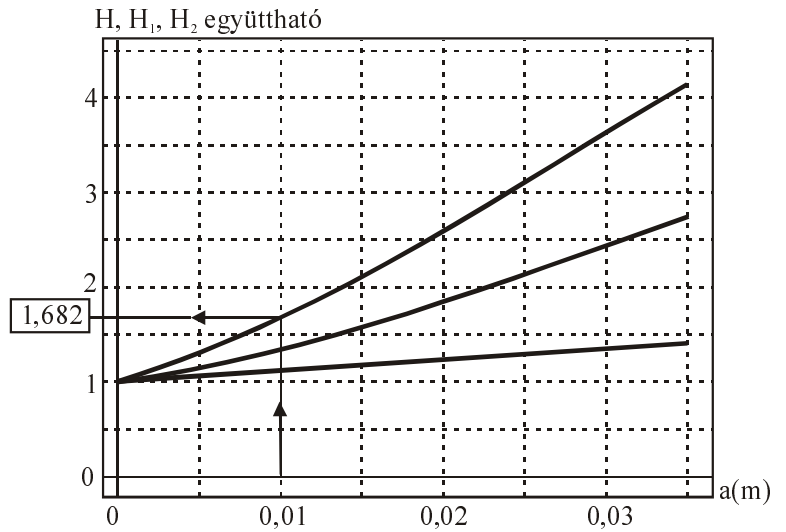
$G$  paraméter: meghatározható az 5.12. ábrából

5.12. ábra. A  $G$  paraméter értéke az  $a/c$  függvényében



$H$  paraméter: meghatározható az 5.13. ábrából,  $H = 1,662$

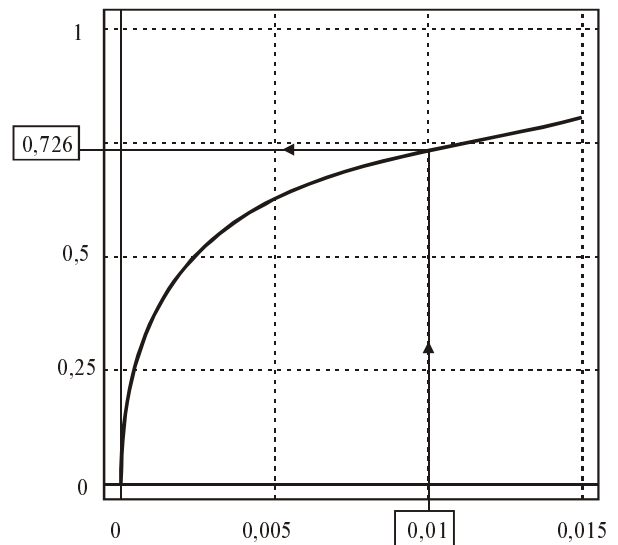
**5.13. ábra.** A  $H$  paraméterek értéke az  $a$  függvényében



Ezekkel:

$M_b^m = HM_s^m = 1,662 * 1,342 = 2,23$ , ill.  $M_K = \sqrt{\sec \frac{\pi a}{2W} \left( \sqrt{\frac{a}{B}} \right)}$  és  $M_K^m = M_K^B = 0,726$  az 5.14 ábra alapján, ahol  $\Phi_d = 1$ .

**5.14. ábra.** A  $M_K$  paraméter értéke az  $a$  függvényében



✓ A feszültségintenzitási tényező, a  $K_{ap}$  számítása,

A  $K_{ap} = [(\sigma_m^p + \sigma_m^s)M_s^m M_K^m + (\sigma_b^p + \sigma_b^s)M_s^b M_K^b] \sqrt{\pi a}$  összefüggés alapján

$$K_{ap} = [(\sigma_m^p + \sigma_m^s)1,342 * 0,726 + (\sigma_b^p + \sigma_b^s)2,23 * 0,726] \sqrt{\pi a},$$

$$K_{ap} = [(\sigma_m^p + \sigma_m^s)0,974 + (\sigma_b^p + \sigma_b^s)1,618] \sqrt{\pi a}, \text{ kapjuk.}$$

$K_{ap} = [(-290,8 * 10^6)0,974 + (k_t \sigma_g + 616 * 10^6)1,618] \sqrt{\pi 0,01}$ . Behelyettesítve a számszerű adatokat:  $K_{ap} = [(-283,23 * 10^6) + (6,3 \sigma_g + 616 * 10^6)1,618] 0,177$ .

Ebből  $K_{ap} = (-50,13 \cdot 10^6) + (1,88\sigma_g + 176,410^6)$ , azaz  $K_{ap} = 1,88\sigma_g + 126,28 \cdot 10^6$  adódik.

✓ **A törési szívósság a  $K_{Ic}$  számítása,**

A  $K_{Ic} = \sqrt{Re E \delta_c}$  összefüggés felhasználásával  $K_{Ic} = \sqrt{325 \cdot 10^6 \cdot 210 \cdot 10^9 \cdot 0,312 \cdot 10^{-3}}$ . A számszerű értékek behelyettesítésével

$$K_{Ic} = 145,92 \cdot 10^6 Pa\sqrt{m} = 145,92 MPa\sqrt{m}$$

✓ **A kritikus feszültség meghatározása feszültségcsökkentés nélküli esetre**

$K_{ap} = 1,88\sigma_g + 126,28 \cdot 10^6 = K_{Ic} = 145,92 MPa\sqrt{m}$  figyelembevételével kapjuk:

$$1,88\sigma_g = 145,92 \cdot 10^6 - 126,28 \cdot 10^6$$

amelyből

$$\sigma_g^C = 10,44 \cdot 10^6 Pa = 10,44 MPa, \text{ azaz } \sigma_g^C = 10,44 MPa$$

✓ **A kritikus feszültség meghatározása feszültségcsökkentés utáni esetre**

A lineáris törésmechanikai elvek felhasználásával

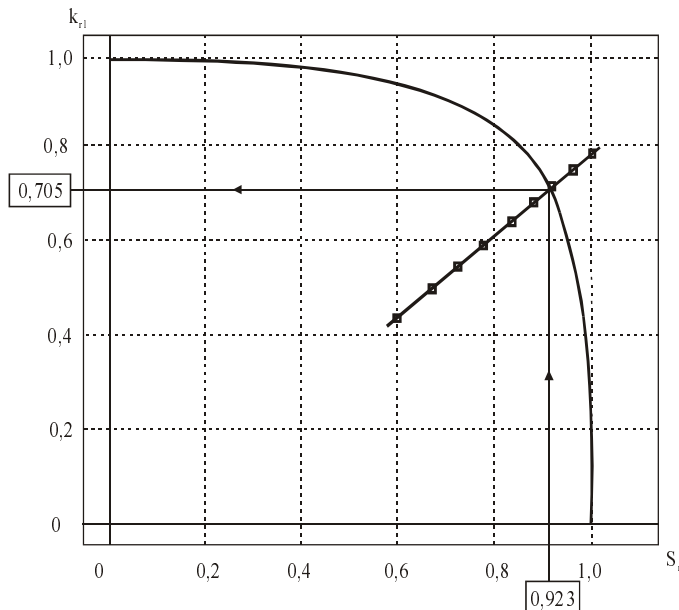
A következő összefüggéseket kell használni:  $K_I = \sigma_b^p M_s^b M_K^b \sqrt{\pi a}$ , amely  $K_I = k_t \sigma_g M_s^b M_K^b \sqrt{\pi a}$  alakú lesz. Behelyettesítés után kapjuk:  $K_I = 6,3\sigma_g 2,23 \cdot 0,76 \sqrt{\pi 0,01}$ , azaz  $K_I = 1,88\sigma_g$ , amelyből

$$\sigma_g^C = \frac{145,92 \cdot 10^6}{1,88} = 77,61 \cdot 10^6, \text{ azaz } \sigma_g^C = 77,61 MPa.$$

Az R6 módszer felhasználásával (az eredményeket az alábbi táblázat tartalmazza)

$\sigma_g$	$\sigma_N$	$S_r$	$K_{ap}$	$k_r$
35,0	281,82	0,59	65,8	0,45
37,5	301,95	0,64	70,5	0,48
40,0	322,08	0,68	75,2	0,52
42,5	342,21	0,72	79,9	0,55
45,0	362,34	0,76	84,6	0,58
47,5	382,47	0,81	89,3	0,61
50,0	402,60	0,85	94,0	0,64
52,5	422,73	0,89	98,7	0,68
55,0	442,86	0,93	103,4	0,71
57,5	462,99	0,97	108,1	0,74
60,0	483,12	1,02	112,8	0,77
62,5	503,25	1,10	117,5	0,81
65,0	523,38	1,06	122,2	0,84
67,5	543,51	1,14	126,9	0,87

A  $k_r$  értékét az  $S_r$  függvényében az 5.15. ábra szemlélteti minden egyes interpolációs pontban



5.15. ábra. A  $k_r$  értékét az  $S_r$  függvényében

A határponthoz  $S_r = 0,923$  és  $k_r = 0,705$  koordináták tartoznak, amelyből  $R_c = 367,5 \text{ MPa}$ , ezzel  $\sigma_N^C = 0,923 \cdot 367,5 = 339,20 \cdot 10^6$ , amiből

$$\sigma_g^C = \frac{\sigma_N^C 3 \left(1 - \frac{a}{B}\right)^2}{2k_i}, \text{ azaz } \sigma_g^C = \frac{339,2 \cdot 10^6 \cdot 3 \left(1 - \frac{0,01}{0,036}\right)^2}{2 \cdot 6,3}, \text{ amiből}$$

$$\sigma_g^C = 42,09 \text{ MPa}$$

### 5.8. A megengedhető hibaméret meghatározása az R6 hibabecslési diagram felhasználásával<sup>2</sup>

Egy négyszöglemezzre, amely repedést tartalmaz húzóterhelés hat. Az anyag rugalmas-képlékeny, a ridegtörés kizárva.

#### Feladat:

A kritikus hibaméret meghatározása az R6 módszer alkalmazásával

- átmenő repedés esetén,  $a/c=0,4$ ,
- a repedés egy furat két oldalán szemben van.

#### Adatok:

A lemez szélessége	$2W$	=	2 m
A lemez vastagsága	$B$	=	0,05 m

<sup>2</sup> Részletesebben lásd: LENKEYNÉ BIRÓ GY. J. BLAUDEL, S. REALE: Az R6 módszer és gyakorlati használata. Miskolc 1999. 54. p. TEMPUS kiadvány).

Átlagos terhelő feszültség	$\sigma_g$	=	175 MPa
Folyási határ	Re	=	400 MPa
Szakítószilárdság	Rm	=	550 MPa
Törési szívósság	K <sub>Ic</sub>	=	95 MPa√m
Repedés alakja	a/c	=	0,4
A furat átmérője	2R	=	0,3 m

**Megoldás:**Emlékeztetőül:

- A feszültségintenzitási tényező, a  $K_{app}$  számítása

Átmenő repedésnél  $K_{app} = \sigma_g \sqrt{\pi \bar{a}}$ , ahol  $\bar{a}$  az egyenértékű repedéshossz.

Egyenértékű felületi repedés számítása:

$$K_I = \frac{M \sigma_g \sqrt{\pi a}}{\Phi_d}$$

$$\bar{a} = \left( \frac{M}{\Phi_d} \right)^2 a$$

$$\Phi_d = \sqrt{\left( 1 + 1,1464 \left( \frac{a}{c} \right)^{1,65} \right)}$$

$$M = M_1 + M_2 \left( \frac{a}{B} \right)^2 + M_3 \left( \frac{a}{B} \right)^4$$

$$M_1 = 1,13 - 0,09 \left( \frac{a}{c} \right)$$

$$M_2 = \frac{0,089}{0,2 + \left( \frac{a}{c} \right)} - 0,54$$

$$M_3 = 0,5 - \frac{1}{0,65 + \left( \frac{a}{c} \right)} + 14 \left( 1 - \left( \frac{a}{c} \right)^{24} \right) \text{ kifejezésekkel.}$$

Furatban levő repedésnél

$$K_{app} = \sigma_g \sqrt{\pi a} F_\sigma(a/R), \text{ ahol}$$

$$F_\sigma(a/R) = \frac{1,50}{\left( \frac{a}{R} \right)^{0,4}}$$

- A  $k_r$  és  $S_r$  paraméterek számítása a mechanikai terhelés figyelembevételével

$$S_r = \frac{\sigma_g}{R_c^I}$$

- A folyási feszültség, az  $R_c$  számítása

$$R_c = \frac{R_e + R_m}{2}$$

- A lokális folyási feszültség, az  $R_c^l$  számítása

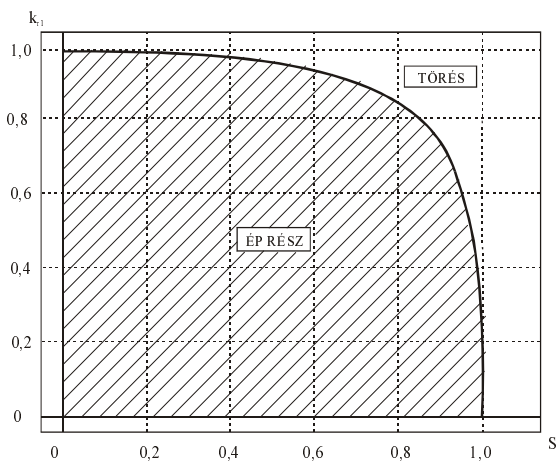
$$R_c^l = \frac{R_c}{(1 - a/W)}$$

- A  $k_r$  paraméterek számítása

$$K_r = \frac{K_{ap}}{K_{lc}}$$

- A hibabecslési diagram egyenlete

$$K_r = \frac{S_r}{\sqrt{\left[ \frac{8}{\pi^2} \ln \sec \left( \frac{\pi}{2} S_r \right) \right]}}$$
, amelynek alakját az 5.18. ábra mutatja.



**5.18. ábra.** A hibabecslési diagram alakja a  $k_r$  -  $S_r$  koordináta-rendszerben

A szerkezeti elem biztonságosan üzemeltethető, ha a  $k_r$  -  $S_r$  koordinátákkal meghatározott pont a vonalkázott területen belülré esik.

✓ **A kritikus repedésméret számítása,**

*A feszültségintenzitási tényező számítása*

a). Átmenő repedésnél (az interpolációval végzett számítás eredményeit az alábbi táblázat foglalja össze)

a(m)	a/c	B (m)	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
0,010	0,40	0,050	1,094	0,943	-0,452
0,015	0,40	0,050	1,094	0,943	-0,452
0,020	0,40	0,050	1,094	0,943	-0,452
0,025	0,40	0,050	1,094	0,943	-0,452
0,030	0,40	0,050	1,094	0,943	-0,452
0,035	0,40	0,050	1,094	0,943	-0,452
0,040	0,40	0,050	1,094	0,943	-0,452
0,050	0,40	0,050	1,090	0,829	-0,409
0,060	0,40	0,050	1,090	0,829	-0,409



a). Átmenő repedésnél (az interpolációval végzett számítás eredményeit az alábbi táblázat foglalja össze)

a (m)	M	$\Phi_d$	$a_{eq}$ (m)	$\sigma_g$ (MPa)	$K_{Ie}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
0,010	1,131	1,15	0,009	175	30,49
0,015	1,175	1,15	0,0156	175	38,80
0,020	1,233	1,15	0,0229	175	47,02
0,025	1,302	1,15	0,0320	175	55,51
0,030	1,375	1,15	0,0428	175	64,21
0,035	1,448	1,15	0,0554	175	73,04
0,040	1,453	1,15	0,0638	175	78,36
0,050	1,510	1,15	0,0862	175	91,04
0,060	1.580	1,15	0,0703	175	99,73

a). Furatban, egymással szemben elhelyezkedő repedésnél (az interpolációval végzett számítás eredményeit az alábbi táblázat foglalja össze).

a (m)	R (m)	2R+a	$\Phi_\sigma$ (a/R)	$\sigma_g$ (MPa)	$K_I$ (MPa $\sqrt{m}$ )
0,010	0,15	1,050	2,43	175	75,66
0,011	0,15	1,055	2,44	175	79,44
0,012	0,15	1,060	2,44	175	83,07
0,013	0,15	1,065	2,44	175	86,57
0,014	0,15	1,070	2,45	175	89,94
0,015	0,15	1,075	2,45	175	93,21
0,016	0,15	1,080	2,45	175	96,28

#### ✓ Az $S_r$ paraméter számítása

a). Átmenő repedésnél (az interpolációval végzett számítás eredményeit az alábbi táblázat foglalja össze)

a (m)	B (m)	Re (MPa)	Rm (MPa)	Rc (MPa)	$R_c^I$ (MPa)	$\sigma_g$ (MPa)	$S_r$
0,010	0,10	400	550	475	478,25	175	0,362
0,015	0,10	400	550	475	482,23	175	0,361
0,020	0,10	400	550	475	484,69	175	0,361
0,025	0,10	400	550	475	487,18	175	0,359
0,030	0,10	400	550	475	489,69	175	0,357
0,035	0,10	400	550	475	492,23	175	0,355
0,040	0,10	400	550	475	494,79	175	0,353
0,045	0,10	400	550	475	500,00	175	0,350
0,050	0,10	400	550	475	505,32	175	0,346

*a). Furatban, egymással szemben elhelyezkedő repedésnél* (az interpolációval végzett számítás eredményeit az alábbi táblázat foglalja össze)

a (m)	R (m)	Re (MPa)	Rm (MPa)	Rc (MPa)	$R_c^I$ (MPa)	$\sigma_g$ (MPa)	$S_r$
0,0100	0,01	400	550	475	565,48	175	0,309
0,0020	0,01	400	550	475	566,15	175	0,309
0,0030	0,01	400	550	475	566,63	175	0,308
0,0040	0,01	400	550	475	567,50	175	0,308
0,0050	0,01	400	550	475	568,18	175	0,308
0,0060	0,01	400	550	475	568,86	175	0,307
0,0075	0,01	400	550	475	569,54	175	0,307

✓ Az  $S_r$  és  $k_r$  paraméterek számítása

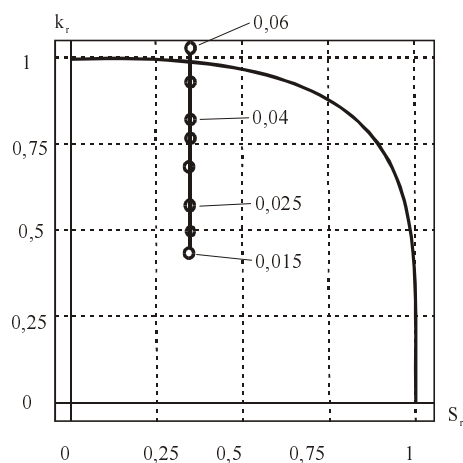
*a). Átmenő repedésnél*

a (m)	$k_r$	$S_r$
0,010	0,356	0,362
0,015	0,408	0,361
0,020	0,494	0,361
0,025	0,584	0,359
0,030	0,675	0,357
0,035	0,768	0,355
0,040	0,824	0,353
0,050	0,958	0,350
0,060	1,040	0,346

*a). Furatban, egymással szemben elhelyezkedő repedésnél*

a (m)	$k_r$	$S_r$
0,0100	0,796	0,309
0,0020	0,836	0,309
0,0030	0,874	0,308
0,0040	0,911	0,308
0,0050	0,946	0,308
0,0060	0,981	0,307
0,0075	1,010	0,307

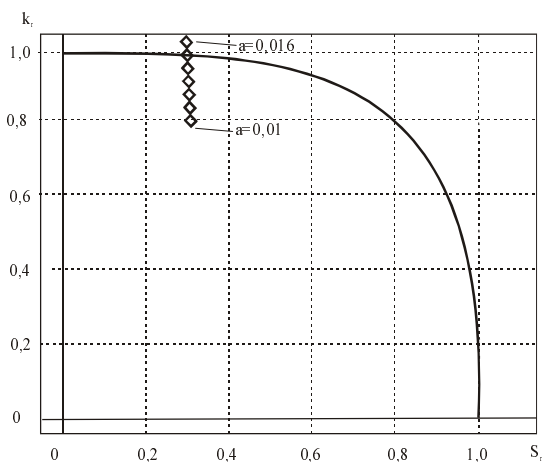
Átmenő repedés esetén az  $S_r - k_r$  pontpárok helyét a biztonsági diagramokban az 5.19., a kritikus hely környezetének kinagyított részét az 5.20. ábra szemlélteti. A furatban levő repedésre ugyanezeket az 5.21. és az 5.22. ábrák mutatják



**5.19 ábra.** Az  $S_r$  -  $k_r$  pontpárok átmenő repedés esetén

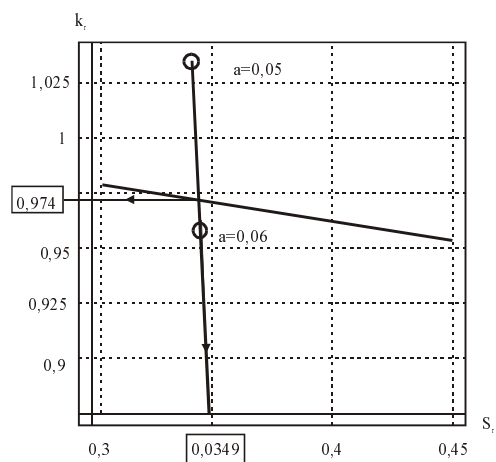
**5.20 ábra.** A kritikus hely kinagyított része  
A paraméterek kritikus értékei:

$$k_r=0,947 \text{ és } S_r=0,349$$

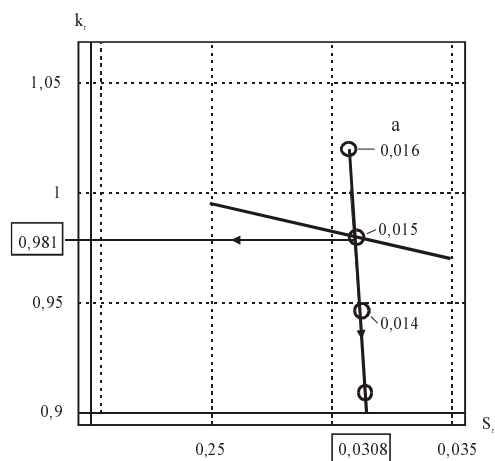


**5.19 ábra.** A kritikus hely kinagyított része  
A paraméterek kritikus értékei:

$$k_r=0,947 \text{ és } S_r=0,349$$



**5.21 ábra.** Az  $S_r$  -  $k_r$  pontpárok furatban repedés esetén



## ✓ A kritikus repedésméretetek számítása

a). Átmenő repedésnél

Interpolációt alkalmazva

	A (m)	$k_r$	$\Delta k_r$
	0,05	0,985	0
	0,06	1,049	0,091
	$a_{cr}$	0,974	0,016

amelyből  $a_{cr} = 0,05 + \frac{0,016}{0,091} 0,01 = 0,0517m$

b). Furatban lévő repedésnélA hibabecslési diagramm alapján:  $a_{cr}=0,0115m$ **5.9. Hosszirányú hegesztett csőben lévő hiba veszélyességének megítélése az R6 eljárás alapján**

Hengerelt lemezből hajlított, hosszirányú varratot tartalmazó, **2R** átmérőjű cső varratában hosszan elnyúló, **2a** hosszúságú,  $b_1$  mélységű repedés van. A cső falvastagsága **B**, anyagának folyáshatára **Re**, szakítószilárdsága **Rm** és törési szívóssága **K<sub>Ic</sub>**. A csőben ébredő globális feszültség  $\sigma_g$ .

**Feladat:**

A repedés veszélyességének megítélése abban az esetben ha a hegesztést nem követte feszültségcsökkentő hőkezelés.

