

Kristóf Miklós

Kvadromatika és matematika

TARTALOM

Bevezetés

Leibniz és a monások

CYCYS

Disztributív algebrák: DILA, TRILA

TRILA

BIOR

Sorozatok, sorok

Bernoulli-számok

A szimbolikus hatványozás

Fraktál, öntartalmazás, önegymástükrözés

Káosz, teremtmőerő, kvax

Mesterséges intelligencia

Négyértékű logika

Gödel nemteljességi tételei

Kísérletek a Smullyan-gép pontos definiálására

Alfred Tarski: Bizonyítás és igazság

Hazugságból felépülő világ

Szuperigazságok, avagy a fele sem igaz!

Nézzünk szembe a pusztító démonnal!

Bevezetés

A most következő fejezetek már némi matematikát is tartalmaznak. Így nagyobb elmélyülést követelnek. A Kvadromatika lényege megérthető e fejezetek nélkül is, ám aki beléjük mélyed, olyan tudással gazdagodik, amit a felszínes, hétköznapi nyelv nemigen adhat vissza. Ezért én úgy gondolom, hogy a Kvadromatika szíve a matematika. A Kvadromatika nem más, mint az Önegymástükrözés elmélete. Minden dolog él, és tükrözi a többi dolgot, és rajtuk keresztül önmagát. Így a világ végül is egymást tükröző tükrök szövevénye. Az indiaiak ezt úgy hívták hogy Máya, káprázat.

Az anyagi világ a Prákriti, a tükröző, és van egy magasabbrendű valóság, a Purusa, ő a tükrözött, a tükrözés alanya. A szellemvilág. Az anyagi világ törvényeit matematikai alakban lehet kifejezni, de úgy is mondhatom, hogy az anyagi világ nem más, mint a matematikai törvények köntöse, kifejezője. Ezért fontos a matematika megismerése, de az is, hogy a Kvadromatika gondolatait jobban kifejező, új matematikát hozzunk létre. Ez az új matematika részben tartalmazza a régit is, azt új alapokra helyezi, és kimutatja, hogy a matematika mélyén is az önegymástükrözés munkálkodik. Conway megmutatta, hogy a valós számokat, és a nála bővebb transzfinit számokat is fel lehet építeni egy olyan egyszerű konstrukcióval, amelyben minden szám korábban teremtett más számokból épül fel, mégpedig úgy hogy a számokból képezett két halmazból álló pár reprezentálja az adott számot. A legelsőnek teremtett szám a nulla, utána az 1 és a -1 jön, majd 2 , $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$ és -2 következik, a valós számok a végtelenedik napon teremődnek, de ott sem áll meg a játék, mert jönnek a transzfinit és transzzéró számok, az epszilonok és omegák. A konstrukció legaranyosabb vonása az, hogy az üres halmazból, tehát a semmiből teremtünk. Hátránya viszont az, hogy egy számot végtelenféleképpen lehet reprezentálni, és két reprezentációról nehéz eldönteni hogy ugyanazt a számot ábrázolják-e. Itt tehát a számok már nem egyszerűen vannak, hanem hivatkoznak egymásra, hatnak egymásra, tehát tükrözik egymást. A Kvadromatika ezt a tükrözés-szemléletet jobban elmélyíti. A kontinuum nem más, mint a TIP maga, egy aktív és teremtő közeg, mely nemcsak tartálya az anyagi világnak, de elsődleges táplálékforrása is. Mert az anyag él és tudatos. Tudatossága épp a tükrözésben és a teremtésben nyilvánul meg. Ha pedig az anyag él, akkor az őt leíró matematika is élő kell hogy legyen. A platonisták felfogása szerint a matematika világa objektíve létezik, nemcsak az emberek találják ki. Az ember legfeljebb felfedezi ezt a világot. Az én felfogásom az, hogy ez a világ nemcsak objektíve van, de ráadásul élő, eleven világ, mely aktívan kölcsönhat velünk, minket is tükröz. Múlt, jelen és jövő egyaránt jelen van benne. Ez az Akasa-Krónika, a Karma-Ríta. Ez egy eleven írás. Isten ígéjére is azt mondják, hogy az élő és ható erő. Képes megtisztítani, átformálni és megváltani. Aki a matematikát helyesen műveli, az egyenesen Istennel kommunikál.

Ezért helyezek oly nagy hangsúlyt a matematikára. Nincs királyi út, mondják, amit úgy értenek, hogy még egy királynak is meg kell dolgoznia a tudásért, nem kapja meg ajándékba. De én azt mondom: a Kvadromatika igenis királyi út! És aki végigmegy rajta, az maga lesz a Király! Mert olyan világok boldog birtokosa lesz, amiről a többi embernek mégcsak sejtelve sincs! Ebben a világban benne ragyog a Végtelen Tükre, a Megváltás és a Feloldozás. Aki időig eljut, az valóban segíteni tud a világ bajain. És nekünk ennél több nem is kell.

Leibniz és a monások

(Reuben Hersh: A matematika természete c. könyv 133. oldaláról)

Gyönyörűen írja le Leibniz világát Gottfried Martin (1.o.-tól folytatólagosan)

„Minden monaszt először élőként ír le. Egy merész ugrással tehát az egész Univerzum élőlények, azaz monások sűrű tengere. Minden él; az Univerzumban mindaz, ami terméketlen, steril, halott, csupán illúzió. ... Az élő dolgoknak eme hatalmas óceánjában nincsenek üres helyek. Ahová csak tekintünk, teremtmények, élőlények, állatok, entelechiák és lelkek nyüzsögnek. Minden parányi anyagrészecske, legyen az bármilyen apró, növényekkel teli kert, halaktól hemzseggő tavacska, és e kert minden növényének minden apró ágacskája, és e tavacska halainak minden parányi vércseppje újabb növényekkel teli kert, halakban dúskáló tavacska és így tovább, a végtelenségig. A végtelenül nagyban és a végtelenül parányiban mindenütt van élet, mindenütt vannak monások. Minden egyes monász érzékel, és akarata van. ... (Saját megjegyzésem: A végtelenül parányi monások Leibniz matematikai infinitezimálisaira emlékeztetnek – Leibniz matematikája és metafizikája összecseng.)”

Martin így folytatja: „A monások egyedi létén kívül és azok között nem-valóság van. Miután ebben az értelemben csak a monások és módosulataik rendelkeznek valóságos léttel, a relációk léte nem lehet valóságos ... vagy másképpen, Leibniz gyakori kifejezésével, csak mentális értelemben léteznek ... A relációk közé tartoznak a számok, az idő, időtartam, a tér, a testek kiterjedése ... Ám a relációkat elgondoló értelem Isten értelme. Azáltal, hogy a relációkat egy értelem alá utalja, megfosztja őket szubsztanciális valóságuktól, ám minthogy isteni értelem hordozza őket ... ismét visszanyernek egy újfajta létezését ...” Na, eddig Martin.

Leibniz metafizikája magával ragadó fantáziavilág. *Monadológiáját* Savoyai Jenő herceg kérésére írta meg (Carr, 3.o) Idealisztikus atomizmusa vezet arra a gondolatra, hogy létezniük kell olyan „egyszerű” részeknek vagy „monásoknak”, amelyekből az egész világ áll. Tehát mindaz, ami valóságos, nem létezhet a monásokon kívül. Ebből következően például a monások közötti relációk sem lehetnek valóságosak. Nem láthatják egymást, „ablaktalanok”. Na, eddig Reuben Hersh.

Véleményem szerint Leibniz magukat a kvadronokat pillantotta meg. Egy lényeges különbség az, hogy Leibniz a monaszait ablaktalanoknak képzelte el, márpedig a kvadronok legszembetűnőbb vonása az, hogy tükrözik egymást és önmagukat. Ebből az önegymástükrözésből szövődik aztán az, amit isteni értelemnek nevezhetünk, és amely mindent magába foglal. Ennek gyönyörű modellje a Mandelzum. A Mandelzum abban különbözik a Mandelbrot-halmaztól, hogy az aurát is magába foglalja. Épp az aurából erednek a gyönyörű színek! Leibniz szerint a dolgok paralellitása csak látszólagos, egy isteni Harmónia Prestabilita miatt mutatja két óra ugyanazt a pontos időt, és ha két ember beszélget, valójában mindkettő monológot mond, csak az isteni elmében fognak ezek összecsengeni. Szerintem viszont az önegymástükrözés valóságos, és így a kvadronok kapcsolatai, relációi is valóságosak. De az is igaz, hogy ezek egy isteni elmében tükröződő fogalmak! Tehát a fogalmak valóságosak, tehát a szellemvilág: Valóság!

Sőt, a szellemvilág valósága magasabbrendű, objektívabb, mert a 2x2 akkor is 4 lesz, amikor az utolsó csillag is kilobbant az égen. A Szellemvilág Valóságának formái áramlanak be a kritikus pontokon át a mi világunkba. Ezek az elsődleges teremtő erők, melyek a világot és az embert kiformálják.

Én így írom le ugyanezt: Minden táncol, minden él, minden lüktet, és részt vesz az egyetemes Táncban, amit istenek koreografáltak, minden pici kis részecske tudatos, és tudja, hol a helye,

tánca nem önkényes szeszély, hanem hatalmas titkok hordozója, egyetlen pici amőba mozgásából kikódolható a Mindenség összes titka. Aki odafigyel – és a nagy tudósok: Pasteur, Koch, Röntgen, Madame Curie, Fleming odafigyeltek – az meglátja a Titkok Titkát, egy-egy újabb fejezetét a Tudomány fejlődésének! Mi magunk is e Tánc részei vagyunk, akkor is amikor a legreménytelenebb az életünk, amikor a legmagányosabbak vagyunk, Valaki figyel és számontart minket, végszavaink elhangzanak, és a láthatatlan erők mozgásba lendülnek. Sosem vagyunk egyedül. Sosem vagyunk elveszettek. A Show folytatódik akkor is, amikor látszólag abbamarad. A stafétát mindig továbbadjuk, akkor is ha nem tudunk róla. Talán egy elejtett megjegyzésünk, egy eldobott papírfecnik, amit valaki fölvesz, egy mozdulatunk. mindez mag, mely új élet hordozója. Bennünk ragyog a Mindenség Prímfénye. Ez az életérzés az Uranita hit szíve.

Én és a Mindenség egyek vagyunk. Sebei rajtam nyílnak fel, örömei bennem oldódnak fénné. Felelős vagyok mindenért. Ha esik az eső, miattam esik, ha süt a nap, értem süt. Ha szenved a világ, miattam szenved. Segítsünk hát rajta, minden erőnkkel, szenteljük neki az életünket, akkor nem lesz egyetlen hiábavaló percünk se. Amit Leibniz leír, az maga a Nagy Fraktál, a Mindenség Mandelzuma, és Leibniz látta a Mandelbrot halmazt, valami rejtélyes beavatás megmutatta neki, ahogy a tibetiek is látták, és én is láttam, még az első megjelent Mandelbrot-képek előtt! Nekem a Benzin mutatta meg...

A 76-os Kvadronmodell egyik legfőbb alapeszméje a kváziazonosság felismerése volt. A kvadronteret bináris sorozatokból építettem fel, mert még az apám mondta egyszer hogy pusztán nullákból és egyesekből leírható az egész Mindenség! Ez az eszme rendkívül megragadott engem. Aztán a BME-n dr. Prékopa Andrásról tanultunk analízist, és ott döbbenetes titkok derültek ki. Pl. az, hogy a síknak ugyanannyi pontja van mint az egyenesnek. Na hiszen, akkor léteznie kell egy-egy értelmű leképezésnek is az egyenesről a síkra és viszont! Papy Topológia könyvéből aztán megtudtam, hogy ez így is van, Peano-görbének nevezik az illető jószágot, és ez bizony fraktál a javából! Mindez 73-74-75-ben, amikor nálunk még híre sem volt Mandelbrotnak! Ismertem a Sierpinski-szönyeget és a Cantor-halmazt is, ennyi nekem elég is volt ahhoz hogy egy merőben új világ bontakozzon ki a szemem előtt! No nem a fraktálok! Mert amit én megláttam, az messze több a fraktáloknál! Elképzeltem hogy az elektronok olyanok mint a bolygók, egész világok, melyeken icipici kis emberkék élnek, akiknek az idejük arányosan gyorsabb, tehát egyetlen másodperc alatt évmilliárdokat élnek át. Ehhez hasonlóan, a galaxisok nem egyebek mint egy gigászi világ atomjai, ahol viszont az idő irdatlanul lassan telik, évmilliárdok alatt telik el náluk egy másodperc! Számomra mindig is élő ige volt Hermész Triszmegisztosz mondása: Amilyen a Nagyvilág, szakasztott olyan a Kisvilág! Ez felfogható egyfajta fraktáltörvénynek is! Aztán tanultunk Mértékelméletet is, ami újabb misztériumok forrása volt! Például a szigma-additivitás. Kiderült, hogy a végtelen összegekkel baj van. $0+0+0+0 \dots = 0$, ám ha $a > 0$, akkor a akármilyen pici is, $a+a+a+a \dots =$ végtelen lesz. Nem tudunk végtelen darab egyforma számot úgy összeadni, hogy az eredmény véges maradjon. Node hiszen Leibniz erre találta ki az epszilont! Vagyis az infinitezimálist! Legyen ε így definiálva: $\varepsilon+\varepsilon+\varepsilon+\varepsilon \dots = 1$! Mekkora vajon ε ? Nyilván kisebb bármely pozitív valós számnál! Tehát ez a régóta keresett infinitezimális! Jelöljük a végtelent így: ω . Ekkor $\varepsilon+\varepsilon+\varepsilon+\varepsilon \dots = \omega \cdot \varepsilon = 1$ lesz. Mekkora ε négyzete? Most erre két választásunk van. Vagy azt mondjuk hogy egy másodrendű infinitezimális, ami még ε -nál is sokkal picibb, vagy egyszerűen azt mondjuk hogy nulla!

Tehát $\varepsilon \cdot \varepsilon = 0$! Ekkor a valós számokból és az ε -ból egy ún. parabolikus komplex számot csinálhatunk: $a+b \cdot \varepsilon$.

Két ilyen számot meg egyszerűen úgy szorzunk, hogy minden tagot minden taggal, és figyelembe vesszük, hogy $\varepsilon \cdot \varepsilon = 0$!

Tehát $(a+b \cdot \varepsilon) \cdot (c+d \cdot \varepsilon) = a \cdot c + a \cdot d \cdot \varepsilon + b \cdot c \cdot \varepsilon + b \cdot d \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon = a \cdot c + a \cdot d \cdot \varepsilon + b \cdot c \cdot \varepsilon = a \cdot c + (a \cdot d + b \cdot c) \cdot \varepsilon$, mert az utolsó tag nulla. Érdekes mód ennek a világnak van modellje, mégpedig a 2×2 -es mátrixok körében:

$a+b\cdot\varepsilon = |a| + |b|\cdot\varepsilon$ Ezeket a mátrixokat a szokásos módon szorozva egymással, épp a $|0|$ kívánt viselkedést kapjuk. Ebben a világban a deriválást nagyon könnyű elvégezni. A differenciálhányados egyszerűen $(f(x+\varepsilon)-f(x))/\varepsilon$, pl. $f(x)=x^2=x\cdot x$: $((x+\varepsilon)\cdot(x+\varepsilon)-x\cdot x)/\varepsilon = (x\cdot x + 2\cdot x\cdot\varepsilon + \varepsilon\cdot\varepsilon - x\cdot x)/\varepsilon = 2\cdot x$.

Minden különösebb határértékkel való vacakolás nélkül megkaptuk a helyes eredményt.

(Én viszont nagyon sokat vacakoltam, mire ezt bepötyögtem a gépbe!)

Sokkal érdekesebb az a verzió, ahol $\varepsilon\cdot\varepsilon$ nem nulla! Hanem egy másodrendű infinitezimális, mondjuk ε^2 ! És így $\varepsilon\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon=\varepsilon^3$, $\varepsilon\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon=\varepsilon^4$, stb... Az ε reciproka az ω , ezt is szorozgathatom önmagával, kapom az ω^2 , ω^3 , ω^4 ... -eket, amik a makrovilágot testesítik meg.

Ez a fejtegetés viszont azt a látszatot kelti, mintha mi magunk teremtenénk ezeket a világokat, azzal hogy választunk! Most akkor ezek objektíve léteznek, tőlünk függetlenül, vagy mi hozzuk létre őket? Még élesebben felvetve a problémát, vajon a számok léteztek már a dinoszauruszok idején is? Két dinoszaurusz meg két dinoszaurusz az ugyebár négy dinoszaurusz? Reuben Hersh legfőbb problémája szintén ez, az egész könyv erről szól. Az én válaszom az, hogy ez is, az is! Tehát a matematikai objektumok egyrészt objektíve léteznek a szellemvilágban, másrészt az ember amikor a szellemvilágból lehívja ezt az információt, akkor megteremti – az anyagi világban! Tehát a tudás, mint az emberiség közkinccse, nem mindig van jelen, mindig van valaki, aki a tudást lehozza a Földre, lehívja az Égi Internetről, vagy másképpen: kihozza a hönirt a Zónából! Ez nem mindig veszélytelen ám! Könnyen lehet hogy a Sztalker otthagya a fogát! Sose tudhatja, hogy a holmi, amit éppen visz, csak úgy van, vagy szép csendben megöli! Szóval a kvaterniók léteztek már azelőtt is, hogy Hamilton agyából kipattantak, csak nem képezték az emberiség tudáskincsének részét. Mert ugyebár Kidd kapitány kincse is létezik valahol a Kincses Szigeten elásva, csak még nem ásta ki senki! Tut Ankh Amon sírkamrája is 3000 évig várt, mire felfedezték. De addig is megvolt. A művelt matematika, mint az emberiség tudásának része, társadalmi jelenség, a társadalomtól nem elválasztható. De amiről a matek szól, az az örökkévaló dolgok világa, amely előbb volt mint a Világegyetem, és utána is fennmarad! A kis zöld emberkék az NGC Galaxisból ugyanúgy felfedezhetik a kvaterniókat, vagy akár a véges egyszerű csoportokat is. Erdős Pál úgy becázta Istent, hogy a Legfelsőbb Fasiszta (LF), és a derék Teremtő azzal szolgált rá e névre, hogy van neki egy könyve: A KÖNYV, amely tartalmazza az elmúlt és eljövendő korok összes matematikai eredményét, még hozzá a legtisztább interpretációban, és a dög nem engedi hogy az ilyen szegény Erdős Palikák csak úgy kandin belepillantsanak! Talán majd halálunk óráján, de akkor már mi a fenét érünk vele? Úgy tűnik, Ramanujan látta a Könyvet, és egész fejezeteket olvasott belőle. Csak törhetjük a fejünket, honnan szedte az eredményeit. Ő maga azt állítja, hogy egy Namagiri nevű istennő tanította meg rá. Én hiszek neki, már csak azért is, mert jómagam is eme istennő kegyeit keresem! Amit Namagiri istennő tud, az készen vár már ránk az Időben, csak el kell utazni odáig!

A matematika nemcsak az emberiség tudásának részeként van jelen a világban. Benne van minden fizikai, kémiai, biológiai, társadalmi, stb. jelenségben, akkor is ha ezt senki nem veszi észre. Egyszerűen a világ rendjének ez az anyanyelve. Úgyhogy feltehetjük a kérdést: Végül is mi a matematika? Szimbólumokkal végzett játék? Számolás? Vagy emlékezés a szellemvilágban megtapasztalt örök dolgokra? Ez is, az is. A Mindenség Tükre és Szerelme. Nem más, mint a Nagy Egyesülés eszköze. Prímkristály-sugárvilág.

Vagy egyszerűen csak egy gyermeki mosoly Isten arcán.

CYCYS

A CYCYS csoportelméleti fogalom, jelentése Ciklikus Csoport Ciklikussal való Széteső bővítése. Ennek elméletét Huber László dolgozta ki.

Legyen $A = \langle a \mid a^m = 1 \rangle = \{1, a, a^2, a^3, \dots, a^{m-1}\},$

$B = \langle b \mid b^n = 1 \rangle = \{1, b, b^2, b^3, \dots, b^{n-1}\}$ két ciklikus csoport, mely az alábbi kapcsolatban van egymással: $ba = a^k b$. k pedig relatív prím az m -mel: $(k, m) = 1$. Az így összekapcsolt $G = \langle a, b \rangle$ csoportot így jelöljük: $(m \mid k \mid n)$, vagy ha a generátorokat is fel akarjuk tüntetni:

$(m \mid k \mid n)_{a, b}$. Létezik olyan v szám, melyre $k^v = 1$. Ezt a v számot a k rendjének nevezzük R_m -ben. Most két lehetőségünk van.

1.) $v = n$. Ekkor az $(m \mid k \mid n)$ csoportot S -csoportnak nevezzük ($S = \text{Source} = \text{Forrás}$).

2.) v osztja n -et. Ekkor $n = v \cdot s$, valamely s számmal. Ha $(s, v) = 1$, akkor ez az (s) ciklus direkt szorzóként kiemelhető: $(m \mid k \mid n) \cong (s) \times (m \mid k \mid v)$.

Az $(m \mid k \mid n)$ számhármast a G csoport prezentációjának nevezzük. Ugyanannak a csoportnak több prezentációja is lehet. Ha $v = n$, akkor S -prezentációnak nevezzük.

$(m \mid k_1 \mid n) \cong (m \mid k_2 \mid n)$, ha $\langle k_1 \rangle = \langle k_2 \rangle$ az R_m -ben. Erre példa:

$(7 \mid 2 \mid 3) \cong (7 \mid 4 \mid 3)$, mert 2 hatványai moduló 7: 2, 4, 1 (mert $2^3 = 8 \equiv 1 \pmod{7}$), és 4 hatványai mod 7: 4, $16 \equiv 2$, $64 \equiv 1$, tehát 4, 2, 1, ugyanazok a számok, mint 2 hatványai.

Ugyanakkor $(8 \mid 3 \mid 2)$ nem $\cong (8 \mid 5 \mid 2)$, mert $3^2 = 9 \equiv 1 \pmod{8}$ és $5^2 = 25 \equiv 1 \pmod{8}$, tehát sem az 5 nem áll elő a 3-ból, sem a 3 az 5-ből. Ez a Prezentáció-tétel, vagy PRET.

$(m_1 \mid k_1 \mid n_1) \cong (m_2 \mid k_2 \mid n_2)$ lehet akkor is, ha m_1 nem egyenlő m_2 , és n_1 nem egyenlő n_2 .

Az $(m \mid k \mid n)$ csoport rendje, azaz elemeinek a száma $m \cdot n$. Tehát a fenti két csoport csak akkor lehet izomorf, ha $m_1 \cdot n_1 = m_2 \cdot n_2$. De a PRET értelmében ez nem elég.

A $ba = a^k b$ reláció segítségével minden CYCYS – csoportbeli elem $a^i b^j$ alakban írható.

Mivel $ba = a^k b$, $a^i b^j a^i$ szorzat $a^K b^j$ lesz, ahol $K = k^j \cdot i$ lesz. Egy $a^i b^j$ alakú elem hatványa pedig $(a^i b^j)^n = a^K b^{j \cdot n}$ lesz, ahol $K = i \cdot [k \mid n]$, és $[k \mid n] = 1 + k + k^2 + k^3 + \dots + k^{n-1}$.

