

# **MNB Füzetek**

**2001/1**

Simon András – Várpalotai Viktor:

**ELADÓSODÁS, KOCKÁZAT ÉS ÓVATOSSÁG\***

2001. január

---

\* A szerzők köszönettel tartoznak Darvas Zsoltnak, Madarász Kristófnak, Valkovszky Sándornak és Vincze Jánosnak értékes észrevételeikért és sok hiba kijavításáért. A fennmaradó hibákért a felelősség a szerzőket terheli.

Online ISSN: 1585 5597

ISSN 1219 9575

ISBN 963 9057 84 3

Simon András: főosztályvezető helyettes, Közgazdasági és kutatási főosztály

E-mail: [simona@mnbb.hu](mailto:simona@mnbb.hu)

Várpalotai Viktor: munkatárs, Közgazdasági és kutatási főosztály

E-mail: [varpalotai@mnbb.hu](mailto:varpalotai@mnbb.hu)

E kiadványsorozat a Magyar Nemzeti Bankban készült elemző és kutató munkák eredményeit tartalmazza, és célja, hogy az olvasókat olyan észrevételekre ösztönözze, melyeket a szerzők felhasználhatnak további kutatásaikban. Az elemzések a szerzők véleményét tükrözik, s nem feltétlenül esnek egybe az MNB hivatalos véleményével.

Magyar Nemzeti Bank

1850 Budapest

Szabadság tér 8-9.

<http://www.mnb.hu>

# Tartalomjegyzék

<b>Bevezetés</b>	<b>1</b>
<b>1. A fogyasztói döntési probléma</b>	<b>2</b>
<b>2. Közösségi optimumfeladat</b>	<b>4</b>
2.1. Az egyéni döntések összege nem a közösségi optimum . . . . .	6
2.2. A közösségi optimum kikényszeríthetősége: a ricardoi beszámítási elv irrelevanciája . . . . .	8
2.3. A részvényvagyron figyelembe vétele . . . . .	11
<b>3. Szimulációs számítások és következtetések</b>	<b>12</b>
3.1. Az egyensúlyhoz vezető pálya . . . . .	12
3.2. Néhány illusztratív példa . . . . .	14
3.2.1. Sokkok hatásának dinamikája . . . . .	14
3.2.2. Játék a számokkal . . . . .	17
<b>4. Következtetések</b>	<b>21</b>
<b>Hivatkozások</b>	<b>22</b>
<b>Melléklet</b>	<b>25</b>
<b>A. Az óvatosság szerepe a megtakarításban sztochasztikus jövedelem esetén. Ismertetés</b>	<b>25</b>
A.1. A pontvárakozásos modell . . . . .	25
A.1.1. Néhány kedvezőtlen tulajdonság . . . . .	30
A.1.2. Átfedő nemzedékek figyelembe vétele . . . . .	31
A.2. Az óvatosság figyelembe vétele . . . . .	32
A.2.1. A biztos egyenértékes két periódus esetén . . . . .	33
A.2.2. A biztos egyenértékes: általános eset . . . . .	35
A.3. Finomítás: a megszokás figyelembe vétele . . . . .	43
A.4. Néhány tulajdonság . . . . .	47
A.4.1. A közelítés . . . . .	47
A.4.2. Összehasonlítás Obstfeld–Rogoff modelljével . . . . .	48
<b>B. Egyéni és közösségi kockázattal gazdagított modell</b>	<b>49</b>
<b>C. A részvényvagyonnal gazdagított modell</b>	<b>51</b>

## Kivonat

A tanulmány a fogyasztói magatartás elméletének legújabb vonulatát az ún. óvatos-sági megtakarítás modelljét alkalmazza ahhoz, hogy következtetéseket vonjon le az egyes országok eladósodási politikájára vonatkozóan. A hagyományos modellek determinisztikus jövedelemvárakozások mellett elemezték a fogyasztók döntéseit. Ilyen feltevések mellett nem magyarázható meg kielégítően, hogy miért nem „bátrabbak” a gyorsan növekvő országok a külső hitelek felvételében. Ha figyelembe vesszük a jövedelem sztochasztikusságát és feltesszük, hogy a fogyasztó fél a szélsőséges ingadozásoktól, akkor „tartalekol” a bizonytalan jövőre, vagyis óvatosabb lesz, nem vesz fel annyi hitelt. Túl nagy többletet sem fog felhalmozni, mert a fogyasztó előnyben részesíti a jelenbeli fogyasztást a jövőbelivel szemben. Így kialakul egy optimális pénzügyi pozíció (kinnlévőség vagy adósság), amelyben egyensúlyban van a türelmetlenség (és/vagy gyors növekedés) követelte eladósodási indíték és az óvatosságból származó többletfelhalmozási motívum. Az egyensúly feltételeit és tulajdonságait fogalmazza meg a tanulmány modell segítségével. A számszerű következtetések azt mutatják, hogy az eladósodás gyakorlatban is észlelt mértékeinek megfeleltethetők egy optimumszámítás olyan eredményei, amely a függvények paramétereire vonatkozó józan feltevések mellett születnek.

A tanulmány gazdaságpolitikai tanulsága az, hogy egy ország eladósodásának a korlátját nem(csak) a külföldi hitelezők hajlandósága határozza meg, hanem az ország saját érdeke: kalandorpolitika lenne, ellentétes az emberek óvatos természetével, ha bármilyen gyors várható ütemű, de mégiscsak bizonytalan jövedelemre túlságosan nagy hitelt vennénk fel.

Ez a tanulság a hagyományos, általában *Obstfeld-Rogoff* [1995] nevéhez kapcsolt determinisztikus intertemporális optimalizációs modellből nem következik. Ott az optimális eladósodás a GDP több tízszeresét is elérheti, a tényleges hitelek korlátját az adja, hogy a nemzetközi jogérvényesítés lehetősége hiányzik, ezért a hitelezők nem tudják behajtani a tartozásokat.

Ez a tanulmány kiegészíti *Darvas-Simon* [1999] számításait, amennyiben elméleti megalapozását adja a számításokból adódó következtetéseknek. Alapjában két, csak verbálisan indokolt feltevésre épültek ezek a következtetések:

1. Az óvatos eladósodási politika nem a hitelezők által kikényszerített hátrányos politika, hanem az ország saját érdeke,
2. Egy ország eladósodása nemcsak az egyének megtakarítási hajlandóságától függ, hanem a gazdaságpolitikától is.

Az első feltevést a kockázati tényező pontos figyelembe vételével igazolja a modell, a második feltevést az államadósság semlegességi elméletének (ricardoi ekvivalencia) cáfolatával. Mindkét feltevés igazolása a világ sztochasztikus voltán alapul.

# Bevezetés

Azt, hogy a jóléti függvény kockáztféltő, óvatos viselkedést implikálhat, régóta ismert a közgazdaságtudományban.<sup>1</sup> Ennek a jelentőségét a fogyasztás intertemporális elosztásában azonban csak az utóbbi évtizedben kezdik megfelelően értékelni. *Skinner* [1988], *Zeldes* [1989a] *Kimball* [1990], *Carroll* [1992], *Aiyagari* [1994] művei voltak talán a legfontosabbak a kérdés megvilágításában. E tanulmányban ezeknek a kutatásoknak az eredményeit használjuk fel ahhoz, hogy egy kis nyitott ország optimális külső eladósodásának meghatározó tényezőit elemezzük.

Tanulmányunk célja alapjában véve nem az, hogy ismertesse a téma elméletét és irodalmát, hanem az, hogy az elméletet tovább gondolva új következtetésekre jusson. Ennek ellenére úgy gondoltuk, hogy nem kerülhetjük meg, hogy bizonyos mértékű ismertetést is adjunk, hiszen a felhasznált irodalom tankönyvi feldolgozása még angol nyelven sem történt meg, magyarul pedig a témáról semmilyen forrás nem áll rendelkezésre. Mivel azonban világossá kívántuk tenni azt, hogy munkánkban melyik része ismertetés és melyik az új eredmény, tanulmányunkat két részből állítottuk össze. Az első rész az új mondanivaló, amely a tanulmány fő anyaga. Itt csak tézisszerűen írjuk le, hogy az elmélet milyen eredményeire alapozunk, és ezután tárgyaljuk saját mondanivalónkat. A második rész melléklet formájában az ismertetés. Ebben összefoglaltuk az elméleti alapokat, de most már olyan részletezettséggel, hogy az olvasó intuitív szinten megértse, hogy mit jelent az óvatossági magatartás és annak mik a következményei a megtakarítási viselkedésre.

A főanyag első fejezete tartalmazza a fogyasztónak az elméletből ismert problémáját az óvatossági motívum létezésének feltételezésével.

A második fejezetben

- átfogalmazzuk a problémát egy társadalmi tervező feladatára, aki kis nyitott gazdaság jólétét maximalizálja,
- bemutatjuk, hogy a társadalmi tervezés optimauma nem azonos az egyének optimalizálásának aggregált eredményével,
- belátjuk, hogy a társadalmi tervező a fiskális politika révén az egyéni döntéseket úgy tudja befolyásolni, hogy bármilyen, számára optimális megoldást meg tud valósítani; kis nyitott ország esetében ez tetszőleges kívánt külső eladósodottsági szintet jelent,
- bemutatjuk, hogy mondanivalónk lényege nem változik, ha a vagyonportfóliót az eddigi kötvények mellett kiegészítjük a részvényekkel.

A harmadik fejezetben kalibrált paraméterekkel végzett néhány szimulációs számítás eredményét ismertetjük.

A mellékletben megalapozzuk a főszöveg mondanivalóját, részben az óvatossági megtakarítás elméletének ismertetésével az irodalomban kevésbé jártas olvasók számára, részben egyes képleteink vagy gondolataink részletesebb levezetésének közlésével.

---

<sup>1</sup>A történeti áttekintés nem célja ennek a tanulmánynak, ezért csak a jelenség első megfogalmazójára *Leland* [1968]-ra hivatkozunk.

# 1. A fogyasztói döntési probléma

Tegyük fel, hogy egy fogyasztó (dinasztia) végtelen időhorizontra maximalizálja a következő, additívan szeparábilis, konstans relatív kockázatkerülésű hasznossági függvényt:

$$\sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \frac{c_s^{1-1/\gamma}}{1-1/\gamma}, \quad (1)$$

ahol  $c_s$  az  $s$  időpontbeli fogyasztás,

$\beta$  az időpreferencia diszkonttényezője,

$\gamma$  a kockázatféltés paramétere.

Tegyük fel, hogy a fogyasztó munkajövedelme egy sztochasztikus folyamat, amelyet a következő egyenlet generál:

$$y_t = (1 + g)y_{t-1}\varepsilon_t \quad \ln(\varepsilon_t) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I), \quad (2)$$

ahol  $\sigma_\varepsilon^2$  ismert, vagyis a jövedelem egy sodródó véletlen bolyongási folyamat,  $g$  várható növekedési ütemmel.

Tegyük fel, hogy a kamatláb determinisztikus és változatlan.

Tegyük fel, hogy a fogyasztó nem tudja munkajövedelmének kockázatát biztosítással semlegesíteni, vagyis a kockázat nem diverzifikálható.

Tegyük fel, hogy a fogyasztó számára egyetlen vagyoneszköz létezik, a kötvény, amelynek kockázatmentes kamata  $r$ . A fogyasztás optimalizálásához a fogyasztó a következő maximumfeladatot oldja meg:

$$\max_{\{c_s\}} E_0 \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \frac{c_s^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right] \quad (3)$$

$$W_s = (W_{s-1} - c_{s-1})(1 + r) + y_s \quad s = 1, 2, 3, \dots, \quad (4)$$

ahol  $W_s$  a fogyasztó pénzügyi eszközállománya jövedelmének beérkezése után, de fogyasztási kiadása előtt.

Legyen  $L$  a teljes (életpálya) vagyon:

$$L_t = W_t + E_t \left[ \sum_{s=t+1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r)^s} \right]. \quad (5)$$

Az optimális fogyasztás pályájára *Skinner* [1988] Taylor-sorral való közelítésének eredményét használjuk fel:

$$c_t = [(1+r)\beta(1+v_t)]^{1/\gamma} \frac{L_t}{E_{t-1}[L_t]} c_{t-1}, \quad (6)$$

ahol

$$v_t = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} \sigma_{L_t}^2, \quad (7)$$

és ahol  $\sigma_L^2$  az életpálya vagyón relatív varianciája, ami  $y$  sodródó véletlen bolyongása esetén a következő:

$$\sigma_{L_t}^2 = \frac{\text{var}(L_t)}{L_t^2} = \left( \frac{\sigma_\varepsilon \frac{1+r}{1+g} H_t}{W_t + H_t} \right)^2, \quad (8)$$

ahol  $H_t = E_t \sum_{s=t+1}^{\infty} y_s / (1+r)^{s-t}$  a humánvagyón.

Határozzuk meg  $W/y$  és  $c/y$  stacionárius értékét!

Az egyensúlyi helyzetben a fogyasztás (és a humánvagyón) várható értékben a jövedelemmel arányosan nő, vagyis:

$$1+g = (1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} (1+v)^{1/\gamma}. \quad (9)$$

Ebből  $v$ -t kifejezve, majd behelyettesítésekkel az (7)-(8) egyenletek alapján az egyensúlyi pénzügyi követelésállomány rátája:

$$\begin{aligned} \overline{W/y} &= \left( \sigma_\varepsilon \frac{1+r}{1+g} \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2 \left( \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1 \right)}} - 1 \right) H/y = \\ &= \left( \frac{\text{var}(L)}{y^2} \frac{\gamma(1+\gamma)}{2 \left( \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1 \right)} \right)^{0.5} - H/y. \end{aligned} \quad (10)$$

Innen (5)-ből:

$$\overline{L/y} = \left( \frac{\text{var}(L)}{y^2} \frac{\gamma(1+\gamma)}{2 \left( \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1 \right)} \right)^{0.5}. \quad (11)$$

A fogyasztási hányad a stacionárius helyzetben arányos az összes vagyón és a humánvagyón arányával:

$$\overline{c/y} = \frac{1+g}{1+r} \overline{L/H}. \quad (12)$$

A realitáshoz való közelítés érdekében finomíthatjuk a modellt. A jövedelem véletlen ingadozásainak szélsőségeit az emberek attól függően ítélik meg, hogy korábban mihez szoktak hozzá. Ezt a megszokást (angolul: habit) a következő egyszerű módon vesszük figyelembe: ha a fogyasztás megközelíti az előző időszak  $\rho$ -szeresét, akkor a fogyasztó ebből származó határára a végtelenhez közelít, vagyis a fogyasztó egy éven belül nem visel el  $1-\rho$  arányúnál nagyobb jövedelem-visszaesést. Az A.3 függelékben levezetett összefüggés szerint ez a feltevés oda vezet, hogy a pénzügyi pozíció stacionárius értékében  $\sigma_\varepsilon$  helyében mindenütt  $\sigma_\varepsilon / (1-\rho)$  szerepel.

## 2. Közösségi optimumfeladat

A fogyasztó általános felírt problémájának adhatunk egy aggregált értelmezést, ahol a gazdaságpolitika – „társadalmi tervező” – egy kis nyitott ország közösségi hasznossági függvényét maximalizálja végtelen időhorizonton. A feladat formája azonos a korábbival, de annak érdekében, hogy az eredményeket megkülönböztessük a fogyasztói modell eredményeitől, a pénzügyi pozíció értékét  $F$ -el jelöljük az eddigi  $W$  helyett.

Az alábbi 1. táblázatban közöljük a külső pénzügyi pozíció stacionárius értékét az (10) egyenlet alapján, különféle paraméterértékek feltevése mellett. A pénzügyi pozíciót a GNP-hez viszonyítottuk.

1. táblázat. Egyensúlyi vagyontörzsek a paraméterek függvényében

Paraméterek értéke			
Alapváltozat			
Jövedelem szórása	0,018	0,020	0,022
$\beta$	0,94	0,95	0,96
$\gamma$	2	3	4
$g$	0,020	0,030	0,040
$r$	0,065	0,050	0,075
Habit	0,75	0,80	0,85
$(F - y)/y$ értékei a paraméterek megfelelő értékével számolva úgy, hogy a többi paraméterérték az alapváltozat szerinti:			
Jövedelem szórása	-1,590	-0,46	1,755
$\beta$	-1,309	-0,46	1,892
$\gamma$	-0,910	-0,46	1,315
$g$	2,516	-0,46	-1,976
$r$	-0,646	-0,46	0,744
Habit	-3,263	-0,46	5,658

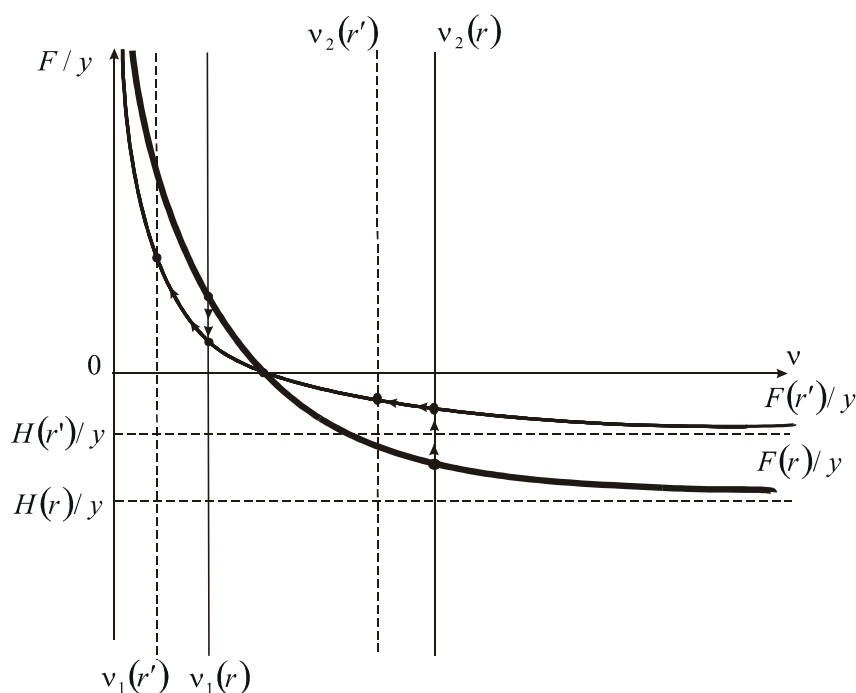
$(F - y)/y$  a hitelkihelyezés (ha pozitív), vagy eladósodás (ha negatív) egyensúlyi értéke a GNP arányában.

A paraméterek változásának hatása  $F/y$ -ra természetesen tükrözi a függvényekben megfogalmazott összefüggéseket. Minél nagyobb  $g$ , annál nagyobb az eladósodás, mi-



nél nagyobb a türelmetlenség vagyis ha csökken  $\beta$ , akkor is nő az eladósodás. A kockázatfélés  $\gamma$  paraméterének növelése csökkenti az eladósodást. Ugyanilyen hatású a megszokásnak vagy a jövedelem szórásának növekedése.

Érdekes a kamatláb hatása, amelynek az előjele a függvények formájából nem következik egyértelműen. Létezik egy jövedelmi vagy vagyonhatás, és egy helyettesítési hatás. A vagyonhatás abból származik, hogy a humánvagyon függ a kamatlábtól. Az 1. ábrán ez azt jelenti, hogy a  $H/y$  egyenes eltolódik. Ha a  $v$  függvény változatlan, akkor ez a hatás növekvő kamatláb esetén kisebb adóssághoz (ha  $F/y$  negatív) és kisebb hitelállományhoz (ha  $F/y$  pozitív) vezet.



Két eset szerepel az ábrán, egy adósi és egy hitelezői eset. A kockázati diszkontlábat  $v_2$ -vel jelöljük abban az esetben, amikor a fogyasztó egyensúlyban adós,  $v_1$ -el akkor, amikor hitelező.

### 1. ábra. A kamatláb változásának hatása a megtakarításra

Intuitív magyarázatként a jövedelmi hatást a következőképpen értelmezhetjük: a kamatláb növelése növeli az adósságszolgálat terhét, ezért kisebb lesz a fogyasztásra fennmaradó várható jövedelem, ami (mivel a jövedelem abszolút szórása nem változik) növeli a kockázatot. Ez óvatosabbá teszi a fogyasztót, csökkenti eladósodásának a mértékét. Ha a fogyasztó hitelező pozícióban van, akkor a magas kamatláb éppen fordított hatású: a kamatbevétel növeli a várható jövedelmet, ezzel a relatív szórás csökken, a fogyasztó „bátrabb” lehet, nem kell akkora óvatossági vagyontőkeket tartania. Tulajdonképpen e modell keretei között ezt a hatást nevezhetnénk „kockázati hatásnak” is.

A helyettesítési hatás azt jelenti, hogy a fogyasztó számára megdrágul a jövőbeli fogyasztás: a  $v$  függvény balra tolódik. A hatás azonos azzal, mintha a „türelmetlenség” nőne ( $\beta$  csökkenése).

Negatív vagyonállomány esetén a vagyonhatás hozzáadódik a helyettesítési hatáshoz, pozitív vagyonállomány esetén azonban csökkenti azt. Így a negatív vagyontartományban az egyensúlyi vagyon érzékenyebb a kamatlábra. A pozitív vagyontartományban a vagyonhatás akár ki is olthatná a helyettesítési hatást. Az 1. ábrán a jövedelmi hatás erősebb, összhangban azzal az eredménnyel, amit a feltételezett paraméterértékek is implikálnak.

A számokat tekintve feltűnő, hogy az eredmények nagyon érzékenyek az egyes paraméterek változására. Ráadásul a paraméterekre vonatkozóan nincs közvetlen mérési lehetőség, csak nagyon bizonytalan feltevésekre vagy becslésekre támaszkodhatunk. A kamatláb, a várható növekedés, a jövedelem szórása valamilyen kapcsolatban van megfigyelt statisztikai értékekkel. A társadalmi jóléti függvény paramétereire különféle kutatások eredményei alapján tudunk következtetéseket levonni<sup>2</sup>.

Ezek az információk nem alkalmasak arra, hogy segítségükkel olyan számítási eredményekre jussunk, amelyek a gazdaságpolitika gyakorlatában számszerű útmutatást adhatnának. Modellünk segítségével csak azt láthatjuk be, hogy léteznek a modellhez olyan, eddigi ismereteinkkel összhangban lévő paraméterértékek, amelyek a nemzetközi statisztikai megfigyelésekkel összhangban lévő eladósodási predikcióhoz vezetnek.

A pontvárakozásos modellről ez nem mondható el, mert bárhogyan is választjuk meg a paramétereket, az általa implikált GDP-arányos pénzügyi pozíciók vagy a végtelenhez tartanak, vagy a 20-30-as tartományba konvergálnak.