**Adatok:**

A cső átmérője	2R	=	1m
A repedés mérete	a	=	0,0065m
A repedés mélysége	$b_1$	=	0,003m
A repedésfront jellege	a/c	=	0
A lemezvastagság	B	=	0,022m
Folyáshatár	Re	=	450Mpa
Szakítószilárdság	Rm	=	600Mpa
Törési szívósság	$K_{Ic}$	=	200MPa√m
Geometriai tényező	$F_\sigma (a/W)$	=	1,26
Globális feszültség	$\sigma_g$	=	300Mpa

**Megoldás:**Emlékeztetőül:

➤ Az  $S_r$  és a  $k_r$  paraméterek mechanikai terhelésre  $S_r^m = \frac{\sigma_g}{R_c^I}$

- Az  $R_c$  folyási feszültség  $R_c = \frac{R_e + R_m}{2}$
- Az  $R_c^l$  lokális folyási feszültség  $R_c^l = R_c(1 - a/W)$
- A feszültségintenzitási tényező  $k_r^m = \frac{K_{ap}}{K_{lc}}$  ill.  $K_{ap} = \sigma_g \sqrt{\pi a} F_\sigma(a/W)$
- Az  $S_r$  és a  $k_r$  paraméterek a maradó feszültségek figyelembevételével

$$S_r = \frac{\sigma_g}{R_c^l} + \left( \frac{R_c^l - \sigma_g}{R_c^l} \right) \frac{\sigma_r}{R_c^l} \text{ ill. } k_r = k_r^m + k_r^s$$

A  $k_r$  paraméter

$$\diamond \text{ Mechanika terhelésre } k_r^r = \frac{K_{lc}^{ap}}{K_{lc}}$$

$$\diamond \text{ Másodlagos terhelésre } k_r^s = \frac{K_{lc}^s(a)}{K_{lc}} + \rho, \text{ ahol } \rho \text{ a képlékeny zóna}$$

korrekciója

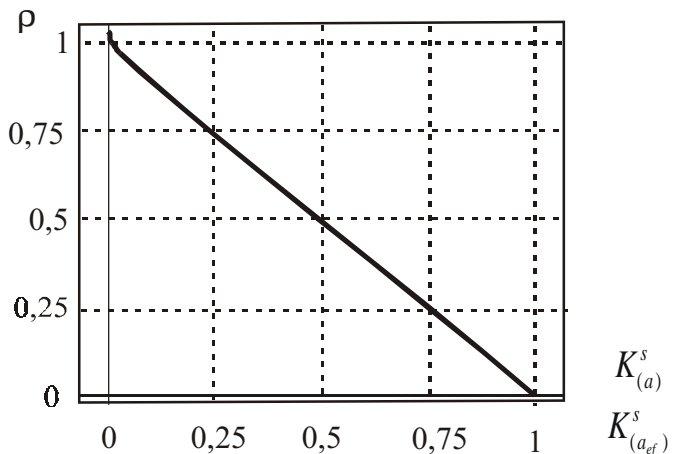
- A feszültség intenzitási tényező  $K_{ap} = \sigma_g \sqrt{\pi a} F_\sigma(a/W)$ , ill.  $k_r^m = \frac{K_{ap}}{K_{lc}}$

$$K_{lc}^s = \sigma_r \sqrt{\pi a_{ef}} F_\sigma(a_{ef}/W), \text{ ahol } a_{ef} \text{ az effektív repedéshossz.}$$

- A maradó feszültségek nagysága:  $\sigma_r = Re$
- Az effektív repedéshossz  $a_{ef} = a + \eta$ , ahol  $\eta = \frac{\pi}{8} \left[ \frac{K_{lc}^s(a)}{Re} \right]^2$
- A  $\sigma$  korrekciós tényező értéke a  $\rho = f(K_{lc}^s(a)/K_{lc}^s(a_{ef}))$  függvényében az 5.23. ábra alapján

5.23. ábra. A  $\rho$  korrekciós tényező értéke a

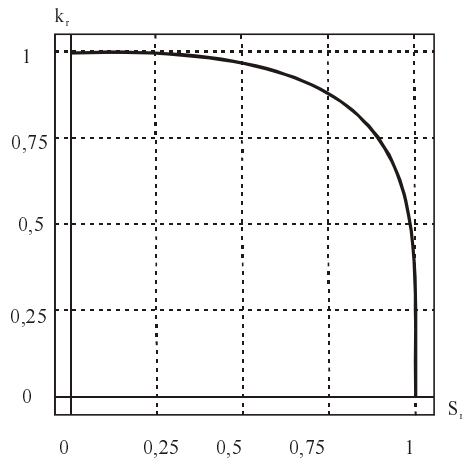
$$\frac{K_{lc}^s(a)}{K_{lc}^s(a_{ef})} \text{ függvényében}$$



- A hibabecslési diagramm alakját leíró összefüggés  $K_r = \frac{S_r}{\sqrt{\left[ \frac{8}{\pi^2} \ln \left\{ \sec \left( \frac{\pi}{2} S_r \right) \right\} \right]}}$  amelynek

alakját az 5.24 ábra szemlélteti.

A hiba nem lesz veszélyes abban az esetben, ha az  $S_r$  és  $k_r$  koordinátákkal meghatározott pont a diagrammon belül van.



5.24. ábra. A hibabecslési diagram alakja

Eredmények:

✓ A folyás feszültség, az  $R_c$  számítása,  $R_c = \frac{450 + 600}{2} = 525 \text{ MPa}$

✓ Az  $R_c^l$  lokális folyási feszültség  $R_c^l = R_c \left(1 - \frac{a}{W}\right)$ , azaz  $R_c^l = 525 \text{ MPa}$

✓ Az  $S_r^m$  paraméter számítása,  $S_r^m = \frac{300}{525} = 0,571$

✓ Az  $S_r$  paraméter számítása,  $S_r = \frac{300}{525} + \left(\frac{525 - 300}{525}\right) \frac{450}{525} = 0,93$

✓ A  $k_r$  paraméter számítása,  $K_I^{ap} = 300 \cdot 10^6 \sqrt{\pi \cdot 6,5 \cdot 10^{-3}} 1,26 = 54,06 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{m}$ , ill. a

mechanikai terhelésből adódó komponens  $k_r^m = \frac{54,06}{200} = 0,270$ , valamint a

másodlagos terhelésből adódó komponens az  $\eta$  paraméter figyelembe vételével:

$$\eta = \frac{\pi}{8} \left[ \frac{54,06 \cdot 10^6}{450 \cdot 10^6} \right]^2 = 5,66 \cdot 10^{-3} \text{ az effektív repedéshosszra kapjuk:}$$

$$a_{ef} = 6,5 \cdot 10^{-3} + 5,66 \cdot 10^{-3} = 12,16 \cdot 10^{-3} \text{ m. Ezekkel az}$$

✓ Effektív feszültség intenzitási tényező, a  $K_I^{ap}(a_{ef})$  értékére a

$$K_I^{ap}(a_{ef}) = 300 \cdot 10^6 \sqrt{\pi \cdot 12,16 \cdot 10^{-3}} 1,26 = 78,6 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{m} \text{ adódik.}$$

✓ A másodlagos terhelésből adódó effektív feszültségintenzitási tényező,

$$K_I^S(a) = 450 \cdot 10^6 \sqrt{\pi \cdot 6,5 \cdot 10^{-3}} 1,26, \text{ azaz } K_I^S(a) = 81,02 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{m}, \text{ ill.}$$

$$K_I^S(a_{ef}) = 450 \cdot 10^6 \sqrt{\pi \cdot 12,16 \cdot 10^{-3}} 1,26, \text{ azaz } K_I^S(a_{ef}) = 110,82 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{m}.$$

Ezek arányának, a  $\frac{K_I^{ap}(a)}{K_I^{ap}(a_{ef})}$  értéke:  $\frac{K_I^S(a)}{K_I^S(a_{ef})} = \frac{81,02 \cdot 10^6}{110,82 \cdot 10^6} = 0,731.$

✓ A  $\rho$  paraméter értékének figyelembevétele:  $\rho=0,269$ , ezzel

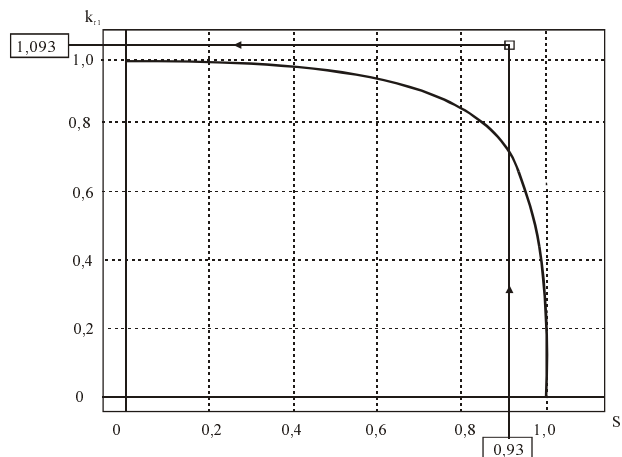
$$K_r^S = \frac{110,82 \cdot 10^6}{200 \cdot 10^6} + 0,269 = 0,823.$$

✓ A  $k_r$  paraméter számítása:  $K_r = K_r^m + K_r^S = 0,270 + 0,823 = 1,093$ .

Ezekkel a hibabecslési diagramm P pontja a következő koordinátákkal jellemezhető:

$$S_r=0,93; k_r=1,093.$$

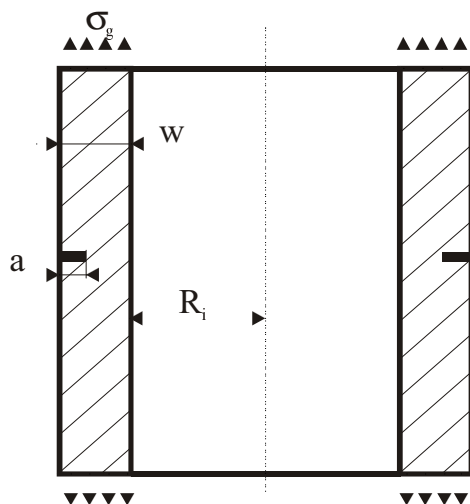
A pont helyét az 5.25. ábra szemlélteti. mivel a pont kívül esik a biztonsági tartományon, a hibát **javítani kell**.



**5.25. ábra.** Az  $S_r=0,93$ ;  $k_r=1,093$  koordinátákkal jelzett pont helye a hibabecslési diagrammban.

### 5.10. Körkörös repedés veszélyességének ellenőrzése az RCC-MR előírás A16 melléklete szerint

Tekintsünk egy csövet, amelyre a tengelyirányú terhelés hat és amelyben tangenciális repedés van. A jelöléseket az 5.26. ábrán láthatjuk.



**5.26. ábra.** Tengelyirányban húzott, körkörös repedést tartalmazó cső.

**Feladat:**

1. Igazoljuk, hogy az RCC-MR előírás A16 mellékletében ismertetett eljárás ekvivalens az R6 módszerrel!
2. Értékeljük a körkörös repedés veszélyességét!
3. Határozzuk meg a kritikus repedésmélységet.

**Adatok:**

A repedés mélysége	a	=	0,005m
A falvastagság	W	=	0,025m
Folyáshatár	Re	=	141MPa
Rugalmassági modulus	E	=	149*10 <sup>9</sup> Mpa
Törési szívósság	J <sub>1c</sub>	=	78KJ/m <sup>2</sup>
Globális feszültség	σ	=	180MPa

Geometriai tényező

$$F_{\sigma} \left( \frac{a}{W} \right) = \frac{5}{\sqrt{20 - 13 \left( \frac{a}{W} \right) - 7 \left( \frac{a}{W} \right)^2}}$$

**Megoldás:**Emlékeztetőül:

➤ Az általánosított σ - ε görbe húzásra:

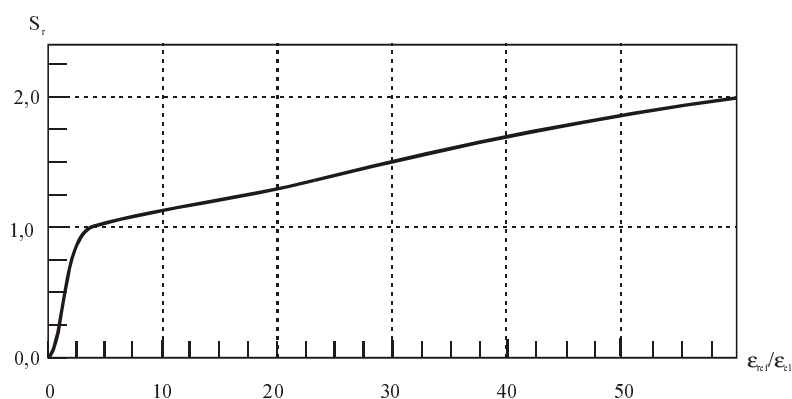
$$\text{Ha } 0 \leq \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} \leq 1, \text{ akkor } \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} = 0,9845 + 1,3S_r - 2,427S_r^2 + 2,971S_r^3.$$

$$\text{Ha } \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} \geq 1, \text{ akkor } \frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}} = 641,46 - 1967S_r + 2188S_r^2 - 1044S_r^3 + 184,37S_r^4,$$

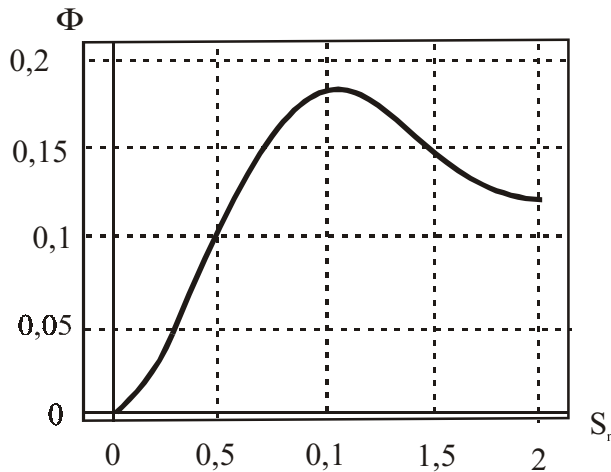
amelyet az 5.27. ábra szemléltet.

**5.27. ábra.**Az általánosított  $S_r - \varepsilon_{ref}/\varepsilon_{el}$  diagramm.

Ahol

 $S_r$  - a feszültség $\varepsilon_{ref}$  - a referencia alakváltozás $\varepsilon_{el}$  - a rugalmas alakváltozás határa➤ A  $\phi = 0,5(S_r)^2 \cdot \frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}}$ , amelyből az  $S_r$  számítható az 5.28. ábra alapján.





5.28. ábra. Az  $S_r$  és a  $\Phi$  paraméterek kapcsolata.

- Az RCC-MRA A16 mellékletében közölt eljárás és az R6 módszer egyenértékűsége:  
Az R6 eljárás 2 opciójú összefüggését véve<sup>3</sup>

$$k_r^c = \sqrt{\frac{J_e^c}{J_{lc}}} = \sqrt{\frac{1}{A}}, \text{ amelyben } k_r^c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{S_r^c R_e}\right) + \left(\frac{(S_r^c)^3 R_e}{2E\varepsilon_{ref}}\right)}}.$$

$$\text{Ezek alapján } k_r^c = \sqrt{\frac{1}{A}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{\frac{\sigma_{ref}}{Re} Re}\right) + \left(\frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^3 Re}{2E\varepsilon_{ref}}\right)}}, \text{ ahol } \varepsilon_{el} = \frac{\sigma_{ref}}{E}.$$

$$\text{Figyelembe véve a } k_r^c = \sqrt{\frac{1}{A}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{\sigma_{ref}}\right) + \left(\frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^2 \sigma_{ref}}{2E\varepsilon_{ref}}\right)}} \text{ kifejezést,}$$

$$\text{az A paraméterre kapjuk } \sqrt{A} = \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}}\right) + \left(\frac{\left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^2}{2} \left(\frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}}\right)\right)},$$

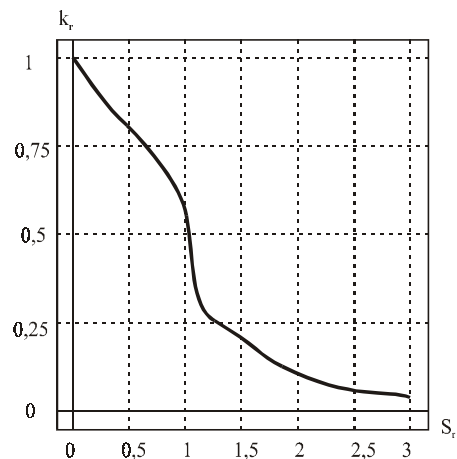
$$\text{azaz } A = \left(\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{el}}\right) + \left(0,5 \left(\frac{\sigma_{ref}}{Re}\right)^2 \left(\frac{\varepsilon_{el}}{\varepsilon_{ref}}\right)\right).$$

<sup>3</sup> Részletesebben lásd a már hivatkozott LENKEYNÉ - BLAUÉL – HODULÁK - REÁLE anyagot.

➤A hiba veszélyességének megítélésére alkalmas  $k_r$  - $S_r$  diagramm alakját az 5.29. ábra szemlélteti.

**5.29. ábra.**

A hibabecslési diagramm alakja a  $k_r$  - $S_r$  koordináta-rendszerben.



Eredmények:

✓ A hiba veszélyességének ellenőrzése.

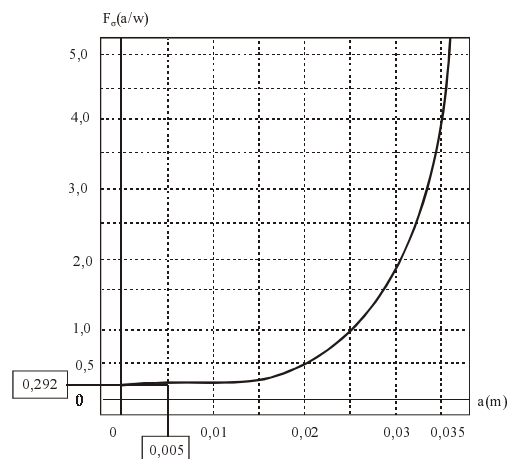
✓ A referencia feszültség meghatározása

$$\sigma_{ref} = \sigma_g F_2 \left( \frac{a}{W} \right), \text{ amelyben } F_2 \left( \frac{a}{W} \right) = \frac{W}{(W-a)}, \text{ azaz}$$

$$\sigma_{ref} = 180 \cdot 10^6 \left( \frac{0,025}{0,025 - 0,005} \right) = 225 \cdot 10^6 \text{ Pa} .$$

✓ Az  $S_r$  paraméter meghatározása  $S_r = \frac{\sigma_{ref}}{Re}$ , azaz  $S_r = \frac{180 \cdot 10^6}{141 \cdot 10^6} = 1,59$  .

**5.30. ábra.** Az  $F\sigma(a/W)$  geometriai paraméter az  $a$  függvényében.



✓ Az egyenértékű feszültségintenzitási tényező számítása,  $K_{Ie} = \sigma_g \cdot \sqrt{\pi a} F_\sigma(a/w)$ ,

amelyben  $F_\sigma(a/w) = \frac{5}{\sqrt{20 - 13\left(\frac{a}{W}\right) - 7\left(\frac{a}{W}\right)^2}}$  (lásd 5.30. ábrát), azaz az  $F_\sigma(a/w)$

geometriai paraméter értéke  $F_\sigma(a/w) = 0,292$ . Ezeket behelyettesítve

$$K_{Ie} = 180 \cdot 10^6 \sqrt{\pi \cdot 0,005 \cdot 0,292} \text{ adódik. kiszámítva } K_{Ie} = 6,58 \cdot 10^6 \text{ Pa}\sqrt{m}.$$

✓ Az egyenértékű rugalmas J integrál számítása,  $J_e = \frac{(K_I)^2}{E}$ .

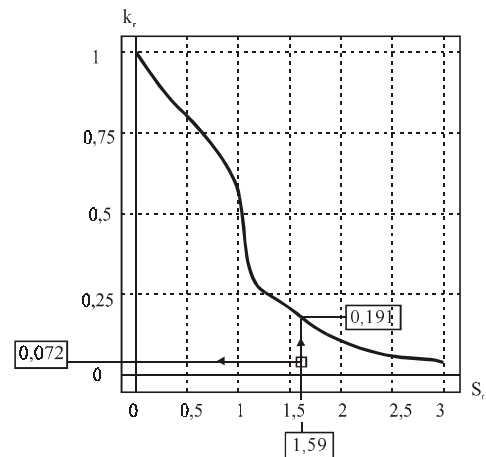
Az adatok behelyettesítésével  $J_e = \frac{(6,58 \cdot 10^6)^2}{149 \cdot 10^9}$ , a  $k_r = \sqrt{\left(\frac{J_e}{J_{Ic}}\right)}$  figyelembevételével

$$k_r = \sqrt{\left(\frac{409,5}{78000}\right)} = 0,072.$$

✓ A  $k_r$  -  $S_r$  pontok helyének ellenőrzése (lásd az 5.31. ábrát).

**5.31. ábra.** A  $k_r$  -  $S_r$  koordinátákkal meghatározott P pont helye a hibabecslési diagrammban

**A hiba tehát nem veszélyes, azaz javítás nem indokolt!**



**2. A kritikus hibaméret meghatározása.**

✓ A kritikus pontok koordinátáinak meghatározása

✓ A  $k_r$  kritikus érték meghatározása  $k_r^C = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\epsilon_{ref}}{S_r^C Re}\right) + \left(\frac{(S_r^C)^3}{2E\epsilon_{ref}}\right)}}$ , azaz

$$k_r^C = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\epsilon_{ref}}{1,59 Re}\right) + \left(\frac{(1,59)^3}{2E\epsilon_{ref}}\right)}}, \text{ a következők figyelembevételével:}$$

$$\frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{ref}} = 641,46 - 1967S_r + 2188S_r^2 - 1044S_r^3 + 184,37S_r^4$$

$$\frac{\epsilon_{ref}}{\epsilon_{ref}} = 641,46 - 1967 \cdot 1,59 + 2188 \cdot 1,59^2 - 1044 \cdot 1,59^3 + 184,37 \cdot 1,59^4 \text{ értékére.}$$

$$\frac{\varepsilon_{ref}}{\varepsilon_{ref}} = 27,230 \text{ adódik. Ezzel } \varepsilon_{el} = \frac{\sigma_{ref}}{E} = 225 \cdot 10^6 / 149 \cdot 10^9 = 0,00151.$$

✓ A referencia alakváltozás, az  $\varepsilon_{ref}$  kritikus értékének meghatározása,

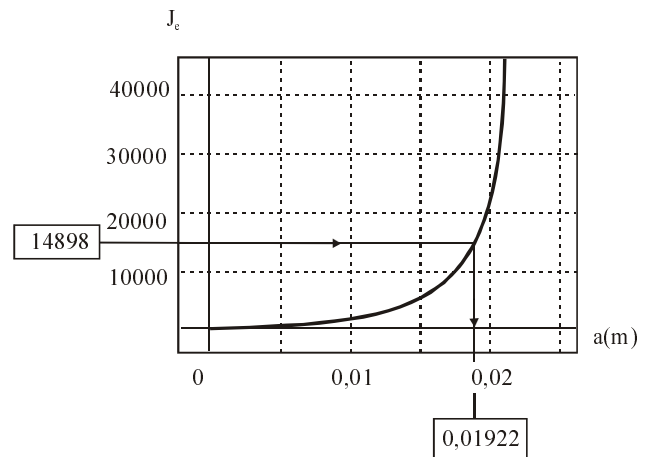
$$\varepsilon_{ref} = \varepsilon_{el} 27,230 = 0,00151 \cdot 27,30 = 0,0149. \text{ figyelembe véve a}$$

$$k_r^c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{E\varepsilon_{ref}}{1,59 Re}\right) + \left(\frac{(1,59)^3 Re}{2E\varepsilon_{ref}}\right)}} \text{ kifejezést, behelyettesítés után kapjuk}$$

$$k_r^c = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{149 \cdot 10^9 \cdot 0,0419}{1,59 \cdot 141 \cdot 10^6}\right) + \left(\frac{(1,59)^3 141 \cdot 10^6}{2,1499 \cdot 10^9 \cdot 0,0419}\right)}} = 0,191$$

Figyelembe véve  $\sqrt{J_{le}^c E} = \sigma g \cdot \sqrt{\pi a F_\sigma(a/W)}$  kifejezést a kritikus  $J_e$  értékhez tartozó kritikus repedésméretet az 5.32. ábra mutatja.

**5.32. ábra.** A kritikus repedésméret meghatározása a  $J_e$  anyagjellemző függvényében



## 6. Törésmechanikai feladatok

Az oktatási segédlet ezen fejezetének célja az, hogy rámutassunk a törésmechanikai elvek gyakorlati alkalmazhatóságára a legkülönbözőbb területeken. Nem törekszünk un. típusfeladatok kidolgozására, hanem a feladatokat megoldva arra, igyekszünk rámutatni, hogy a kapott eredményekből milyen, a gyakorlatban is alkalmazható következtetésekre lehet jutni. E fejezet kifejezetten a gyakorlatban dolgozó szakemberek szemléletmódját kívánja formálni, az olyan szakembereket, akik a szerkezeteket üzemeltetik, akik direkt módon szembesülnek azokkal a kérdésekkel, amelyek felmerülnek egy-egy folytonossági hiba detektálása kapcsán. E kérdések pedig a következők:

- Milyen a veszélyessége az észlelt hibának, a szerkezet üzemeltethető-e az adott hibával a korábbi üzemi feltételek között vagy sem?
- Ha az eredeti feltételek mellett nem üzemeltethető tovább a szerkezet, akkor milyen feltételek mellett maradhat üzemben a szerkezet?
- Terjedőképes-e a repedés vagy sem?
- Ha a repedés terjedőképes, akkor mennyi a maradék élettartam és hogyan kell megtervezni a további felülvizsgálatokat?
- Milyen hatással van a roncsolásmentes vizsgálat eredményeinek bizonytalansága az előzőekben megfogalmazott kérdésekre adott válaszokban?

Ezen kérdések figyelembevételével igyekszünk következtetéseinket levonni egy-egy kidolgozott példa kapcsán. A *gyakorlati megjegyzések*-et minden esetben dőlt betűvel szedjük.

### 1. Példa. Törés középén elrepedt lemezben

Egy 200 mm széles nagyszilárdságú alumíniumötvözetből készült vastag lemezben egy 80 mm hosszú, a lemez közepén elhelyezkedő repedés van.

#### ***Kérdések:***

- 1) Ha a törés 100 MPa-os feszültségnél bekövetkezik, mekkora lesz az ötvözet törési szívóssága?
- 2) Mekkora feszültségnél okozna törést ugyanaz a repedés:
  - a) végtelen testben,
  - b) 120 mm széles lemezben?