Két CYCYS-beli, S -prezentációjú csoport Fúzióján a következőt értjük:

$$(m_1 \mid k_1 \mid n_1) \otimes (m_2 \mid k_2 \mid n_2) = (m_3 \mid k_3 \mid n_3)$$

ahol $m_3 = m_1 \cdot m_2$, $n_3 = \text{LKKT}(n_1, n_2)$, (legkisebb közös többszörös)

$$(m_1, m_2) = 1, \quad k_3 \equiv k_1 \pmod{m_1} \text{ és } k_3 \equiv k_2 \pmod{m_2}.$$

A fúzió általában nem független a tényezők prezentációjától. Például

$$(7 \mid 2 \mid 3) \cong (7 \mid 4 \mid 3) \text{ és } (9 \mid 4 \mid 3) \cong (9 \mid 7 \mid 3).$$

$$(7 \mid 2 \mid 3) \otimes (9 \mid 4 \mid 3) = (63 \mid 58 \mid 3) \cong (63 \mid 25 \mid 3) = (9 \mid 7 \mid 3) \otimes (7 \mid 4 \mid 3), \text{ és}$$

$(7 \mid 4 \mid 3) \otimes (9 \mid 4 \mid 3) = (63 \mid 4 \mid 3) \cong (63 \mid 16 \mid 3) = (9 \mid 7 \mid 3) \otimes (7 \mid 2 \mid 3)$, ugyanakkor a PRET szerint $(63 \mid 25 \mid 3)$ nem izomorf $(63 \mid 4 \mid 3)$ -mal.

Elérkeztünk a CYCYS legfontosabb fogalmához. Tulajdonképpen erről szól ez az egész. Egy olyan új dolgot fedeztünk fel a csoportelméletben, amivel soha azelőtt nem találkoztunk. Ez az Izostrukturalizmus.

7. DEFINÍCIÓ A G_1 és G_2 csoportokat izostrukturálisaknak nevezzük, jelben $G_1 \sim G_2$ ha fúziós felbontásukban azonos számú tényező van, és e tényezők csak a prezentációjukban különböznek egymástól. (Az izostrukturalitás nyilván ekvivalenciareláció.)

A közelebbi vizsgálat azt mutatja, hogy izostrukturális csoportok részcsoporthálója ugyanolyan, az egymásnak megfelelő hálószemek vagy izostrukturálisak, vagy izomorfak. Ezen felül az izostrukturális csoportok automorfizmuscsoportjai is izomorfak. Tulajdonképpen ezt is tekinthetnénk az izostrukturális csoportok definíciójának.

A $(63 \mid 4 \mid 3)$ és $(63 \mid 25 \mid 3)$ csoportok esetében például a hálók megfelelő szemei - a legfelső kivételével - izomorfak egymással.

A fúziót azért kellett S - prezentációkra korlátozni, mert különben zavaró többértelműségek lépnének föl a fentiek miatt.

Az izostrukturális csoportok minden lényeges paraméter szempontjából megegyeznek egymással. Ugyanannyi elemük, részcsoporthálójuk, normálosztójuk van, ugyanannyi konjugált osztály, ezekben az elemek száma azonos, megegyezik a részcsoporthálójuk, sőt az egymásnak megfelelő szemek izomorfak vagy izostrukturálisak. Az egyetlen különbség köztük az, hogy mégse izomorfak! Ez a jelenség egy rejtélyes szuperszimmetria a csoportelméleten belül! Jó analógiája az elemi részecskék szuperszimmetriáinak: pl. egy proton és egy neutron az erős kölcsönhatás szemszögéből tökéletesen azonos, csak az elektromágneses tulajdonságaik különböznek. Az elemi részecskéket éppen csoportelméleti módszerekkel osztályozzák. Lehet hogy a CYCYS közelebb visz az anyag szerkezetének megértéséhez?

A ciklikus csoportok után a CYCYS-ek a legegyszerűbb szerkezetű csoportok.

Sejtésünk az, hogy a CYCYS-ek olyan építőkövek, amelyekből minden véges csoport előállítható direkt szorzat, részcsoporthálóképzés és faktorizáció révén.

Tehát a CYCYS-ek a csoportelmélet atomjai. A CYCYS-ek segítségével a véges csoportokat osztályozni lehet, és ezzel olyan grandiózus eredmények érhetők el, mint amilyen a véges egyszerű csoportok osztályozása.

Disztributív algebrák: DILA, TRILA

A hagyományos algebrában a disztributivitást mindig két műveletre értelmezték.

Így pl. a szorzás disztributív az összeadásra nézve: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$.

Másrészt pl. a csoportelméletben egy művelet önmagára nézve asszociatív, azaz

$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. Mi bevezetünk egy olyan műveletet, amelyik önmagára nézve disztributív, azaz $(a \cdot b) \cdot c = (a \cdot c) \cdot (b \cdot c)$. Ezt jobbdisztributivitásnak nevezzük. A baldisztributivitás hasonló: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot (a \cdot c)$. Egy harmadik fajta disztributivitás a keresztdisztributivitás: $(a \cdot b) \cdot (c \cdot d) = (a \cdot c) \cdot (b \cdot d)$.

Egy másik tulajdonság az idempotencia: $a \cdot a = a$. A hagyományos algebrában ilyen a nulla és az egy. Végül az algebra Latin, ha az algebra minden eleme a szorzótábla minden sorában és oszlopában egyszer szerepel. Más szavakkal: $a \cdot x = b \cdot x$ -ből $a = b$ következik, illetve $x \cdot a = x \cdot b$ -ből $a = b$ következik, továbbá az $a \cdot x = b$ és az $x \cdot a = b$ egyenleteknek egy és csak egy megoldása van. A csoport pl. asszociatív és latin. Az asszociativitásból és a latinságból levezethető az egységelem és az inverz létezése. Mi bevezetünk egy új típusú algebrát, amely disztributív, idempotens és latin: ezt DILÁ-nak nevezzük. Vannak véges, végtelen és kontinuum elemű DILÁk is.

Véges DILÁkra néhány példa:

1 3 2	1 3 4 2	1 4 2 3	0 4 3 2 1	A D B E C
3 2 1	4 2 1 3	3 2 4 1	2 1 0 4 3	D B E C A
2 1 3	2 4 3 1	4 1 3 2	4 3 2 1 0	B E C A D
	3 1 2 4	2 3 1 4	1 0 4 3 2	E C A D B
		3 2 1 0 4		C A D B E

Ezek a DILÁk jobb- bal- és keresztdisztributívak egyszerre.

Kontinuum elemű DILÁra példa: Vezessük be a valós vagy komplex számokon az $a \lambda b = \lambda \cdot a + (1 - \lambda) \cdot b$ műveletet! Ezt a felírásmodot Triádnak nevezzük, és a triád két latin betűje az argumentum, a lambda pedig a műveleti jel, amihez a lambda szám van rendelve. Egyszerű számolással igazolható, hogy

$$(a \lambda b) \lambda c = (a \lambda c) \lambda (b \lambda c), \quad a \lambda (b \lambda c) = (a \lambda b) \lambda (a \lambda c) \text{ és}$$

$$(a \lambda b) \lambda (c \lambda d) = (a \lambda c) \lambda (b \lambda d) \text{ teljesülnek, de ennél sokkal több is igaz!}$$

$(a \lambda b) \mu c = (a \mu c) \lambda (b \mu c)$, $a \lambda (b \mu c) = (a \lambda b) \mu (a \lambda c)$, tehát két különböző művelet egymásra nézve is disztributív, sőt

$(a \lambda b) \mu (a \nu b) = a (\lambda \mu \nu) b$: ezt a műveletek összevonásának nevezzük, itt fontos hogy a két zárójeles kifejezésben ugyanaz az a, b szerepel!

A $\lambda \mu \nu$ pedig maga is triád, azaz jelentése $\mu \cdot \lambda + (1 - \mu) \cdot \nu$.

Geometriai DILÁkat kaphatunk, ha a sík egyeneseit feleltetjük meg a DILA elemeinek, és az egyenesre való tükrözést rendeljük az egyenesekhez mint műveletet. Ha $a, b, c, d, \dots$ egyeneseket jelölnek, és A, B, C, D jelöli a megfelelő egyenesre való tükrözést, akkor a DILA-műveletet így vezetjük be: $a \cdot b = B(a)$, azaz $a \cdot b$ nem más, mint az a egyenes b -re vett tükörképe.

Az így definiált struktúra csak az egyik oldali latinságot teljesíti, azaz $a \cdot x = b \cdot x$ esetén $a = b$, de pl. ha x merőleges a -ra, akkor $x \cdot a = x$, ugyanakkor $x \cdot x = x$, az x mégsem egyezik meg a -val. Az ilyen struktúrát Féldilának nevezzük.

A legfontosabb Féldila a Körtükrözés, vagy Körinverzió. Ez a leképezés köröket körökre visz, feltéve hogy a sík egyeneseit speciális köröknek tekintjük.

Ha a sík köreit $A, B, C, \dots$ jelöli, akkor $A \cdot B$ jelölje az A kör B körre való tükörképét! Ez a művelet a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

1. $A \cdot A = A$, tehát a kör önmagára vett tükörképe önmaga.
2. $(A \cdot B) \cdot B = A$, tehát a tükörkép tükörképe az eredeti kör.
3. $(A \cdot B) \cdot C = (A \cdot C) \cdot (B \cdot C)$, ez a disztributivitás.

Ha az A kör a B körön kívül van, akkor az $A \cdot B$ kör a B körön belül van.

Most a fenti 3 szabály figyelembevételével számoljuk ki, melyik kör lesz az $A \cdot (B \cdot C)$? Legyen az A, B, C három egymást nem metsző kör, egyik sincs a másik belsejében. Ekkor az $A \cdot B$ a B belsejében van, az $A \cdot (B \cdot C)$ pedig a

C belsejében levő $B \cdot C$ kis kör belsejében van. De pontosan hol? Nos,

$A \cdot (B \cdot C) = ((A \cdot C) \cdot C) \cdot (B \cdot C)$, a 2. szabály figyelembevételével, ez pedig $= ((A \cdot C) \cdot B) \cdot C$, a 3. szabály szerint. Ezt röviden így írhatjuk:

ACBC. Ehhez hasonlóan, ha a három kört vég nélkül tükrözgetjük egymásban, akkor az így nyert kis körök mindegyikét megszámozhatjuk az A, B, C betűkből álló sorozattal, ahol az egyetlen kikötés hogy ne legyen egymás után két egyforma betű.

(mert ha van, akkor azokat egyszerűen törölhetjük.)

Ez átvezet minket egyik másik témánkhoz, a Fibonacci-számokhoz: hányféleképpen lehet

2, 3, ... k féle betűből n tagú betűláncot képezni úgy, hogy ne legyen egymás mellett két egyforma. Vagy: pl. A és B betű van, az A betűk állhatnak egymás mellett, de a B betűk nem.

Végül is mire jó a DILA? Az Univerzum Egyetemes Önegymásttükrözésének leírására! A DILA elemeit egymást tükröző objektumokkal (pl. egyenesekkel, körökkel) kapcsoljuk össze. Ha az $A, B, C, \dots$ betűk az Univerzum objektumait jelölik, a Ψ szimbólum pedig az Univerzumot megismerő Tudatot, akkor az

$(A \cdot B) > \Psi = (A > \Psi) \cdot (B > \Psi)$, ejtsd áhessbé glab pszi egyenlő

áglab pszi hess béglab pszi képlet a következőt jelenti: $(A \cdot B)$ az A és B objektum kapcsolata az Univerzumban. $(A \cdot B) > \Psi$ e kapcsolat tükröződése a Ψ tudatban. $(A > \Psi)$ az A objektum tükörképe a tudatban, $(B > \Psi)$ pedig a B objektum tükörképe. $(A > \Psi) \cdot (B > \Psi)$ a két tükörkép kapcsolata a tudatban. A képlet ezt mondja: A kapcsolatok tükörképe megegyezik a tükörképek kapcsolatával. Ez más szóval azt jelenti, hogy a tudat adekvátn tükröz. Az anyagi világ tudatai nem ilyenek, de törekednek rá. Ezt a törekvést egy kis módosítással fejezzük ki:

$(A \cdot B) > \Psi := (A > \Psi) \cdot (B > \Psi)$

Itt a kettőspont-egyenlő így olvasandó: Legyen egyenlő. Ez lényeges különbség! A Mandelbrot-halmaz egyenletében is ez szerepel: $Z := Z^2 + C$.

Z legyen egyenlő Z négyzet plusz C. Ez nem egy tény fennállását jelenti, miszerint pl. 3 egyenlő 3 a négyzeten mínusz 6, hanem egy törekvést, egy folyamatot, amely szerint veszem a Z aktuális értékét, négyzetre emelem, hozzáadok C-t, és amit így kapok, azt teszem a Z-be. Ez a konstanciáknak egy magasabb szintjét nyitja meg. Nemcsak dolgok, tények lehetnek egyenlők, hanem folyamatok, processzek, törekvések is. A törekvés-csírakat szanszkritül

Szamszkáráknak nevezik. Ld. Kaczvinszky: Kelet Világossága. A Kvadromatika egyik célja a Szamszkárák világának matematikai leírása, ezzel megnyílik az út a Karma megértéséhez, megtaláljuk a karmafaktorokat, amelyek úgy öröközik át a karmát, ahogyan a DNS a genetikai tulajdonságokat.

A DILÁ-hoz hasonló matematikai struktúra a TRILA, ahol nem két hanem három elem szorzata van definiálva.

TRILA

A TRILA a DILA olyan kiterjesztése, ahol nem két, hanem három elem szorzata van értelmezve. Ez a TRUP analógja. A TRUP olyan struktúra, ahol 3 vagy több elem szorzata van értelmezve, érvényes az asszociativitás, és a szorzótábla latin: minden sorban, kereszt-sorban és oszlopban minden elem egyszer és csak egyszer szerepel. A TRUP a Csoport (GROUP) kiterjesztése. A hármas-szorzat ilyen: $ABC = D$. A hármas asszociativitás így fest: $(ABC)DE = A(BC)DE = AB(CDE)$. Az ABC hármasszorzatot triádnak nevezzük, ez egyetlen kifejezésnek felel meg. Az $(ABC)D(EFG)$ olyan triád, melynek elemek és triádok az elemei.

A TRILA olyan TRUP, melyben a szorzás nem asszociatív, hanem disztributív, illetve a disztributívhoz hasonló hármas - disztributív, röviden trisztributív:

$AB(CDE) = (ABC)(ABD)(ABE)$: bal - trisztributivitás,

$A(BCD)E = (ABE)(ACE)(ADE)$: közép - trisztributivitás, és

$(ABC)DE = (ADE)(BDE)(CDE)$: jobb - trisztributivitás.

Egy TRILÁ-ban ezek egyidejűleg is fennállhatnak, de lehet hogy csak az egyik érvényes. Ha a páros szorzatok is értelmezve vannak, azaz van olyan struktúra, amelyben az AB szorzatok is benne vannak, akkor a TRILA ennek a struktúrának a részstruktúrája, és az ABC triád $(AB)C$ módon értelmezhető. Ha ez a részstruktúra DILA, akkor azt mondjuk hogy a TRILA nem valódi. Ha ilyen beágyazó DILA nincs, akkor a TRILÁ-t valódi TRILÁ-nak nevezzük. Kiegészítés: Beágyazó struktúra általában van, de ez nem mindig DILA.

Tehát a TRILA akkor nemvalódi, ha egy DILÁból lehet származtatni.

A véges TRILÁ-kat táblázattal adhatjuk meg: a $3 \times 3 \times 3$ -as TRILA 3 táblázat, és az

ijk hármasszorzatot az i-dik táblázat j-edik sorának k-dik eleme adja.

Legyen i,j,k lehetséges értéke 0,1,2, és a szorzási szabály ez legyen: $ijk = (i+2j+k) \bmod 3$

Ezt úgy kell érteni, hogyha az eredmény nagyobb vagy egyenlő 3-mal, akkor levonunk belőle 3-at. Ez a művelet az alábbi TRILÁ-t adja:

0 1 2 1 2 0 2 0 1 Itt a baloldali táblázat a 0-ik, a középső az első, a jobboldali a 2-ik.

2 0 1 0 1 2 1 2 0 Pl. $011 = 0$, $021 = 2$, így $(011)21 = 021 = 2$, $(021)(121)(121) = 200 = 2$.

1 2 0 2 0 1 0 1 2 A trisztributivitás tehát teljesül. Végig lehet próbálni. De le is lehet vezetni:

$(abc)de = (a+2b+c)+2d+e = a+2b+c+2d+e$, $(ade)(bde)(cde) =$

$(a+2d+e)+2(b+2d+e)+(c+2d+e) = a+2b+c+8d+4e$, viszont $8 \bmod 3 = 2$, $4 \bmod 3 = 1$, és ezt behelyettesítve $a+2b+c+2d+e$ lesz az eredmény, ami megegyezik az előzővel.

0 2 1 Ez a hármas DILA. Itt a szabály: $ij = 2(i+j) \bmod 3$. Képezzük az $(ik)^j$ szorza-

2 1 0 tot: $(ik)^j = 2(2(i+k)+j) = 4i+4k+2j$, $4 \bmod 3 = 1$ miatt ez $i+2j+k$ lesz. Tehát a fenti

1 0 2 TRILÁ-t megkaphatjuk egy DILÁból, így az nem valódi.

0 1 1 0, 1 0 0 1 Csak ez a két $2 \times 2 \times 2$ -es latin struktúra létezik. A baloldali egy

1 0 0 1, 0 1 1 0 nemvalódi kettes TRUP: az $\{1, -1\}$, ami azért nem valódi, mert előáll ugyanezen elemek 2 elemű csoportjából is. Ugyanakkor viszont ez egy valódi $2 \times 2 \times 2$ -es

TRILA, mert nem létezik olyan 2x2-es DILA, amelyből származtatható lenne. A jobboldali egy valódi TRUP, és ugyanakkor egy valódi TRILA.

Végtelen TRILÁk is származtathatók az alábbi, pentádnak nevezett műveletből: $a\lambda b\mu c = \lambda.a + \mu.b + (1-\lambda-\mu).c$. A pentád 5 szimbóluma egy szintaktikai egységnek tekintendő, a 2 görög és 3 latin betű, amit adott esetben számok, vagy zárójeles kifejezések helyettesíthetnek. Ha a pentád előáll egy triádból $(a\lambda b)\mu c$ alakban, akkor a TRILA nem valódi. A végtelen TRILÁkból modulózással véges TRILÁk készíthetők.

Geometria TRILÁk kaphatók pontokból, egyenesekből, körökből, gömbökből, poliéderekből vagy bonyolult felületekből, fraktálokból és Julia-halmazokból, a megfelelően értelmezett műveletek segítségével.

A lehetőségek kimeríthetetlenek.

BIOR

Matematikai fogalom, a legegyszerűbb példa a keresztdisztributív algebrára. Kétkomponensű vektorokból épül fel innen a neve (bi=2), bár asszociálhatunk a bio-jelenségekre is, mert szerintem biorokkal leírhatók bizonyos életjelenségek is, pl. a sejtesedés és az idő-bezáródás. A megszokott algebrák asszociatívak, azaz $(AB)C = A(BC)$ A Bior ezzel szemben keresztdisztributív, azaz $(AB)(CD) = (AC)(BD)$. Egy tetszőleges Bior így adható meg: $X = a \cdot \alpha + b \cdot \beta$, az α, β elemi Biorok pedig az alábbi szorzási szabálynak tesznek eleget:

$$\alpha \cdot \alpha = \beta, \quad \alpha \cdot \beta = \alpha, \quad \beta \cdot \alpha = \alpha, \quad \beta \cdot \beta = -\beta.$$

Látható, hogy a Bior bár nem asszociatív, viszont kommutatív.

Ennek megfelelően két Bior szorzata így alakul:

$$(a, b) \cdot (c, d) = (a \cdot d + b \cdot c, a \cdot c - b \cdot d).$$

Itt bevezettük az $a \cdot \alpha + b \cdot \beta$ Biorra a sokkal egyszerűbb (a, b) jelölést. A nemasszociatív Biorokkal felépíthetők az asszociatív Spinorok.

Legyen $A = (a, b)$, $B = (c, d)$, $X = (x, y)$ három Bior, és képezzük az

$A \cdot X + B \cdot (\alpha \cdot X)$ szorzatot! Ennek komponensei

$$(a \cdot y + b \cdot x, a \cdot x - b \cdot y) + (c \cdot x + d \cdot y, c \cdot y - d \cdot x) \text{ módon számolhatók.}$$

Elvégezve az összeadást:

$$(a \cdot y + b \cdot x + c \cdot x + d \cdot y, a \cdot x - b \cdot y + c \cdot y - d \cdot x) \text{ adódik, ami átrendezve}$$

$$((b + c) \cdot x + (a + d) \cdot y, (a - d) \cdot x + (c - b) \cdot y) \text{ lesz.}$$

Ez megfelel egy spinorral való szorzásnak, mégpedig a $\begin{pmatrix} b + c & a + d \\ a - d & c - b \end{pmatrix}$ mátrixnak megfelelően.

Ezt szétszedhetjük a Pauli-mátrixok segítségével:

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot X + B \cdot (\alpha \cdot X) = c \cdot 1 + a \cdot \sigma_x + i \cdot d \cdot \sigma_y + b \cdot \sigma_z$$

Az a, b, c, d paraméterek lehetnek valósak vagy komplexek is.

Képezhetők Biorokból az $A(X)$ Biorfüggvények, és ezekkel felépíthető a

Bioranalízis. A differenciáloperátor: $D = 1/2 \cdot (d_x, d_y)$. Jelölések:

$$X = (x, y), \quad F(X) = F(x, y) = (f_x(x, y), f_y(x, y)). \text{ Ezekkel}$$

$$D F(X) = 1/2 \cdot (d_x \cdot f_y(x, y) + d_y \cdot f_x(x, y), d_x \cdot f_x(x, y) - d_y \cdot f_y(x, y))$$

Az X hatványai a nemasszociativitás miatt sokféleképpen értelmezhetők. Ennek megfelelően végtelen sokféle függvénycsalád értelmezhető. Legyen a legegyszerűbb függvénycsaládunk ilyen: $X^1 = X, X^n = (X^{n-1}) \cdot X$.

$$\text{Ennek megfelelően } X = (x, y), \quad X^2 = (2 \cdot x \cdot y, x^2 - y^2),$$

$$X^3 = (x^3 + x \cdot y^2, x^2 \cdot y + y^3) = (x^2 + y^2) \cdot X, \quad X^4 = (x^2 + y^2) \cdot X^2$$

Az $x^2 + y^2$ számot az X Bior normájának nevezzük, és τ - val jelöljük.

Látható, hogy ebben a függvénycsaládban csak két független Biorhatvány létezik: X és X^2 . A többi hatvány ezekből úgy kapható, hogy τ valamely hatványával szorzunk. Vajon mennyi X^0 ? A megszokott asszociatív algebrákban ez 1. A Bior azonban abban is különleges, hogy nincs benne egységelem, azaz nincs olyan E Bior, amelyre $E \cdot X = X$ bármely X Biorra. Ezzel szemben minden Biornak saját különbejáratú egységeleme van! Az X Bior egységelemét 1_x jelöli. Ez azt tudja tehát, hogy $1_x \cdot X = X$, de $1_x \cdot Y$ már nem Y

(Hacsak Y nem egyenlő X-szel). Most már megmondhatjuk, mi X^0 . Nem más, mint 1_x !

$$X^3 = X^2 \cdot X = \tau \cdot X, \text{ tehát } 1_x = 1 / \tau \cdot X^2.$$

Mi a hatványfüggvény deriváltja? Most már megmondhatjuk:

$$X^{2n} = \tau^{n-1} \cdot X^2 \quad \text{és} \quad X^{2n+1} = \tau^n \cdot X, \quad \text{ennek megfelelően}$$

$$D X^{2n} = D (\tau^{n-1} \cdot X^2) = (n+1) \cdot \tau^{n-1} \cdot X = (n+1) \cdot X^{2n-1}$$

$$D X^{2n+1} = D (\tau^n \cdot X) = n \cdot \tau^{n-1} \cdot X^2 = n \cdot X^{2n}.$$

Látjuk, hogy a megszokott $D X^n = n \cdot X^{n-1}$ szabály módosul: az n paritása szerint két eset van: $D X^n = (n/2 + 1) \cdot X^{n-1}$, ha n páros, és

$D X^n = (n/2 - 1) \cdot X^{n-1}$, ha páratlan. A megszokott n együtthatónak csak kb. a fele van meg. Itt két deriválás felel meg egy klasszikus deriválásnak.