## 2.1. Az egyéni döntések összege nem a közösségi optimum

Tegyük fel, hogy az egyének ízlése (hasznossági függvénye) egyforma és jövedelmeik várható értéke és szórása is azonos. Az egyes egyéneket érő véletlen hatások azonban egyediek, ezért a jövedelmek összegének relatív szórása nem lesz azonos az egyes egyének jövedelmének relatív szórásával. Ez csak akkor lenne igaz, ha az egyének jövedelmüket tökéletesen diverzifikálni tudnák, vagyis „biztosítást” tudnának kötni rá a közösséggel. Az ilyen lehetőséget nyújtó piacot nevezzük teljes piacnak.<sup>3</sup> Ebben az esetben a CRRA függvény feltevése mellett az aggregált feladat megoldása az egyéni feladatok megoldásainak összege lenne, vagyis jogos lenne a reprezentatív fogyasztó feltevése. Valójában azonban a piacok sem nemzetközileg, sem országon belül nem teljesek. A teljesség, vagyis a biztosítás fokában különbség van jövedelmek szerint. A részvényjövedelmek portfóliódiverzifikálással meglehetősen jól „biztosíthatók”

---

<sup>2</sup>A CRRA függvény  $\gamma$  paraméterének empirikus mérésével sokan foglalkoztak már, az eredmények többsége 2 és 4 között szóródik. A  $\nu$  és közvetve  $\beta$  paraméterre *Friedman* [1957; 1963] 0,8-as értéket is lehetségesnek tartott. *Hayashi* [1982], *Weale* [1990] elemezték ezt a feltevést. A közvetlen mérés valójában nem lehetséges. Mi is azt az utat követjük, amit például *Aiyagari-McGratten* [1997], akik „visszafelé” következtetnek az értékére, az egyéb paraméterekből kiindulva valamilyen modell alapján következtetve az értékére. A megszokás tényező irodalmában nem ismerünk olyan empirikus munkát, amely egy társadalmi hasznossági függvényben való számszerűsítést kísérelt volna meg.

<sup>3</sup>A piacot teljesnek (complete market) nevezzük, ha nincsen egyéni kockázat, mert az egyén biztosítást köthet minden jövedelmére.

az egyedi kockázattal szemben. Ezért a részvényhozamok aggregált szórása irányadó lehet az egyének részvényjövedelmére is. A munkajövedelemre azonban gyakorlatilag nincs biztosítás. Ezért itt az egyéni relatív szórás jóval nagyobb, mint az aggregált.

A közösségi és egyéni döntési feladat közötti másik különbség a tervezési horizontban lehet. Az egyéni döntések modellezésének egyik megközelítése véges életpályában vagy legalábbis egymással vagyónátutalási kapcsolatban nem álló generációkban való gondolkodást tételez fel. A társadalmi tervező horizontja ebben az esetben nyilvánvalóan túlnyúlik az egyes generációkon és az aggregálás értelmét veszítheti. Ezzel a problémával, amely az irodalomban alaposan kidolgozott<sup>4</sup>, modellünkben nem foglalkozunk. Egyszerű megközelítésünkben csak arra keressük a választ, hogy a társadalmi tervező hasznossági függvényének paraméterei hogyan térnek el egy háztartásától a kockázathoz való viszony különbözősége miatt.

Azt tételezzük fel, hogy a háztartások életpályája végtelen, és az egyedi (idiosyncratic) sokkok átmenetiek, az aggregált jövedelmet ért sokkok pedig permanensek.

Ez a feltevés jogosnak látszik. Az egymást követő generációk egyéni jövedelme között viszonylag kicsi a kapcsolat. (*Jenks* [1972] szerint a szülők és gyermekeik jövedelme közötti korrelációs együttható 0,12-0,15.) A dinasztiai jövedelme ezért semmiképpen sem írható le olyan véletlen bolyongásként, amelynek növekmény-szórása azonos az egyéni jövedelem növekmény-szórásával. Az azonban nyilvánvaló, hogy az aggregált jövedelem szórása a dinasztiai jövedelmében is megjelenik. A végtelen horizontú egyéni (dinasztia) jövedelem tehát feltevésünk szerint olyan folyamat, amelynek sokkjai felbonthatók egyedi és aggregált sokkokra, más és más autokorrelációs tulajdonságokkal.

Az amerikai jövedelmekre vonatkozóan vannak empirikus becslések az egyéni jövedelmek szórására. Ezek mintegy 30 százalékosra becsülik a jövedelem növekményének szórását, 40 százalékos autokorreláció mellett.<sup>5</sup> Korábbi feltevésünk szerint a közös szórás 2,5 százalék volt évente, 1 autokorreláció mellett.<sup>6</sup> A dinasztiai jövedelmét ezért olyan folyamatként fogalmazzuk meg, amely két sztochasztikus tényező szorzata, az egyik szórása 30 százalékos és autokorrelációja 0,4, a másik egy olyan véletlen bolyongás, amelynek a paraméterei megegyeznek az aggregált jövedelemével. Az egyéni jövedelme tehát:

$$\check{y}_s = (1 + g)\check{y}_{s-1}\varepsilon_s \quad \ln(\varepsilon_s) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I), \quad (13)$$

$$h_s = (h_{s-1})^\alpha \xi_s \quad 0 < \alpha < 1 \quad \ln(\xi_s) \sim N(0, \sigma_\xi^2 I), \quad (14)$$

$$y_s = h_s \check{y}_s \quad (15)$$

Tegyük fel, hogy  $\varepsilon$  és  $\xi$  függetlenek:  $\sigma_{\varepsilon\xi} = 0$ . Az életpálya vagy (logaritmikus) szórásnégyzete ekkor a következő (Részletes levezetést lásd a „B” mellékletben):

<sup>4</sup>Weil [1989] szintézisét adja annak a Blanchard [1985] -Buiter [1988]-féle elemzésnek, amely feltárta az elkülönülő életpályák és az aggregálási probléma közötti kapcsolatot.

<sup>5</sup>Lásd például *Lillard-Willis* [1978] és *Abowd-Card* [1989].

<sup>6</sup>Természetesen az aggregált jövedelemnek is van átmeneti komponense. Ettől az egyszerűség kedvéért itt eltekintünk.

$$\sigma_L^2 = \frac{\left(\frac{1+r}{1+g}H\right)^2 \sigma_\varepsilon^2 + \left(\frac{1+r}{1-\alpha+(r-\alpha g)}\right)^2 \sigma_\xi^2}{L^2}. \quad (16)$$

Ha  $r = 0,05$ ,  $\alpha = 0,4$ ,  $g = 0,03$ ,  $\sigma_\varepsilon = 0,3$ ,  $\sigma_\xi = 0,02$ , akkor behelyettesítéssel meggyőződhetünk róla, hogy a végtelen horizontú dinasztia-életpályavagyon varianciája úgy jön létre, hogy a közös kockázatból származó varianciához feleakkora egyéni variancia adódik hozzá. Ha az egyéni hasznossági függvény paraméterei azonosak lennének a közösségiével, akkor ez azt jelentené, hogy az egyéni óvatossági megtakarítások összege nagyobb lenne, mint ami a közösség szempontjából indokolt.

Nincs azonban okunk arra, hogy feltételezzük, hogy a közösségi hasznossági függvény paraméterei azonosak legyenek az egyéni függvényekével. Az egyének kockázatviselő képessége ugyanis valószínűleg nagyobb. Ennek egyszerű megfogalmazása az, ha az egyéneknél kisebb megszokási paramétert tételezünk fel. Egy-egy háztartás egyik évről a másikra könnyen elviselhet 20-30 százalékos jövedelemcsökkenést is, de ha egy ilyen sokk az egész országot éri, azt a társadalom kevésbé viselné el.

Bármi legyen is a különbség a kétféle feladat paramétereiben, az nyilvánvaló, hogy a fogyasztók döntéseinek aggregálása nem adja ki szükségszerűen a közösségi optimumot. A közösségi optimum csak úgy jöhet létre, ha a társadalmi tervező „felülbírálja” az egyéni döntések eredményét, és megfelelő fiskális politikával hozza létre az általa kívánt óvatossági tartalékot. E politika hatásossága azon múlik, hogy az államkötvények állománya befolyásolja-e az egyének megtakarítási döntését.

## 2.2. A közösségi optimum kikényszeríthetősége: a ricardoi beszámítási elv irrelevanciája

Annak érdekében, hogy az óvatossági magatartás hatását a ricardoi beszámítási elv érvényességére el tudjuk különíteni, tegyük fel, hogy a dinasztiaiak intertemporálisan tökéletesen össze vannak kötve olyan értelemben, hogy a generációk örök életűek és nincsenek új generációk. Ez az az eset, amikor a pontvárakozásos esetben az aggregált feladat megfogalmazása azonos az egyéni feladatával és a ricardoi ekvivalencia érvényesül. A kérdés, amire a választ keressük az, hogy ha ezt a modellt az óvatossági viselkedés feltevésével kibővítjük, mikor érvényes továbbra is a ricardoi ekvivalencia elve.

Tegyük fel, hogy az állam  $D$  értékben kötvényt bocsát ki, amely a külföldi kötvénnyel homogén, vagyis mindkét kötvény kockázatmentes  $r = r^*$  kamatot hoz, és nincs árfolyamkockázat sem. Minden kibocsátott kötvény azonos jelenértékű adóterhet jelent, vagyis a kötvénykibocsátás a ricardoi beszámítás elve alapján az életpálya-vagyon nem befolyásolja. Kérdés az, hogy a kibocsátott államkötvény az életpálya-vagyon relatív varianciáját befolyásolja-e, és ha igen, annak mekkora a hatása az összes kötvénykeresletre, vagyis a belföldi kibocsátás kiszorítja-e a külföldit, és ha igen, milyen mértékben.

Az egyének pénzügyi vagyona:

$$W = F + D, \quad (17)$$

ahol  $W$  a rezidensek aggregált kötvény-vagyona,

$D$  a rezidensek birtokában lévő belföldi államkötvények állománya,

$F$  a rezidensek birtokában lévő külföldi kötvények állománya.

Tegyük fel az egyszerűség kedvéért, hogy az adó csak a sztochasztikus jövedelmet terheli, a kamatjövedelmet nem.

Az egyének adózás utáni humánvagyonuk ekkor:

$$\tilde{H} = H - D. \quad (18)$$

Két esetet nézzünk:

1. Az adó egyösszegű (lump sum). Ez azt jelenti, hogy az államadósságot olyan adóval ellentételezzük, amelyet végtelen időtartamra az államkötvény kibocsátása pillanatában *várható* jövedelem arányában osztunk fel és amely adóteher jelenértéke megegyezik az államkötvény értékével. Ezzel nemcsak az összes vagyon, de annak varianciája sem változik.

A (10) egyenletben  $W$ -t behelyettesítve (17)-ből és  $H$  helyébe  $\tilde{H}$  értékét helyettesítve (18)-ből:

$$\overline{F/y} + D/y = \frac{1}{y} \left( \text{var}(L) \frac{\gamma(1+\gamma)}{2 \left( \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1 \right)} \right)^{0.5} - (H/y - D/y). \quad (19)$$

Innen triviálisan adódik, hogy:

$$\frac{\Delta \overline{F/y}}{\Delta D/y} = 0,$$

vagyis a ricardoi ekvivalencia elv érvényesül.

2. Tegyük fel, hogy az adórendszer jövedelemarányos, vagyis az adóterhet nem a kötvénykibocsátáskor várt jövedelem, hanem a tényleges jövedelem arányában osztjuk fel. Ekkor az adóteher a humánvagyon csökkentése mellett a humánvagyon varianciáját is arányosan csökkenti, vagyis  $(H - D)^2 / H^2$  arányban, így a (10) egyenlet a következőre módosul:

$$\overline{F/y} + D/y = \frac{1}{y} \left( \frac{(H - D)^2 \text{var}(L)}{H^2} \frac{\gamma(1+\gamma)}{2 \left( \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1 \right)} \right)^{0.5} - (H/y - D/y). \quad (20)$$

$D/y$  szerint deriválva:

$$\frac{\Delta \overline{F/y}}{\Delta D/y} = -\frac{1}{H} \left( \text{var} L \frac{\gamma(1+\gamma)}{2 \left( \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1 \right)} \right)^{0.5} + 1 - 1 = \frac{L}{H}. \quad (21)$$

A jobboldalon zárójelben lévő tag a teljes vagyon stacionárius értékével azonos. A kiszorító hatás tehát a teljes vagyon és a humánvagyon arányától függ. A gyakorlatban tudjuk, hogy a pénzügyi vagyon – akár negatív, akár pozitív – a humánvagyonnak szinte elenyésző hányadát teszi ki, ezért a teljes vagyon és a humánvagyon aránya 1-hez igen közeli szám. Ez azt jelenti, hogy a belső adósság növekedése megközelítően egy-az-egyben lecsapódik külső adóssággként. Ricardoi beszámítás tehát gyakorlatilag nincsen.

A ricardoi ekvivalencia érvényességének elméleti cáfolata kétféle modellezési irányon alapul. Az egyik az átfedő generációk *Blanchard* [1985]-*Buiter* [1989]-*Weil* [1989] modellje, a másik irányhoz az adózás kockázati tulajdonságokat befolyásoló szerepét bemutató modellek tartoznak. Ez utóbbi irány alapját *Chan* [1983] tette le, majd *Barsky-Mankiw-Zeldes* [1986] *Kimball-Mankiw* [1989] végeztek olyan számításokat, melyekkel összevethető a mi eredményünk. Barsky és társai egyszerű modellben mutatták be, hogy a jövedeleमारányos adórendszer biztosítási hatása fontos lehet; számszerű eredményeik a mi 1-hez közeli együtthatónkat valószínűsítik. Kimball-Mankiw végtelen horizontú fogyasztókat és véletlen bolyongásos jövedelmet feltételezve ezzel szemben 1-nél határozottan kisebb együtthatóhoz jutott. Az eltéréshez két tényező járulhatott hozzá: 1. A Kimball-Mankiw modellben CARA (konstans *abszolút* kockázatfélés) van, míg nálunk a kockázatfélés a fogyasztással arányos. 2. Modellünkben – részben éppen a relatív kockázatfélés miatt – az eredmények nagyon érzékenyek a paraméterválasztásra. A mi parametrizálásunk szempontja az volt, hogy a paraméterek (a) mindegyike egyenként legyen olyan tartományban, amelyet más kutatások alapján elfogadhatónak tartunk, (b) vezessenek olyan predikcióra, amely egybevág a ténylegesen megfigyelt pénzügyi pozíciókkal. Ilyen paraméter-rendszert sikerült ugyan találnunk, de a józan észnek és egyéb információinknak megfelelő paraméterek lehetséges skálája nagyon széles, az eredmények pedig érzékenyek a feltevéseinkre, ezért sok olyan paraméter-rendszert is találhatnánk, amely az (a) követelményt kielégíti, de más predikcióhoz, például a humánvagyonhoz képest nagy pénzügyi többlet vagy nagy hiányhoz vezet. Kimball-Mankiw csak az első követelményt tartotta szem előtt, ezért nem kalibrálták paramétereiket megcélzott valósághű pénzügyi pozíciókra és így a kiszorítási hatás mértéke sem volt ennek megfelelő.

Valószínűnek tűnik, hogy a pénzügyi pozíciók meghatározásában fontos szerepe van a hitelfelvételi („likviditási”) korlátoknak. Ezért a valóságot jobban közelítő modellnek kombinálnia kellene az óvatossági és a likviditási korlát tényezőt. Sajnos az utóbbi hatás figyelembe vételére a mi közelítő eljárásunk nem ad lehetőséget. *Ayiagari-McGratten* [1998] a sztochasztikus dinamikus programozási feladat explicit megoldásával vették figyelembe mindkét tényezőt zárt gazdaságot feltételezve. A paraméterek kiválasztásában a mienkéhez hasonló „célirányos” módszert választottak: olyan paramétereket engedtek csak meg, amelyek mellett az egyensúlyi reálkamatláb az USA-ra jellemző 0,66-os  $D/y$  mellett a megfigyelt 4,5%-kal azonos. (Ennek a módszernek a nyitott gazdasági megfelelőjét alkalmaztuk, amikor adott pénzügyi pozícióhoz kerestünk paramétereket.) Számításaikból csak az egyensúlyi kamatláb és az államadósság közötti összefüggés derül ki, sajnos nem állapítható meg, hogy változatlan kamatláb mellett a modelljük által implikált kiszorítási együttható mennyi lenne.

Annyit számítások nélkül is tudunk<sup>7</sup>, hogy az államadósság lazítja az egyének likviditási korlátját. Az egyéneknél lévő állampapírok ugyan nem növelik követeléseik nettó értékét (mert jövőbeli tartozást testesítenek meg), de lehetővé teszik, hogy fedezetükre olyan hitelt vegyenek fel, amelyre jövőbeli jövedelmük nem lenne hiteles fedezet. Ez azt jelenti, hogy az államadósság hatása a fogyasztásra a likviditási csatornán keresztül ugyanolyan előjelű, mint az általunk feltételezett óvatossági csatornán keresztül. Amit nem ismerünk, az az államadósság-hatás likviditási csatornájának súlya a fogyasztói döntésekben. Valószínűnek tűnik, hogy a likviditási korlát és a fogyasztás összefüggéseinek megbízható modellezéséhez ki kellene lépni az egyforma háztartáson alapuló modell kereteiből.<sup>8</sup>

### 2.3. A részvényvagyon figyelembe vétele

Az eddigiekben azt tételeztük fel, hogy egyetlen fajta eszköz létezik, amelynek a hozama fix. Ez utóbbi a kötvényekre vonatkozóan jó megközelítés lehet, de nem a részvényekre. Márpedig a fogyasztók portfóliójukban részvényt is tartanak.

A gyakorlatban egy ország eladósodása nemcsak hitelfinanszírozásként, hanem külső részvény (működő tőke) finanszírozásként, vagy e kettő összegeként is értelmezhető.

Modellünk is kibővíthető úgy, hogy kétféle eszközt vegyen figyelembe, egy fix hozamút és egy sztochasztikus hozamút. Ez a „figyelembe vétel” azonban nem jelenti azt, hogy a kétféle eszközre vonatkozó döntési probléma szimulálására vállalkoznánk. Nem tudunk arra vállalkozni, hogy egyszerre két állapotváltozó szerinti sztochasztikus optimalizálási feladatot oldjunk meg.

Ehelyett a következő sokkal egyszerűbb feladatot fogalmazzuk meg.

A részvényállomány tényleges arányát a jövedelemhez úgy tekintjük, mint a döntéshozó (társadalmi tervező vagy háztartás) választásának eredményét, és arra keressük a választ, hogy ehhez a választáshoz milyen optimális pénzügyi eszköz állomány tartozik.

Ha a részvényre vonatkozó döntés az optimális megoldás része volt, akkor a korlátozott feladat megoldása azonos kell hogy legyen a pénzügyi eszköz állomány optimumával. A részvénnel így kibővített modellünk célja hasonló az egyszerűbb modelléhez: azt kell megmutatnunk, hogy létezik olyan elméletileg vagy empirikusan igazolható értékű paraméterkombináció, amelyet a modellbe helyettesítve visszakapjuk a ténylegesen megfigyelt pénzügyi pozíciók nagyságrendjét.

A modell egyszerű kiterjesztése a Skinner-modellnek. A részletes levezetést a „C” mellékletben közöljük. A kiterjesztés lényege, hogy a (10) egyenletben szereplő jövedelem ebben az esetben nemcsak munkajövedelmet tartalmaz, hanem részvényjövedelmet is, az életpálya vagyon varianciája pedig a humánvagyon varianciájának, a részvényjövedelem jelenértéke varianciájának és e két vagyon kovarianciájának lineáris függvénye.

A munkajövedelem adatfolyamatára vonatkozóan az aggregált modellre alkalmazott (2) egyenlet szerinti feltevést tartottuk meg, a részvények állománya pedig a munkajövedelemmel arányosan növekszik, és évente  $\pi$  nettó hozamot biztosít, ahol  $\pi = \bar{\pi} + \eta$ ,  $\eta \sim N(0, \sigma_\eta^2 I)$  és  $Corr(\eta, \varepsilon) = \sigma_{\varepsilon\eta}$

<sup>7</sup>Lásd erről Woodford [1990] és Ayiagari-McGratten [1990].

<sup>8</sup>Úgy tűnik, hogy az elmélet fejlődése talán éppen ebben az irányban halad. Lásd például Carroll [2000] és Mankiw [2000].

*Mehra-Prescott* [1985] és *Mankiw-Zeldes* [1991] szerint a részvények többlet hozama a kamatlábhoz képest mintegy 6 százalékos, a hozam szórása pedig az USA-ban 1890 és 1979 között 16,7%, 1948-1988 között 14,0 százalék volt. A fogyasztással való korreláció 0,4 körüli.

A munkajövedelem növekedési ütemének szórása 1,5-3,6 százalékpont közötti. Ha elfogadjuk azt a feltevést, hogy hosszú távon a jövedelem sztochasztikus trenddel írható le, akkor ez a szórás számításaink alapváltozata szerint a humánvagyon mintegy  $0,025/(r-g) = 1$  relatív szórását jelenti, ami jóval nagyobb, mint a részvények hozamának szórása.

Számításainkban ezért  $\sigma_\eta = 0,15$ ,  $\sigma_\varepsilon = 0,025$ ,  $\sigma_{\varepsilon\xi} = 0,4(0,15)(0,025) = 0,0015$ -el számoltunk. Ha ezeket a variancia-paramétereket hozzáadjuk az egyszerű modell feltételezett  $\beta, g, r, \gamma$  paramétereikhez, akkor 0,81-es megszokási paraméter mellett a (154) egyenletbe behelyettesítve előállíthatjuk ugyanazt a 0 és 1 közé eső eladósodási rátát, amelyet az empirikusan megfigyelt értékekkel azonos nagyságrendűnek tekinthetünk.

A számítások tanulsága nagyon hasonló az egyszerűbb modelléhez. Létezik olyan plauzibilis paraméteregyüttes, amellyel plauzibilis eredményhez jutunk. Az eredmények azonban most is nagyon érzékenyek a paraméterekre. Ha a megszokási paramétert nem 0,81-nek választjuk, hanem csak egy százalékkal kisebbnek, akkor az optimális eladósodás a jövedelem többszörösére nő.<sup>9</sup>

Csábító lehet az a gondolat, hogy a modellel a működőtőke-finanszírozás optimális szintjére vonatkozó számszerű következtetéseket vonjunk le. Erre a modell éppúgy alkalmatlan, mint ahogy az egyszerű modell sem tud a hitelfinanszírozás kívánatos mértékére vonatkozóan számszerű útmutatást adni. Három oka is van annak, amiért erre nem tudunk választ adni:

- (1) A paraméterek bizonytalansága és az eredmények ezekre való nagyfokú érzékenysége.
- (2) A modell analitikusan is csak a fix kamatozású nettó eladósodás mértékére ad választ, mégha exogén változóként figyelembe is veszi a tulajdonosi tőkepozíciót.
- (3) Modellünkben mind a munkajövedelem, mind a tőkejövedelem exogén. A működőtőke szerepe éppen abban van, hogy know-how import valósul meg vele, amely növeli a jövedelmet.

### 3. Szimulációs számítások és következtetések

#### 3.1. Az egyensúlyhoz vezető pálya

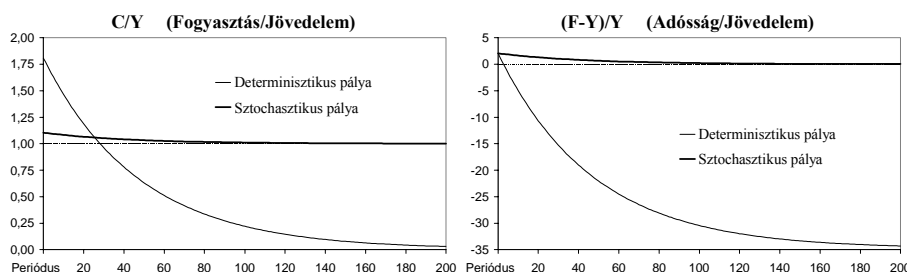
Szimulációs számításokat végeztünk arra vonatkozóan, hogy milyen gyorsan érjük el a stacionárius pályát. A szimulációkat a *turnpike*-elv kihasználásával véges, de elegendő

<sup>9</sup>Lehet, hogy ez az érzékenység csökkenthető lenne a megszokási viselkedés más megfogalmazásával. Ismert, hogy az általunk alkalmazott forma a zárt gazdaságban a kamatláb olyan ingadozását implikálja, amely ellentétben van a tényekkel. Modellünk nyitott gazdaságában ez az érzékenység a pénzügyi pozícióban csapódik le. *Campbell-Cochrane* [1995] és *Campbell* [1996] javasoltak kifinomultabb megszokási formulát, de modellünkben nem vállalkoztunk ezek beépítésére.



dően sok, 1000 periódusú modellel futattuk.<sup>10</sup> A számításokhoz definiáltunk egy olyan folytonos  $f : \mathbb{R}^{1000} \rightarrow \mathbb{R}^{1000}$  függvényt, mely  $\mathbb{R}^{1000}$  egy konvex és kompakt részhalmazából önmagába képez. Az  $f$  függvényt úgy definiáltuk, hogy fixpontja az optimumfeladat Skinner-féle megoldása legyen. Tapasztalataink szerint megfelelő  $k_0$  kezdőértékekről indulva a  $k_{i+1} = f(k_i)$  iteráció mindig a fixponthoz, azaz az optimumfeladat megoldásához konvergált.