#### ***Megoldás:***

A probléma megoldásához a feszültségintenzitási tényező számítására az irodalomban számos kifejezés található. Ezeket a 6.1. táblázatban foglaltuk össze. Nyilvánvalóan felmerül a kérdés,

hogy milyen hatással vannak következtetéseinkre a különböző modellek használata. Első közelítésben a megoldáshoz használjuk a **tg** függvényt.

A táblázat alapján centrális repedést tartalmazó lemezre:  $K_I = \sigma_{alk} \left[ W \operatorname{tg} \left( \frac{\pi a}{W} \right) \right]^{1/2}$

Mivel  $\sigma_{alk} = 100 \text{ MPa}$ ,  $a = 0.04 \text{ m}$  és  $W = 0.2 \text{ m}$ , így

$$\frac{a}{W} = 0.2 \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \left( \frac{\pi a}{W} \right) = 0.726$$

Tehát  $K_I = \sigma_{alk} [0.726]^{1/2} = 100 \cdot 0.38 = \mathbf{38 \text{ MPam}^{1/2}}$

*Gyakorlati megjegyzés:* Ha a lemez nagyon vastag, azaz a törés síkalakváltozás mellett következik be, akkora a törési szívósság értéke, a  $K_{Ic} = 38 \text{ MP}\sqrt{\text{m}}$ . Ha lemez vékonyabb, a terhelhetőség növekszik a repedés csúcsba végbemenő képlékeny alakváltozás (energia elnyelődés) miatt.

a) végtelen lemez

Az 1. táblázat alapján  $K_I = \sigma_{alk} (\pi a)^{1/2}$

Tehát  $38 = \sigma_{alk} (0.04\pi)^{1/2}$   
 Azaz  $\sigma_F = \mathbf{107.2 \text{ MPa}}$

b) centrális repedés véges méretű lemezben

Mivel  $W = 0.12 \text{ m}$ ,  $\frac{a}{W} = 0.333$  és  $\operatorname{tg} \left( \frac{\pi a}{W} \right) = 1.732$  és  $K_{Ic} = \sigma_F (1.732W)^{1/2} = 38$ ,

Tehát  $\sigma_F = \mathbf{83.4 \text{ MPa}}$

A modellek (összefüggések) hatásának elemzéséhez másodikként használjuk a **sec** függvényt  
 A táblázat alapján centrális repedésű lemezre:

$$K_I = \sigma_{alk} \left[ \pi a \sec \left( \frac{\pi a}{W} \right) \right]^{1/2}$$

mivel  $\sigma_{alk} = 100 \text{ MPa}$ ,  $a = 0.04 \text{ m}$ ,  $W = 0.2 \text{ m}$  és

$$\frac{a}{W} = 0.2 \quad \text{ill.} \quad \sec \left( \frac{\pi a}{W} \right) = 1.236.$$

Így  $K_I = \sigma_{alk} (0.04\pi 1.236)^{1/2} = 100 \cdot 0.394$

Tehát  $K_I = \mathbf{39.4 \text{ MPam}^{1/2}}$

a) végtelen lemez

A táblázatból  $K_I = \sigma_{alk} (\pi a)^{1/2}$   
 így  $39.4 = \sigma_F (0.04\pi)^{1/2}$   
 $\sigma_F = \mathbf{111.1 \text{ MPa}}$

b) centrális repedés véges méretű lemezben

Mivel  $W = 0.12 \text{ m}$ ,  $\frac{a}{W} = 0.333$  és  $\sec\left(\frac{\pi a}{W}\right) = 2$

A táblázat szerint  
tehát

$$K_{Ic} = \sigma_F (0.04\pi 2)^{1/2} = 39.4,$$

$$\sigma_F = 78.6 \text{ MPa}$$

*Gyakorlati megjegyzés:* Tehát látható, hogy a két képlettel kapott eredmények 5%-os eltérésen belül vannak (a sec kifejezés a pontosabb a két megoldás közül.).

## 6.1. Táblázat

*A feszültségintenzitási tényező számítása különböző esetekben*

<i>A repedés típusa</i>	<i>Feszültségintenzitási tényező számítása</i>
<b>2a</b> hosszú centrális repedés végtelen lemezben	$K_I = \sigma_{alk} (\pi a)^{1/2}$
<b>2a</b> hosszú centrális repedés <b>W</b> szélességű lemezben	$K_I = \sigma_{alk} \left[ W \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{W}\right) \right]^{1/2}$ vagy $K_I = \sigma_{alk} \left[ \pi a \sec\left(\frac{\pi a}{W}\right) \right]^{1/2}$
Centrális, <b>a</b> sugarú mély repedés végtelen testben	$K_I = 2\sigma_{alk} \left(\frac{a}{\pi}\right)^{1/2}$
<b>a</b> hosszú egyenes repedés félig végtelen lemezben	$K_I = 1.12\sigma_{alk} (\pi a)^{1/2}$
2 szimmetrikus, <b>a</b> hosszúságú egyenes repedés <b>W</b> szélességű lemezben	$K_I = \sigma_{alk} W^{1/2} \left[ \operatorname{tg}\left(\frac{\pi a}{W}\right) 0.1 \sin\left(\frac{2\pi a}{W}\right) \right]^{1/2}$

**2. Példa. Egyik oldalon bemetszett hajlító próbatest (TPB) törése**

A szabványos három pontos hajlító próbatest az 1. példában szereplő alumíniumötvözetből készült, a vastagsága  $B = 50 \text{ mm}$ , szélessége  $W = 100 \text{ mm}$ , a terhelési pontok távolsága  $L = 2W = 200 \text{ mm}$  és a fáradással létrehozott előrepedés összes hossza  $53 \text{ mm}$ .

**Kérdés:**

Mekkora terhelés szükséges a töréshez, feltéve hogy lineárisan rugalmas feltételeket alkalmazunk?

**Megoldás:**

Mivel  $P = \frac{KBW^{1/2}}{F(a/W)}$  és  $W = 100 \text{ mm}$ , a repedéshossz  $a = 53 \text{ mm}$ ,  $a/W = 0.53$  és az  $a/W =$

$0.53$  hányadoshoz tartozó  $F(a/W) = 11.74^1$ . Az előző példából  $K_{Ic} = 39.4 \text{ MPam}^{1/2}$ .

<sup>1</sup> Az  $F(a/w)$  számítására alkalmas összefüggést keresse meg a szabványokban, vagy könyvekben és ellenőrizze az itt szereplő  $F(a/W) = 11.74$  értéket!

Ha MN és m-dimenzióval számolunk,

$$P = \frac{39.6 \cdot 0.05 \cdot 0.1^{1/2}}{11.74} = 0.0531 \text{ MN} = 53.1 \text{ kN}.$$

Azaz

$$P = 53.1 \text{ kN}$$

### 3. Példa. Törés kompakt húzó (CT) próbatestben.

#### Kérdés:

Milyen terhelés szükséges a  $W = 100 \text{ mm}$ ,  $a = 53 \text{ mm}$  méretű CT próbatest töréséhez, ha ugyanolyan alumíniumötvözetből készült mint amilyen az előző két példákban szerepelt?

#### Megoldás.

A CT-próbatesteknél a feszültségintenzitási tényező a

$$P = \frac{KBW^{1/2}}{F(a/W)}$$

kifejezéssel számítható. törésnél pedig

$$P_F = \frac{K_{Ic} BW^{1/2}}{F(a/W)}$$

Most  $a/W = 0.53$ , így  $F(a/W) = 10.62^2$ , és ezután behelyettesítve az egyenletbe kapjuk hogy:

$$P_F = \frac{39.4 \cdot 0.05 \cdot 0.1^{1/2}}{10.62} = 0.0589 \text{ MN} = 58.9 \text{ kN}$$

Tehát

$$P_F = 58.9 \text{ kN}$$

*Gyakorlati megjegyzés:* Milyen vizsgálattechnikai következtetésre jut a szükséges berendezés teljesítménye tekintetében ha a vizsgálatot hajlítással vagy húzással végzi?

### 4 Példa. A próbatestek szükséges méretei

A 2. példában feltételeztük, hogy a hajlító próbatest 50 mm-es vastagsága elegendő biztosíték arra, hogy a törés síkalakváltozás mellett következzen be ezen nagyszilárdságú alumíniumötvözetnél.

#### Kérdés:

- Ha ennek az ötvözetnek a 0.2%-os egyezményes folyáshatára 450 MPa, a nem axiális szakítóvizsgálat során a fenti feltételezés igaz-e?
- Milyen minimális szilárdságúnak kell lennie a hasonló szívósságú ötvözetnek, hogy még érvényes  $K_{Ic}$  eredményt adjon az ilyen méretű próbatestre?

Az  $F(a/w)$  számítására alkalmas összefüggést keresse meg a szabványokban, vagy könyvekben és ellenőrizze az itt szereplő  $F(a/W) = 10.62$  értéket!



**Megoldás:**

A 2. példa alapján  $K_{Ic} = 39.4 \text{ MPa m}^{1/2}$ , és érvényes  $K_{Ic}$  eredményhez szükséges minimális vastagság<sup>3</sup>

$$B \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2 = 2.5 \left( \frac{39.4}{450} \right)^2 = 19.1 \text{ mm}$$

tehát

$$B \geq 19.1 \text{ mm}$$

Az 50 mm-es próbatest-vastagság tehát több mint elegendő az érvényes  $K_{Ic}$  eredményhez. Ha **m** dimenziót alkalmazunk, akkor:

$$B \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2$$

$$0.05 \geq 2.5 \left( \frac{39.4}{\sigma_y} \right)^2$$

$$\sigma_y \geq 279 \text{ MPa}$$

A minimálisan szükséges egyezményes folyáshatár ezért **279 MPa**

**5. Példa. A próbatestek szükséges méretei**

Egy kovácsolható acél előírt folyáshatára  $\sigma_y = 800 \text{ MPa}$ , és garantált minimális törési szívóssága  $K_{Ic} = 120 \text{ MPa m}^{1/2}$ .

**Feladat:**

- Számoljuk ki a minimálisan szükséges próbatest-méreteket, amelyek érvényes vizsgálati eredményt adnak a szívóssági mérőszámra nézve.
- Becsüljük meg az elegendően nagy CT-, illetve TPB próbatest tömegét.
- Becsüljük meg a vizsgálógép szükséges teljesítményét.

**Megoldás:**

a) A  $B \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_y} \right)^2$  kifejezésben  $K_{Ic} = 120 \text{ MPa}$ ,  $\sigma_y = 800 \text{ MPa}$

$$B \geq 2.5 \cdot 0.15^2 \text{ m} = 56.25 \text{ mm}$$

$$\mathbf{B = 56.25 \text{ mm}}$$

és  $W = 2B$

$$\mathbf{W = 112.5 \text{ mm}}$$

b) Próbatestek méretei

Az egyoldalon bemetszett TPB próbatest méretei:

<sup>3</sup> Milyen megfontolásból adódik ez a kritérium?

Hossz,  $L = 4W + 10 \text{ mm}$ , azaz  $L = 460 \text{ mm}$

A próbatest érfogata a bemetszést nem számítva  $V = B \cdot W \cdot L$ , azaz  $V = 0.0029 \text{ m}^3$  tömegű, ill. ha a sűrűség  $7900 \text{ kg/m}^3$ , akkor a próbatest tömege

$$m = 23 \text{ kg}$$

A CT próbatest méretei:

Hossz,  $L = 2H = 1.2W$

$$L = 135 \text{ mm}$$

Teljes szélesség  $= 1.25 W = 140.6 \text{ mm}$

Lyukátmérő,  $D = 0.25W = 28.125 \text{ mm}$

Térfogat a bemetszést nem számítva

$$V = (2H \cdot B \cdot C) - 2(B\pi D^2/4) = 0.001 \text{ m}^3$$

Tömeg, ha a sűrűség  $7900 \text{ kg/m}^3$

$$m = 7.9 \text{ kg}$$

c) Azért hogy megállapítsuk a megkívánt minimális gépteljesítményt, tételezzük fel a megkívánt minimális  $(a/w)$  értéket 0.45-nek, hogy kiszámoljuk a megkívánt maximális terhelést az adott  $K_{Ic} = 120 \text{ MPa m}^{1/2}$  esetére.

*Az egyoldalon bemetszett hajlító próbatestre*

$$P_F = \frac{K_{Ic} B W^{1/2}}{F(a/W)}$$

Most  $W = 112.5 \text{ mm}$ ,  $B = 56.25 \text{ mm}$  és  $F(a/W) = 9.14$  ( $a/W = 0.45$ ). Ha **MN** és **m** dimenziókat használunk,

$$P_F = \frac{120 \cdot 0.05625 \cdot 0.1125^{1/2}}{9.14} = 0.248 \text{ MN} = 248 \text{ kN}$$

A vizsgálógép szükséges minimális teljesítménye tehát **248 kN**.

*A CT próbatestre*

$$P_F = \frac{K_{Ic} B W^{1/2}}{F(a/W)}$$

$a/W = 0.45$ -re  $F(a/W) = 8.34$ , ezeket behelyettesítve  **$P_F = 271 \text{ kN}$**

*Gyakorlati megjegyzés:* Ez a példa jó illusztráció arra a gyakorlati esetre, amikor a mérés kivitelezése bonyolult a meglehetősen szívós kovácsolható acél miatt. A próbatest-méretetek egészen nagyra váltak és az egyoldalon bemetszett hajlító próbatest kényelmetlenül nehéz az egyedül dolgozó gépkezelőnek. Ha a vizsgálógépnek behatárolt a teljesítménye, szükséges lehet a hajlító próbatest alátámasztási távolságát megnövelni a törés megkönnyítése érdekében. Mindazonáltal ez gondot okozhat abban a tekintetben, hogy az anyagot megfelelő formában szerezzék be. Ha ezt a példát tovább gondoljuk, feltételezve azt, hogy a vizsgálógép 250 kN teljesítményű nincs más lehetőségünk, mint a nagyobb  $a/W$  értéket kellene választani annak érdekében, hogy az engedélyezett

terhelési tartományon belül lehessünk (pl.  $a/W = 0.55$ ), azaz hogy  $P_F$  alacsonyabb legyen. Mégis, mivel a minimálisan előírt  $K_{Ic}$  érték  $120 \text{ MPa m}^{1/2}$ , a gyakorlatban a magasabb  $K_{Ic}$  lesz alkalmazva, amelyikhez a magasabb  $P_F$  érték tartozik. Így B-t, és W-t megfelelően kell növelni. Ebben a feltételezett esetben  $B = 65 \text{ mm}$  lesz ( $W = 130 \text{ mm}$ ), ami lehetővé tenné, hogy érvényes  $K_{Ic} = 129 \text{ MPa m}^{1/2}$  eredményt kapjunk. Ha a vizsgálógép  $250 \text{ kN}$  teljesítményű, lehetséges lenne a szabványos próbatest-méreteket  $0.54 < a/W < 0.55$  közé választani ( $Y > 12.15$ ), ami szükséges lenne a kezdeti repedéshossz ellenőrzéséhez. Enélkül „érvényes” méretű kompakt próbatest törése nem lenne lehetséges a gépen. A használt nagyobb  $a/W$  értékek szabványon kívüliek, ami nyilvánvalóan vonzó ha a  $(W-a)$  követelmény valóban túlságosan szigorú.

## 6. Példa. A súlyfüggvény<sup>4</sup> deriválása végtelen lemezben lévő repedésre.

A végtelen lemezben levő  $2a$  hosszú repedésre használjuk a levezetett  $u_2$  egyenlet súlyfüggvényét, ha az alkalmazott feszültség  $\sigma_{alk}$ .

**Megoldás:**

Mivel  $u_2 = \frac{2}{E}(1-\nu^2)\sigma_{alk}\sqrt{a^2-x^2}$  ezért bevezetve az  $\alpha = (1-\nu^2)$  jelölést, kapjuk hogy:

$$u_2 = \frac{2}{E}\alpha\sigma_{alk}\sqrt{a^2-x^2}.$$

A deriválás elvégzése után

$$\frac{du}{da} = \frac{2\alpha}{E}\sigma_{alk}\frac{a}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

Jegyezzük meg, hogy a differenciálásunk  $a$ -ra vonatkozik nem az  $x$ -re. Helyettesítsük be az egyenletbe az  $m(x)$  súlyfüggvényt:

$$m(x) = \frac{E}{\alpha K} \frac{2\alpha}{E}\sigma_{alk}\frac{a}{\sqrt{a^2-x^2}} = \frac{2}{K}\sigma_{alk}\frac{a}{\sqrt{a^2-x^2}}$$

A 6.1. táblázatból végtelen lemezre  $K = \sigma_{alk}\sqrt{\pi a}$ . Ezt a  $K$  értéket behelyettesítve kapjuk

$$m(x) = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \frac{2}{\sqrt{a^2-x^2}}.$$

## 7. Példa. A súlyfüggvény meghatározása repedést tartalmazó hajlító próbatestre

A tiszta hajlításnak kitett (4 pontos terhelés) hajlító próbatestbe egy  $a$  hosszúságú repedés van. A feszültség a próbatesten keresztül lineárisan változik. Az egyik felületen a maximális

<sup>4</sup> Mi az értelmezése súlyfüggvénynek, mikor és mire használható. Készítsen 5, 15 és 30 perc időtartamú előadásokat, amelyekben különböző mélységben kifejti válaszait! Ellenőrizze, hogy a hallgatóság ugyanazt értette e meg előadásából, amire Ön gondolt!

húzófeszültség ( $\sigma_m$ ), középen a semleges szálban zérus, míg a másik felületnél maximális nyomófeszültség ( $-\sigma_m$ ) van. A feszültségintenzitási tényezőt a következő képlet adja meg:

$$K = 1.1215 \frac{2}{\pi} (\pi a)^{1/2} \int_0^a \frac{\sigma(x) dx}{(a^2 - x^2)^{1/2}}$$

ahol  $x$  a próbatest tetejétől mért távolság. Számoljuk ki  $f$  értékét a  $K=f\sigma_m(a\pi)^{1/2}$  egyenletben hajlító próbatestre, ha a repedés  $a/W=0.05$  hosszú.

### Megoldás:

Az egyenletet a próbatesten belüli feszültségváltozásokra kell deriválni. A feszültség egyenletesen csökken,  $x=0$ -nál  $\sigma_m$ ,  $x= W/2$ -nél zérus, és  $x= W$ -nél  $-\sigma_m$ . Így a feszültség változása az ép testben az  $x$  távolság függvényében:

$$\sigma(x) = \sigma_m(1-2x/W)$$

Az egyenlet a fentiek alapján a következő:

$$K = 1.1215 \frac{2}{\pi} (\pi a)^{1/2} \sigma_m \int_0^a \frac{(1-2x/W)}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx$$

$$K = 1.1215 \frac{2}{\pi} (\pi a)^{1/2} \frac{\sigma_m}{W} \left\{ \int_0^a \frac{W}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx - \int_0^a \frac{2x}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx \right\}$$

A  $\int_0^a \frac{1}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx$  egyenletben vezessük be a következő helyettesítéseket:

$$x=a \sin \omega, \text{ ekkor } dx= a \cos \omega. \text{ Amikor } x=0, \omega=0 \text{ és } x=a, \omega=\pi/2.$$

Ezek alapján

$$\int_0^a \frac{1}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{a \sin \omega}{(a^2 - a^2 \cos^2 \omega)^{1/2}} d\omega = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \omega}{(1 - \cos^2 \omega)^{1/2}} d\omega.$$

Mivel  $\sin^2 \omega = 1 - \cos^2 \omega$ , ekkor

$$\int_0^a \frac{1}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin \omega}{(\sin^2 \omega)^{1/2}} d\omega = \int_0^{\pi/2} d\omega = [\omega]_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2}$$

A  $\int_0^a \frac{2x}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx$  egyenletben pedig vezessük be a következő helyettesítéseket:

$$u^2 = a^2 - x^2, \text{ ekkor } dx = -u/x du. \text{ Amikor } x=0, u=a \text{ és amikor } x=a, u=0.$$

Ezek alapján

$$\int_0^a \frac{2x}{(a^2 - x^2)^{1/2}} dx = - \int_a^0 \frac{2u}{(u^2)^{1/2}} d\omega = -2 \int_a^0 du = -2[u]_a^0 = 2a$$

Helyettesítsünk most vissza a  $K$  kifejezésébe

$$K = 1.1215 \frac{2}{\pi} (\pi a)^{1/2} \frac{\sigma_m}{W} \left( \frac{W\pi}{2} - 2a \right)$$

Ennek értéke az  $a/W = 0.05$  repedéshosszra

$$K = 1.1215 \frac{2}{\pi} (\pi a)^{1/2} \sigma_m \left( \frac{\pi}{2} - 2 \cdot 0.05 \right)$$

$$K = 1.050 \sigma_m (\pi a)^{1/2}$$

Igy  $f=1.050$

*Megjegyzés:*

A súlyfüggvény deriválásának eredménye itt 1.050, jöllehet a szabvány 1.071-et ad meg. Ez azért van, mert egy feltételezett alakot használt a félig végtelen lemezben levő egyenes repedésre. Mindenesetre a hiba ennél a módszernél csak 5% egészen az  $a/W=0.075$  repedéshosszig.

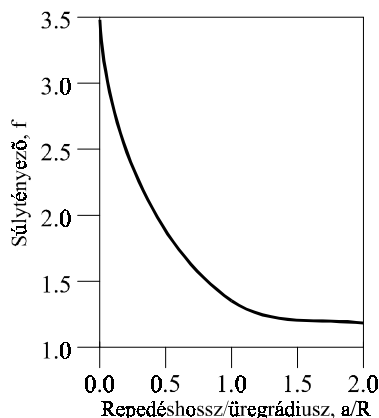
### 7. Példa. A repedés és a furatból kiinduló repedés feszültségintenzitási tényezőjének összehasonlítása

Egytengelyű húzó-igénybevételnek kitett végtelen lemezben levő furatból kiinduló repedés feszültségintenzitási tényezője a következő összefüggéssel számítható:

$$K = f \sigma_{alk} \sqrt{\pi a}$$

ahol  $a$  az üregből kiinduló repedés hossza.

Az  $f$  értéke a 6.1. ábra szerint adódik. Megjegyezzük, hogyha  $a/R \rightarrow 0$ , akkor  $f \rightarrow 1.2 \cdot 3 = 3.6$  azaz egyenes repedésre érvényes  $K$  értéket szorozzuk az üreg rugalmas feszültséggyűjtési tényezőjének nagyságával, 3-al.



6.1. ábra. A szorzó tényező az  $a/R$  függvényében

*Feladat:*

Ha az üreg sugara  $R$ , mutassuk ki, hogy az üreget és a repedést lehet a repedéshosszra  $a/W=0.1$ -nél maximum 5%-al eltérő egyetlen repedéssel helyettesíteni.

*Megoldás:*

A feszültségintenzitási tényező a  $2a$  hosszú repedésre az 6.1. táblázat szerint:

$$K = \sigma_{alk} \sqrt{\pi a}.$$

Összehasonlítva két képletet az egyedülálló repedés hossza  $2a+2R$  lesz és az összefüggés pedig

$$K = \sigma_{alk} \sqrt{\pi(a + R)}$$

alakú lesz. A 6.1. ábra tulajdonképpen megadja a repedéshosszat mint a furat sugarának többszörösét, így az egyenlet legcélszerűbben a következőképpen módosítható:

$$K = \sigma_{alk} \sqrt{r} \sqrt{\pi \left( \frac{a}{R} + 1 \right)},$$

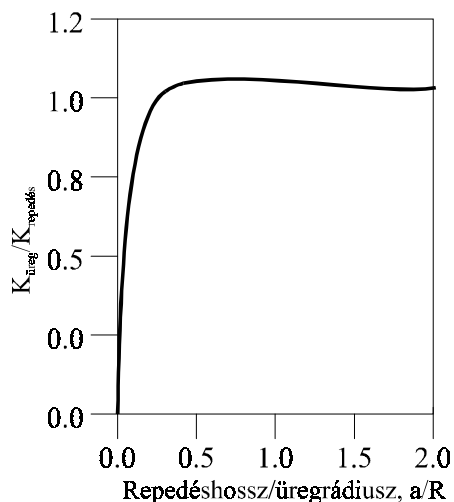
illetve a furatra és repedésre:

$$K = f \sigma_{alk} \sqrt{r} \sqrt{\pi \left( \frac{a}{R} \right)}$$

Szétválasztva a kifejezéseket megkapjuk hogy

$$\frac{K_{üreg}}{K_{rep}} = f \frac{\sqrt{\frac{a}{R}}}{\sqrt{\frac{a}{R} + 1}}$$

Ha újra ábrázoljuk a repedéshossz, furat-rádiusz arányt, a következő diagramot kapjuk:



**6.2. ábra.**

A  $K_{furat}/K_{repedés}$  és a repedéshossz/furatsugár kapcsolata

Az ábrán látható, hogy az éles repedés esete túlbecsüli a repedéshossz+a furat átmérője alapján számított feszültségintenzitási tényezőt. A furat átmérője és repedés hossza alapján számított a feszültségintenzitási tényező akár 5%-al magasabb mértékben is eltérhet ( $a/R=0.5$ -nél), mielőtt értéke aszimptotikusan közelít az egyes repedés alapján számított értékhez.

