



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

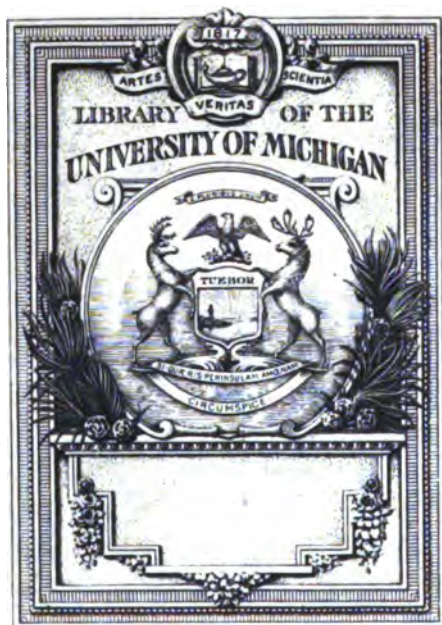
Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A. 7

QA
35
.L72
1755



T A B U L Æ
M E M O R I A L E S
P R Æ C I P U A
A R I T H M E T I C Æ

T U M

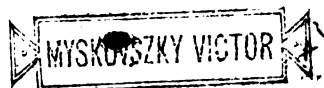
N U M E R I C Æ T U M L I T E R A L I S,
G E O M E T R I Æ, E T I A M C U R V A R U M, E T T R I G O -
N O M E T R I Æ, A T Q U E U T R I U S Q U E A R C H I -
T E C T U R Æ E L E M E N T A
C O M P L E X Æ,

I N U S U M A U D I T O R U M

C O N S R I P T Æ

Biblioth. V. Sem. A. Caff. v. 3 1813.

J O S E P H O L I E S G A N I G e S. J.
M A T H E S E O S P R O F. P U B L. O R D. E T E X A M I N A T.
I N U N I V E R S I T A T E V I E N N E N S I.



240.

A N N O M D C C L V.

V I E N N Æ A U S T R I Æ,
T Y P I S J A N N I S T H O M Æ T R A T T N E R, S A C. C Æ S. R E G.
M A J E S T. A U L Æ T Y P O G R A P H I E T B I B L I O T H E C A E

Miss G. S. S.
Rancho
3-4-30
20584

TABULÆ MEMORIALES

RECOLENDIS MATHESEOS ELEMENTIS SERVIENTES.

PRÆLIMINARIA. Tab. I. Arithm.

MATHESES pura est *Scientia Quanti*, seu omnis illius, quod sub mensuram, aut numerum cadit. In *Methodo* sua adhibet *Definitiones*, *Axiomata*, *Postulata*, *Propositiones*, & *Demonstrationes* sive pure speculativas (*Theoremata*) sive practicas (*Problemata*); item *Porismata* seu *Lemmata*, *Corollaria*, *Hypotheses*, *Scholia*.

§. I. ARITHMETICA, quæ est *Scientia Quanti quoad numerum*, alia est *Numerica*, alia *Literalis*, seu *Speciosa*, *Algebra*, *Analysis*. Species illius sunt quinque: *Numeratio*, *Additio*, *Subtractio*, *Multiplicatio*, *Divisio*.

+ Collectionis, seu Additionis. $a + b$, dic, a plus b , hoc est, ad a additum est b .
 - Diminutionis seu subtractionis. $a - b$, dic, a minus b , hoc est, ab a ablatum est b .

X Multiplicationis. $\begin{matrix} a & \cdot & b \\ a & \times & b \\ \hline (a + dc) & (bc - g) \end{matrix}$ est $a + dc$ multiplicatum per $bc - g$.

O Interposita linea, Divisionis. $a : b$, vel $\frac{a}{b}$, est a divisum per b .
 $(a + dc) : (bc - g)$, est $a + dc$ divisum per $bc - g$.

= Æqualitatis. $a = b$, a est æquale b .

> Majoritatis. $a > b$, a est majus, quam b .

< Minoritatis. $a < b$, a est minus, quam b .

∞ Similitudinis. $a \propto b$, a est simile b .

Scholion. Similia qualitatem, & proportionem; Æqualia vero quantitatem vel quotitatem partium respiciunt, Lineolæ transversæ, vel zifæ, Literæ alicui vel numero supra scriptæ dicuntur *Exponentes*, *Logarithmi*.

Positiva, id est, vere realis, seu major nihilo. Habes ex. gr. 10 *fl.*, nihilque ulli debes; hi 10 *fl.* sunt quantitas positiva. Habet semper signum + vel expresse, vel in initio alicujus summæ, tacite.

Nulla. Habes 10 *fl.*, sed simul totidem debes Petro, hic habes reipsa nihil. Nam $10 - 10 = 0$.

Negativa. Habes 10 *fl.*, debes autem Petro 20 *fl.*, habes igitur minus nihilo, & quidem - 10 *fl.* Nam $10 - 20 = -10$.

Simplex $\begin{cases} \text{Incomplexa. } a, b, \&c. \\ \text{Complexa. } a + b, d + g \&c. \end{cases} \begin{cases} 3 a, 2 b \&c. \\ 3 a + 2 b \&c. \end{cases}$
Composita $\begin{cases} \text{Incomplexa. } ab, dm, \&c. \\ \text{Complexa. } ab + dm - eg \&c. \end{cases} \begin{cases} 4 ab, 5 dm, \&c. \\ 4 ab + 5 dm \&c. \end{cases}$

Homogenea, seu ejusdem speciei.

Heterogenea, seu diversæ speciei.

Scholion. In Algebra quantitates homogeneæ iisdem, heterogeneæ diversis; cognitæ primis, incognitæ ultimis Alphabeti literis exprimentur.

Axiomata. Totum est majus quavis sua parte.

Totum est æquale omnibus suis partibus simul sumptis.

Æqualia possunt sibi invicem substitui.

Quæ sunt æqualia (vel similia) eidem tertio, sunt æqualia (vel similia) inter se.

Si tota sunt æqualia, etiam æquales sunt eorundem Totorum partes dimidia, tertia &c. Et vicissim.

NUMERATIO. Omnis Zifra (& suo modo etiam zerus) duplicem valorem habet, unum *pro-*
prrium, alterum relativum ad locum, quem actu occupat. Hæc habe. Enunciaturus propositum
numerus 1) incipiendo a dextris per interpositas virgulas eum divide in classes, cuivis classi tres
notas assignando. 2) Eodem ordine post binas classes, seu supra septimam notam, virgula
una pro millionibus; rursum post duas classes, seu supra decimamtertiam duæ pro billionibus
&c. signentur. Reliqua vivam vocem potius requirunt. Sic enuntiandus numerus granorum tri-

[illegible]

9. ADDITIO. Subscribantur, & subducta prius linea, addantur numeri *dasi* B unitates, unitatibus alterius *dasi* A, decades, decadibus &c. Erit *summa* seu *aggregatum* C. Vide Exempl. *arith.* I. II.

IO NB. 1) Si unitates excrefant in decades, solz unitates aut zerns scribendus est, rejectis ad proximam a sinistris notam tot unitatibus, in quot decades prior numerus excrevit. *Vide III.*

II 2) Idem fiat tali casu in additione quantitatum *heterogencarum*: tot nempe unitates ad proximam majorem speciem re-
jiciendæ sunt, quoties majoris speciei valor in aggregato isto minoris continetur. Vide IV. Opportune hic quoque
agetur oretenus de *Sexagesimalibus*, quarum una semper 60 proxime inferioris speciei continet. Vide V.

12 ALGEBRAICA ADDITIO. Heterogenæ quantitates quæcunque sub signis suis sibi iuxta ponuntur. Vide I. In Homogeneis coefficientes adduntur, si eadem signa habeant; si diversa, subtrahuntur, & majoris coefficientis signum præfigitur, nisi coefficientes hi sub diversis signis æquales sint; tunc enim quantitates se mutuo omnino destruant. Nam $2a - 2a = 0$. Vide II.

13. SUBTRACTIO. Numero *subtrahendo* majori A subscribantur, & subducta linea auferantur ab ejus unitatibus ~~unitatibus~~, a decadibus decades &c. *subtrahentis* B, erit C Differentia, vel *residuum*. Vide I.

14NB. x) Si nota inferior major sit superiore, superior hæc augeatur una decade, eique proxima a sinistris nota unitate minor reputetur. Vide II. Idem est, si in subtrahendo sit unus vel plures zeri continui; nam dextimus 10, intermedii vero 9 valebunt, proxima autem valens nota unitate mul&etur. Vide III.

15 2) In heterogeneis unitas mutuata non recte 10, sed tot unitates valet, quot hae unitates speciei minoris continet. *Vide IV. V.*

16 ALGEBRAICA SUBTRACTIO. In subrahente omnia signa muta in contraria & fac additionem. §. 12. V. Ex.

ix Examen { *Additionis.* Subtrahere a summa unum ex datis, residuum debet esse alter datus.
Subtractionis. Adde residuo subtrahentem, summa debet esse subtrahendus.

18 MULTIPLICATIO est sæpius repetita additio. Discendus est Abacus Pythagoricus (*Vid. I.*) aut *Regula Pigri* colenda. Multiplicaturus 1) incipiendo rursus a dextra duc unitates *multiplicatoris* B in singulas notas *multiplicandi* A; posthac eodem modo decades, dein centenarios &c. 2) Prima, id est, dextima nota *Producti* seu *Facti partialis* C, D, E &c. subtribatur semper in classe notæ actû multiplicantis. 3) De unitatibus in decades excrefcentibus servetur §. 10. 4) Facta omnia partialia summentur. *Vid. II.*

19 **NP. I.** Si alteruter *Factorum* aut uterque habeat in fine unum vel plures Zeros, hi omnes Facto Totali adscribuntur in fine. *Vid. III.* Hinc facilis est multiplicatio per 10, 100 &c. cum præterea unitas nihil multiplicet, nec dividat.

20 2) In *heterogeneis* majores species prius ad minores reducenda sunt (quod fit si major species per valorem minoris multiplicetur) & tum multiplicatio fit, ut §. 18. Quodsi datus numerus heterogeneus tantum sæpius accipi debeat, reductione hac opus non est. *Hic audi explicantem.* De Sexagesimalium Multipl. & Divisione dicitur infra §. 31.

21 **ALGEBRAICA MULTIPLICATIO** fit vel per signa multiplicationis (§. 2), vel conjungendo continue literas quantitarum sc multiplicantium, quocunque ordine id fiat, modo singula membra multiplicatoris ducantur in singula multiplicandi, & præterea coefficientes, si adsint, etiam inter se multiplicentur. Hoc NB. Pro facto quantitarum se multiplicantium signa eadem dant signum $\times$; signa diversa —. Vide I. II. III.

22 **DIVISIO**, quæ est repetita Subtractio, quærit *Quotum*, seu quoties divisor contineatur in dividendo. Nam toties divisor est in dividendo, quoties unitas est in quotu.

1) Si divisor est unica nota (*Vid. exempl. I.*) incipe a sinistris, & cum 4 in 1 non contineatur, quære 1) 4 in 12 quoties? R. 3, & quotum hunc post lunulam scribe. 2) 4 in 9 quoties? R. 2, sed nempe remanente 1, quæ pro decade sequenti zifra adjicienda est. Unde 3) quære 4 in 17 quoties? R. 4, iterum remanente 1, & sic deinceps per notas quocunque.

NB. Si post omnes operationes aliquid post ultimam subtractionem remaneat, id scribatur post quotum, & subscribatur divisor. Dicitur *Fractio*. 2) Si Divisoris dextimæ notæ sint zeri, eos interea a Divisore, & totidem notas a Dividendo absce, quas postea vel solas, vel residuo adjunctas per modum fractionis quotu adjunctas. 3) Si factum quotu in divisorem majus est, quam membrum dividendi, a quo subtrahi debet, signum est, quotum minus assumendum esse; si vero post subtractionem residuum majus sit, vel æquale divisoni, quotus major assumi debet. Itaque observando semper hunc ordinem seu regulam (*Quære quotum. Multiplica. Subtrah.*) sic operare —

II. Si divisor habeat plures notas (*Vid. II.*) semper per solam primam a sinistris, divisoris notam 1) quære quotum (2 in 19 quoties?) qui hic tantum est 7. 2) Multiplica per quotum (7) totum divisorem (246), factumque (1722) subscribe competenti dividendi membro (1944). 3) Ab hoc eodem factum (1722) subtrahæ, & finivisti primam operationem. Pro 2. operatione ad residuum (222) depone proximam a dextris dividendi notam (0). Iterum 1) quære quotum (2 in 22), qui est 9. 2. Multiplica totum divisorem per novum hunc quotum 9. 3) Subtrahæ factum (2214) a dividendo (2220) & sic deinceps omnia ut in prima operatione perage.

NB. *Heterogenei* prius reducuntur ad minimam speciem, tum fit divisio modo nunc dicto (§. 20).

23 **ALGEBRAICA DIVISIO**. I. Si divisor non sit quantitas complexa; cum divisio destruat, quod multiplicatio componit; in quocunque dividendi membri reperis totum divisorem, eum dele; reliqua enim litera sunt quotus; coefficientes vero dividendi divide per coefficientes divisoris, si adsint. Vide I.

II. Si divisor est quantitas complexa, ordo operationis *Arithmeticus* servandus, nempe: quære quotum, multiplica. subtrahæ. Præterea (§. 21.) signa eadem pro quotu dant $\times$; diversa —. Vide II.

24 **Examen Multiplicationis.** Si factum dividatur per unum factorem, quotus debet esse alter factor. *Divisum.* Si divisor multiplicetur per quotum, factum erit dividendus.

25 **Coroll.** Hinc si idem per eandem quantitatem multiplicetur simul & dividatur, manet idem $\frac{6 \cdot 2}{2} = \frac{12}{2} = 6$.

Scholion, *Compendia.* In Multiplicatione I. Si magnus numerus multiplicandus est per 9, multiplica eum per 10, & a facto subtrahæ ipsum multiplicandum. II. Praxis Italica per numerorum dispositionem. In Divisione; fac prius omnia multiplica Divisorio a 2 usque ad 9.

26 **GENESIS FRACTIONUM** Quævis quantitas spectari potest tanquam Unitas, tanquam unum Totum in diversissimas partes divisum, majores alias, alias minores. Hæ partes igitur sunt *partes unitatis*, & dicuntur *Fractiones*; quarum partium cum iterum dentur partes subalternæ minores & minores, hæ *Fractiones Fractionum* erunt, seu *partes partium*. Nempe florenus dividi potest in 20 grossos, in 60 crucif., in 240 numos: grossus in 3 crucif.; crucifer in 4 numos &c. Hinc Fractio reipsa Divisio est, & Divisionis etiam modo scribitur 2: 3, vel usitatus, $\frac{2}{3}$. Numerus infra lineolam, vel post duo puncta positus, dicitur *Denominator*, quia denominat partes, sub quibus Totum hic & nunc expressum repræsentat, uti hic in 3 partes divisum. Numerus supra lineolam, vel ante duo puncta positus, dicitur *Numerator*, quia numerat, quot tales partes Totius hic & nunc dentur, uti hic duæ Tertiæ. Ex his sequitur

27 **Coroll. 1.** Si Numerator est minor Denominatore, fractio erit minor quam 1 seu integer: $\frac{2}{3} < 1$. (§. 4).

Si Numerator est æqualis Denominatori, fractio erit æqualis 1 seu integer: $\frac{20}{20} = \frac{60}{60} = \frac{240}{240} = 1$. (§. 5.)