Az alábbi 2. ábrán az óvatossági modell konvergenciáját összehasonlítottuk a pontváramozásos modellel. Az utóbbi abban különbözik az előbbtől, hogy a jövedelem szórása 0. Egyébként minden paraméter a táblázatunkban közölt alapváltozat szerinti. Mindkét esetben a kiinduló vagyónállomány kétszerese a GDP-nek, vagyis  $(F_0 - y_0)/y_0 = 2$ . A megszokás számításához szükség van a kiinduló fogyasztásra is, ami feltevésünk szerint  $c_0/y_0 = 1$ .



2. ábra. Az egyensúlyhoz vezető pályák

Az ábra vízszintes tengelye 200 periódusnyi időt (évet) fog át. Láthatjuk, hogy az egyensúlyhoz való közelítés sebessége mindkét esetben fokozatos, bár az óvatossági motívum megléte esetén az alkalmazkodás kissé gyorsabb. Mindezt számszerűsíteni a folyamat *felezési idejével* lehetséges: a determinisztikus modell felezési ideje mintegy 34 periódus (év), míg a sztochasztikus modelle 31 periódus. Ez a fokozatosság a permanens jövedelem elmélet azon predikcióját tükrözi, hogy a fogyasztó igyekszik az időben „kisimítani” fogyasztását.

Jól látszik az ábrán, hogy az óvatossági modell alapján véve más predikcióhoz vezet, mint a „hagyományos” permanens jövedelem modellek, mert megszűnik a fogyasztás függetlensége a folyó jövedelemtől. Míg a determinisztikus modellben az állandóság egy azonos ütemű növekedést jelent, a sztochasztikus esetben a fogyasztó egy állandó  $c/y$  érték tartására törekszik, vagyis fogyasztásának pályája hosszú távon követi jövedelmének pályáját.

Ez a következtetés azért érdekes, mert sokáig azt gondoltuk, hogy a permanens jövedelem hipotéziséből az következik, hogy a fogyasztás- és jövedelem pályája (növekedési üteme) egymástól független. Most kiderült, hogy ez a következtetés csak determinisztikus jövedelemvárakozások esetén helyes. Sztochasztikus világban is értelmezhető a

<sup>10</sup> Az 1000 periódus bőségesen elegendő volt, hogy bármely kiinduló állapotból a rendszer elérje az egyensúlyi állapotát, majd abban maradjon – esetünkben kb 500 periódusig – és csak azután kezdjen letérni róla, hogy az 1000. periódusra a végfeltételt elérje.

fogyasztás kisimítása, de ennek értelme a jövedelem hosszú távú trendjének követése.

Carroll [1992], Deaton [1992] sztochasztikus dinamikus optimalizálással igazolták ezt a tulajdonságot.

## 3.2. Néhány illusztratív példa

### 3.2.1. Sokkok hatásának dinamikája

Az óvatossági motívummal gazdagított modell sok érdekes példát nyújt az alkalmazkodás dinamikájára. Ebből az alábbiakban mutatunk be kettőt, összehasonlítva a pontvárákozási modellével. A szimulációs számítások eredményét 120 évre mutatjuk be. (A tényleges számításokat a feltételezett végtelen horizontot megközelítő 1000 évre végeztük el)

Tegyük fel, hogy a jövedelem egy sztochasztikus trend, amelynek a várható pályája évi 2%-os növekedést tartalmaz.

**A változat: váratlan jövedelempálya-eltolódás.** *Feltevések.* A növekedést egy egyszeri váratlan sokk éri a 20. évben, amely a pályát „magasabbra” helyezi, de a további növekedési ütemet nem érinti.

A paramétereket a *pontvárákozási esetben* úgy választottuk meg, hogy  $F/y$  konvergál a stacionárius érték felé. A kiinduló állapot nem stacionárius ugyanis, az egyensúlyi állapotban a fogyasztás 0-ra csökkenne, ami az ábrázolást nehezítené.

Az *óvatossági modellben* az értelmezhetőség érdekében  $\beta$ -t kisebbnek kellett feltételeznünk, mint a pontvárákozási modellben. A kiinduló állapot a stacionárius pálya.

Az egyes változók reakciója – az ábrán is látható módon – a következő:

A fogyasztás a 20. évben magasabb szintre ugrik, majd a régi ütemben nő tovább.

A *pontvárákozási esetben*  $F/y$  a nevezőt ért pozitív sokk miatt abszolút értékben csökken, majd folytatja konvergenciáját a paraméterek által meghatározott eredeti egyensúlyi értékhez.

A fogyasztási ráta számlálója és nevezője is ugyanazon irányban eltolódik a sokk hatására. Az eltolódás üteme azonban nem azonos, mert a jövedelem a sokk arányában változik, a fogyasztás pedig a vagyon változásának arányában. Az általunk feltételezett pályán ez a 20. évben a hányados növekedését jelenti.

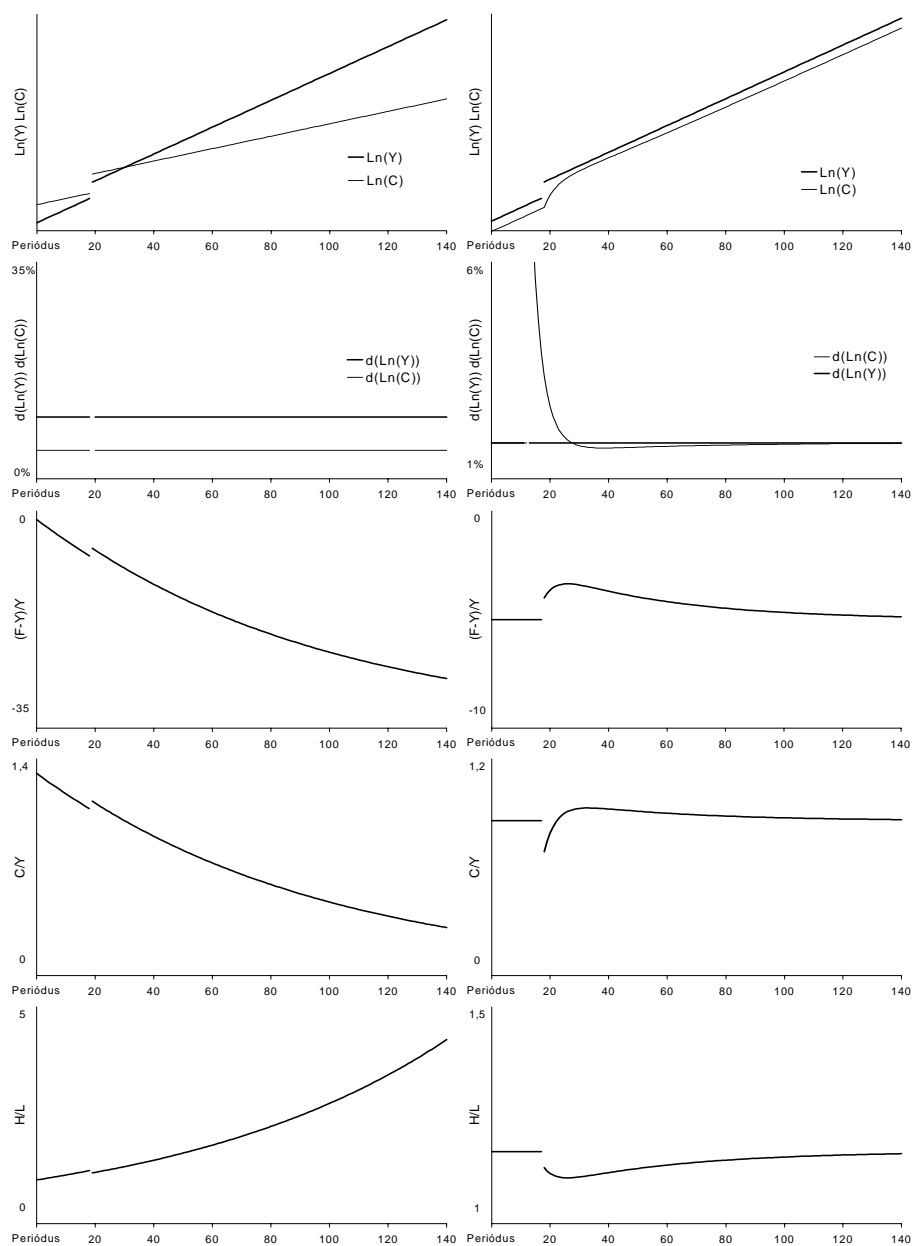
A sokk mértékében egyformán érinti a humánvagyon és az összes vagyon, de természetesen arányaiban nem. Ezért a szakadás a  $H/L$  értékben.

Az *óvatossági modellben* a változók viselkedése egészen mást mutat, mint az előző modellben. A stacionárius pályán  $\ln(c)$  párhuzamos  $\ln(y)$ -nal, de a sokk hatására csak fokozatosan veszi fel újra a kiinduló helyzet növekedési ütemét. Érdekes, hogy az alkalmazkodási folyamat ciklust tartalmaz.

$F/y$  a jövedelmi sokk hatására az előző modellhez hasonlóan eltolódik, utána azonban – mivel  $c$  csak fokozatosan alkalmazkodik – további tartalékfelhalmozás történik. Ahogy  $c$  fokozatosan követi  $y$ -t, úgy fogy el a felhalmozott többlet, és jön létre újra az eredeti stacionárius állapot.

A fogyasztási ráta a sokk időpontjában a jövedelem hirtelen változását tükrözi. A fogyasztás ehhez a már látott ciklussal alkalmazkodik.

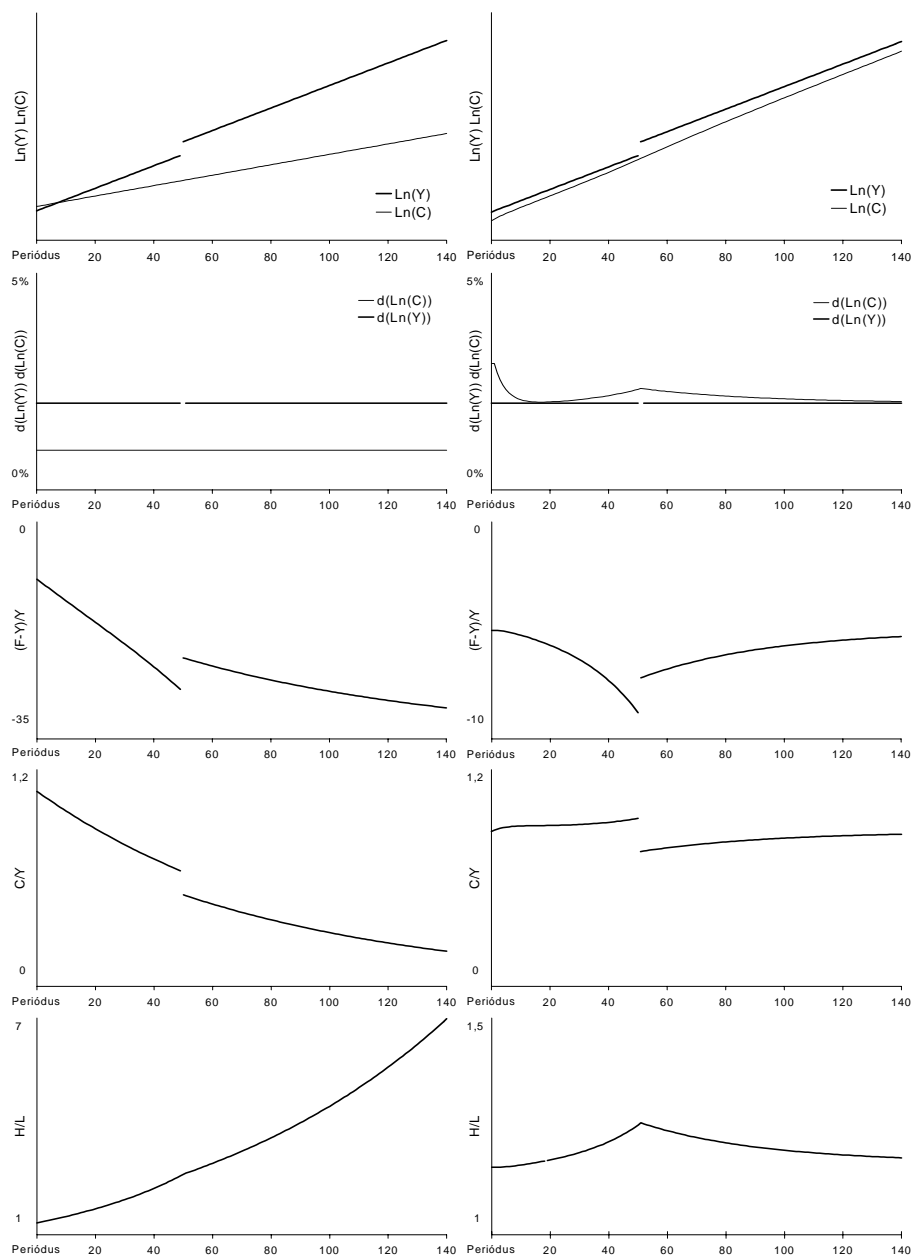
A humánvagyon aránya az összvagyonhoz  $F/y$  pályájának tükörképe szerint változik.



3. ábra. „A” változat szimulációs eredményei

Az ábra baloldalán a pontválasztási eset, jobboldalán az óvatossági modell

**B változat: várt jövedelempálya-eltolódás.** *Feltevések.* A kiinduló állapot az előző szimulációval azonos, a különbség a jövedelempálya eltolódására vonatkozó információ időpontjában van. Tegyük fel, hogy a második évben tudomást szerzünk arról, hogy a 20. évben a jövedelem pályája magasabb szintre kerül, majd onnan a korábbival azonos meredekségű pályán halad tovább.



4. ábra. „B” változat szimulációs eredményei

Az ábra baloldalán a pontvárakozásos eset, jobboldalán az óvatossági modell

A *pontvárakozásos modell*ben a második évben a fogyasztás a humánvagyonra vonatkozó új információnak megfelelő konstans növekedési pályára kerül.

Mivel  $c$  pályáját a jövedelem pályájának tényleges változása nem befolyásolja, hiszen a fogyasztást az információ megismerésének időpontjában beállítottuk, ezért  $y$  növelésekor csökken  $c/y$ .

Sem a humánvagyonban, sem az összes vagyonban nincs törés a jövedelempálya eltolódásakor, mert az eltolódás már korábban ismert volt.

Az *óvatossági modell*ben a második periódusban megismert információ alapján kiderül, hogy a humán vagyon nagyobb a korábbi stacionárius állapotnak megfelelőnél. Ennek megfelelően a fogyasztás túl kicsi, a tartalék ( $F/y$ ) túl nagy. A fogyasztás alkalmazkodása az új információhoz – szemben a pontvárakozásos modellel – nem azonnali, hanem fokozatos. Eleinte gyors, majd csökkenő ütemű fogyasztásnövekedéssel használja ki a nagyobb humánvagyon, egyre közelítve a stacionárius pályára jellemző ütemhez, a jövedelemnövekedés üteméhez. A viszonylag gyors ütem miatt a tartalék fokozatosan leépül. Az alkalmazkodási folyamat a második, ütemeket mutató ábrán látszik jól. Ahogy haladunk az időben, a kezdeti információ-sokk hatása egyre kisebb lesz, a fogyasztás növekedése kezd belesimulni a jövedelem ütemébe. Ekkor a fogyasztási ütem újra növekedésnek indul, de ezt a növekedést nem új információ okozza, hanem a jövedelem *várt* növekedése. Tudjuk, hogy 20. évtől nagyobb lesz jövedelmünk szintje. Az intertemporális optimalizálás azt kívánja, hogy fogyasztásunkat a hirtelen jövedelemváltozáshoz képest kisimítsuk, ezért növeljük a fogyasztás ütemét. Ezt annak ellenére érdemes megtennünk, hogy csökken a tartalékunk,  $F/y$  és ezáltal nő a kockázatunk, ami  $H/L$ -el arányos. Amikor megvalósul a várt jövedelemkorrekció, fogyasztásunk újra közelíthet a stacionárius pályához, de csak fokozatosan, hiszen továbbra is érvényesül a maximalizálásból adódó fogyasztás kisimítás elve. Ezzel párhuzamosan  $F/y$  és  $H/L$  is közelít a stacionárius értékhez.

A folyamatok mögötti intuitív tartalmat a következőképpen érzékeltethetjük. A fogyasztás optimális pályája két ellentétes irányú követelmény hatásának eredőjeként jön létre. Az egyik az, hogy a fogyasztás kövesse a jövedelem változását, a másik az, hogy viszonylag egyenletes ütemben változzon. A jövedelemkövetés elve miatt a fogyasztás növekedési üteme maximális lesz a jövedelem hirtelen megemelkedésekor, de az egyenletesség elve miatt ez a maximum nem egy kiugró érték, mint a jövedelemnél, hanem egy felfelé, majd lefelé haladó pálya csúcspontja.

### 3.2.2. Játék a számokkal

Bármennyire is tudjuk, hogy óatosan kell fogadnunk minden számszerűsítést, nehéz megállni, hogy ne próbáljunk valami olyan szimulációt végigszámolni, amely a magyar gazdaság külső eladósodási stratégiájával kapcsolatos.

Mint korábban is mondtuk, modellünk *nem használható az optimális eladósodottság kiszámítására*. Arra alkalmas, hogy bemutassa, hogy milyen paraméterek határozzák meg az eladósodottság optimális mértékét, és hogy egy józanul becsült paraméterekkel számított eladósodottsági sáv lefedi a ténylegesen megfigyelt értékeket. E korábbi megállapításunkat fenntartva most a számítások felhasználását illetően újabb fenntartásokra hívjuk fel a figyelmet.

Tudjuk, hogy a fogyasztás intertemporális alokációját sokféle instrumentum közvetítheti, melyek két fő csoportja a hitel és a tulajdonosi tőke. Ha egy ország a jövedelmének növekedéséhez szükséges beruházási forrásokat inkább elfogyasztja, és a beruházást külföldi működőtőkére bízza, akkor éppen úgy intertemporális fogyasztássalokációt végez, mintha ehhez hitelt venne fel. A különbség a két instrumentum között azok költségeiben és kockázati tulajdonságaiban van. A működőtőke mint forrás felfogható olyan tartozásként, amelyben a „hitelező” nem fix kamatot kér, hanem a termelt jövedelemtől függő hozamot. A hiteltartozás a felvevő számára nagyobb kockázatot jelent, mint a tőketartozás, de kevesebbe is kerül, a hiteltartozás nem generál termelékenységsjavulást, a tőketartozás igen. Mindezen tényezők szimultán figyelembe vételére nem vállalkozunk. Az egyszerű, részvény nélküli modellel végzünk olyan számítást, amely csak abban különbözik az előbbi gyakorlatoktól, hogy a feltételezett jövedelem-pálya növekedési üteme nem konstans, hanem változó. Egy olyan időszakot tételezünk fel – a „rendszerátalakítás miatti válság és felzárkózás időszakát” –, amelyben a növekedési pálya sodródó (drift) paramétere először lassabb(negatív), majd viszonylag gyorsabb, mint előtte és utána

A rendszerátalakítás előtti állapotban nem voltunk egyensúlyi (stacionárius) pályán, mert a világpiacinál lassabb növekedésünk okán hitelnyújtóknak kellett volna lennünk, ehelyett el voltunk adósodva. A tények stilizált utánzása érdekében ezért tegyük fel, hogy az egyensúlyi  $F/y$  az induló évben 0,5 lett volna (ehhez az értékhez kalibráltuk a modell paramétereit), a tényleges ezzel szemben  $-0,5$ .

A 2. évben létrejön a „rendszerátalakítás”. A rendszerátalakítás időpontjában – nagy bizonytalansággal ugyan, de – informáltak vagyunk a növekedés jövőbeli pályáját illetően. Tudjuk, hogy a jövedelem 5 éven keresztül csökkenő ütemben, de csökken, összesen 20 százalékkal (a számításoknál a várakozások helyébe ide a tényeket helyettesítjük). Tudjuk azt is, hogy ezután jön majd a „felzárkózás” fázisa, amelynek során a *Darvas–Simon* [1999] számítások szerinti logisztikus görbéhez hasonló pályán eleinte lassabb, majd gyorsabb, 5-6 százalékos ütemben növekszünk úgy, hogy mintegy 25 év múlva térünk vissza a világpiaci átlagos 2,3 százalékos növekedéshez<sup>11</sup>. Ilyen helyzetben milyen lesz modellünk szerint a fogyasztás optimális pályája?

A felzárkózást három változatban szimuláljuk. Az első változatban a válság és a mintegy 25 éves felzárkózási szakasz után elérjük Ausztria akkori fejlettségének 70 százalékát. Az egész pályára vonatkozó várakozásaink 1989-ben adóttak, és – az egyszerűség kedvéért – feltételezzük, hogy utána nincs olyan információnk, ami alapján módosítanunk kellene. A második változatban feltételezzük, hogy 1998-ban új információk birtokába jutunk, miszerint a jövőbeli pálya várhatóan nagyobb mértékű –Ausztriához képest 100 százalékos – felzárkózást jelent, mint az alapváltozatbeli, amivel 1989 és 1999 között számoltunk. A harmadik változat szerint az 1998-as információ azt tartalmazza, hogy felzárkózásunk továbbra is 70 százalékosra várható, de gyorsabb ütemű lesz, mint az alapváltozatban.

A számításokban a jövedelem szórását a jövedelem változásától függőnek tételeztük fel. E szerint viszonylag kisebb szórással tudjuk a jövedelmet becsülni, ha a növekedés

---

<sup>11</sup>Ez felelne meg a 25 éves felzárkózásnak az ausztriai szint 70 százalékára. Lásd *Darvas–Simon* [1999].

a hosszú távú 2,3 százalékos ütem körül ingadozik. Ha a várt növekedési ütem ennél nagyobb vagy kisebb, akkor aránylagosan nagyobb bizonytalansággal tudjuk csak előrebecsülni. Ez a többszörös feltevésünk szerint a jövedelem többszöröse növekedésének előjel nélkül vett 0,3 százaléka.

Az 5. ábrán az egyes oszlopokban a következő scenáriók szerepelnek:

- baloldal: Magyarország GDP-je felzárkózik 2030-ra Ausztria 70%-ra (Baseline),
- középen: Magyarország GDP-je felzárkózik 2030-ra Ausztria 100%-ra,
- jobboldal: Magyarország GDP-je gyorsabb ütemben zárkózik fel 2030-ra Ausztria 70%-ra (Gyors).