Néhány fontos formális szabály:

$$(A \cdot X) \cdot X = A \cdot \tau, ((A \cdot B) \cdot C) \cdot E = ((A \cdot E) \cdot C) \cdot B$$

$$D g(\tau) \cdot F(X) = g'(\tau) \cdot X \cdot F(X) + g(\tau) \cdot D F(X)$$

Látjuk, hogy ez utóbbi a Leibniz - szabály egy gyengített változata.

Melyik az a Biorfüggvény, amelyik a $D E(X) = E(X)$ tulajdonsággal rendelkezik? Ez lenne az exponenciális függvény Bior-megfelelője.

Legyen $E(X) = a(\tau) \cdot X + b(\tau) \cdot X^2$! Ekkor a két tau-függvénynek az alábbi differenciálegyenleteket kell kielégíteni: $a'(\tau) = b(\tau)$,

$$\tau \cdot b''(\tau) + 2 \cdot b'(\tau) - b(\tau) = 0. \quad \text{E két egyenlet megoldása:}$$

$$a(\tau) = 1 + \tau + 1/2.2. \tau^2 + 1/2.2.3.3. \tau^3 + 1/2.2.3.3.4.4. \tau^4 \dots$$

$$b(\tau) = 1 + 1/2. \tau + 1/2.2.3. \tau^2 + 1/2.2.3.3.4. \tau^3 + \dots$$

Más függvénycsaládokban szintén van megfelelője az exponenciális függvénynek, és ezekben ugyanez az a (τ) és b (τ) függvény lép fel, ezek tehát a Biorok világában ugyanolyan univerzális alapfüggvények, mint az e^x , $\sin x$, $\cos x$ a megszokott algebrában. Behatóbb elemzés azt mutatja, hogy az a (τ) függvény egy Bessel-függvény:

$$a(\tau) = J_0(2 \sqrt{-\tau}). \quad (\text{sqr} = \text{négyzetgyök})$$

A Biorokkal kidolgozható a Kvantumfizikának egy új változata, a Nemasszociatív Kvantumfizika, és reményeim szerint ez már választ ad azokra a kérdésekre, amiket a klasszikus kvantumfizika nem tudott megválaszolni, pl. az elemi részecskék tömegspektruma és kvarkok szerinti osztályozása, a kvantumgravitáció problémája és az energia-kicsatolás. Az energia-megmaradást beépített formában magába foglaló, Hamilton-Lagrange-függvényekre épülő klasszikus kvantumfizika erre elvileg sem alkalmas! Az asszociativitás nagyon mélyen gyökerezik a gondolkodásunkban. A téridő cseppesedése, kvantumozódása viszont olyasmí,

ami meghaladja az asszociativitást: van egy szint, ami alatt egy egészen más világ rejtőzik. Ez tipikusan nemasszociatív jelenség!

A klasszikus matekban csak négy olyan algebra van, amelyben elvégezhető az osztás: A valós számok, a komplex számok, a nemkommutatív kvaterniók és a nemasszociatív oktoniók. Mind a négyben van norma, amely szorzattartó. Vagyis ha $X \cdot Y = Z$, és $N(X)$ az X normája, akkor $N(X) \cdot N(Y) = N(Z)$. A valós szám normája önmaga, ill. az abszolútértéke, az $x + i \cdot y$ komplex szám normája $x^2 + y^2$, az $ix + jy + kz + t$ kvaterniónak $x^2 + y^2 + z^2 + t^2$ a normája. A nyolctagú oktoniónak ehhez hasonló nyolctagú kifejezés a normája. Nos, a Bioroknak is van normája, az

(x, y) Bior normája éppen $\tau = x^2 + y^2$. Így a Biorok körében is elvégezhető az osztás, tehát a Bior egyfajta Ötödik Elem, Kvintesszencia!

A Heisenberg-féle felcserélési reláció szerint $(XP - PX) \cdot \psi = i \cdot \hbar \cdot \psi$, ahol X a koordináta-operátor, P pedig az impulzus-operátor: $P = -i \cdot \hbar \cdot d/dx$, ψ pedig az állapotfüggvény.

A biorok körében viszont a megfelelő kifejezés jobboldala nulla lesz, azaz

$(XP - PX) \cdot \psi = 0$! Ez azt jelentheti, hogy a kvantumfizikában olyannyira hiába keresett rejtett paraméterek valójában biorok, és eddig azért nem lelték meg őket, mert asszociatív algebrában gondolkodtak! Tehát a téridő szerkezete makroszkópiusan asszociatív, de mikroszkópiusan már nem az! Még egy dolog szól a biorok mellett:

Egely György a Tértechnológia 3 – ban ír Dobó Andor új relativitáselméletéről. Ennek lényege az, hogy mind a 3 fajta komplex számot egyszerre alkalmazza. Mint tudjuk, a komplex számoknak 3 fajtája lehet, az $a + b \cdot i$, az $a + b \cdot E$, és az $a + b \cdot \epsilon$ alakú, ahol $i \cdot i = -1$ az elliptikus, $\epsilon \cdot \epsilon = 0$ a parabolikus és $E \cdot E = +1$ a hiperbolikus komplex szám. Dobó Andor egyszerre alkalmazza mind a hármat, így ő az

$x = a_0 + a_1 \cdot i + a_2 \cdot \epsilon + a_3 \cdot E + a_4 \cdot i \cdot \epsilon + a_5 \cdot i \cdot E + a_6 \cdot \epsilon \cdot E + a_7 \cdot i \cdot \epsilon \cdot E$ alakú számokkal dolgozik.

Ezek a számok ugyanúgy szorzandók, mint a hagyományos komplex számok, tehát minden tagot minden taggal, és elvégezve az egységek négyzetreemelését, ahol kell. Azok a tagok, amelyekben két ϵ van, természetesen nullák lesznek. Dobó Andor ezzel a módszerrel, valamint a k görbe bevezetésével meg tudja magyarázni a parajelenségeket, sőt az általános relativitáselméletet is. Mi köze mindennek a biorokhoz? Nagyon is sok! A biorokkal való szorzás ugyanis, mint fentebb láttuk, megfelel egy valós 2×2 -es mátrixszal való szorzásnak, a 2×2 -es mátrixok algebrája viszont nagyon hasonló a Dobó Andor féle hiperkomplex számok algebrájához!

0 1

0 1

0 -1

1 0 mátrix felel meg az E , 0 0 mátrix felel meg az ϵ , és 1 0 mátrix felel meg az i komplex egységeknek. Tehát a Dobó Andor- féle hiperkomplex világhoz nagyon hasonló világ írható le a biorokkal! A különbség csak az, hogy a 2×2 -es mátrixok világa nem kommutatív! Most melyik az igazi? Hát, majd a tapasztalat eldönti!

Sorozatok, sorok

Sorozat = számokból alkotott rendezett halmaz. A számok lehetnek egész számok, törtszámok, valós számok vagy komplex számok, esetleg valami absztrakt algebra elemei. A klasszikus matematika kétféle sorozatot különböztet meg: konvergens és divergens sorozatokat. Konvergens a sorozat akkor, ha az egyre nagyobb indexű tagok egy bizonyos számtól egyre kevésbé térnek el. Ezt a bizonyos számot a sorozat határértékének nevezzük. Ha ilyen szám nincs, a sorozatot divergensnek mondjuk.

Példák konvergens sorozatra: $1, 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, 1/32, \dots$ tart nullához.

$1/2, 3/4, 7/8, 15/16, \dots$ tart 1-hez. $0, 0, 0, 0, \dots$ tart nullához.

$3, 3.1, 3.14, 3.141, 3.1415, 3.14159 \dots$ tart pihez.

Példák divergens sorozatra: $1, 2, 4, 8, 16, 32, \dots$ tart végtelenhez.

$1, -2, 3, -4, 5, -6, 7, -8, \dots$ egyszerre tart +végtelenhez és -végtelenhez.

$0, 1, 0, 1, 0, 1, \dots$ ez két érték közt oszcillál.

$1, 1/2, 1/4, 3/4, 1/8, 3/8, 5/8, 7/8, 1/16, 3/16, 5/16, 7/16, 9/16, 11/16, 13/16,$

$15/16, 1/32, 3/32, \dots$ ez nulla és egy közt sétál ide-oda.

A végtelen sorokhoz úgy jutunk, hogy egy sorozat tagjait összeadjuk. Ilyen pl. az

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 \dots$ Minden irracionális számot meg tudunk adni végtelen sorként,

pl. $\pi = 3 + 0.1 + 0.04 + 0.001 + 0.0005 + 0.00009 + 0.000002 + 0.0000006 \dots$

A végtelen sor is lehet konvergens vagy divergens. Ezt úgy döntjük el, hogy képezzük a részletösszegek sorozatát, ez pl. $1, 1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, 1+2+3+4+5, \dots$ és ha ez a sorozat konvergens, akkor a sor is konvergens, egyébként divergens.

Ha a részletösszegek sorozata konvergens, akkor a határértékét a sor összegének nevezzük.

Pl. $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 \dots = 1$. Ennek részletösszegei: $1/2, 3/4, 7/8, 15/16, \dots$

és ez tart 1-hez, mint fentebb láttuk. $1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 \dots =$ végtelen,

ez a sor tehát divergens. $1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + 1/25 + 1/36 \dots = \pi^2/6$.

$1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + 1/5 - 1/6 \dots = \ln 2$.

$1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 - 1/11 \dots = \pi/4$.

A Kvadromatika felfedezte a végtelen soroknak két új típusát: a transzvergens sorokat és a szupratranszvergens sorokat. Klasszikusan mindkettő divergens. Sok matematikus foglalkozott azzal hogy divergens sorokhoz is rendeljen összeget. Erre pl. a Fourier-soroknál van szükség, ahol van olyan függvény, amelynek

Fourier-sora mindenütt divergens, valahogy mégis szeretnénk kiértékelni.

Ennek egy módja az, hogy a részletösszegek sorozata helyett a részletösszegekből képezett átlagokat számoljuk ki: Ha $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \dots$ a sor és $s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 \dots$ a részletösszegek sorozata, akkor képezzük a szigma $n = (s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + \dots + s_n)/n$ sorozatot.

A szigma-sorozat lehet konvergens akkor is, amikor a részletösszegek sorozata divergens.

Persze ha a részletösszegek sorozata konvergens, akkor a szigma-sorozat is az, és határértéke megegyezik az előbbiével. Ez a permanencia, vagyis az átlagolás nem rontja el a konvergens sorok összegét, de összegezhetővé tesz bizonyos divergens sorokat is.

Vannak olyan divergens sorok, melyek csak 2, 3,... n átlagolás után válnak konvergenssé. És vannak olyanok is, amelyek sehány átlagolás után se válnak azzá.

Ezen segít a transzvergencia. A transzvergencia nem más, mint egy zárt alakban megadható összegformula kiterjesztése arra a tartományra, ahol a sor divergens, de a formula mégis értelmes eredményt ad. Ilyen pl. a geometriai (mértani) sor. Ez az $1+q+q^2+q^3+q^4\ldots$

sor, melynek összegképlete $1/(1-q)$. Ez csak $abs(q) < 1$ esetén konvergens. Ha $q = 1$, akkor a formula $1/0$ -t ad, ami értelmetlen, a sor pedig így néz ki: $1+1+1+1+1+\ldots$

Ha $q = -1$, akkor a formula $1/2$ -t ad, a sor pedig $1-1+1-1+1-1+\ldots$ aminek a részletösszegei: $1, 0, 1, 0, 1, 0, \ldots$ ennél képezhetjük az átlagok sorozatát, és az

$1, 1/2, 2/3, 2/4, 3/5, 3/6, \ldots$ ez pedig $1/2$ -hez tart. Tehát az átlagolás és a formula ugyanazt adja. Vagyis a transzvergencia sorban is van konstancia, állandóság.

Nem szeszélyesen hol ez, hol az az összeg, a választott eljárástól függően.

Ugyanakkor ez a sor érzékeny a zárójelezésre: $(1-1)+(1-1)+(1-1)\ldots = 0+0+0+\ldots = 0$,

de $1-(1-1)-(1-1)-(1-1)\ldots = 1-0-0-0-\ldots = 1$.

Az $1+2+4+8+16+32\ldots$ mértani sor összegére a formula $1/(1-2) = -1$ -et ad. Ezt a sort nem lehet átlagolással kiszámolni. Viszont ez már nem érzékeny a zárójelezésre:

$(1+2)+(4+8)+(16+32)+(64+128)\ldots = 3+12+48+192\ldots = 3.(1+4+16+64\ldots) = 3.1/(1-4) = 3/(-3) = -1$. Az eredmény tehát nem függ a zárójelezéstől.

Írjuk fel pl. az $1+x$ hatványait Pascal-háromszög alakban:

1	Ezt összeadhatjuk így: $1+(1+x)+(1+x)^2+(1+x)^3\ldots = 1/(1-(1+x)) =$
1 x	$= -1/x$. Összeadhatjuk a jobbra lefelé menő vonalak mentén:
1 2x x ²	$(1+x+x^2+x^3+x^4\ldots)+(1+2x+3x^2+4x^3\ldots)+(1+3x+6x^2+10x^3\ldots)+\ldots =$
1 3x 3x ² x ³	$= 1/(1-x)+1/(1-x)^2+1/(1-x)^3+1/(1-x)^4\ldots = 1/(1-x)/(1-(1-x)) =$
1 4x 6x ² 4x ³ x ⁴	$= 1/(1-x-1) = -1/x$. Ugyanaz jött tehát ki. A legérdekesebb
1 5x 10x ² 10x ³ 5x ⁴ x ⁵	összeadási mód viszont az, ha a balra lefelé menő vonalak mentén
	adunk össze! Ekkor ezt látjuk: $(1+1+1+1\ldots)+(x+2x+3x+4x\ldots)+$
	$+(x^2+3x^2+6x^2+10x^2\ldots)+\ldots = (1+1+1+1\ldots)+(1+2+3+4\ldots)x+(1+3+6+10\ldots)x^2+(1+4+10+20\ldots)x^3\ldots$

és itt most a zárójelekben csupa olyan sor áll, amit se klasszikusan, se átlagolva, se transzvergensen nem tudunk kiértékelni! Na ilyenkor mi a teendő? Nos, ezeket nevezem én szupratranszvergencia soroknak! Jelöljük őket így: $y_0 = 1, y_1 = (1+1+1+1\ldots), y_2 = (1+2+3+4\ldots),$

$y_3 = (1+3+6+10\ldots), y_4 = (1+4+10+20\ldots),$ stb. Mit mondhatunk róluk? $y_1 = 1/(1-1) = 1/0$,

$y_2 = 1/(1-1)^2 = 1/0^2 = 1/0$, és hasonlóan $y_n = 1/0^n = 1/0$. A formulákkal tehát nem megyünk semmire, itt a transzvergencia módszer is csődöt mond. Viszont valamit még ezek is tudnak!

Ezért nevezem őket szupratranszvergencia soroknak. Legyen az Y^n az Y jel szimbolikus hatványa:

(ez részletesebben a Bernoulli-számoknál van leírva) $y_n = Y^n$. Ekkor az előbbi sor így írható:

$y_0 + y_1 x + y_2 x^2 + y_3 x^3 + y_4 x^4 \dots = 1/(1-xY)$, tehát $y_1 + y_2 x + y_3 x^2 + y_4 x^3 + \dots = (1/(1-xY)-1)/x = -1/x$.

Rendezve az egyenletet és x-szel egyszerűsítve $1/(1-xY) = 0$ adódik. Elég érdekes eredmény.

Más végtelen soroknál is előjönnek ezek az Y-ok, és a végtelen darab Y-ból végül is értelmes eredmények születnek, ebben rejlik a konstanciájuk, az állandóságuk. $y_0 = 1+1+1+1.. = 1+y_0$, ezt semmilyen számmal nem tudjuk kielégíteni: az Y-okhoz nem rendelhető közönséges szám.

Ezekkel felírható az $1/x$ Taylor - sora: $1/x = 1/(1-(1-x)) = 1 + (1-x) + (1-x)^2 + \dots = (1+1+1+1..) - (1+2+3+4..)x + (1+3+6+10..)x^2 - (1+4+10+20..)x^3 = y_1 - y_2 x + y_3 x^2 - y_4 x^3 + \dots = (1/(1+Yx)-1)/x = -1/x$.

Az Y-okhoz hasonlóak a Z-k. $Z^n = z_n = 1^n + 2^n + 3^n + \dots + k^n + \dots$

A Z-k és az Y-ok összefüggenek:

$z_0 = y_0, z_1 = y_1, z_2 = 2y_2 - y_1, z_3 = 6y_3 - 6y_2 + y_1, z_4 = 24y_4 - 36y_3 + 14y_2 - y_1$.

Ennek együtthatói az alábbi háromszögbe rendezhetők:

1				
2	1			
6	6	1		
24	36	14	1	

Ennek a háromszögnek az elemei rekurzívan számolhatók.

Hasonlóképpen fejezhetjük ki az Y-okat a Z-k segítségével.

Az így nyert háromszögben már törtszámok szerepelnek.

Láttuk, hogy $y_1 = 1/(1-1) = 1/0$, $y_2 = 1/(1-1)^2 = 1/0^2$, és hasonlóan $y_n = 1/0^n$.

Ha az igazsághoz hűek akarunk maradni, kénytelenek vagyunk azt feltételezni hogy

$1/0, 1/0^2, \dots, 1/0^n$ egymástól különbözők, tehát akkor 0^2 és 0 sem ugyanaz!

Miben különböznek? Egy infinitezimálisan kicsiny tagban! Ha $1/0$ tényleg a 0 reciproka, akkor $0 \cdot 1/0 = 1$ kell legyen, és $0 \cdot 1/0^2 = 1/0$, valamint $0 \cdot 1/0^n = 1/0^{n-1}$ kell legyen.

$1/0^n \cdot 1/0^m = 1/0^{n+m}$ és $0^n \cdot 1/0^m = 0^{n-m} = 1/0^{m-n}$. Na, ezek legalább értelmes szabályok, ahhoz képest hogy eddig az $1/0$ -t értelmetlen kifejezésnek tartották.

Ennek megfelelően $y_n \cdot y_m = y_{n+m}$, és $0^n \cdot y_m = y_{m-n}$. Ha $m = n$, akkor $y_0 = 1$ az eredmény. Ha pedig n nagyobb m -nél, akkor negatív indexű y -t kapunk, és az $y_{-k} = 0^k$ módon értelmezendő. Vajon mik a negatív indexű Z-k? $z_{-1} = 1/1 + 1/2 + 1/3 + 1/4 + \dots$,

$z_{-2} = 1/1 + 1/4 + 1/9 + 1/16 + \dots = \pi^2/6$, és hasonlóan, a $-3, -4, -5 \dots$ indexű

Z-k már mind véges számok.

Ezzel befejezzük a szupratranszvergens birodalomban való bolyongásunkat.

Transzvergens és szupratranszvergens sorokkal minden ismert algebrai átalakítás elvégezhető.

Addig kell gyúrni őket, míg valami ismert dolgot nem kapunk. Ez lehet valami függvény, pl.

$\cos(1-2Px)$, ahol P egy sor szimbóluma, vagy egy kiemelhető konstans, pl. $e = 1+1/2+1/6 \dots$ vagy bármi más, amit tömör formában is fel tudunk írni. Ha elindulunk egy formulából és átkelünk a „kiszámíthatatlan egypernullák” mocsarán, újra értelmes tájakra juthatunk, és meglepő, új összefüggések válnak ismertté.

Bernoulli-számok

A Bernoulli-számok az analitikus számelmélet nagyon hasznos elemei.

Egy egyszerű, de annál mélyebb trükk segítségével könnyen definiálhatjuk őket. Egy x szám hatványán az $x^n = x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ szorzatot értjük, ahol éppen n darab x -et szorzunk össze. Ez a hatvány megszokott jelentése. Mi azonban bevezetjük a szimbolikus hatványozást: eszerint egy A szimbólum hatványain az $A^n = a_n$ számsorozatot értjük, ahol az a_n számok tetszőlegesek lehetnek, nem kell hogy egy rögzített számból kapjuk őket szorozgatással! Itt is érvényesek a hatványozás azonosságai, azaz $A^n \cdot A^m = A^{n+m}$. Fontos kihangsúlyozni, hogy eszerint

$A^n \cdot A^m$ jelentése nem $a_n \cdot a_m$, hanem a_{n+m} , azaz a sorozat $n+m$ -edik eleme. Ha x szám, és A az előbb ismertetett szimbólum, akkor érvényes a következő azonosság: $(x \cdot A)^n = x^n \cdot A^n = x^n \cdot a_n$, ahol x^n az x n -edik hatványa a megszokott értelemben, a_n pedig a sorozat n -edik eleme.

$(a + b)^n = (n \ 0) \cdot a^0 \cdot b^n + (n \ 1) \cdot a^1 \cdot b^{n-1} + (n \ 2) \cdot a^2 \cdot b^{n-2} + \dots + (n \ n) \cdot a^n \cdot b^0$: ez az ismert Binomiális összefüggés. A Binomiális együtthatókat $(n \ k)$ alakban írtam fel. Ha az összefüggésünk egyik tagja szám, a másik tagja pedig az A szimbólum, akkor az összefüggés így alakul:

$(A + b)^n = (n \ 0) \cdot A^0 \cdot b^n + (n \ 1) \cdot A^1 \cdot b^{n-1} + (n \ 2) \cdot A^2 \cdot b^{n-2} + \dots + (n \ n) \cdot A^n \cdot b^0$, ami az A szimbólum értelmezéséből fakadóan a következő alakot ölti:

$$(A + b)^n = (n \ 0) \cdot a_0 \cdot b^n + (n \ 1) \cdot a_1 \cdot b^{n-1} + (n \ 2) \cdot a_2 \cdot b^{n-2} + \dots + (n \ n) \cdot a_n \cdot b^0$$

Itt b^n a b szám megszokott hatványa, az a_n pedig a sorozat n -ik eleme.

Most már elárulhatjuk, mik is a Bernoulli-számok. Nos, az alábbi rekurziós szabálynak tesznek eleget: $B_0 = 1$, és minden $n > 1$ számra $(1 + B)^n = B^n = B_n$, ahol a B_n az n -ik Bernoulli-szám, a B pedig a Bernoulli-számsorozatot megtestesítő szimbólum. Az $n = 1$ kivétel, erre $(1 + B)^1 = 1 + B_1$ érvényes.