Si Numerator est major Denominatore, fractio erit major 1 seu integer, diciturque *impropria*: & quantum excedat integrum, reperies, si per Denominatorem divideris Numeratorem: quod dicitur *Reductio fracti ad integrum*: $\frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3}$.

28 **Coroll. 2.** Fractio minor altera fractione est illa, quæ minus habet de Toto; minus autem de Toto habet illa, cujus Numerator sæpius continetur in suo Denominatore, seu Toto: æqualis vero alteri est, si Numerator contingat toties in suo Denominatore, quoties Numerator alterius fractionis continetur in suo. Sic $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}$; aut $\frac{4}{8} = \frac{5}{10}$.

29 **Scholion.** Quisvis integer numerus per fractum exprimi potest, si eipso Denominatore subscribatur 1 (§. 19) Itaque Fractionibus mixtis (dum nempe operationem integeri fractis mixti ingrediuntur) eadem, qua simplicibus, regula servient, modo integros, subscripto Denominatore 1, tanquam fractus exprimi.

30 **Theorema 1.** Si & Numerator & Denominator fractionis per idem multiplicentur, eadem manebit semper fractionis valor. Ex. gr. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{ad}{bd}$ §. 25.

31 **Coroll. 1.** Hinc $1 = \frac{1}{1}$ (§. 29) $= \frac{1 \cdot 20}{1 \cdot 20} = \frac{20}{20} = \frac{60 \cdot 2}{60 \cdot 2} = \frac{120}{120}$ &c. Item $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{20}{30}$ &c.

32 **Coroll. 2.** Hinc iterum patet *Reductio fractionis ad eandem denominationem cum altera vel pluribus fractionibus*, quæ pariter sit, eodem numero in totam fractionem ducto. Hæc brevis est regula: 1) Multiplica inter se omnes datarum fractionum Denominatores; factum erit Denominator communis. 2) Multiplica Numeratorem fractionis A per Denominator fractionis B; & vicissim Numeratorem fractionis B per Denominator fractionis A; aut (si plures sint fractiones) uniuscujusque fractionis C, D, E, &c. Numeratorem per omnes omnium reliquarum fractionum Denominatores.

I.				H.			
A	B	A	B	C	D	E	C
12	10	12	40	2	3	4	2
12	10	12	40	2	3	4	2
24	40	24	40	1	4	6	1
24	40	24	40	1	4	6	1
40	24	40	24	4	1	6	4
40	24	40	24	4	1	6	4
960	960	960	960	1	4	6	1
960	960	960	960	1	4	6	1

33 **Scholion. 1.** Hoc principio nititur *reductio Totius ad quasvis partes*, vel *quantitatum heterogenearum ad quamvis speciem minorem*, ut inter se comparari, multiplicari, dividi possint (§. 20). Sic 4 florenus reducitur ad cruciferos, si 4 per 60 multiplices; 3 orgyas ad pedes, si 3. 6 = 18, &c.

34 **Scholion 2.** Usus reductionis ad eundem denominatorem est imus.) facta hæc reductione ipsi Numeratores clare ostendunt, quamvis fractio sit major altera (§. 28). 2dus.) In Additione et Subtractione fractionum, qua requirunt quantitates homogeneas.

35 **Theorema II.** Si & Numerator & Denominator per idem dividantur, fractionis valor manet idem. Demonstratio ex Theoremate priore infertur, cum utique, quod Multiplicatio componit, Divisio destruat.

36 **Coroll.** Reductio igitur fractionis ad minores terminos fiet 1) Si Numerator est aliquota (est autem aliquota quantitas, quæ aliquoties sumpta alteram metitur, opponiturque ei *aliquanta*) respectu Denominatoris, divide Numeratorem per seipsum, quotiesque erit 1; divide & ipsum Denominatorem per eundem Numeratorem, habebis minoribus terminis expressam Fractionem. Sic erit $\frac{240}{480} = \frac{240 : 240}{480 : 240} = \frac{1}{2}$ 2) Si Numerator non est aliquota respectu Denominatoris, tenta alium numerum (praxi magistra) qui & Numeratorem & Denominatorem metiatur, eoque divide utrumque. Sic $\frac{48}{54}$ divisione per 6, erit $\frac{48 : 6}{54 : 6} = \frac{8}{9}$ 3) Vel divide majorem numerum per minorem, idque, donec obtineas Divisorem, qui post divisionem nullum Residuum relinquit, erit hic ultimus Divisor communis mensura tam Numeratorem, quam Denominatorem data fractionis exacte divisura.

37 **ADDITIO.** 1) Reduc fractos ad eundem Denominatorem. $\frac{2}{6}, \frac{2}{5}, \frac{1}{8} = \frac{80}{240}, \frac{96}{240}, \frac{30}{240} = \frac{206}{240}$ Summa. 2) Adde Numeratores.

38 SUBTRACTIO. 1) Reduc ad eundem Denominatorem. $\frac{3}{4} - \frac{6}{10} = \frac{30}{40} - \frac{24}{40} = \frac{6}{40}$ Residuū.
2) Subtrahe Numeratores.

39 Scholion. Si plures fracti ab uno vel pluribus subtrahendi, fac prius utrorumque Summas, & tum subtrahere.

40 MULTIPLICATIO. Duc 1) Numeratores omnes in se. $2 \cdot 4 = 8$. Item $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ Factum.
2) Denominatores omnes in se. $3 \cdot 5 = 15$. $5 \cdot 10 \cdot 20 = 1000$

41 DIVISIO. Inverte Divisorem, & fac Multiplicationem: $8 : \frac{3}{12} = \frac{3}{12} \cdot 8 = \frac{24}{12} = 2$ Quotus.

42 Scholion. Animadvertes per Multiplicationem fractiones minui; contra per Divisionem augeri. Nam multiplicare fractionem est multiplicare Divisionem, id est, in partes partium dividere, ita ut si fractionem fractionis (ex. gr. $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ unius fl.) desideres, non alia re opus sit, quam ut $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$ multiplices; erit factum $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Ex quibus jam constat, ab opposito, per Divisionem fractionem augeri.

43 Problema. Transmutare fractionem de una denominatione in aliam; ejusve valorem querere.
Vis ex. gr. $\frac{2}{4}$ habere sub Denominatore 10. Multiplica Numeratorem (2) per novum Denominatorem (10), erit factum = 20. Factum hoc divide per priorem Denominatorem (4), erit $20 : 4 = 5$; proinde $\frac{2}{4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

44 Scholion. Nihil hic de Algebra speciatim dictum est, cum in fractis nihil a Numerica diversi habeat.

45 DECIMALIS Fractio, Mathematicis usitata, est, quæ pro Denominatore habet numerum, aliquem decennarium 10, 100, 1000. &c. Sit linea aliqua AB divisa in 10 partes, sitque AC $\frac{1}{10}$ totius AB seu unitatis (§. 26). Si AC iterum dividatur in 10 partes, erit $\frac{1}{100}$ de AC jam $\frac{1}{1000}$ totius AB; $\frac{1}{10000}$ vero de AC iterum subdivisa in 10 partes, dabit partes, quarum una jam erit $\frac{1}{10000}$ totius AB &c. &c.

46 Coroll. 1. Sicut igitur $AB = 1 = \frac{1}{1}$ (§. 19.) = $\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{1000}$ &c. &c. in infinitum, modo semper pari Zero, cum numero augeatur & Numerator, & Denominator (§. 30.)

47 Coroll. 2. Hinc præter communem fractionibus ceteris expressionem (Vid. A.) duplici adhuc modo exprimuntur Decimales; nempe 1.) scribuntur soli Numeratores, totque virgulis signantur, quot Zeros haberet Denominator, si scriberetur (Vid. B.). 2) scribuntur simpliciter per modum numeri alicujus integri, ea solum cautela, ut numerus integer (si fuit), si vero non addit, ejus loco ponitur initio Zerus), commate a fractionibus sibi adherentibus distinguatur; Numerator vero quisunque tot gradibus removeatur dextrorsum ab integro, quot respondens illi Denominator habet Zeros, idque five plures sint, five unice fractio. Ubi NB. Si fractionum plurium se consequentium series in Denominatoribus sit ininterrupta, ita ut ex. gr. post fractionem, quæ habet Denominatorem 10, sequatur fractio cum Denominatore 1000, adeoque nulla addit cum Denominatore 100, loco hujus absentis ponitur Zerus. (Vid. C. D.)

$\begin{array}{r} 5 = \frac{5 \cdot 10}{1 \cdot 10} = \frac{50}{10} = \frac{500}{100} = \frac{5000}{1000} \\ \frac{2}{10} = \frac{20}{100} = \frac{200}{1000} = \frac{2000}{10000} \\ D. 6 \div \frac{8}{10} \div \frac{3}{1000} \div \frac{7}{100000} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2. \\ 50 = 50 = 500 = 5000 \\ 2 = 2 = 20 = 200 \text{ \&c.} \end{array}$	$\begin{array}{r} C. \\ 5, 0 = 5, 00 = 5, 000 \text{ \&c.} \\ 0, 2 = 0, 20 = 0, 200 \text{ \&c.} \\ 6, 8 \cdot 0 \cdot 3 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 7 = 6803007 = 6, 803007. \end{array}$
---	--	--

48 ADDITIO, & SUBTRACTIO Decimalium, si scribantur, ut in A, sit ut in fractis: si scribantur vero ut in B, C, D, sic plane, ut in integris (§. 9). Sunt igitur potius ut integri exprimendæ.

49 MULTIPLICATIO, & DIVISIO item. Id unum observa: (Vid. I. II.) Pro facta Multiplicationis adduntur: Pro Quota Divisionis subtrahuntur Exponentes.

50 Scholion. Si Dividendum, & Divisor ipsa major, habeat tamen pauciores notas, quam Divisor; augeatur pro libitu ad eas in fine zeri, & fiat divisio modo dicta. Eodem modo ultimum residuum (hic 137) augendo zeri, fieri potest approximatio ad veriorum quotum in secundis, &c.

51 SEXAGESIMALIUM Additio & Subtractio opportune Tab. II. pertractatæ sunt in earum multiplicatione notandum, quod, ut in Decimalibus, Exponentes addendi sint, in Divisione subtrahendi; five Sexagesimales ad minimam speciem reductæ (§. 33.); five singulæ species per singulas multiplicentur, aut dividantur.

26 **GENESIS FRACTIONUM** Quævis quantitas spectari potest tanquam Unitas, tanquam unum Totum in diversissimas partes divisum, majores alias, alias minores. Hæ partes igitur sunt *partes unitatis*, & dicuntur *Fractiones*; quarum partium cum iterum dentur partes subalternæ minores & minores, hæ *Fractiones Fractionum* erunt, seu *partes partium*. Nempe florenus dividi potest in 20 grossos, in 60 crucif., in 240 numos: grossus in 3 crucif.; crucifer in 4 numos &c. Hinc Fractio-reipsa Divisio est, & Divisionis etiam modo scribitur 2: 3. vel usitatus, $\frac{2}{3}$. Numerus infra lineolam, vel post duo puncta positus, dicitur *Denominator*, quia denominat partes, sub quibus Totum hic & nunc expressum repræsentat, uti hic in 3 partes divisum. Numerus supra lineolam, vel ante duo puncta positus, dicitur *Numerator*, quia numerat, quot tales partes Totius hic & nunc dentur, uti hic duæ Tertiæ. Ex his sequitur

27 *Coroll. 1.* Si Numerator est minor Denominatore, fractio erit minor quam 1 seu integro: $\frac{2}{3} < 1$. (§. 4).

Si Numerator est æqualis Denominatori, fractio erit æqualis 1 seu integro: $20 \frac{60}{20} = \frac{60}{60} = \frac{240}{240} = 1$. (§. 5.)

Si Numerator est major Denominatore, fractio erit major 1 seu integro, diciturque *impropria*: & quantum excedat integrum; reperies, si per Denominatorem divideris Numeratorem: quod dicitur *Reductio fracti ad integrum*: $\frac{2}{3} \frac{10}{10} = 1 \frac{2}{3}$.

28 *Coroll. 2.* Fractio minor altera fractione est illa, quæ minus habet de Toto; minus autem de Toto habet illa, cujus Numerator sæpius continetur in suo Denominatore, seu Toto: æqualis vero alteri est, si Numerator contineatur toties in suo Denominatore, quoties Numerat. r alterius fractionis continetur in suo. Sic $1 \frac{2}{3} < \frac{4}{3}$; æst $\frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$.

29 *Scholion.* Quævis integer numerus per fractum exprimi potest, si eipso Denominatore subscribasur 1 (§. 19). Itaque Fractionibus mixtis (dum nempe operationem integri fractis mixti ingrediuntur) eadem, quæ simplicibus, regula servient, modo integros, subscripto Denominatore 1, tanquam fractos exprimas.

30 *Theorema 1.* Si & Numerator & Denominator fractionis per idem multiplicentur, eadem manebit semper fractionis valor. Ex. gr. $\frac{a}{b} = \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{ad}{bd}$ §. 25.

31 *Coroll. 1.* Hinc $1 = \frac{1}{1}$ (§. 29) $= \frac{1 \cdot 20}{1 \cdot 20} = \frac{20}{20} = \frac{60 \cdot 2}{60 \cdot 2} = \frac{120}{120}$ &c. Item $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} = \frac{20}{30}$ &c.

32 *Coroll. 2.* Hinc iterum patet *Reductio fractionis ad eandem denominationem cum altera vel pluribus fractionibus*, quæ pariter sit, eodem numero in totam fractionem ducto. Hæc brevis est regula: 1) Multiplica inter se omnes datarum fractionum Denominatores; factum erit Denominator communis. 2) Multiplica Numeratorem fractionis A per Denominatorem fractionis B; & vicissim Numeratorem fractionis B per Denominatorem fractionis A; aut (si plures sint fractiones) unusquisque fractionis C, D, E, &c. Numeratorem per omnes omnium reliquarum fractionum Denominatores.

I.						H.					
A	B	A	B	A	B	C	D	E	C	D	E
12	10	12	40	10	24	2	3	4	2	4	6
24	40	24	40	40	24	1	4	6	1	6	4
480 & 240						48 & 18 & 16					
960 & 960						24					

33 *Scholion. 1.* Hoc principio nititur *reductio Totius ad quasvis partes*, vel *quantitatum heterogenearum ad quamvis speciem minorem*, ut inter se comparari, multiplicari, dividi possint (§. 20). Sic 4 florenos reducis ad cruciferos, si 4 per 60 multiplices; 3 orgyas ad pedes, si 3. 6 = 18, &c.

34 *Scholion 2.* Usus reductionis ad eundem denominatorem est unus.) facta hæc reductione ipsi Numeratores clare ostendunt, quandam fractio sit major altera (§. 28). 2dus.) In Additione et Subtractione fractionum, quæ requirunt quantitates homogeneas.

35 *Theorema II.* Si & Numerator & Denominator per idem dividantur, fractionis valor manet idem. Demonstratio ex Theoremate priore inferitur, cum utique, quod Multiplicatio componit, Divisio destruat.