### 8 Példa. Felületi hiba megengedhető méretének számítása

Egy 30 mm vastagságú acél alkatrész edzés közben végbemenő hőfolyamatainak számítása azt mutatta, hogy 130 MPa feszültség keletkezett a gyors hűtés során. A  $K_{Ic}$  értéke a laboratóriumi vizsgálatok alapján  $30 \text{ MPa m}^{1/2}$ . Az egyezményes folyáshatár pedig 620 MPa. A gyártás során keletkező felületi hiba maximális mérete 0.50 mm.

**Feladat:**

- Számítsuk ki a megengedhető felületi félelliptikus hiba méretét annak figyelembevételével, hogy  $a/2c=1/10$ .
- Milyen helyzet következne be, ha a keletkezett feszültség megközelíti az anyag folyáshatárát?

**Megoldás:**

a) A kritikus repedéshossz a

$$a_{kr} = K_{Ic}^2 \left[ \frac{\Phi^2 - 0,212(\sigma / \sigma_y)^2}{1,21\pi\sigma^2} \right]$$

kifejezéssel számítható, amelyben  $\Phi$  a repedés alakjára ( $a/2c$ ) jellemző másodfajú elliptikus integrál,  $\sigma_y$  a folyási határ. A  $Q = \Phi^2 - 0,212(\sigma / \sigma_y)^2$  helyettesítéssel a  $\left( \frac{a}{Q} \right)_{rep} = \frac{K_{Ic}^2}{1,21\pi\sigma^2}$

összefüggést kapjuk, amelyből látható, hogy a  $Q$  értéke mind a folyáshatárhoz viszonyított terhelő feszültség nagyságának ( $\sigma/\sigma_y$ ), mind pedig a repedés alakjának ( $a/2c$ ) függvénye. Ezt foglalja össze a 6.2. táblázat.

6.2. Táblázat.

A hiba alakját és a terhelésnek az anyag folyási határhoz viszonyított nagyságát tükröző paraméterek értékei

	Q értékei $a/2c$ -re				
$\sigma/\sigma_y$	0.10	0.20	0.25	0.30	0.40
1.0	0.88	1.07	1.21	1.38	1.76
0.9	0.91	1.12	1.24	1.41	1.79
0.8	0.95	1.15	1.27	1.45	1.83
0.7	0.98	1.17	1.31	1.48	1.87
0.6	1.02	1.22	1.35	1.52	1.90
<0.6	1.10	1.29	1.43	1.60	1.98

Az előzők figyelembevételével írható, hogy

$$\left( \frac{a}{Q} \right)_{rep} = \frac{K_{Ic}^2}{1,21\pi\sigma^2} = \frac{30 \cdot 30}{1,21\pi 130 \cdot 130} = 0,0140m$$

a 6.2. táblázat alapján  $Q=1.1$  ( $\sigma/\sigma_y=0.21$ ,  $a/2c=0.1$ ), így a kritikus repedéshossz  $a_{cr}=15.4$  mm.

*Gyakorlati megjegyzés:* A hibának mélyebbnek kellene lennie mint 15 mm (azaz a vastagság fele) ahhoz, hogy a törés bekövetkezzen. Világos, hogy ezért kis tönkremeneteli kockázatnak kellene lennie.

b) Mi van, ha az ébredő termikus feszültség eléri az anyag folyási határát? Ekkor a

$$\left( \frac{a}{Q} \right)_{rep} = \frac{30 \cdot 30}{1,21\pi 620 \cdot 620} = 0,00062m$$

A 6. 2. táblázat alapján  $Q=0.88$  (mert  $\sigma/\sigma_y=1$ ), amelyből a kritikus repedéshossz  $a_{cr}=0.54$  mm.

*Gyakorlati megjegyzés:* Ebben az már 0.54 mm mélységű hiba is törést okoz. Ez hasonló nagyságú mint a gyártás során előírt maximális hibaméret. Ezek alapján nehéz lenne megállapítani, hogy a törést esetlegesen nagy hőfeszültségek, vagy a gyártás során keletkezett repedések okozták.

### 9. Példa. A törési feszültség számítása ismert méretű hibára

Egy rakéta hajtóművének burkolatában a szilárdsági vizsgálat során egy 4x1.6 mm-es kiterjedésű külső hibát találtak. A kísérlettel meghatározott törési feszültség 1260 MPa volt. A hőkezelés után az anyag folyáshatára 1645 MPa, a törési szívóssága  $K_{Ic}=60 \text{ MPa m}^{1/2}$  volt.

#### Feladat:

Számítsuk ki a hiba terjedéséhez szükséges feszültséget az elliptikus felületi hibára való képlet használatával. Tételezzük fel hogy a  $\sigma/\sigma_y$  arány egységnyi.

#### Megoldás:

A  $\frac{a}{2c} = \frac{0.8}{4}$  arány figyelembevételével ( $a_{cr}$  a felületi hiba szélességének a fele)

A 6. 2. táblázatból  $Q=1.07$  (mert  $\sigma/\sigma_y=1$ ). Ezután behelyettesítve kapjuk hogy:

$$\sigma = \sqrt{\frac{K_{Ic}^2}{\pi \left( \frac{a}{Q} \right)_{rep}}} = \sqrt{\frac{60 \cdot 60 \cdot 1.7}{\pi 0.0008}} = 1236 \text{ MPa}$$

**$\sigma = 1236 \text{ MPa}$**

*Gyakorlati megjegyzés:* A becsült törési feszültség 1236 MPa, amely jó egyezést mutat a megfigyelt 1260 MPa-os törési feszültséggel.

### 10. Példa. A repedéscsúcs képlékeny alakváltozásának hatása

Egy alumíniumötvözet folyáshatára 400 MPa a vizsgált széles lemezben. A centrális repedés hossza 25.4 mm, a megfigyelt törési feszültség 200 MPa. A centrális repedés 16.4 mm-es hosszára a törési feszültség 240 MPa.

#### Feladat:

Számítsuk ki az ötvözet törési szívósságát

- egyszerűen a lineárisan rugalmas törésmechanika (LRTM) alkalmazásával
- a képlékenységi korrekciót alkalmazva.

#### Megoldás:

Vegyük a végtelen testre vett feszültséganalízist az 6.1. táblázat alapján:

a) *Rugalmas eset*

$$K = \sigma_{alk} \sqrt{\pi a}$$

A  $2a = 25.4 \text{ mm}$  esetén  $a = 0.0127 \text{ m}$

$$K_{Iic} = 200 \sqrt{(0.0127 \pi)} = 39.9 \text{ MPa m}^{1/2}$$

**$K_{Ic} = 39.9 \text{ MPa m}^{1/2}$**



A  $2a=16.6$  mm esetre pedig  $a=0.0083$  m

$$K_{lic} = 240\sqrt{(0.0083\pi)} = 38.8 \text{ MPa m}^{1/2}$$

$$K_{Ic} = 38.8 \text{ MPa m}^{1/2}$$

b) A „képlékenységi korrekcióval“

$$K = \sigma_{alk} \sqrt{\pi(a + r_y)}$$

A törésnél pedig

$$K_c = \sigma_F \sqrt{\pi \left( 1 + \frac{\sigma_F^2}{2\sigma_y^2} \right)}$$

Ha  $2a=25.4$  mm

$$K_c = 39.9\sqrt{1 + 1/2(0.5)^2}$$

$$K_{Ic} = 42.3 \text{ MPa m}^{1/2}$$

Ha  $2a=16.6$  mm

$$K_c = 38.8\sqrt{1 + 1/2(0.6)^2}$$

$$K_{Ic} = 42.2 \text{ MPa m}^{1/2}$$

*Gyakorlati megjegyzés:* Az eltérés a rugalmas és a „korrekcióval“ számolt érték között azért válik nagyobbá mint a  $(\sigma_{alk}/\sigma_y)$  növekedése, mert a képlékeny zóna mérete egyre nagyobb. Ahogy a  $(\sigma_{alk}/\sigma_y)$  egyre tovább növekszik, a rugalmas feszültséganalízisnek ez a módosítása egyre inkább használhatatlanná válik. Tehát gyakori eset, hogy a nagy szerkezeteknél nem tapasztaljuk az általános folyást, így aztán olyan módosított feszültséganalízist lehet használni, amelyet a hasonló anyagú de sokkal kisebb méretű próbatesteken mutatkozott az általános folyás során a törést megelőzően.

### 11. Példa. A $\delta_I$ meghatározása több próbatesten végzett vizsgálattal, extrapolációt alkalmazva

A következő táblázat adja meg a repedéshossz növekedését a repedésszétnyílás függvényében HY80 acélból készült próbatestenre abban az esetben, ha a vizsgálatot több (8 db.) próbatesten végezzük úgy, hogy azoka különböző erővel meghúzás után folyékony nitrogénben hűtve eltörjük.

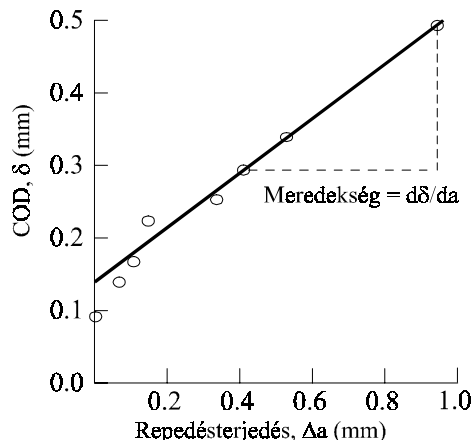
Repedés növekedés, ( $\Delta a$ ) mm	CTOD (az eredeti repedés csúcsánál) mm
0.000	0.09
0.050	0.15
0.125	0.18
0.140	0.22
0.300	0.25
0.400	0.30
0.500	0.34
0.900	0.50

**Feladat:**

Mennyi a  $\delta_i$  és a  $d\delta/da$  értéke erre az anyagra?

**Megoldás:**

Ábrázoljuk a CTOD ( $\delta$ ) -  $\Delta a$  diagrammot (6.3 ábra).



**6.3. ábra** A repedésszétnyílás a repedés növekedésének függvényében

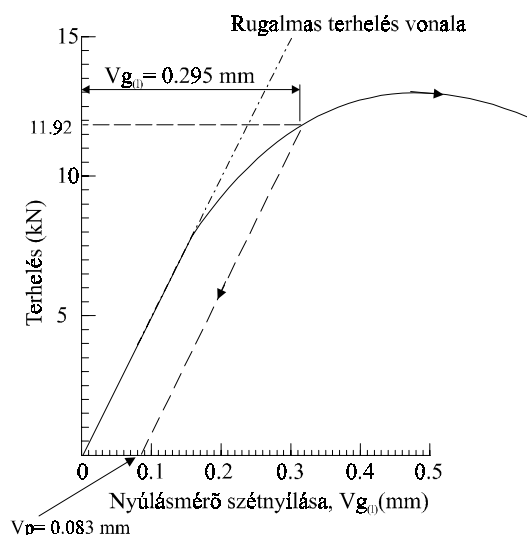
A  $\Delta a = 0$ -ra extrapolálva  $\delta_i = 0.14$  mm adódik és így a görbe meredeksége  $d\delta/da = 0.42$  mm/mm.

## 12. Példa. A $\delta_i$ meghatározása a két extenzométer

CTOD vizsgálat az öntött NiCrMo acélon, melynek 0.2%-os egyezményes szilárdsága 713 MPa, az alkalmazott próbatest méretei pedig  $B=10$  mm,  $W=20$  mm. Két extenzométerrel mérjük a bemetszés szétnyílását, amelyeket jelölje I és II. Ezek a próbatest felületétől  $z_I=0$  és a  $z_{II}=2$  mm magasságban vannak felszerelve.

**Feladat:**

Mekkora a  $\delta_i$  értéke erre az acélra ha az első nagyobb eltérés a linearitástól a grafikonon  $V_{g(I)}$ , és  $V_{g(II)}$  szétnyílásnál bekövetkezik akkor amikor  $V_{g(I)} = 0.295$  mm, a repedéshossz pedig 9.83 mm? A 6.4 ábra mutatja a regisztrált terhelés- szétnyílás ( $V_{g(I)}$ ) diagramot. Az anyag rugalmassági modulusa 206 GPa és a Poisson-tényezője 0.3.



**6.4. ábra.** A regisztrált terhelés-szétnyílás ( $V_{g(I)}$ ) diagram.

**Megoldás:**

Mivel  $V_{g(l)} = 0.295$  mm,  $F = 11.92$  kN és a rugalmas terhelés vonalával párhuzamosan a metszéke az  $V_{g(l)}$  tengelyen  $V_p = 0.083$  mm, ekkor

$$\delta = \frac{K^2(1-\nu^2)}{2\sigma_y E} + \frac{0.4(W-a)V_p}{0.4W + 0.6a + z},$$

ahol a  $B = 10$  mm és a  $W = 20$  mm, ill.  $a = 9.83$  mm és  $z = 0$ .

A  $K = \frac{PF(a/W)}{BW^{1/2}}$  figyelembevételével az  $a/W = 0.492$ ,  $F(a/W) = 10.38$  így tehát

$$K = \frac{11.92 \cdot 10^{-3} \cdot 10.38}{0.01 \cdot 0.02^{1/2}} = 87.49 \text{ MPa m}^{1/2}$$

$$K = 87.49 \text{ MPa m}^{1/2}$$

Ezek alapján

$$\delta = \frac{(87.49^2)(1-0.09) \cdot 10^3}{2 \cdot 713 \cdot 206 \cdot 10^3} + \frac{0.4(20-9.83)0.083}{0.4 \cdot 20 + 0.6 \cdot 9.83} = 0.058 \text{ mm}$$

$$\delta = 0.058 \text{ mm}$$

### 13. Példa. A kritikus hibaméret számítása CTOD segítségével

Egy rakétahajtómű burkolata gyengén ötvözött CrMo acélötvözetből készült, egyezményes szilárdsága 1.25 GPa, a hosszenger átmérője 0.5 m, falvastagsága 2.5 mm.

#### Feladat:

Határozzuk meg azon legnagyobb hibaméretet, amely a hajtómű burkolatában a kilövéskor a szétrobbanás kockázata nélkül még megengedhető ha a tervezett nyomás maximum 8 MPa, A mért CTOD erre az anyagra 50 μm (kis próbatesten mérve). Az acél rugalmassági modulusa  $E = 200$  GPa.

#### Megoldás:

Tekintettel arra, hogy a kis vastagság miatt síkfeszültségi állapotról beszélhetünk, a leginkább veszélyes hiba tangenciális feszültségre merőleges hosszirányú repedés.

A tangenciális feszültség:

$$\sigma_h = \frac{pd}{2t}$$

ahol  $d$  az átmérő (0.5 m),  $t$  a falvastagság (2.5 mm) és  $p$  a nyomás (8 MPa). Így

$$\sigma_h = \frac{8 \cdot 0.5}{2 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}} = 800 \text{ MPa}$$

$$K = 800(\pi a)^{1/2}$$

A feszültségintenzitási tényező kritikus értéke:

$$K_C^2 = EG_C = E\sigma_y\delta_c = 200 \cdot 10^3 \cdot 1200 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 12000$$

$$a_{cr} = \frac{K_C^2}{\sigma^2 \pi} = \frac{12000}{800 \cdot 800 \cdot \pi} = 5.8 \text{ mm}$$

A megengedhető hiba hossza tehát **11.6 mm**.

**Gyakorlati megjegyzés:** Feltételeztük, hogy síkfeszültségi állapot este áll fenn. Kérdés az, hogy e feltételezés jogos-e? A képlékeny zóna mérete hozzávetőleges számítás szerint:

$$r = \frac{a}{2} \left( \frac{\sigma_F}{\sigma_y} \right)^2 = \frac{5.8}{2} \left( \frac{800}{1200} \right)^2$$

ez 1.3 mm, így a  $2r_y (=2.6 \text{ mm})$  közelítőleg a lemezvastagsággal egyenlő. A síkfeszültségi állapot feltételezése ezek szerint megvédhető.

#### 14. Példa. Nagyszilárdságú varratfém szívóssága

Egy ötvöztött varratfém egyezményes szilárdsága 1 GPa, a síkalakváltozási állapothoz tartorozó törési szívóssága  $K_{Ic} = 95 \text{ MPa m}^{1/2}$ . A CTOD vizsgálat során vékony, kis próbatesten a  $\delta_I$  értéke 40  $\mu\text{m}$  volt.

**Kérdés:**

Mi a  $\beta$  konstans értéke az erre az anyagra vonatkozó  $\delta = \beta \frac{K^2}{\sigma_y E}$  összefüggésben, ha a rugalmassági modulus értéke 200 GPa.

**Megoldás:**

A  $\delta = \beta \frac{K^2}{\sigma_y E}$  összefüggésből kifejezve  $\beta$ -t és MN, ill. m dimenziókat használva kapjuk

$$\beta = \frac{0.04 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 200 \cdot 10^3}{95 \cdot 95} = 0.89.$$

Tehát erre a síkfeszültségi állapotra

$$\delta = 0.89 \frac{K^2}{\sigma_y E}.$$

#### 15. Példa. Szívósság becslése kiskeresztmetszetű nyomástartó edény acéljában

Szobahőmérsékletű CTOD vizsgálat során a feszültségmentesített A533B nyomástartó edények készítésére használt acélra a  $\delta_I$  értéke 0.19 mm volt és a CTOD többé-kevésbé lineárisan növekedett a 0.5 mm/mm-es  $d\delta/da$  repedésszétnyílással.

**Feladat:**

Számítsuk ki erre az anyagra  $K_i$  értékét és becsüljük meg  $K_{Ic}$  várható értékét úgy, hogy a nagyméretű próbatesteknél az LRTM feltételei érvényesnek tekinthetők. A 0.2%-os egyezményes folyáshatár 500 MPa, a rugalmassági modulus 200 GPa, a Poisson-szám pedig 0.3.

### Megoldás:

A  $\beta$  konstans legkisebb értéke a  $\delta = \beta \frac{K^2}{\sigma_y E}$  egyenletben az angol szabvány (British Standard) szerint a következő módon számítható:

$$\beta = \frac{(1 - \nu^2)}{2} = 0.45$$

A MN és m mértékegységeket használva a fenti egyenletben, a  $K_i$  értéke

$$K_i^2 = \frac{0.19 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 200 \cdot 10^3}{0.45}$$

$$K_i = 206 \text{ MPa m}^{1/2}$$

A  $\beta$  legnagyobb értékét kísérleti mérésből kaphatjuk, ahol az értéke 1. Így ismét behelyettesítve az egyenletbe:

$$K_i^2 = 0.19 \cdot 10^{-3} \cdot 500 \cdot 200 \cdot 10^3$$

$$K_i = 138 \text{ MPa m}^{1/2}$$

*Gyakorlati megjegyzés:* Szobahőmérsékleten  $K_{Ic}$  kísérletileg mért értéke 180-200 MPa közé esett, ami felveti azt az eshetőséget hogy ebben az anyagban a teljes törési instabilitás nagyon hamar bekövetkezik. Ha  $K$  értéke pl.  $200 \text{ MPa m}^{1/2}$ , akkor az „érvényes” próbatest-méretek

$$B, a, (W - a) \geq 2.5 \left( \frac{K}{\sigma_y} \right)^2 = 0.4 \text{ m}$$

Az 5%-os ordinátametszék szerkesztése a törési szívósság szabványos engedélyezett módszere a képlékenység eléréséig, a repedéshossz összesen 2%-os növekedéséig. Ha a repedés ennek a fele, lehetséges lenne hogy tervezzünk egy 4 mm lassú repedésnövekedést, amelyet elérve a „gyors törés” bekövetkezik valamivel a szobahőmérséklet felett. A lassú repedésnövekedést is beleértve a CTOD értéke:

$$\delta = \delta_i + \frac{d\delta}{da} \Delta a = 0.19 + 0.5 \cdot 4 = 2.19 \text{ mm}$$

és  $K = 690 \text{ MPa m}^{1/2}$  a  $\beta = 0.45$ -re  
vagy  $K = 460 \text{ MPa m}^{1/2}$  a  $\beta = 1$ -re

Hasonló hatások a J-integrál számolásánál is adódnak, és valós kérdés hogy vajon az olyan acél, mint amilyen a feszültségmentesített állapotban lévő A533B, amelynek nagy a szívós repedésterjedéssel szembeni ellenállása, ilyen gyors törési instabilitást mutathat ekkora keresztmetszetre, a szívós/rideg átmeneti hőmérséklet felett.

**16. Példa. A minimális repedéscsúcs szívósság becslése****Feladat:**

Becsüljük meg a minimális repedéscsúcs szívósságot (kritikus CTOD) amely a 25 mm vastag szerkezeti acéllemez hasadt törésének megelőzéséhez 265 K hőmérsékleten szükséges, ha ezen a hőmérsékleten a folyáshatár 400 MPa. A rugalmassági modulus 200 GPa.

**Megoldás:**

A folyáshoz tartozó nyúlás:

$$\varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} = \frac{400}{200 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-3}$$

A  $\delta = \frac{K^2}{\sigma_y E}$  egyenletben figyelembe véve azt, hogy a képlékeny zóna mérete  $r_y = 1/2\pi(K/\sigma_y)^2$  és a

képlékeny zóna megkövetelt nagysága  $r_y \geq B$  kapjuk, hogy

$$\delta \geq 2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot 25 = \mathbf{0.314 \text{ mm}}$$

*Gyakorlati megjegyzés:* Ennélfogva 265 K hőmérsékleten ha az acél 25 mm vastag, és a CTOD nagyobb mint 0.314 mm, a lemez nem törhet hasadással, bármekkora is a kezdeti hiba hossza. Ha a CTOD kisebb mint 0.314 mm, több és részletesebb törésmechanikai elemzést kell végezni.

**17. Példa. Feszültséganalízis kiterjedt folyás esetére****Feladatok:**

1. Mutassuk ki formailag, hogy a  $\delta = \frac{8}{\pi} \frac{\sigma_y}{E} a \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \sigma_{alk}}{2\sigma_y} \right) \right]$  egyenletből a másodrendű tagokat véve a kapott kifejezés a **K**-ra nézve ugyanazt adja, mint amelyet a 10.példában használtunk.
2. Al-ötvözetre határozzuk meg azt a kritikus repedésméretet, amely 360 MPa-os feszültség estén törést idéz elő. A folyáshatár 400 MPa erre az ötvözetre.

**Megoldás:**

Az egyenletnek megfelelően

$$\delta_c = \frac{K_c^2}{\sigma_y E} = \frac{8}{\pi} \frac{\sigma_y}{E} a \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \sigma_F}{2\sigma_y} \right) \right]$$

Tételezzük fel, hogy  $\left( \frac{\pi \sigma_F}{2\sigma_y} \right) = 0$  és vegyük a másodrendű tagokat.

$$\ln \sec \Theta = -\ln \cos \Theta = -\ln \left( 1 - \frac{\Theta^2}{2!} + \frac{\Theta^4}{4!} + \dots \right)$$

Ekkor

$$= -\ln \left[ \left( 1 - \left( \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{12}}{24} \right) \Theta^2 \right) \left( 1 - \left( \frac{1}{4} - \frac{\sqrt{12}}{24} \right) \Theta^2 \right) \right]$$

Ebből kimutatható a másodrendű tagokra hogy,

$$\ln \sec \Theta = \frac{1}{2} \left( \Theta^2 + \frac{\Theta^4}{6} \right)$$

Az eredeti egyenlet így a következő alakú lesz:

$$\begin{aligned} \delta_c &= \frac{K_c^2}{\sigma_y E} = \frac{8}{\pi} \frac{\sigma_y}{E} a \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\pi^2 \sigma_F^2}{4 \sigma_y^2} + \frac{\pi^4 \sigma_F^4}{6 \cdot 16 \sigma_y^4} \right) \right] \\ K_c^2 &= \frac{4}{\pi} \sigma_y^2 a \left( \frac{\pi^2 \sigma_F^2}{4 \sigma_y^2} + \frac{\pi^4 \sigma_F^4}{96 \sigma_y^4} \right) = \frac{\sigma_F^2 a}{\pi} \left( \pi^2 + \frac{\pi^4 \sigma_F^2}{24 \sigma_y^2} \right) = \\ &= \sigma_F^2 a \pi \left( 1 + \frac{\pi^2 \sigma_F^2}{24 \sigma_y^2} \right) \\ K_c &= \sigma_F (\pi a)^{1/2} \left( 1 + \frac{\pi^2 \sigma_F^2}{24 \sigma_y^2} \right)^{1/2} \\ K_c &= \sigma_F (\pi a)^{1/2} \left( 1 + 0.41 \frac{\sigma_F^2}{\sigma_y^2} \right)^{1/2} \end{aligned}$$

amelyet összehasonlíthatunk a 10. példában szereplő következő egyenlettel:

$$K_c = \sigma_F (\pi a)^{1/2} \left( 1 + 0.5 \frac{\sigma_F^2}{\sigma_y^2} \right)^{1/2}$$

A  $\sigma_{alk}/\sigma_y = 0.5$  estén a korrekciós tényező - alkalmazva a  $\sigma_F(\pi a)^{1/2}$  kifejezést - rendre 1.05 és 1.06.

A  $\sigma_{alk}/\sigma_y = 0.6$  estén a korrekciós tényező 1.07 és 1.086.