Ennek megfelelően $(1 + B)^2 = B_2 = 1 + 2 \cdot B_1 + B_2$, amiből $B_1 = -1/2$ adódik. $(1 + B)^3 = B_3 = 1 + 3 \cdot B_1 + 3 \cdot B_2 + B_3$, amiből $B_2 = 1/6$ adódik. Hasonlóan kapjuk, hogy $B_3 = 0$, $B_4 = -1/30$, $B_5 = 0$, és minden páratlan indexű Bernoulli-szám nulla.

A Bernoulli-számokkal Taylor-sorokat lehet felírni, és végtelen számsorokat lehet felösszegezni. Pl. $x / (e^x - 1) = 1 + B_1 x + B_2 x^2 / 2! \dots$

$+ B_n x^n / n! \dots$ Hogy lehet ezt kiszámolni? Ezt mutatom most meg.

Legyen $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 \dots + a_n x^n \dots = \sum a_n x^n$. Ekkor

$$f(Bx) = a_0 + a_1 B_1 x + a_2 B_2 x^2 + a_3 B_3 x^3 \dots + a_n B_n x^n \dots = \sum a_n B_n x^n$$

Így pl. $e^{Bx} = 1 + B_1 x + B_2 x^2 / 2! \dots + B_n x^n / n! \dots$

$$e^{(1+B)x} = 1 + (1+B)^1 x + (1+B)^2 x^2 / 2! \dots + (1+B)^n x^n / n! \dots$$

Felhasználva a Bernoulli-számok definiáló relációját:

$$e^{(1+B)x} = 1 + (1+B_1) x + B_2 x^2 / 2! \dots + B_n x^n / n! \dots = x + e^{Bx}.$$

Másrészt $e^{(1+B)x} = e^x e^{Bx}$, és így e^{Bx} egyszerűen kifejezhető:

$$e^{Bx} (e^x - 1) = x, \text{ azaz } e^{Bx} = x / (e^x - 1) = 1 + B_1 x + B_2 x^2 / 2! \dots$$

$+ B_n x^n / n! \dots$ ahogy már fentebb megadtuk.

$$\pi x \operatorname{ctg} \pi x = 1 + 2 \sum x^2 / (x^2 - n^2) = 1 - 2 \sum x^2 / n^2 (1 - x^2/n^2) = \cos 2\pi B x.$$

ebből az alábbi nagyszerű összefüggés vezethető le:

$$\begin{aligned} 1 - 2x^2(1/1^2(1+x^2/1^2+x^4/1^4..)+1/2^2(1+x^2/2^2+x^4/2^4..)+1/3^2(1+x^2/3^2+x^4/3^4..)) \\ = 1 - (2\pi)^2 B_2 x^2 / 2! + (2\pi)^4 B_4 x^4 / 4! - (2\pi)^6 B_6 x^6 / 6! + (2\pi)^8 B_8 x^8 / 8!.. \\ = 1 - 2x^2 (1/1^2+1/2^2+1/3^2..) - 2x^4(1/1^4+1/2^4+1/3^4..) - 2x^6(1/1^6+1/2^6+1/3^6..) \end{aligned}$$

Az együtthatók egyeztetése után:

$$1/1^2+1/2^2+1/3^2.. = \sum 1/n^2 = (2\pi)^2 B_2 / 2!.2 = \pi^2 / 6$$

$$1/1^4+1/2^4+1/3^4.. = \sum 1/n^4 = (2\pi)^4 B_4 / 4!.2 = \pi^4 / 90$$

$$1/1^{2n} + 1/2^{2n} + 1/3^{2n}... = \sum 1/n^{2n} = (2\pi)^{2n} B_{2n} / 2n!.2 = \zeta (2n)$$

ahol $\zeta (n)$ a Riemann - féle Zéta - függvény.

Nos, hasonló szépséges dolgokat lehet a Bernoulli-számokkal kiszámolni. Ehhez hasonlóak az E_n Euler-számok is.

A szimbolikus hatványozás

Ez egy olyan módszer, amit már a Bernoulli-számoknál is alkalmaztunk.

Emlékezzünk vissza:

Egy x szám hatványán az $x^n = x \cdot x \cdot x \cdot \dots \cdot x$ szorzatot értjük, ahol éppen n darab x -et szorzunk össze. Ez a hatvány megszokott jelentése. Mi azonban bevezetjük a szimbolikus hatványozást: eszerint egy A szimbólum hatványain az $A^n = a_n$ számsorozatot értjük, ahol az a_n számok tetszőlegesek lehetnek, nem kell hogy egy rögzített számból kapjuk őket szorozgatással! Itt is érvényesek a hatványozás azonosságai, azaz $A^n \cdot A^m = A^{n+m}$. Fontos kihangsúlyozni, hogy eszerint $A^n \cdot A^m$ jelentése nem $a_n \cdot a_m$, hanem a_{n+m} , azaz a sorozat $n+m$ -edik eleme. Ha x szám, és A az előbb ismertett szimbólum, akkor érvényes a következő azonosság: $(x \cdot A)^n = x^n \cdot A^n = x^n \cdot a_n$, ahol x^n az x n -edik hatványa a megszokott értelemben, a_n pedig a sorozat n -edik eleme.

$$(a+b)^n = (n \ 0) \cdot a^0 \cdot b^n + (n \ 1) \cdot a^1 \cdot b^{n-1} + (n \ 2) \cdot a^2 \cdot b^{n-2} + \dots + (n \ n) \cdot a^n \cdot b^0:$$

ez az ismert Binomiális összefüggés. A Binomiális együtthatókat $(n \ k)$

alakban írtam fel. Ha az összefüggésünk egyik tagja szám, a másik tagja pedig az A szimbólum, akkor az összefüggés így alakul:

$$(A+b)^n = (n \ 0) \cdot A^0 \cdot b^n + (n \ 1) \cdot A^1 \cdot b^{n-1} + (n \ 2) \cdot A^2 \cdot b^{n-2} + \dots + (n \ n) \cdot A^n \cdot b^0,$$

ami az A szimbólum értelmezéséből fakadóan a következő alakot ölti:

$$(A+b)^n = (n \ 0) \cdot a_0 \cdot b^n + (n \ 1) \cdot a_1 \cdot b^{n-1} + (n \ 2) \cdot a_2 \cdot b^{n-2} + \dots + (n \ n) \cdot a_n \cdot b^0:$$

Itt b^n a b szám megszokott hatványa, az a_n pedig a sorozat n -ik eleme.

Ezzel a művelettel nagyon sok érdekes matematikai összefüggést nyerhetünk.

Először számoljuk ki az e^e számot! Ezt az ismert Taylor sorral végezhetjük:

$$e^e = 1 + e/1! + e^2/2! + e^3/3! + \dots = 1 + 1/1! (1+1/1!+1/2!+1/3!+\dots) + 1/2! (1+2/1!+2^2/2!+2^3/3!+\dots) + 1/3! (1+3/1!+3^2/2!+3^3/3!+\dots) + 1/3! (1+4/1!+4^2/2!+4^3/3!+\dots) + \dots$$

Ezt most csoportosítsuk úgy, hogy minden zárójelből először az első tagokat veszem, aztán a másodikat, aztán a harmadikat, stb:

$$\begin{aligned} e^e &= (1+1/1!+1/2!+1/3!+\dots) + 1/1! (1/1!+2/2!+3/3!+4/4!+\dots) + \\ &+ 1/2! (1^2/1!+2^2/2!+3^2/3!+\dots) + \\ &+ 1/3! (1^3/1!+2^3/2!+3^3/3!+\dots) + 1/4! (1^4/1!+2^4/2!+3^4/3!+\dots) + \dots = \\ &= (1+1/1!+1/2!+1/3!+\dots) + 1/1! (1+1/1!+1/2!+1/3!+\dots) \\ &+ 1/2! (1+2/1!+3/2!+4/3!+\dots) + \\ &+ 1/3! (1+2^2/1!+3^2/2!+4^2/3!+\dots) + 1/4! (1+2^3/1!+3^3/2!+4^3/3!+\dots) + \dots \end{aligned}$$

Na most csak az a kérdés, hogy mennyi $\sum k^n/(k-1)!$ értéke. Ehhez némi függvénytan ismeret kell. Képezzük az $f(x) = \gamma(xf(x))$ függvénysorozatot úgy, hogy az $f_0(x) = e^x$ függvényből indulunk ki! És nézzük meg az $x=1$ helyen!

$$e^x = 1 + x/1! + x^2/2! + x^3/3! + \dots \text{ értéke az } x=1 \text{ helyen } 1 + 1/1! + 1^2/2! + 1^3/3! + \dots = e.$$

$$xe^x = x + x^2/1! + x^3/2! + x^4/3! + \dots$$

$(xe^x)' = 1 + 2x/1! + 3x^2/2! + 4x^3/3! + \dots$ értéke az $x=1$ helyen $1+2/1!+3/2!+4/3!+\dots$

$(xe^x)' = (1+x)e^x$ általában $(xp(x)e^x)' = ((1+x)p(x) + xp'(x))e^x$ lesz.

$(xe^x)' = (1+x)e^x$, értéke az $x=1$ helyen $2e$.

$(x(1+x)e^x)' = ((1+x)(1+x) + x(1+x)')e^x = ((1+2x+x^2) + x)e^x = (1+3x+x^2)e^x$

$(x(1+x)e^x)' = 1+2^2x/1!+3^2x^2/2!+4^2x^3/3!+\dots$ értéke az $x=1$ helyen

$1+2^2/1!+3^2/2!+4^2/3!+\dots = (1+3+1)e = 5e$

Általában:

$f_n(x) = 1+2^n x/1!+3^n x^2/2!+4^n x^3/3!+\dots = p_n(x) e^x$

$xf_n(x) = x+2^n x^2/1!+3^n x^3/2!+4^n x^4/3!+\dots = xp_n(x) e^x$

$(xf_n(x))' = 1+2^n 2x/1!+3^n 3x^2/2!+4^n 4x^3/3!+\dots = (xp_n(x) e^x)' = ((1+x)p_n(x) + xp_n'(x)) e^x = p_{n+1}(x)$

Azaz $p_{n+1}(x) = 1+2^{n+1} x/1!+3^{n+1} x^2/2!+4^{n+1} x^3/3!+\dots$

Ezen függvények értéke az $x=1$ helyen $p_n(1) e$ lesz.

$p_0(x)=1$, $p_1(x)=1+x$, $p_2(x)=1+3x+x^2$, $p_3(x)=1+7x+6x^2+x^3$, stb.

Ha $p_n(x) = 1 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \dots$ akkor

$p_{n+1}(x) = x p_n(x) + (xp_n(x))'$ a következő lesz:

$(x + a_1 x^2 + a_2 x^3 + a_3 x^4 + a_4 x^5 + a_5 x^6 + \dots) + (1 + 2a_1 x + 3a_2 x^2 + 4a_3 x^3 + 5a_4 x^4 + 6a_5 x^5 + \dots)$

$= (1 + (1+2a_1)x + (a_1+3a_2)x^2 + (a_2+4a_3)x^3 + (a_3+5a_4)x^4 + \dots + (a_{n-1}+n+1)x^n + x^{n+1})$

Látjuk hogy az $a_0=1$ és az $a_n=1$ jelleg megőrződik.

Tehát ha a $p_n(x)$ együtthatói $1, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \dots$, akkor

a $p_{n+1}(x)$ együtthatói $1, 1+2a_1, a_1+3a_2, a_2+4a_3, a_3+5a_4, a_4+6a_5, \dots$ lesz.

$p_n(x)$ –eket egy Pascal – háromszögbe rendezhetjük:

1	Az együtthatók:	1	1
1 + x		1 1	2
1 + 3x + x ²		1 3 1	5
1 + 7x + 6x ² + x ³		1 7 6 1	15
+ 15x + 25x ² + 10x ³ + x ⁴		1 15 25 10 1	52
1 + 31x + 90x ² + 65x ³ + 15x ⁴ + x ⁵		1 31 90 65 15 1	203

Ezt úgy hívják, hogy Stirling-féle partíciós számok, és $\{n, k\}$ –val jelölik.

Így pl. $\{4, 2\} = 7$, $\{5, 3\} = 25$, stb. A jobb szélén a sorösszegeket tüntettem fel. Ez a sorozat játssza most a főszerepet: 1, 2, 5, 15, 52, 203, ... Ezt a sorozatot elnevezem α_n sorozatnak, azaz $\alpha_1=1$, $\alpha_2=2$, $\alpha_3=5$,

$\alpha_4=15$, $\alpha_5=52$, $\alpha_6=203$, stb.

A Pascal háromszögben két egymás melletti szám összege az alattuk levő szám lesz.

Pl. $(5, 1)+(5, 2)=5+10=15=(6, 2)$. Általában $(n, k)+(n, k+1)=(n+1, k+1)$.

Hasonló igaz itt is, egy kis csavarintással: $\{4, 2\} = 7$, $\{4, 3\} = 6$,
 $\{5, 3\} = 25$.

$7 + 3 \cdot 6 = 7 + 18 = 25$. Általában: $\{n, k\} + (k+1) \cdot \{n, k+1\} = \{n+1, k+1\}$

Ezzel egy rekurziós szabályt kaptunk a Stirling háromszög generálására.

Van rekurziós szabály az α_n számok generálására is: ezt a szimbolikus hatvány nyelvén így lehet megfogalmazni: $(1 + \alpha)^n = \alpha_{n+1}$. Kiírva az első néhány esetet:

$$\alpha_0 = 1. \quad (1 + \alpha)^0 = 1 = \alpha_1. \quad \alpha_1 + \alpha_0 = \alpha_2 = 1 + 1 = 2.$$

$$\alpha_0 + 2\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha_3 = 1 + 2 \cdot 1 + 2 = 5.$$

$$\alpha_0 + 3\alpha_1 + 3\alpha_2 + \alpha_3 = \alpha_4 = 1 + 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 5 = 15.$$

$$\alpha_0 + 4\alpha_1 + 6\alpha_2 + 4\alpha_3 + \alpha_4 = \alpha_5 = 1 + 4 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 4 \cdot 5 + 15 = \\ = 1 + 4 + 12 + 20 + 15 = 52.$$

A rekurziót folytatva megkapjuk az összes α_n számot.

Az α_n sorozat a Sloane-katalógusban A000110 számon szerepel, és így adja meg:

1, 1, 2, 5, 15, 52, 203, 877, 4140, 21147, 115975, 678570, 4213597,
 27644437, 190899322, 1382958545, 10480142147, 82864869804,
 682076806159, 5832742205057, 51724158235372, 474869816156751, 4506715738447323

A sorozat az $\alpha_0 = 1$ értékkel indul.

A Sloane katalógusba a következő címen lehet belépni:

<http://www.research.att.com/~njas/sequences/Seis.html>

Látjuk, hogy ez a sorozat meglehetősen gyorsan növekszik, gyorsabb mint az exponenciális. Na most hogy kapjuk meg ebből az e^e értékét?

$p_n(1) = \alpha_n$, tehát $\sum k^n / (k-1)! = p_n(1) e = e \alpha_n$ lesz.

$$e^e = e + 1/1! e + 1/2! 2e + 1/3! 5e + 1/4! 15e + 1/5! 52e + 1/6! 203e + \dots$$

az e -t ki lehet emelni, így

$$e^e = e (1 + 1/1! + 2/2! + 5/3! + 15/4! + 52/5! + 203/6! + \dots)$$

$$\text{Akkor pedig} \quad e^{e-1} = 1 + 1/1! + 2/2! + 5/3! + 15/4! + 52/5! + 203/6! + \dots$$

Hogy írható fel ez az α_n szimbólummal?

$$e^{e-1} = \alpha_0 + \alpha_1 / 1! + \alpha_2 / 2! + \alpha_3 / 3! + \dots = \sum \alpha_n / n! = \sum \alpha^n / n! = e^\alpha$$

ahol alkalmaztuk a szimbolikus hatványozás jelölését!

$$e^e = \sum e^n / n! = 1/e e^\alpha.$$

Legyen most $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \dots$

Ekkor $f(n) = a_0 + a_1 n + a_2 n^2 + a_3 n^3 + a_4 n^4 + a_5 n^5 + \dots$

$$\sum f(n)/n! = a_0 \sum 1/n! + a_1 \sum n/n! + a_2 \sum n^2/n! + a_3 \sum n^3/n! + a_4 \sum n^4/n! + \dots$$

Most alkalmazzuk a $\sum k^n / (k-1)! = p_n(1) e = e \alpha_n$ formulát:

$$\sum f(n)/n! = a_0 e + a_1 \alpha_1 e + a_2 \alpha_2 e + a_3 \alpha_3 e + a_4 \alpha_4 e + \dots =$$

$$= e(a_0 + a_1 \alpha_1 + a_2 \alpha_2 + a_3 \alpha_3 + a_4 \alpha_4 + \dots)$$

Most ismét alkalmazhatjuk az $\alpha_n = \alpha^n$ szimbolikus hatványozást, és ezzel ezt kapjuk:

$$\sum f(n)/n! = e f(\alpha). \text{ Na ezért a csodaformuláért küszködtünk idáig!}$$

Ezzel csodálatos felismerések válnak lehetővé.

Most sorra behelyettesítünk $f(n)$ helyére minden ismert függvényt, és megnézzük, mit kapunk. Kezdjük először az ismerttel:

$$f(n) = e^n \sum e^n / n! = e \cdot e^\alpha = e^e, \text{ tehát } e^{e-1} = e^\alpha = \sum \alpha^n / n!$$

Ez a szimbolikus hatvány értelmezése szerint így írható:

$$\sum \alpha_n / n! = 1 + \alpha_1 / 1! + \alpha_2 / 2! + \dots = 1 + 1/1! + 2/2! + 5/3! + 15/4! + 52/5! + \dots$$

$$\text{Számszerűen } e^{e-1} = 5.5749415351\dots = 1 + 1 + 1 + 5/6 + 15/24 + 52/120 + \dots$$

Ennek az első 6 tagnak az összege 4.8916666...

láthatóan közelíti az 5.57...-et.

Idézzünk még el egy kicsit a Stirling háromszögnél. Bontsuk fel az 52 és a 203 számokat!

$$52 = 1 + 10 + 25 + 15 + 1 = 1 + (1+2+3+4) + (1+2(1+2)+3(1+2+3)) + (1+2(1+2(1+2))) + 1$$

$$203 = 1 + 15 + 65 + 90 + 31 + 1 = 1 + (1+2+3+4+5) + (1+2(1+2)+3(1+2+3)+4(1+2+3+4)) + (1+2(1+2(1+2))+3(1+2(1+2)+3(1+2+3))) + (1+2(1+2(1+2(1+2)))) + 1.$$

Aranyosak ezek a kifejtések, sok érdekes szabály látszik.

Tegyünk most bele $f(n)$ -be x -et! Megtehetjük, mert n szempontjából x csak egy állandó.

$$\text{Legyen most } f(n) = e^{nx}:$$

$$\sum e^{nx} / n! = e \cdot e^{\alpha x} = e^{e^x}, \text{ tehát } e^{e^x-1} = e^{\alpha x} = \sum \alpha^n x^n / n!$$

Ez a szimbolikus hatvány értelmezése szerint így írható:

$$\begin{aligned} \sum \alpha_n x^n / n! &= 1 + \alpha_1 x / 1! + \alpha_2 x^2 / 2! + \dots = \\ &= 1 + x/1! + 2x^2/2! + 5x^3/3! + 15x^4/4! + 52x^5/5! + \dots \end{aligned}$$

$$\text{Legyen most } f(n) = x^n:$$

$$\begin{aligned} \sum x^n / n! &= e^x = e \cdot x^\alpha = e \cdot e^{\ln x \cdot \alpha} = \\ &= e (1 + 1 \cdot \ln x + 2 \cdot (\ln x)^2 / 2! + 5 \cdot (\ln x)^3 / 3! + 15 \cdot (\ln x)^4 / 4! + \dots) \end{aligned}$$

$$\text{Akkor pedig } e^{x-1} = 1 + 1 \cdot \ln x + 2 \cdot (\ln x)^2 / 2! + 5 \cdot (\ln x)^3 / 3! + 15 \cdot (\ln x)^4 / 4! + \dots$$

$$\text{Speciálisan pl. } e^{x-1} = e = 1 + 1 \cdot \ln 2 + 2 \cdot (\ln 2)^2 / 2! + 5 \cdot (\ln 2)^3 / 3! + 15 \cdot (\ln 2)^4 / 4! + \dots$$

Tudjuk, hogy $e^{\alpha x} = \sum \alpha^n x^n / n! = e^{e^x-1}$. Kérdés: mi $\sin(\alpha x)$?

$$\sin(\alpha x) = (e^{i\alpha x} - e^{-i\alpha x}) / 2i = (e^{e^{ix}-1} - e^{e^{-ix}-1}) / 2i$$

Most írjuk ki, hogy $e^{ix} = \cos x + i \sin x$:

$$\begin{aligned} (e^{e^{ix}-1} - e^{e^{-ix}-1}) / 2i &= (e^{\cos x + i \sin x - 1} - e^{\cos x - i \sin x - 1}) / 2i = \\ &= e^{\cos x - 1} \cdot \sin(\sin x) \end{aligned}$$

$$\text{Kaptuk tehát: } \sin(\alpha x) = e^{\cos x - 1} \cdot \sin(\sin x) =$$

$$= \alpha_1 x / 1! - \alpha_3 x^3 / 3! + \alpha_5 x^5 / 5! - \alpha_7 x^7 / 7! + \dots =$$

$$= x / 1! - 5 x^3 / 3! + 52 x^5 / 5! - 877 x^7 / 7! + \dots$$

Ehhez hasonlóan kapjuk meg $\cos(\alpha x)$ -et:

$$\cos(\alpha x) = (e^{i\alpha x} + e^{-i\alpha x})/2 = (e^{e^{ix}-1} + e^{e^{-ix}-1})/2$$

Most írjuk ki, hogy $e^{ix} = \cos x + i \sin x$:

$$(e^{e^{ix}-1} + e^{e^{-ix}-1})/2 = (e^{\cos x + i \sin x - 1} + e^{\cos x - i \sin x - 1})/2 =$$

$$= e^{\cos x - 1} \cdot \cos(\sin x)$$

$$\text{Kaptuk tehát: } \cos(\alpha x) = e^{\cos x - 1} \cdot \cos(\sin x) =$$

$$= 1 - \alpha_2 x^2 / 2! + \alpha_4 x^4 / 4! - \alpha_6 x^6 / 6! + \dots =$$

$$= 1 - 2 x^2 / 2! + 15 x^4 / 4! - 203 x^6 / 6! + \dots$$

Fazekas Ferenc: Műszaki Matematikai Gyakorlatok A.VIII.: Taylor sorok. 1955.