36 *Coroll. 1.* Reductio igitur fractionis ad minores terminos fit 1) Si Numerator est aliquota (est autem aliquota quantitas, quæ aliquoties sumpta alteram metitur, opponiturque ei æquanta) respectu Denominatoris, divide Numeratorem per seipsum, quotiesque erit 1; divide & ipsum Denominatorem per eundem Numeratorem, habebis minoribus terminis expressam Fractionem. Sic erit $\frac{240}{480} = \frac{240 : 240}{480 : 240} = \frac{1}{2}$ 2) Si Numerator non est aliquota respectu Denominatoris, tenta alium numerum (præxi magistra) qui & Numeratorem & Denominatorem metiatur, eoque divide utrumque. Sic $\frac{48}{54}$ divisione per 6, erit $\frac{48 : 6}{54 : 6} = \frac{8}{9}$ 3) Vel divide majorem numerum per minorem, minorem per Residuum, idque, donec obtineas Divisorem, qui post divisionem nullum Residuum relinquit, erit hic ultimus Divisor communis mensura tam Numeratorem, quam Denominatorem datæ fractionis exacte divisura.

37 **ADDITIO.** 1) Reduc fractos ad eundem Denominatorem. $\frac{2}{6} + \frac{2}{3} + \frac{1}{8} = \frac{20}{240} + \frac{96}{240} + \frac{30}{240} = \frac{146}{240}$ Summa.
2) Adde Numeratores.

38 SUBTRACTIO. 1) Reduc ad eundem Denominatorem. $\frac{3}{4} - \frac{6}{10} = \frac{30}{40} - \frac{24}{40} = \frac{6}{40}$ Residuū.
2) Subtrahe Numeratores.

39 Scholion. Si plures fracti ab uno vel pluribus subtrahendi, fac prius utrorumque Summas, & tum subtrahere.

40 MULTIPLICATIO. Duc 1) Numeratores omnes in se. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$ Item $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$ Factum.
2) Denominatores omnes in se. $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{10} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$

41 DIVISIO. Inverte Divisorem, & fac Multiplicationem. $8 : \frac{3}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ Fac $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ Quotus.

42 Scholion. Animadvertes per Multiplicationem fractiones minui; e contra per Divisionem augeri. Nam multiplicare fractionem est multiplicare Divisionem, id est, in partes partium dividere, ita ut si fractionem fractionis (ex. gr. $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{3}$ unius fl.) desideres, non alia re opus sit, quam ut $\frac{2}{3}$ per $\frac{1}{2}$ multiplices; erit factum $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Ex quibus jam constat, ab opposito, per Divisionem fractionem augeri.

43 Problema. Transmutare fractionem de una denominatione in aliam; ejusve valorem querere.
Vis ex. gr. $\frac{2}{4}$ habere sub Denominatore 10. Multiplica Numeratorem (2) per novum Denominatorem (10), erit factum $= 20$. Factum hoc divide per priorem Denominatorem (4), erit $20 : 4 = 5$; proinde $\frac{2}{4} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

44 Scholion. Nihil hic de Algebra speciatim dictum est, cum in fractis nihil a Numerica diverſi habeat.

45 DECIMALIS Fractio, Mathematicis usitata, est, quæ pro Denominatore habet numerum, aliquem decennarium 10, 100, 1000, &c. Sit linea aliqua AB divisa in 10 partes, sitque AC $\frac{1}{10}$ totius AB seu unitatis (§. 26). Si AC iterum dividatur in 10 partes, erit $\frac{1}{100}$ de AC jam $\frac{1}{1000}$ totius AB; $\frac{1}{1000}$ vero de AC iterum subdivisa in 10 partes, dabit partes, quantum una jam erit $\frac{1}{10000}$ totius AB &c. &c.

46 Coroll. 1. Est igitur AB $= 1 = \frac{1}{1}$ (§. 19.) $= \frac{1}{1} \cdot \frac{10}{10} = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000} = \frac{10000}{10000}$ &c. &c. in infinitum, modo semper pari Zero cum numero augeatur & Numerator, & Denominator (§. 30.)

47 Coroll. 2. Hinc præter communem fractionibus ceteris expressionem (Vid. A.) duplici adhuc modo exprimuntur Decimales; nempe 1) scribuntur soli Numeratores, totque virgulis signantur, quot Zeros habet Denominator, si scriberetur (Vid. B.). 2) scribuntur simpliciter per modum numerum alicujus integri, ea solum cautela, ut numerus integer (si esset) ejus loco non addit, ejus loco ponitur initio Zerus), commate a fractionibus sibi adherentibus distinguatur; Numerator vero quisunque tot gradibus removeatur dextrorsum ab integro, quot respondens illi Denominator habet Zeros, idque sive plures sint, sive unice fractio. Ubi NB. Si fractionum plurium se consequentium series in Denominatoribus sit interrupta, ita ut ex. gr. post fractionem, quæ habet Denominatorem 10, sequatur fractio cum Denominatore 1000, adeoque nulla addit cum Denominatore 100, loco hujus absentis ponitur Zerus. (Vid. C. D.)

$\frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \frac{500}{1000} = \frac{5000}{10000}$	$\frac{1}{10} = \frac{10}{100} = \frac{100}{1000} = \frac{1000}{10000}$	$\frac{2}{10} = \frac{20}{100} = \frac{200}{1000} = \frac{2000}{10000}$	$\frac{3}{10} = \frac{30}{100} = \frac{300}{1000} = \frac{3000}{10000}$	$\frac{4}{10} = \frac{40}{100} = \frac{400}{1000} = \frac{4000}{10000}$	$\frac{5}{10} = \frac{50}{100} = \frac{500}{1000} = \frac{5000}{10000}$	$\frac{6}{10} = \frac{60}{100} = \frac{600}{1000} = \frac{6000}{10000}$	$\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000} = \frac{7000}{10000}$	$\frac{8}{10} = \frac{80}{100} = \frac{800}{1000} = \frac{8000}{10000}$	$\frac{9}{10} = \frac{90}{100} = \frac{900}{1000} = \frac{9000}{10000}$
$5 = \frac{50}{10} = \frac{500}{100} = \frac{5000}{1000} = \frac{50000}{10000}$	$1 = \frac{10}{10} = \frac{100}{100} = \frac{1000}{1000} = \frac{10000}{10000}$	$2 = \frac{20}{10} = \frac{200}{100} = \frac{2000}{1000} = \frac{20000}{10000}$	$3 = \frac{30}{10} = \frac{300}{100} = \frac{3000}{1000} = \frac{30000}{10000}$	$4 = \frac{40}{10} = \frac{400}{100} = \frac{4000}{1000} = \frac{40000}{10000}$	$5 = \frac{50}{10} = \frac{500}{100} = \frac{5000}{1000} = \frac{50000}{10000}$	$6 = \frac{60}{10} = \frac{600}{100} = \frac{6000}{1000} = \frac{60000}{10000}$	$7 = \frac{70}{10} = \frac{700}{100} = \frac{7000}{1000} = \frac{70000}{10000}$	$8 = \frac{80}{10} = \frac{800}{100} = \frac{8000}{1000} = \frac{80000}{10000}$	$9 = \frac{90}{10} = \frac{900}{100} = \frac{9000}{1000} = \frac{90000}{10000}$

48 ADDITIO, & SUBTRACTIO Decimalium, si scribantur, ut in A, sit ut in fractis: si scribantur vero ut in B, C, D, sic plane, ut in integris (§. 9). Sunt igitur potius ut integri exprimenda.

49 MULTIPLICATIO, & DIVISIO item. Id unum observa: (Vid. I. II.) Pro facta Multiplicationis adduntur: Pro Quota Divisionis subtrahuntur Exponentes.

50 Scholion. Si Dividendus & Divisor reipsa major, habeat tamen paniores notas, quam Divisor; augeatur pro libitu ad eas in fine zeri, & fiat divisio modo dicto. Eodem modo ultimum residuum (hic 137) augendo zeri, fieri potest approximatio ad veriorum quotum in secundis, &c.

51 SEXAGESIMALIUM Additio & Subtractio opportune Tab. II. pertractatae sunt in earum multiplicatione notandum, quod, ut in Decimalibus, Exponentes addendi sint, in Divisione subtrahendi; sive Sexagesimales ad minimam speciem reducti (§. 33.); sive singulae species per singulas multiplicentur, aut dividantur.

52. Quantitas aliqua, per seipsum semel aut saepius multiplicata dicitur *Potentia*, *Potestas*, *Dignitas*, *elevata ad secundam, tertiam &c. potentiam*. Quantitas vero hæc eadem, nondum multiplicata, dicitur *Radix*, vel *Latus Potentiæ*.

Sec. &c.	m	a, Universaliter.
2. 2. 2. 2 = 16	4	4, Quarta &c.
2. 2. 2 = 8	3	3, Tertia, Cubus.
2. 2. = 4	2	2, Secunda, Quadratum.
2 = 2	1	1, prima, Radix.
1 = 1	0	0 = 1, nulla potentia (§. 66)

Rationalis est, quæ numero exacte exprimi potest. Ut 2 est radix de 4, de 8, &c.

Irrationalis, vel *Surdæ*, quæ numero exacte exprimi non potest. Sic Quadratum 20 habet radicem surdam, Nam 4: 4 = 16 < 20, & 5: 5 = 25 > 20.

Imaginaria, vel *Impossibilis* datur in illa potentia, quæ pro exponente habet numerum parem 2, 4, &c. & præfixum signum —. Sic —aa, —4 habent radicem imaginariam, quia nulla quantitas per seipsum adeoque sub eodem signo, multiplicata potest in Producto habere signum — (§. 21). Potest tamen —2 esse radix de Cubo —8, de Quadrato cubo —32 &c. quarum nempe potentiarum exponentes sunt numeri impares, 3, 5, 7 &c.

53. *Radix* *Monomia* $a \pm b$ $\frac{e}{20 \pm 10} = 30$ *Potest tamen omnis Radix reduci ad Binomiam, quod ex exemplo, & §. 5. patet.*
Binomia $d \pm b \pm c$ $\frac{15 \pm 10 \pm 5}{30}$
Trinomia &c. &c.

54. *Signum radices* est $\sqrt{\quad}$, & quidem Quadratz $\sqrt{\quad}$ vel $\sqrt[3]{\quad}$, Cubicz $\sqrt[3]{\quad}$ &c. $\sqrt[3]{9} = 3$, id est, radix quadrata de 9.
 55. *Extractio Radicis* est inventio numeri, ex quo per se ipsum multiplicatio extitit Quadratum, Cubus &c.
 56. *Theorema*. Omne Quadratum componitur ex duobus Quadratis partium (a & b) & ex duobus factis partium (a & b) in se ductarum.

$$\begin{array}{r} a \pm b \\ a \pm b \\ \hline aa \pm ab \pm bb \\ \pm ab \\ \hline aa \pm 2ab \pm bb \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \pm 6 = 10 \\ 4 \pm 6 = 10 \\ \hline 16 \pm 24 \pm 36 \\ \pm 24 \\ \hline 16 \pm 48 \pm 36 = 100. \end{array} \quad A.$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Coroll. Igitur *Divisione* opus est, quæ solvat, quod *Multiplicatio* composuit. Fias ergo extractio $\sqrt{\quad}$ ex $aa \pm 2ab \pm bb$. 1) quia radix de $aa = a$, pone a post lunulam ejusque quadratum aa subtrahere. 2) quia $\frac{2ab}{2a} = b$; alteram radicis binomiz partem b obtinebis, si $2ab$ divides per $2a$ more solito. 3) Jam inventæ partis b quadratum subtrahere.

$$\begin{array}{r} aa \pm 2ab \pm bb \quad (a \pm b, \text{ Radix}) \\ \text{Subtr. } aa \\ \hline \text{Div. } 2a \overline{) 2ab \pm bb} \quad \text{Refid.} \\ \underline{2ab} \\ 0 \pm bb, \text{ Refid.} \\ \text{Subtrahere } - bb \\ \hline 0 \end{array}$$

Sit iam extrahenda $\sqrt{\quad}$ ex numero 87616. Quia quadrato duarum notarum atiam maximo (81) respondet radix unius tantum notæ (9), ut Tabella A exhibet, distingue datum numerum in classes binarum notarum, incipiendo a dextra sinistram. Tum intuenso semper superscripsem formulam Algebraicam

I. 1) ad primam classem sinistram (8) quam interea supponis esse aa , quare (cum 8 quadratum non sit) quadratum proximæ minus (4), idque a supposito aa (8) subtrahere; ejus vero radicem (2) post lunulam pone, eritque adeo $2 = a$. Ad Residuum (4) deponere proximæ sequentem notam (7); erit 47 verum $2ab$.
 2) Divide $2ab$ (47) per $2a$ ($2 \cdot 2 = 4$), & habebis alteram radicis notam b (9). Ad Residuum (11) quod post Divisionem remanet, deponere proximam notam (6) &c.
 3) Subtrahere quadratum b nunc inventi, nempe 9. $9 = 81$. Ad Residuum (35) deponere proximam notam (1) & incipe
 II. Operationem, in qua jam a & b prius inventæ valebunt simul a novum, seu primam partem radicis adhuc extrahendæ. Hinc
 1) Divide prius Residuum (351) per $2a = 29$. $2 = 58$, obtinebis novum $b = 6$. Ad Residuum (3) deponere proximam notam 6, &c.
 2) Subtrahere quadratum novi b ($6 \cdot 6 = 36$). Eodem, quo in 2da Operatione, modo procede semper, hæc solum adverte, quod in subsequente quavis operatione omnes, per priores operationes pro radice inventæ notæ valeant a , solaque altera radicis pars b deinceps quæzatur.

Suppositum	aa	2ab	bb	2abbb	296
I. Operatio	8	7	6	1	6 (a)
Subtr. aa	4	:	:	:	:
Div. 2a	4	7	:	:	:
	3	6	:	:	:
	1	1	6	:	:
Subtr. bb	:	8	1	:	:
II. Div. 2a	58	3	5	1	:
		3	4	8	:
		0	0	3	6
Subtr. bb	:	:	:	3	6
				0	0

NOVUM
pro 2da operatione

58 UNIVERSIM. Ad extrahendam radicem cujuscunque Potentia, eleva radicem binomiam a + b ad illam potentiam, cujus radix petitur, ut habeas operationis formulam: in distinctione vero numeri in classes, tot cujusvis classi sinistrorsum notas assigna, quot unitates habet Exponens data Potentia. Tum (1) semper a finissima classe subtrahere Potentiam, quam a in formula offendit. 2) Ex secundo formula tua membro per Divisionem quare b. 3) Habitis jam a & b reliqua omnia formula tua membra in numeros solve, & subtrahere. Sic absoluta prima & secunda classe eodem modo procede ad reliquas, incipiendo semper operationem a Divisione ex secundo formula membra pro inveniendi novo b; pro a enim assumuntur omnes jam prius inventa nota radicales.

59 Sit ex. gr. extrahenda Radix Cubica ex numero 13814. Eleva itaque radicem de a + b ad tertiam potentiam, quæ erit aaa + 3aab + 3bba + bbb (§. 52). Itaque facta ternarum notarum sinistram versus distinctione

1) Subtrahere a finissima classe (13), proximum cubum (8), ejus radice (2) post lunulam scripta. Deposita proxima nota (8)

2) Divide 3aab (58) per 3aa = 3. 2. 2 = 12; acquies b = 3.

3) Subtrahere 3bba = 3. 3. 3. 2 = 54.

4) Subtrahere bbb = 3. 3. 3 = 27.

60 Scholion 1. Ex allato exemplo pro simili casu observa 1) Licet Divisor 3aa = 12, quater contineatur in 58 quotum tamen solum 3 accipi debuisse; secus enim (ut tentanti patebit) bbb subtrahi non potuisset.