A szürkével jelzett tartományban a GDP tényértékei szerepelnek, de a belföldi felhasználás már a modell számításai.

A korábbi szimulációk és érvelések alapján nem meglepő, hogy a fogyasztás követi ugyan a jövedelmet, de valamelyes „kisimítást” végez. Ebből következően a válság alatt nő az eladósodás, majd megindul a visszafizetés.

Az adósságráta maximuma valahol 1 körül van, vagyis a jelenleg a valóságban észlelt érték közelében (működő tőketartozással együtt), de a számszerűségnek nem szabad nagy jelentőséget tulajdonítanunk, mert az a bizonytalan paraméterek függvénye.

Ami figyelemre méltó, az az, hogy az adósság visszafizetése már a felzárkózás időszakában megkezdődik (3. sor). Ez intuitíve érthető, hiszen a végállapotban, amikor a felzárkózás megtörtént, már nem lehet adósságunk, mert adóssága csak annak lehet, akinek a *jövőbeni* jövedelme nagy. A gyors növekedés tehát önmagában nem indokolja az eladósodást. Éppen ellenkezőleg, akkor kell eladósodni, amikor a jelenlegi növekedés lassabb, de úgy, hogy a jövőben javulás várható. Mivel a felzárkózás periódusában a helyzet éppen fordított, ezt az időszakot kell felhasználni az adósság visszafizetésére.

Minél gyorsabb a felzárkózás, annál többet kell megtakarítani. Ez nem azt jelenti, hogy a fogyasztás nem nőhet gyorsabban, ha gyorsabb a felzárkózás (2. sor), hanem azt, hogy a fogyasztás növekedési üteme el kell, hogy maradjon a jövedelemétől.<sup>12</sup>

Érdekes, hogy a második és harmadik scenárióban  $F/y$  értéke (3. sor) az alkalmazkodási folyamat során pozitív tartományba lendül, mielőtt az egyensúlyi 0 értékhez közeledne. Ebben szerepet játszhat az a feltevésünk, hogy a gyors növekedés nagyobb kockázattal jár: a nagyobb kockázat nagyobb biztonsági tartalékot igényel. Ennek számszerűségéhez természetesen most sem szabad nagy bizalommal lennünk.

Az alsó két sor az előbbieket tükrözi más oldalról. Az adósságráta megfordulása (3. sor) természetesen egybeesik a kereskedelmi mérleg (4. sor) pozitívvá válásával.

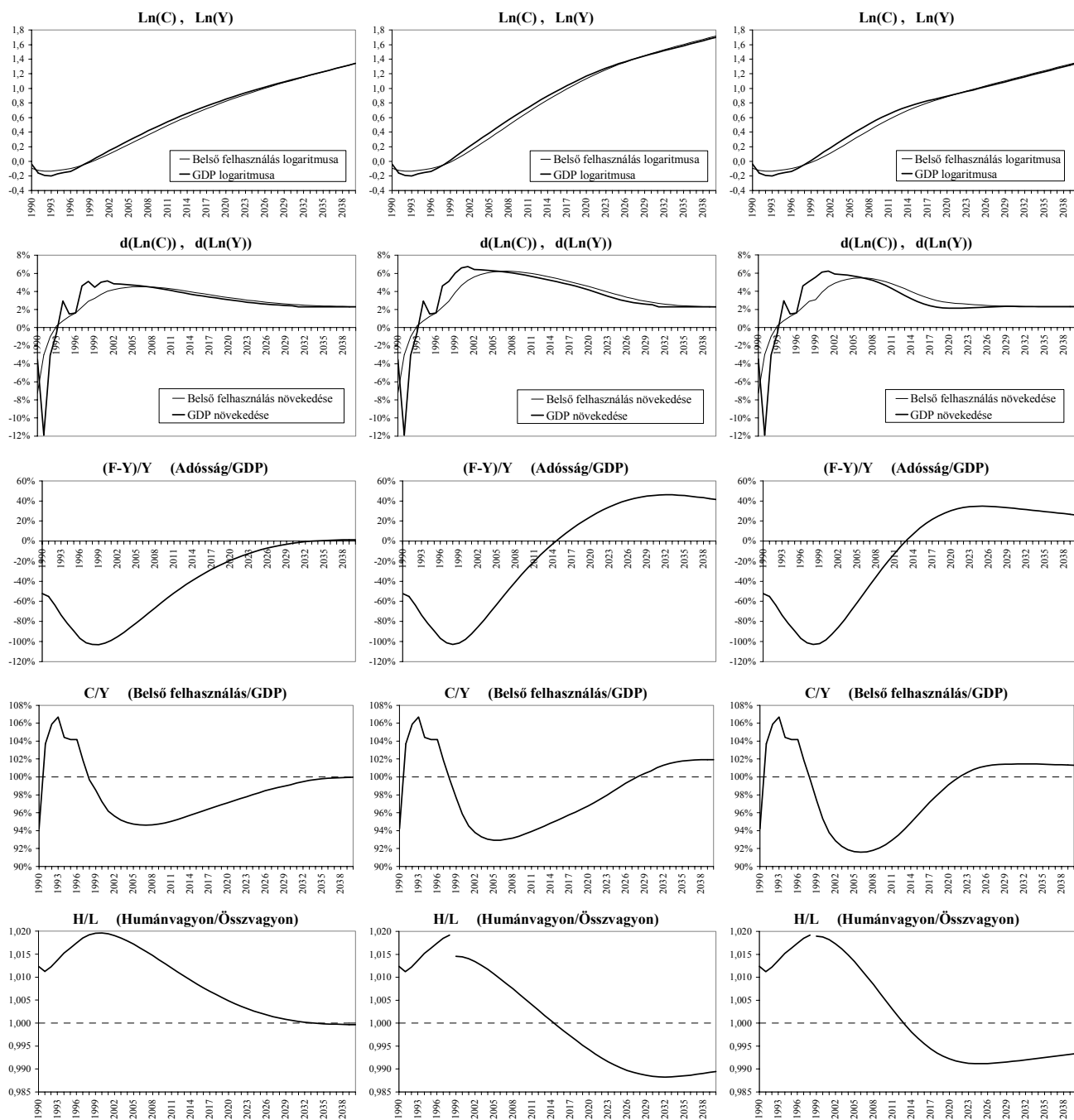
A jövőre vonatkozó kedvező információk (2. és 3. változat) növelik a humánvagyonot. Ez

- a fogyasztás növelését teszi lehetővé az alapváltozathoz képest (2. sor),
- csökkenti a jövedelemszórás súlyát a kockázatban (5. sor),
- a velejáró gyorsabb növekedés nagyobb ütemszórással is jár.

Az utóbbi két tényező egyenlegében olyan hatású, hogy a fogyasztásnövekedés üteme jobban elmarad a jövedelemétől, mint az alapváltozatban. Ez az eredmény is erősen paraméterfüggő.

---

<sup>12</sup>Észrevehetjük, hogy mivel a jövedelmet GDP-ként értelmezzük, a fogyasztást pedig hazai fogyasztásként, a GNP elmaradása a GDP-től is ezt a folyamatot segíti elő.



5. ábra. Válság–felzárkózás szimulációk



## 4. Következtetések

Foglaljuk össze főbb következtetéseinket:

Modellünk lényeges feltevése a nem diverzifikálható egyedi kockázattal rendelkező munkajövedelem és az óvatos háztartási és közösségi viselkedés.

E feltevések mellett vizsgáltuk egy ország optimális pénzügyi pozícióját. Mivel ebben a modellben az egyének különbözőek, az egyéni döntések összege nem tekinthető aggregált optimumnak. Feltevésünk szerint létezik egy ettől különböző közösségi optimum, amely a fogyasztás intertemporális elosztását az *aggregált* kockázat figyelembe vételével határozza meg. Ez az optimum fiskális politikával megvalósítható.

A jövedelemarányos adózás csökkenti a (nettó) jövedelem kockázatát. Tanulmányunk új felismerése, hogy az észlelt óvatossági mértékek mellett ez a hatás olyan mértékű, hogy egy fiskális deficit által okozott várható jövőbeli adóteher nem csökkenti a jelenbeli fogyasztást. A megnövekedett jövőbeli adó kockázatcsökkentő hatása ugyanis ugyanannyival növeli a fogyasztást, mint amennyivel a jövőbeli adóteher vagyongháta csökkenti azt.

Modellünk egy olyan modell keretében ad magyarázatot az egyes országok külső eladósodottságának a megfigyelt mértékére, hogy megőrzi a végtelen horizontú, vagyonszempontról intertemporálisan összekötött döntéshozó feltevését, és ugyanakkor nem támaszkodik a tőkemozgások (jogérvényesítés, vagy egyéb okok miatti) korlátozottságának feltevésére.

## Hivatkozások

- Abowd, John M. – Card, David [1989]: On the Covariance Structure of Earnings and Hours Changes. *Econometrica*, 57, 411-445. o.
- Ayiagari, S. Rao [1994]: Uninsured Idiosyncratic Risk and Aggregate Saving. *The Quarterly Journal of Economics*, 109, 659-684.
- Ayiagari, S. Rao–McGratten [1998]: The Optimum Quantity of Debt. *Journal of Monetary Economics*, 42, 447-469.
- Barro, Robert J. [1974]: Are Government Bonds Net Wealth? *Journal of Political Economy*, 82, 1095-1117. o.
- Barsky, Robert B.–Mankiw, N. Gregory–Zeldes, Stephen P. [1986]: Ricardian Consumers with Keynesian Properties. *American Economic Review*, 76, 676-691. o.
- Black, Richard–Cassino, Vincenzo–Drew, Aaron–Hansen, Eric–Hunt, Benjamin–Rose, David–Scott, Alasdair [1997]: The Forecasting and Policy System: an Introduction. Reserve Bank of New Zealand.
- Blanchard, Olivier J. [1985]: Debt, Deficits and Finite Horizons. *Journal of Political Economy*, 93, 223-247. o.
- Blanchard, Olivier J.–Fischer, Stanley [1989]: *Lectures on macroeconomics*. MIT Press, Cambridge.
- Buiter, Willem H. [1985]: Death, Birth, Productivity Growth and Debt Neutrality. *The Economic Journal*, 95, 279-93. o.
- Campbell, John Y.–Cochrane, John H. [1995]: By Force of Habit: A Consumption-Based Explanation of Aggregate Stock Market Behavior. NBER Working paper, No 4995.
- Campbell, John [1996]: Consumption and the Stock Market: Interpreting International Experience. NBER Working paper, No 5610.
- Caballero, Ricardo J. [1990]: Consumption Puzzles and Precautionary Savings. *Journal of Monetary Economics*, 25, 113-136. o.
- Carroll, Christopher D. [1994]: The Buffer-Stock Theory of Saving: Some Macroeconomic Evidence. *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 61-135. o.
- Carroll, Christopher D. [1997]: Buffer-Stock Saving and the Life-Cycle/ Permanent Income Hypothesis. *Quarterly Journal of Economics*, 112(1), 1-55. o.
- Carroll, Christopher D. [2000]: Requiem for the Representative Consumer? Aggregate Implications of Microeconomic Consumption Behavior. *American Economic Review, Papers and Proceedings* 90, 110-115. o.

- Chan, Louis Kuo Chi [1983]: Uncertainty and the Neutrality of Government Financing Policy. *Journal of Monetary Economics*, 11, 351-372. o.
- Constantinides, George M. [1990]: Habit Formation: A resolution of the Equity premium Puzzle. *Journal of Political Economy*, 98, 519-543. o.
- Darvas Zsolt–Simon András [1999]: A növekedés makrogazdasági feltételei. *MNB füzetek* 1999/3.
- Deaton, Angus [1991]: Saving and Liquidity Constraints. *Econometrica*, 59, 1221-1248. o.
- Deaton, Angus [1992]: *Understanding Consumption*. Clarendon Press, Oxford.
- Friedman, Milton [1957]: *A Theory of the Consumption Function*. Princeton Univ. Press, N. J.
- Friedman, Milton [1963]: Windfalls, the "Horizon" and Related Concepts. In: *Measurement in Economics: Studies in Mathematical Economics and Econometrics in Memory of Yeluda Grunfeld* (Szerk.: Christ, C. et al.), Stanford U. P, Stanford.
- Hayashi, Fumio [1982]: The Permanent Income Hypothesis: Estimation and Testing by Instrumental Variables. *Journal of Political Economy*, 90, 895-916. o.
- Hall, Robert E. [1978]: Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence. *Journal of Political Economy*, 96, 971-987. o.
- Jenks, Christopher [1972]: *Inequality*. Basic Books, New York.
- Kimball, Miles S. [1990]: Precautionary Saving in the Small and in the Large. *Econometrica*, 58, 53-73. o.
- Kimball, Miles S.–Mankiw, N. Gregory [1989]: Precautionary Saving and the Timing of Taxes. *Journal of Political Economy*, 97, 863-879. o.
- Lattimore, Ralph [1993]: *Consumption and Saving in Australia*. PhD Értekezés, Oxford.
- Laxton, Douglas.–Isard, Peter–Faruquee, Hamid–Prasad, Eswar–Turtelboom, Bart [1998]: Multimod Mark III. The Core Dynamic and Steady-State Models. IMF Occasional Paper 164. Washington DC.
- Leland, Hayne E. [1968]: Savings and Uncertainty: The Precautionary Demand for Savings. *Quarterly Journal of Economics*. 82, 465-473. o.
- Lillard, Lee–Willis, Robert J. [1978]: Dynamic Aspects of Earnings Mobility. *Econometrica*, 46, 985-1012. o.

- Mankiw, N. Gregory [2000]: The Savers-Spenders Theory of Fiscal Policy. *American Economic Review, Papers and Proceedings* 90, 120-125. o.
- Mankiw, N. Gregory– Zeldes, Stephen P. [1991]: The Consumption of Stockholders and Nonstockholders. *Journal of Financial Economics*, 29, 97-112. o.
- Mehra, Rajnish– Prescott, Edward C. [1985]: The Equity Premium: A Puzzle. *Journal of Monetary Economics*. 22, 133-136. o.
- Muellbauer, John–Lattimore, Ralph [1995]: The Consumption Function: a Theoretical and Empirical Overview. In: *Handbook of Applied Econometrics. Macroeconomics*. Blackwell, Oxford.
- Obstfeld, Maurice–Rogoff, Kenneth [1995a]: *Foundations of International Macroeconomics*. MIT Press, Cambridge, 116-121. o.
- Obstfeld, Maurice–Rogoff, Kenneth [1995b]: The Intertemporal Approach to the Current Account. In: *Handbook of International Economics* (Szerk.: Jones, R. W.-Kenen, P. B), North Holland, Amsterdam, 1731-1799. o.
- Skinner, Jonathan [1988]: Risky Income, Life Cycle Consumption, and Precautionary Savings. *Journal of Monetary Economics*, 22, 237-255. o.
- Weale, Martin R. [1990]: Wealth Constraints and Consumer Behavior. *Economic Modelling*, 7, 165-175. o.
- Wilman, Alpo–Kortelainen, Mika–Mannistö, Hanna-Leena–Tujula, Mika [1998]: The BOF5 Macroeconomic Model of Finland: Structure and Equations. *Bank of Finland Discussion Papers*.
- Weil, Philippe [1989]: Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents. *Journal of Public Economics*, 38, 183-198. o.
- Woodford, Michael [1989]: Private debt as Private Liquidity. *American Economic Review, Papers and Proceedings* 80, 382-388.
- Zeldes, Stephen P. [1989a]: Optimal Consumption with Stochastic Income: Deviations from Certainty Equivalence. *Quarterly Journal of Economics*, 104, 275-98. o.
- Zeldes, Stephen P. [1989b]: Consumption and Liquidity Constraints. *Journal of Political Economy*, 97, 305-436. o.

## Melléklet

### A. Az óvatosság szerepe a megtakarításban sztochasztikus jövedelem esetén. Ismertetés

A fogyasztói magatartás elméletének általánosan elfogadott elve a permanens jövedelem hipotézis, miszerint a fogyasztó kiadásainak tervezésekor nemcsak aktuális jövedelmét, hanem összes várható jövedelmeit figyelembe veszi. E viselkedés leírására legtöbbször olyan megfogalmazásokat használnak, amelyben eltekintenek attól, hogy a fogyasztó kockázatkerülő egy sztochasztikus világban. Ennek a tulajdonságnak az elhanyagolása sokszor olyan következtetésekhez vezet, amelyek ellentmondanak a megfigyelt tényeknek. Ebben az ismertetésben a kockázatkerülésből származó ún. óvatossági motívum olyan következményeit elemezzük, amelyekből kiderül, hogy a motívum figyelembe vételével a permanens jövedelem hipotézis a pontvárakozásos esethez képest alapján más predikcióhoz vezet.

#### A.1. A pontvárakozásos modell

Az intertemporális fogyasztói optimalizáció determinisztikus világra kialakított modellje a következő mikroökonómiai feltevéseken alapul:<sup>13</sup>

A fogyasztó egyetlen terméket fogyaszt. Minden árat ebben a termékben fejezünk ki. A kamatláb tehát a fogyasztott termékben kifejezett reálkamatláb, a jövedelem is és a pénzügyi eszközök értéke is ebben van kifejezve. Egyetlen vagyoneszköz áll rendelkezésére, amelynek a hozama a kamatláb. Ennek a vagyoneszköznek a mennyiségét nevezzük pénzügyi vagyonnak (a humánvagyontól való megkülönböztetés érdekében).

A fogyasztó egy intertemporálisan additív hasznossági függvényt maximalizál végtelen időhorizonton úgy, hogy adott kamatláb mellett korlátlan és költségmentes hitelpiac áll rendelkezésére. A fogyasztó hasznossági függvénye additívan szeparábilis:

$$U(c_0, c_1, c_2, \dots) = \sum_{s=0}^{\infty} u_s(c_s), \quad (22)$$

ahol feltesszük, hogy:

$$u_s(c_s) = \beta^s u(c_s) \quad u'(\cdot) > 0 \text{ és } u'' < 0. \quad (23)$$

A jövőbeli jövedelemre és kamatlábra vonatkozóan a fogyasztó egy adott értéket tételez fel, aminek nincs szórása. Ezért nevezzük „pontvárakozásos”-nak a modellt.

A fogyasztó haszonmaximalizálási feladata ebben a determinisztikus világban a következőképpen fogalmazható meg:

---

<sup>13</sup>Ez az ismertető csak összefoglalását adja a végtelen horizontú reprezentatív háztartás modelljének annak érdekében, hogy tanulmányunkban hivatkozott eredményeket bemutassuk. Az alaposabb didaktikai ismertetést igénylő olvasónak *Muellbauer–Lattimore* [1995] vagy *Deaton* [1992] művét ajánljuk.

$$\max_{\{c_s\}} \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s) \quad (24)$$

$$W_s = (W_{s-1} - c_{s-1})(1 + r_s^e) + y_s^e \quad s = 1, 2, 3, \dots, \quad (25)$$

ahol jelöléseink:

$c_s$  az  $s$  időszaki fogyasztás,

$u(c_s)$  a  $c_s$  fogyasztás hasznossága,

$\beta$  az intertemporális preferencia ( $\beta < 1$  esetén a jelenbeli fogyasztás előnyben részesül a jövőbelivel szemben.),

$r_s^e$  az  $s$  időpont várt kamatlába,

$y_s^e$  az  $s$  időpont várt jövedelme,

$W_s$  az  $s$  időszakban rendelkezésre álló pénzügyi vagyon a jövedelem beérkezése után, de a fogyasztási kiadás előtt.

Amiatt, hogy most pontvárakozásos modellel dolgozunk, jelöléseinket egyszerűsíthetjük, elhagyhatjuk a várakozásokra utaló  $e$  felső indexeket:  $r_s^e = r_s$  és  $y_s^e = y_s$ . A kamatlábat időben változatlanak tételezzük fel ( $r_s = r$ ). Ezt a feltevést akkor is megtartjuk majd, amikor a sztochasztikus várakozásokra térünk át. A feltevés kizárólag a tárgyalás egyszerűsítését szolgálja: a változó kamatláb feltevése nem vezet minőségileg új modellhez.

A maximalizálási feladatban az (25) intertemporális vagyonkorlátokban a vagyont arra az időpontra értelmezzük, amikor az előző időszaki vagyon kamatozott és az adott időszaki jövedelem realizálódott, de még nem történt fogyasztás. E feltevésnek nincs érdemi jelentősége<sup>14</sup>.

Ha feltételezzük, hogy a fogyasztó adóssága nem növekszik gyorsabb ütemben, mint a kamatláb (Ponzi-játék kizárása<sup>15</sup>):

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \frac{W_s}{(1 + r_s)^s} = 0, \quad (26)$$

akkor a (25) vagyonkorlát-sorozat behelyettesítésekkel a következő formában összegezhető:

<sup>14</sup>A pénzügyi vagyon fogalmát kétféleképpen értelmezik az irodalomban. Az egyik értelmezés a periódus elején méri a vagyont, amikor még nem kamatozott a vagyon, nem folyt be a munkajövedelem, és fogyasztás sem történt. A másik értelmezés azt tételezi fel, hogy a munkajövedelem már befolyt, de még mindig nem kamatozott a vagyon. A fogyasztás ez esetben is a kamatozás után történik. Az értelmezés különbsége kizárólag kényelmi okból származik, a képletek alakját egyszerűsíti. A probléma LaGrange-függvénnyel való megközelítése esetén mindkét értelmezés egyforma bonyolultságú képletet eredményez, de a dinamikus programozási feladatként való megfogalmazás - mint Skinneré is - az első változatban ad kényelmesebb képletet. Előbbi esetben a  $W$ -vel, utóbbi esetben inkább a  $B$ -vel való jelölés terjedt el.

<sup>15</sup>Charles Ponzi, Boston szülöttjeként, az 1920-as években nagy vagyont halmozott fel az általa szervezett piramisjátékon (chain letter), majd börtönbe került és szegényen halt meg. Lásd *Blanchard-Fischer* [1989] 84. o.

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{c_s}{(1+r_s)^s} = W_0 + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r_s)^s} \equiv W_0 + H_0 \equiv L_0, \quad (27)$$

ahol  $H$  az életpálya során várható összes jövőbeli munkajövedelem kamatlábbal diszkontált jelenértéke, amit humántőkének vagy humánvagyonnak nevezünk. A humánvagyon és a pénzügyi vagyon összegét  $L$ -el jelöljük. Így a (27) feltétel úgy értelmezhető, hogy a fogyasztás jelenértéke egyenlő a vagyonnal.