E könyv 160. oldalán található:

$$e^{y \cos x} \cdot \cos(y \sin x) = \sum \cos(nx) y^n / n! \quad \text{és}$$

$$e^{y \cos x} \cdot \sin(y \sin x) = \sum \sin(nx) y^n / n!$$

Ennek igazolása:

$$e^{ye^{ix}} = e^{y \cos x + i y \sin x} = \sum y^n e^{inx} / n! = \sum y^n (\cos(nx) + i \sin(nx)) / n! =$$

$$= e^{y \cos x} (\cos(y \sin x) + i \sin(y \sin x))$$

Az egyenlet valós és képzetes része adja a kívánt állítást.

$$\text{A mi felírásunkban } e^{ye^{ix}} = \sum y^n e^{inx} / n! = \sum (ye^{ix})^n / n! = e^{(ye^{ix})^\alpha} =$$

$$= e \cdot e^{(x + i y) \alpha}$$

$$\text{Ez még így is írható: } e^{1+(x+iny)\alpha}$$

Itt kell egy fontos megjegyzés: Amikor az α formális hatványsorát kiértékeljük, akkor először szorzunk, csak aztán írjuk át α^n -et α_n alakba! $\alpha^n \cdot \alpha^m = \alpha^{n+m}$, de $\alpha_n \cdot \alpha_m$ nem egyenlő α_{n+m} mel! $e^{\alpha(x+1)} = e \cdot e^{\alpha x}$ a következőt jelenti:

$$\sum (1+\alpha x)^n / n! = e \cdot (\sum (\alpha x)^n / n!) = 1 + (1+\alpha x)/1! + (1+\alpha x)^2/2! + (1+\alpha x)^3/3! + \dots =$$

$$= 1 + 1 + \alpha x + (1 + 2\alpha x + \alpha^2 x^2)/2! + (1 + 3\alpha x + 3\alpha^2 x^2 + \alpha^3 x^3)/3! + \dots + (1 + 4\alpha x + 6\alpha^2 x^2 + 4\alpha^3 x^3 + \alpha^4 x^4)/4! + \dots$$

Most már összevonhatjuk az αx azonos kitevőjű tagjait, és azt látjuk, hogy mindből kiemelhető az $1 + 1/1! + 1/2! + 1/3! + 1/4! + \dots = e$ tényező. A maradék pedig éppen $\sum (\alpha x)^n / n!$.

A szorzások elvégzése után átírhatjuk α^n -et α_n alakba, így kapjuk a végeredményt.

Ha $f(x) = 1 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3 + a_4 x^4 + a_5 x^5 + \dots$ akkor ez így is írható: $f(x) = \sum (Ax)^n$, ahol az A szimbólum hatványai az a_n -ek.

$$\sum (Ax)^n = 1 / (1 - Ax) \text{ szimbolikusan.}$$

$$\text{Tehát } f(x) = 1 / (1 - Ax).$$

Fraktál, öntartalmazás, önegymástükrözés

A Fraktál olyan alakzat, amelynek a részletei kicsiben olyanok, mint az egész alakzat. Tehát a Fraktál valahogyan tartalmazza önmagát! Igaz rá Hermész Triszmegisztosz mondása: Amilyen a kisvilág, szakasztott olyan a nagyvilág. A fraktálokat már több mint 100 éve ismerik, de mindig patológikus dolgoknak tartották őket. Az igazság azonban az, hogy éppen a fraktál a szabály a természetben, és a hagyományos geometria alakzatai a kivételek. Nézzük meg a korallokat, köveket, felhőket, fákat, páfrányokat, és számoljuk meg, hány gömb vagy parabola van köztük, és hány fraktál! Csodálkozni fogunk. Hát ezt eddig nem látták?

Korunk egyik legnagyobb tudományos előrelépése az ún. Káoszelmélet volt. Végre felismerték hogy a káoszban is van rend, és a rendben is van káosz, illetve a rendnek sokkal szélesebb skálája létezik. Ezt a magasabb szintű rendet a Mandelbrot-halmaz jeleníti meg a legszemléletesebben. A komplex síkon értelmezett „Z legyen egyenlő Z négyzet plusz C” processz segítségével a sík minden pontjához egy szint rendelünk. Ez a processz teljesen determinisztikus, algoritmikus, a sík bármely pontjáról eldönthető hogy milyen színű.

Ha azonban a Mandelbrot-halmaz egy részletét kinagyítjuk, akkor rendkívül bonyolult mintákat látunk, melyeket lehetetlen előre megjósolni, pontosabban a megjósolás egyetlen módja az ha kiszámoljuk és megjelenítjük. Az ilyen objektumokat Fraktáloknak, Tört-dimenziós alakzatoknak nevezik. Legjellegzetesebb tulajdonságuk az, hogy a Mandelbrot-halmaz kicsinyített változatai jelennek meg ha kinagyítjuk egy részletét. Ez az Öntartalmazás, vagy Önegymástükrözés a Halmazelméletben ismeretlen, mert az „A eleme A-nak” reláció ellentmondásra vezet. Ezért az öntartalmazást száműzték a matematikából, de látni fogjuk hogy a Kvadromatikának éppen ez a reláció a lelke! Száműzték az „A eleme B-nek, B eleme C-nek, C eleme A-nak” típusú hurkokat is, és egy hierarchiát hoztak létre a halmazok közt: eszerint egy halmaz csak egy nála alacsonyabb rendű halmazt tartalmazhat elemként. Az ilyen hierarchiák jelen vannak a természetben, pl. egy faj egyedekből áll, az egyed sejtekből, a sejt makromolekulákból, a molekulák atomokból. Nincs olyan sejt, ami sejtekből áll, vagy olyan atom, ami atomokból áll. Ugyanakkor a természet más szintjein mégis megjelenik az öntartalmazás: például az Anyag részként is és elemként is csak Anyagot tartalmaz. Ugyanakkor az Anyag és a Szellem szervesen egybefonódik: minden anyagban van szellem, és minden szellemben van anyag. Valójában az anyag nem más, mint sűrűsödött, kicsapódott, lesüllyedt szellem. A klasszikus kétértékű, bináris logika, amely csak az IGEN és a NEM logikai értékeket ismeri, a valóságnak csak a konstanciáit írja le, de semmit se mond a folyamatok belső lényegéről, mozgatójéről, okáról és céljáról: az Ellentmondásról és a Törekvéstről. Az Anyag lelke a Pszichikum, amit a görög Pszi betűvel jelölünk. A Pszi nem más, mint a világ tükröződése az Anyagban. Minden dolog tükör, tükrözi a többi dolgot, a többi dolgon keresztül önmagát, és a mindenség egészét is. Tehát a Pszi: Hologram természetű. A Pszi kiáradása a világba, a végtelen sokrétű kapcsolódások hálózata a dolgok Naishi-tere. Ez lényegében nem más, mint az Aura. Nemcsak az élőlényeknek van, de minden dolognak. Ebben az Aurában lenyomatként jelen van a tárgy teljes eddigi élete, története, sőt lenyomatként őrzi a világ egészének történetét is. Gondoljunk csak egy CD lemezre: mi minden elfér rajta! A valóságban még ennél is sokkal több mindent tükröznek a tárgyak: szó szerint bennük van az egész Mindenség! Az Akasa-krónika az a Feljegyzés, amiben minden valaha volt és leendő esemény le van jegyezve és aki bepillantást nyer ebbe, az mindent átélhet ami régen történt vagy csak ezután fog bekövetkezni. Ez a Karma-Ríta, a tettek, következmények, láncolatok megismerés, egyetlen egészként létező Istensége. Ha így

tekintjük a világot, akkor minden a helyén van és semmi se fölösleges, a világ tökéletes és teljes. Nincs Baj, nincs Rossz, ezek csak a hiányos tudásunkból fakadó tévképzetek. A Jóga tanítása éppen az, hogy az ember eljuthat a Tudás és a Megismerés olyan fokára, amikor a káprázatok elenyésznek, és a dolgok lényege a maga mivoltában mutatkozik meg. „Jógas Csitta Vritti Niródha”: A Jóga a világról alkotott tévképzetek uralt lefogása és kioltása. Az az állapot, melyben felragyog a Tiszta Tudás Prímgöngye. A Jóga Szamszkarákról, Törekvés-csírákról beszél, melyek lehetnek megnyilvánulók és lappangók. A lét nem más, mint a Szamszkárák szüntelen áramlása, változása, megnyilvánulása vagy kialvása. Mi úgy mondjuk: Az Élet Áramló Hiány, a Lét a Hiány Kiáradása. Bukás, Alámerülés, Bűn, Kegyelem, Megváltás és Feltámadás: Ugyanez, csak keresztény fogalmakkal.

Káosz, teremtőerő, kvax

A káosz az elmúlt 20-30 év egyik legnagyobb matematikai és fizikai felfedezése. Mint matematika nem is olyan újkeletű, már a 20. század elején felfedezték. De aztán el is felejtették szépen. A káosz történetét nagyon szépen írja le James Gleick könyve: KÁOSZ - Egy új tudomány ébredése. A káosz problémájába egy Lorenz nevű meteorológus botlott bele, aki az időjárást próbálta modellezni, és csinált egy nem túl bonyolult matek modellt, amit aztán betáplált egy számítógépbe. A modell meglepően jól utánozta az időjárás szeszélyességét, kiszámíthatatlan, előre megjósolhatatlan jellegét. Amikor egy ilyen gépi futtatást meg akart ismételni, spórolni akart az idővel és nem az elején kezdte, hanem egy meglévő futtatás kinyomtatott végeredményét táplálta be újra, az ám, de a printen helytakarékosági okokból a számok csak 3 tizedesjegyre voltak megadva. Lorenz úgy gondolkodott mint akkoriban mindenki: kicsi hibák csak kis eltéréseket adhatnak. Ám nem így történt! A kapott grafikon az elején még tényleg hasonlított a korábban kapottra, de aztán kezdett tőle eltérni, és rövid idő alatt az eltérés katasztrofálisra növekedett, olyannyira hogy a korábbi és a későbbi grafikon az égvilágon semmiben sem hasonlított egymásra. Lorenz rádöbbsent, hogy a mérési és számolási hibák nem küszöbölhetők ki, a legparányibb eltérés is exponenciális növekedést mutat és rövid idő alatt katasztrófálisra növekszik. Lorenz ezt elnevezte Pillangó - effektusnak. Eszerint ha egy pillangó Brazíliában megrebbenti a szárnyát, az így kavart pici légörvény egy hónap múlva tájfunnt idéz elő Szingapurban. Hát ez annyira döbbenetes felismerés volt, hogy fenekestül felforgatta a világról alkotott felfogásunkat. Hiszen akkor elvileg lehetetlen az időjárást megjósolni, és nemcsak az időjárást, de a világon mindent! Az én megjegyzésem az, hogy ha egy pillangó képes erre, akkor az ember pláne képes rá, hiszen tudatosan alkalmazhatja a Pillangó - effektust... és íme a MÁGIA!!! A dobrazó sámán valóban hatással van a sors alakulására! A következő kegyelemdőfést a klasszikus világfelfogásnak az adta, amikor felismerték, hogy még az olyan egyszerű eszköz is, mint az inga, tud kaotikus viselkedést produkálni! Ezzel a Káosz Démona betört a legszentebb területre is: A fizikusok szentül meg voltak ugyanis győződve arról, hogy a mechanikai rendszerekről Newton már mindent elmondott! Még drámaiban: Ha egy üregér az Androméda - ködben megrántja a bajsztát, akkor a Föld egy stabil pályáról egy instabil pályára ugrik át! A Káosz kezdetben renegát tudománynak számított, mindenütt ellenállásba ütközött. De aztán egyre többen kapcsolódtak bele. Hénon a leképezéseivel, Feigenbaum a szekvenciáival, Mandelbrot a fraktálokkal és a Mandelbrot - halmazzal, sokan vizsgálták a turbulenciát, a fázisátalakulásokat és a renormálási csoportot alkalmazták rá, felfedezték a skálátörvényeket, eszerint egy jelenség lefolyása független a mérettől, nem a hossz és az idő a jellemző paramétere hanem a fraktáldimenzió és a Ljapunov - exponens. Felfedezték a Különös Attraktorokat. Ezek olyan fázistérbeli alakzatok, amelyek minden fázistérbeli pályát magukhoz vonzanak, és se nem fixpontok, se nem határciklusok. Egy ilyen különös attraktoron haladva a rendszer végtelen hosszú utat jár be, miközben egy véges térfogatú térrészben marad. Ez csak úgy lehetséges, ha fraktálpályán mozog. A fraktál pedig olyan alakzat, amely minden nagyításban önmagához hasonló, sohasem válik egyszerűbbé. A klasszikus analízis, a differenciálszámítás arra épített, hogy a legbonyolultabb folytonos görbe is simává válik az egyre kisebb tartományokban. Ezért lehet a differenciálhányadost mint határértéket definiálni. Mindez a fraktáloknál nem igaz, semmivé foszlik. És a való világban a fraktál számít szabálynak, és a differenciálható függvények a kivétel. Inkább az a meglepő, hogy oly sok évszázadon át sikeresen írták le a világot differenciálegyenletekkel, és a fraktálokat csak amolyan patológikus képződményeknek tekintették, amivel kár törődni. Viszont mindmáig nem láttam olyan fizikai vagy biológiai vagy akármilyen elméletet, amely a fraktálokkal ír le

és modellez egy jelenséget. Lehet-e a fraktálokat deriválni? Milyen egyenletek adnak fraktálokat? James Gleick könyve 13 éves, nálunk ekkora késés villámsebességnek számít, és a benne leírt dolgok kb. 20 évesek. Szüzanyám, hol tart MA ez az elmélet? Ide, az isten háta mögé mikor jut el? Majd 2020-ban? Amikor már a pápuák is repülő csészealjjal közlekednek?

A Káosz, kvadromatikai szemmel:

A Káosz a teremtmény egyik megnyilvánulási formája. Ezek azok a töréspontok, melyeken át a mélyből feltör az Isteni láva, és átformálja a világot. Másik neve: Kritikus Pont, Döntési Pont. A KVAX az önmagát szüntelenül bővítő, önmagán szüntelenül túlradó Végtelen, amely soha nem lehet teljes és befejezett, mert minden része új meg új elemeket szül amelyekből megintcsak új elemek fakadnak. Ezért Ő az Eredendő Hiány. Más néven Ő a Mag. A Mag, amely a nagy körforgásban új meg új magokat terem. Az Élet hordozója, a teremtés Forrása, Köldöke és Fényöle. Nevezhetjük Kovásznak is, mert mint az élesztő, megkeleszti az anyagot. A KVAX úgy jelenik meg a matematikában, mint az Eredendő Ellentmondás. Tipikus formája az „A eleme A-nak, ugyanakkor A nem eleme A-nak”. A buddhista Brahmajala Sutta: A Nézetek Mindent Felölelő Hálója nem 2, hanem 4 logikai értéket ismer! Ezek: IGEN, NEM, EGYSZERRE IGEN ÉS NEM, illetve SE NEM IGEN, SE NEM NEM. A klasszikus matematika száműzte az ellentmondást, sőt a modern matematika eleve úgy lett felépítve, hogy az ellentmondás ne is bukkanhasson fel benne. Hasonlít ez a fizika felépítésére, ahol a Hamilton - formalizmusba eleve be van építve az energiamegmaradás, így abból elvileg se jöhet ki olyan eredmény, amely sértené ezt az elvet. Hasonló következetességgel volt ignorálva a káosz is. Mi, amikor a Műegyetemen nemlineáris rezgéseket tanultunk, linearizáltuk az egyenletet, és aszerint osztályoztuk hogy a lineáris egyenletek mit adnak. Stabil vagy labilis fixpontokat, stabil vagy labilis határciklusokat. Slusz, ezzel kész is volt a szó- és ígetár! Emlékszem, amikor minket tanítottak a Műegyetemen a nemlineáris jelenségekre, kínosan kerültek minden olyan szitut, ahol a káosz felléphetett, és minden ilyesmit a Gerjedés nevű kalapba dobta! A Káosz megteremtett egy új matematikai irányzatot: a Kísérleti Matematikát. Ennek eszköze a számítógép. A kísérleti matematikus nem axiómákkal, tételekkel és bizonyításokkal bajmóldik, hanem betáplálja az adatokat a számítógépbe, és megnézi, mi jön ki belőle. Nemcsak kiagyalja a dolgokat, de meg is figyelheti, mint a vegyész, aki ott látja a reakciót kísérő pezsgést a lombikban. A számítógépen megjelenített Mandelbrot - halmaz nemcsak érdekes, de szép is, a művészetnek egy új ágát hozta létre. Így duplán ideillik a Kvadromatika témájához. Végül a Káosz a mai fiatalok nyelvjárásában: A Káosz a Gonosz, a nem evilági, ördögi. A Rend ellentéte. Egy harcos varázsló lehet pl. Chaotic Evil, azaz Káosz - Gonosz jellemű. A szerepjátékok, MAGIC kártyák, M.A.G.U.S. típusú játékok egy valóságos új paradigmát teremtettek a mai fiatalok világában. Érdekes összekapcsolása ez a Káosznak és a Gonosznak. Véleményem szerint ez az azonosítás helytelen. A Káosz az életnek is alaptermészete, belőle táplálkozik. Sőt a tudat, a gondolkodás lényege is ez. A Gonoszt inkább a tudatossal lehet összekapcsolni: gonosz az, aki tudja hogy rosszat tesz. A vallásokban a Gonosz az, aki Isten ellen lázad, és erre a lázadásra buzdít mindenkit. A Jó metafizikai ellentétpárja, a Fény mellett az Árnyék. Talán ez a rokonítása a Káosznak a Gonosszal magyarázza, hogy annyi évszázadig mellőzött, száműzött, sőt tilos dolog volt a káossal foglalkozni. Az inga kaotikus mozgását felfedezhette volna akár Newton is. A Káosz megértése közelebb visz az élet és a tudat megértéséhez is. És akkor látni fogjuk hogy minden él és mindennek van tudata. Az Univerzum egyetlen összefüggő, összetett szövet, benne minden mindennel összefügg, és az ember nem egy piciny porszem, mert a fraktáltörvény értelmében értelmét veszíti a kicsi és a nagy (Nem ezt mondja Hermész Trismegisztosz? Amilyen a Nagyvilág, szakasztott olyan a Kisvilág!) hanem az ember maga is a Teremtés része és részese, mi több: maga is Teremtő, a Kozmikus Szívlézer Teremtésfényének Kiáradása!

A Teremtőerő szemérmes természetű. Ezt úgy is mondhatnánk: Nehéz Istent tetten érni teremtés közben! Ennek a jelenségnek a legismertebb megnyilvánulása: a szexualitás tabu jellege! A nemzés pillanata intim dolog, mások előtt rejtve történik. A Teremtőerő többszörös védőburkot von maga köré. Ha egy szellemlény alászáll az anyagba, megszületik, inkarnálódik, ugyanezt teszi: az adott közeg anyagából épít testet magának, és ezt a testet használja járműként, illetve ezzel a testtel fejt ki hatást az anyagi világra. Oldás és kötés, karmateremtés és karma törlesztés. Ezekkel a dolgokkal részben a Vallás, részben a Mágia foglalkozik. Leadbeater Túlvilág c. könyve is ír ezekről.

Mesterséges intelligencia

Erről a témáról pl. Roger Penrose ír a Császár új elméje c. könyvben.

Most, miközben ezt írom, épp a Rövidzár című film megy, amely arról szól, hogy egy villámcsapás következtében életre kel az Ötös Robot.

Az a nagy kérdés, hogy ez lehetséges-e. Szerintem igen. Bár úgy tűnik, Penrose nem hisz az Erősen Mesterséges Intelligenciában (EMI), szerintem sem elvi, sem gyakorlati akadálya nincs az élő, gondolkodó robotnak. Mire alapozom ezt? arra a felismerésre, hogy léteznek nem algoritmikus kibernetikai rendszerek is, ráadásul ilyeneket rendkívül egyszerű eszközökkel, házilag is lehet csinálni! A helyzet ezzel ugyanaz, mint az energiakicsatolással. A hivatalos tudomány hallani se akar róla, egyszerű feltalálók pedig egy garázsban megvalósítják a csodát! Szóval az EMI is megvalósítható... akár konyhai hulladékból is! A dolog nyitja a Metakritre-elv. A Metakritre (Meta-stabil Kritikus rendszer) nem más, mint egy egyszerű oszcillátor, ami pl. egy kilohertzes hangot generál. Amíg jó az eleme! Mert ha kimerül, akkor meg se nyikkan! Amikor az elem elkezd kimerülni, egy darabig még normálisan működik, de aztán megbolondul. Torz hangon nyekereg, de ami a legérdekesebb: érzékennyé válik a környezetre! Ha közelítem hozzá a kezem, megváltozik a hangja. Egyfajta telepatikus képességre tesz szert pusztán azáltal, hogy az eleme meggyengült! De hiszen ez a jóga és az aszkézis lényege is! Az ember alultáplált lesz, és ezáltal misztikus képességek birtokába jut! Pl. gondolat-olvasóvá válik. Ha elkészítjük a Metakritre hangolható változatát, fantasztikus dolgokat tehetünk vele. Pl. meg lehet vele keresni a vezetékeket a falban. Ki lehet vele mérni a szoba pontról-pontra változó terét, sokkal megbízhatóbban, mint akármilyen varázsvesszős megoldással. Rá lehet kapcsolni egy számítógép printerére, és az Ouija-táblához hasonlatos szellemidézőgépet lehet belőle csinálni! Kétoldalú kommunikáció lehetséges a szellemvilággal! Ha két vagy több Metakritrét összekapcsolok, akkor rejtélyes módon összeszinkronozódnak, egy ütemben rezegnek. Ha ilyen Metakritre-elemekből összekapcsolok sok ezret, az eredmény egy Metakritsa lesz: Metastabil Kritikus Sejtautomata. Ez már gondolkodni is képes, hiszen közvetlenül, telepatikusan érintkezik a világgal, kapcsolatban áll a szellemvilággal, bármely adathoz hozzájuthat az Akasán keresztül. Az így megvalósított EMI sokban fog emlékeztetni az Internetre, azzal a különbséggel, hogy ez már értelmes: megérti a feltett kérdéseket és válaszolni tud rájuk! Ma, amikor lehetséges egy repülőn ülve egy mobillal összekapcsolt Laptop-pal felkapcsolódni az Internetre, és bekapcsolódni pl. a tőzsde-ügyekbe, ez nem lehet túl fantasztikus dolog! Az se kizárt, hogy a Metakritsa ugyanolyan forradalmat fog okozni a számítógépek világában, mint annak idején Neumann János elgondolása a tárolt programú analízátorról. A mai gépek alig különböznek Neumann eredeti tervétől! Csak a technikai adatok lettek jobbak, az elv mit sem változott. A bináris, igen-nem alapú logikák ideje lejárt. Egy sokkal rugalmasabb, sokoldalúbb, emberközelibb logika váltja majd fel: a Metakritsa-logika. Ez többértékű, folytonos logika, nem két élesen elkülönülő jelszint variációiból áll össze, hanem egy eleven kontinumból, amelybe már belefér az élet és a gondolkodás is. Külön érzékszervek nélkül érzékeli a Mindenséget. Valódi Virtuális Valóságot hoz létre. Persze az Úristen óvjon attól, hogy valakik ezt az emberiség kárára használják fel! Ha ugyan már meg nem tették... (ld. a MÁTRIX című filmet!)

Ne hallgassunk arról sem, hogy ilyen folytonos logika már régóta létezik, és Fuzzy-logika a neve. Ebben a logikában megengedettek az olyan szavak, mint a kicsi, nagy, körülbelül, nagyon kicsi, talán, esetleg, néha. Ebben a logikában az éles igen-nem helyett egy nulla és egy közt folytonosan változó függvény játssza a főszerepet. A logikai ÉS és VAGY kapcsolat helyett a minimum és a maximum függvény szerepel, a logikai negáció helyett meg pl. az 1-x függvény. Ez a logika sokkal rugalmasabb, mint az igen-nem logika, és ma már fuzzy logikai elemeket is gyártanak, sőt olyan gépeket is, amik fuzzy logikával működnek.