61 Scholion 2. Observa 2) operatione tota peracta adhuc superesse, & quidem magnum Residuum (1647); proinde datum numerum habere radicem cubicam Surdam. Ut radix vere propior obtineatur, adhibenda est Approximatio per decimales. Videlicet residuo classem zerorum (hic trium, in Quadrato duorum &c.) adjuuge, & operare, ac sibi zeri essent pars dati numeri. Itaque assumpto novo a (23) divide 3aab = 16470 (ita Quotus unius tantum nota prodeat) per 3aa = 3. 23. 23 = 1587, acquies novum b = 9, quem quotum prioribus notis radicalibus adnectes, tanquam numeratorem fractionis Decimalis, cui respondet Dominator 10. (§. 45). Tum subtrahere 3bba = 5589, & denique bbb = 729. Si ulterius approximare velis, Residuum (162081) iterum auge tribus zeris, & operare ut ante, id curando, ut in fractione Decimali tot Dominator habeat zeros, quot Numerator notas. (§. 47.)

62 In fractis Radix extrahitur tum ex Numeratore, tum ex Denominatore. $\sqrt[3]{\frac{1000}{1000}} = \frac{10}{10}$

63 Examen Extractionis. Radix Rationalis per seipsam toties, quoties data potentia exigit, multiplicata: Surda vero addito præterea suo Residuo, debet restituere numerum datum.

64 ALGEB. ADDITIO & SUBTRACTIO Potestatem iisdem literis expressarum fit ut §§. 12. 16.

65 MULTIPLICATIO, addendo exponentes. Sic a. a = a², x. x = x². In numeris patet.

66 DIVISIO, Subtrahendo exponentes. Sic a. a = a = a¹, a. a = a = a¹, a. a = a = a¹ (§. 52.)

67 Coroll. Quia a = a¹ = 1, ex a. a = a = a¹ < 1, id est, quantitas cum exponente negativo est fractio, cujus Numerator est 1, Denominator potentia cum suo exponente. Sic a = $\frac{1}{a^2}$, x = $\frac{1}{x^5}$, y = $\frac{1}{y^m}$.

68 ELEVATIO fit multiplicando exponentes. Sic a elevatum ad 2dam potentiam = a², x ad n^{am}.

69 EXTRACTIO radice, dividendo exponentem Potentiæ per exponentem radice $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$, $\sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$.

70 Scholion 1. Quandoque Extractio radice solum indicatur præfixo signo $\sqrt{}$. sic $\sqrt{8} = 2$; Elevatio vero omittendo præfixum signum $\sqrt{}$. Sic $\sqrt[3]{4}$ elevata ad secundam potentiam, erit 4.

71 Scholion 2. Hac omnia facile applicantur quantitatibus binomiis &c. si eas per modum monomiorum consideres & exprimas. Nempe (a + b) vel a + b. a + b = (a + b) vel a + b &c. &c.

Scholion 3. Si quantitas irrationalis in factores dispersa continet rationalem, ex hac radix extrahi, & signo $\sqrt{}$ præfigi solet. Sic $\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$.

72 **RATIO** est respectus, est comparatio quantitatum ad invicem.. Quantitatum seu *Terminorum*, qui inter se comparantur, primus dicitur *antecedens*, alter *consequens*.

73 **Ratio** { *Geometrica* habetur per *divisionem*. 6 ad 2 (scribitur 6 : 2). Quotus (*Exponens, Nomen rationis*) est 3.
Arithmetica per *subtractionem*. 6 ad 2 (scribitur 6 - 2) Differentia est 4.

74 **Ratio Geometr.** { *Majoritatis*, seu *Multipla*, dum antecedens est major consequente, & in specie - - - - - { *Dupla*, 12 : 6, quia exponens = 2.
Tripla, 12 : 4, - - - - - = 3.
Quadrupla, 12 : 3, - - - - - = 4 &c.
Minoritatis, seu *submultipla*, dum antecedens est minor consequente, & in specie - - - - - { *Subdupla*, 6 : 12, quia exponens = $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$
Subtripla, 4 : 12, - - - - - = $\frac{1}{3}$ = $\frac{1}{3}$ &c.
NB. In hac exponens semper est fractio.
Scholion. Dum exponens prater integrum habet fracturam, appellationes sunt variae.

75 **Corollarium**. Rationes aequales sunt, quae habent eundem exponentem. 12 : 6 = 24 : 12, & 4 : 8 = 5 : 10. Ratio contra major est, quae habet exponentem majorem. 6 : 3 < 6 : 2; at 6 : 2 > 8 : 4, & 4 : 12 > 4 : 16.

76 **Theorema I.** In ratione { *Arithmetica* Summa ex termino minore & Differentia } dat majorem.
{ *Geometrica* Factum ex termino minore & Exponente }
Sit 6 - 2, Differentia 4, erit 4 + 2 = 6 termino majori. In Geom. 12 : 6, exponens 2; erit 6. 2 = 12. (§. 24.) Est nempe Divisor multiplicatus per quotum.

77 **Theorema II.** Quae habent eandem rationem ad idem tertium, sunt aequalia.

Sit $a : b$ & $d : b$. Erit $ba = a$ (§. 76); sed idem $ba = d$ (ib.); ergo $a = d$ (§. 7.)

78 **PROPORTIO** est duarum rationum aequalitas, & ideo exprimitur per signum =, item :: &c.

79 **Proportio** { *Continua*, dum consequens rationis primae est iterum antecedens secundae. 12 : 6 = 6 : 3, vel 12 : 6 : 3, $a : b :: c$, vel $a : b :: a . b . c$.
Discreta, dum rationum antecedentes sunt diversi. 12 : 6 = 8 : 4, $a : b :: d : g$, vel &c.

80 **Theorema I. Fundamentale.** Factum duorum extremorum (*termini primi & quarti*) est aequale factum mediorum (*secundi & tertii*): vel in continua, Quadrato medii.

Sit $a : b :: c : d$. Erit (§. 76) $ab :: b :: nd : d$; sed in hac, multiplicando medios & extremos, est $nbd = bad$; ergo etiam $ad = bc$ (§. 7).

81 **Coroll. 1.** Datis itaque tribus terminis obtinetur quartus, si factum mediorum (vel in continua, quadratum medii) dividatur per primum terminum (§. 24). Sit 8 : 4 = 6 : x; quartum, quem intetim voca x. Erit 4. 6 = 24 = 8. x; & 24 divisum per 8 = x = 3; proinde 8 : 4 = 6 : 3.

82 **Coroll. 2.** In continua Medius proportionalis habetur, si ex facto datorum duorum extremorum extrahatur radix quadrata. Sit 8 : x = x : 2, Erit $x^2 = 16$; ergo $x = 4$, proinde 8 : 4 : 2.

83 **Coroll. 3.** Hinc 1 : a :: aa : aaa : aaaa &c. hoc est, Unitas, Radix, Quadratum, Cubus, & quocunque denum potentiz naturali suo ordine posita, sunt continue proportionales (§. 80.)

84 **Coroll. 4.** Hinc Unitas est ad Multiplicatorem, sicut Multiplicandus ad Factum. Et: Unitas est ad Quotum, sicut Divisor est ad Dividendum. Et in Fractionibus; Denominator ad suum Numeratorem, sicut Denominator novus ad Numeratorem querendum (§. 43)

85 **Scholion.** Quae a §. 75 usque ad §. 82 dicta sunt, quantitativis & equidifferentibus (seu Arithmetice proportionalibus) facile applicabis, modo id observas: in proportionibus Arithmetice debere fieri per Additionem, sicut in Geometrica fit per Multiplicationem; & per Subtractionem, quod in illa fit per Divisionem. Medius vero & equidiferens obtinetur, si summa primi & tertii dividatur per 2.

§ Proportione.

86 *Theorema II.* Duo facta æqualia solvi possunt in proportionem Reciprocam. (Sequitur ex §. 80.) Nempe si $ab = cd$, erit $a : c = d : b$, ita ut, si a (quod arbitrarium est) assumas pro primo proportionis termino, illius socius factor b pro ultimo poni debeat; factores vero alterius partis c & d pro mediis.

87 *Coroll.* Hinc varie transponi possunt termini, ut tamen semper maneat proportio iuxta §§. 80, 78, 75. Vid. NB.

88 *Theorema III.* Proportionalia tertio sunt proportionalia inter se (§. 78, 75.)

89 *Theorema IV.* Quatuor proportionales singillatim multiplicati, aut divisi per alios quatuor ipsi correspondentes proportionales, dant facta & quotos proportionales.

Dem. per Algebram ex §. 76. Sit $512 : 64 = 216 : 27$, erunt facta $4096 : 256 = 1296 : 81$
 $8 : 4 = 6 : 3$ quot: $64 : 16 = 36 : 9$ iuxta §. 80 vel 75.

Coroll. Hinc si Radices sunt proportionales, etiam proportionales sunt earundem Potentia.

91 *Theorema V.* Equemultipla (per idem multiplicata) aut æquesubmultipla (per idem divisa) sunt simplicis (adque per §. 88. etiam sibi invicem) proportionalia.

Dem. ex §. 76. Sit $8 : 4 = 6 : 3$. Multiplicando 6 & 3 ex gr. per 3, erit $6 : 3 = 18 : 9$; Dividendo 6 & 3 per 2, erit $6 : 3 = 3 : 1$ (§. 75.)

92 *Theorema VI.* Si sint duæ proportionales, in quibus sibi invicem subscriptis, lineæ ad inæquales quantitates ductæ sunt parallelæ, erunt hæ quantitates proportionales ex æquo.

Dem. Sit $a : b = c : d$, $\{ a : c = b : d$

Erit $\{ \begin{matrix} a : b = m : n, & b : d = m : n \end{matrix}$ (§. 87, A); ergo $a : c = m : n$ (§. 88) vel $a : m = c : n$ (§. 87, A)

93 *Theorema VII.* Si, in eadem hypothesi, lineæ ad inæquales quantitates ductæ convergant, erunt hæ quantitates proportionales ex æquo perturbato.

Dem. Sit $a : b = c : d$.

& $b : m = n : c$; erit ob $bc = be$ (§. 80.) etiam $ad = mn$ (§. 7.) unde $a : m = n : d$ (§. 86.)

94 *Theorema VIII.* Si in duabus proportionibus primi antecedentes, & ultimi consequentes (vel vice versa) æquales sunt, reliqui termini sunt reciproci proportionales.

Dem. Sit $a : b = c : d$.

& $a : m = n : d$, erit $ad = bc = mn$; unde $b : m = n : c$ (§. 86.)

95 *Theorema IX.* Si in duabus proportionibus bini antecedentes, vel bini consequentes sunt æquales, reliqui termini proportionales sunt.

Dem. Sit $a : b = c : d$ Erit $a : c = b : d$.

& $a : m = n : d$, Erit $a : c = m : n$ (§. 87, A); ergo $b : d = m : n$ (§. 88.)

96 *Theorema X.* Si sint quotcunque termini proportionales, erit Summa omnium antecedentium ad summam omnium consequentium, ut quivis antecedens ad suum consequentem.

Dem. Sit sub n exponente, $a : b = c : d = e : f$, erit (§. 76 & h.) $(nb + nd + nf) : (b + d + f) = nb : b (= a : b)$; nam $(nb + nd + nf) : (b + d + f) = nb : b$ (§. 80.)

97 **RATIO COMPOSITA** est comparatio facti ex antecedentibus cum facto ex consequentibus plurium rationum five æqualium, five diversarum; ejusque exponens semper est factum exponentium simplicium.

Sint rationes simplices $4 : 2, 8 : 4, 6 : 2$, erit composita $(4.8.6) : (2.4.2)$ seu $192 : 16$. Exponens $= 12 = 2.2.3$.

98 *Coroll. 1.* Hinc exponens compositæ e duabus rationibus æqualibus, semper est quadratum exponentis simplicis, diciturque Ratio Duplicata (non dupla); exponens vero compositæ e tribus rationibus æqualibus, est cubus exponentis simplicis, diciturque Ratio Triplicata (non Tripla) &c. &c.

99 *Coroll. 2.* Atque inde in proportionem continua primus terminus est ad tertium in ratione duplicata; ad quartum in ratione triplicata termini primi ad secundum (five ut quadratum, ut cubus termini primi, ad quadratum, ad cubum termini secundi) & universim: Potentia sunt in ratione tantuplicata radicis, seu laterum, quot unitates habet e potentia potentia. Elura oretenas.

PROPORTIONUM REGULÆ & PROGRESSIONES

100 **REGULA TRIUM** (merito *Aurea* dicta) est methodus ad datos tres numeros inveniendi quartum proportionalem, juxta §. 81. Et hæc quidem dicitur *Regula aurea simplex*; *Composita* vero illa, in qua datis 5, vel 7 numeris debet inveniri sextus, vel octavus proportionalis. Utrique rursus dividi solet in *Directam* (in qua termini eo, quo proponuntur, ordine) & *Inversam*, in qua termini inverfo ordine, sunt proportionales. Regula Inversa opus non est, modo termini debito ordine collocentur.

101 Scholion 1. *Presia mercibus, reditus & census temporis ac sorti, merces operarum labori ac temporis: partes similes Toris, pondera ponderibus, & mensura mensuris &c. proportionalia sunt.*

102 Scholion 2. *Ut proportionis terminis debito ordine collocet, 1) Adverte, quid quarendum sit? & semper quantitatem quarenda homogeneam pone pro tertio termino. 2) Adverte, an consideratis quæstionis circumstantiis quatuor, qui quæritur, terminus minor esse debeat, quam tertius: tunc enim etiam secundus terminus minor esse debet, quam primus. Et vice versa. En paradigmata.*

I. 2 ulnae panni constant 8 fl.; quot constabunt 6 ulna? Stabis proportio directe . . .

2 ulnae sunt ad 6 ulnas; sicut 8 fl. ad florenos x. $Erit x = (6 \cdot 8) : 2 = 48 : 2 = 24 \text{ fl.}$ (§. 81).

II. 10 Laboratores absolvunt opus intra 18 dies; quot diebus ad idem opus absolvendum indigebunt laboratores 20? indigebunt utique diebus paucioribus; igitur quartus numerus dierum, 20 laboratoribus respondentium, minor esse debet, quam tertius; proinde etiam secundus terminus minor esse debet, quam primus. *Erit ergo proportio inverfa: 20: 10 = 18: x; ergo x = (10 \cdot 18) : 20 = 180 : 20 = 9 diebus.*

103 III. **REGULA COMPOSITA** compendio quidem & unica Regula Trium peragi solet, si res in quæstione propositæ prius per adjectas suas circumstantias multiplicentur; tutius tamen ages, si facias distinctas proportionem duas, dum 5; tres; dum 7 sunt termini; illudque simul attendas, an non proportionum quæpiam sit Inversa.

Sors 100 fl. dat 2 annorum spatium censum 10 fl.; quantum censum intra 3 annos dabunt 2480? Fac. . .

1) fl. 100: 2480 = 10 fl. census 100 fl. respondens, ad censum x intra eosdem 2 annos. *Erit x = 248 fl.*

2) 2 anni sunt ad 3 annos; ut 248 fl. census 2 annorum 2480 fl. respondens, ad censum 3 annorum *Erit x = 372 fl.*

104 Scholion 3. Compendio locus est I. dum unus terminus ex tribus datis est alterius aliquota, vel cum duo ex datis termini per quemcunque alium numerum exacte dividi possunt (§. 91.) Sit 100 fl. = 8646: x, erit 20: 1 = 8646: x, = 432 $\frac{6}{5}$. Vel sit 72: 48 = 10: x, dividendo primos duos per 8, erit etiam 9: 6 = 10: x, vel etiam 3: 2 = 10: x = 6 $\frac{2}{3}$. II. Dum integri cum fractis proportionem ingrediuntur, reduci possunt ad eundem Denominatorem, & operatio fieri cum solis Numeratoribus. Fractiones enim eundem Denominatorem habentes, utpote partes similes (§. 101.), sunt inter se ut Numeratores.