A (27) feltétellel képezhetjük a maximumfeladat Lagrange-függvényét:

$$\Lambda = \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s) - \lambda \left( \sum_{s=0}^{\infty} \frac{c_s}{(1+r)^s} - W_0 - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r)^s} \right), \quad (28)$$

amelynek  $c_s$  szerinti deriváltjai adják a maximumhely elsőrendű feltételét:

$$\beta^s u'(c_s) = \lambda \left( \frac{1}{1+r} \right)^s. \quad (29)$$

Hasonlóan deriválva  $c_{s+1}$  szerint:

$$\beta^{s+1} u'(c_{s+1}) = \lambda \left( \frac{1}{1+r} \right)^{s+1}, \quad (30)$$

majd (30)-t elosztva (29)-el megkapjuk a fogyasztás határhasznának arányát két szomszédos időpontban (Euler-egyenlet):

$$u'(c_s) = (1+r) \beta u'(c_{s+1}). \quad (31)$$

A fenti eredmény az intertemporálisan maximalizálandó hasznosságfüggvény additív voltán alapul, hiszen ekkor a jelenbeli fogyasztás helyettesítési határrátája csak az időpreferenciától függ. A következőkben az  $u(\cdot)$  hasznossági függvény matematikai formájára vonatkozóan specifikus feltevést alkalmazunk, az úgynevezett CRRA-függvényt<sup>16</sup>, amely egyrészt tulajdonságaiban jól követi az *a priori* elméleti feltevéseket a fogyasztó magatartására vonatkozóan, másrészt lehetővé teszi, hogy az optimális fogyasztást zárt függvényalakban fejezhessük ki. A függvény a következő:

$$u(c) = \frac{c^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad \text{ha } \gamma > 0, \gamma \neq 1, \text{ és} \quad (32)$$

$$u(c) = \ln c, \quad \text{ha } \gamma = 1. \quad (33)$$

---

<sup>16</sup>CRRA: Constant Relative Risk Aversion

E függvény szerint a fogyasztás határhaszna  $c^{-\gamma}$ , az intertemporális helyettesítés elaszticitása konstans  $1/\gamma$ , kockázatkerülése pedig konstans  $\gamma$ .

Az  $u'(c) = c^{-\gamma}$  összefüggést az (31) Euler-egyenletbe helyettesítve kapjuk:

$$c_{s+1} = (1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} c_s. \quad (34)$$

Vagyis a tervezett optimális fogyasztási pályán két szomszédos időpont fogyasztásának aránya a kamatláb, a szubjektív diszkontráta, és a helyettesítési elaszticitás függvénye.

Az Euler-egyenletet és a költségvetési egyenlőséget felhasználva az optimális  $c_0$  fogyasztás kifejezhető az egyén vagyonának változatlan arányaként, ahol a vagyon a pénz-ügyi vagyon és a humánvagyon összege<sup>17</sup>.

Behelyettesítve (34)-t az (27) egyenletbe kapjuk:

$$c_0 \sum_{s=0}^{\infty} \left( \frac{(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma}}{1+r} \right)^s = L_0. \quad (35)$$

A baloldal egy mértani sor, ami attól függően véges vagy végtelen, hogy a számláló kisebb-e a nevezőnél:  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} \leq 1+r$ . Tegyük fel, hogy teljesül az  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} < 1+r$  egyenlőtlenség. Ha a fogyasztás valóban az (34) egyenlet által meghatározott ütemben nő, akkor ez a feltevés egyenértékű azzal, hogy a fogyasztás nem nőhet gyorsabb ütemben, mint a kamatláb. Ekkor:

$$c_0 = \frac{1}{\varphi} L_0 \equiv \frac{r + \vartheta}{1+r} L_0, \quad (36)$$

ahol:

$$\varphi = \sum_{s=0}^{\infty} \left( \frac{(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma}}{1+r} \right)^s = \frac{1}{1 - \frac{(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma}}{1+r}} = \frac{1+r}{r + \vartheta}, \quad (37)$$

$$\vartheta = 1 - (1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma}. \quad (38)$$

Az, hogy fogyasztása növekvő vagy csökkenő pályán mozog, csak a  $(\beta)$  szubjektív diszkonttényezőtől, az  $(r)$  kamattól és a  $(\gamma)$  kockázatkerüléstől függ. A fogyasztás „lejtését”  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma}$  értéke határozza meg. Ha a szubjektív diszkonttényező megegyezik a kamattényezővel  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} = 1$ , akkor  $\vartheta = 0$  és a fogyasztás megegyezik az aktuális vagyon hozamával,  $rL/(1+r)$ -rel.

---

<sup>17</sup>Természetesen  $c_0$  ismeretében már minden  $s$  időszakra kiszámítható a fogyasztás az (34) egyenlet segítségével.



A modell által implikált megtakarítási állomány elemzéséhez egyszerűsítő feltevést teszünk a jövedelem pályájára vonatkozóan. Tegyük fel, hogy a munkajövedelem *várható értéke* egyenletesen  $g$  ütemben növekszik<sup>18</sup>.

Továbbra is feltesszük, hogy a várakozások pontvárakozások, vagyis a fogyasztó nem veszi figyelembe a várható értéktől való eltérések hatását hasznossági függvényének értékére.

A fogyasztó humánvagyonának értéke ekkor:

$$H_t = y_t \sum_{s=1}^{\infty} \left( \frac{1+g}{1+r} \right)^s = y_t \frac{1+g}{r-g}, \quad (39)$$

feltéve, hogy  $g < r$ .

A  $g < r$  feltevés a humánvagyon végtességéhez kell. E nélkül a fogyasztás, mint a vagyon lineáris függvénye végtelen lenne, vagyis a feladat értelmetlenné válna.

A pénzügyi vagyon stacionárius értékének meghatározásához az (25) egyenletet használjuk, melynek mindkét oldalát osszuk el  $y_{s-1}$ -vel:

$$\frac{W_s}{y_{s-1}} = \left( \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{c_{s-1}}{y_{s-1}} \right) (1+r) + \frac{y_s}{y_{s-1}} \quad (40)$$

$$\frac{W_s}{y_s} \frac{y_s}{y_{s-1}} = \left( \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{c_{s-1}}{y_{s-1}} \right) (1+r) + \frac{y_s}{y_{s-1}} \quad (41)$$

$$(1+g) \frac{W_s}{y_s} = (1+r) \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - (1+r) \frac{c_{s-1}}{y_{s-1}} + (1+g). \quad (42)$$

Behelyettesítve (36)-t (42)-ben  $c_{s-1}$  helyére, kihasználva (39)-t:

$$(1+g) \frac{W_s}{y_s} = (1+r) \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - (1+r) \frac{\frac{r+\vartheta}{1+r} (W_{s-1} + H_{s-1})}{y_{s-1}} + (1+g)$$

$$\frac{W_s}{y_s} = \frac{1+r}{1+g} \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{1+r}{1+g} \frac{\frac{r+\vartheta}{1+r} (W_{s-1} + H_{s-1})}{y_{s-1}} + 1$$

$$\frac{W_s}{y_s} = \frac{1+r}{1+g} \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{1+r}{1+g} \frac{r+\vartheta}{1+r} \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{r+\vartheta}{1+g} \frac{H_{s-1}}{y_{s-1}} + 1$$

---

<sup>18</sup>A pontvárakozásokat továbbra is megtartjuk, tehát ez a jövedelempálya is valójában determinisztikus.

$$\frac{W_s}{y_s} = \frac{1 - \vartheta}{1 + g} \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{r + \vartheta}{r - g} + 1$$

$$\frac{W_s}{y_s} = \frac{1 - \vartheta}{1 + g} \frac{W_{s-1}}{y_{s-1}} - \frac{\vartheta + g}{r - g}. \quad (43)$$

Innen a pénzügyi vagyonráta stacionárius értéke:

$$\overline{W/y} = -\frac{1 + g}{r - g} = -\frac{H}{y}. \quad (44)$$

A fogyasztási hányad stacionárius értékét is meghatározhatjuk (44) segítségével:

$$(1 + g)\overline{W/y} = \left(\overline{W/y} - \overline{c/y}\right)(1 + r) + (1 + g) \quad (45)$$

$$\overline{c/y} = \frac{\overline{W/y}(r - g) + 1 + g}{1 + r} = \frac{-\frac{1+g}{r-g}(r - g) + 1 + g}{1 + r} = 0. \quad (46)$$

#### A.1.1. Néhány kedvezőtlen tulajdonság

Ebben a modellben a fogyasztás intertemporális ütemezése csak a fogyasztó időpreferenciájától, a kamatlábtól és az időbeli helyettesítés rugalmasságától függ, és *független a jövedelem pályájától*. Fogyasztásának szintje csak összes jövedelmének jelenértékétől függ, vagyis aktuális jövedelmétől csak annyira függ, amennyire az információt nyújt jövőbeli teljes jövedelmére vonatkozóan.

Ez a tulajdonság ellentmond a megfigyelt tényeknek. Empirikus vizsgálatok egyértelműen bizonyítják, hogy a fogyasztás pályája nem szakad el a jövedelemétől. A fogyasztó nemcsak akkor növeli fogyasztását, ha váratlan jövedelemre tesz szert vagy jövőbeli jövedelmére vonatkozóan új információhoz jut, hanem akkor is, ha egy korábban is várt jövedelme megvalósul. A gyorsan növekvő országokban például a fogyasztás is gyorsan növekszik – a modell szerint ez csak úgy lenne magyarázható, hogy a gyors növekedés évről évre váratlanul érné a lakosságot.

A tényekkel szembeni eltérés nemcsak a fogyasztás pályájában mutatkozik, hanem a megtakarítási állományban is. A modell paramétereinek nincs olyan kombinációja, amelyet feltételezve ne ütköznénk a tényekkel szemben álló tulajdonságokba.

Vegyük sorra a modell értelmezéséhez szükséges megszorításokat és a következmények egyes tulajdonságait.

1. Ha – ki tudja, milyen véletlen folytán – olyan paraméteregyüttesünk van, hogy éppen  $(1 + r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} = 1 + g$ , akkor a fogyasztás növekedési üteme megegyezik a jövedelem növekedési ütemével, de a (43) egyenletből következően  $W/y$  meghatározatlan.

2. Ha  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} > 1+g$ , akkor az egyensúlyi  $W/y$  instabil lesz, vagyis az ország jövedelméhez képest végtelenül nagy pénzügyi vagyont halmoz fel, azaz  $\lim_{t \rightarrow \infty} W/y = \infty$ .

3. Ha  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} < 1+g$ , akkor az ország jövedelméhez mért pénzügyi vagyona konvergál ugyan,  $\lim_{t \rightarrow \infty} W/y = \bar{W}/y$ , de a modell szerint olyan nagymértékű eladósodás jön létre (a jövedelem 10-15-szöröse), amely nagy mértékben ellentmond a megfigyelt értékeknek.

### A.1.2. Átfedő nemzedékek figyelembe vétele

Az aggregált megtakarításokra vonatkozóan megszüntethetjük a tulajdonságok 1-3. pontban sorolt furcsaságait, ha olyan átfedő nemzedékeket tételezünk fel, amelyek között nincs öröklési kapcsolat, vagyis preferenciáik szempontjából elkülönülnek. Az makroökonometriai modellek legtöbbje a pontvárazozásos modellnek *Blanchard* [1985], *Buiter* [1989], *Weil* [1989] ilyen irányú fejlesztéseire épül.<sup>19</sup> A kiutat az adja ezekben a modellekben, hogy mindig vannak belépő új generációk, amelyek „tisztá lappal” vagyis pénzügyi eszközök nélkül indulnak. Így – megfelelő növekedési és elhalálozási paraméterek esetén – (1) mégha az idők esetleg végtelenül tartalékfelhalmozók is lennének, az idők helyébe lépő új generációk az átlagos állományt valamilyen egyensúlyi szinten tudják tartani, (2) mégha az idők nagy adóssághalmozók is lennének, az új generációk csökkenthetik az egy főre vagy egységnyi jövedelemre jutó *átlagos* állományt.

A modellel így „utánozható” az aggregált fogyasztás és megtakarítás valóságban megfigyelt alakulása. Sőt, az összes kereslet fiskális befolyásolhatósága is biztosítva van, hiszen a fiskális politika generációk közötti jövedelmeket tud átcsoportosítani.

Az átfedő generációk figyelembe vétele természetesen hasznosan gazdagítja az eredeti pontvárazozásos modellt. Véleményünk szerint azonban az a tulajdonsága, hogy nem kerül ellentmondásba a fogyasztás és megtakarítás megfigyelt aggregált pályáival, inkább csak jó utánzásnak, mintsem a tényleges viselkedés helyes megfogalmazásának az eredménye. Ennek az az oka, hogy a modell mikrogazdasági alapja továbbra is a pontvárazozásos modell. Így minden egyes fogyasztó egyenletesen fogyaszt a saját életpályája során. Annak, hogy a fogyasztók összességére a fogyasztás mégis a jövedelmet követi, az az oka, hogy az egymást követő generációk egyre magasabb szinten fogyasztanak. A tapasztalat azonban arra mutat, hogy a fogyasztás nemcsak aggregáltan, hanem egyénenként is együtt mozog a jövedelemmel: a gyorsan növekvő Japánban a fogyasztás nemcsak generációnként nőtt a jövedelemmel arányosan, hanem egy-egy generáción belül is.

Az átfedő nemzedékes modellek tehát nem adnak megoldást arra a problémára, ami a pontvárazozásos modell alapvető hátránya. Mint a determinisztikus modellek sokszor, ez is szélsőséges megoldásokhoz vezet. A következőkben láthatjuk, hogy a bizonytalanság megfelelő figyelembe vételén alapuló modell a pontvárazozásos modellhez képest alapvetően más viselkedést mutat, amely sokkal jobban tükrözi a megtakarítási viselkedésről megfigyelteteket.

<sup>19</sup>A Multimod modell (*Laxton* et al. [1998]), az újzélandi modell (*Black* et al. [1997]), a finn modell (*Willman* et al. [1998]) például ilyen alapon nyugszanak.

## A.2. Az óvatosság figyelembe vétele

Oldjuk fel a pontszerű várakozásokra vonatkozó feltevést!

A módosított modellben továbbra is adottnak tekintjük az egyszerűség kedvéért a kamatlábat, de bizonytalanak a jövedelmet.

A maximális jólétet ekkor várható értéként értelmezzük, vagyis az (24)-(25) feladat a következőre módosul:

$$\max_{\{c_s\}} E_0 \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s) \right] \quad (47)$$

$$W_s = (W_{s-1} - c_{s-1})(1+r) + y_s \quad s = 1, 2, 3, \dots, \quad (48)$$

ahol  $E_0$  a várakozást jelenti a rendelkezésre álló információk szerint akkor, amikor a 0 időpontban a jövedelem már befolyt. A következőkben az  $E_0$  kifejezésben a  $_0$  indexet elhagyjuk és az információk halmaz időpontjára utaló indexet csak akkor tesszük ki, ha hangsúlyozni akarjuk vagy amikor az különbözik 0-tól.

Ebben a modellben  $y_s$  valószínűségi változó. Ez azt jelenti, hogy a fogyasztás korlátjára, a várt jövedelemre vonatkozóan nem egy-egy érték áll rendelkezésre, hanem egy teljes eloszlásfüggvény. Ennek megfelelően  $u(c_s)$  is valószínűségi változó.

Az (34) egyenlettel analóg módon a maximum elsőrendű feltétele a 0 időpontra (Euler-egyenlet):

$$u'(c_0) = (1+r) \beta E[u'(c_1)]. \quad (49)$$

A feladat visszavezethető lenne a pontvárakozásos modellre, ha teljesülne, hogy  $E[u'(c)] = u'(E[c])$ . Ez csak lineáris  $u'(c)$  függvény esetén áll fenn. Ilyen  $u(\cdot)$  függvény egyszerűen konstruálható, ilyen például az  $u(c) = bc - c^2/2$  alakú kvadratikus függvény. A feladatban ekkor a várható érték adja a *biztos egyenértéket*. A bizonytalanság ilyen formában való bevezetése kényelmes lehet egyes jelenségek tárgyalásakor, de valójában megkerülését jelenti annak a problémának, amely éppen abból származik, hogy a hasznosság várható értékének optimuma máshol lesz akkor, ha a jövedelem bizonytalan, mint akkor, ha bizonyos. Ehhez képest már nem is döntő az az érv, hogy egyébként a kvadratikus hasznossági függvény sok tulajdonsága implauzibilis<sup>20</sup>, vagyis egy ilyen feltevés nem jól írja le a fogyasztó viselkedését.

A következőkben mi a már korábban feltételezett CRRA-függvényt alkalmazzuk, mint hasznossági függvényt. Ebben  $E[c^{-\gamma}] > [E(c)]^{-\gamma}$ , tehát a fogyasztás várható értékének határhaszna kisebb, mint határhasznának várható értéke. Ez azt jelenti, hogy a (49) egyenletben  $E[u'(c_1)]$  helyébe nem helyettesíthetünk  $u'(E[c_1])$ -t, csak  $(1+v_1)u'(E[c_1])$ -t, ahol  $1+v_1 \in \{v_1 > 0\}$  a kockázattól és a hasznossági függvény alakjától függő szorzó.

Az Euler-egyenlet tehát a következő lesz:

---

<sup>20</sup>Például negatív fogyasztásnak is pozitív határhasznot tulajdonít.

$$c_0^{-\gamma} = (1+r)\beta(1+v_1)(E[c_1])^{-\gamma}, \quad (50)$$

azaz:

$$E[c_1] = (1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} (1+v_1)^{1/\gamma} c_0. \quad (51)$$

Vagyis láthatjuk, hogy azonos  $r$  és  $\beta$  paraméterek esetén a fogyasztás növekedési üteme gyorsabbnak adódik, mint a pontvárakozásos modellben. Ennek intuitív értelme az, hogy a fogyasztó „óvatosságból” eleinte kevesebbet fogyaszt és inkább megtakarít. Azt is láthatjuk a (51) egyenletből, hogy a fogyasztás biztos egyenértékese – az a jövőbeli biztos fogyasztás, ami a várható hasznossággal egyenértékű hasznosságot hoz  $-Ec_{t+1}/(1+v_{t+1})^{1/\gamma}$ .

A következőkben  $v$  értékét határozzuk meg. *Skinner* [1988], *Kimball* [1990] megoldása, melyet *Muellbauer–Lattimore* [1995] is ismertet, másodfokú Taylor-sorral való közelítésen alapul, ahol a jövedelem eloszlásának első két momentumát használják fel<sup>21</sup>. Nyomukban ezt az utat követjük mi is. Két időszakra a levezetés egyszerű és ezért be is mutatjuk, az általános esetre vonatkozóan *Skinnerre* [1988] hivatkozunk.

### A.2.1. A biztos egyenértékes két periódus esetén

Nézzük először azt az esetet, amikor a világ az 1 periódus végén megszűnik. Kényelmi okokból kissé módosítjuk az eddigi jelölésrendszert. Nevezzük  $W_t$  vagyonnak a fogyasztó pénzügyi vagyonának és munkajövedelmének összegét, amit a  $t$  időszakon belül arra a pillanatra értelmezzünk, amikor a pénzügyi vagyon már kamatozott, a munkajövedelem már befolylt, de még nem volt fogyasztás:

$$W_1 = (W_0 - c_0)(1+r) + y_1. \quad (52)$$

Az (52) egyenletben azonban  $y_1$  már valószínűségi változó ismert várható értékkel és szórással. Az Euler-egyenlet a CRRA függvény esetére:

$$c_0^{-\gamma} = (1+r)\beta E[W_1^{-\gamma}], \quad (53)$$

ahol kihasználtuk, hogy az 1 – egyben utolsó – periódusban minden vagyon fogyasztásra kerül ( $c_1 = W_1$ ).

A jövőbeli vagyon biztos egyenértékesének  $W_1^*$ -nek közelítő számítása érdekében fejtsük Taylor-sorba  $W_1^{-\gamma}$ -t  $E[W_1]$  körül.

---

<sup>21</sup> *Lattimore* [1993] a Taylor-sor több tagú kifejtésével a valószínűségi eloszlás több momentumát is figyelembe veszi.

Másodrendű Taylor-sort alkalmazunk<sup>22</sup>, vagyis nem használjuk fel  $W_1$  eloszlásának minden momentumát, csak a szórását és varianciáját<sup>23</sup>:

$$W_1^{-\gamma} \approx (E[W_1])^{-\gamma} - \gamma (E[W_1])^{-(1+\gamma)} (W_1 - E[W_1]) + \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} (E[W_1])^{-(2+\gamma)} (W_1 - E[W_1])^2. \quad (54)$$

Ennek várható értékét számolva a második tag 0 lesz:

$$E[W_1^{-\gamma}] \approx (E[W_1])^{-\gamma} + \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} (E[W_1])^{-(2+\gamma)} E[(W_1 - E[W_1])^2]. \quad (55)$$

Az egyszerűsítéskor felhasználtuk, hogy a zárójelben lévő második tag várható értéke 0. A jobboldalon a Taylor-sor első tagja mutatja a fogyasztás várható értékének határhasznát, amely, mint tudjuk, kisebb, mint a határhaszon várható értéke, vagyis a teljes jobboldal értéke. A polinom magasabbrendű tagjai adják meg a különbséget.<sup>24</sup> A két érték közötti összefüggést arány formában megadva:

$$E[W_1^{-\gamma}] \approx (E[W_1])^{-\gamma} \left( 1 + \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} \sigma_{W_1}^2 \right) \quad (56)$$

$$E[W_1^{-\gamma}] \approx (E[W_1])^{-\gamma} (1 + v_1). \quad (57)$$

Így az 1 periódus vagyonának biztos egyenértékese:

$$W_1^* = \frac{E[W_1]}{(1 + v_1)^{1/\gamma}}, \quad (58)$$

ahol  $v_1 = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} \sigma_W^2$  és  $\sigma_W^2$  a vagyon relatív szórásnégyzete.

Mivel feltevésünk szerint a fogyasztó csak egy évre tekint előre,  $\sigma_W^2$  számlálójában a (munka)jövedelem szórásnégyzete áll, nevezőjében a vagyon várható értékének a

---

<sup>22</sup>Emlékeztetőül a másodrendű Taylor-sor  $E[y]$  körül:

$$f(y) = f(E[y]) + f'(E[y])(y - E[y]) + f''(E[y]) \frac{(y - E[y])^2}{2} + o^2(y),$$

ahol  $o^2(y)$  másodrendű kis ordó függvény.

<sup>23</sup>Innentől persze élünk azzal a feltételezéssel, hogy a jövedelem eloszlásának van (véges) várható értéke és szórása.

<sup>24</sup>Itt is láthatjuk, hogy a kvadratikus hasznossági függvény esetén miért egyezik meg a hasznosság várható értéke a várható érték hasznosságával: a Taylor-sorba fejtés ugyanis már a másodrendű tagoktól (deriváltaktól) kezdődően nullát eredményez, így csak az első tag lesz nem-nulla.

négyzete. Az intuitív értelmezés magától értetődő: a fogyasztó óvatosságát két tényező befolyásolja: jövedelmének bizonytalansága és vagyona. Jövedelmének ingadozása kedvezőtlen fogyasztásának biztonságára nézve, és minél kisebb a vagyona (például nagyon el van adósodva), a fogyasztó annál inkább ki van téve ennek az ingadozásnak és ezért annál óvatosabb.

### A.2.2. A biztos egyenértékes: általános eset

A fogyasztó természetesen nem csak egy periódussal előre tekintve veszi figyelembe jövőbeli vagyonát, hanem teljes életpályája-vagyonát nézi. *Skinner* [1988] erre az általános esetre is levezette  $v$  értékét és a két-periódusos modellbeli képlettel analóg összefüggésekre jutott.