Nézzük ezután a további levezetéseket:

$$\begin{aligned} K_c^2 &= \frac{8}{\pi} \sigma_y^2 a \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \sigma_F}{2 \sigma_y} \right) \right] \\ K_c^2 &= \frac{8}{\pi^2} \left( \frac{\sigma_y}{\sigma_F} \right)^2 \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \sigma_F}{2 \sigma_y} \right) \right] \sigma_F^2 \pi a \end{aligned}$$

a  $\sigma_F/\sigma_y = 0.5$  és  $0.6$  -al a  $\sigma_F(\pi a)^{1/2}$  tagot alkalmazva- adódott a korrekciós tényezőre 1.06 és 1.094. Megállapítjuk tehát hogy célszerűbb és jobb az egyszerű képlekenyzőna korrekció, mintha a másodrendű tagokat is alkalmazzuk. A korrigált értékek  $K_c$ -re a 10. példában használt „ln sec“ képlet használatával 42.3 és 42.4 MPa m<sup>1/2</sup>.

Ha a törési feszültség 360 MPa és a folyáshatár 400 MPa, felírhatjuk hogy

$$K_c^2 = \frac{8}{\pi} \sigma_y^2 a \ln \left[ \sec \left( \frac{\pi \sigma_F}{2 \sigma_y} \right) \right]$$

és mivel  $(42.35)^2 = \frac{8}{\pi} (400)^2 a \ln(\sec 81^\circ)$

$$a = 2.37 \text{ mm}$$

$$2a = 4.74 \text{ mm}$$

#### Megjegyzés

Tehát 4.74 mm hosszú hiba okozna tönkremenetelt 360 MPa-os alkalmazott feszültségnél. Vegyük észre hogy az LRTM szerinti tárgyalás erre a feszültségre és repedéshosszra csak a  $K_Q = 360(0.00237\pi)^{1/2} = 30.9 \text{ MPa m}^{1/2}$  értéket adná.

### 18. Példa. Tönkremenetel, törés becslése az R6-módszer használatával<sup>5</sup>

A nyomástartó edényhez hegesztett csőcsatlakozás szerkezetét a 6.5. ábra mutatja. Tételezzük fel hogy a csomakörnyezetében egy köröm alakú repedés van, amelynek alakja  $a/l = 0.5$  és az  $a/t$  aránnyal jellemezhető, ahol az  $a/t$  változik. A jelenlegi helyzetet A jelöli.

#### Feladat:

A repedés geometria jellemzőinek figyelembevételével a feszültségintenzitási tényező számítására használjuk a 6.3 táblázat adatait és számoljuk ki a repedésnek a katasztrofális tönkremenetelhez tartozó kritikus méretét, ha a membránfeszültség,  $\sigma_h = 210 \text{ MPa}$ . Az anyagjellemzők a következők: 0.2 %-os egyezményes folyáshatár 200 MPa, szakítószilárdság 540 MPa,  $K_{Ic}$  (a varratfémre) 80  $\text{MPa m}^{1/2}$ .

6.3. Táblázat

A hiba geometriai tényezőjének paraméterei

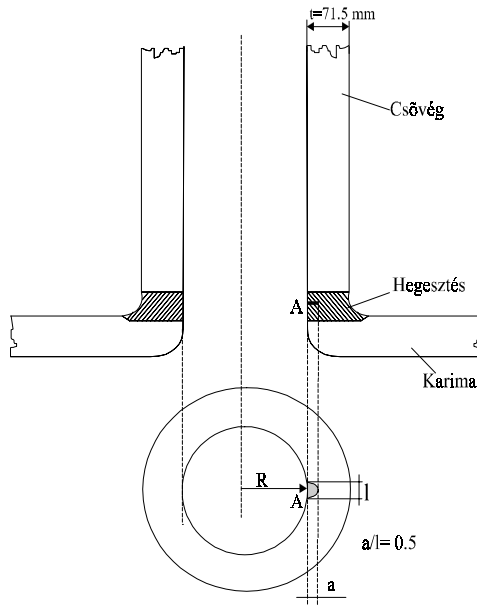
$a, \text{ mm}$	$a/t$	$S_r$	$K_r$	$f(a/R)$
0	0.00	0.52	0.00	3.00
10	0.14	0.54	0.64	1.80
20	0.24	0.58	0.70	1.40
30	0.42	0.65	0.74	1.20
40	0.46	0.76	0.78	1.01
50	0.70	1.95	0.79	1.00

<sup>5</sup> Részletesebben kidolgozott példákat lásd a LENKEYNÉ B.GY., J.G. BALUEL. L. HODULÁK, S.REALE: Az R6 módszer és gyakorlati alkalmazása c. TEMPUS oktatási segédletben



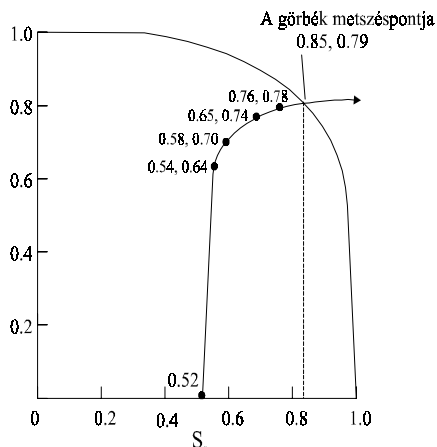
**Megoldás**

Az  $S_r$  és  $K_r$  egymást követő értékpárjai az  $a/t$  aránynak megfelelően (pl. 0.52, 0; 0.54, 0.64; 0.58, 0.70; stb.) vannak felrajzolva a becsült tönkremeneteli diagrammon (lásd 6.5 ábra). A vonal metszi a tönkremeneteli burkológörbét az  $S_s = 0.85$  -  $K_r = 0.79$  pontba, azaz amikor  $a = 45$  mm. A tönkremenetel előrejelzés szerint **45 mm-nél mélyebb** repedés esetén következik be.



**6.5. ábra. Csonk környezetében levő repedés elemzése**

a) A repedés geometriai jellemzői



b) Az  $S_r - K_r$  pontpárok helyzete a repedés geometriai jellemzőinek figyelembevételével

**Megjegyzés**

$S_s$  értékei végeselemes analízis alapján lettek meghatározva, kihasználva hogy a membránfeszültség 210 MPa és a folyási feszültség *egyenlő 0.5 (egyezményes folyáshatár + szakítószilárdság)*, figyelembe véve hogy az ép terület az  $a/t$  változásával változik. A  $K$  értékeit a következő egyenlet adja meg:

$$K = \sigma_h (\pi a)^{1/2} f(a/R)$$

ahol  $f(a/R)$  a csővég körüli feszültséggradienst figyelembe vevő tényező.

- Ha  $a/R = 0$ ,  $f = 3$ .
- Ha  $a/R > 0$ ,  $f = 1$ .

Az  $a = 45$  mm esetre a 6.3 táblázat szerint  $f \approx 1$ .

Érdekességgént jegyezzük meg, hogy a  $K_{Ic} = \sigma_h(\pi a)^{1/2}$  egyszerű kifejezés, amely nem egyezik a szélén levő repedés 1.12-es tényezőjével, sem a „körömalakú” elliptikus repedés geometriai tényezőjével a  $K_{Ic} = 80 \text{ MPa m}^{1/2}$ , a  $\sigma_h = 540 \text{ MPa}$  és az  $f = 1$  esetén a következő eredményt adja:

$$a = \frac{1}{\pi} \left( \frac{80}{210} \right)^2 10^3 = 46 \text{ mm}$$

### 19. Példa. A J-integrál meghatározása nem lineárisan rugalmas anyag esetén

A terhelés és a terhelési vonal elmozdulása közötti kapcsolat, egy nem lineárisan rugalmas anyagra a következő egyenlettel írható le:

$$F = 3.16 \cdot 10^5 (1 - a/W) q^{1/2}$$

ahol  $F$  a terhelés  $N$ -ban,  $q$  a terhelési pont elmozdulása  $mm$ -ben. A próbatest méretek a következők:  $W = 10 \text{ mm}$ ,  $B = 5 \text{ mm}$  és a kezdeti repedéshossz  $5.0 \text{ mm}$ -ről  $5.2 \text{ mm}$ -re növekedett.

#### Feladat:

Számítsuk ki a  $J$  értékét, ha

- a terhelési pont elmozdulásnak állandó és ez  $1 \text{ mm}$ .
- a terhelés állandó marad és ez  $5 \text{ kN}$ .

#### Megoldás:

a) A  $dU_{tot} = \int \Delta F dq$  és  $F = 3.6 \cdot 10^5 (1 - a/W) q^{1/2}$

egyenletből kapjuk hogy

$$\begin{aligned} dU_{tot} &= \int \Delta (3.16 \cdot 10^5 (1 - a/W) q^{1/2}) dq \\ dU_{tot} &= 3.16 \cdot 10^5 (1 - 0.52 - 1 + 0.5) 2q^{3/2} / 3 = \\ &= -4216.4 \cdot 0.001^{3/2} \end{aligned}$$

Most

$$\begin{aligned} J &= \int -\Delta U / B \Delta a \quad (\text{emlékezzünk a } J \text{ definíciójára, mint a egységnyi} \\ &\quad \text{vastagságra vonatkoztatott mennyiség}) \\ J &= 0.1333 / (0.0002 \cdot 0.005) = 133.3 \text{ kJ m}^{-2} \end{aligned}$$

b)  $dU_{tot} = \int \Delta q dF$

Ha  $q$ -t most az  $F$  függvényeként fejezzük ki,

$$\begin{aligned} q &= \frac{F^2}{10^{11} (1 - a/W)^2} \\ dU_{tot} &= - \int \Delta \left( \frac{F^2}{10^{11} (1 - a/W)^2} \right) dF = \\ &= -10^{-11} F^3 \left( \frac{1}{0.48^2} - \frac{1}{0.5^2} \right) \frac{1}{3} = -10^{-11} F^3 (1/0.5^2 - 1/0.6^2) / 3 = \\ &= -0.1417 \end{aligned}$$

Ezek után  $J = \int -\Delta U / B \Delta a$  (emlékezzünk a  $J$  definíciójára, mint az egységnyi vastagságra vonatkoztatott mennyiség)

$$J = 0.1417 / (0.0002 \cdot 0.005) = 141.7 \text{ kJ m}^{-2}$$

**Megjegyzés:** Szignifikáns különbség van a terhelési pont elmozdulása és a terhelés állandóságával kapott értékek között. Ez a különbség a repedés csökkenésével kisebbé válik. 0.01 mm-es repedésnövekedés (a repedés hossza 5-ről 5.01 mm-re nő) esetén  $J$  értéke állandó terhelési pont elmozdulásra  $133.3 \text{ kJ m}^{-2}$ , állandó terhelésre  $133.6 \text{ kJ m}^{-2}$ . Lineárisan rugalmas viselkedés esetén az értékek amint  $\Delta a \rightarrow 0$ , úgy közelítik egymást. Ez a módszer nyilvánvalóan kiterjed az **F** és **q** közötti erőtvény viszonyra (ezt fejezi ki az feszültség-nyúlás kiterjesztése, pl.  $\sigma = K\epsilon^n$  alakú keményedő anyagokra).

## 20. Példa. A kifáradási élettartam számítása repülőgép-hajtómű lemezében<sup>6</sup>

Egy repülőgép-hajtómű gázturbinájának lemezében egy belső hiba található, amelynek fél repedéshossza  $a = 50 \text{ }\mu\text{m}$ . A kritikus fél repedéshossz ebben az anyagban 2 mm. Minden egyes repülés alatt, melyek átlagos ideje 3 óra, a lemez ki van téve egy „felszállás-leszállás” ciklusnak, amelyek feszültség-amplitúdója 1000 MPa. A repedésterjedési sebességet,  $da/dN$  (mm/ciklus), mely összefügg a feszültségintenzitási tényező változásával,  $\Delta K$  ( $\text{MPa m}^{1/2}$ ), megadja a következő összefüggés:

$$da / dN = 4 \cdot 10^{-12} (\Delta K)^3$$

### Feladat:

Számoljuk ki a :

- a lemez élettartamát meghatározott meghatározott felszállás-leszállás ciklusra.
- a vibrációs feszültség maximális értékét, figyelembe véve a hajtómű 5000 ford/min fordulatszámát, ha a lemez élettartama nem csökkenhet 5%-nál nagyobb mértékben

### Megoldás:

Használjunk MPa és m mértékegységeket.

- Ha feltételezzük hogy a repedést mint kezdőrepedést kezeljük a végtelen lemezben, akkor a feszültségintenzitási tényező leírható a következő kifejezéssel.

$$\Delta K = \Delta \sigma (\pi a)^{1/2}$$

Figyelembe véve az integrál  $da / dN = 4 \cdot 10^{-12} (\Delta K)^3$  kifejezést, integrálva kapjuk<sup>7</sup>

$$\frac{2 \cdot 3}{2 - 3} \left| a_f^{-1/2} - a_0^{-1/2} \right| = 4 \cdot 10^{-12} (1000)^3 \pi^{3/2} N_f, \text{ amelyből}$$

$$N_f = 32070 \text{ ciklus.}$$

<sup>6</sup> Foglalja össze különböző időtartamú előadásokban (10, 20 30 és 50 perc) a fáradásos repedésterjedés modelljeit és a repedésterjedési sebesség meghatározását (részletesebben lásd: LUKÁCS. J., VARGA T.: A fáradásos repedésterjedési sebesség vizsgálata. Oktatási segédlet (TEMPUS)

<sup>7</sup> Mutassa ki az összefüggés helyességét.

- b) Ha az élettartam maximum 5 %-al csökkenhet, akkor az 1604 ciklusnyi csökkenést jelent.  
A 3 órás átlagos repülési időre és 500 MPa-os vibrációs feszültségre a ciklusszám

$$1604 \cdot 3 \cdot 3600 \cdot 500 = 1.44 \cdot 10^9 \text{ ciklus.}$$

Most 
$$\frac{2 \cdot 3}{2 - 3} \left| a_f^{-1/2} - a_0^{-1/2} \right| = 4 \cdot 10^{-12} (1000)^3 \pi^{3/2} N_f$$

A hibamérethez a nagyobb feszültségi adattal kell számolni, ezért az egyenlet

$$\frac{2 \cdot 3}{2 - 3} \left| a_f^{-1/2} - a_0^{-1/2} \right| = 4 \cdot 10^{-12} (1000)^3 \pi^{3/2} 1604$$

A vibrációs feszültség pedig

$$\frac{2 \cdot 3}{2 - 3} \left| a_f^{-1/2} - 0^{-1/2} \right| = 4 \cdot 10^{-12} (\Delta\sigma)^3 \pi^{3/2} 1.44 \cdot 10^9$$

Az egyenlet bal oldala egyenlő a vibrációs feszültséggel okozott felszállás-leszállási ciklus 5%-os repedésnövekedésével, így:

$$4.12 \cdot 10^{-12} (\Delta\sigma)^3 \pi^{3/2} 1.44 \cdot 10^9 = 4.12 \cdot 10^{-12} (1000)^3 \pi^{3/2} 1604$$

$$(\Delta\sigma)^3 = (1000)^3 1604 / 1.44 \cdot 10^9$$

$$(\Delta\sigma)^3 = 1111.1$$

$$\Delta\sigma = 10.4 \text{ MPa}$$

Tehát a maximális vibrációs feszültség-amplitúdó, amely csökkentené a turbinalemez előírt élettartamát 10.4 MPa.

## 21. Példa. A maradó feszültség hatása az élettartamra

Adott egy acélból gyártott szerkezet, melyben a fáradásos repedés terjedésének körülményeit a következő egyenlet adja meg

$$da / dN = 10^{-11} (\Delta K)^3$$

A szerkezetben feszültségintenzitási tényező a  $K = 1.12 \sigma_{alk} (\pi a)^{1/2}$  összefüggéssel írható le. A kezdeti hibaméret **1 mm** és a végső tönkremenetel **10 mm** repedéshossznál következik be.

**Fealdat:**

Ha az üzemi feszültség feszültségingadozása 400 MPa és a csúcsheszültség 700 MPa, mekkora a fáradási élettartam növekedése ha 500 MPa-os állandó maradó feszültség hat a repedésszétnyílás ellen?

**Megoldás:**

A  $da/dN = 10^{-11} (\Delta K)^3$  és a  $K = 1.12 \sigma_{alk} (\pi a)^{1/2}$  alapján kapjuk hogy

$$\frac{2 \cdot 3}{2 - 3} \left| a_f^{-1/2} - a_0^{-1/2} \right| = 10^{-11} 1.12^3 (\Delta \sigma)^3 \pi^{3/2} N_f$$

Ekkor 
$$N_f = \frac{1.6584 \cdot 10^{12}}{\Delta \sigma^3}$$

Tehát a maradó feszültség nélkül  $\Delta \sigma = 400$  MPa esetén **25912** ciklus az élettartam.

A maradó feszültség 500 MPa feszültségig igyekszik bezárni a repedést. Ez a feszültségamplitúdót 200 MPa-ra csökkenti és ezáltal a tönkremeneteli ciklusszám **207300**-ra nő. Ez közel nyolcszoros fáradási élettartam növekedés.

## **22. Példa. A maradó feszültség hatása a fáradásos repedés növekedésére belső felületén hidegen felkeményített ágyúcsőben**

Egy 60 mm külső és 30 mm belső átmérőjű ágyúcső NiCrMoV kovácsolt acélból készült. Amikor tüzelnek  $p=345$  MPa nyomás keletkezik a csövön belül, és hajszálrepedések keletkeznek és terjednek a hevülés és a gyors hűlés miatt minden egyes tüzelés után. Az anyag minimális törési szívóssága  $75 \text{ MPa m}^{1/2}$ .

**Feladat:**

Számoljuk ki

- a) mennyi ideig lehet az ágyúval tüzelni, ha a kezdeti repedéshossz 3 mm és a fáradásos repedésterjedést a  $\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} \Delta K^3$  egyenlet írja le.
- b) a repedésnövekedési tartomány 3 mm.

Ha a cső belső felületén feleményített (a furatot hidegen alakítják, melyhez túlméretezett tüskét használnak, így a falvastagság nagy része rugalmasan nyúlik) ebben az esetben számoljuk a repedésterjedési tartományt 3 mm-re. A maradó feszültség intenzitása következő

$$K_{mar} = f \sigma_{ys} \sqrt{\pi a}$$

ahol  $f$  a súlyfüggvény, és a hengerben levő radiális repedésre az értéke -0.642. A folyáshatár 1050 MPa.

**Megoldás:**

- A feszültségintenzitási tényező a vastag falú hengerben levő kis radiális repedésre

$$K = 1.12 F \sqrt{\pi a} \frac{2R_0^2}{R_0^2 - R_i^2}$$

összefüggéssel számítható, ahol  $p$  a nyomás.

Az  $R_0 = 2R_i$  esetén ezért kapjuk hogy

$$K = 3p\sqrt{\pi a}$$

Ahogy a repedés inkább közelít a kör alakhoz, azaz amint egyre inkább a vastagságon áthaladó lesz a 0.64 tényezőt használjuk és így

$$K = 2p\sqrt{\pi a}$$

Ebből átrendezve megkapjuk a töréshez tartozó kritikus  $a$  repedéshosszat:

$$a = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{2p} \right)^2$$

amelynek az értéke behelyettesítések 3.76 mm.

A fáradásos repedésterjedésre érvényes összefüggés

$$\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} \Delta K^3$$

Mivel

$$K = 2p\sqrt{\pi a}$$

így kapjuk hogy

$$-6 \left( \frac{1}{\sqrt{a_f}} - \frac{1}{\sqrt{a_0}} \right) = 24 \cdot 10^{-11} P^3 \pi^{3/2} N_f$$

$$N_f = -6 \left( \frac{1}{\sqrt{0.00376}} - \frac{1}{\sqrt{0.003}} \right) \frac{1}{24 \cdot 10^{-11} 345^3 \pi^{3/2}}$$

A kezdeti 3 mm-es hibahossz és 3.76 mm-es végső hibahossz esetén  $N_f = 213$  ciklus. Az ágyúval tehát 213-szor lehet tüzelni mielőtt tönkremegy.

b) A fáradási repedésterjedési sebesség

$$\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} \Delta K^3$$

amelyet felírhatunk a következő alakban is

$$\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} (2P\sqrt{\pi a})^3$$

A 3 mm-es repedéshosszra ezért

$$\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} (2 \cdot 345 \sqrt{\pi \cdot 0.003})^3$$

$$\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} (66.99)^3$$

$$\frac{da}{dN} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ mm / ciklus}$$

A repedésterjedési sebesség tehát **9 μm/ ciklus**

Ha az ágyúcső belső felületén létrehozott maradó feszültséget is figyelembe vesszük, akkor a maradó feszültség által létrehozott feszültségintenzitási tényező a következő összefüggéssel számítható:

$$K_{res} = f\sigma_{YS}\sqrt{\pi a}$$

$a=3$  mm és a folyáshatár 1050 Mpa, valamint a súlyfüggvény  $f= -0.642$  figyelembevételével, az eredmény

$$K_{res} = -0.642 \cdot 1050 \sqrt{\pi 0.003}$$

$$K_{res} = -65.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$$

A falvastagságon átmenő repedésre tehát a közel kör alakú repedés 0.64-es szorzótényezőjét használva megkapjuk a maradó feszültség intenzitását, ami - 41.9 MPa  $\text{m}^{1/2}$ . Most a szuperpozíció lehetősége miatt (a **K** a lineárisan rugalmas törésmechanika produktuma, azaz az egyenletek lineárisak, így a szuperpozíció elve érvényes) hozzáadhatjuk a maradó feszültségek intenzitását az alkalmazott feszültség intenzitásához és számolhatjuk a módosított repedésterjedési sebességet.

$$\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} (2p\sqrt{\pi a} - 41.9)^3$$

$$\frac{da}{dN} = 3 \cdot 10^{-11} (66.99 - 41.9)^3$$

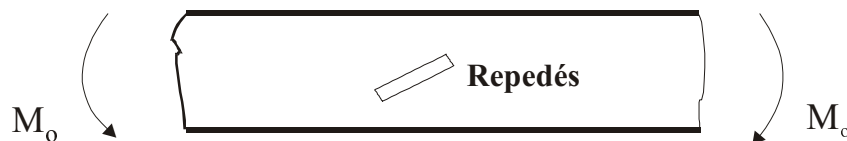
$$\frac{da}{dN} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ mm / ciklus}$$

A módosított repedésterjedési sebesség **0.5  $\mu\text{m}$ / ciklus**. Ez csaknem 20-szor lassúbb mint amikor nem vettük figyelembe a maradó feszültségeket.

*Gyakorlati megjegyzés.* A nem kezelt esetben a cső 3.74 mm-es repedéshossz elérésekor kezd a repedés tüzelésnél szétnyílni. Azonban az ágyú élettartama a felületi képlékeny alakítás hatására nagymértékben növekszik, amint azt a fenti adatokból is láthatjuk. A kísérletek azt mutatják, hogy az ágyúcső tönkremeneteli ciklusszáma több mint a kétszeresére nőhet.

### 23. Példa. Repedésterjedés összetett igénybevétel hatására

Adott egy hajításra igénybevett, egyenes átmenőrepedést tartalmazó tartó, amelyet a 6.6. ábra szemléltet. A repedésterjedés körülményeinek elemzésére a LRTM alkalmazható.



6.6. ábra. Tartó átmenő repedéssel

**Adatok:**

Anyag:  $R_{p0,2}$ ,  $K_{IC}$ ,  $K_{IC}/K_{IIC} = 1$   
 Geometria: keresztmetszet, repedés (helyzet, hossz)

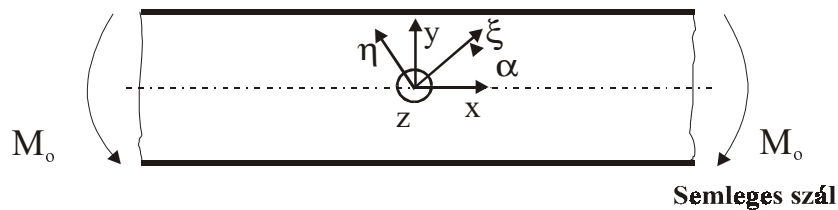
**Feladat:**

Határozzuk meg:

1. A maximális feszültségintenzitási tényezőt, amely az ép keresztmetszetben fekvő repedés csúcsban fellép a húzott területen.
2. A megengedett hajlítófeszültséget, amelynél  $K_{imeg} = K_{IC}/n$ , ahol  $n$  biztonsági tényező
  - Általános alakban és
  - Speciálisan egy adott profilra és adott anyagra.

**Megoldás:**

1. A  $K_I$  közelítő számításához célszerűen a szuperpozíciós eljárást alkalmazzuk. A 6.7. ábrán látható koordinátarendszert használjuk a számolás során.