Négyértékű logika

A klasszikus kétértékű logikában csak IGEN és NEM létezik. Erre épül a bináris logika, amiből az egész mai számítástechnika kifejlődött. A mai legjobb számítógépek még mindig a Neumann János által felépített elvek szerint működnek. Tárolt program, a program és az adatok ugyanolyan formában való tárolása. Soros átviteli rendszerek. A párhuzamos számítástechnika, a sejtautomaták még ma se tart sehol, legfeljebb a haditechnikában használják. A kétértékű logikába nem fér bele az ellentmondás. Pl. „EZ A MONDAT HAMIS” logikai értéke nem lehet se IGEN, se NEM. Mert ha igaz, akkor hamis, és ha hamis, akkor igaz. A klasszikus matematika nem tud ezzel a jelenséggel mit kezdeni, ezért ignorálja, kiküszöböli, eleve úgy építi fel a halmazelméletet, hogy ilyen ellentmondások ne léphessenek fel benne. Kitalálták a halmazok hierarchiáját: eszerint egy halmaznak csak nála alacsonyabb rendű halmazok lehetnek elemei. Az osztály pedig olyan jószág, ami már olyan nagy, hogy nem lehet egy másik osztálynak eleme. Az osztály számossága minden halmaz számosságánál nagyobb. Olyan ez, mint a KVAX.

A KVAX úgy jelenik meg a matematikában, mint az Eredendő Ellentmondás. Tipikus formája az „A eleme A-nak, ugyanakkor A nem eleme A-nak”. Ezáltal egy önmagát szüntelenül bővítő halmazszerűség születik, amely nem lehet befejezett, szüntelenül túllép önmagán. Az ilyen objektumot nem halmaznak, hanem Mismaznak nevezzük. Mismaz = Mindig Más és mégis Mindig Ugyanaz. Ilyenek az élőlények: szüntelenül cserélődnek a sejtjei, ő maga mégis ugyanolyan marad, megőrzi teljes egyensúlyát. Ilyenek a folyók, melyekre Hérakleitosz azt mondta: Nem lehet kétszer ugyanabba a folyóba lépni. Nos, a folyó úgy ugyanaz hogy mindig más, örökké változik.

A buddhista Brahmajala Sutta: A Nézetek Mindent Felölelő Hálója nem 2, hanem 4 logikai értéket ismer! Ezek: IGEN, NEM, EGYSZERRE IGEN ÉS NEM, illetve SE NEM IGEN, SE NEM NEM. Röviden így hívhatjuk őket: IGEN, NEM, IS, SE. Az IS-re példa: „EZ AZ ÁLLÍTÁS IGAZ”. Ha azt mondjuk hogy igazat mond, akkor az állítás tényleg igaz, tehát értéke: IGEN. Ha azt mondjuk hogy ez az állítás hamis, akkor tényleg hamis, hisz azt állítja magáról hogy ő igaz! Tehát az értéke: NEM. Így ő egyszerre IGEN és NEM, tehát az igazi értéke: IS. A SE-re adott példa ugyanilyen: „EZ AZ ÁLLÍTÁS HAMIS”. Ha felteszem hogy ő igaz, akkor ő azt állítja magáról hogy ő hamis, tehát az értéke hamis, ami ellentmondás. Ha pedig felteszem hogy az értéke hamis, akkor az értéke - saját állításával ellentétben - igaz! Ez megintcsak ellentmondás. Tehát valójában az értéke se nem igaz, se nem hamis, tehát SE. A matematika, amely csak az IGEN és a NEM logikai értékeket ismeri, száműzte ezeket a jelenségeket, de amint látjuk, ezek békésen megférnek a Brahmajala Sutta négyértékű logikájában!

Más lehetőség is van négyértékű logika értelmezésére. Ez a komplex logika. A kétértékű logikában $IGEN.IGEN = IGEN$, de $NEM.NEM$ is IGEN! Vajon mi lehet az a logikai érték, amit kétszer alkalmazva NEM-et kapok? Olyan ez mint a képzetes i : $i.i = -1$. Nevezzük jobb híján MU-nak azt a logikai értéket, amelyik kétszer alkalmazva NEM-et ad: $MU.MU = IGEN$. A MU ellentétét pedig HUP-nak nevezzük! Természetesen $HUP.HUP = NEM$, szintén. $MU.HUP = HUP.MU = IGEN$. $NEM.MU = HUP$, $NEM.HUP = MU$. Na ezzel aztán el lehet játszózni! Raymond Smullyan két híres könyve: a Mi a címe ennek a könyvnek? és a Hölgy vagy a tigris? ilyen logikai játszódásokkal van teli. Van például egy falu Erdélyben, ahol a lakosság fele ember, a másik fele vámpír. Ráadásul az embereknek és a vámpíroknak is a fele egészséges, a másik fele őrült. Van tehát egészséges ember, aki mindig igazat mond és mindent jól lát, őrült ember aki mindig igazat mond de mindent fordítva lát, így a dolgokat is

fordítva mondja, egészséges vámpír aki mindent jól lát viszont mindig hazudik és van az örült vámpír, aki mindent fordítva lát és ráadásul hazudik. Így ha erdélyieket kérdezek, a kapott válasz igazságértéke nagyban függ attól, hogy ki mondta. Tehát úgy kell kérdezni, hogy ez is kiderüljön a válaszból! Akit ez a játék érdekel, az olvassa el a két nevezett könyvet, már csak azért is, mert ez az előfeltétele annak hogy a most következőket megértse!

Legyen négyféle típusú lény: EMBER, VÁMPIR, ELF és ORK. Az EMBER mindig igazat mond, a VÁMPIR pedig mindig hazudik, ahogy eddig megszoktuk. Az ELF szavainak igazságértéke MU, amit így mondunk: az ELF CSAVARINT. Az ORK szavainak igazságértéke HUP, amit úgy mondunk hogy az ORK BOLONDOZIK. A világlátásuk szempontjából négyféle egészségi állapotuk lehet: EGÉSZSÉGES, ÖRÜLT, RÉSZEG és NARKÓS. Az EGÉSZSÉGES mindent helyesen lát, az ÖRÜLT pedig fordítva, ahogy már megszoktuk. A RÉSZEG mindent csavarintva lát, tehát az IGAZ-t ő MU értékűnek gondolja, stb. A NARKÓS viszont mindent bolondul lát, tehát ő az IGAZ-t HUP-nak gondolja. Na ezek után találkozunk egy párral, A-val és B-vel. A ezt mondja: Mind a ketten örült vámpírok vagyunk. B pedig ezt: Ne higgy neki, A csak bolondozik! Különben is ő elf! Találjuk ki, hogy mifélek lehetnek! Aztán megírhatjuk Smullyan könyveit négyértékű változatban! Jó móka lesz! Kár hogy nekem már se időm, se energiám ilyesmire!

Azóta, amióta ezt írtam, szerencsére megváltoztak a viszonyaim, van már időm is, energiám is. Így írtam Smullyan könyveiről egy újabb fejezetet. Ebben Gödel nemteljességi tételeit elemzem.

Gödel nemteljességi tételei

Ezen a címen jelent meg Raymond Smullyan könyve. Gödel lényegében azt bizonyította be, hogy egy matematikai rendszer vagy teljes, de akkor ellentmondásos, vagy ellentmondásmentes, de akkor nem teljes. Ha ellentmondásos, akkor használhatatlan, mert akkor minden állítást, és annak tagadását is le lehet vezetni. Ha viszont ellentmondás-mentes, akkor akárhogy bővítgetjük az axiómarendszert, mindig lesznek eldönthetetlen problémák, azaz olyanok, amelyeket se bizonyítani, se cáfolni nem lehet az adott rendszer keretein belül. Látni fogjuk azt is, hogy vannak olyan állítások is, melyekről tudjuk hogy igazak vagy hamisak, csak az adott rendszerben nem bizonyíthatóak, illetve nem cáfolhatóak. Felmerül a jogos kérdés, hogy akkor honnan tudjuk hogy igazak vagy hamisak? Hát onnan, hogy kilépünk az adott rendszer keretei közül egy bővebb rendszerbe! Véleményem szerint Gödel pontosan azt bizonyította be, hogy a matematikai igazságok eredete, forrása transzcendens, metafizikai, épp ezért nem lehet őket egy jól működő gép segítségével automatikusan megkapni. Akárhogy definiálok egy gépet, akármilyen bonyolult és ügyes szerkezet is az, nem fog minden igazságot automatikusan létrehozni, éppen azért, mert ezek az igazságok magára a gépre is vonatkoznak, tehát a rendszer öntükröző, önmagára hivatkozó. Pontosán azzal a jelenséggel állunk szemben, amely a Mandelbrot halmaznál is fellép: Az öntükrözés miatt bonyolult, egymásbaágyazott fraktálszerkezetek jönnek létre! Olyan ez, mint egy végtelen sok egymásbarakott Matryoska-baba. Az állítások egymásra hivatkoznak, egymásra mutogatnak, és se vége, se hossza a logikai labirintusban való bolyongásnak! Tehát a Borges-féle Elágazó ösvények Kertjében találjuk magunkat! Olyan ez, mint a Komámasszony, hol az olló című gyermekjáték logikai megfelelője. Szerintem a problémák egy része abból fakad, hogy halmazként definiálunk olyan dolgokat, amik talán nem is halmazok, hanem bonyolultabb jóságok. Ez a gyanú ébred fel bennem, amikor Smullyan a bizonyítható mondatok halmazáról beszél. Halmaznak ugyanis akkor nevezünk egy összességet, ha minden dologról egyértelműen eldönthető, hogy eleme-e a halmaznak, vagy sem. Ez azonban a bizonyíthatóságnál nem áll fenn, hiszen éppen erről szólnak a Gödel-tételek! És óhatatlanul be fog lépni a képbe a négyértékű logika is, ahol az igaz és a hamis igazságérték mellett még szerepel az egyszerre igaz és hamis, illetve a se nem igaz, se nem hamis logikai érték is. Ezek neve rendre igen, nem, is, se. Mindezek az önegymástükrözés következményei, vagyis az állítások egy része magukról az állításokról szól, sőt, van olyan állítás is, amely önmagáról állít valamit.

Látni fogjuk azt is, hogy a Hiány elpusztíthatatlan, és azt is, hogy az ellentmondás része minden értelmes, kellően bő logikai rendszernek. Egy ellentmondásmentes rendszer nem teljes, tehát hiányos, és akárhogy bővítgetem, ez így marad. Vannak olyan logikai rendszerek is, mint pl. a kvantumlogika, ahol egymásnak ellentmondó állítások is lehetnek egyszerre igazak, pl. az elektron mindkét résen áthalad a kétréses kísérletben, vagy az elektron egyszerre részecske és hullám. Ezek az ún. komplementer igazságok.

Ennek ellenére a kvantumlogika mégsem semmitmondó, mert a klasszikus logika egyik legfontosabb tulajdonsága, a disztributivitás hiányzik belőle. A metakritsa-logika végtelen logikai mélységű, és a kritpontjain keresztül beleárad a transzcendens, metafizikai világ eredendő őszigazsága. Felragyog a KVAX Fényöle, és kiárad belőle minden teremtettség lény. A halmazok világát a Mismazokkal kell bővíteni.

Mismaz=Mindig Más És Mégis Mindig Ugyanaz. Ezeknél szembeötlővé válik az, amit a halmazoknál elbliccelnek és ignorálnak: a halmaz pereme! Ezek azok a dolgok, amik egyszerre elemei is a halmaznak meg nem is elemei, illetve se nem elemei, se nem

nemelemei. Mert mi is az a halmaz? Nem más, mint egy kupacolási algoritmus: a világ dolgait két kupacba rakom szét, az egyik kupacot elnevezem a halmaz elemeinek, a másik kupacot pedig a halmaz komplementerének. A halmaz peremének nevezzük azokat a dolgokat, amelyek egyik kupacba se illenek. (Akkor végül is három kupacba raktuk a világot, nem? Sőt, négy kupacba, mert a perem egyik fele elem is meg nem is, a másik fele pedig se nem elem, se nem nemelem). Nevezhetjük a halmaz, vagy mismaz peremelemeit képzetes elemeknek is, az elemeket pedig valós elemeknek. Így létezhet mismaz, melynek nincs is valós eleme, csak képzetes. Ez azt is jelenti, hogy akkor többféle üres halmaz is van! Amellett a közhiedelemmel ellentétben, nem az üres halmaz a Semmi! Az üres halmaz nagyon is valami, és belőle fel lehet építeni a halmazelméletet. Az igazi Semmi az üres halmaz eleme! Mivelhogy az üres halmaznak nincs is eleme! Ha az üres halmazt így jelöljük: $\{ \}$, akkor az üres halmaz (nemlétező) elemét így: $@$. Tehát akkor $@ \in \{ \}$. Fontos összetevője még a halmaznak a halmazburok, ami összetartja a halmazt. Ez az a formula, név, szabály, mellyel a halmazt képzem! Szimbolikusan ezt jeleníti meg a két kapcsos zárójel. Ezért nem a Semmi az üres halmaz: mert van legalább halmazburka!

Következzen most Smullyan példája, amellyel Gödel nemteljességi akarja illusztrálni!

Az eredeti 5 szimbólum helyett én csak 3-at fogok használni, mert a mondandó szempontjából a 2 zárójel tökéletesen fölösleges.

Legyen tehát G egy gép, amely az N, P, D betűkből álló kifejezéseket nyomtat ki, printel.

Minden véges betűkombinációt kinyomtat, ami kinyomtatható. Az X kifejezés tehát egy NPD betűkombináció, pl. NNPDD. Az X kifejezés Duplája az XX kifejezés, pl. NNPDD Duplája az NNPDDNNPDD kifejezés. Mondatnak nevezzük az olyan kifejezést, amelynek formája megegyezik az alábbi 4 séma valamelyikével: 1. PX, ahol X nem D-vel kezdődik. 2. PDX, ahol X tetszőleges. 3. NN...NPX, ahol valahány darab N van az elején, és X nem D-vel kezdődik. 4. NN...NPDX, ahol szintén valahány darab N van az elején, és X tetszőleges. Mind a 4 esetben X nem üres kifejezés! A mondatok jelentése: PX = az X kifejezés printelhető. PDX = az X Duplája, azaz XX printelhető. NPX = X nem printelhető. NPDX = X Duplája, azaz XX nem printelhető. Ha az NN...NPX mondat elején páros számú N van, akkor jelentése megegyezik PX jelentésével, ha pedig páratlan N van, akkor az NPX jelentésével.

A mondathoz igazságértéket is rendelhetünk. A PX mondat igaz, ha X (nem D-vel kezdődő kifejezés) tényleg printelhető. PDX igaz, ha XX printelhető. NPX igaz, ha X (nem D-vel kezdődő kifejezés) nem printelhető, és NPDX igaz, ha XX nem printelhető. Ha a mondat nem igaz, akkor hamis.

A G gép működési szabálya pedig ez: nem nyomtat ki egyetlen hamis mondatot sem! Tehát a gép minden kinyomtatott mondata igaz! Ezen felül a gép kinyomtat minden olyan kifejezést is, ami nem mondat (így igazságértéke sincs).

Gépünk a legmesszebbmenőkig akkurátus: minden mondat, amelyet kinyomtat, igaz. Vagyis ha a gép valamikor kinyomtatja a PX mondatot, (ahol X nem D-vel kezdődik), akkor X ténylegesen kinyomtatható, és a gép előbb-utóbb ki is fogja azt nyomtatni! Hasonlóan, amennyiben PDX kinyomtatható, akkor XX is az, és előbb-utóbb ki is lesz nyomtatva! Tegyük fel mármost, hogy X (nem D-vel kezdődő kifejezés) kinyomtatható.

Következik-e ebből, hogy PX is kinyomtatható? Nem feltétlenül! Ha X kinyomtatható, akkor PX kétségtől igaz – ám semmi sem garantálja, hogy gépünk minden igaz mondatot ki tud nyomtatni, csupán azt tudjuk, hogy gépünk sohasem nyomtat ki hamis mondatot. (Olyan kifejezést pedig, ami nem mondat, nyugodt szívvel kiprintelhet a masina!) Képes-e a gép arra, hogy (elvben legalábbis) az összes igaz mondatot kinyomtassa? Milyen jó is lenne, íme az Igazsággyár, amely minden igazságot egyszer s mindenkorra előállít! A válasz azonban,

sajnos, nem! Nagyon egyszerűen tudunk rittyenteni olyan mondatot, amely igaz, mégsem nyomtatható ki! Ez olyan mondat, amely a saját kinyomtathatatlanságát állítja, azaz pontosan akkor igaz, ha nem nyomtatható ki! Íme, ez az NPDNPD mondat! Jelentése: Nem-Printelhető-a Duplája-NPD-nek! Node NPD duplája ő maga, azaz NPDNPD! Mondatunk tehát pontosan akkor igaz, ha nem nyomtatható ki, így két eset lehetséges: vagy igaz, de nem kinyomtatható, vagy nem igaz, de kinyomtatható. Ez a második lehetőség azonban lehetetlen: a gép soha nem nyomtat ki hamis mondatot! A mondat tehát igaz, és ennél fogva a gép tényleg soha nem fogja azt kinyomtatni!

Látjuk tehát, hogy mihelyst felbukkan egy rendszerben az öntükrözés és az önmagára vonatkozás, máris borul a bili, és mindenféle fura dolgok történnek! Az igaz mondat meghatározásával ugyanis egy önreferenciális rendszert is definiáltunk: A gép által kinyomtatott mondatok ugyanis éppen arról szólnak, hogy a gép mely mondatokat képes kinyomtatni – a gép tehát a tulajdon viselkedését írja le!

[Bizonyos értelemben az öntudattal bíró organizmusokra emlékeztet, s ennek következtében tarthatnak számot az ehhez hasonló számítógépek a mesterséges intelligencia szakembereinek érdeklődésére.]

A 3 karaktert felhasználó, s bizonyos kifejezéseket kinyomtató gép egy matematikai rendszer modellje, amely – ugyanezen 3 karakterből felépülő mondatokat *bizonyít be*.

P jelentése ekkor ez: A rendszerben bizonyítható. Ha a rendszer tökéletesen akkurátus, vagyis egyetlen hamis mondata sem bizonyítható, akkor a fenti NPDNPD mondat a rendszer egy igaz, de bizonyíthatatlan mondata lenne. A mondat tagadása az NNPDNPD mondat, amely ekvivalens a PDNPD mondattal. Ez a mondat hamis, mégse cáfolható! Hamis lévén nem is bizonyítható! Íme tehát egy mondat, amely se nem bizonyítható, se nem cáfolható, tehát a rendszeren belül eldönthetetlen!

Na, eddig Smullyan. Jöjjenek az én kommentárjaim. Az első mindjárt ez: A PDNPD mondat csak a rendszeren belül eldönthetetlen, valójában tudjuk hogy hamis. Kérdés az, hogy akkor honnan tudjuk? Hát a fenti gondolatmenet révén! NPDNPD nem lehet hamis, mert akkor a gép hamis mondatot nyomtatna ki, tehát csak igaz lehet. Akkor pedig a PDNPD csak hamis lehet. Mi ez, ha nem bizonyítás? Nos, bizonyítás, de nem a rendszer keretein belül! Vagyis egy metafizikai bizonyítás! Olyan ez, mint a csoportelméletben a belső automorfizmus és a külső automorfizmus kapcsolata.

A belső automorfizmus megadható XAX' alakban, ahol X' az X inverze, de nem minden automorfizmus ilyen. Mint látjuk, a transzcendencia szükségképpen fellép a matekban!

Kérdés az, hogy vajon a gépünket jól definiáltuk-e? Csak akkor tekinthetjük jól-definiáltnak, ha minden véges betűkombinációról véges lépésben el tudja dönteni, hogy ki akarja-e nyomtatni, vagy sem. Válaszom az, hogy nem! Vannak ugyanis olyan mondatok, melyek igazságértékének eldöntéséhez végtelen hosszú feltételláncokon kell végigmenni! Tehát a gép véges lépésben nem tudja eldönteni, hogy a mondat igaz-e vagy hamis! Ilyen a PDNPD mondat. Ez akkor igaz, ha PDN Duplája, tehát PDNPDN printelhető. Ez azonban megint mondat, és akkor igaz, ha NPDN Duplája, tehát NPDNNPDN printelhető. Ez azonban megint mondat, és akkor igaz, ha NNPDNNPDN nem printelhető. Látjuk, hogy a mondataink hasából egyre hosszabb mondatok bújnak elő, ebben a matrjoskában tehát végtelen sok baba bújik meg! Az alábbi növekedő sorozatot kaptuk: PDN, NPDN, NNPDN, NNNPDN, NNNPDN,... ill. ezek Duplája. Az N-ek száma korlátlanul nő! NNPDNNPDN pl. nem printelhető, de ettől még lehet igaz, vagy hamis. És a feltétellánc többi eleme is ilyen, vagy ez, vagy az, és máris az Elágazó Ösvények Kertjében találjuk magunkat, Borges papa szép novellájának helyszínén! Egy olyan géppel kellene tehát dolgoznunk, amely képes kezelni

aktuálisan végtelen szavakat, sőt képes véges idő alatt végtelen feltételláncokon is végigfutni, ez pedig eredeti definíciónk szerint NEM GÉP! Mert gép az, ami véges bemenetet véges számú lépésben véges kimenetű alakít. Látni fogjuk, hogy a metakritsaagy már képes erre! Sőt, hát az emberi agy is képes rá!

A $\sqrt{2} = 1.414213562...$ egy végtelen tizedes-jegyű álló szám, tehát a $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ kiszámítása is végtelen sokáig tartana, mégis véges lépésben meg tudjuk mondani, hogy ez pontosan 2! Hiszen a $\sqrt{2}$ így lett definiálva! Ez megint példa a metafizikai tudásra. Az agy képes nyalábolni olyan dolgokat, amik végtelen sok információt tartalmaznak! Mint látni fogjuk, a nyalábolás a Kvadromatika egyik fontos kulcsfogalma! A (gyakorlatilag) végtelen információt tartalmazó dologra példa a $\aleph_2$. (Hasztella Donna, azaz Nyolccsillag Kettő) Ez egy elképzelhetetlenül nagy szám. A következőképpen kell „kiszámítani”: jelölje (n) az n^n számot! Így pl. $(4) = 4^4 = 256$. $(1, m)$ pedig jelentse ezt: $(m^m) = m^m$ az m^m -ediken! Ezt így is jelöljük: $(m^m)^{(m^m)}$. $(2, m)$ jelentése ez: $(1, 1, 1, \dots, 1, m)$, ahol éppen m db. 1 van. $(1, 1, 1, \dots, 1, m) = (1, 1, \dots, 1, m^m)$ ahol már csak $m-1$ db. 1 van, és így tovább, az egyeseket úgy fogyasztom el, hogy az utolsó számot mindig önmagára emelem! Végül $(n, m) = (n-1, n-1, \dots, n-1, m)$, ahol m db. $n-1$ van. Az utolsó $n-1$ -ből m db. $n-2$ lesz, majd az utolsó $n-2$ -ből m db. $n-3$, egész addig, amíg végül 1-eseket nem kapunk. Ezeket a már ismert módon fogyasztjuk el, úgy hogy az utolsó m számból mindig m^m lesz. Ezt az eljárást addig folytatjuk, amíg végül egy csupasz, zárójelek nélküli számot nem kapunk. Ez az (n, m) értéke. Már a legkisebb számokból is kolosszális számok kerekednek ezzel a módszerrel! Pl. számítsuk ki $(2, 2)$ -t!