Legyen  $L$  a pontvárákozási modellben megismert életpályavagyon:

$$L_t = W_t + E_t \left[ \sum_{s=t+1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r)^{s-t}} \right]. \quad (59)$$

Arra az esetre, ha a jövedelem autokorrelációja 0, az optimális fogyasztási pályára *Skinner* [1988] alapján a következő differencia-egyenlet jellemző<sup>25</sup>:

$$c_t = [(1+r)\beta(1+v_t)]^{1/\gamma} \frac{L_t}{E_{t-1}[L_t]} c_{t-1}, \quad (60)$$

ahol:

$$v_t = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} \mu_t^2 \sigma_{\varepsilon_t}^2, \quad (61)$$

$$\mu_t = \frac{E_{t-1}[y_t]}{E_{t-1}[L_t]}, \quad (62)$$

a  $\sigma_{\varepsilon_t}^2$  paraméter pedig az  $y_t$  jövedelem relatív varianciája. Ha a jövedelemsorozat elemei egymástól függetlenek, akkor  $\mu_t$ -t értelmezhetjük úgy is (62) alapján, mint az  $y_t$ -t érő egységnyi sokknak a teljes vagyona gyakorolt várható hatását. Ez a hatás függ  $y_t$  és a vagyon arányától, valamint az  $y_t$ -t ért sokkok perzisztenciájától. Ez az értelmezés egymástól *független* jövőbeli jövedelemsorozat mellett erőltetettnek tűnhet, hiszen első ránézésre  $\mu_t$  nem más, mint a várt jövedelem aránya a teljes vagyonhoz képest, azonban az értelmezés jogossága világossá válik ha a jövőbeli jövedelmek *nem függetlenek*. Ekkor ezzel az értelmezéssel a kockázat és  $v$  összefüggését általánosíthatjuk arra az esetre, amikor  $y_t$  elemei nem legyenek függetlenek egymástól.

---

<sup>25</sup> A feladat Skinner-féle megoldásához fel kell tételezni, hogy a véletlen változók – az  $y_t$  jövedelem – *függetlenek* egymástól, azaz egy következő periódusra várt jövedelmet nem befolyásolják a korábbi, már realizálódott jövedelmek. Azonban a megoldás egy kis „fogással” érvényes maradhat akkor is ha ez a függetlenség nem teljesül. (Lásd az alábbiakat!)

Az intuíció a következőkön alapszik. Ha van egy tetszőleges ARMA tulajdonágú  $y_t$  sorozatunk, mely hibatagjának ismert a  $\sigma_\varepsilon^2$  varianciája, akkor ennek a *nem független* sorozatnak megfeleltethetünk egy olyan *független* folyamatot, mely a vagyontra ugyanolyan bizonytalanságot generál, mint az eredeti ARMA folyamat. Legyen például a jövedelem logaritmusos eltolásos egységgyök folyamat<sup>26</sup>, ezt a jövedelem szintjére felírva:

$$y_t = (1 + g)y_{t-1}\varepsilon_t \quad \ln(\varepsilon_t) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I), \quad (63)$$

ahol  $\sigma_\varepsilon^2$  ismert. Ekkor az  $\varepsilon_t$  hibatagnak a teljes vagyontra gyakorolt hatása:

$$(1 + g)y_{t-1}\varepsilon_t + \frac{(1 + g)^2 y_{t-1}\varepsilon_t}{(1 + r)} + \frac{(1 + g)^3 y_{t-1}\varepsilon_t}{(1 + r)^2} + \dots, \quad (64)$$

ami, ha  $g < r$  teljesül, véges érték:

$$(1 + g) y_{t-1} \frac{1 + r}{r - g} \varepsilon_t. \quad (65)$$

Ha tehát olyan *független* folyamatot akarunk generálni, amely ugyanekkora bizonytalanságot generál a vagyomban, akkor azt a következőképpen tehetjük:

$$y_t = \bar{y}_t + (1 + g)y_{t-1} \frac{1 + r}{r - g} \varepsilon_t, \quad (66)$$

ahol  $\bar{y}_t = (1 + g)^t y_0$ . Azonban ennek a *független* folyamatnak a varianciája már nem  $\sigma_\varepsilon^2$ , hanem  $(1 + g)^2 y_{t-1}^2 [(1 + r)/(r - g)]^2 \sigma_\varepsilon^2$  lesz! Érdekes azonban arra is figyelni, hogy e független folyamatnak a *relatív* varianciája konstans lesz, mégpedig  $[(1 + r)/(r - g)]^2 \sigma_\varepsilon^2$ . Így ha a jövedelmek AR(1) folyamattal generálódnak, akkor  $v_t$  meghatározásakor a (61) képletben nem az eredeti folyamat varianciáját kell szerepeltetni, hanem az e folyamattal bizonytalansági szempontból ekvivalens *független* folyamat varianciáját.

Emiatt világos a  $\mu_t$  paraméter értelmezése, mivel az eredeti és az azzal ekvivalens független folyamat varianciája közti átváltást megadó – AR(1) esetén a fent levezetett  $[(1 + r)/(r - g)]^2$  – tagot  $\mu_t$ -hez is társíthatjuk, ami által a  $\mu_t$ -t meghatározó (62) képletet így írhatjuk<sup>27</sup>:

$$\mu_t = \frac{E_{t-1}[y_t \frac{1+r}{r-g}]}{E_{t-1}[L_t]}. \quad (67)$$

<sup>26</sup>Természetesen a következő gondolatmenet minden más ARMA folyamatra ugyanígy alkalmazható, az itt tárgyalt AR(1) véletlen bolyongás folyamat csak a tárgyalás egyszerűsítését szolgálja.

<sup>27</sup>Ekkor természetesen  $\sigma_{\varepsilon_t}^2$  helyén (61)-ben az eredeti, a jövedelem szintjére felírt folyamat hibatagjának a varianciája szerepel, azaz  $\sigma_\varepsilon^2$ ! Lásd (63) képlet!



A  $\mu^2 \sigma_\varepsilon^2$  szorzat értelmezhető úgy is, mint az életpálya-vagyon relatív varianciája.

Mivel az  $y_t (1+r) / (r-g)$  tag nem más mint a  $t$  időpontbeli *humán vagyon*  $\frac{1+r}{1+g}$ -szerese (lásd a humánvagyon definiáló (39) képletet!),  $\mu$ -t a humánvagyonnal is kifejezhetjük:

$$\mu_t = \frac{E_{t-1}[H_t \frac{1+r}{1+g}]}{E_{t-1}[L_t]}. \quad (68)$$

Mint látjuk, a fogyasztás pályáját a (51) Euler-egyenlet akkor írná le jól, ha nem változna periódusról periódusra a fogyasztó várakozása életpálya-vagyonát illetően. Mivel mindig újabb és újabb információkhoz jut, fogyasztása folytonosan alkalmazkodik ezekhez a „meglepetésekhez”.

Az optimális fogyasztást az életpálya-vagyon arányában is kifejezhetjük, hasonlóan a pontvárakozásos modellhez:

$$c_t = \left[ \sum_{j=t}^{\infty} (1+r)^{t-j} \prod_{s=t+1}^j \left( \frac{(1+r)(1+v_s)}{(1+\beta)} \right)^{1/\gamma} \right]^{-1} L_t \quad (69)$$

Első pillantásra úgy tűnhet, hogy a pontvárakozásos modellhez képest nem sok változás történt: a fogyasztás éppen úgy a vagyonnal arányos, csak az  $(1+v_t)$  tényező miatt kisebb hányadot fogyasztunk a vagyonból. Vagyis úgy tűnhet, mintha ez a tényező hatásában egyenértékű lenne azzal, hogy a fogyasztó türelmesebb ( $\beta$  nőne). Valójában van még egy fontos különbség:  $v_t$  nem egy konstans paraméter, hanem az életpálya-vagyontól függ. Nézzük meg, hogy ennek mi lesz a következménye!

A pontvárakozásos modellben a fogyasztás és a jövedelem növekedési üteme a paraméterektől függően hosszú távon eltérhet egymástól. Mint az 1.–3. tulajdonságok tárgyalása során (30. oldal) láttuk, a türelmetlen fogyasztó hosszú távon kisebb ütemben növeli fogyasztását, mint ahogy a vagyona nő (mert magas fogyasztással kezd), a türelmes fogyasztó pedig nagyobb ütemben (mert felhasználja a kezdeti felhalmozásból származó kamatjövödelmét). A növekedésükhöz képest viszonylag türelmes fogyasztók (országok) – akiknél  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} > 1+g$  – lesznek a hitelezők, és azok, akiknél  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} < 1+g$ , lesznek az adósok. Kissé bizarr ugyan az a következmény, hogy a viszonylag türelmesek vagy lassan növekvők tőkerátája végtelenül nő<sup>28</sup>, de a modell keretei között nincs más lehetőség arra, hogy a világot adósokra és hitelezőkre felosszuk. A modellben a  $\beta$  paraméternek kulcsszerepe van, mert ha értéke túlságosan elszakadna a kamatláb és a növekedési ütem különbségétől, akkor vagy hitelezők, vagy adósok nem lennének.

Carroll [1992] vetette fel, hogy az óvatossági modell megfelelő értelmezése esetén nincsen szükség arra, hogy az egyensúlyi növekedés lehetőségét ennyire függővé tegyük  $\beta$ -től és ezáltal a  $\beta$  paraméter értékét ilyen szűk határokon belülre szorítsuk.  $\beta$  értéke

<sup>28</sup>E következmény természetellenességén nem sokat segít a modell védelmében általában felhozott, matematikailag egyébként korrekt érv, hogy a világ részei között végtelen ideig nem maradhatnak fenn növekedési ütemkülönbségek, mert a lassabban növekvők súlya a világban 0-hoz tart, így előbb-utóbb a világ a leggyorsabban növekvő részből (fogyasztó, ország, stb) állna.

lehet akár lényegesen alacsonyabb is, mert a fogyasztók türelmetlenségét ellensúlyozza óvatosságuk.  $\beta$  mérése közvetlenül ugyan nem lehetséges, de szólnak érvek amellett, hogy értéke esetleg alacsonyabb, mint a  $0,95 - 1,00$  tartomány. A pontvárakozásra épülő modellek erre vonatkozó feltevését nem a megfigyelések, hanem a modellek által adott kényszerűség magyarázza. Akár 20 százalékos szubjektív diszkontráta is elképzelhető,<sup>29</sup> mert  $v$  értéke a fogyasztás ütemét még mindig elég magasra kényszerítheti. Ehhez még azt is hozzátehetjük hogy ebben az esetben – erre Carroll érdeklődése nem terjedt ki – a világ úgy is felosztható hitelezőkre és adósokra, hogy mindkét fél stabil állományokra törekedjen. Nézzük meg, hogyan.

Tekintsük a modellt instabil paraméterezését értelmezhetetlennek, tehát tegyük fel, hogy a fogyasztó elég türelmetlen ahhoz, hogy hosszú távon teljesüljön:

$$(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} (1+v)^{1/\gamma} \leq 1+g. \quad (70)$$

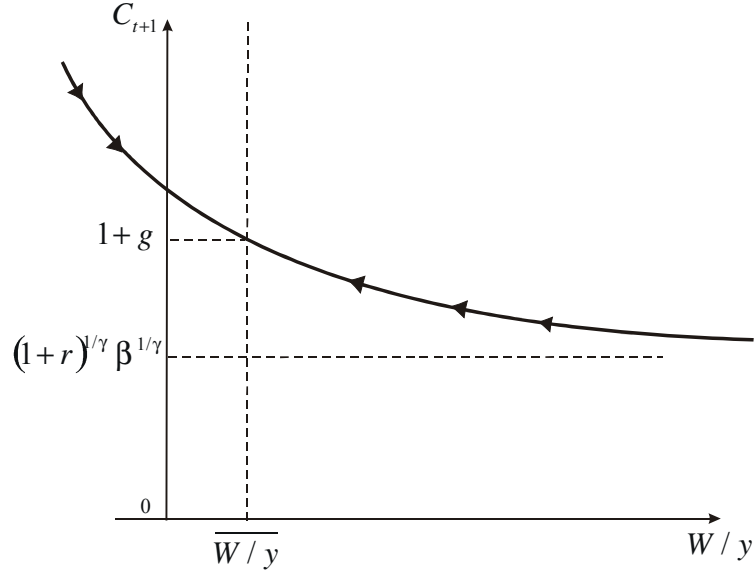
Beláthatjuk, hogy szigorú formában ez az egyenlőtlenség sem állhat fenn, mert akkor az azt jelentené, hogy a fogyasztás tartósan lassabban nő, mint a jövedelem. Ekkor a  $c/y$  arány a 0-hoz tart. Ilyen helyzethez azonban csak a pontvárakozásos modellben juthatunk, ahol a türelmetlen (vagy gyorsan növekvő) fogyasztó teljes humántőkéje erejéig eladósodik, mint azt az (44) egyenletben láthattuk. Az óvatos fogyasztó ezt nem engedi meg, mert ezzel teljes (nettó) vagyona 0-hoz és ennek következtében  $v$  végtelenhez tartana. Vagyis a pontvárakozásos modell stabil egyensúlyi adósságállománya végtelenül nagy kockázatot rejt magában, amit az óvatos fogyasztó nem vállal. Az óvatos fogyasztó kialakít egy olyan  $W/y$  arányt, ami mellett a kockázat és a hozam egyensúlyban van. Ha valamilyen meglepetés miatt  $W/y$  kisebb, mint a megcélzott, akkor nagy lesz  $v$ , ami az (51) egyenlet szerint  $c_t$  csökkenését vonja maga után. Ám  $c_t$  csökkenése a költségvetés egyenlegének értelmében a megtakarítást növeli, vagyis  $W/y$  egyensúlya helyreáll. Hosszú távon tehát  $W$  is és  $c$  is  $y$ -nal arányosan  $g$  ütemben nő, vagyis:

$$(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma} (1+v)^{1/\gamma} = 1+g. \quad (71)$$

Az 6. ábrán  $E(c_{t+1})/c_t$ -t láthatjuk, mint  $W/y$  függvényét. Ha  $W/y$  kisebb, mint az egyensúlyi, akkor a kockázat túl nagy, ezért a jelenlegi ( $t$ -beli) fogyasztás csökken, hogy elegendő  $W$  halmozódjon fel. A felhalmozott  $W$  csökkenti a kockázatot, ezért a fogyasztás növekedhet, vagyis  $E(c_{t+1})/c_t$  csökken.

---

<sup>29</sup> *Friedman* [1957], akit a pontvárakozásos modell kényszerűségei nem befolyásoltak, még 30 százalékos diszkontrátára gondolt.



Ha  $W/y$  a végtelenhez tart, akkor  $\nu \rightarrow 0$  és a fogyasztás növekedési üteme  $(1+r)^{1/\gamma} \beta^{1/\gamma}$ .

#### 6. ábra. A fogyasztás alkalmazkodása a vagyonhoz

A fentiekben intuitíven bevezetett egyensúly fogalmat pontosítjuk a következő definícióval:

**1. Definíció.** Az (60)-(62) optimális fogyasztás sztochasztikus pályájának egyensúlya az a  $W_{t-1}/y_{t-1}$  és  $c_{t-1}/y_{t-1}$  állapot, melynek várható értéke nem változik:  $W_{t-1}/y_{t-1} = E_{t-1}[W_t]/E_{t-1}[y_t]$  és  $c_{t-1}/y_{t-1} = E_{t-1}[c_t]/E_{t-1}[y_t]$ .<sup>30</sup>

A megcélzott  $W_{t-1}/y_{t-1}$  értéknek kiszámításához tegyük fel, hogy a jövedelem logaritmusára sodródó véletlen bolyongás<sup>31</sup>, vagyis a jövedelem szintjére felírva:

$$y_s = (1+g)y_{s-1}\varepsilon_s \quad \ln(\varepsilon_s) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I), \quad (72)$$

ahol  $I$  az egységmátrix. Ekkor az (62) kifejezés helyett használhatjuk az (67) egyenletet. Mivel  $E_{t-1}[y_t] = (1+g)y_{t-1}$ , ezért az egyensúly definíciója miatt teljesülnie kell  $E_{t-1}[W_t] = (1+g)W_{t-1}$  és  $E_{t-1}[c_t] = (1+g)c_{t-1}$ -nek is, ezen felül könnyen látható, hogy  $E_{t-1}[H_t] = (1+g)H_{t-1}$ .

<sup>30</sup>Figyeljünk fel arra, hogy itt a várható értékek hányadosáról és nem a hányadosok várható értékéről van szó!

<sup>31</sup>A sodródó véletlen bolyongás jó közelítése lehet egy végtelen életpálya jövedelmének. Véges életpálya esetén lehet hogy realisabb lenne az olyan ARMA-folyamattal való megközelítés, ahol nincsen egységgyökök. Ez esetben a humánvagyon szórása attól függően lesz kisebb, hogy a jövedelemsokkok milyen gyorsan halnak el.

Vegyük  $c_t$  valószínűségi változó  $t - 1$  időpontbeli várható értékét az (60) egyenlet alapján, ahol a jobb oldalon csak  $L_t$  a valószínűségi változó!

$$E_{t-1} [c_t] = E_{t-1} \left[ [(1+r) \beta (1+v_t)]^{1/\gamma} \frac{L_t}{E_{t-1} [L_t]} c_{t-1} \right] \quad (73)$$

$$(1+g)c_{t-1} = [(1+r) \beta (1+v_t)]^{1/\gamma} \frac{E_{t-1} [L_t]}{E_{t-1} [L_t]} c_{t-1} \quad (74)$$

$$(1+g)c_{t-1} = [(1+r) \beta (1+v_t)]^{1/\gamma} c_{t-1} \quad (75)$$

$$1+g = [(1+r) \beta (1+v_t)]^{1/\gamma}. \quad (76)$$

Írjuk ki (67)-t részletesen, felhasználva az egyensúlyra adott definíciót:

$$\begin{aligned} \mu_t &= \frac{E_{t-1} \left[ y_t \frac{1+r}{r-g} \right]}{E_{t-1} [L_t]} = \frac{E_{t-1} \left[ y_t \frac{1+r}{r-g} \right]}{E_{t-1} [W_t + H_t]} = \\ &= \frac{E_{t-1} \left[ y_t \frac{1+r}{r-g} \right]}{E_{t-1} [W_t] + E_{t-1} [H_t]} = \frac{(1+g)y_{t-1}(1+r)/(r-g)}{(1+g)W_{t-1} + (1+g)H_{t-1}} = \\ &= \frac{y_{t-1}(1+r)/(r-g)}{W_{t-1} + H_{t-1}} = \frac{y_{t-1}(1+r)/(r-g)}{W_{t-1} + y_{t-1}(1+g)/(r-g)}. \end{aligned} \quad (77)$$

Így az egyenletrendszer, mely az egyensúlyt adja már nem tartalmaz valószínűségi változót:

$$1+g = [(1+r) \beta (1+v_t)]^{1/\gamma} \quad (78)$$

$$v_t = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} \mu_t^2 \sigma_{\varepsilon_t}^2 \quad (79)$$

$$\mu_t = \frac{y_{t-1}(1+r)/(r-g)}{W_{t-1} + y_{t-1}(1+g)/(r-g)}. \quad (80)$$

Fejezzük ki az (78) egyenletet  $v_t$  -re, az (79) egyenletet  $\mu_t$ -re, az (80) egyenletet  $W_{t-1}/y_{t-1}$  -re:

$$v_t = \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)\beta} - 1 \quad (81)$$

$$\mu_t = \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \sqrt{\frac{2v_t}{\gamma(1+\gamma)}} \quad (82)$$

$$\frac{W_{t-1}}{y_{t-1}} = \frac{\mu(1+g) - (1+r)}{\mu(g-r)}. \quad (83)$$

Mivel egyensúlyban  $W_t/y_t$  konstans minden  $t$ -re, ezért  $v_t$  és  $\mu_t$  is konstans minden időpontban, így elhagyhatók a  $t$ - indexek. Behelyettesítve  $v$ -t (81)-ből (82)-ba, majd a  $\mu$ -re így kapott kifejezést behelyettesítve (83)-ba megkapjuk  $W_{t-1}/y_{t-1}$  stacionárius értékét,  $\overline{W/y}$ -t<sup>32,33</sup>:

$$\overline{W/y} = \frac{W_{t-1}}{y_{t-1}} = \sigma_\varepsilon \frac{1+r}{r-g} \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)\beta} - 1\right)}} - \frac{1+g}{r-g} \quad (84)$$

$$\overline{W/y} = \sigma_\varepsilon \frac{1+r}{1+g} H/y \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)\beta} - 1\right)}} - H/y. \quad (85)$$

Láthatjuk, hogy mivel  $r > g$ , az eladósodás felső korlátja a humántőke, de ez csak akkor valósul meg, ha  $\sigma_\varepsilon = 0$ .

Ismerve  $W_{t-1}/y_{t-1}$  stacionárius értékét könnyen meghatározhatjuk a  $c_{t-1}/y_{t-1}$  fogyasztási hányad stacionárius értékét is. Ehhez idézzük fel (52) egyenletet, melynek egy adott  $t-1$  időpontbeli alakja:

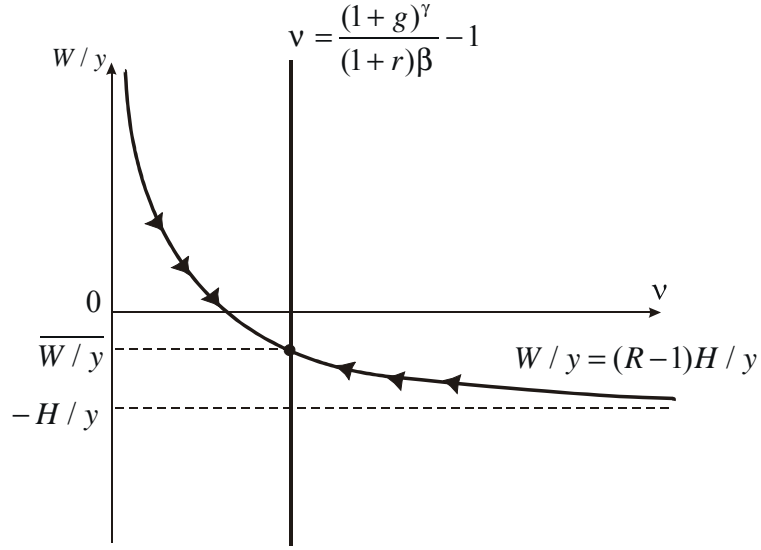
$$W_t = (W_{t-1} - c_{t-1})(1+r) + y_t. \quad (86)$$

Vegyük ennek  $E_{t-1}[\cdot]$  várható értékét, ahol a  $t-1$  időpontban  $W_{t-1}$  és  $c_{t-1}$  már realizálódott ismert, nem véletlen változó:

---

<sup>32</sup>Tekintve, hogy a  $W_t$  vagyon definíciója szerint a  $t$  időszakai vagyonban benne foglaltatik már a  $t$  időszakai jövedelem is, ezért a közgazdaságtanban "megszokott" ország eladósodottsági (vagy hitelezői) hányados mutatóját úgy kaphatjuk meg az itt közölt megoldásból, hogy abból levonunk 1-et.

<sup>33</sup>Tekintve, hogy a meghatározott egyensúlyi  $W_{t-1}/y_{t-1}$  érték az időtől ( $t$ -től) független, ezért az egyensúlyi értékekre igaz, hogy  $W_{t-1}/y_{t-1} = W_t/y_t = W_{t+1}/y_{t+1} = \dots$ , ezért a jelölések egyszerűsítése érdekében az egyensúlyi  $W_{t-1}/y_{t-1}$  hányadosban akár el is hagyhatjuk az időre utaló indexeket és egyszerűen  $W/y$ -t írhatunk. (A következő részben már következetesen ezt tesszük.)



Ha az eladósodás közelít a humánvagyonhoz, akkor a kockázat végtelenné válik. A kockázat teljes megszűnéséhez a tartalékoknak a végtelenbe kell tartaniok. Az ábrán  $R = \sigma_\varepsilon \frac{1+r}{1+g} \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2((1+r)^\beta - 1)}}$ .