6.7. ábra. Koordinátarendszer

Az ép keresztmetszetre az elemi hajlítási elmélet szerint:

$$\sigma_x = \frac{M_o}{I_{zz}} y$$

$I_{zz}$ : keresztmetszeti tényező

A  $\xi, \eta$  koordinátarendszerben a feszültségkoordináták:

$$\sigma_{\xi\xi} = \sigma_x \cos^2 \alpha$$

$$\sigma_{\eta\eta} = \sigma_x \sin^2 \alpha$$

$$\tau_{\xi\eta} = -\sigma_x \sin \alpha \cos \alpha$$

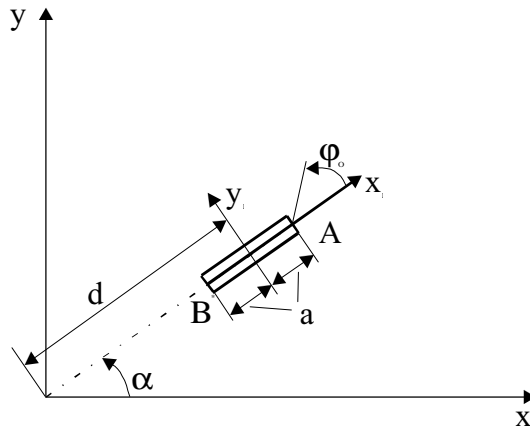
A repedésszétnyílást a  $\sigma_{\eta\eta}$  (I. eset) és a  $\tau_{\xi\eta}$  (II. eset) komponensek okozzák. A repedés peremén a terhelés a következők szerint alakul:

$$\sigma_R = -\sigma_{\eta\eta} = -\frac{M_o}{I_{zz}} y \sin^2 \alpha$$

$$\tau_R = -\tau_{\xi\eta} = \frac{M_o}{I_{zz}} y \sin \alpha \cos \alpha$$

A  $K_I$  meghatározásánál vegyük figyelembe a 6.8. ábrán látható repedéshelyzetet.





6.8. ábra. A repedés orientációja

A transzformációs összefüggések  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  illetve  $(\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1)$  között a következők:

$$x_1 = x \cos \alpha + y \sin \alpha - d$$

$$y_1 = y \cos \alpha - x \sin \alpha$$

A repedés mentén az  $y_1=0$  figyelembevételével:

$$y_1 = (x_1 + d) \sin \alpha$$

Ezek figyelembevételével a repedésperem terhelése a következő:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \tau_R \end{Bmatrix} = \frac{M_0}{I_{zz}} (x_1 + d) \begin{Bmatrix} -\sin^3 \alpha \\ \sin^2 \alpha \cos \alpha \end{Bmatrix}$$

A feszültségintenzitási tényező értelmezése szerint a  $\mathbf{K}_I$  és a  $\mathbf{K}_{II}$  az  $\mathbf{A}$  pontban<sup>8</sup>:

$$K_I^A = \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \left( \frac{a+x_1}{a-x_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{M_0}{I_{zz}} (x_1 + d) \sin^3 \alpha \right] dx_1$$

$$K_{II}^A = \frac{-1}{\sqrt{\pi a}} \int_{-a}^a \left( \frac{a+x_1}{a-x_1} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ \frac{M_0}{I_{zz}} (x_1 + d) \sin^2 \alpha \cos \alpha \right] dx_1$$

A repedés helyzete alapján az  $\mathbf{A}$  pontban nyilvánvalóan nagyobb az igénybevétel, mint a repedéscsúcsnál  $\mathbf{B}$ -ben. A  $K_I$  kiszámolásához az előző egyenletben levő következő határozott integrál segít:

$$\int_{-a}^a \left( \frac{a+x_1}{a-x_1} \right)^{\frac{1}{2}} (x_1 + d) dx_1 = \pi a \left( d + \frac{a}{2} \right)$$

<sup>8</sup> Készítsen különböző időtartamú (5, 10, 20 és 40 perc) előadásokat, amelyekben kifejti a következő összefüggések helytállóságát. Előadását követően kérjen visszacsatolást a hallgatóságtól arra nézve, hogy megértették-e mindazt, amit közölni kívánt és úgy, ahogyan Ön gondolta!

Ezzel megkapjuk, hogy:

$$\begin{Bmatrix} K_I^A \\ K_{II}^A \end{Bmatrix} = \frac{m_0}{I_{zz}} \left( d + \frac{a}{2} \right) \sin \alpha \sqrt{\pi a} \begin{Bmatrix} \sin^2 \alpha \\ -\sin \alpha \cos \alpha \end{Bmatrix}$$

2. Ismert, hogy  $\alpha \neq 0^\circ$ ,  $\alpha \neq 90^\circ$  esetén mindig érvényes  $K_I^A \neq 0$ ,  $K_{II}^A \neq 0$ . Ezzel megvan a szuperponált repedésszétnyílás.

- A megengedett hajlító nyomaték számítására használjuk a *normálfeszültségi kritériumot*<sup>9</sup>. A  $K_{Ic}/K_{IIc} \approx 1$  feltételezéssel<sup>10</sup>.

- A terhelhetőség számítása a következő összefüggés alapján történik:

$$K_V^C \leq K_{Imeg} = \frac{K_{Ic}}{n}$$

A normálfeszültségi kritérium érvényesülésekor igazak a következő egyenletek:

$$K_V^C = K_I^C m_N(\varphi_0, M),$$

$$m_N(\varphi_0, M) = \frac{1}{2} \cos \frac{\varphi_0}{2} (1 + \cos \varphi_0 - 3M \sin \varphi_0),$$

$$\varphi_0 = \arcsin \left[ M \frac{1 - 3\sqrt{1 + 8M^2}}{(1 + 9M^2)} \right]$$

Az előzők figyelembevételével kapjuk, hogy:

$$M = \frac{K_{II}}{K_I} = -\cot \alpha$$

A továbbiakban érvényes a következő egyenlet:

$$K_I^C = (K_I^A)^C = M_{0meg} \left[ \frac{\left( d + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\pi a} \sin^3 \alpha}{I_{zz}} \right]$$

A behelyettesítésekkel végül kapjuk, hogy:

$$M_{0meg} = \frac{2K_{Ic} I_{zz}}{S \left[ \cos \frac{\varphi_0}{2} (1 + \cos \varphi_0 - 3M \sin \varphi_0) \right] \left( d + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\pi a} \sin^3 \alpha}$$

A  $\varphi_0$  repedés terjedésének a repedés síkjához viszonyított szöge (elhajlás szöge) a fenti egyenletekből számolható. Célszerű, hogy az eredményt normált alakban adjuk meg, azaz:

<sup>9</sup> Mit értünk e fogalom alatt? A tudnivalókat foglalja össze egy 5 perc időtartamú előadásban!

<sup>10</sup> Gyűjtsön adatokat a különböző anyagok  $K_{Ic}$  és  $K_{IIc}$  értékeire. Elemesse ezen adatokat és készítsen a témakörből egy 10 perc időtartamú előadást.

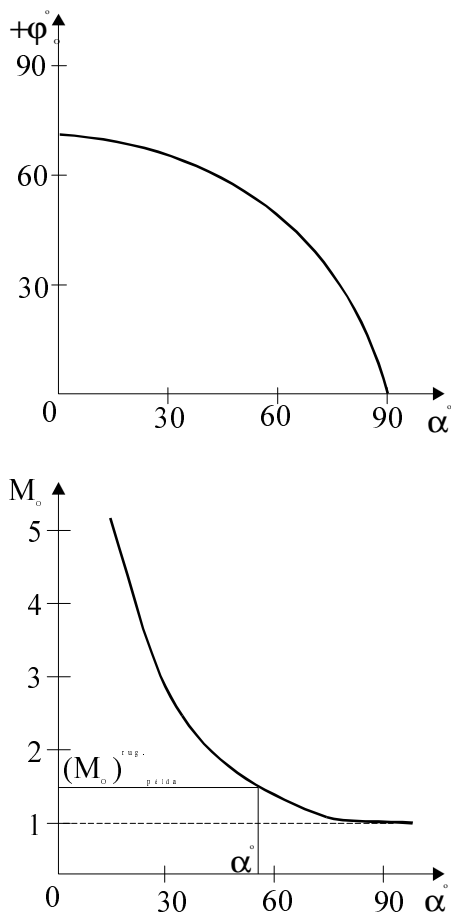
$$\overline{M}_0 = M_{0\text{meg}} \left[ \frac{S \left( d + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\pi a}}{K_{Ic} I_{zz}} \right] \leq \frac{2}{\left[ \cos \frac{\varphi_0}{2} (1 + \cos \varphi_0 - 3M \sin \varphi_0) \right] \sin^3 \alpha}$$

Kiválasztott  $\alpha$  szögekre  $\varphi_0$  és  $\overline{M}_0$  értékei az 6.4. táblázat tartalmazza.

$\alpha^\circ$	$\varphi_0^\circ$	$\overline{M}_0$
0	70,53	(0)
10	67,20	26,870
30	60,00	3,080
45	53,13	1,580
60	43,21	1,140
80	18,91	1,003
90	0	1

**6.4. Táblázat.** A repedésterjedés irányának a repedés síkjával bezárt szöge (elhajlás szöge) és a megengedett hajlító-nyomaték függése a repedés elhajlásának szögétől.

Az eredményeket sematikusan a 6.9. ábra mutatja. Ezek értékelésénél arra kell ügyelni, hogy a nagy  $\overline{M}_0$  értékeket kisebb elhajlás-szögnél az elemi hajlítási elmélet szerint kell a megengedett hajlító-nyomatékkal pótolni.



**6.9.ábra.** A repedésterjedés irányának a repedés síkjával bezárt szöge (elhajlás szöge) és a megengedett hajlító-nyomaték függése a repedés elhajlásának szögétől.

Az ép keresztmetszetre érvényes ezek figyelembevételével:

$$\sigma_{b \text{ vor}} \leq \sigma_{b \text{ meg}} \text{ és a } M_{0 \text{ meg}}^{\text{el}} \text{-re pedig igaz hogy: } M_{0 \text{ meg}}^{\text{el}} \leq \sigma_{b \text{ meg}} \frac{I_{zz}}{y_{\max}}.$$

A korábbiakhoz hasonlóan megadjuk normált alakban is:

$$\overline{M}_O^{\text{el}} = \left( \frac{\sigma_{b \text{ meg}}}{K_{Ic}} \right) S \frac{\left( d + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\pi a}}{y_{\max}}$$

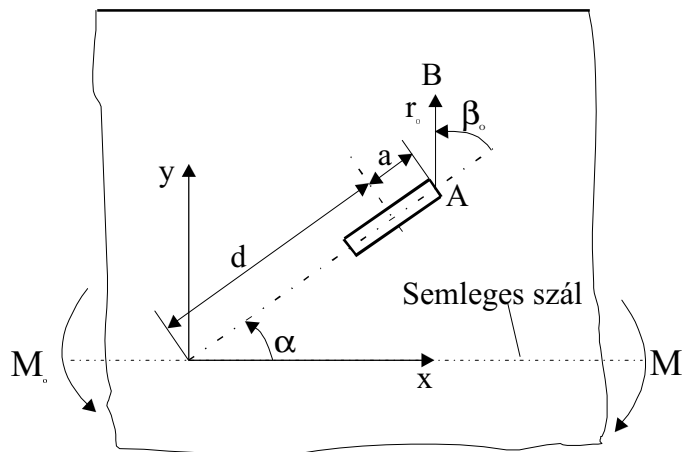
Ezzel eredményként kapjuk, hogy:

$$\overline{M}_O = \begin{cases} \left( \frac{\sigma_{b \text{ meg}}}{K_{Ic}} \right) S \frac{\left( d + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\pi a}}{y_{\max}} \\ \frac{\left[ \cos \frac{\varphi_0}{2} (1 + \cos \varphi_0 - 3M \sin \varphi_0) \right] \sin^3 \alpha}{2} \end{cases}, \text{ ha } \begin{cases} 0 \leq \alpha < \alpha_0 \\ \alpha_0 \leq \alpha < 90^\circ \end{cases}$$

ahol az  $\alpha_0$  a korábbi kifejezésekből számolható:

$$\frac{1}{2} \left[ \cos \frac{\varphi_0}{2} (1 + \cos \varphi_0 - 3M \cot \alpha_0 \sin \varphi_0) \right] \sin^3 \alpha_0 = 1$$

Az eddigi számításokat végtelen modellre végeztük. Az eredmény véges szerkezeti elemre való átviteléhez hibabecslés szükséges. Ezért hasonlítsuk össze az elemi hajlító-nyomatékot és a repedés mentén a szuperpozíció miatt keletkezett normálfeszültséget egy, a modellre szignifikáns területen (pl. a keresztmetszet pereme,  $\sigma_{b \text{ max}}$ ), lásd az 6.10. ábrát.



**6.10. ábra.**

A véges méretek hatása, a közelítés jóságának becslése

Az elemi hajlítási elmélet szerint érvényes:

$$\sigma_{b,B} = \frac{M_0}{I_{zz}} \left[ (d + a) \sin \alpha + r_0 \right]$$

A  $\sigma_{x,B}$  feszültség a repedés miatt közelítőleg így adódik:

$$\sigma_{x,B} = \frac{K_I^A}{4\sqrt{2\pi r_0}} \left[ 5 \cos \frac{\beta_0}{2} - \cos \frac{3}{2} \beta_0 - M \left( 5 \sin \frac{\beta_0}{2} - \sin \frac{3}{2} \beta_0 \right) \right]$$

Ezek figyelembevételével a következőt kapjuk:

$$f(\beta_0) = 5 \cos \frac{\beta_0}{2} - \cos \frac{3}{2} \beta_0 + \cot \alpha \left( 5 \sin \frac{\beta_0}{2} - 3 \sin \frac{3}{2} \beta_0 \right)$$

A korábbi összefüggések figyelembevételével végül megkapjuk hogy:

$$\sigma_{x,B} = M_0 \frac{\left( d + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\pi a} \sin^3 \alpha}{I_{zz} 4\sqrt{2\pi r_0}}$$

Az előző kifejezések segítségével megkapjuk a járulékos hosszirányú feszültség és az elemi hajlítófeszültség hányadosát:

$$\lambda = \frac{\sigma_{x|B}}{\sigma_{b|B}} = \frac{\left( d + \frac{a}{2} \right) \sqrt{\pi a} \sin^3 \alpha f(\beta_0)}{4\sqrt{2\pi r_0} [(d+a) \sin \alpha + r_0]}$$

A  $\lambda$  viszony, mely itt csak geometriától függ, lehetővé teszi a használt szuperpozíciós eljárás jószágának legalább közelítő módon való becslését. Továbbá ügyelni kell arra is, hogy a szerkezet tönkremenetele következtében a stabilitásvesztésnél billenés léphet fel. Feltételezve pl., hogy a tartó I hosszának a végeinél villás megtámasztás van:

$$M_k = \frac{\pi}{l} E \left\{ I_{yy} I_{\omega} \left( \frac{\pi}{l} \right)^2 + \frac{I_{yy} I_T}{2(1+\nu)} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

ahol:  $I_T$  forgási ellenállás  
 $I_{\omega}$  kihajlási ellenállás  
 $y$  kihajlási tengely

A tartó **konkrét geometriai** adatai legyenek a következők: I-300-as idomacél. A szükséges geometria méretek:

- másodrendű nyomaték  $I_{zz}=9800 \text{ cm}^4$ ,
- gerincszélesség  $d=10.8 \text{ mm}$ ,
- gerincmagasság  $2h_1=260 \text{ mm}$ ,
- profilmagasság  $h=360 \text{ mm}$ .

A **konkrét anyag** legyen 34CrNiMo6 nemesített acél, amelynek jellemző értékei:

- Törési szívósság:  $K_{Ic} = 1935 \text{ MPa mm}^{1/2}$
- Egyezményes folyáshatár:  $R_{p0,2} = 1415 \text{ MPa}$
- Megengedett hajlítófeszültség (I terhelési eset):  $\sigma_{b \text{ meg}} = 500 \text{ MPa}$

A repedésre érvényes konkrét adatok:

- repedéshossz:  $2a = 30 \text{ mm}$ ,  $d=30 \text{ mm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .
- biztonsági tényező:  $n=3$ .

Először vizsgáljuk meg, hogy a  $K_{Ic}$  mint - törési jellemző - használata megengedett e. A gerincszélességre igaz, hogy:

$$d \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{R_{P0.2}} \right)^2 \approx 4.7 \text{ mm}, \text{ ez teljesül.}$$

Az elemi hajlítási elméletből egyenletekből, illetve az  $y_{\max} = h$  alapján kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} M_{\text{meg}}^{el} &\leq 327 \text{ kNm} \\ \overline{M}_0^{el} &\leq 1.33 \end{aligned}$$

A megfelelő egyenes a 6.9. ábrán látható. Az  $\alpha_0$  szög nagysága pedig  $\alpha_0 \approx 52^\circ < \alpha = 60^\circ$ . A megengedett hajlító-nyomaték tehát a repedés befolyását figyelembe véve az előbbieken közölt összefüggésekkel számítható. A 6.4. táblázatból  $\alpha = 60^\circ$ -ra adódik:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= 43.2^\circ \\ \overline{M}_0 &= 1.14 \end{aligned}$$

Ezek alapján a megengedett hajlító-nyomaték:

$$M_{0 \text{ meg}} \approx 280 \text{ kNm}$$

A  $\lambda$  segítségével a feszültségintenzitási tényező közelítő számításának jósága megbecsülhető. A értékére  $\lambda = 0.049$  adódik, ha a normálfeszültség összehasonlítását a gerinc heveder átmenetnél végezzük ( $y \approx 130 \text{ mm}$ ). A repedés által keltett járulékos normálfeszültség csak kb. a hajlítófeszültség 5 %-a. Végül a tartó kihajlását okozó nyomatékot számoljuk ki  $l = 2 \text{ m}$  tartóhossznál, a villás megtámasztásnál a tartó végénél. A szükséges keresztmetszeti tényezők értékei:

$$I_{yy} = 451 \text{ cm}^4, \quad I_T = 56.8 \text{ cm}^4, \quad I_{\omega} = 91800 \text{ cm}^6.$$

Ezzel a kihajlást okozó nyomaték:

$$M_k \approx 467 \text{ kNm}$$

Ez a  $M_{0 \text{ meg}}$ -nél nagyobb érték, azaz a tartó nem fog kihajolni.

## 24. Példa. Változó nyomással üzemelő nyomástartó edény élettartama

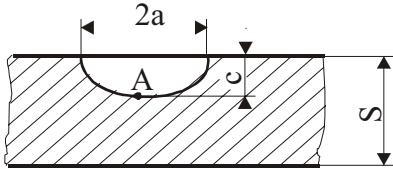
Egy X8CrNiMoTi8.11 jelű acélból készült nyomástartó edény élettartamát kell megbecsülni. A felületén egy hosszirányban fekvő repedésszerű hiba található. A tartály naponta négyszer van leeresztve és feltöltve.

Adatok:

- Tartály átmérője:  $D = 5500 \text{ mm}$
- Falvastagsága:  $s = 15 \text{ mm}$
- Hossz: több méter
- A felületi repedés méretei (lásd 6.11. ábrát):
  - Repedésmélység:  $c = 2 \text{ mm}$
  - Repedéshossz:  $2a = 4 \text{ mm}$
- A belső nyomás:  $\Delta p = 1.5 \text{ MPa}$

- Szilárdsági jellemzők az X8CrNiMoTi8.11 acélra (minimum értékek):

- $R_e = \sigma_s = 330 \text{ MPa}$
- $R_m = \sigma_B = 675 \text{ MPa}$
- $K_C = a_K = 140 \text{ J/cm}^2$
- $K_{Ic} = a_K = 4111 \text{ MPa mm}^{1/2}$



6.11. ábra. A felületi repedés jellemző méreteinek jelölése

A feszültségintenzitási tényező küszöbértéke  $\Delta K_0$  és a repedésterjedési sebességet leíró kifejezés, a  $\frac{da}{dN} = f(\Delta K)$  értékei erre az acélra nincsenek meg, ezért  $\Delta K_0$  és  $\frac{da}{dN}$  becsülhető a következő összefüggésekkel<sup>11</sup>:

$$2 \cdot 10^{-5} (1 - R)^{0.31} \sqrt{m} \leq \frac{\Delta K_0}{E} \leq 3.5 \cdot 10^{-5} (1 - R)^{0.31} \sqrt{m} \text{ és}$$

$$\frac{da}{dN} = 1.37 \cdot 10^{-10} (\Delta K_0)^{2.25},$$

amelyben ha  $\Delta K > \Delta K_0$ ; akkor  $\Delta K$  [MPa] és a  $\frac{da}{dN}$  [mm/ciklusszám] dimenzióval rendelkezik.

### Megoldás:

A repedésterjedésnél felételezzük, hogy a  $c/a = 1$  viszony nem változik. A feszültségintenzitási tényező belső nyomással üzemelő tartályok felületi repedéseinél a következő:

$$K_{\max} = \Delta K = \Delta \sigma_m \sqrt{\pi c} \sqrt{\frac{1.2}{Q}} Y_{F/R}^A Y_B$$

ahol  $Y_B = 1$  (feszültségnövekedés a furaton keresztül), az

$$Y_{F/R}^A \approx 1.13 - 0.09 \frac{c}{a} + \left[ \frac{0.89}{0.2 + \frac{c}{a}} - 0.54 \right] \left( \frac{c}{s} \right)^2 + \left[ 0.5 - \frac{1}{0.65 + \frac{c}{a}} + 14 \left( 1 - \frac{c}{a} \right)^{24} \right] \left( \frac{c}{s} \right)^4$$

A  $c/a = 1$  esetén kapjuk  $Y_{F/R}^A = 1.04 + 0.202 \left( \frac{c}{s} \right)^2 - 0.106 \left( \frac{c}{s} \right)^4$ . Figyelembe véve a

<sup>11</sup> Készítsen rövid, 10 perc időtartamú előadást arról, hogy mi a fizikai alapja a javasolt jellegű közelítésnek! Mit jelöl a R és miért szerepel értéke hangsúlyozottan a  $\Delta K_0$  értékében ?

$$Q = \Phi^2 - 0.212 \left( \frac{\Delta \sigma_n}{\sigma_s} \right)^2$$

$$\Phi = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[ 1 - \frac{a^2 - c^2}{a^2} \sin^2 \Theta \right] d\Theta = \frac{\pi}{2}$$

$$\Delta \sigma_n = \Delta p \frac{D}{2s} = 1.2 \text{ MPa} \frac{5500}{2 \cdot 15} = 275 \text{ MPa}$$

$$Q = \left( \frac{\pi}{2} \right)^2 - 0.212 \left( \frac{275}{300} \right)^2 = 2.23$$

kifejezéseket, és a  $c/s = 2/15$  viszonyt, valamint az  $Y_{F/R}^A = 1.044$  geometriai tényező értékét a  $c_A$  kezdő repedés hosszát, a feszültségintenzitási tényező értéke egy terhelési ciklusban:

$$\Delta K = \Delta \sigma_n \sqrt{\pi c_A} \sqrt{\frac{1.2}{Q}} Y_{F/R}^A = 275 \text{ MPa} \sqrt{\pi 0.002 \text{ m}} \sqrt{\frac{1.2}{2.32}} 1.044 = 16.4 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

Mielőtt a repedésterjedést vizsgálnánk, szükséges megvizsgálni, hogy a  $\Delta K > \Delta K_0$  feltétel teljesül-e.  $R=0$  és  $E=2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$  esetére:

$$\Delta K_0 \geq 2 \cdot 10^{-5} E \sqrt{m} = 4 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

$$\Delta K_0 \leq 3.5 \cdot 10^{-5} E \sqrt{m} = 7 \text{ MPa} \sqrt{\text{m}}$$

Mivel a feltétel teljesül, ezért az ismétlődő terhelésnél stabil repedésnövekedéssel kell számolni. Az élettartam becslésénél a kezdeti repedéshosszon kívül - aminek domináns hatása van - meg kell adni azt a kritikus repedéshosszat, a  $c_{krit}$ -t is, amelynél az adott terhelés hatására az instabil repedésterjedés megkezdődik.

Mindenekelőtt  $Y_{F/R}^A$ -t határozzuk meg egy adott  $c/s=1$  repedéshosszra (a repedés mélysége eléri a szemközti falat). A korábbi kifejezések alapján,  $Y_{F/R}^A=1.136$ , ill. a  $K_{max} = K_{Ic}$  felhasználásával:

$$c_{krit} = \left( \frac{K_{Ic} \sqrt{Q}}{\sigma_n Y_{F/R}^A} \right)^2 \frac{1}{1.2\pi} = \left( \frac{4111 \sqrt{2.32}}{275 \cdot 1.136} \right)^2 \frac{\text{mm}}{1.2\pi} = 107 \text{ mm}$$

A fenti érték csak azzal a feltételezéssel igaz, hogy a képlékeny zóna a tartály hátoldalát még nem érte el. Mégis a nagyon nagy „kiszámolt” kritikus repedésmélységből, amely lényegesen nagyobb mint a falvastagság, ki lehet zárni a „kilyukadás törés előtt” esetet. Azaz, a repedés stabilan növekedik míg a tartályfalon átér.