105 **REGULA SOCIETATIS.** Summam aliquam, lucrum vel damnum plurium totale, tributum pendendum &c. in partes æquales dividit juxta summæ partialis collatæ, vel annuorum redituum &c. proportionem. Tot faciendæ sunt proportionem, in quot partes summa dividenda est.

Ex. gr. Dederit mercator A 10000 fl., B 5000 fl., C 3000 fl., erit totum collatum 18000 fl. Lucratum sunt simul 9000 fl.

Proportio semper sic ordinatur: Ut totum collatum ad 18000: 10000 = 9000: x = 5000 fl. Lucrum merc. A
quodvis partialis collatum A, B &c. ita totum lucrum ad lu- : 5000 = : 7 = 2500 fl. Lucrum merc. B.
crum respondens collato A, B &c. : 3000 = : 7 = 1500 fl. Lucrum merc. C.

106 Schol. 1. Si collatis pecuniis adjuncta sint tempora diversa, multiplicetur prius collatum quodvis per suum tempus, tum fiat proportio modo nunc dicto. Examen: Summa lucrorum partialium debet esse æqualis lucro toti.

107 Schol. 2. Regulam Alligationis & falsi Algebra; Logarithmos Trigonometria reservamus.

108 **PROGRESSIO** est series numerorum Arithmetice vel Geometrice continue proportionalium.

109 **Theorema.** In progressionem Arithmetica Summa termini primi & ultimi est æqualis Summæ quorumvis duorum meliorum ab extremis æquedistantium, vel (si numerus terminorum est impar) medii duplo. In Geometrica, distorum numerorum facta sunt æqualia.

Sit Arith. 1, 3, 5, 7, 9, 11; erit 1 + 11 = 5 + 7, & 1 + 9 = 5 + 5. Geom. 1, 2, 4, 8, 16, 32: erit 1 \cdot 32 = 4 \cdot 8, & 1 \cdot 16 = 4 \cdot 4, &c. Demonstratur ex ipsa genesi Progressionum (§. 73, 76, 85).

110 Coroll. 1. Progressionis Arithmeticae maximus terminus invenitur sic 1) Differentia multiplicetur per numerum terminorum unitate multiplicatum. 2) Facto, quod prodit, adde terminum minimum. Minimum vero habetur, si nunc dictum Factum subtrahas a termino maximo. In Exempla. §. 109, 2 (6 - 1) seu 2 \cdot 5 = 10, adde primum 1; erit ultimus seu maximus 11; minimus vero 11 - 10 = 1.

Summa invenitur, si Summa termini primi & ultimi multiplicetur per dimidium numerum terminorum. Sic §. 109, (1 + 11) 6: 2, seu 12 \cdot 3 = 36 Summa omnium terminorum.

111 Coroll. 2. Progressionis Geometrica maximus terminus sic reperitur. 1) Exponentem rationis toties per se ipsum multiplicat, quot unitates, demptis duabus, habet numerus terminorum. 2) Factum hoc multiplicat per minimum terminum. Ut vero habes maximum, per hoc Factum divide maximum. Sic §. 109, numerus terminorum = 6; igitur Exponente 2 quater in seipsum ducto, erit Factum, idemque (cum minimus terminus 1 nihil multiplicet) maximum = 32; minimus vero = 32: 32 = 1.

Summa sic prodit. 1) Minimum terminum subtrahat a maximo. 2) Residuum divide per Exponentem unitate multiplicatum. 3) Quoto huic adde terminum maximum. Sic §. 109, 32 - 1 = 31, hoc 31: 1 = 31; Adde maximum 32, totum 63.

TAB. VI. Arithm. De *Æquationibus Simplicibus & Quadraticis affectis.*

- 112** *Æquatio est expressio ejusdem quantitatis per duos valores æquales. Radix æquationis dicitur valor quantitatis incognitæ (x, y, z , §. 3.); qui si fuerit positivus ($x = a$), radix erit vera; si negativus ($x = -a$), radix falsa erit, & non practica.*
- 113** *Æquationes nituntur Proportionibus, & Axiomatibus §§. 4, 5, 6, 7, 8 allatis, itemque sequentibus:*
- 114** *Si aequalibus addas, vel subtrahas aequalia, manent aequalia. Metathesis.*
- 115** *Si aequalia multiplices, vel dividas per aequalia, manent aequalia.*
- 116** *Radices Quadratorum, Cuborum &c. aequalium, æquales sunt.*
- 117** *Problema Algebraicum soluturus, 1) Statum quæstionis solvendæ, omnesque ejus circumstantias bene discute: quid notum in ea detur? quid ignotum? quid quærendum?*
 2) *Fiat Denominatio: cognita primis, incognita ultimis Alphabeti literis (x, y, z) exprime.*
 3) *Fiat Æquatio: vide, quænam perpenfis bene Problematis circumstantiis dicantur; vel colligantur esse aequalia, aut proportionalia; eaque per proportionem, aut æquationem exprime. Hinc etsi habeas plures terminos incognitos, x, y, z , si tamen sit ex. gr. x duplum de y , & triplum de z , exprime y per $\frac{1}{2}x$; & z per $\frac{1}{3}x$, sicque habebis unicum incognitum. Quod si vero hæc reductio ad unicum incognitum fieri per Problematis hypothesen nequeat, tot æquationes faciendæ erunt, quot sunt termini incogniti.*
 4) *Posita jam semel æquatione id unice age, ut quantitatem incognitam ab omnibus cognitis liberam ex una æquationis parte omnino solam habeas, ex altera vero parte meras cognitas. Si incognita per cognitas multiplicata sit, eam & alteram æquationis partem per easdem cognitas divide: & divisa, multiplica. Denique adde, subtraha, extrahe radicem, si opus sit. Fractiones tolles reducendæ eas ad Denominatorum communem, & per hunc totam æquationem multiplicando &c. Id semper cura, ut quod, cum una æquationis parte facis, idem facias cum altera.*
 5) *Deinde si incognitam jam meris cognitis æqualem obtinuisti, valores hos cognitarum, incognitæ æqualem, in numeros solve, & habes quæstionis Resolutionem. Quod si Problema sit Geometricum, ultimo fit Constructio, seu resolutio quæstionis in lineas, vel figuram. Sit igitur primum exemplum, alias per Regulam falsi molesta operatione resolvendum.*
- 118** *I. Petrus moriturus tribus amicis 1000 fl. legat ea conditione, ut Paulus acquirat duplo plus, quam Jacobus; Joannes vero quintam partem Summæ amborum, & præterea 40 fl. Queritur, quantum singuli?*
Denominatio. Nihil in proposita quæstione notum est præter legatum 1000 fl. = a . Incognita Summa obventura Paulo = x ; Jacobo = y ; Joanni = z + 40. At vero vides ex conditione Problematis, Jacobo deberi subduplum summæ Pauli; ergo loco y pone $\frac{1}{2}x$. Item cum Joanni debeat quinta pars Summæ amborum priorum, loco z

pone $(x + \frac{1}{2}x) \frac{1}{5}$; hoc est, $(\S. 32.) \frac{2x + x}{2} \cdot \frac{1}{5} = \frac{3x}{10}$ ($\S. 40, 42.$), proinde Summa Joannis = $\frac{3x}{10}$

40. Unde
 Æquatio erit, $x + \frac{1}{2}x + \frac{3x}{10} + 40 = a = 1000$

$$(\S. 32.) \frac{20x + 10x + 6x + 400}{20} = a$$

$$\text{hoc est, } \frac{36x + 400}{20} = a$$

$$\text{Subtrahæ 40, erit } \frac{36x}{20} = a - 40$$

$$\text{Multipl. per 20, erit } 36x = (a - 40) 20$$

$$\text{Divide per 36, erit } x = \frac{(a - 40) 20}{36}$$

Examen. $x = 533 \frac{1}{3}$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x = 266 \frac{2}{3} \\ \frac{3x}{10} = 160 \\ \quad + 40 \end{array} \right\} \text{ex conditione Problematis,}$$

Summa, $1000 = a$, restituit cognitum.

Resolutio in numeros, erit $x = ((1000 - 40) 20) : 36 = (960 \cdot 20) : 36 = 19200 : 36 = 533 \frac{1}{3}$

Hinc Summa Jacobi = $\frac{1}{2}x = (373 \frac{1}{3}) : 2 = 266 \frac{2}{3}$.

Summa Joannis = $\frac{3x}{10} + 40 = 3(533 \frac{1}{3}) : 10 + 40 = 160 + 40$.

119 II. Unum Mobile intra unum diem peragit iter a , & jam movetur diebus e . Alterum Mobile insequitur modo, sed intra diem peragit majus iter b ; quaeritur, quot dies ambo conveniant?

Denominatio. Tempus quaerendum $= x$. Iter jam confectum a primo $= ax$, Iter adhuc conficiendum a primo Mobili $= bx$. Iter conficiendum a secundo $= ex$.

Aequatio. ac $ax = bx + ex$, jam subtr. ax : quia $ax < bx$, erit $ac = bx - ax$, & divid. per $b - a$,

$$\text{erit } \frac{ac}{b-a} = x$$

Resolutio. Sit $a = 10$, $e = 8$, $b = 14$.

Erit ac: $(b-a) = 10.8: (14-10) = 80: 4 = 20 \text{ dies}$.

120 III. Dentur duae species argenti. Prima probitas, sive *Lega* sit 8 (*achtstüg*), alterius 4. Ex his componi debet mixtum lb. 100 sub *Lega* 6. Quaeritur, quot partes ex quavis specie sumenda?

Denominatio. Sint speciei primae partes accipiendae $= x$ secundae y . Exprimantur hae partes sub sua *Lega* (vel *pratio*) nempe hic $8x + 4y$. Mixtum totum vero sub sua nova *Lega* $= 100$. $6 = 600$. Ratio expressionis hujus e , quia $1: 8 :: x: 8x$.

Aequatio. $x + y = 100$. $x = 100 - y$ (§. 114)
& $8x + 4y = 600$. Substituendo $100 - y$ loco x .
erit $8(100 - y) + 4y = 800 - 4y = 600$
(§. 114) $800 - 600 = 4y$
 $200 = 4y$

hinc (§. 115) $200: 4 = 50 = y$.

Et quia $x = 100 - y = 100 - 50 = 50$, sequitur ex quavis argenti specie 50 lb. sumendas esse.

Scholion. Hujusmodi Problemata dicuntur Mixtionis, vel Alligationis, dum metalla, frumentum, vina &c. diversa probitatis miscentur, eorumque valor intrinsecus aequae ac extrinsecus seu pretium augetur, vel minuitur.

121 IV. Inter duos numeros datos a & b invenire quotcunque medios continue proportionales.

Sint inveniendi duo x & y .

Erit (§. 79.) $a: x :: x: y: b$

$$\text{Sed } a: b = a^3: x^3 \quad (\S. 99.)$$

$$b a^3$$

$$\text{Ergo } (\S. 81.) \quad x^3 = \frac{b a^3}{a^3} = b a^2 \quad (\S. 23.)$$

$$\text{Unde } x = \sqrt[3]{b a^2}$$

Invento x habebis y tertium nempe proportionalem (per §. 81); & cum respectu quorumcunque duorum antecedentium quavis proxime sequens sit tertius proportionalis, patet, invento semel secundo termino facile reperiri quotcunque medios continue proportionales.

122 V. Datis tribus terminis a, b, c invenire quartum harmonice proportionalem $= x$.

NB. In Proportionem Harmonicam debet esse differentia inter terminum primum & secundum ad differentiam inter tertium & quartum, ut est terminus primus ad quartum. Itaque

$$\text{Erit } a - b: c - x :: a: x$$

$$\text{unde } (\S. 80) \quad ax - bx = ac - ax, \text{ add. } ax$$

$$2ax - bx = ac, \text{ div. per } 2a - b$$

$$\text{erit } x = \frac{ac}{2a-b}$$

$$\text{Sit } a = 6, b = 8, c = 12, \text{ erit } x = 18.$$

123 PROBLEMA INDETERMINATUM est, in quo non per ipsas propositae quaestionis conditiones, sed ex numero aliquo ad libitum (nisi expresse adsit aliqua conditio restringens) assumpto reliqui determinantur. Unde in his Problematis eo redigi debet aequatio, ut ex una parte sit unus incognitus terminus solus, ex alia alter incognitus quibuscunque cognitis affectus. Pro hoc affecto assume numerum quemvis, & ex eo determinabitur incognitus ex altera parte solus positus; inde tertius incognitus &c.

124 Distribuendi sint 100 fl. in 30 Studiosos pauperes ea lege, ut Theologus acquirat 8, Philosophus 5, Humanista 1 fl. Quaeritur, quot sint futuri Thli. quot Phil. quot Humst. Sit numerus Theologorum $= x$, Philorum $= y$, Humst. $= z$. Erit per conditionem Probl. $x + y + z = 30$, & multiplicando numerum horum per fl. $8x + 5y + 1z = 100 \text{ fl.}$ Et quia ex prima aequat. $x = 30 - y - z$ (§. 114.) erit secunda aequatio, $8(30 - y - z) + 5y + 1z = 100$
hoc est $240 - 8y - 8z + 5y + 1z = 100$
seu $240 - 3y - 7z = 100$ (§. 12.)

$$\text{Erit autem } 240 - 100 = 3y - 7z = 140 \quad (\S. 114.)$$

$$\text{igitur } 140 - 3y = 7z$$

Assume jam $y = 7$, erit $140 - 3 \cdot 7 = 119 = 7z$

$$\text{Consequenter } 119: 7 = 17 = z$$

$$\text{Unde } x = 30 - y - z = 30 - 7 - 17 = 6$$

125 Aequatio Quadratica Simplex est, dum Quadratum termini incogniti aequatur meris cognitis, ex. gr. $xx = cd + b$. Affecta est, dum praeter Quadratum incogniti adest praeterea radix incogniti affecta cognito, ex. gr. $xx + ax = db$.

Pro solvenda aequatione Quadratica affecta haec nota. Constat ex §. 56, omne Quadratum componi ex quadratis & duplo facto duarum partium. Quadratum de $x + \frac{1}{2}a$ est $xx + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{4}aa$, hoc est $xx + ax + \frac{1}{4}aa$. Si itaque detur aequatio $xx + ax = db$, statim video, $xx + ax$ esse quadratum binomium incompletum, cum illi desit quadratum partis secundae. Video simul, x esse unam partem radicis, & (quia ax duplum factum) $\frac{1}{2}a$ esse necessario secundam partem radicis; est enim $ax = \frac{1}{2}a \cdot x + \frac{1}{2}a \cdot x$. Fiet igitur Quadratum completum, si hujus partis $\frac{1}{2}a$ quadratum $\frac{1}{4}aa$ addam, & quidem (ut maneat salva aequalitas) utrique aequationis parti. Erit nempe $xx + ax + \frac{1}{4}aa = db + \frac{1}{4}aa$ (§. 114.) Hoc facto solvi jam poterit aequatio, & x solum reperiri. Nam extrahendo radicem, erit $x + \frac{1}{2}a = \sqrt{db + \frac{1}{4}aa}$; proinde (§. 114.) $x = \sqrt{db + \frac{1}{4}aa} - \frac{1}{2}a$.