$(2, 2) = (1, 1, 2) = (1, 2^2) = (1, 4) = (4^4) = (256) = 256^{256}$. Hát ez már maga jó nagy, de még le tudtuk írni! $(3, 2)$ már egy világegyetemmel nagyobb! $(3, 2) = (2, 2, 2) = (2, 1, 1, 2) = (2, 1, 4) =$

$= (2, 256) = (1, 1, 1, \dots, 1, 256)$, 256 db. egyessel! Ez azt jelenti, hogy az utolsó helyen álló számot 257-szer emeljük önmagára! (256-szor a zárójelen belül, és egyszer a zárójel eltüntetése miatt) Világos, hogy ezt a számot már nem tudjuk leírni, atomnyi számjegyek esetén is betöltené a világegyetemet! De még ez is piciny szám a $\aleph_2$ -höz képest!

Lépünk tovább! $\aleph_n$ jelentse ezt: $(n, n, n, \dots, n)$, ahol épp n db. n van. Így $\aleph_3 = (3, 3, 3)$. $\aleph_2 = (2, 2) = 256^{256}$. $\star_n = \aleph_n \aleph_n \aleph_n \dots \aleph_n$, ahol n db. $\aleph_n$ van.

Így $\star_2 = \aleph_2 \aleph_2 = \aleph_2(2, 2) = \aleph_2 256^{256} = (256^{256}, 256^{256}, \dots, 256^{256})$. Végül $\aleph_n = \star_n \star_n \dots \star_n$, és $\aleph_n = \aleph_n \aleph_n \dots \aleph_n$. Na, végre definiáltuk, mi az a hasztella! Természetesen van $\aleph_3$, $\aleph_4$ és $\aleph_5$ is, sőt a hasztella után további csillagok is definiálhatók. Ha a hasztella a 4-ik csillag, akkor $\aleph_n m$ jelentse az n -ik csillag m -et! $\aleph_n m = \aleph_{n-1} \aleph_{n-1} \dots \aleph_{n-1} m$, és éppen m db. $\aleph_{n-1}$ van! $\aleph_1 = \star_1$, $\star_1 = \aleph_2$, $\aleph_2 = \star_3$ és $\star_3 = \aleph_4$. De az Örület Szamárlétrájának még itt sincs vége! Jön a $\aleph_n$, ami hasztella-hasztella n ! Jelentése: a $\aleph_n$ n -ik csillag n ! Ezek kifejtéséhez akármennyi Univerzum is kevés lenne! A Végtelen Léggömb meghámozása végtelen ideig tart, hacsak nem veszel benzinesüveget a kezedbe... (A benzínről majd később ejtek szót, A Benzintől Az Istenek Kapujáig c. fejezetben). A hasztella konstrukció emlékeztet a Hipervalós számokra. A hipervalós számok olyanok, ahol szerepelnek az ε és az ω is, ahol $\varepsilon = 1/\omega$, és mint emlékszünk rá, $\omega = 1+1+1+1\dots$. Ezekkel a számokkal bevezettük az $x = a_0 + a_1 \cdot \omega + a_2 \cdot \omega^2 + a_3 \cdot \omega^3 + \dots + b_1 \cdot \varepsilon + b_2 \cdot \varepsilon^2 + b_3 \cdot \varepsilon^3 \dots$

alakú számokat. Az omegák a végtelen nagy számok, az epszilonok pedig a végtelenül kicsi számok. $\varepsilon + \varepsilon + \varepsilon + \varepsilon \dots = 1$. Egy monászba tartoznak azok a számok, amelyek csak egy végtelenül kicsivel különböznek egymástól. Az $\varepsilon^2, \varepsilon^3, \varepsilon^4 \dots$ ultrapici számokból lesznek a monászok monászai. Tehát megint megtaláltuk a bolhák hátán a még picibb bolhákat, és a még picibb bolhák hátán az egészen piciny ultrabolhákat! Na íme a Kvadromatika Bolhapiaca! Van itt minden, a mandelmirmínyótól a tűhegyen ülő Buddhák végtelen seregeiig! Na és ne

higgyétek, hogy itt véget is ér a buli! Mert az ω , ω^2 , ω^3 ... után óhatatlanul jön az ω^ω , majd az omega az omega az omegaadikon, stb!

Tehát pontosan úgy, mint a hasztellánál. Na most a kérdés az, hogy építhető-e olyan gép, amely képes ilyen konstrukciókat is kezelni? Stanislaw Lem ilyen gépet próbál leírni a Lymphater utolsó képlete című novellájában. Ez a gép ellát az Univerzum határáig, és mindent tud. Egyetlen hibája az, hogy a pusztta létével fölöslegessé teszi az emberiséget. Mert ha van egy olyan gép, ami mindent tud, akkor mi a fenének van az a sok okos tudós? A metakritsa elven épített számítógép már megközelítheti ezt a Lem-fater-féle masinát! A metakritsa olyan jószág, amelyben fizikailag realizált kritikus pontok vannak! A kritikus pontban pedig aktuálisan megvalósul a végtelen logikai mélység! És ez az a pont, ahol a rendszer érzékennyé válik a környezeti hatásokra, mert a gép egyszerűen kilát a saját burkából, és észreveszi azt is, hogy mi van körülötte! Lem fater másik novellájában, a Corcoran Professzor-ban itt téved, mert ott olyan leibnizi monászokat ír le, amelyek minden információjukat egy Dobból kapják, és az az ő világuk, minden történés és esemény a Dobban van. Lem szerint az ilyen gépekkel megvalósított élő individuumok számára nem létezik más világ, csak amit a Dob ad. Ha viszont a gép élő, ahogy Lem feltételezi, akkor óhatatlanul lesznek benne kritikus pontok, és akkor a gép képes túllátni a saját Dob-világán! Na Dobri Vecser! Mert az ember éppen álmában szokott túllépni saját korlátos, szűk énjén! Ha csak az atahori álmokat veszem, azt kell feltételeznem, hogy vagy nagyobb zseni vagyok mint Michelangelo és Leonardo, hogy ilyen gyönyörű helyeket teremt az agyam, vagy el kell fogadni a sokkal valószínűbb másik esetet, hogy amit álmomban látok, az valóság! Egy valóságos helyszín, csak nem ebben a világban! El lehet oda utazni, és mások is elutazhatnak oda, és elmesélhetik, mit láttak! És a mesék közös részéből leszűrhetjük a tapasztalatokat. Tehát a kritikus rendszer érzékeny a környezetre, ellát a Galaxisokig, a csillagok köldökéig, és a kritpont tényleges kiértékelésében az is szerepet játszik, ha az Androméda galaxis egyik bolygóján egy üregér éppen megrántja a bajsztát! És miután bebizonyítottuk, hogy kritikus pontok szükségszerűen fellépnek a rendszerben, az is bizonyosság, hogy a rendszer viselkedése elvileg is megjósolhatatlan! Hisz ez a viselkedés attól is függ, hogy éppen mit jósolunk meg, és akkor íme, a Teremtő Mágia! Pontosán így működnek az önbeteljesítő jóslatok. Az élő rendszer szükségszerűen öntükröző, kritikus, és így tart kapcsolatot a szellemvilággal. A hiányzó láncszem a test és a lélek világa közt a Metakritsa, illetve a hipervalós számok Leibnizi monász-világa.

Így működik a szellemvevő rádió is, amiről a Hangok Kutatása c. fejezetben írtam.

Lem szerint a hibák teremtő erővel bírnak. Lem megalkotta a hibákon alapuló lételméletet. Erről a Donda professzor emlékirataiban ír. A DNS-kódok kissé hibásan másolódtak... és így jött létre az emberiség! Mert ha az Őslevesbeli amőbák kódjai tökéletesen, hibátlanul másolódtak volna, akkor máig se élne más a Földön, csak amőbák! De mivel a kód hibásan másolódtott, létrejöttek az egyre bonyolultabb szervezetek, és végül az ember! Nem más ez, mint félreértés a Feladó és a Vevő közt!

Mert hiba fordul hiba hátán, az is hibásan másolódik, míg végül a hibákból a Világ Végzete lesz! Ha matematikailag nézzük, a hiba nem más, mint szingularitás, egy pont, ahol a függvény nem értelmezhető, vagyis kritikus pont, ahol a távoli világok üzenete beszüremlik a rendszerbe! A hibás gép szigorúan véve nem is gép, mert nem lehet pontosan megjósolni a viselkedését. Ha elakad, ha nem működik, rúgj bele, elő a kalapáccsal és puff! Mindennapi tapasztalat, hogy a számítógép kényes a gazdája lelkiállapotára, néha egyenesen olyan, mintha az ördög bújt volna bele! Az istennek se akar működni, de ha egy nyugodt ember ül le elé, rögtön megjavul. Vannak csodák!

Ki is találtuk Motával a Formális Algoritmikus Hibás Automaták Elméletét! FOMALHAUT... A jó gép működése egyszerű szabályokkal leírható, és ha a felhasználó pontosan követi az utasításokat, akkor nincs baj. Ám ha a gép meghibásodik, egy darabig még működik, de járulékos szabályokat kell mellékelni hozzá: ha a kapcsolót jobbra fordítod, nyomd meg egy kicsit, ha meg a mutató remeg, a bal oldalon szorítsd össze, mert kontakthiba. Ha a járulékos szabályokat is követjük, a gép még mindig használható lesz egy darabig. De sajnos a hibák ritkán statikusak, bizony egyre rosszabbak lesznek, és egyre több járulékos szabályt kell mellékelni. Érvénybe lépnek Murphy törvényei! Mert ami elromolhat, az el is romlik! Az anyatermészet pedig a rejtett hibák oldalán áll. Ha megszakadsz, se találsz meg! A kontakthiba az egyik legraffináltabb hiba, nem egyéb mint beépített kritikus pont! Mert ha elfüstöl egy kondi, azt látni lehet, könnyű megtalálni és kicserélni. De a kontakthiba nem ilyen! Ütögetni, rázogatni kell, hogy a hiba előjőjön, mert szeret elrejtőzni. Akkor jelentkezik, amikor a legnagyobb kárt tudja okozni. Féléves munkánk puff, elszáll, mint a fuvallat!

Ezt az „egyre több szabályt mellékelni” szisztémát követi az is, amikor megpróbáljuk szabatosan megadni a Smullyan-féle NPD-gépünket! Egy lépésben meg se tudjuk adni!

Ezért először egyszerű gépeket definiálunk, aztán egyre bonyolultabbakat, amik már egyre többet tudnak az előírt követelményekből. Nekem az az érzésem, hogy ez az eljárás végtelen, tehát sose jutunk el ahhoz a géphez, ami már igazán mindent tud, amit elvárok tőle! Vagyis hogy mindent kiprintel, ami kiprintelhető.

Kísérletek a Smullyan-gép pontos definiálására

Mint emlékszünk, a Smullyan-gép az N,P,D betűkből álló véges szavakat nyomtat ki, és ha a szó mondat és hamis, nem nyomtatja ki. Tehát minden kinyomtatott mondat igaz. De semmi sem garantálja, hogy minden igaz mondat ki lesz nyomtatva.

Legyen az 1. számú Gép olyan, hogy válogatás nélkül mindent kinyomtat, még hozzá lexikografikus sorrendben. Ez olyan sorrend, ahogyan a számokat írjuk le egytől akármeddig. Tehát

1,2,3...10,11,12...20,21,22...30,31,32...100,101,102...110,111,112...

És így tovább. Nekünk csak 3 jelünk van, így a dolog egyszerűbb. Tehát a szavak:

N, P, D, NN, NP, ND, PN, PP, PD, DN, DP, DD, NNN, NNP, NND, NPN, NPP, NPD, NDN, NDP, NDD, NNNN, NNNP, NNND, NNPN, NNPP, NNPD, NNDN, NNDP, NNDD

és így tovább. Látjuk, hogy 3 db. egybetűs, 9 db. kétbetűs, 27 db. 3 betűs, és általában 3^n db. n-betűs szavunk van. Melyek ezek közül a mondatok? Pl. PD (Azt jelenti hogy D printelhető, és ez igaz is), NPN (azt jelenti hogy N nem printelhető, és ez hamis), PDND (azt jelenti hogy ND Duplája, azaz NDND printelhető, és ez igaz) stb.

Az 1. számú Gép nem törődik a mondatok igazságértékével, ez tehát nem jó Smullyan-gép. De, mint látjuk, része lehet egy jó Smullyan-gépnek!

Építsük meg most a 2. számú Gépet! Ennek a hasában egy 1. számú Gép működik, és előállít minden szót. A 2. számú Gép ezután egy második ütemben megvizsgálja az épp soron levő szót, hogy mondat-e. Ha a mondat PDX, NPDX, NNPD... stb. típusú, akkor nem nyomtatja ki, akármit is mond a mondat. Ezzel kiszűri a problémás eseteket, de sajnos sok érdekes esetet is! Ha a mondat PX, NPX, NNPD... stb. típusú, és X nem D-vel kezdődik, akkor X-et megkeresi a korábban kinyomtatott szavak közt. Mivel az 1. számú Gép lexikografikusan sorolja fel a szavakat, az X szó biztosan rövidebb, mint a PX, NPX, NNPD... szó, tehát ha kiprintelhető, akkor okvetlen szerepelnie kell! Ezek után a Gépnek már egyszerű a dolga: ha megtalálta az X szót, akkor a PX, NNPD, NNNPD... mondatok igazak, és ki is printeli őket, az NPX, NNNPD... mondatok pedig hamisak, és nem printeli ki őket. Fordítva jár el, ha az X szót nem találta meg: a PX, NNPD, ... stb. hamis, és nem printeli ki, az NPX, NNNPD... stb. pedig igaz, tehát kiprinteli.

A 2.számú Gép már ki fogja printelni a PD, PPNN, PPPND szavakat, mert ezek igaz mondatok, de nem printeli a PDNP szót, mert ez PDX típusú, tehát problémás. Az NPNP nem mondat, ezért a gép nyugodt szívvel kiprinteli, tehát végül is a PDNP mondat igaz! Mégse lesz a 2. számú Gép által kiprintelve. Pont olyan ez, mintha a Mandinak csak az auráját printelném ki, és a legérdekesebb részt, a belsejét egyöntetűen feketére színezném. Ha ennél érdekesebb viselkedést akarok, akkor terveznem kell egy 3. számú Gépet, amely mindazt tudja, amit a 2. számú, de ezen felül még a PDX és NPDX mondatok közül is kiprintel valamennyit. Például, ha az X nem mondat, akkor a PDX nyugodt szívvel kiprintelhető, ugyanígy az NNPD, NNNPD... is. Az NPDX viszont hamis mondat, nem printeli ki. A PDPND mondat továbbra is problémás. Tehát tervezzünk egy 4. számú Gépet, és így tovább. Kérdés az, hogy vajon a végtelenedik Gép mit tud, és egyáltalán, van-e olyan Gép, amely mindent tud, ami egyáltalán tudható?

Smullyan könyve lényegében erről szól: egyre jobb gépeket tervez, amelyek egyre többet tudnak matematikailag, ám a nemteljesség kísértete mindegyikben ott bolyong!

Sőt, ha egy matek rendszer konzisztens, úgy ezt nem tudja magáról bebizonyítani! Smullyan szerint ebből nem szabad arra a következtetésre jutni, hogy akkor egy matek rendszer konzisztenciája nem is bizonyítható! De bizony bizonyítható, csak nem a rendszer keretein belül! Tehát megintcsak ott tartunk, hogy a transzcendenciára szükség van! Ahhoz, hogy a 4. Gépünket megtervezzük, próbáljuk meg jobban kiismerni a lelkivilágát! A PDX-eket elemezzük. $PDX \rightarrow XX$ láncokat fogunk követni.

$PDPDPDN \rightarrow PDPDNPDNDN \rightarrow PDNDPDPNDNDNDNDN \rightarrow NPDNDPNDNDNDNDN \rightarrow PD...$ Az aláhúzással azt jelöltem, hogy mely kifejezés Duplája lesz a következő kifejezés. Látjuk, hogy egyre hosszabb szavak születnek, és mind vagy PD, vagy NPD kezdetű.

$PDPPPN \rightarrow PPPNPPPN \rightarrow NPPPN \rightarrow N$ Ez egy véges lánc. N printelhető, ezért NPN hamis, és ugyanígy hamis az NPPPN is, emiatt PPPNPPPN is hamis, végül PDPPPN is hamis. Látjuk, hogy ezt véges lépésben el lehetett dönteni. Ha tehát PDX olyan, hogy X-ben nincs PD betűpár, akkor véges lépésben el lehet dönteni.

$PDNPD \rightarrow NPDNPD \rightarrow NPDNPD$ itt ugyanazt kapjuk mindig. Itt PDNPD hamis, NPDNPD igaz, és egyik se printelhető!

Tudjuk, hogy a DD és az ND nem mondat, ezért printelhető. Ha a szavunkban szerepel a DD betűpár, akkor véges lépésben olyan szó kerül elő, amely D-vel kezdődik, tehát nem mondat, tehát printelhető. Így az eredeti szavunk igazságértéke megintcsak véges lépésben eldönthető. Példa: $PDPDD \rightarrow PDDPDD \rightarrow DPDDDPDD$, és ez nem mondat! Tehát printelhető, tehát PDDPDD igaz, printelhető, tehát PDPDD is igaz, printelhető.

Ha a szóban előfordul az ND betűpár, akkor ez előbb-utóbb a szó elejére kerül, azaz a szó ilyen lesz: NDX, NNDX, NNNDX... és bármi is X, ez nem mondat, tehát printelhető.

Példa: $PDPDND \rightarrow PDNDPDND \rightarrow NDPDNDNDPDND$, és ez nem mondat.

Véges ciklusok is létrejöhetnek! Ezek ilyenek: A, B, C, E, F, G...jelölje az állításokat!

A: B printelhető, B: C printelhető, C: E nem printelhető, E: A nem printelhető.

Nos, melyiknek mi az igazságértéke? Nem printelhető mondat lehet igaz is és hamis is, ellenben printelhető mondat csak igaz lehet. Legyen pl. mind a négy igaz! Ekkor B és C printelhető, A és E nem printelhető. Legyen mind a négy hamis! Ekkor B és C nem printelhető, A és E printelhető. Az első verzió ellentmondás nélkül megvalósulhat, de a második már nem, mert a hamis A és E printelhető lenne, ami lehetetlen! Ha pedig

A igaz, és B,C,E hamis: A, B és E printelhető, C pedig nem printelhető. De hát ez lehetetlen! Ha B hamis, akkor nem lehet printelhető! Tehát az igaz, hamis, hamis, hamis kombináció sem valósulhat meg. 16 kombináció van, végig lehet nézni, melyik valósulhat meg, és melyik nem. Itt tehát a gépnek döntési szabadsága van, szabadon választhat.

Hogyan konstruáljuk meg az A, B, C, E mondatokat? Nos, így: $A=PB$, $B=PC$, $C=NPE$ és $E=NPA$. Tehát $A=PB=PPC=PPNPE=PPNPNA$. Na, és itt lükkentünk a circulus vitiozusba! Szerencsére ezen segít a D alkalmazása! Így végül $A=PPNPNDPNDPNDPND$... és most az A helyett egy D-t írunk, és megismételjük a szót! $A=PPNPNDPNDPNDPND$! Ebből könnyen megkapjuk B, C, E-t: $B=PPNPNDPNDPNDPND$, levettünk A elejéről egy P-t.

$C=PPNPNDPNDPNDPND$, levettünk B elejéről egy P-t. $E=PPNDPNDPNDPNDPND$, levettünk C elejéről egy NP-t. Látjuk, hogy az aláhúzott rész Duplája tényleg az A!

Ezzel a módszerrel akármilyen hosszú ciklusokat is tudunk csinálni.

A végtelen ciklusra pedig a PDPDN mondat a példa.

Most már tudjuk definiálni a 4. Gépet: Ugyanazt tudja, mint a 3. Gép, de ezen felül még ki tudja elemezni a PDX mondatok közül azokat, amelyben ND vagy DD betűpár van, és az olyan mondatokat is, amelyben csak egy PD betűpár van. A többi esetet, mint amilyen a PDPD, vagy a fenti ciklusok egyike, továbbra is problémásnak tekinti és nem printeli ki.

Az 5. számú gépet megtaníthatjuk arra, hogy a véges ciklusokat egy egyszerű szabállyal önkényesen döntse el, a 6. számú gépet pedig arra, hogy a végtelen ciklusokat is önkényesen döntse el. Világos, hogy még ezek sem a végső megoldás!

Eddig a gépeink csak azt tudták, hogy bizonyos szavakat kiprinteltek, tehát egy listát készítettek. De miért ne csinálhatnának a gépek több listát? Jelölje B a Bizonyítható Mondatok Halmazát, C a Cáfolható Mondatok Halmazát, I az Igaz Mondatok Halmazát és H a Hamis Mondatok Halmazát! Ekkor nyilván $B \subseteq I$ és $C \subseteq H$. Ezen felül I és H diszjunktak. Smullyan könyvében ezek a halmazok főszerepet játszanak. Vannak ezen kívül a predikátumok, azaz állítások is, amelyek halmazokat neveznek meg, és vannak olyan állítások is, amely szerint egy kifejezés egy bizonyos halmaz eleme. Ebben a világban az „ez a kifejezés nem eleme B -nek” egy igaz, de nem bizonyítható mondat. Ha hamis lenne, akkor „ez a kifejezés nem eleme B -nek” eleme lenne B -nek, ami nem lehet, mert hamis mondat nem bizonyítható. Tehát a kifejezés csak igaz lehet, és ennél fogva tényleg nem bizonyítható. A halmazok megnevezéséhez kitalálták a Gödel-számozást, ami szerint minden kifejezésnek van egy Gödel-száma, és ezek után a kifejezésekre úgy lehet hivatkozni, mint számokra. Formulákkal és kifejezésekkel számhalmazokat lehet konstruálni, és olyan mondatokat, ami szerint egy szám egy halmaz eleme vagy sem.

Ezek után a könyv fő célja az, hogy megmutassa: a bizonyítható mondatok halmaza formulákkal megnevezhető, és így megnevezhető a halmaz komplementere is. Ezek után a Gödel-számok raffinált alkalmazásával megkonstruálja a Gödeli mondatot, amely azt állítja hogy ő maga nem bizonyítható. Ha hamis lenne, akkor állításával ellentétben bizonyítható lenne, de egy hamis mondat nem bizonyítható. Így a mondat igaz kell legyen, tehát tényleg nem bizonyítható. Smullyan ezt a mondatot hozza fel az eldönthetlenség példájára. Tudniillik sem a mondat, sem a tagadása nem bizonyítható, tehát a mondat a rendszeren belül eldönthetetlen. Az én célom viszont annak megmutatása volt, hogy ez a mondat nem jó példa az eldönthetlenségre, mert ez a mondat el van döntve: igaz! Nincs szabad választásom vele kapcsolatban. Az a feltevés, hogy ez a mondat hamis, ellentmondásra vezet, tehát a mondat csakis igaz lehet. Tehát el van döntve. Az igazi eldönthetetlen mondat így hangzik: „ez a mondat bizonyítható”! Ez a mondat lehet igaz is, mert igaz mondatot lehet bizonyítani, és lehet hamis is, mert hamis mondatot nem lehet bizonyítani! Itt aztán tényleg szabad választásunk van!

Nevezhetjük elsőrendben eldönthetőnek azt a mondatot, ami véges lépésben bizonyítható vagy cáfolható, pontosabban véges lépésben belül visszavezethető egy olyan kifejezésre, ami nem mondat, tehát nincs is igazságértéke, így bizonyítás nélkül igaznak fogadjuk el.

Másodrendben eldönthető az a mondat, ami elsőrendben nem eldönthető, de az egyik igazságérték tételezése ellentmondásra vezet, tehát csak a másik igazságérték lehet érvényes! Ezek a nem bizonyítható, de igaz, és a nem cáfolható, de hamis mondatok.