Mivel a  $c/a=1$  repedéskezdetétől a repedés átéréséig  $Y_{F/R}^A$  értéke csak csekély mértékben változik, így az élettartam becslésénél  $Y_{F/R}^A \approx \text{konst}$  feltételezést tehetjük. Feltételezés:  $Y_{F/R}^A=1.1$

Az  $A$  helyen a repedésnövekedés így a következő:

$$\frac{dc}{dN} = 1.37 \cdot 10^{-10} (\Delta K)^{2.25} = 1.37 \cdot 10^{-16} \left( \Delta \sigma_{nevl} \frac{Y_{F/R}^A}{\sqrt{Q}} \sqrt{1.2\pi} \right)^{2.25} c^{1.125}$$

Az integrálásból kapjuk hogy:



$$\int_{c_A}^{c_E} \frac{dc}{c^{1.125}} = 1.37 \cdot 10^{-10} \left( \Delta \sigma_{nevl} \frac{Y_{F/R}^A}{\sqrt{Q}} \sqrt{1.2\pi} \right)^{2.25} \Delta N$$

$$\Delta N = \frac{8 \left[ \left( \frac{1}{c_A} \right)^{0.125} - \left( \frac{1}{c_E} \right)^{0.125} \right]}{1.37 \cdot 10^{-10} \left( \Delta \sigma_{nevl} \frac{Y_{F/R}^A}{\sqrt{Q}} \sqrt{1.2\pi} \right)^{2.25}}$$

Ha  $c_A = 0.002$  m,  $c_E = s = 0.015$  m,  $\Delta \sigma_{nevl} = 275$  MPa, akkor

$$\Delta N = \frac{8 \left[ \left( \frac{1}{0.002} \right)^{0.125} - \left( \frac{1}{0.015} \right)^{0.125} \right]}{1.37 \cdot 10^{-10} \left( 275 \frac{1.1}{\sqrt{2.32}} \sqrt{1.2\pi} \right)^{2.25}} = 42900$$

Azaz az élettartam:

$$t_B = \frac{\Delta N}{4 \cdot 365} \text{ év} = \frac{42900}{4 \cdot 365} \text{ év} = 29.4 \text{ év.}$$

Gyakorlati megjegyzés: Mivel a becsült élet-tartartam meglehetősen nagy, ezért a nyomástartó edény tovább üzemelhet, de a periodikus felülvizsgálatok tervezésénél figyelembe kell venni a repedés növekedésének regisztrálására alkalmas módszereket és a vizsgálati periódusokat fokozatosan csökkenő intervallumokra kell osztani.

## 25. Példa. Repedésterjedés fáradás és kúszás hatására

Egy 0.5 % Cr-, 0.5% Mo-, 0.25% V- tartalmú téglalap keresztmetszetű acél tartó maximális névleges feszültsége  $\sigma_n = 150$  MPa lengő igénybevétel. Olyan négyszög alakú terhelést feltételezünk, a melyben egy igénybevételi ciklus ideje  $t_0 = 1$  óra. A tartó  $t_1 = 0.5$  óráig a névleges  $\sigma_n$  terhelésen van igénybe véve, a maradék  $(t_0 - t_1)$  időben terheletlen. Az üzemi hőmérséklet állandó és értéke  $T = 560$  C°. A tartó peremén egy állandó mélységű repedés van ( $a_A = 0.5$  mm), amely merőleges a  $\sigma_n$  névleges feszültséghez képest.

### Feladat:

Becsüljük meg a tartó élettartamát az adott terhelésen korróziós hatások kizárásával.

### Adott:

- A fenti anyagra  $T = 560$  C°-on: Rugalmassági modulus,  $E = 1.6 \cdot 10^5$  MPa  
Folyáshatár,  $R_{eH} = \sigma_s \approx 210$  MPa.

- A becsült küszöbérték ciklikus terhelésre  $R = 0$  esetén  $\Delta K_0 \approx 5 \text{ MPa} \sqrt{m}$ .
- Kúszás esetén a küszöbérték:  $K_0 = 10 \text{ MPa} \sqrt{m}$  (jelenti azt a repedésnövekedést kúszásnál, amikor először lesz a  $K > K_0$ ). A repedésterjedési sebesség  $560^\circ\text{C}$ -on kúszás esetén  $K > K_0$  esetben:

$$\frac{da}{dt} = 2.3 \cdot 10^{-15} K^7, \text{ ahol } \frac{da}{dN} \text{ [m/óra] és } K \text{ [MPa} \sqrt{m}]$$

(Megjegyzés: a fenti kifejezés megfelel kísérletileg a szórási sáv felső határának, tehát eszerint egy konzervatív becslést várunk el. De az ismétlődő terhelés nagyobb repedésterjedési sebességgel jár, mint a statikus terhelés!)

- Repedésterjedési sebesség ismétlődő terhelésre, a  $\Delta K > \Delta K_0$  esetre:

$$\frac{da}{dN} = 10^6 \left( \frac{\Delta K}{E} \right)^{3.4}, \text{ ahol } \frac{da}{dN} \text{ [m/ismétlési szám] , } K \text{ [MPa} \sqrt{m} \text{] , } E \text{ [MPa].}$$

### Megoldás:

Először is vizsgáljuk meg, hogy a kezdőrepedés terjedőképes-e az ismétlődő terhelés alatt ( $\Delta K > \Delta K_0$ ) vagy sem. Ehhez használjuk a feszültségintenzitási tényező számítására a  $\Delta K = \Delta \sigma_n \sqrt{\pi a} Y = \sigma_n \sqrt{\pi a} Y$  kifejezést, ahol  $Y \approx 1.12$  geometriai tényező nagyméretű szerkezeti elemek sík felületi repedéseire. Behelyettesítésekkel:

$$\Delta K = 150 \text{ MPa} \sqrt{\pi 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}} \cdot 1.12 = 6.66 \text{ MPa} \sqrt{m},$$

azaz  $\Delta K > \Delta K_0$ , így a repedés ismétlődő terhelés esetén stabilan tud növekedni.

A  $\Delta K = K_{\max} < K_0$  miatt eleinte a statikus kúszási igénybevétel alatt még repedésnövekedés nem lép fel. Ez tart addig az  $a_0$  repedésmélységig, amelyet a  $K_0$  küszöbértékből tudunk számolni:

$$K_0 = 10 \text{ MPa} \sqrt{m} = 150 \text{ MPa} \sqrt{\pi a_0} \cdot 1.12$$

$$a_0 \approx 1.13 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1.13 \text{ mm}$$

Az  $a > a_0$  repedéshosszakra a repedésterjedés a kúszás alatt elkezdődik. Az  $N_0$  ismétlési szám számítása a repedésnövekedés alatt  $a_0$  repedésmélységig:

$$\frac{da}{dN} = 10^6 \left( \frac{\Delta K}{E} \right)^{3.4} = 10^6 \left( \frac{\sigma_n \cdot 1.12 \sqrt{\pi a}}{E} \right)^{3.4}$$

$$\int_{a_0=1.13 \cdot 10^{-3}}^{a_A=5 \cdot 10^{-4}} \frac{da}{a^{1.7}} = 10^6 \left( \frac{150 \cdot 1.12 \sqrt{\pi}}{1.6 \cdot 10^5} \right)^{3.4} N_0$$

$$N_0 = 2740 (a_A^{-0.7} - a_0^{-0.7}) = 2.44 \cdot 10^5$$

Ebből következik, hogy az élettartam  $t = N_0 t_0 = 2.44 \cdot 10^5 \text{ óra} \approx 27.9 \text{ év}$ .

A  $K_0$  átlépésekor a repedésnövekedés a kúszás alatt:

$$\frac{da}{dt_R} = 2.3 \cdot 10^{-15} K^7$$

A fenti kifejezésben szereplő  $t_R$  jelenti azt az időt, ameddig a tartót  $\sigma_n$  igénybevétel éri:  $t_R = N t_1$ , míg a valóban eltelt idő:  $t = N t_0$ . Az előzőkből következik, hogy  $dt_R = t_1 dN$

és ezzel  $\frac{da}{dt_R} = \frac{da}{t_1 dN} = 2.3 \cdot 10^{-15} K^7$

A repedésterjedés a kúszás alatt terhelési ciklusonként a következők szerint növekedik:

$$\frac{da}{dN} = \left( \frac{da}{dN} \right)_{ksz} + \left( \frac{da}{dN} \right)_{cicl} = \frac{t_1}{h} \cdot 2.3 \cdot 10^{-15} K^7 + 2.02 \cdot 10^{-12} (\Delta K)^{3.4}$$

Ha  $K = \Delta K = 10 \text{ MPa} \sqrt{m}$ , akkor:

$$\frac{da}{dN} = \frac{t_1}{h} 2.3 \cdot 10^{-8} + 5.07 \cdot 10^{-9}, [\text{m/ciklusszám}]$$

és a  $\frac{t_1}{h} = \frac{1}{2}$  esetre  $a_0$  repedéshossznál a kúszási aránya nagyobb mint a ciklikus terhelésből adódó rész. A további repedésnövekedéskor a kúszás részaránya állandóan növekszik. Figyelembe véve először a kúszás részarányát, adódik hogy:

$$\frac{da}{dN} = \frac{t_1}{h} 2.3 \cdot 10^{-15} K^7 = \frac{1}{2} 2.3 \cdot 10^{-15} (150 \cdot 1.12 \sqrt{\pi})^7 = a^{3.5}$$

$$\int_{a_0}^{a_E} \frac{da}{a^{3.5}} = \frac{1}{2} 2.3 \cdot 10^{-15} (150 \cdot 1.12 \sqrt{\pi})^7 \Delta N$$

Az integrálás a következő eredményt szolgáltatja:

$$\Delta N = 1.676 \cdot 10^{-3} \left[ \left( \frac{a_0}{m} \right)^{-2.5} - \left( \frac{a_E}{m} \right)^{-2.5} \right]$$

A kiértékeléshez különböző nagyságú  $a_E$  végső repedésmélységek adottak:

$\frac{a_0}{m}$	$\frac{a_E}{m}$	$\Delta N$	$\Delta t$
$1.13 \cdot 10^{-3}$	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$2.97 \cdot 10^4$	$2.97 \cdot 10^4 \text{ h} \approx 3.4 \text{ év}$
	$5.13 \cdot 10^{-3}$	$3.82 \cdot 10^4$	$3.82 \cdot 10^4 \text{ h} \approx 4.4 \text{ év}$
	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$3.89 \cdot 10^4$	$3.89 \cdot 10^4 \text{ h} \approx 4.5 \text{ év}$
	$\infty$	$3.90 \cdot 10^4$	$3.90 \cdot 10^4 \text{ h} \approx 4.5 \text{ év}$

Ismeretes, hogy az  $a > a_E \approx 5 \text{ mm}$  repedésmélységekre nincs élettartam-tartalék megállapítva, mivel a kúszás során ilyen repedéshosszaknál nagyon nagy repedésterjedési sebességek lépnek fel. Az  $a \approx a_0$  repedéshosszméreteknél a repedésterjedés befolyása a ciklikus terhelés folyamán nem elhanyagolható. Ezért a fenti egyenletet numerikusan integráljuk. Az előzők szerinti szemlélet alapján  $a_A = 5.13 \cdot 10^{-3} \text{ m}$  végleges, kritikus repedésmélységet feltételezve

$$\int_{a_0=1.13 \cdot 10^{-3} m}^{a_E=5.13 \cdot 10^{-3} m} \frac{da}{N(a)} = \int_{a_0=1.13 \cdot 10^{-3} m}^{a_E=5.13 \cdot 10^{-3} m} \frac{da}{\frac{t_1}{h} 2.3 \cdot 10^{-15} (\sigma_n Y \sqrt{\pi})^7 a^{3.5} + 2.02 \cdot 10^{-12} (\sigma_n Y \sqrt{\pi})^{3.4} a^{1.7}} =$$

$$\int_{a_0}^{a_E} X(a) da = \Delta N$$

A Simpson-szabály szerint az  $n=4$  részre osztva a  $\Delta a = a_E - a_0$  intervallumot

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{12} \left[ X\left(\frac{a_0}{m}\right) + 4X\left(\frac{a_0}{m} + \frac{1}{4} \frac{\Delta a}{m}\right) + 2X\left(\frac{a_0}{m} + \frac{1}{2} \frac{\Delta a}{m}\right) + 4X\left(\frac{a_0}{m} + \frac{3}{4} \frac{\Delta a}{m}\right) + X\left(\frac{a_E}{m}\right) \right]$$

A  $\sigma_n = 150$  MPa,  $Y = 1.12$ ,  $\frac{t_1}{h} = \frac{1}{2}$ ,  $\frac{a_E}{m} = 5.13 \cdot 10^{-3}$  esetre az  $\frac{a_0}{m} = 1.13 \cdot 10^{-3}$  kapjuk.

Ebből  $\Delta N = 33820 \Rightarrow \Delta t = 3.3821 \cdot 10^4$  óra  $\approx 3.9$  év.

*Gyakorlati megjegyzés:* A ciklikus terhelésnél a károsodás elhanyagolásával ezen a területen a repedésterjedésre 4.4 év adódik. Ismert, hogy az itt ismertetett relatív kicsi terhelési frekvenciáknál az ismétlődő terhelés befolyása az  $a > a_0$  repedésterjedésre csekély.

*Általában érvényes:*

- A ciklikus terhelés ( $\Delta K_0$ ) küszöbértéke mindig *kisebb*, mint a statikus terhelések ( $K_0$ ) küszöbértéke. Ezért repedésterjedés elsősorban a csak a ciklikus terhelésnél lehetséges.
- Nagyon kis terhelési frekvenciáknál (amilyenek az üzemben kívüli erőművi berendezéseknél lépnek fel) a kúszás alatt a repedésterjedés befolyása a  $K_0$  küszöbértéken túl jelentős és általában lényegesen meghaladja a ciklikus terhelések hatását.
- Hasonló viselkedést a feszültségkorrózióknál figyeltek meg. Ha küszöbértéket a feszültségkorrózióknál túllépik ( $K > K_{ISCC}$ ), már csak csekély élettartam tartalék van.

## 26. Példa. Nyomástartó edényben levő felületi hiba stabilitása

Egy H60-3 anyagból készült,  $p=5.6$  MPa belső nyomású hengeres nyomástartó tartály szobahőmérsékleten üzemel.

**Adott:**

- Belső rádiusz:  $R_b = 2m$
- Falvastagság:  $s = 40$  mm
- Anyagjellemzők szobahőmérsékleten: Folyáshatár:  $R_{eH} = \sigma_s = 490$  MPa

Törési szívósság:  $K_{Ic} = 100 \text{ MPa} \sqrt{m}$

**Feladat:**

Határozzuk meg:

1. A *Tresca*-féle folyási feltétel szerinti biztonságot a képlékeny instabilitás ellen.
2. Az instabil repedésterjedés elleni biztonságot, ha a tartály belső oldalán hosszirányában egy maximálisan 2 mm mély és 20 mm hosszú felületi repedést találtak.
3. Biztonságot az
  - a) az instabil repedésnövekedés ellen
  - b) a képlékeny instabilitás ellen
 ha a repedésmélységet tekintjük a számolás alapjának.

Mely repedésmélységeknél van közel azonos biztonság az a) és b) esetre?

**Megoldás:**

✓ A feszültségek a tartály falában

- a kerület irányában  $\sigma_y = p \frac{R_b}{s} = \sigma_1 = 280 \text{ MPa}$ ,
- hosszirányban  $\sigma_z = p \frac{R_b}{2s} = \sigma_2 = 140 \text{ MPa}$
- sugárirányban elhanyagolhatók,  $\sigma_r = \sigma_3 = 0$
- összehasonlító feszültség  $\sigma_v = \sigma_1 - \sigma_3 = 280 \text{ MPa}$

✓ A biztonsági tényező  $n = \frac{\sigma_s}{\sigma_v} = \frac{490 \text{ MPa}}{280 \text{ MPa}} = 1.75$

Az a feltételezés, hogy a törési biztonság közelítő számítása az LRTM szerint lehetséges, lehetővé teszi a  $K_{IA}$  összehasonlítását egy fél-elliptikusnak feltételezett repedés legmélyebb helyének törési szívósságával, a  $K_{Ic}$ - értékével. H60-3 anyagnál szobahőmérséklet alatt egyértelmű, hogy a feszültségintenzitási tényezőnél figyelembe kell venni a képlékeny zóna befolyását és a  $\Phi$ -t ki kell

cserélni  $\sqrt{\Phi - 0.21 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_s} \right)^2}$ -re.

$$A K_{IA} = \frac{0.97\pi R_b}{s} \sqrt{\frac{\pi c}{\Phi^2 - 0.212 \left( \frac{\sigma_n}{\sigma_s} \right)^2}} \left[ M_1 + M_2 \left( \frac{c}{s} \right)^2 + M_3 \left( \frac{c}{s} \right)^4 \right] Y^* \text{ kifejezés alapján}$$

ahol:

$$\Phi^2 = 1 + 1.47 \left( \frac{c}{a} \right)^{1.64}$$

$$M_1 = 1.13 - 0.09 \frac{c}{a}$$

$$M_2 = -0.54 + \frac{0.89}{0.2 + \frac{c}{a}}$$

$$M_3 = 0.5 - \frac{1}{0.65 + \frac{c}{a}} + 14 \left( 1 - \frac{c}{a} \right)^{24}$$

$$Y^* = \left[ \frac{2}{1 - \left( \frac{R_b}{R_a} \right)^2} - 0.5 \sqrt{\frac{c}{s}} \right] \frac{s}{R_b}$$

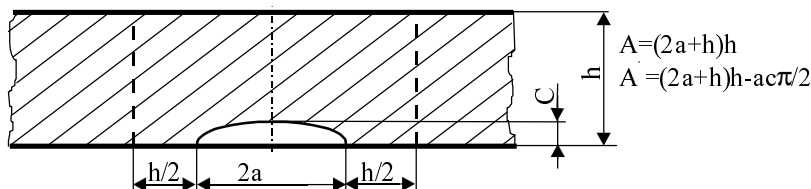
A névleges feszültség merőleges a felületre  $\sigma_n = \sigma_\varphi = p \frac{R_b}{s} = 280 \text{ MPa}$ .

Ezzel megkapjuk hogy:  $K_{IA} = 24.27 \text{ MPa}\sqrt{m}$  és a biztonsági tényező pedig

$$n_B = \frac{K_{Ic}}{K_{IA}} = \frac{100 \text{ MPa}\sqrt{m}}{24.27 \text{ MPa}\sqrt{m}} = 4.12$$

A ridegtörés veszélye az instabil repedésnövekedés alatt 2 mm-es repedésmélységnél lényegesen kisebb, mint a tartály képlékeny instabilitásánál.

3. Az  $n_B$  számolásakor a különböző repedésmélységek esetén az előzők szerint történik. A képlékeny instabilitás számításánál egy repedés figyelembevételével lehet a modellt előállítani, úgy hogy a teljes falkeresztmetszetet a repedésfelület körül egy  $(2a+h)$  területen alkalmazott redukált felületet számolunk ( $0.2 \leq c/a \leq 1$ , lásd 6. 12. ábrát)



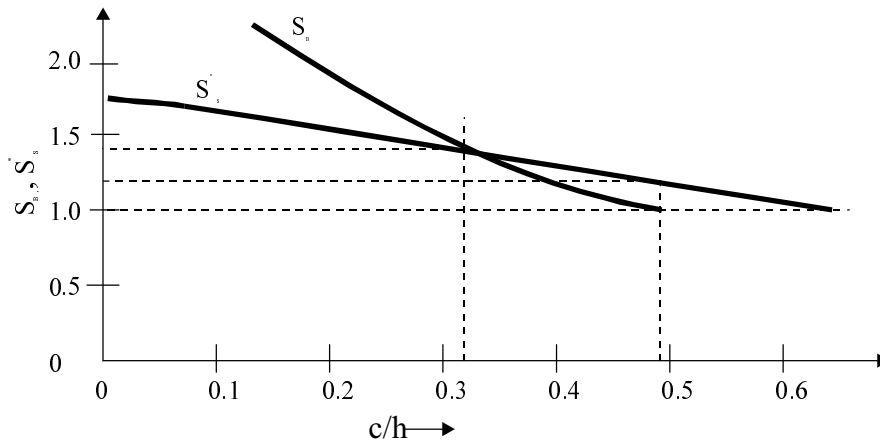
**6.12. ábra.** Felületi repedés jellemzői

Ezután a képlékeny instabilitással szembeni biztonsági tényezőt így kapjuk meg:

$$n_s^* = n_s \frac{A^*}{A} = n_s \frac{(2a+s)s - \frac{\pi}{2}ac}{(2a+s)s}$$

$$n_S^* = n_S \left[ 1 - \frac{\pi \left( \frac{c}{s} \right)^2}{2 \frac{c}{s} + \frac{c}{a}} \right]$$

A 6.13. ábrán látható diagrammon van az  $n_S^* \equiv S^*(c/s)$  és az  $n_B \equiv S_B(c/s)$  ábrázolva  $c/s = \text{áll.} = 0.2$  esetre.



**6.13. ábra.**  
Biztonsági tényezők  
képlékeny instabilitás  
és ridegtörés ellen

A diagrammról leolvasható, hogy a  $c/s = 0.325$  esetben, azaz  $c = 13$  mm repedésmélységnél egy általános biztonsági tényező,  $n_B = n_S^*$  adódik.

- A  $c > 13$  mm esetre  $n_S^* < n_B$ , és megfelelő túlterhelés a képlékeny instabilitáshoz vezet.
- A  $c < 13$  mm esetre  $n_S^* > n_B$ , és megfelelő túlterhelés instabil repedésnövekedéshez vezet. A  $c/s = 0.493$  esetben,  $d = 19.8$  mm repedésmélységnél  $n_B = 1$ , azaz  $K_{IA} = K_{Ic}$ , és instabil repedésnövekedéssel kell számolni (az LRTM érvényességénél).

## 27. Példa. Fáradásos repedésterjedés, maradék élettartam becslése

Egy ötvözetben a repedésterjedést a következő egyenlet írja le

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m$$

ahol  $a$  a fél repedéshossz,  $N$  a ciklusszám,  $\Delta K$  a feszültségintenzitási tényező tartománya,  $C$  és  $m$  anyagállandók.

### Feladat:

1. Mutassuk ki, hogy a milyen repedésterjedési törvényt, összefüggést lehet alkalmazni a repedésnövekedés meghatározására állandó névleges feszültségi tartomány esetén, ha

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a \alpha}$$

ahol  $\Delta \sigma$  a feszültségtartomány és  $\alpha$  a repedésgeometriától függő állandó.

2. Ha  $m=4$ ,  $\Delta K = 5 \text{ MPa m}^{1/2}$  és a kezdeti repedésterjedési sebesség  $10^{-6} \text{ mm/ciklus}$ , határozzuk meg hogy hány ciklus telik el, amíg a 2mm-es kezdeti hibahossz 2 cm-esre növekszik, ha a  $\Delta \sigma = 90 \text{ MPa m}^{1/2}$  és  $\alpha=1$  erre a hibára.

**Megoldás**

Kezdve a 2. feladattal helyettesítsük be  $da/dN$  (m/ciklus) és a  $\Delta K$  (MPa $m^{1/2}$ ) értékét a repedésterjedési sebességet leíró összefüggésbe

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m, \text{ kapjuk } 10^{-9} = C(5 \cdot 10^6)^4,$$

amelyből  $C = 16 \cdot 10^{-37}$ . Ekkor  $\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi a \alpha}$ .

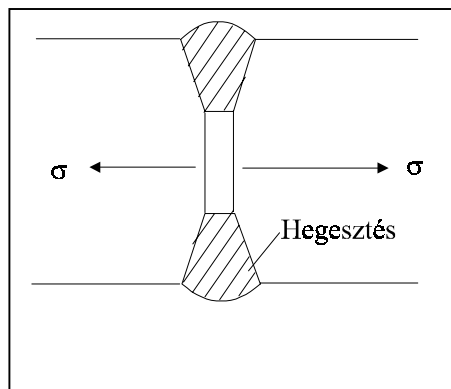
A példában említett repedéshosszak  $a_c = 1$  cm és  $a_i = 1$  mm. A fenti összefüggésekből megkapjuk hogy mennyi a keresett ciklusszám

$$\int_{0.001}^{0.01} \frac{da}{a^2} = \int_0^N 16 \cdot 10^{-37} (90 \cdot 10^6)^4 \pi^2 \text{ ciklus} =$$

$$= 8.68 \cdot 10^5 \text{ ciklus}$$

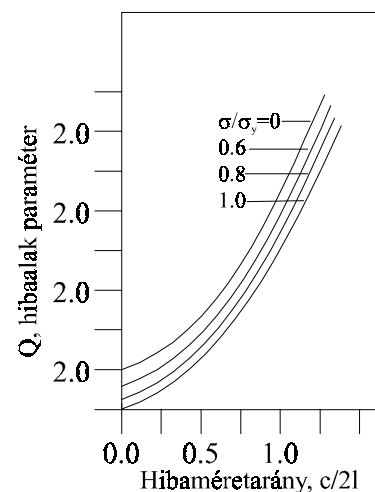
**29. Példa. Anyagok összehasonlítása**

Egy szerkezetben két négyzetes fémrudat kell a 6.14 ábra szerint összehegeszteni. A hegesztés nem ér össze teljesen és középen egy korong alakú üreg marad. Csak kétféle hegyömladék, acél állt rendelkezésre a kívánt méretben, az I és a II jelű. Feltételezve, hogy síkalakváltozási körülmények vannak és a tervezett feszültség a folyáshatár 60 %-a, határozzuk meg melyik hegyömladékot, acélt biztonságosabb használnunk. A  $Q$  hibaalak paraméter legyen 1.00, lásd a 6.15. ábrán és 6.5. táblázatban.