7. ábra. Az egyensúlyi eladósodás mint a kockázat függvénye

$$E_{t-1} [W_t] = (W_{t-1} - c_{t-1}) (1 + r) + E_{t-1} [y_t]. \quad (87)$$

Osszuk el (87)-t  $y_{t-1}$ -gyel, alkalmasan átalakítva a baloldalt:

$$\frac{E_{t-1} [W_t]}{E_{t-1} [y_t]} \frac{E_{t-1} [y_t]}{y_{t-1}} = \left( \frac{W_{t-1}}{y_{t-1}} - \frac{c_{t-1}}{y_{t-1}} \right) (1 + r) + \frac{E_{t-1} [y_t]}{y_{t-1}}. \quad (88)$$

Figyelembe véve, hogy esetünkben  $E_{t-1} [y_t] / y_{t-1} = 1 + g$  és az egyensúlyi állapotban  $W_{t-1} / y_{t-1} = E_{t-1} [W_t] / E_{t-1} [y_t] = \overline{W/y}$ , kapjuk:

$$(1 + g) \overline{W/y} = \left( \overline{W/y} - \frac{c_{t-1}}{y_{t-1}} \right) (1 + r) + (1 + g), \quad (89)$$

amiből  $c_{t-1} / y_{t-1}$  egyensúlyi értéke,  $\overline{c/y}$  átrendezéssel adódik:

$$\overline{c/y} = \frac{c_{t-1}}{y_{t-1}} = \overline{W/y} \frac{r - g}{1 + r} + \frac{1 + g}{1 + r}. \quad (90)$$

Ennek a kifejezésnek az értelmezését tovább könnyíthetjük, ha „becsempésszük” (90)-ba  $y$  helyére a  $H$  humánvagyon<sup>34</sup>:

$$\overline{c/y} = \frac{W_{t-1}}{H_{t-1} \frac{r-g}{1+g}} \frac{r-g}{1+r} + \frac{1+g}{1+r}. \quad (91)$$

Egyszerűsítve és átrendezve és felhasználva, hogy  $W/H + 1 = L/H$  kapjuk:

$$\overline{c/y} = \frac{1+g}{1+r} \overline{L/H}. \quad (92)$$

### A.3. Finomítás: a megszokás figyelembe vétele

Eddig azt tételeztük fel, hogy a hasznossági függvény intertemporálisan additív, vagyis egy adott periódusban a hasznosság mértéke csak az ugyanabban a periódusban fogyasztott mennyiségtől függ. Most egy kissé finomítjuk a hasznossági függvény jellegére vonatkozó feltevésünket, amikor az ún. „megszokás” (*habit*) létezését vesszük figyelembe.

A fogyasztó a múltból örököl valamilyen életformát, fogyasztási szokásokat. A megszokás fogalmának bevezetésével ezt vesszük figyelembe, amikor azt mondjuk, hogy a fogyasztó által érzékelt hasznosság attól függ, hogy az adott periódusban fogyasztása mennyire tér el a múltból örökölt, viselkedésébe „beépült,” megszokott szinttől. Ezt az örökölt fogyasztást, mint valami követelményt értelmezzük, vagyis olyan szintnek, ami alá a fogyasztó nem hajlandó lemenni, vagyis semmilyen jövőbeli fogyasztás érdekében nem hajlandó lemondani. A CRRA függvénnyel megfogalmazva ez azt jelenti, hogy a fogyasztás határhaszna nem 0 fogyasztáshoz tartva válik végtelenné, hanem a  $c - h$  fogyasztáshoz tartva, ahol  $h$  a megszokás. Mindez formalizáltan:

$$U(c_0, h_0, c_1, h_1, c_2, h_2, \dots) = \sum_{s=0}^{\infty} u_s(c_s, h_s) \quad (93)$$

Ahol feltesszük, hogy:

$$u_s(c_s) = \beta^s \frac{(c_s - h_s)^{1-\gamma}}{1-\gamma}, \quad \text{ha } \gamma > 0 \text{ és } \gamma \neq 1, \quad (94)$$

$$u_s(c_s) = \beta^s \ln(c_s - h_s), \quad \text{ha } \gamma = 1. \quad (95)$$

Technikailag ez azt jelenti, hogy az időszaki hasznossági függvény  $c_s$  szerinti deriváltja  $c_s^{-\gamma}$  helyett  $(c_s - h_s)^{-\gamma}$  lesz. A megszokás az előző periódusok fogyasztásának függvénye, mi a legegyszerűbb formát választjuk, amikor azt tételezzük fel, hogy

---

<sup>34</sup>Emlékeztetőül a  $H_t$  humánvagyon definíciója:  $H_t = y_t \frac{1+g}{r-g}$ .

a fogyasztás nem süllyedhet az előző évi fogyasztás valamilyen hányada alá<sup>35</sup>, azaz  $h_s = \rho c_{s-1}$ . A  $t$  időszak fogyasztásának határhaszna tehát:

$$\frac{\partial u(c_t, c_{t-1})}{\partial c_t} = (c_t - \rho c_{t-1})^{-\gamma}, \quad (96)$$

ahol  $\rho$  a fogyasztói magatartás „tehetetlenségének” paramétere. A  $\rho$  paraméter és a függvény különféleképpen értelmezhető. Egy-egy fogyasztónál  $\rho$  nagyon alacsony is lehet, értelmezhetjük valahol az éhhalál szintjének környékén, hiszen adott esetben elképzelhető, hogy valaki hajlandó egy-két évig a fizikai létminimum szintjén élni, ha ezzel sokat nyer a jövőben. Egy ország egészét illetően, amikor a fogyasztás intertemporális elosztását mint gazdaságpolitikai feladatot fogalmazzuk meg, talán célszerűbb a fogyasztás alsó korlátját mint társadalmilag elfogadható minimumot értelmezni. Ebben az összefüggésben valahogy úgy fogalmazhatunk, hogy  $\rho$  az az érték, ami olyan fogyasztást implikál, amelyet a társadalom nem tűrne meg, fellázadna, felbomlana. Modellünkben a periódusokat években számolva a 0,8 körüli sávot tekintjük az ilyen veszélyekkel járó szintnek. Ez tehát azt jelenti, hogy az intertemporális fogyasztás tervezésénél a fogyasztót megtestesítő gazdaságpolitikának ki kell zárnia egy olyan lehetőséget, hogy a fogyasztás – a véletlen körülmények kedvezőtlen kimenetele esetén – egyik évről a másikra 20 százalékkal csökkenhessen. Ez a korlát nem szoros, hiszen azt megengedi, hogy több éven át évi 19 százalékos legyen a csökkenés, hiszen a megszokás feltevés azt jelenti, hogy a fogyasztó képes alkalmazkodni, de csak fokozatosan.

A habit feltevése valamelyest módosít a modell megfogalmazásán. Mivel itt már nem *Skinner* [1989] eredményeit ismertetjük, a következmények levezetését teljes egészében közöljük.

A modellfelírás megkönnyítése érdekében hasznos, ha definiáljuk a „szokáson felüli” fogyasztást, jövedelmet és vagyont:

$$\tilde{c}_s = c_s - \rho c_{s-1}, \quad (97)$$

$$\tilde{y}_s = y_s - \rho y_{s-1}, \quad (98)$$

$$\tilde{W}_s = W_s - \rho W_{s-1}. \quad (99)$$

Ekkor az (47)-(48)-hoz hasonlóan a feladat a következőképpen írható:

$$\max_{\{\tilde{c}_s\}} E_0 \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(\tilde{c}_s) \right] \quad (100)$$

$$W_s = (W_{s-1} - c_{s-1})(1+r) + y_s \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (101)$$

---

<sup>35</sup>Vannak szempontok, amelyek a habitnak ilyen formája ellen szólnak (lásd *Campbell-Cochrane* [1995]), de a mi célunkra jól megfelel.



Figyeljük meg, hogy a (100) célfüggvényben  $\tilde{c}_s$  szokáson felüli fogyasztás szerepel, míg a (101) intertemporális korlátokban a  $c_s$  fogyasztás! A feladat megoldhatósága érdekében tovább kell alakítanunk a (101) korlátokat, hogy abban is a  $\tilde{c}_s$  szokáson felüli fogyasztás jelenjen meg. A  $c_s$  fogyasztást az alábbiak szerint fejezhetjük ki  $\tilde{c}_s$ -sel:

$$c_s = \rho^{s+1} c_{-1} + \sum_{i=0}^s \rho^{s-i} \tilde{c}_i. \quad (102)$$

Továbbá tudjuk, hogy a (26) Ponzi feltétellel a végtelen számú (101) korlát egyetlen feltételben összegeezhető: a fogyasztás jelenértékének meg kell egyeznie az összvagyon jelenértékével.<sup>36</sup> Ezeknek figyelembe vételével a (101) korlátsorozattal ekvivalens korlát, felhasználva (102)-t:

$$\sum_{s=0}^{\infty} \frac{\rho^{s+1} c_{-1} + \sum_{i=0}^s \rho^{s-i} \tilde{c}_i}{(1+r)^s} = W_0 + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r)^s}. \quad (103)$$

Felírva (100), (103) kifejezésekből álló feladat Lagrange függvényét:

$$\Lambda = E_0 \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(\tilde{c}_s) \right] - \lambda \left( \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\rho^{s+1} c_{-1} + \sum_{i=0}^s \rho^{s-i} \tilde{c}_i}{(1+r)^s} - W_0 - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{y_s}{(1+r)^s} \right), \quad (104)$$

vége (104)  $\tilde{c}_s$  szerinti deriváltját:

$$\beta^s E_0 [u'(\tilde{c}_s)] = -\lambda \sum_{i=s}^{\infty} \frac{\rho^{i-s}}{(1+r)^i}, \quad (105)$$

hasonlóan (104)  $\tilde{c}_{s+1}$  szerinti deriváltja:

$$\beta^{s+1} E_0 [u'(\tilde{c}_{s+1})] = -\lambda \sum_{i=s+1}^{\infty} \frac{\rho^{i-(s+1)}}{(1+r)^i}. \quad (106)$$

Tekintve, hogy:

$$\sum_{i=s}^{\infty} \frac{\rho^{i-s}}{(1+r)^i} = \frac{1}{(1+r)^{s-1} (1+r-\rho)} \quad (107)$$

$$\sum_{i=s+1}^{\infty} \frac{\rho^{i-(s+1)}}{(1+r)^i} = \frac{1}{(1+r)^s (1+r-\rho)}, \quad (108)$$

---

<sup>36</sup>Lásd (27) egyenlet!

ezért (107)-(108) figyelembevételével az Euler egyenlet (105)-(106)-ból:

$$u'(\tilde{c}_s) = (1+r)\beta E[u'(\tilde{c}_{s+1})], \quad (109)$$

ami analóg a korábbi Euler egyenletekkel, csak itt a *szokáson felüli fogyasztás* háttérhasznára kapunk intertemporális összefüggést! További analógiát fedezhetünk fel a korábbi feladatokkal, ha  $\tilde{c}_s$  (97)-beli definíciójában  $c_s$  helyére beírjuk a (101) korlátokat:

$$c_{s-1} = \frac{y_s - W_s}{1+r} + W_{s-1} \quad (110)$$

$$c_s = \frac{y_{s+1} - W_{s+1}}{1+r} + W_s \quad (111)$$

$$\tilde{c}_s = \left( \frac{y_{s+1} - W_{s+1}}{1+r} + W_s \right) - \rho \left( \frac{y_s - W_s}{1+r} + W_{s-1} \right). \quad (112)$$

Átrendezve:

$$\tilde{c}_s = \frac{(y_{s+1} - \rho y_s) - (W_{s+1} - \rho W_s)}{1+r} + (W_s - \rho W_{s-1}). \quad (113)$$

Használva a (97)-(99)-nél bevezetett jelöléseket kitűnik, hogy a  $\tilde{c}_s$  szokáson felüli fogyasztás a szokáson felüli vagyonnal és jövedelemmel a megszokás nélküli esettel azonos módon írható fel:

$$\tilde{c}_s = \frac{\tilde{y}_{s+1} - \tilde{W}_{s+1}}{1+r} - \tilde{W}_s, \quad (114)$$

amit visszaírhatunk a (101) szerinti alakra:

$$\tilde{W}_s = \left( \tilde{W}_{s-1} - \tilde{c}_{s-1} \right) (1+r) + \tilde{y}_s. \quad (115)$$

A (109)-ben és (115)-ben megjelenő korábbi formulák miatt a megoldás is a korábbiakkal analóg módon írható<sup>37</sup>:

$$\tilde{c}_t = [(1+r)\beta(1+\tilde{v}_t)]^{1/\gamma} \frac{\tilde{L}_t}{E_{t-1}[\tilde{L}_t]} \tilde{c}_{t-1}, \quad (116)$$

---

<sup>37</sup>A (116)-(118) formulák szintén a korábbiakkal analóg módon változnak, ha feltesszük, hogy a jövedelem logaritmusa eltolásos egységgyök folyamatot követ. Ekkor (117)-ben  $\sigma_y^2$  helyett  $\left(\frac{\sigma_\varepsilon}{1-\rho}\right)^2$  szerepel, ahol  $\sigma_\varepsilon$  a jövedelem relatív szórása és az (118) számlálója  $E_{t-1}\left[\tilde{y}_t \frac{1+r}{r-g}\right]$ -ra módosul.

ahol

$$\tilde{v}_t = \frac{\gamma(1+\gamma)}{2} \tilde{\mu}_t^2 \sigma_{\tilde{y}_t}^2, \quad (117)$$

$$\tilde{\mu}_t = \frac{E_{t-1}[\tilde{y}_t]}{E_{t-1}[\tilde{L}_t]}. \quad (118)$$

A megszokás nélküli esethez való hasonlóságok miatt érdemes a különbségeket kiemelniük:

(1) A (116)-(118) megoldásban mindenütt a szokáson felül értelmezett  $\tilde{c}_t$  fogyasztás,  $\tilde{y}_t$  jövedelem és  $\tilde{L}_t$  összvagyon<sup>38</sup> jelenik meg.

(2) Az (117) egyenletben ennek megfelelően nem a jövedelem relatív varianciája, hanem a *szokáson felüli jövedelem relatív varianciája* szerepel. Ha a teljes jövedelem relatív varianciája  $\sigma_\varepsilon^2$ , akkor a szokáson felüli jövedelem relatív varianciája  $\sigma_{\tilde{y}}^2 = \sigma_\varepsilon^2/(1-\rho)^2$ , vagyis a megszokás figyelembe vétele megnöveli az óvatosság miatti prémium értékét.

Hasonlóan a megszokás nélküli esethez, most is kiszámíthatjuk a modell korábbiakban definiált sztochasztikus egyensúlyi állapotát feltételezve, hogy a jövedelem logaritmus eltolásos egységgyök folyamatot követ<sup>39</sup>. Mindehhez még azt kell észrevennünk, hogy egyensúlyban a szokáson felüli változók (fogyasztás, jövedelem, humánvagyon,...) növekedési üteme megegyezik a változók növekedési ütemével. Az (73)-(85) gondolatmenettel szóról-szóra megegyező levezetést mellőzve csak a stacionárius  $\overline{W}/y$  értéket közöljük, ami szintén analóg a korábbiakkal, mindössze a megszokás  $\rho$  paramétere jelent különbséget:

$$\overline{W}/y = \frac{\sigma_\varepsilon}{1-\rho} \frac{1+r}{1+g} \frac{H}{y} \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2 \left( \frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1 \right)}} - H/y. \quad (119)$$

A fogyasztás egyensúlyi értékét meghatározó egyenlet ugyanaz, mint (90)-ben:

$$\overline{c}/y = \frac{1+g}{1+r} \overline{L}/H. \quad (120)$$

## A.4. Néhány tulajdonság

### A.4.1. A közelítés

A Taylor-sorral való közelítés miatt a hasznossági függvénynek csak a várható értéke körüli tulajdonságai játszanak szerepet a modellben. A közelítés előnye, hogy a számítások végrehajtása egyszerűbb, mint a dinamikus sztochasztikus programozási feladat

<sup>38</sup> A habiton felüli humánvagyon:  $\tilde{L}_t = L_t - \rho L_{t-1}$ .

<sup>39</sup> A számítások menete teljesen megegyezik a korábban írtakkal. (Lásd 39. oldal!)

explicit megoldása. Előnynek tűnhet az is, hogy a modellezőnek nem kell foglalkoznia annak a következményeivel, hogy a CRRA-függvény a 0 fogyasztásnak végtelen negatív határhasznot tulajdonít. Ez az előny azonban egyben hátrány is lehet, ha a modellt ki akarjuk terjeszteni a likviditási korlát figyelembe vételével. Az explicit megoldásnál pontos feltevést kell tennünk arra vonatkozóan, hogy a jövedelem milyen sávja az, amelyen kívül az előfordulás valószínűsége 0, és fel kell tételeznünk egy ennek megfelelő hitelfelvételi korlátot, mert ellenkező esetben nem zárható ki, hogy az optimális fogyasztás nem 0 valószínűséggel negatív értéket is felvegyen. Ezzel a feltevéssel egyben lehetőség nyílik arra is, hogy a hitelfelvételi korlát változtatásának hatását is kiszámítsuk. *Zeldes* [1989b], *Deaton* [1992], *Carroll* [1992], *Ayiagari* [1994], *Ayiagari-McGratten* [1998], és mások végeztek ilyen számításokat.

#### A.4.2. Összehasonlítás Obstfeld–Rogoff modelljével

*Obstfeld-Rogoff* [1995a] modellje<sup>40</sup> a hitelfelvételi korlátot endogenizálja a modell külgazdasági értelmezésében. Az „egyensúlyi” eladósodás mértéke a visszafizetés-megtagadás költségének és hasznának egyensúlyából számítható ki. Modelljük a pontvárhoz hasonló modellből indul ki, de a modellt kiegészítik a hitel-visszafizetés megtagadásának kockázatával. Az adósoknak ebben a modellben érdemes lenne óriási hitelek felvenniük – a GDP-nek 15-20-szorosát is –, de ebben a hitelezők hajlandósága korlátozza őket. A hitelezők azért nem hajlandók végtelenül hitelt nyújtani – mint az eredeti modellben –, mert félnek attól, hogy az adósok számára érdekesebb lesz megtagadni a visszafizetést. A fizetés-megtagadás lehetősége ugyan kockázati tényező, ez a modell mégis lényegesen különbözik az óvatossági magatartás modelljétől. A fizetés-megtagadás ugyanis a hitelező kockázata, az óvatossági motívum pedig a hitelfelvevő kockázatából származik. Az adós nemcsak azért vesz fel kevesebb hitelt, mert nem kap többet, hanem azért is, mert a nagy adósság a saját kockázatát növeli.

Az óvatossági modell tehát annak ellenére, hogy a számszerű gazdasági tervezéshez nem ad segítséget, fontos tanulsággal szolgál a gazdaságpolitika számára. Segíthet abban, hogy megértsük azokat a szempontokat, amelyek alapján egy ország gazdasági vezetésének döntenie kell, hogy növekedését milyen arányban finanszírozza saját erőből illetve hiteltől. Voltak olyan időszakok, amikor mind egyes fejlődő országokban, mind Magyarországon az a nézet uralkodott, hogy gyors gazdasági növekedés esetén annál jobb az országnak, minél több hitelt vehet fel. A korlátot csak a hitelnyújtási hajlandóság adja: a hitelezők félnek attól, hogy ha túl sok hitelt veszünk fel, akkor eljön egy olyan pont, amikor érdemes megtagadni a visszafizetést. Ilyen gondolkodást modellez a már említett *Obstfeld-Rogoff* [1995a] tanulmány. Láthatjuk, hogy ez a gondolkodás hibás: Az emberek a fogyasztásnak nemcsak a várható értékében érdekeltek, hanem a szórásában is. Kockázatos fejlesztési stratégiákba nem szívesen mennek bele, vagy konkrétebben fogalmazva, nem szívesen vesznek, ha ilyen gazdaságfejlesztési stratégiák megvalósítására kényszeríti őket a gazdaságpolitika.

---

<sup>40</sup> *Obstfeld-Rogoff* [1995a] 6.2. fejezet.

## B. Egyéni és közösségi kockázattal gazdagított modell

Kétféle kockázatot különböztetünk meg: országekockázatot és egyének (dinasztiák) kockázatát. E két kockázat eredőjeként az alábbiak szerint áll elő az egyének (dinasztiák) jövedelme egy adott  $s$  időpontban. Továbbra is megtartjuk feltevésünket, hogy az ország jövedelmének logaritmusra sodródó véletlen bolyongás:

$$\check{y}_s = (1 + g)\check{y}_{s-1}\varepsilon_s \quad \ln(\varepsilon_s) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I), \quad (121)$$

ahol  $\check{y}_s$  az átlagos egy főre jutó jövedelem az országban.