Mondandónk végül oda csúcsosodott ki, hogy szabatosan definiáljuk, végül is mi az hogy bizonyítás és mi az, hogy igazság? Hívjuk segítségül Alfred Tarskit!

Alfred Tarski: Bizonyítás és igazság

(Gondolat, 1990). 378. o-tól: Két elv keletkezett, amelyeket azután a matematikai diszciplínák fölépítésére rendszeresen alkalmaztak. Az első elv szerint minden tudományág kevés számú mondat felsorolásával kezdődik, ezeket axiómáknak vagy alaptételeknek mondjuk, a szemlélet számára evidensek, és minden további megalapozás nélkül igaznak fogadjuk el őket. A második elv szerint a tudományág bármely más állítása csak akkor fogadható el igaznak, ha bizonyítani tudjuk kizárólag az axiómák vagy már előbb bizonyított tételek segítségével. Ennek tükrében a bizonyítás olyan eljárás, amelyben a bizonyítandó mondatot megengedett formális lépések segítségével véges lépésben visszavezetjük az axiómákra, vagy már előzőleg bizonyított mondatokra. Az NPD szisztémában a nem-mondatok felelnek meg az axiómáknak. Ha X nem D -vel kezdődik, és nem mondat, akkor printelhető (bizonyítható). De printelhető a PX , PPX , $PPPX$, ... mondat is, mert véges lépésben eljutunk a printelhető X szóig (axiómáig). Cáfolható mondatok: NPX , $NPPX$, $NPPPX$, ill. $NNNPX$, stb. Az igazság definiálásánál abból indulunk ki, hogy minden bizonyítható mondat igaz, és minden cáfolható mondat hamis. Tarski ezután azzal folytatja, hogy megkülönbözteti a tárgynyelvet és a metanyelvet. A tárgynyelvvvel írjuk le az aritmetikát, és a metanyelvvvel írjuk le azokat a mondatokat, amelyek magukra az állításokra vonatkoznak. A bizonyíthatóság lefordítható a metanyelvről a tárgynyelvre (azaz a bizonyítható mondatok Gödel-számai megadhatók formulával), de az igazság fogalmához nem létezik ilyen fordítás. Már ez mutatja, hogy az igazság több, mint a bizonyíthatóság. Van mondat, mely igaz, de nem bizonyítható. A hazug antinómiája (vagyis „ez a mondat hamis” se nem igaz, se nem hamis) elsőként úgy lépett föl érvelésünkben, mint hatalmas rombolóerejű, gonosz szellem. A védekezés módja a tárgynyelv és a metanyelv megkülönböztetése volt. Ezt viszont én úgy nevezem: A Matematika Eredendő Kasztrálása! Hiszen ez nem más, mint a KVAX kiküszöbölésére tett kísérlet! Az igazság definíciója két lépésben: 1. A bizonyítható mondatok igazak, a cáfolható mondatok hamisak. 2. Egy mondat akkor igaz, ha az a feltevés, miszerint a mondat hamis, ellentmondásra vezet. Példa rá az $NPDNPD$. Ha ez hamis, akkor $PDNPD$ igaz, tehát NPD Duplája, $NPDNPD$ printelhető (bizonyítható). Na de $NPDNPD$ hamis, hamis állítás pedig nem bizonyítható! Itt az ellentmondás! Tehát $NPDNPD$ csakis igaz lehet, így állítása szerint nem is bizonyítható. Tehát az igazság bővebb mint a bizonyíthatóság. Kérdés: mi az, ami még az igazságnál is bővebb? Szuperigazság? Erre még visszatérünk. Egy igazság ellentéte egy hazugság, de egy nagy igazság ellentéte egy másik nagy igazság, mondta Niels Bohr. Mért ne legyen ez a kiinduló axiómánk?

Hazugságból felépülő világ

Tudjuk, hogy $\text{igaz} \cdot \text{igaz} = \text{igaz}$. Ez azt jelenti, hogy pusztán az igaz logikai értékből nem tudjuk felépíteni a logikát, mert a hamis logikai érték sehogyan se áll elő! A hamisból viszont már fel tudjuk építeni a világot! $\text{hamis} \cdot \text{igaz} = \text{igaz} \cdot \text{hamis} = \text{hamis}$, és végül $\text{hamis} \cdot \text{hamis} = \text{igaz}$. Igaz mondatból csak igaz mondatot tudunk levezetni, de hamis mondatból igazat és hamisat is le tudunk vezetni. Tehát a Genézis Teremtő Igéje hazugság volt! Lehet hogy így hangzott: Ne legyen világosság! És lőn világosság! Valahogy így vagyunk az igazság definiálásánál is: egy nem bizonyítható mondat akkor igaz, ha az ellenkezőjét feltéve ellentmondásra jutunk, tehát egy hamis mondatot tudunk levezetni! Ez most engem arra emlékeztet, ahogyan a valós számokat a Hiányból építettem fel.

Valahogy így: $R = \{ +, \cdot, -\frac{1}{2} \}$. Azaz a valós szám két művelettel generálható, egyedül a $-\frac{1}{2}$ számból kiindulva! (itt megengedjük a végtelen sok műveleti lépést is!) Így pl.

$-1 = -\frac{1}{2} + -\frac{1}{2}$, $1 = (-1) \cdot (-1)$, $0 = -1 + 1$, $2 = 1+1$, $\frac{1}{2} = 1 + -\frac{1}{2}$ stb. Az $\frac{1}{2}$ szorozgatásával megkapom az $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$... számokat, ezek összegezéséből pedig a BIN számokat. Végtelen összegzéssel pedig már minden valós számot megkapok.

Megkapó teória volt, eljátszadotam azzal hogy mely szám hányféleképpen írható fel, és mik a legegyszerűbb szabályok, amelyekkel már minden matematikai eredmény generálható. A $-\frac{1}{2}$ volt a Hiány Kvantuma. Azért Hiány, mert negatív, és itt is igaz, hogy mínuszor mínusz az plusz. Az $\frac{1}{2}$ jelentősége meg abban állt, hogy a Kvadratika egyik szlogenje szerint minden csak félig igaz, és az $\frac{1}{2}$ itt önhatvány: a féligazság fele is csak féligazság. Majd később leírom, honnan született ez az ötlet. Most csak annyit, hogy ha egy megszámlálhatóan végtelen halmazt két részre vágok, úgy hogy mind a két rész ugyancsak mex. végtelen, akkor ezzel a halmazt egyrészt megfelezttem, innen az $\frac{1}{2}$, másrészt ez a két fél ugyanolyan végtelen, mint az eredeti, semmivel se kevesebb! Akkor viszont ez olyan mint az osztódással szaporodás! A feleket megint csak felezhetem, és az ötvenedik felezés után kapott halmazok még mindig ugyanolyan végtelenek, mint az eredeti! Na íme a Végtelen Csodakorsója! A Knuth-teória Hipervalós Számai szerint viszont a végtelen fele nem ugyanolyan mint a végtelen, azaz $\omega/2$ határozottan más, mint ω . Ezzel kapcsolatban azonban nekem már volt egy ilyen megérzésem! Tudniillik ha a természetes számok halmazát végtelen darab végtelen részre bontom, akkor az egyre nagyobb indexű részhalmazok egyre ritkábbak, és az első elemük egyre nagyobb. Valahogy úgy éreztem, hogy mégiscsak elfogy az a végtelen! Amíg nem sorolom fel a számokat, nem adok nekik nevet, nem helyezem el őket egymás után, addig tényleg olyan egyenrangúnak tűnnek, de mihelyst felsorolom őket, ez az egyenrangúság megszűnik. Kicsit emlékeztet ez a Tlőni matekra, amiről Borges ír. A Tlőni matek a határozatlan számokra épül, és szerintük egy számítás elvégzése megváltoztatja az eredményt, mert határozatlanból határozottá teszi a számokat. Tisztára olyan ez, mint a kvantummechanika álláspontja, mely szerint a mérés teremti az eredményt. Hiába, itt is az öntükrözés lép be a képbe! A Tlőniek szerint a tárgyak pusztán egymás mellé helyezése megváltoztatja a tárgyakat. Persze, hisz tükrözik egymást, hatnak egymásra! Így egy képlékeny, folyékony geometria jön létre, amit én már elneveztem gumigeometriának. Ez olyan alakzatokról szól, amelyek nem pontosan passzolnak, egy picit rés mindig van köztük. Mintha egy olyan mozaikot kéne kirakni, ahol az elemek mellé sok másik is odaillik, és csak utólag, a kép kirajzolódása után tudjuk megítélni, hogy a megfelelőt raktuk-e oda. Könnyen lehet, hogy Isten arcát akarjuk kirakni, de a végén a Sátán arca fog kirajzolódni a mozaikunkon! A gumigeometria szerint mondhatom, hogy a pi az körülbelül 3, de a klasszikus matek szerint a

puszta gondolat is szentségtörés! A matek az egyre finomabb felbontóképesség irányába fejlődik, ehhez képest a gumigeometria valóságos hanyatlás!

Persze a műszaki és mérnöki tudományok már ősidők óta a gumigeometriát használják.

A jelszó: Mérd mikrométerrel, jelöld krétával, vágd baltával! Persze megy ez fordítva is: Mérd collstokkal, jelöld gyémánttűvel, vágd számítógéppel vezérelt precíziós lézerrel! Az az érzésem, hogy a klasszikus matek ezt a gyakorlatot követi. Node már megint messze szaladt velem a paci. Térjünk vissza oda, ahogy egyes logikai rendszereket felépítenek. Nos, kellenek változók, logikai műveletek, modus ponens, mint levezetési szabály... és kell egy elemi hazugság! Vagy egyszerűen csak a hamis logikai érték, amit $\Downarrow$ jellel szoktak jelölni. Továbbá szükség van a tagadás jelére is, ami $\sim$ szokott lenni. Pont olyan ez, mint a klasszikus tűzszerszám: tapló, kova és tűzkő. A hazugság a tűzkő, amivel az isteni szikrát csíholjuk. A tagadás a kova, amihez a tűzkövet hozzacsapjuk. De mi a tapló? Hát az Úristen agya! Hahaha! Abban indukálunk végtelen hosszú, elágazó logikai láncokat!

Szuperigazságok, avagy a fele sem igaz!

Térjünk vissza a már unásig ismert NPD világunkhoz, és folytassuk a feltérképezését!

A PDPDN egy végtelen lánchoz vezet. A PDPD és az NPDNPD viszont olyan mondatok, amelyek önmagukra hivatkoznak, ezért a véges hurkok elemi példáinak tekintendők.

Mint láttuk, egy mondat elsőrendben eldönthető (bizonyítható vagy cáfolható), ha ő maga axióma (olyan kifejezés, ami nem mondat), (erre példa az N, P, D egybetűs szavak, továbbá DX, ahol X tetszőleges, valamint az NX, ahol X nem mondat), vagy belőle véges lépésben le lehet vezetni egy axiómát (erre példa az XY, ahol X N és P-ből áll, P-re végződik, és Y nem mondat, valamint minden olyan szó, melyben ND vagy DD betűpár van). Másodrendben eldönthető (igaz vagy hamis), ha az egyik logikai érték feltételezéséből le lehet vezetni egy ellentmondást (pl. hamis mondat bizonyítható). Erre példa az NPDNPD, vagy az NNNPDNNPD. Mindkettő igaz, mert ha hamis lenne, akkor hamis mondat bizonyítható lenne. Most megismerkedünk a harmadrendben eldönthető mondatokkal, amiket szuperigaznak nevezek. Legyen a szavunk ez: XPDXPD!

X tetszőleges, üres is lehet. Állítás: ez a szó véges ciklust generál. Bizonyítás helyett bemutatom, hogy működik ez. Legyen $X = \text{PPNP}$, és a szó $A = \text{PPNPDPNPPD}$! Az A-ból levezethető a $B = \text{PNPPDPPNPPD}$, ebből a $C = \text{NPPDPPNPPD}$, ebből az $E = \text{PDPPNPPD}$, ebből pedig a PPNPDPNPPD , ami maga az A! Tehát a kör bezárult. A szavak mondatok, és ezt mondják: $A = PB$, $B = PC$, $C = NPE$, $E = PA$. Mind a négy lehet igaz, vagy hamis, ám bizonyos kombinációk nem valósulhatnak meg. Elemezzünk egy egyszerűbbet:

$A = PB$, $B = PC$, $C = NPA$. ($A = \text{PPNPDPNPPD}$, $B = \text{PNPPDPPNPPD}$, $C = \text{NPPDPPNPPD}$).

Lehet mindhárom igaz, az nem baj hogy emellett az A nem printelhető. Nem lehet viszont az A igaz, ugyanakkor a B hamis, mert ekkor a hamis B printelhető lenne. Ha az A hamis, akkor C igaz, B pedig lehet igaz és hamis is. C pedig nem lehet hamis, mert akkor A printelhető, tehát igaz, akkor B is printelhető, tehát igaz, akkor C is printelhető a B szerint, és ez ellentmondás! A 3 logikai értéknek 8 kombinációja van, és ebből csak 3 valósulhat meg, az $i\ i$, $i\ h$ i , és a $h\ h\ i$. Tehát ahogy a címben jeleztük: a fele sem igaz!

(i = igaz, h = hamis). A C tehát másodrendben eldönthető: csak igaz lehet. De mi az A és a B? Nos, ezeket nevezem én szuperigaznak, mert egy véges ciklus elemei, és mind a két logikai értéket felvehetik. Tehát harmadrendben eldönthető a szó, ha véges ciklust generál, és mind a két logikai értéket ellentmondás nélkül felveheti. Látjuk, hogy a szuperigazságok már feltételes, egymástól függő, csatolt igazságok, mert ha A igaz, akkor B csak igaz lehet. Igaz az előre jelzett tulajdonság is: egy szuperigazság ellentéte egy másik szuperigazság! Ha A mindkét logikai értéket felveheti, akkor ugyanilyen a Nem A is! Ez is felveheti mindkét logikai értéket, csak fordított sorrendben, ami itt nem számít. Így minden olyan szó, amely XY alakú, és X N-ből és P-ből áll, Y pedig harmadrendben eldönthető szó, XY is harmadrendben eldönthető szó lesz! Ezzel lényegében definiáltuk a szuperigaz szavakat. Az NPD világunk tehát így épül fel: Vannak az axiómák, amik bizonyíthatók. Vannak a bizonyítható szavak, amik igazak, és a cáfolható szavak amik hamisak. Ám nem minden igaz szó bizonyítható, és nem minden hamis cáfolható. Tehát vannak az igaz és a hamis mondatok. És a buli itt sem ér véget, mert vannak a harmadrendben eldönthető véges ciklusok is! Ezek lehetnek igazak és hamisak is, tehát nem tartoznak se az igaz, se a hamis mondatok halmazába. Lám, a rókánkról le tudtunk húzni még egy bőrt! Akkor viszont nem igaz a kizárt harmadik elve! Tercier datur?

Nézzünk szembe a pusztító démonnal!

Láttuk, hogy Tarski a Hazug Antinómiáját hatalmas rombolóerejű, gonosz szellemnek nevezte. Amelyből azonban energiát lehetett meríteni, és megalkották a metanyelvek hierarchiáját. Ezt viszont én neveztem el a matematika kasztrálásának! A hétköznapi nyelv önmaga metanyelve, és én úgy vélem, hogy az öntükrözés és az önmagára hivatkozás a tudat tükröző és teremtő funkciójának lényegi eleme! A való világ nem lovagokból és lóköetőkből áll, akik vagy csak igazat mondanak, vagy csak hazudnak. Ha valaki azt mondja: „én mindig hazudok”, hát csak megvonjuk a vállunkat: persze, most is hazudtál, és kész. Nem jönnek létre falrengető logikai bukfencek.

Kedves olvasóm! Talán már kicsit untattalak ezzel a sok enpédézéssel, de úgy érzem, ezt el kellett mondanom ahhoz, hogy bizonyos fogalmakat tisztázzunk, és pl. a szuperigazságot definiálhassuk. De lépünk most tovább! Csináljunk 4 betűs Gépét! Ez a Gép is több listát készít: Bizonyítható mondatok, Cáfolható mondatok, Igaz mondatok, Hamis mondatok, Szuperigaz mondatok, és Minden Egyéb.

A négy betű: B=Bizonyítható, C=Cáfolható, D=Duplája, N=Nem. A B úgy működik, mint a P, a D és N ugyanúgy mint az NPD-ben, újdonság a C. Nyilvánvaló, hogy C nem ugyanaz, mint az NB. Ha valami nem bizonyítható, még nem biztos hogy cáfolható! Ilyen az NBDNBD mondat, amely ugyanazt tudja mint az NPDNPD. Igaz, tehát nem cáfolható, de nem is bizonyítható. Az érdekesség az, hogy bár C nem ugyanaz mint NB, mégis sajátos szimmetria van köztük. Ha a szóban minden C-t NB-vel, és minden B-t NC-vel cserélek fel, akkor egy új szót kapok, és ez jellegre ugyanolyan lesz! Az igazságértéke viszont néha megfordul, néha meg nem! Példa: NBN hamis, mert N axióma tehát bizonyítható. Az NB-t C-re cserélve CN-t kapok, ami szintén hamis, mert egy axióma nem cáfolható. Az NBDNBD Gödeli mondat igaz. Ebből a CDCD-t nyerem, ami ezt mondja: „cáfolható vagyok”. Ha ez igaz, akkor cáfolható, ami lehetetlen, tehát csak hamis lehet. A mondat jellege ugyanaz maradt, tehát ez is Gödeli mondat, másodrendben eldönthető, csak az igazságértéke fordult meg. Az NCDNCD ezt mondja: „nem vagyok cáfolható”. Ez lehet igaz is és hamis is, tehát a BDBD megfelelője, és így szuperigaz.

Bővítjük most a jelkészletünket 6 betűre! Ezzel az Igazság Szamárlétráján is feljebb lépünk egygyel! Legyen a két új betű az I és a H! I=Igaz, H=Hamis. HHHIHI=Hamis az IHHI, ez meg azt mondja: Igaz a HHHI, stb. ez véges lépésben kiértékelhető.

HDNBD: ez azt jelenti, hogy Hamis az NBD Duplája, azaz NBDNBD. Node erről láttuk, hogy igaz, tehát a HDNBD mondat hamis. Kérdés, hogy vajon az NI ugyanaz-e mint a H, illetve az NH ugyanaz mint az I? Ha a Tercier Non Datur elvet követjük, akkor így kellene lennie, hiszen az NBDNBD kiértékelésénél is erre hivatkoztunk! Nem lehet hamis, tehát csak igaz lehet. A szuperigaz mondatok viszont se nem igazak, se nem hamisak, tehát igenis van harmadik! Az igaz mondatok és a hamis mondatok halmaza nem egymás komplementerei! Akkor hogyan hivatkozhatunk a Tercier Non Daturra? Olyan ez, mint a gumigeometria! Néha alkalmazom, néha meg nem, megengedem a lötyögést, a játékot a dolgok közt. Ez az, amitől minden valamirevaló matematikus haja az égnek áll!

Végül következzen a szemtől-szembe ültetés a Démonnal! Íme: HDHD! Na ez nem más, mint maga a Hazug-paradoxon! „én hazudok”! Nem lehet igaz, mert akkor hamis, és hamis se lehet, mert akkor igaz! Tehát megérkezett körünkbe a hatalmas rombolóerejű, gonosz szellem! Akkor most mi a fene van? Láttuk, hogy a BDBD lehet igaz és hamis, tehát nem eleme sem az igaz, sem a hamis mondatok halmazának. De a Gépünk definiálásakor

hallgatólagosan feltételeztük azt a lehetőséget, hogy végül is minden mondathoz rendelünk igazságértéket, így a szuperigaz mondatokat is eldöntjük önkényesen, tehát végül is az igaz és a hamis egymás komplementere lesz. Én azonban ezt csalásnak tartom. Ami szuperigaz, az ne legyen igaz vagy hamis! Pont úgy működik ez, mint a vakfolt a szemben! Az ember nem tudja, hogy ott nem lát, mert az agy ügyesen befoltozza a lyukat, kiegészíti a képet, így egy fontos dolgot jelentő piros LED dióda fénye egyszerűen eltűnik, és az embernek fel se tűnik ez a hiány! Aztán meg elrepül a Hajó tatja, mert nem vett figyelembe egy fontos figyelmeztetést! Szóval ez a befoltozás a Tercier Non Datur nevében sehogy se tetszik nekem. Akkor egy lehetőség a HDHD eldöntésére az, hogy besorolom a BDBD típusába. De ez se jó, mert a BDBD lehet igaz is és lehet hamis is, a HDHD viszont nem lehet se igaz, se hamis! Nem más ez, mint tetánia, merevgörcs, a túlzott matematikai szigor miatt! Ha igaz, akkor hamis, ha hamis akkor igaz... ez pedig a Logika epilepsziás vergődése! Akárhogy is nézzük, bizony kell a negyedik logikai érték, a SE is! Igen, az IS-t még le tudtuk nyelni a sunyi hátsó gondolattal, hogy valami raffinériával majd csak eldöntjük, melyik legyen. De a SE-vel ez nem tehető meg! Itt bizony farkasszemet kell nézni a Pusztító Démonnal! Amely nagyon is Teremtő Démonnak fog bizonyulni! Mert vele polgárjogot nyert az Ellentmondás! És mégse lesz a rendszerünk semmitmondó! Igen, amíg csak a bizonyíthatóságra tettünk kijelentést az NPD rendszerben, addig nem volt nagy baj, legfeljebb belebotlottunk olyan mondatokba, amelyek igazak, de nem bizonyíthatóak. Gödel nagy érdeme éppen az volt, hogy demisztifikálta a bizonyítást. De ha már az Igazságról van szó, máris kétségbeesünk! Noha láttuk, hogy vannak 3. szintű mondatok is, amelyek lehetnek igazak és hamisak is, de még itt is csak vállat vontunk, majd csak befoltozzuk a lyukat! De amikor a Démon ilyen feketén-fehéren elénk lép, megrettenünk! Tudomásul kell venni, hogy a HDHD nem egyszerűen „ha igaz akkor hamis és ha hamis akkor igaz”, hanem se nem igaz, se nem hamis, tehát egy új kategória! Ahogy a PDPD is egy új kategória volt. A NIDNID ezt mondja: „nem vagyok igaz”. Úgy tűnik, ez ugyanazt mondja, mint a HDHD. De ha elvetjük a kizárt harmadikat, akkor ez a két mondat különböző! És ahogy a bizonyíthatóság se volt a Teljesség, hát az Igazság se az! Bizony a világ bővebb, mint hittük! De akkor mi van az NPDNPD-vel? Azt mondhatjuk, hogy a Kizárt Harmadik elvét mindaddig alkalmazzuk, amíg lehet! Csak a HDHD-nél nem alkalmazhatjuk.

Mindez a baj abból fakadt, hogy a metanyelvet bővítettük az I és H betűkkel. A nyelv ilyen szintű metásítása már nem megengedett? Mert ebből fakad a tetánia, a merevgörcs, az epilepsziás rángatózás? Túlfeszítettük a húrt, és begerjedt a Mindenség! De szerintem ez épp a Teremtés Hangja, a Logosz, az ÓM! AOUM=Alfa, Omega, Uránia, Mindenség! Így lesz a Végtelen Hazugságból Maga Az Igazság!

Akit a téma jobban érdekel, írhat a címemre: kristofmiklos@freemail.hu.