Pro Progre^{ssu} ARITHMETICA ADDITIO.

I. Quæ est Summa pulsuum i
usque ad 12. noctis incl

<i>fl.</i>	18 <i>gr.</i>	1 <i>sr.</i>	2 <i>n.</i>	<i>V.</i>	120.	54.	48
	9	2	2		33.	24.	30
	8	1	0		154.	19.	18

II. Dux copiarum 20 militibus
eorum primo quidem p
360 fl., & sic deinceps
20mus, quantum omnes

p. Ultimus 220, omnes fin

SUBTRACTIO.

III Emit quidam Bibliotheca
dat 8 numos, pro secundu
constabunt omnes libri

p. 4132808 numos, seu

<i>fl.</i>	7 <i>gr.</i>	2 <i>sr.</i>	1 <i>n.</i>	<i>V.</i>	179.	50.	10.	23
	19	2	3		88.	54.	41.	53
	7	2	2		90.	55.	28.	30

DIVISIO.

Pro-Progre^{ssu}
I. Venduntur 40 paria equorum
pro secundo pari 4, pro
simul?

p. 2199023255550 fl.

II. Quot grana tritici accepisse
si ei a Rege Scheram ex
dem abaci areola 1, pro
porro usque ad 64tam are

p. 184467440737095516

30040	I. Divisor 4)	12976	(3244 Quotus.
80900			
27039	II. 246, 00)	194408, 43	(790 ^{6 8 4} _{2 4 6 0 0}
40320		1722 ::	
430236000		2220 :	
		2214 :	
		68	

Problemata

A. Invenite duos numeros, qu
Dicatur minor numerus
x + x + 16, hoc est 2x +
major 53.

X. Invenire duos numeros, q
vicem subtrahi relinquant
(4. 76.) - Æquatio. 3x -
jor 48.

Notissimè. Invenire duos
a, differentia d. Sit minor
tio. ex - x = d, seu (a
d
e - 3.

III. Cursor intra diem peragit
ter, primumque assequi deb
titas itineris diurni x a sec
mum dato tempore e assequ
unde (ab + ac) : e = x.

Sit a = 12, b = 4, c = 10.

IV. Divinare numerum quemcu
ceptum. Voca numerum h
multiplicare suum numeru
addi 6, habebis 3x + 6; in
28; hinc 3x = 18 - 6 = 12
ne rem reddet clarum.

RATIO.

$$\begin{aligned} & - 3c + 4dg \\ & - 3c + dg \\ & + 3dg \end{aligned}$$

MULTIPLICATIO.

$$\begin{aligned} \text{I. } a \cdot b &= a \times b = ab, \text{ \& } (ad + e) b = abd + be. \\ \text{II. } a \cdot a &= aa = a^2, \text{ non } 2a, \text{ \& } a \cdot a^2 = a^3 \text{ \&c.} \\ \text{III. } 5bcf &- eg, \text{ multiplicandum,} \\ 3ab &- de, \text{ multiplicans,} \\ 15abcf - 3abeg &= 5bcdf + deeg, \text{ Factum.} \end{aligned}$$

EXTRACTIO RAD. CUBICÆ.

Suppositum	aaa	3aab	3bba	bbb	(2 3 1 ² 0
I. Operatio	13	8	1	4	a b
Subtr. aaa =	8	:	:	:	
Div. 3aa = 12)	5	8	:	:	
	3	6	:	:	
Subtr. 3bba =	2	2	1	:	
		5	4	:	
Subtr. bbb =	1	6	7	4	
			2	7	
Div. 3aa = 1587)	1	6	4	7	0 0 0
	1	4	2	8	3 : :
Subtr. 3bba =		2	1	8	7 0 :
			5	5	8 9 :
Subtr. bbb =		1	6	2	8 1 0
				7	2 9
				1	6 2 0 8 1

orum.

A	60 59 58 57 37 36 35 34 33 32 31 60												B
	60	59	58	57	37	36	35	34	33	32	31	60	
D	58 57 56 45 35 34 33 32 31 30 29 59												E
	58	57	56	45	35	34	33	32	31	30	29	59	
	56 45 35 34 33 32 31 30 29 28 27 57												F
	56	45	35	34	33	32	31	30	29	28	27	57	
	54 43 33 32 31 30 29 28 27 26 25 55												G
	54	43	33	32	31	30	29	28	27	26	25	55	
	52 41 31 30 29 28 27 26 25 24 23 53												H
	52	41	31	30	29	28	27	26	25	24	23	53	
	50 40 30 29 28 27 26 25 24 23 22 51												I
	50	40	30	29	28	27	26	25	24	23	22	51	
	48 39 29 28 27 26 25 24 23 22 21 49												J
	48	39	29	28	27	26	25	24	23	22	21	49	
	46 37 27 26 25 24 23 22 21 20 19 47												K
	46	37	27	26	25	24	23	22	21	20	19	47	
	44 35 25 24 23 22 21 20 19 18 17 45												L
	44	35	25	24	23	22	21	20	19	18	17	45	
	42 33 23 22 21 20 19 18 17 16 15 43												M
	42	33	23	22	21	20	19	18	17	16	15	43	
	40 31 21 20 19 18 17 16 15 14 13 41												N
	40	31	21	20	19	18	17	16	15	14	13	41	
	38 29 19 18 17 16 15 14 13 12 11 39												O
	38	29	19	18	17	16	15	14	13	12	11	39	
	36 27 17 16 15 14 13 12 11 10 9 37												P
	36	27	17	16	15	14	13	12	11	10	9	37	
	34 25 15 14 13 12 11 10 9 8 7 35												Q
	34	25	15	14	13	12	11	10	9	8	7	35	
	32 23 13 12 11 10 9 8 7 6 5 33												R
	32	23	13	12	11	10	9	8	7	6	5	33	
	30 21 11 10 9 8 7 6 5 4 3 31												S
	30	21	11	10	9	8	7	6	5	4	3	31	
	28 19 9 8 7 6 5 4 3 2 1 29												T
	28	19	9	8	7	6	5	4	3	2	1	29	
	26 17 7 6 5 4 3 2 1 0 25												U
	26	17	7	6	5	4	3	2	1	0	25		
	24 15 5 4 3 2 1 0 23 22 21												V
	24	15	5	4	3	2	1	0	23	22	21		
	22 13 3 2 1 0 21 20 19 18 17												W
	22	13	3	2	1	0	21	20	19	18	17		
	20 11 1 0 20 19 18 17 16 15 14												X
	20	11	1	0	20	19	18	17	16	15	14		
	18 9 0 19 18 17 16 15 14 13 12												Y
	18	9	0	19	18	17	16	15	14	13	12		
	16 7 19 18 17 16 15 14 13 12 11												Z
	16	7	19	18	17	16	15	14	13	12	11		
	14 5 17 16 15 14 13 12 11 10 9												AA
	14	5	17	16	15	14	13	12	11	10	9		
	12 3 15 14 13 12 11 10 9 8 7												AB
	12	3	15	14	13	12	11	10	9	8	7		
	10 1 13 12 11 10 9 8 7 6 5												AC
	10	1	13	12	11	10	9	8	7	6	5		
	8 0 11 10 9 8 7 6 5 4 3												AD
	8	0	11	10	9	8	7	6	5	4	3		
	6 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1												AE
	6	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1		
	4 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0												AF
	4	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
	2 7 6 5 4 3 2 1 0 23 22												AG
	2	7	6	5	4	3	2	1	0	23	22		
	0 5 4 3 2 1 0 21 20 19 18												AH
	0	5	4	3	2	1	0	21	20	19	18		
	24 13 2 1 0 20 19 18 17 16 15												AI
	24	13	2	1	0	20	19	18	17	16	15		
	22 11 0 19 18 17 16 15 14 13 12												AJ
	22	11	0	19	18	17	16	15	14	13	12		
	20 9 18 17 16 15 14 13 12 11 10												AK
	20	9	18	17	16	15	14	13	12	11	10		
	18 7 16 15 14 13 12 11 10 9 8												AL
	18	7	16	15	14	13	12	11	10	9	8		
	16 5 14 13 12 11 10 9 8 7 6												AM
	16	5	14	13	12	11	10	9	8	7	6		
	14 3 12 11 10 9 8 7 6 5 4												AN
	14	3	12	11	10	9	8	7	6	5	4		
	12 1 10 9 8 7 6 5 4 3 2												AO
	12	1	10	9	8	7	6	5	4	3	2		
	10 0 8 7 6 5 4 3 2 1 0												AP
	10	0	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
	8 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10												AQ
	8	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10		
	6 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8												AR
	6	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8		
	4 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6												AS
	4	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6		
	2 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4												AT
	2	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4		
	0 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2												AU
	0	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2		
	24 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0												AV
	24	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
	22 7 6 5 4 3 2 1 0 23 22												AW
	22	7	6	5	4	3	2	1	0	23	22		
	20 5 4 3 2 1 0 21 20 19 18												AX
	20	5	4	3	2	1	0	21	20	19	18		
	18 3 2 1 0 19 18 17 16 15 14												AY
	18	3	2	1	0	19	18	17	16	15	14		
	16 1 0 17 16 15 14 13 12 11 10												AZ
	16	1	0	17	16	15	14	13	12	11	10		
	14 0 15 14 13 12 11 10 9 8 7												BA
	14	0	15	14	13	12	11	10	9	8	7		
	12 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10												BB
	12	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10		
	10 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8												BC
	10	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8		
	8 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6												BD
	8	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6		
	6 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4												BE
	6	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4		
	4 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2												BF
	4	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2		
	2 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0												BG
	2	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
	0 7 6 5 4 3 2 1 0 23 22												BH
	0	7	6	5	4	3	2	1	0	23	22		
	24 5 4 3 2 1 0 21 20 19 18												BI
	24	5	4	3	2	1	0	21	20	19	18		
	22 3 2 1 0 19 18 17 16 15 14												BJ
	22	3	2	1	0	19	18	17	16	15	14		
	20 1 0 17 16 15 14 13 12 11 10												BK
	20	1	0	17	16	15	14	13	12	11	10		
	18 0 15 14 13 12 11 10 9 8 7												BL
	18	0	15	14	13	12	11	10	9	8	7		
	16 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10												BM
	16	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10		
	14 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8												BN
	14	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8		
	12 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6												BO
	12	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6		
	10 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4												BP
	10	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4		
	8 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2												BQ
	8	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2		
	6 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0												BR
	6	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
	4 7 6 5 4 3 2 1 0 23 22												BS
	4	7	6	5	4	3	2	1	0	23	22		
	2 5 4 3 2 1 0 21 20 19 18												BT
	2	5	4	3	2	1	0	21	20	19	18		
	0 3 2 1 0 19 18 17 16 15 14												BU
	0	3	2	1	0	19	18	17	16	15	14		
	24 1 0 17 16 15 14 13 12 11 10												BV
	24	1	0	17	16	15	14	13	12	11	10		
	22 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10												BW
	22	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10		
	20 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8												BX
	20	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8		
	18 15 14 13 12 11 10 9 8 7 6												BY
	18	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6		
	16 13 12 11 10 9 8 7 6 5 4												BZ
	16	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4		
	14 11 10 9 8 7 6 5 4 3 2												CA
	14	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2		
	12 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0												CB
	12	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
	10 7 6 5 4 3 2 1 0 23 22												CC
	10	7	6	5	4	3	2	1	0	23	22		
	24 5 4 3 2 1 0 21 20 19 18												CD
	24	5	4	3	2	1	0	21	20	19	18		
	22 3 2 1 0 19 18 17 16 15 14												CE
	22	3	2	1	0	19	18	17	16	15	14		
	20 1 0 17 16 15 14 13 12 11 10												CF
	20	1	0	17	16	15	14	13	12	11	10		
	18 19 18 17 16 15 14 13 12 11 10												CG
	18	19	18	17	16	15	14	13	12	11	10		
	16 17 16 15 14 13 12 11 10 9 8												CH
	16	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8		
	14 15 14 13 12 11 10 9 8												

Triang-
forma
A B C



19 Un... comprehendentes, five longiores fiat, five breviores, non m... dicuntur latera vel crura; punctum vero concursus C dicitur... vel unica litera C, vel tribus (sed anguli litera in medio enu-

GEOMETRIÆ ELEMENTA.

G. F. 11.
12.

TAB. I. Geom. Definitiones quædam, earumque Corollaria; Postulata, Axiomata.

§. I GEOMETRIA est Scientia *Quantæ quoad Dimensionem.*

2 *Dimensiones* sunt tres. 1. in longum, 2. in longum & latum simul. 3. in longum & latum & profundum simul. Hinc Geometria dividi solet in *Euthymetiam*, *Planimetriam*, *Stereometriam*.

3 *Punctum* est initium, vel quasi signum magnitudinis, dimensionis nullius.

4 Si Punctum A concipias moveri versus B, sui que vestigia semper relinquere, describet *P. r.* motu suo longitudinem AB, omnis latitudinis expertem (§. 3.), sive, describet magnitudinem unius duntaxat dimensionis, quæ ideo Algebraice exprimitur per unicam literam, *a, b, x &c.* diciturque LINEA.

5 Si concipias totam lineam AB, motu rectissimo, & quoad omnes suas partes uniformi, moveri per lineam AC, sui que vestigia semper relinquere, describet motu suo magnitudinem ACBD (sive brevius AD) longam simul & latam, quæ ideo Algebraice exprimitur per duas literas, *ab, xx &c.*, cum reipsa sit Multiplicatio, seu una quantitas, una linea in alteram ducta; diciturque PLANUM, vel SUPERFICIES.

6 Si concipias totum hoc Planum AD itidem motu undique rectissimo moveri deorsum per lineam CE, & ubique Planorum vestigia post se relinquere, producet motu suo magnitudinem AF longam simul, latam & profundam, quæ ideo Algebraice exprimitur per tres literas, *abd, aaa, &c.*, utpote Planum iterum in Lineam ductum; diciturque SOLIDUM, sive CORPUS.

7 Coroll. 1. Æquales lineæ per æqualia intervalla & eadem directione motæ gignunt æqualia Plana; æqualia plana vero per æqualia intervalla & eadem directione mota, æqualia corpora gignunt.

8 Coroll. 2. Si Punctum A versus B moveatur via brevissima, nec dextrorsum, nec sinistrorsum declinando, describet *P. 2a.* Lineam Rectam; si alia quacunque via moveatur, describet *Curvam*, aut Compositam ACB, quæ Curva aut Composita ACB utique major erit, quam AB.

9 Coroll. 3. Linea aliam lineam tangens, vel secans, eam tangit, vel secat punctualiter (§. 3, 4).

10 *Lineam rectam* ducimus ope Regulæ, *linea potius, quam metallica.* Bona est Regula, si idem ipsius latus, juxta, quod ducta est linea, eidem lineæ ex adversa etiam parte applicatum congruat. *penna optima chalybea, vel corvina; atramentum vero Sinense (Eushe.)*

11 Si linea recta uno sui puncto C fixa in gyrum circumagatur, donec in seipsam redeat, *P. 3.* describet motu suo Planum rotundum, sive Circulum; extremo vero sui puncto B circuli Peripheriam, seu Circumferentiam, a cujus singulis punctis necessario æqualiter distabit Centrum C.

12 Coroll. 1. Hinc æquales sunt omnes lineæ rectæ AC, CB, CD, a Peripheria ad Centrum C ductæ, quæ Radii, vel a Diametro AE, Semidiametri dicuntur.