**6.14 ábra** A hegesztett kötés kialakítása

**6.15. ábra.** A  $Q$  hibalak paraméter értéke

**Anyagjellemzők**

Acél	$R_{eH}$ [MPa]	$K_{Ic}$ [MPa $m^{1/2}$ ]
I	300	120
II	320	100

6.5. Táblázat. A  $Q$  hibalak-paraméter táblázatos értékei



c/2l	$\sigma/R_{eH}$					
	< 0.6	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0.1	1.10	1.02	0.98	0.95	0.91	0.88
0.2	1.29	1.22	1.17	1.15	1.12	1.07
0.3	1.60	1.52	1.48	1.45	1.41	1.38
0.4	1.98	1.90	1.87	1.83	1.79	1.76

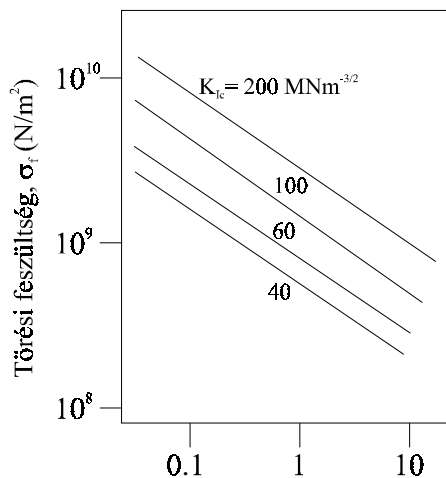
**Megoldás:**

Feltételezve hogy a repedés és a képlékeny zóna az anyag méreteihez képest kicsi, a törési feszültségre felírhatjuk, hogy

$$\sigma_f^2 c = K_{Ic}^2 \alpha$$

ahol  $\alpha = Q / 1.21\pi$  felületi hibák esetén.  $Q$ , a hibaalak paraméter  $\sigma/R_{eH} \equiv \sigma/\sigma_y$  és  $c/2l$  komplex függvénye (6.15. ábra). A törési feszültség így a  $c/Q$  függvénye (lásd 6.16. ábra). Így aztán felírhatjuk hogy

$$\frac{c}{Q} = \frac{1}{1.21\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma} \right)^2$$



**6.16. ábra.** A törési feszültség a  $c/Q$  paraméter függvényében

A  $\sigma/R_{eH} = 0.6$ ,  $Q = 1.00$ ,  $c/2l = 0.09$  adatokkal számított eredményeket a 6.6. táblázatban foglaltuk össze.

6.6. Táblázat. A számított eredmények

Acél	$K_{Ic}$ [MPa m <sup>1/2</sup> ]	$\sigma$ [MPa]	$c/Q$ [m]	$c$ [m]	$2l$ [m]
I	120	180	0.116	0.116	<b>1.29</b>
II	100	192	0.071	0.071	<b>0.79</b>

A táblázatból látható, hogy noha tulajdonságaiban nincs igen lényeges különbség a két acél között, mégis az I. jelű acél majdnem azonos üzemi feszültség mellett jóval nagyobb repedéshosszat és mélységet tud elviselni mint a II, tehát az I acél jóval biztonságosabb.

### 30. Példa. Optimális anyag kiválasztása

#### Feladat:

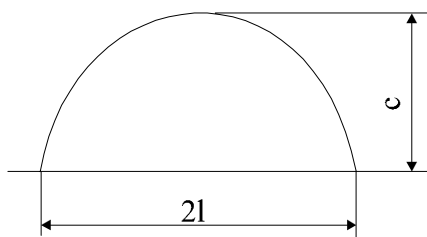
Az alábbi három anyag közül válasszuk ki azt, amely maximális biztonsággal és minimális tömeggel az alkalmazási célnak a legjobban megfelel.

Anyag	Sűrűség, $\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$R_{eH}$ [MPa]	$K_{Ic}$ [MPa m <sup>1/2</sup> ]
A	7860	1730	110
B	2700	587	33
C	4510	965	88

#### Feltételek:

Tételezzük fel

- (a) egyszerű felülvizsgálati módszerrel mutatjuk ki és osztályozzuk a repedéseket  $c = 4\text{ mm}$  és  $2l = 20\text{ mm}$  felett (lásd a 6.17. ábrát), ill. ennek következtében az ennél nagyobb repedéseket találjuk csak meg az anyagban;
- (b) a tervezett feszültség az anyag folyáshatárának a fele. (lásd még a 6.15. és 9.16. ábrákat).



6.17. ábra. A repedésszerű hiba alakja és paraméterei

Adott

- a)  $\frac{\sigma_{terv}}{R_{eH}} = 0.5$
- b)  $c / 2l = 0.2$

#### Megoldás:

A 6.15 ábrából  $Q = 1.29$  és ezért  $c/Q = 3.1\text{ mm}$ . A  $\sigma_f$  törési feszültséget a különböző anyagokra a 6.16 ábrából kapjuk meg. Az eredmények táblázatosan a következők:

Anyag	Tervezett feszültség, $\sigma$ [MPa]	Törési feszültség, $\sigma_f$ [MPa]	Biztonsági tényező*
A	865	1100	1.27
B	295	300	1.02
C	483	800	1.66

\* A biztonsági tényező itt mint  $\sigma_f/\sigma$  van definiálva. Láthatjuk hogy a maximális biztonsági tényezőt a C anyagra kaptuk, amelynek a második legkisebb a sűrűsége. Tehát C anyag ad maximális biztonságot és minimális tömeget.

### 31. Példa. Stabil repedésnövekedés üvegben

Egy frissen hőkezelt,  $0.1\ \mu\text{m}$  hosszú felületi hibát tartalmazó üveg  $120\ \text{MPa}$ - húzófeszültségénél tört el. Ha ezt az üveget  $30\ \text{MPa}$ -os feszültségnek tesszük ki, a tönkremenetel 10 nap alatt következik be ezen a feszültségen. Tételezzük fel, hogy a felületi energia nem változik a 10 nap során.

**Feladat:**

Számoljuk ki az a repedés növekedésének átlagos értékét a 10 nap figyelembevételével.

**Megoldás:**

Griffith repedési elmélete alapján a törési feszültség  $\sigma_f = \sqrt{\frac{2\gamma E}{\pi C}}$

Alkalmazzuk ezt az első esetre, így

$$120 \cdot 10^6 = \sqrt{\frac{2\gamma E 10^9}{\pi 0.05 \cdot 10^{-6}}}$$

ahol  $2\gamma E = 2262 \cdot 10^3\ \text{N}^2\text{m}^{-3}$ . Most fejezzük ezt ki a második esetre, ahol

$$30 \cdot 10^6 = \sqrt{\frac{2262 \cdot 10^6}{\pi 0.05 \cdot 10^{-6}}}$$

ahonnan  $C = 0.8\ \mu\text{m}$ . A repedés  $0.1\ \mu\text{m}$ -ről  $1.6\ \mu\text{m}$ -re 10 nap alatt nő, tehát a repedésterjedés átlagos értéke  **$0.15\ \mu\text{m}/\text{nap}$** .

**32. Példa. Véges méretek figyelembevétele**

Az anyag törési szívósságát,  $G_c$ , lehet úgy definiálni, mint az erő per egyégyeni repedéshossz .növekedés. Végtelen széles lemezre ez analóg módon olyan mint ahogyan az az Orowan-egyenletben lett megfogalmazva. Véges szélességű lemezben levő repedésre úgy lehet definiálni, hogy

$$G_c = \frac{\sigma^2 L}{E} (1 - \gamma^2) \tan\left(\frac{\pi c}{L}\right)$$

ahol  $2c$  a repedéshossz,  $\sigma$  a törési feszültség,  $L$  a lemez szélessége,  $\mu$  a Poisson-tényező. Az acéllemez előírt törési szívóssága minimum  $10\ \text{MPa m}^{1/2}$ .

**Feladat:**

Vizsgáljuk meg, hogy vajon a fenti kíváncsi teljesül-e egy  $L=300\ \text{mm}$  széles vékony lemezre, amelyben egy  $12.5\ \text{mm}$  hosszú centrális repedés van és a törési feszültség  $625\ \text{MPa}$ . A rugalmassági modulus  $200\ \text{GPa}$ , a Poisson-tényező  $0.3$ .

**Megoldás:**

$$G_c = \frac{\sigma^2 L}{E} (1 - \mu^2) \tan\left(\frac{\pi c}{L}\right)$$

A változók értékeit behelyettesítve kapjuk hogy

$$G_c = \frac{625 \cdot 0.3}{200 \cdot 10^3} (1 - 0.3^2) \tan\left(\frac{\pi 6.25}{300}\right) =$$

$$= 0.61 \text{ kNm}^{-1}$$

Síkfeszültségi feltételek mellett

$$K_{Ic} = \sqrt{EG_c} = \sqrt{200 \cdot 10^9 \cdot 0.61 \cdot 10^3} = 11 \text{ MPam}^{1/2}$$

Síkalakváltozási feltételek mellett

$$K_{Ic} = \sqrt{\left(\frac{EG_c}{1-\mu^2}\right)} = \sqrt{\left(\frac{200 \cdot 10^9 \cdot 0.61 \cdot 10^3}{0.91}\right)} = 11.6 \text{ MPam}^{1/2}$$

Tehát a minimálisan megkövetelt 10 MPa m<sup>1/2</sup>-es törési szívósság teljesül, bármelyik feszültségi feltételt is alkalmazzuk.

### 33. Példa. Mérethatás

Egy 2.5 cm átmérőjű tárcsa alakú repedés teljesen be van ágyazódva a végtelen kiterjedésű lemezbe. A katasztrofális tönkremenetel akkor következik be, amikor a feszültség a 700 MPa-t eléri.

**Feladat:**

- Mekkora ennek az anyagnak a törési szívóssága? (Vegyük figyelembe hogy ez az érték síkalakváltozási feltételek mellett igaz).
- Ha egy 0.75 cm vastag lemezt ebből az anyagból törési szívósság vizsgálatára előkészítenek ( $t = 0.75 \text{ cm}$ ,  $a = 3.75 \text{ cm}$ ), a törési szívósság értéke érvényes vizsgálati eredményt adna-e?

**Megoldás:**

- A törési szívósság  $K_{Ic} = \sigma \sqrt{\pi a}$ , azaz a példában szereplő értékekkel

$$K_{Ic} = 700 \sqrt{\pi 1.25 \cdot 10^{-2}} = 138.73 \text{ MPam}^{1/2}$$

- A  $K_{Ic}$  vizsgálat eredménye érvényes, ha

$$t, a \geq 2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{R_{eH}} \right)^2$$

Esetünkben ez

$$2.5 \left( \frac{K_{Ic}}{R_{eH}} \right)^2 = 2.5 \left( \frac{138.76}{1100} \right)^2 = 4 \text{ cm}$$

Mivel mind  $t$ , mind  $a$  kisebb mint 4 cm, így a  $K_{Ic}$  vizsgálat eredménye *érvénytelen*.

### 34. Példa. Vizsgálati eredmény értékelése<sup>12</sup>

Egy kompakt szakító próbatest ( $a/W = 0.5$ ) szabványos vizsgálati előírások figyelembevételével lett tervezve és vizsgálva. Ennek megfelelően az I típusú terhelés-elmozdulás ( $F-\delta$ ) diagramm rögzítve van illetve a maximális terhelés ( $F_{\max}$ ) és a kritikus terhelés értéke ( $F_Q$ ) is meg van határozva. A próbatest méretei:  $W = 100\text{ mm}$ ,  $t = 50\text{ mm}$ , a maximális terhelés 105 kN, a kritikus terhelés 100 kN.

#### Feladat:

Felételezve fel hogy minden más szabványos előírásnak eleget tesz (beleértve a létesítményt és a fáradásos kezdő repedés élességét), határozzuk meg a feszültségintenzitási tényező kritikus értékét.

Ha az anyag folyáshatára 700 MPa, a fenti feltételek mellett érvényes vizsgálati eredményt kapunk?

#### Megoldás:

Kompakt szakító próbatestre a törési szívósságot megadja a következő kifejezés:

$$K_{IQ} = \frac{F}{t\sqrt{W}} \left[ 29.6 \left( \frac{a}{W} \right)^{1/2} - 185.5 \left( \frac{a}{W} \right)^{3/2} + 655.7 \left( \frac{a}{W} \right)^{5/2} - 1017 \left( \frac{a}{W} \right)^{7/2} + 638.9 \left( \frac{a}{W} \right)^{9/2} \right]$$

Az  $a/W = 0.5$  esetén a zárójelen belüli tag értéke 9.6. A törésmechanikai elmélet alapján ha  $F_{\max}/F_Q$  (105/100) kisebb mint 1.1 és a  $K_Q$ -t számoljuk úgy hogy  $F = F_Q$  és  $K_Q = K_{Ic}$ .

Ha  $F_Q = 100\text{ kN}$ ,  $t = 50\text{ mm}$  és  $W = 100\text{ mm}$ , akkor  $K_{Ic} = 61\text{ MPa m}^{1/2}$ .

Az eredmény érvényes, ha

$$t, a \geq 2.5 \left( \frac{K_{IQ}}{R_{eH}} \right)^2$$

Ebben az esetben  $2.5(K_{IQ}/R_{eH})^2 = 0.019\text{ m}$ , és mivel a próbatestnek mind a  $t$ , mind pedig az  $a$  mérete nagyobb mint ezen érték, így tehát a  $K_{Ic}$  érték érvényes.

### 35. Példa. Fáradásos repedésterjedés alumíniumötvözetben

Egy 100 mm széles alumíniumötvözetből készült lemezben a 2 év utáni felülvizsgálat egy 5 mm hosszú szélén levő repedést talált az üzemi feszültség irányára merőlegesen. Adottak a következő anyagjellemzők és üzemi feltételek: törési szívósság  $35\text{ MPa m}^{1/2}$ ; az alkatrész 20 éven át tartó napi egy bekapcsolás/leállításra volt tervezve, (250 munkanap per év feltételezéssel), az ismétlődő feszültség tartománya 0-70 MPa és a repedésterjedést leíró összefüggés erre az anyagra

$$\frac{da}{dN} = 3.3 \cdot 10^{-9} (\Delta K)^{3.5}$$

<sup>12</sup> Rövid előadásban (10 perc időtartam) foglalja össze a vizsgálat és az eredmények értékelésének menetét, majd ennek alapján oldják meg a feladatot.

ahol  $a(m)$ : repedésméret,  $N$ : ciklusszám,  $\Delta K(\text{MPa m}^{1/2})$ : feszültségintenzitási tartomány.

**Feladat:**

- Elemezzük a szerkezeti elem biztonságát.
- Hogyan változik a biztonság, ha a megtalált repedés egy 50 mm átmérőjű szegecsfuratból indul ki?

**Megoldás:**

a) Első lépésben az  $a_c$  kritikus repedésméretet határozzuk meg az alábbi összefüggésből

$$K_{Ic} = 1.12 \sigma_{\max} \sqrt{\pi a_c},$$

$$\text{ahonnan } a_c = \frac{35^2}{(70 \cdot 1.12)^2 \pi} = 0.063m$$

Ezután a  $\frac{da}{dN} = 3.3 \cdot 10^{-11} (\Delta K)^{3.5}$  összefüggés alapján, felírhatjuk hogy melyből  $N = 5800$  ciklus, tehát az alkatrész *nem törik el* a 20 év alatt.

b) Az  $R$  sugarú üregből kiinduló repedésre a feszültségintenzitási tényező

$$K_{Ic} \approx 1.12(3\sigma) \sqrt{\pi a_c}, \text{ akkor ha } a < c < R.$$

Ennek figyelembevételével felírhatjuk hogy

$$a_c = \frac{35^2}{(3 \cdot 70 \cdot 1.12)^2 \pi} = 0.007m$$

tehát

$$\int_{0.005}^{0.007} \frac{da}{(210 \cdot 1.12)^{3.5} a^{1.75} \pi^{1.75}} = 3.3 \cdot 10^{-10} \int_0^N dN$$

amelyből  $N = 3520$  ciklus, tehát az alkatrész eltörik a 20 éves üzemidő lejárta előtt.

*Gyakorlati megjegyzés:* Az ellenőrzési helyeket úgy kell kiválasztani, hogy a legveszélyesebb helyek mindenképpen alaposabb vizsgálatra kerüljenek, az alkalmazott felülvizsgálati módszereket pedig alkalmasak legyenek az előre definiált hibaméret feltárására.

### 36. Példa. Hegesztett szerkezet tervezése élettartamra

Egy hegesztett szerkezet előírt élettartama 100.000 ciklus.

**Feladat:**

Határozzuk meg, hogy a tervezés körülmények között lett-e elvégezve, ha a következő információk ismertek:

Az alkatrész 689 MPa folyáshatárú és 165 MPa  $m^{1/2}$  törési szívósságú martenzites acélból készült. Az alkalmazott roncsolásmentes vizsgálati módszerrel csak a legalább 7.62 mm hosszú hibaméret észlelhető (szélen levő repedés húzó terhelés esetén). Az alkatrész igénybevétele 172-310 MPa között változó feszültség.

A húzásnak kitett szélen repedést tartalmazó lemeznél a  $K_I$  feszültségintenzitási tényező az  $a$  repedésméret figyelembevételével a következő összefüggéssel számítható:

$$K_I = 1.12\sqrt{\pi a}$$

ahol:  $\sigma$  az alkalmazott feszültség. A repedésterjedést a következő kifejezés írja le

$$\frac{da}{dN} = 1.37 \cdot 10^{-10} (\Delta K_I)^{2.25}$$

ahol  $N$  a ciklusszám.

Direkt (a) és numerikus (b) integrálást használjunk a 12.70 mm-es repedésnövekmény számolására.

### Megoldás:

Használjuk a  $K_{Ic} = 1.12\sqrt{\pi a_c}$  összefüggést, ahol a  $c$  index a kritikus körülményeket jelöli. Ekkor

$$a_c = \left( \frac{K_{Ic}}{1.12\sqrt{\pi\sigma_{\max}}} \right)^2 = \left( \frac{165}{1.12\sqrt{\pi \cdot 310}} \right)^2 = 71.7 \text{ mm}$$

a) *Direkt integrálás.* Adott a  $\frac{da}{dN} = 1.37 \cdot 10^{-10} (\Delta K_I)^{2.25}$  kifejezés.

Ekkor írhatjuk

$$\int_{a_1}^{a_c} \frac{da}{(1.12\Delta\sigma)^{2.25} \pi^{1.125} a^{1.125}} = 1.37 \cdot 10^{-10} \int_0^N dN$$

$a_1 = 0.00762 \text{ m}$ ,  $a_c = 0.0711 \text{ m}$ ,  $\Delta\sigma = 138 \text{ MPa}$ , tehát

$$\int_{0.0076}^{0.071} a^{-1.125} da = 4.19 \cdot 10^{-5} N$$

ahonnan az  $N$  értéke  **$N = 86000$  ciklus**.

b) *Integrálás lépésről-lépésre.* Határozzuk meg  $\Delta K_I$ -t az  $a_{av}$ -vel jelölt átlagos repedésméret segítségével, amely az  $a_i$  és  $a_j$  növekmények közötti átlagérték.

$$K_I = 1.12\Delta\sigma\sqrt{\pi a_{av}} = 1.98 \cdot 138\sqrt{a_{av}}$$

A  $\frac{da}{dN} = 1.37 \cdot 10^{-10} (\Delta K_I)^{2.25}$  egyenletbe  $da/dN$ -t helyettesítsük  $\Delta a/\Delta N$ -el és oldjuk meg az egyenletet  $\Delta N$ -re mindkét repedésnövekményt tekintve.

$$\Delta N = \frac{\Delta a}{1.37 \cdot 10^{-10} (1.98 \cdot 138 \sqrt{a_{av}})^{2.25}} \text{ ciklus}$$

az első lépésbe

$$a_{av} = \left( \frac{20.32 + 7.62}{2} \right) = 13.97 \text{ mm}$$

amelyből  $\Delta N = 37400$  ciklus.

A fenti lépést megismételjük 20.32 mm-től 33.02 mm-ig a repedésnövekményekre és  $\Delta N$ -t mindegyik lépésnél meghatározzuk. Ekkor a  $\Sigma \Delta N$  értékét tudjuk kiszámítani. A végső eredményeket az alábbi táblázat foglalja össze.

$a_i$ (mm)	$a_f$ (mm)	$a_{av}$ (mm)	$\Delta K$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	$\Delta N$ (ciklus)	$\Sigma \Delta N$ (ciklus)
7.62	20.32	13.97	32.24	37400	37400
20.32	33.02	26.67	44.54	18100	55500
33.02	45.72	39.37	54.10	11700	67200
45.72	58.42	52.07	62.30	8500	75700
58.42	71.12	67.77	69.40	6700	<b>82400</b>

*Gyakorlati megjegyzés:* Mivel a megkívánt élettartam 100000 ciklus azt mondhatjuk, hogy a tervezés nem megfelelő. Elemezhető, hogy milyen roncsolásmentes vizsgálati eljárást lehet alkalmazni, hogy az esetleges kisebb méretű hiba is üzembiztosan detektálható legyen, vagy mennyivel kell csökkenteni a terhelést, ahhoz, hogy az előírt élettartamot betarthassuk.

### 37. Példa. Az élettartam meghatározására

A SAE 1020 szerinti szélességű hidegen hengerelt lemez állandó amplitúdójú axiális ciklikus terhelésnek van kitéve, amelynek a névleges feszültsége  $\sigma_{\max} = 200$  MPa -  $\sigma_{\min} = -50$  MPa. Az anyagi jellemzők a következők:  $R_{eH} = 630$  MPa,  $R_m = 670$  MPa,  $E = 207$  GPa,  $K_{Ic} = 104$  MPa m<sup>1/2</sup>.

#### Feladat:

Állapítsuk meg a kifáradási élettartamot annak figyelembevételével, hogy egy átmenő, szélén levő repedés kezdő hossza nem nagyobb mint 0.5 mm.

#### Megoldás:

Figyelembe véve a feszültségintenzitási tényező számítására a  $K_{\max} = 1.12 \cdot \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$  kifejezést

$$K_{\max} = 1.12 \cdot 200 \sqrt{\pi 0.0005} = 9 \text{ MPa m}^{1/2}$$



Az  $a_c$  kritikus repedéshosszat úgy lehet meghatározni, hogy a töréskor  $K_{max}$  egyenlő  $K_{Ic}$ -vel.

$$\Delta K = \Delta \sigma \beta \sqrt{\pi a}$$

$$\frac{da}{dN} = c(\Delta K)^m = c(\Delta \sigma \beta \sqrt{\pi a})^m = c(\Delta \sigma)^m (\pi a)^{m/2} \beta^m$$

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_{max} \beta} \right)^2$$

Integráljuk a következő egyenletet:

$$\begin{aligned} N_f &= \int_0^{N_f} dN = \int_{a_i}^{a_c} \frac{da}{c(\Delta \sigma)^m (\pi a)^{m/2} \beta^m} = \\ &= \frac{1}{c(\Delta \sigma)^m (\pi)^{m/2} \beta^m} \int_{a_i}^{a_c} \frac{da}{a^{m/2}} \end{aligned}$$

Ha  $m \neq 2$  akkor

$$\begin{aligned} \int_{a_i}^{a_c} \frac{da}{a^{m/2}} &= \left[ \frac{a^{-(m/2)+1}}{-m/2+1} \right]_{a_i}^{a_c} = \\ &= \frac{a_c^{(-m/2)+1} - a_i^{(-m/2)+1}}{-m/2+1} \\ N_f &= \frac{a_c^{(-m/2)+1} - a_i^{(-m/2)+1}}{(-m/2+1)c(\Delta \sigma)^m \pi^{m/2} \beta^m} \end{aligned}$$

amely a Paris-egyenlet általános integrálása, arra az esetre, amikor  $\beta$  független az  $a$  repedéshosszaktól, és amikor  $m$  nem egyenlő 2-vel. Ez az egyenlet nem korrekt, ha  $\beta$  az  $a$ -nak függvénye, ami szokásos eset.

Mivel speciálisan az SAE 1020 acélra érvényes repedésterjedési adatok nem állnak rendelkezésre, ezért első közelítésben egy, a ferrit-perlites acélokra érvényes konzervatív empirikus egyenletet használnánk:

$$\frac{da}{dN} = c(\Delta K)^m = 6.9 \cdot 10^{-12} (\Delta K)^3$$

Habár ez az egyenlet az  $R=0$  esetre érvényes, az 50 MPa-os csekély nyomófeszültségnek nincs jelentős hatása a repedésterjedésre és el lehet hanyagolni. Ekkor  $\Delta \sigma = 200-0 = 200$  MPa

Tehát

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_{max} \beta} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left( \frac{105}{200 \cdot 12} \right)^2$$

Helyettesítsünk most be, így

$$N_f = \frac{0.068^{-3/2+1} - 0.0005^{-3/2+1}}{(-3/2+1)1.69 \cdot 10^{-12} (200)^3 \pi^{3/2} 1.12^3} =$$

$$= \frac{0.068^{-0.5} - 0.0005^{-0.5}}{-2.16 \cdot 10^{-4}} = 189000 \text{ ciklus}$$

Erre a feladatra alternatívaként az előző (36. példa) példában bemutatott eljárást is alkalmazhatjuk. A megoldás zsebszámológéppel rövid idő alatt megadható. Az eredményeket az alábbi táblázat foglalja össze.

Repedéshossz (mm)	Ciklusszám
0.010	141 118
0.015	165 790
0.020	173 531
0.025	178 102
0.030	181 273
0.035	183 621
0.040	185 538
0.050	187 096
0.055	188 347
0.060	189 430
0.065	190 364
0.070	191 166
0.080	191 850
<b>A Paris-egyenlet állandói:</b> $C = 6.9 \cdot 10^{-12}$ , $m = 3$ . Geometria: $a_1 = 0.0005\text{m}$ , $a_f = 0.068\text{m}$ . $\Delta\sigma = 200 \text{ MPa}$	