Az egyént az aggregált országekockázaton felül olyan sokkok érik, mely által jövedeleme időlegesen eltér az átlagostól. Feltesszük, hogy az egyéni jövedelem/átlagos jövedelem  $h$  hányadost az alábbi folyamat generálja:

$$h_s = (h_{s-1})^\alpha \xi_s \quad 0 < \alpha < 1 \quad \ln(\xi_s) \sim N(0, \sigma_\xi^2 I). \quad (122)$$

Feltesszük, hogy  $\varepsilon_s$  és  $\xi_s$  függetlenek egymástól, azaz  $\text{Cov}[\varepsilon_s, \xi_s] = 0$ . Az egyén jövedelmét e két folyamat szorzata adja:

$$y_s = h_s \check{y}_s = (h_{s-1})^\alpha \xi_s (1 + g) \check{y}_{s-1} \varepsilon_s. \quad (123)$$

Az egyén feladata ezek után a szokásos haszonmaximalizálás az intertemporális jövedelemkorlátokkal:

$$\max_{\{c_s\}} E_0 \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s) \right] \quad (124)$$

$$W_s = (W_{s-1} - c_{s-1})(1 + r) + y_s \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (125)$$

Az optimális feladat megoldása ugyanúgy történik, mint az általános esetben, mindössze a fenti  $y_s$  jövedelemfolyamat által a humánvagyonra gyakorolt bizonytalanságot kell számszerűsíteni:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{y_{s+i}(\varepsilon_s, \eta_s)}{(1 + r)^i}. \quad (126)$$

Mivel:

$$y_{s+i}(\varepsilon_s, \eta_s) = h_{s+i}(\xi_s) \check{y}_{s+i}(\varepsilon_s) = (h_{s-1})^{\alpha^{i+1}} \xi_s^{\alpha^i} (1 + g)^{i+1} \check{y}_{s-1} \varepsilon_s, \quad (127)$$

ezért behelyettesítve (127)-t (126)-ba kapjuk:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{(h_{s-1})^{\alpha^{i+1}} \xi_s^{\alpha^i} (1+g)^{i+1} y_{s-1} \varepsilon_s}{(1+r)^i}, \quad (128)$$

kissé átrendezve:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{[(h_{s-1})^{\alpha} (1+g)]^{i+1} y_{s-1} \varepsilon_s \xi_s^{\alpha^i}}{(1+r)^i}. \quad (129)$$

Fejtsük Taylor-sorba  $\varepsilon \xi^b$ -t  $\varepsilon = \xi = 1$  körül elsőrendű tagokig bezárólag, ezáltal lineáris közelítést alkalmazunk:

$$\begin{aligned} \varepsilon \xi^b &\approx \varepsilon \xi^b \Big|_{\varepsilon=\xi=1} + \frac{\partial \varepsilon \xi^b}{\partial \varepsilon} \Big|_{\varepsilon=\xi=1} (\varepsilon - 1) + \frac{\partial \varepsilon \xi^b}{\partial \xi} \Big|_{\varepsilon=\xi=1} (\xi - 1) \\ \varepsilon \xi^b &\approx 1 + (\varepsilon - 1) + b(\xi - 1). \end{aligned} \quad (130)$$

Mivel most a hibatagok vagyona tett hatását kívánjuk kiszámítani, így elhagyhatjuk a (130)-beli konstans tagokat:

$$\text{Var} [\varepsilon \xi^b] \approx \text{Var} [1 + (\varepsilon - 1) + b(\xi - 1)] = \text{Var} [\varepsilon + b\xi]. \quad (131)$$

Így (131) felhasználásával átírhatjuk (129)-t:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{[(h_{s-1})^{\alpha} (1+g)]^{i+1} y_{s-1} [\varepsilon_s + \alpha^i \xi_s]}{(1+r)^i}. \quad (132)$$

Az összeg zárt fomában:

$$(h_{s-1})^{\alpha} (1+g) y_{s-1} \left( \frac{1+r}{1+r - (h_{s-1})^{\alpha} (1+g)} \varepsilon_s + \frac{1+r}{1+r - \alpha (h_{s-1})^{\alpha} (1+g)} \xi_s \right). \quad (133)$$

A (133) kifejezés első tagja nem más, mint az  $s-1$  időpontban  $s$ -re várt jövedelem  $E_{s-1}[y_s] = (h_{s-1})^{\alpha} (1+g) y_{s-1}$ . Ha bevezetjük a  $\Gamma = \frac{1+r}{1+r - (h_{s-1})^{\alpha} (1+g)}$  és  $\Delta = \frac{1+r}{1+r - \alpha (h_{s-1})^{\alpha} (1+g)}$  jelölést, akkor az  $\varepsilon_s$  és  $\eta_s$  hibatagok által generált bizonytalanság röviden írható:

$$E_{s-1}[y_s]^2 (\Gamma^2 \text{Var} [\varepsilon_s] + \Delta^2 \text{Var} [\xi_s] + 2\Gamma\Delta \text{Cov} [\varepsilon_s, \xi_s]). \quad (134)$$

Mivel feltettük, hogy  $\text{Cov}[\varepsilon_s, \xi_s] = 0$ , ezért ezt elhagyva kapjuk:

$$E_{s-1} [y_s]^2 (\Gamma^2 \text{Var} [\varepsilon_s] + \Delta^2 \text{Var} [\xi_s]) . \quad (135)$$

Jól látható módon a (135) kifejezés is konstans relatív varianciát eredményez  $\check{\sigma} = \Gamma^2 \text{Var}[\varepsilon_s] + \Delta^2 \text{Var}[\xi_s]$ , ami a Skinner-féle megoldáshoz szükségeltetik.<sup>41</sup>

## C. A részvényvagyonnal gazdagított modell

Kétféle tőkét különböztetünk meg: tulajdonosi tőkét, amelynek a hozama a sztochasztikus profit, és hiteltőkét, amelynek a hozama a (determinisztikus) kamat. A fogyasztó hozammaximalizálás céljából folyamatosan beruház a tulajdonosi tőkébe (közömbös számunkra, hogy ez a vállalatokon keresztül a részvénytőke révén valósul-e meg) úgy, hogy a munkajövedelem és a tőke aránya mindig az optimális  $k$  szinten legyen. Egyelőre tegyük fel, hogy ez a tulajdonosi tőke csak hazai lehet, vagyis a részvények nemzetközi piaca zárt.

Feltesszük, hogy a belföldi rezidensek ezt a  $ky$  állományt mindig hajlandók tartani az általunk feltételezett hozam- és variancia-kovariancia paraméterek mellett, majd kiszámítjuk, hogy ez a választás hosszú távon milyen kötvényállománnyal konzisztens.

A maximumfeladat, függetlenül attól, hogy a társadalmi tervezőé vagy az egyéné<sup>42</sup>, a következő:

$$\max_{\{c_s\}} E_0 \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s u(c_s) \right] \quad (136)$$

$$F_s = (F_{s-1} - c_{s-1})(1 + r_s) + y_s - i_s + s_s \quad s = 1, 2, 3, \dots, \quad (137)$$

ahol  $y_s$  a "munkajövedelem", és  $y_s = (1 + g)y_{s-1}\varepsilon_s$ , hibatagja pedig  $\ln(\varepsilon_s) \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2 I)$

$c_s$  a fogyasztás,

$s_s$  a tőkejövedelem,

$i_s$  a tőkeállományba való (nettó) beruházás.

A gazdaságban felhalmozott tőkeállományt jelölje  $K_s$  ami évente  $\pi_s$  nettó hozamot biztosít,  $\pi_s = \bar{\pi} + \eta_s$ , ahol  $\eta_s \sim N(0, \sigma_\pi^2 I)$  és  $\text{Corr}(\pi_s, \varepsilon_s) = \sigma_{\varepsilon\pi}$ , így a tőkejövedelem  $s_s = \pi_s K_s$ . Feltesszük, hogy a termelési függvény változatlan ezért az optimális tőkehányad  $k = K_s/y_s$  konstans. Mivel a munkajövedelem várhatóan  $g$  ütemben

---

<sup>41</sup>Az is könnyen megmutatható, hogy ez a két kockázatból levezetett eredmény az eredeti, egy hibatagot tartalmazó modell általánosítása, hiszen abban az esetben  $h_{s-1} = 1$ ,  $\text{Var}[\xi_s] = 0$ ,  $\text{Cov}[\varepsilon_s, \xi_s] = 0$ , akkor a variancia:

$$(1 + g)^2 y_{s-1}^2 \left( \frac{1 + r}{r - g} \right)^2 \text{Var}[\varepsilon_s],$$

ami a tényleg az eredeti eredmény.

<sup>42</sup>Tudjuk, hogy a kétféle feladat csak a függvények paramétereiben különbözik.

növvő egységgyök folyamat, ezért  $K_s$ -nek szintén ilyen folyamatnak kell lennie. Felte tesszük továbbá, hogy a beruházásokat úgy választják meg az  $s$ -dik periódusban, hogy az  $s + 1$ -dikben várhatóan teljesüljön:  $K_{s+1}/E_s[y_{s+1}] = k$ . Mivel  $E_s[y_{s+1}] = (1 + g)y_s$  és  $K_{s+1} = K_s + i_s$ , ezért:<sup>43</sup>

$$i_s = k(1 + g)y_s - K_s. \quad (138)$$

Kihasználva a feltevéseket adódik (137)-ből:

$$F_s = (F_{s-1} - c_{s-1})(1 + r_s) + y_s - [k(1 + g)y_s - K_s] + \pi_s K_s \quad s = 1, 2, 3, \dots \quad (139)$$

Definiáljuk az alábbi összegeket:

$$\begin{aligned} H_s &= y_s \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1+g}{1+r} \right)^i = y_s \frac{1+g}{r-g}, \\ I_s &= i_s \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1+g}{1+r} \right)^i = i_s \frac{1+g}{r-g}, \\ \Pi_s &= \pi_s K_s \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1+g}{1+r} \right)^i = \pi_s K_s \frac{1+g}{r-g}, \end{aligned}$$

ahol az összegek rendre humánvagyon, beruházási kötelezettség, tőkéből származó vagyon. Az  $L_s$ összvagyon tehát:

$$L_s = F_s + H_s - I_s + \Pi_s. \quad (140)$$

Az  $\varepsilon_t$  és  $\eta_s$  hibatagnak a teljes vagyonra gyakorolt hatásának kiszámítását az egyes vagyonelemekre külön-külön végezzük el az alábbiakban.

A munkajövedelmekre:

$$(1 + g)y_{s-1}\varepsilon_s + \frac{(1 + g)^2 y_{s-1}\varepsilon_s}{(1 + r)} + \frac{(1 + g)^3 y_{s-1}\varepsilon_s}{(1 + r)^2} + \dots \quad (141)$$

$$= \frac{1 + r}{r - g} (1 + g) y_{s-1}\varepsilon_s = H_{s-1}\varepsilon_s \quad (142)$$

A beruházásra való hatás:

Felhasználva az (138) összefüggést:

$$i_s = k(1 + g)^2 y_{s-1}\varepsilon_s - K_s, \quad (143)$$

---

<sup>43</sup>Itt most implicit azt tételezzük fel, hogy a beruházást  $y_s$  realizálása után kell végrehajtani.



ahonnan:

$$K_{s+1} = K_s + i_s = K_s + k(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s - K_s = k(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s, \quad (144)$$

$$i_{s+1} = k(1+g)^3 y_{s-1} \varepsilon_s - k(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s, \quad (145)$$

$$K_{s+2} = K_{s+1} + i_{s+1} = k(1+g)^3 y_{s-1} \varepsilon_s, \quad (146)$$

$$i_{s+2} = k(1+g)^4 y_{s-1} \varepsilon_s - k(1+g)^3 y_{s-1} \varepsilon_s. \quad (147)$$

Folytatva a sort a teljes jövőbeli beruházást érintő  $\varepsilon_s$  véletlenhatás jelenértéke:

$$\begin{aligned} & k(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s - K_s + \frac{k(1+g)^3 y_{s-1} \varepsilon_s - k(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s}{1+r} + \\ & + \frac{k(1+g)^4 y_{s-1} \varepsilon_s - k(1+g)^3 y_{s-1} \varepsilon_s}{(1+r)^2} + \dots \\ & = rk(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s \frac{1}{r-g} - K_s = rk(1+g) \varepsilon_s H_{s-1} - K_s. \end{aligned} \quad (148)$$

A tőkejövedelmeket érő hatás számításához a tőkejövedelmek jelenértékének képletébe,  $\pi_s K_s + \frac{\bar{\pi} K_{s+1}}{1+r} + \frac{\bar{\pi} K_{s+2}}{(1+r)^2} + \dots$  -be helyettesítve (143)-t és felhasználva, hogy  $K_{s+1} = K_s + i_s$ :

$$\begin{aligned} & \pi_s K_s + \frac{\bar{\pi} k(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s}{1+r} + \frac{\bar{\pi} k(1+g)^3 y_{s-1} \varepsilon_s}{(1+r)^2} + \dots \\ & = \pi_s K_s + \bar{\pi} k(1+g)^2 y_{s-1} \varepsilon_s \frac{1}{r-g} = \pi_s K_s + \bar{\pi} k(1+g) H_{s-1} \varepsilon_s \end{aligned} \quad (149)$$

Összegezve (141)-(148)-(149)-et, a két véletlen változó  $\varepsilon_s$  és  $\eta_s$  hatása, (felhasználva, hogy  $\pi = \bar{\pi} + \eta$ ):

$$(1+r) H_{s-1} \varepsilon_s - [rk(1+g) H_{s-1} \varepsilon_s - K_{s-1}] + (\bar{\pi} + \eta) K_s + \bar{\pi} k(1+g) H_{s-1} \varepsilon_s. \quad (150)$$

Egyszerűsítve:

$$[(1+r) + (\bar{\pi} - r) k(1+g)] H_{s-1} \varepsilon_s + K_{s-1} + \pi_s K_s. \quad (151)$$

Legyen<sup>44</sup>  $\Psi_s = [(1+r) + (\pi-r)k(1+g)]H_{s-1}$ , ekkor a teljes vagyon varianciája:

$$\text{var}[L_s] = \Psi_s^2 \text{var}[\varepsilon_s] + K_s^2 \text{var}[\pi_s] + 2\Psi_s K_s \text{cov}[\varepsilon_s, \pi_s]. \quad (152)$$

Így az egyensúlyi eladósodásra kapott (10) összefüggés esetünkben a következő formát ölti:

$$F/y = \left( \text{var}(L) \frac{1+r}{1+g} \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1\right)}} - 1 \right) (H/y + \Pi/y - I/y), \quad (153)$$

ahol  $\text{var}(L) = [\Psi^2 \text{var}(\varepsilon) + K_s^2 \text{var}(\pi) + 2\Psi K \text{cov}(\varepsilon, \pi)]$ . Behelyettesítésekkel a végső forma:

$$F/y = \left( \text{var}(L) \frac{1+r}{1+g} \sqrt{\frac{\gamma(1+\gamma)}{2\left(\frac{(1+g)^\gamma}{(1+r)^\beta} - 1\right)}} - 1 \right) (1 + k(\bar{\pi} - g))H/y. \quad (154)$$

A részvények kockázati paraméterei függetlenek attól, hogy a társadalmi tervező, vagy az egyének szempontjából tekintjük-e a feladatot. Szemben a munkajövedelmekkel, ahol az egyéni kockázat diverzifikálására nincsenek intézmények, a részvényportfólió diverzifikálásának lehetősége mindenki számára fennáll. A kétféle feladatban tehát a részvények hozamkockázata megegyezik. Mindkét esetben azonos, a zárt kötvénypiac feltevése miatt országspecifikus kockázatot kell viselni.

---

<sup>44</sup>Mint látható  $k = 0$  esetén – amikor nincs tőkeállomány – a kifejezés az eredeti, tőkeállományt nem tartalmazó esetre egyszerűsödik.

## **MNB Füzetek / NBH Working Papers:**

### **1995/1**

SIMON András: Aggregált kereslet és kínálat, termelés és külkereskedelem a magyar gazdaságban 1990-1994

*Aggregate Demand and Supply, Production and Foreign Trade in the Hungarian Economy, 1990-1994* (available only in Hungarian)

### **1995/2**

NEMÉNYI Judit: A Magyar Nemzeti Bank devizaadósságán felhalmozódó árfolyamveszteség kérdései  
*Issues of Foreign Exchange Losses of the National Bank of Hungary* (available only in Hungarian)

### **1995/3**

DR. KUN János: Seignorage és az államadóság terhei  
*Seigniorage and the Burdens of Government Debt* (available only in Hungarian)

### **1996/1**

SIMON András: Az infláció tényezői 1990-1995-ben  
*Factors of Inflation, 1990-1995* (available only in Hungarian)

### **1996/2**

NEMÉNYI Judit: A tőkebeáramlás, a makrogazdasági egyensúly és az eladósodási folyamat összefüggései a Magyar Nemzeti Bank eredményének alakulásával  
*The Influence of Capital Flows, Macroeconomic Balance and Indebtedness on the Profits of the National Bank of Hungary* (available only in Hungarian)

### **1996/3**

SIMON András: Sterilizáció, kamatpolitika az államháztartás és a fizetési mérleg  
*Sterilization, Interest Rate Policy, the Central Budget and the Balance of Payments* (available only in Hungarian)

### **1996/4**

DARVAS Zsolt: Kamatkülönbség és árfolyam-várakozások  
*Interest Rate Differentials and Exchange Rate Expectations* (available only in Hungarian)

### **1996/5**

VINCZE János – ZSOLDOS István: A fogyasztói árak struktúrája, szintje és alakulása Magyarországon 1991-1996-ban; Ökonometria vizsgálat a részletes fogyasztói árindex alapján  
*The Structure, Level and Development of Consumer Prices in Hungary, 1991-1996 – An Econometric Analysis Based on the Detailed Consumer Price Index* (available only in Hungarian)

### **1996/6**

CSERMELY Ágnes: A vállalkozások banki finanszírozása Magyarországon 1991-1994  
*Bank Financing of Enterprises in Hungary, 1991-1994* (available only in Hungarian)

### **1996/7**

DR. BALASSA Ákos: A vállalkozói szektor hosszú távú finanszírozásának helyzete és fejlődési irányai  
*The Development of Long-term Financing of the Enterprise Sector* (available only in Hungarian)

### **1997/1**

CSERMELY Ágnes: Az inflációs célkitűzés rendszere  
*The Inflation Targeting Framework* (available only in Hungarian)

### **1997/2**

VINCZE János: A stabilizáció hatása az árakra, és az árak és a termelés (értékesítés) közötti összefüggésekre  
*The Effects of Stabilization on Prices and on Relations Between Prices and Production (Sales)* (available only in Hungarian)

### **1997/3**

BARABÁS Gyula – HAMECZ István: Tőkebeáramlás, sterilizáció és pénzmennyiség  
*Capital Inflow, Sterilization and the Quantity of Money*

### **1997/4**

ZSOLDOS István: A lakosság megtakarítási és portfólió döntései Magyarországon 1980-1996  
*Savings and Portfolio Decisions of Hungarian Households, 1980-1996* (available only in Hungarian)

**1997/5**

ÁRVAI Zsófia: A sterilizáció és tőkebeáramlás ökonometria elemzése  
*An Econometric Analysis of Capital Inflows and Sterilization* (available only in Hungarian)

**1997/6**

ZSOLDOS István: A lakosság Divisia-pénz tartási viselkedése Magyarországon  
*Characteristics of Household Divisia Money in Hungary* (available only in Hungarian)

**1998/1**

ÁRVAI Zsófia – VINCZE János: Valuták sebezhetősége: Pénzügyi válságok a '90-es években  
*Vulnerability of Foreign Currency: Financial Crises in the 1990s* (available only in Hungarian)

**1998/2**

CSAJBÓK Attila: Zéró-kupon hozamgörbe becslés jegybanki szemszögből  
*Zero-coupon Yield Curve Estimation from a Central Bank Perspective*

**1998/3**

KOVÁCS Mihály András - SIMON András: A reálárfolyam összetevői  
*Components of the Real Exchange Rate in Hungary*

**1998/4**

P. KISS Gábor: Az államháztartás szerepe Magyarországon  
*The Role of General Government in Hungary*

**1998/5**

BARABÁS Gyula – HAMECZ István – NEMÉNYI Judit: A költségvetés finanszírozási rendszerének átalakítása és az eladósodás megfékezése; Magyarország tapasztalatai a piacgazdaság átmeneti időszakában  
*Fiscal Consolidation, Public Debt Containment and Disinflation; Hungary's Experience in Transition*

**1998/6**

JAKAB M. Zoltán – SZAPÁRY György: A csúszó leértékelés tapasztalatai Magyarországon  
*Hungary's Experience of the Crawling Peg System* (available only in Hungarian)

**1998/7**

TÓTH István János – VINCZE János: Magyar vállalatok árképzési gyakorlata  
*Pricing Behaviour of Hungarian Firms* (available only in Hungarian)

**1998/8**

KOVÁCS Mihály András: Mit mutatnak? Különböző reálárfolyam-mutatók áttekintése és a magyar gazdaság ár- és költség-versenyképességének értékelése  
*The Information Content of Real Exchange Rate Indicators* (available only in Hungarian)

**1998/9**

DARVAS Zsolt: Moderált inflációk csökkentése; Összehasonlító vizsgálat a nyolcvanas-kilencvenes évek dezinflációit kísérő folyamatokról  
*Moderate Inflation: a Comparative Study* (available only in Hungarian)

**1998/10**

ÁRVAI Zsófia: A piaci és kereskedelmi banki kamatok közötti transzmisszió 1992 és 1998 között  
*The Interest Rate Transmission Mechanism between Market and Commercial Bank Rates*

**1998/11**

P. KISS Gábor: A költségvetés tervezése és a fiskális átláthatóság aktuális problémái  
*Topical Issues of Fiscal Transparency and Budgeting* (available only in Hungarian)

**1998/12**

JAKAB M. Zoltán: A valutakosár megválasztásának szempontjai Magyarországon  
*Deriving an Optimal Currency Basket for Hungary* (available only in Hungarian)

**1999/1**

CSERMELY Ágnes – VINCZE János: Leverage and foreign ownership in Hungary  
*Tőkeáttétel és külföldi tulajdon* (csak angol nyelven)

**1999/2**

TÓTH Áron: Kísérlet a hatékonyság empirikus elemzésére a magyar bankrendszerben  
*An Empirical Analysis of Efficiency in the Hungarian Banking System* (available only in Hungarian)

**1999/3**

DARVAS Zsolt – SIMON András: A növekedés makrogazdasági feltételei; Gazdaságpolitikai alternatívák  
*Capital Stock and Economic Development in Hungary*

**1999/4**

LIELI Róbert: Idősormodelleken alapuló inflációs előrejelzések; Egyváltozós módszerek  
*Inflation Forecasting Based on Series Models. Single-Variable Methods* (available only in Hungarian)

**1999/5**

FERENCZI Barnabás: A hazai munkaerőpiaci folyamatok Jegybanki szemszögből – Stilizált tények  
*Labour Market Developments in Hungary from a Central Bank Perspective – Stylized Facts*

**1999/6**

JAKAB M. Zoltán – KOVÁCS Mihály András: A reálárfolyam-ingadozások főbb meghatározói Magyarországon  
*Determinants of Real-Exchange Rate Fluctuations in Hungary*

**1999/7**

CSAJBÓK Attila: Information in T-bill Auction Bid Distributions  
*Az aukciós kincstárjegyhozamok információs tartalma* (csak angol nyelven)

**1999/8**

BENCZÜR Péter: A magyar nyugdíjrendszerben rejlő implicit államadósság-állomány változásának becslése  
*Changes in the Implicit Debt Burden of the Hungarian Social Security System*

**1999/9**

VÍGH-MIKLE Szabolcs – ZSÁMBOKI Balázs: A bankrendszer mérlegének denominációs összetétele 1991-1998 között  
*Denomination Structure of the Balance Sheet of the Hungarian Banking Sector, 1991-1998* (available only in Hungarian)

**1999/10**

DARVAS Zsolt – SZAPÁRY György: A nemzetközi pénzügyi válságok tovaterjedése különböző árfolyamrendszerekben  
*Financial Contagion under Different Exchange Rate Regimes*

**1999/11**

OSZLAY András: Elméletek és tények a külföldi működőtőke-befektetésekről  
*Theories and Facts about Foreign Direct Investment in Hungary* (available only in Hungarian)

**2000/1**

JAKAB M. Zoltán – KOVÁCS Mihály András – OSZLAY András: Hová tart a külkereskedelmi integráció? Becslések három kelet-közép-európai ország egyensúlyi külkereskedelmére  
*How Far has Trade Integration Advanced? An Analysis of Actual and Potential Trade by Three Central and Eastern European Countries*

**2000/2**

VALKOVSKY Sándor – VINCZE János: Estimates of and Problems with Core Inflation in Hungary  
*A maginfláció becslése és problémái* (csak angol nyelven)

**2000/3**

VALKOVSKY Sándor: A magyar lakáspiac helyzete  
*Situation of the Hungarian Housing Market* (available only in Hungarian)

**2000/4**

JAKAB M. Zoltán – KOVÁCS Mihály András – LŐRINCZ Szabolcs: Az export előrejelzése ökonometriai módszerekkel  
*Forecasting Hungarian Export Volume*

**2000/5**

FERENCZI Barnabás – VALKOVSKY Sándor – VINCZE János: Mire jó a fogyasztói-ár statisztika?  
*What are Consumer Price Statistics Good for?*

**2000/6**

ÁRVAI Zsófia – VINCZE János: Financial Crises in Transition Countries: Models and Facts  
*Pénzügyi válságok átmeneti gazdaságokban: modellek és tények* (csak angol nyelven)

**2000/7**

György SZAPÁRY: Maastricht and the Choice of Exchange Rate Regime in Transition Countries during the Run-Up to EMU  
Maastricht és az árfolyamrendszer megválasztása az átmeneti gazdaságokban az EMU csatlakozást megelőzően (csak angol nyelven)

**2000/8**

ÁRVAI Zsófia – MENCZEL Péter: A magyar háztartások megtakarításai 1995 és 2000 között  
*Savings of Hungarian Households, 1995-2000* (available only in Hungarian)

**2000/9**

SIMON András – DARVAS Zsolt: A potenciális kibocsátás becslése a gazdaság nyitottságának felhasználásával  
*Potential Output and Foreign Trade in Small Open Economies*

**2001/1**

SIMON András – VÁRPALOTAI Viktor: Eladósodás, kockázat és óvatosság  
*Optimum Level of Indebtedness and Precautionary Behaviour* (available only in Hungarian)