13 Coroll. 2. Æquales sunt circuli, qui habent æquales radios, vel diametros.

14 Coroll. 3. Duo circuli se secantes, aut interior tangentes non possunt habere idem centrum (§. 11).

15 Coroll. 4. Diameter est maxima inter lineas intra circulum ductas; semper enim erit $BC + CA > AB$ (§. 8); *P. 4.* & hinc DE, FG ed minores erunt, quo a centro C remotiores; æqualiter vero a centro distantes æquales.

16 Coroll. 5. Linearum a puncto L extra circulum assumpto in cavem circuli peripheriam ductarum, maxima est LO, quæ per centrum C transit; reliquæ eo minores, quo magis a centro recedunt. Eæ contrario extra circulum minima est LS, quæ producta per centrum transit. Utrumque patebit, si ex puncto L tanquam centro, radio LS arcus SN, & radio LO arcus OF ducatur.

17 *Hypothesis.* Peripheriam omnem cujuscunque circuli sive magni, sive parvi, Geometræ dividunt in 360 partes æquales, seu Gradus. Unde Semiperipheria habet 180; quarta pars Peripheriæ, seu Quadrans 90 gradus. Gradus habet 60 Minuta prima; Minutum primum 60 Secunda &c. (§. 11. Ar.)

18 Coroll. Numerus itaque graduum in omnibus Circulis, Semicirculis, Quadrantibus &c. æqualis est, totusque graduum est arcus ab: quot AB; licet arcus AB gradus majores sint, quam arcus ab. *P. 3.*

19 *Angulus* est duarum linearum in uno puncto concurrentium alterius ad alteram inclinatio. Unde lineæ AC & BC angulum comprehendentes, sive longiores fiat, sive breviores, non mutant angulum. Lineæ hæ dicuntur latera vel crura; punctum vero concursus C dicitur vertex. Angulus vel unica litera C, vel tribus (sed anguli litera in medio enumerata) ACB designatur.

anguli mensura est Peripheriæ, ex anguli vertice C tanquam centro, ductæ, arcus AB vel ab, est, tot graduum est angulus ACB, vel $\angle C$, quot graduum est arcus metiens AB vel ab.

coll. Hinc anguli, quos idem graduum numerus metiuntur, æquales sunt, seu arcus metiens sit parvi, seu magni circuli arcus.

Angulus rectus est ACD vel BCD, cum linea DC (quæ inde *Perpendicularis* vel *Normalis* dicitur) lineæ alteri AB insitens, nec versus A, nec versus B inclinatur. Unde mensura anguli Recti ACD est arcus AD, sive Quadrans peripheriæ, adeoque 90 gradus (§. 17.); quia peripheria ADBG a duabus Diametris AB & DE, in C ad angulum rectum se interfecantibus, necessario dividitur in 4 partes æquales.

23 *Angulus Obtusus* ACF est major Recto. *Acutus* vero DCF minor Recto; Et obtusus & acutus angulus dicitur *Obliquus*.

24 *Coroll.* 1. Semiperipheria mensurat 2; tota peripheria 4 Rectos: Restique omnes inter se æquales sunt.

25 *Coroll.* 2. Et hinc anguli, quos duæ vel plures lineæ DC, CF eidem puncto C, rectæ AB insistentes efficiunt, anguli inquam ACD, DCF, FCB omnes simul sumpti æquantur 2 Rectis; anguli vero omnes circa idem lineæ AB punctum C quaquaversum positi, æquantur 4 Rectis. Nam illos dimidia, hos tota peripheria mensurat.

F. 6. 26 *Coroll.* 3. Anguli Verticales $\angle e$ & $\angle o$ item $\angle e$ & $\angle o$ æquales sunt. Nam e cum n facit 2 rectos; & idem e cum o etiam facit 2 rectos; ergo $n = o$ (§. 114. Ar.) Idem est de $e = o$.

27 *Coroll.* 4. Si notus est angulus e , innotescit etiam o angulus *deinceps*, seu contiguus; est enim illius Complementum ad duos rectos, adeoque $o = 180 - e$. Atque hinc si duo anguli *deinceps* æquales sunt, erunt ii Recti.

28 *Parallela* sunt lineæ AB & CD, quæ in insitium productæ æqualiter semper a se distant: seu perpendicularia EF & GH æqualia interceptiunt.

29 *Coroll.* Licet jam inde inferre Parallelarum proprietates, & quidem I. *Angulus externus* O est æqualis interno S ad eandem partem. Nam si o esset maior, quam s , lineæ ob necessario inclinaretur versus lineam CD (§. 19.). adeoque lineæ AB & CD productæ concurrerent, nec manerent parallelæ. Idem est de $o = r$. II. *Anguli alterni* n & s æquales sunt. Nam $s = o$, per nunc dicta; sed $o = n$ (§. 26.), ergo $s = n$ (§. 7. Ar.) Idem est de $r = e$. III. *Duo interni oppositi* s & r æquantur 2 rectis. Nam $o + e = 2$ rectis (§. 25.), sed $o = s$; ergo etiam $s + e = 2$ rectis seu 180 gr. Idem est de $r + n$. Atque hinc e converso patebit, si quæ harum proprietatum addit, lineas fore Parallelas.

F. 7. 30 **PROBLEMA I.** *Lineam, angulum, vel Arcum dividere in duas vel plures partes æquales, numeri paris.*
I. *Resolutio.* Fit id per meras bisectiones. Colloca unum pedem circini in A, altero circa medium C duc arcum parvum d: tum uno circini pede in B fixo duc arcum e, idque tamdiu continua diducendo, aut contrahendo circinum, donec ducti ex A & B arcus se in medio C, lineæ AB exacte interfecerint. Eodem modo procedes AC & CB iterum bisecturus; collocato nempe circino A & C duc arcus r, r &c. &c. Erunt enim AC & CB radii ejusdem circuli, adeoque æquales (§. 12).

F. 8. II. Circini uno pede in A & subinde in B collocato, apertura quacunquæ, attamen dimidia lineæ AB manifeste majore, duc arcus in C & D se interfecantes. Ducta per has intersectiones lineæ CD bifecabit lineam AB, eritque simul ad eam *Perpendicularis*. Idem est de bisectione arcus AFB, & anguli ACB. Inferitur pariter ex §. 12. Item infra §. 63.

Scholion. *Trisectionem Geometricam anguli obliqui vel arcus illi respondentis, ope solius Regula & circini, nemo hætenus dedit: Mechanica fit tentando, ut Res. I.*

F. 9. 31 **PROBLEMA II.** *Angulum alteri æqualem describere, ex. gr. super lineâ ab angulum a = dato A.*
I. *Resolutio.* Circini uno pede in A posito duc arcum CD apertura quacunquæ. Eadem apertura ex puncto a data lineæ duc arcum cd. Transfer in hunc arcum cd, arcum ED ope circini ex d in e; & ex a per e duc lineam af. Erit angulus a = A dato (§. 12, 19).

F. 10. 32 II. Ope *Transportatorii*, quod nihil aliud est, quam Semicirculus in 180 gradus divisus; quæ divisio fit juxta decantatum illum versum: in tres (partes), in binas, in tres, in quinque seccato. Paratur autem ex metallo, vel cornu pellucido. *usus.* Dati anguli vertex A Transportatorii centro C; crus vero unum AD, Transportatorii Semidiametro AE adiaceat: alterum anguli dati crus AB (si opus fuerit, prolongatum) ostendet in Transportatorii peripheria numerum graduum ex. gr. 50, quos angulus A comprehendit. Applica jam Transportatorium eodem modo extremo puncto a lineæ datæ ab, & peripheriæ illius gradum 50 puncto in subjecta charta signa; lineæ enim ex vertice a ad hoc punctum e ducta dabit angulum a = A.

33 *Scholion.* ex quo patet hoc instrumentum proprium esse explorando numero graduum anguli.

34 **PROBLEMA III.** *Ducere perpendicularem I. ex puncto C extra lineam dato. 2. ex puncto D dato in lineam AB. 3. in extremitate B lineæ AB.*

- Ref. Caf. 1.* Ex dato puncto C duc arcum AEF; tum ex A & F sub radio minore AG fac intersectionem G; erit CD perpendicularis (§. 12, 22.) *Vide §. 30. Ref. II.* F. 11.
- Caf. 2.* Cape circino in linea AB puncta E & F utrinque a D æquidistantia. Ex E & F fac intersectionem C; erit CD perpendicularis petita (ib.) F. 12.
- Caf. 3.* Ex puncto dato B fac intersectionem in E & C, apertura arbitraria circini. ex E eadem apertura interseca arcum nunc in C factum; tum ex C fac ejusdem radii arcum in D, ad quem ex E per C duces lineam ECD; & inde DB erit perpendicularis quaesita. F. 13.
- Vel;* Assumpto extra lineam AB puncto C, per punctum datum B duc arcum semicirculo majorem DBE ex E per centrum C duc lineam ECD cœcam; & ex puncto D, in quo secatur periphæria, duc lineam DB, perpendiculararem. *Resolutiones Casus 3, demonstrabuntur infra (§. 69, 90).* F. 14.
- 35 Scholion. Idem exequi licet ope Transportatorii (præcipue si id Regula circa suum centrum mobili instructum sit) itemque Normæ (Winfel-Harten). Examen Normæ fit, si in quavis recta DC una Norma lateri parti BC applicato, juxta alterum ducas lineam AB; tum Norma extremo C, versus D inverte, Norma bona erit, si utroque suo latere lineis DB & AB congruat (§. 22.) F. 15.
- 36 PROBLEMA IX. Lin a data AB parallelam CD ducere.
- I. Resolutio. Fac angulos alternos n & o æquales (per §. 31, 32), habebis, quod petitur (§. 29.) F. 16.
- II. Disto, qui sit semicirculo major, super lineam AB arcu EFHG, accipe arcus EF & GH æquales. F. 17.
- Scholion. In hunc finem inventum est instrumentum, quod Parallelogrammum dicitur. F. 18.
- 37 Figura est continuum Perimetro terminatum; quam Perimetrum in Superficiebus efficiunt lineæ; in Corporibus superficies. Spatium perimetro clausum dicitur Area figuræ.

38 TRILATERÆ Figuræ. Triang. Equilaterum, seu 3 æqualium laterum (A)

39 Isoscèle, sive Equicrurum, quod duo tantum latera habet æqualia (B).

40 Scalenum, quod omnia latera habet inæqualia (C).

41 Triang. Rectangulum, cujus unus angulus (D) est rectus.

42 Obtusangulum, vel Amblygonium, cujus unus angulus (E) est obtusus.

43 Acutangulum, vel Oxygonium, cujus omnes tres anguli sunt acuti (F).

34 QUADRILATERÆ. Parallelogramma, quorum opposita latera æqualia & parallela sunt; itemque anguli oppositi æquales (§. 29.)

45 Rectangulum Parallelogrammum est, quod habet 4 angulos rectos (G).

46 Rectangulum Equilaterum est Quadratum (H), ang. & lat. æqualium.

47 Rhombus habet omnia latera æqualia cum æqualibus angulis oppositis (I)

48 Rhomboides habet tantum oppositos angulos & oppos. latera æqualia (K)

49 Trapezium dicitur quævis figura Quadrilatera, quæ ex prædictis non est.

50 POLYGONÆ, seu Multilatera Figuræ sunt, quæ habent plura, quam 4 latera. Regulare Polygonum dicitur, quod habet omnes angulos & latera æqualia. Polygonum aliud est Inscrip-
tum, aliud Circumscriptum circulo.

51 POSTULATA. Circulum, arcum, lineam rectam ducere, augere, minuire, dividere &c.

52 AXIOMATA. I. Quæ sibi mutuo congruunt, æqualia & similia sunt.

53 II. Perpendiculara EF & GH ex Parallelis AB & CD intercipiunt partes æquales EG & FH Fig. 6.

54 III. Linea Perpendicularis est mensura altitudinis & latitudinis.

55 IV. Ad eadem duo puncta unica linea recta. adeoque etiam ad idem punctum unica perpendicularis duci potest.

56 Scholion. Hinc non plures homines, vires &c. capis, quam Panem; licet ibi facilis se explicent,

TAB. II. Geom. De Triangulorum & Parallelogrammorum Proprietatibus.

- F. 19.** 57 **THEOREMA I.** *Duo Triangula sunt aequalia, si in iis aequalia sint haec:*
Vel 1. Latus unum & anguli adjacentes. $AB = ab, A = a, B = b.$
2. Duo latera & angulus ab iis comprehensus. $AB = ab, AC = ac, A = a.$
3. Omnia tria latera. $AB = ab, AC = ac, BC = bc.$
- 58 *Demonstratur a congruentia, si fingatur unum $\triangle$ supra alterum poni (§. 25.)*
59 Coroll. 1. *Datis itaque uno latere & duobus angulis adjacentibus, vel &c., totum triangulum determinatur.*
60 Coroll. 2. *In eodem vel aequalibus $\triangle$, latera aequalibus angulis opposita, sunt aequalia; majori vero angulo majus, minori minus latus opponitur: & vicissim anguli aequalibus lateribus oppositi, sunt aequales; majori vero lateri major &c.*
- 61 Coroll.** 3. *Datis, vel assumptis tribus lineis ab, ac, bc , quae sint aequales tribus AB, AC, BC , configui potest $\triangle abc = \triangle ABC$, si assumpta ab pro basi, cum reliquis duobus lateribus, seu radiis ac & bc intersectionem facias in c . Eodem modo construes $\triangle$ aequilaterum, isoscele, & in genere quodvis, modo datur, vel 1. Latus unum & anguli adjacentes; vel 2. Duo latera &c. (§. 57.) In $\triangle$ Rectang. erigenda est Perpendicularis.*
- 62 Coroll.** 4. *Ex hoc Theoremate demonstrantur quoque Problemata §. 30 & 34.*
- F. 20.** 63 **THEOREMA II.** *In $\triangle$ Isosceli 1. linea AB bisecans angulum A , $\triangle oAn$, consequenter etiam basim on bisecat. 2. Anguli ad basim o & n sunt aequales. 3. AB est ad basim perpendicularis.*
Dem. $i = c$ (per hypoth.), $AO = An$ (§. 39), AB vero est latus utriusque $\triangle oAB$ & nAB commune; ergo 1. $\triangle oAB = \triangle nAB$ (§. 57.), consequenter $oB = nB$ (§. 60.). 2. $o = n$. 3. quia ob haec duo $\triangle$ totaliter aequalia etiam anguli ad B aequales, adeoque Recti sunt (§. 24.), erit AB ad on perpendicularis. Q. E. D. Et vicissim.
- 64 Coroll.** Cum aequilaterum non tantum duo (ut Isoscele) sed omnia tria latera habeat aequalia, de eo tum nunc dicta tum illud etiam verum erit, quod omne aequilaterum sit aequiangulum. (§. 60.)
- F. 21.** 65 **THEOREMA III.** *Si trianguli cujuscunque latus unum prolongetur, erit angulus externus ABD aequalis duobus internis oppositis in $\triangle o$.*
Dem. Ducatur EB ad AC parallela. Erit angulus $n = m$ alterno, item $n = o$ interno ad eandem partem (§. 29.); ergo $n + m = m + o$: sed $n + m = ABD$; ergo $ABD = m + o$. Q. E. D.
- F. 22.** 66 **THEOREMA IV.** *In quovis Triangulo omnes tres anguli simul sumpti aequantur 2 Rectis.*
Dem. $r + s + t = 2$ Rectis (§. 25), sed $s = m + o$ (§. 65); ergo $r + m + o = 2$ Rectis. seu 180 gr.
- 67 Coroll.** 1. *Si in uno $\triangle$ duo anguli sint aequales duobus angulis alterius $\triangle$, etiam tertius est aequalis tertio: Et si in $\triangle$ unus angulus est Rectus vel obtusus, reliqui duo sunt acuti.*
- 68 Coroll.** 2. *Cognitis semel duobus angulis alicujus $\triangle$ invenitur tertius, si duo noti subtrahantur a 2 Rectis, seu 180 ; Residuum erit numerus graduum anguli tertii. Imo in $\triangle$ Isosceli cognito uno angulo sciuntur duo reliqui (§. 63.) in aequilatero vero quivis angulus est 60 seu $180:3$ (§. 64.), hoc est, duae tertiae unius Recti.*
- F. 23.** 69 **Coroll.** 3. *Hinc sequitur modus (§. 34.) erigendi Perpendicularitatem in quocunque, etiam extremo lineae puncto. Est enim BCD $\triangle$ isoscele; in quo angulus $o = 60 + 60$, internis oppositis (§. 65.) $= 120$; adeoque $o = 30$, itemque $e = 30$ (§. 66 & 63.); ergo totus $DBE = 30 + 60 = 90$; consequenter DB perpendicularis (§. 22.)*
- 70 Coroll.** 4. *Hinc etiam patet Trisectio anguli Recti B , si super AB fiat $\triangle$ aequilaterum. Cum enim ABC sint duae tertiae Recti P (§. 68); erit e una tertia ejusdem.*
- F. 23.** 71 **THEOREMA V.** *Parallelogrammum $ABCD$ per diagonalem AD dividitur in duo $\triangle$ aequalia.*
Dem. $o = a$, & $n = m$ (§. 29.); latus AD vero est commune; ergo $\triangle ABD = \triangle ACD$. (§. 57.)
- 72 Corollarium.** *Triangulum est Parallelogrammi sui dimidium.*
- 73 Definitio.** *Si per punctum quodvis o Diagonalis AD ducatur EF parallela ad BD , & altera GH parallela ad CD , existunt duo Parallelogramma Co & oB , quae dicuntur Complementa Parallgr. CB .*
- F. 24.** 74 **THEOREMA VI.** *Complementa Parallelogrammorum sunt aequalia.*
Dem. $\triangle ABD = \triangle ACD$, item $\triangle I = \triangle K$, & $\triangle L = \triangle M$ (§. 71.) Si itaque a $\triangle$ aequalibus ABD & ACD auferantur $\triangle$ aequalia I & K , itemque L & M , remanebit Parallgr. $Co = oB$.
- 75 THEOREMA VII.** *Parallelogramma ejusdem basis & altitudinis (vel super aequali basi & inter easdem parallelas posita) sunt aequalia. Sint Parallelogramma $ACDB$ & $AEFB$.*
Dem. Per §. 57. $\triangle ACE$ & BDF sunt aequalia (Nam latus $AE = BF$, $AC = BD$, & ob $CD = AB = EF$, etiam $CE = DF$). Si jam a quovis horum $\triangle$ aequalium auferatur $\triangle DoE$, remanebit $oACD = oEFB$. Addatur utrique $\triangle AoB$ erit $ACDB = AEFB$. Q. E. D.
- F. 25.** 76 **Coroll.** Cum $\triangle$ ADB & AEF sint Parallelogrammorum dimidia (§. 72.), sequitur etiam Triangula super eadem vel aequali basi, & ejusdem altitudinis, seu inter easdem parallelas constituta, esse aequalia.
- 77 **Scholion.** *Parallelogrammum describitur, si sub dato angulo, opposita latera aequalia & parallela facias (§. 31, 35.)*

TAB. III. Geom. *De Circuli Proprietatibus.*

- 78** CIRCULUS est Polygonum infinitorum laterum, sive, cujus lacus est infinite parvum.
- 79** *Definitio.* Linea AB est *Tangens*, circulum nuspiam secans; e contra DC est *Secans* (§. 91) F. 26.
Scholion. *Angulus, quem facit Tangens cum Peripheria, angulus contactus dicitur, ingenio-
 sarum olim tricarum causa.*
- 80** THEOREMA I. *Radius (BC) ductus ad punctum contactus, est ad Tang. (AB) perpendicularis.*
Dem. ab absurdo. Si neges; sit ergo alia v. g. CD, perpendicularis ad Tangentem; erit
 tum D angulus rectus (§. 22.) adeoque B acutus (§. 67.); ergo $CD < BC$ (§. 60.) hoc est
 $CD < C$, quod est absurdum (§. 4. Ar.). Ergo Q. E. D.
- 81** *Coroll.* Tangentem itaque ducens, si ad radium erigas Perpendicularitatem (§. 34, 35). Quodsi detur punctum F. 14. a
 quodvis T extra circulum, iunge TC & biseca in B. Ex B duc circulum TAC. Ducta TA erit ad ra-
 dium AC perpendicularis (§. 34), adeoque Tangens (§. 80).
- 82** *Definitio.* FG dicitur *Chorda*, vel *Subtensa* ad extrema arcus cujusdam puncta F & G, ducta.
- 83** *Coroll.* Hinc in eodem vel equalibus circulis equalium arcuum Chordæ æquales sunt; majoris vero arcus
 Chorda major, minoris minor, & e converso.
- 84** *Definitio.* Segmentum est pars circuli intra arcum & chordam comprehensa; & quidem FIBGF F. 26.
 est Segmentum *maius*; FHGF *minus*: FCI vero, spatium intra arcum & duos radios compre-
 hensum, dicitur *Sector*.
- 85** THEOREMA II. *Si recta CD ex centro ducta, est ad chordam AB perpendicularis, chordam
 & arcum subtensum bisecat; & e converso.*
Dem. Duc AC & CB. Erit ACB $\triangle$ Isoscele (§. 12); Ergo $AO = OB$ (§. 63), & ob $i = n$
 (ib.) etiam arcus $AD = DB$ (§. 21). Q. E. D. F. 27.
- 86** *Coroll.* Hinc invenies centrum circuli vel arcus dati, si ad ductas duas chordas quascunque EA & EB, antea bi-
 secas (§. 30.) erigas perpendiculares FC & CD; ubi enim hæc se fecuerint, ut in C, erit centrum
 circuli, vel arcus dati. Eodem modo per tria quavis data puncta E, A, B, non in directum jacentia,
 ducere poteris circulum reperto, ut dictum, centro; datumve arcum perficere.
- 87** THEOREMA III. *Angulus C ad centrum est duplus anguli D ad peripheriam, eidem arcui
 insistentis.* F. 28.
(Dem. Cas. 1. Angulus $C = D + o$ (§. 65.) Sed $o = D$ (§. 63, 12.) Ergo $C = D + D = 2D$.
 2. Ducatur Diameter DE. Erit $n = 2r$, & $n = 2n$ (per Cas. 1.) Sed $n + r = C$,
 & $r + n = D$; ergo $C = 2D$.
 3. Ducatur rursus DE. Erit $n + r = 2r + 2n$ (per Cas. 1.) Sed $n = 2r$; ergo n
 ($= ACB$) $= 2n = 2ADB$. Q. E. D.)
- 88** *Coroll.* 1. Hinc mensura anguli (D) ad peripheriam est dimidius arcus (AB), cui insistit.
- 89** *Coroll.* 2. Anguli ad peripheriam C, D, E, eidem arcui AB insistentes, seu anguli in eodem Segmento ADBA
 positi omnes æquales sunt, quia cujusvis mensura est dimidius arcus AHKGB. F. 29.
- 90** *Coroll.* 3. Cum anguli FKG, diametro FG insistentis mensura sit dimidium Semiperipheriæ, id est Quadrans; an-
 gulus in Semicirculo est Rectus (§. 22.); angulus vero HKI in Segmento minore HKIH, major Re-
 ctus; e contra angulus AKB in Segmento majore AHKBA Rectus minor. (Examen Norma & Demonstra-
 tio Ref 3. §. 34).
- 91** THEOREMA IV. *Si recta AB tangat circulum, & alia CD ex contactus puncto C ducta cir-
 culum secet, mensura anguli ACD erit dimidius arcus CED; anguli ve-
 ro BCD, dimidius arcus DFGC.* F. 30.
Dem. Ducatur ex C Diameter CF. Erit angulus ACF Rectus (§. 80.); ergo illius men-
 sura est Quadrans (§. 22.) id est, dimidius arcus CEDF. Est vero anguli FCB (qui una
 cum ACD constituit angulum Rectum ACF) mensura dimidius arcus DF; ergo residui an-
 guli ACD mensura est dimidius arcus CED. Q. E. D. Eodem modo demonstratur, anguli
 BCD mensuram esse dimidium arcum DFGC.
- 92** *Coroll.* 1. ACD est æqualis angulo CGD in Segmento altero, cum etiam hujus mensura, sit dimidius arcus CED.
 Item angulus BCD = CED, cum utriusque mensura sit dimidius arcus DFGC (§. 88, 89.)
- 93** *Coroll.* 2. Anguli in eodem Segmento existentes duo similes, nempe BCD + CGD, vel CED + ACD; item an-
 guli, duo simul in Segmentis alternis, nempe CED + CGR, vel BCD + ACD æquantur duobus Re-
 ctis; quia insistant toti peripheriæ, adeoque mensurantur a Semiperipheria, sive a duobus Rectis.
- 94** *Coroll.* 3. Si sint duæ Tangentes AC & AD ex eodem extra circulum puncto A ductæ, erit anguli ACD æque ac
 anguli ADC mensura dimidius arcus CED (§. 91.), proinde angulus ACD = ADC (§. 21.) conse-
 quenter & Tangentes, AC, AD æquales sunt (§. 60), neque adeo plures, quam duæ, ex eodem extra
 circulum dato puncto Tangentes duci possunt.

TAB. IV. Geom. De Figurarum Regularium Proprietatibus & Descriptione.

- 95 *Definitio 1.* *Angulus ad centrum* in Polygonis dicitur angulus (ACB), duobus cruribus (CA, CB) ex centro ad unum Figuræ latus ductis, comprehensus.
- 96 *Definitio 2.* *Angulus Figura*, vel *Angulus Polygoni* dicitur Angulus (ABD) duobus Figuræ, seu Polygoni ipsius lateribus (AB, BD) comprehensus.
- 97 *Definitio 3.* *Denominator Polygoni*, seu *Figura* dicitur numerus, qui exprimit, quot angulos vel latera habeat Figura. Sic Denominator Pentagoni est 5, quia Pentagonum habet 5 angulos, 5 latera.
- 98 **THEOREMA** *Polygonum quodvis Regulare in tot Triangula æquicrura & inter se æqualia solvi potest, quot habet latera; si ex ejus centro C ad singula illius latera (AB, BD, DE &c.) agantur rectæ (CA, CB, CD &c.).*

Dem. Circumscribatur Polygono circulus (§. 85). Primum quidem, quod $\triangle\triangle$ fiant totidem, quot sunt latera dati Polygoni, per se patet; patet item, $\triangle\triangle$ hæc fore Isoscelia, cum crura singula CA, CB &c. sint radii ejusdem circuli circumscripti (§. 12.): & quia præter duo crura in singulis $\triangle\triangle$ æqualia, etiam bases AB, BD &c. (utpote latera Figuræ Regularis) æquales sunt (§. 50), $\triangle\triangle$ hæc inter se omnimode æqualia erunt (§. 57.). *Q. E. D.*

99 *Coroll. 1.* *Angulus ad centrum* Polygoni habetur, si 360 gr. dividis per Denominatorem dati Polygoni. Cum enim ex. gr. in Hexagono, 6 anguli ad centrum, inter se æquales, mensurentur a 4 Rectis, seu 360. gr. (§. 24. 25.), stabit hæc proportio: 6: 360 = 1: x, eritque $x = 360:6$, tanquam Denominator dati Hexagoni. Est adeo ACB, angulus ad centrum Hexagoni = 60 gr.

100 *Coroll. 2.* *Angulus Figura ABD* habetur, si angulus C ad centrum subtrahatur a 180 gr. Nam $n \times \frac{1}{2}m = 120 - C$ (§. 66, 68.); Sed $m = 6$ (§. 98.); Ergo etiam $n \times \frac{1}{2}m = ABD = 180 - C$. Sic ip Hexagono angulus ABD = 180 - 60 = 120. gr.

101 *Schol.* *Hinc pendet constructio Tabula, qua cuiusvis Polygoni angulum ad centrum, & Figura exhibet:*

Nomina Polygonorum.	Ang. Centr.	Ang. Figuræ.	Nomina Polygonorum.	Ang. Centr.	Ang. Figuræ.
Trigonum, Triangulum æquil.	120	60	Obtusangulum, Obtusangulum,	45	135
Tetragonum, Quadratum,	90	90	Euneangulum, Nonangulum.	40	140
Pentagonum, Quinquangulum.	72	108	Decagonum, Decangulum.	36	144
Hexagonum, Sexangulum.	60	120	Hendecagonum, Undecangulum.	32	147
Heptagonum, Septangulum.	51. 36	128. 34	Dodecagonum, Dodecangulum.	30	150

102 **PROBLEMA I.** *Super data recta AB, Polygonum quodvis describere, ex. gr. Pentagonum.*

I. *Resolutio.* Ad A & B ope Transportatorii fac *dimidium angulum Figuræ*, hic 54 gr. Ex puncto C ubi crura AC & BC se interfecant, duc cœcum circumulum radio AC vel BC. Iat s AB in peripheriam adhuc quater translatus dabit Pentagonum. Nam quia $m \times \frac{1}{2}n = 54 \times 54 = 108$ gr., erit angulus C, 72 graduum (§. 68.), consequenter angulus centralis Pentagoni, a latere sive chorda AB subtensus. Si igitur hoc latus in peripheriam toties quoties transferatur, semper subtendet arcum, seu angulum 72. gr. Ergo. *Q. E. D. & F.*

II. *Ref.* Ad A & B, ope Transportatorii fac totum angulum Figuræ DAB, in nostro casu, 108 graduum (§. 101. Fac AD = AB. Tum sub radiis AD & BD fac continuas intersectiones, ex A & D versus F; ex D & F versus E, & complebitur datum Pentagonum. Prodiunt enim mera $\triangle\triangle$ æqualia BAD, ADE, DFE &c.

III. **PROBLEMA II.** *Polygonum quodvis construere, vel, circulo inscribere.*

I. *Ref.* Duc circumulum, cujus radius vel datur, vel assumitur. Ad ejus centrum, ope Transportatorii, fac angulum centrahalem petiti ex. gr. Pentagoni, 72 graduum, quem proinde ducta chorda AB, & toties quoties in peripheriam translata, subtendet.

II. *Ref.* Divide datum, vel assumptum circumulum in tot partes æquales, quot sunt petiti Polygoni latera & divisionis puncta lineis c. nnecte.

III. *Ref.* Hexagonum inscribes circulo, radio AC tæxies in peripheriam translato. Cum enim Hexagoni angulus centralis C sit 60 gr. (§. 99), anguli vero CBA & CAB ad basim æquales (§. 63.) adeoque quivis 60 gr. (§. 68.), sequitur $\triangle ACB$ esse æquilaterum (§. 60.), proinde latus Hexagoni AB = AC radio. Trigonum inscribes, si omittis intermediis D, F, B, Hexagoni puncta AE, EG, & GA jungas: Dodecagonum, si singulos Hexagoni arcus EE, FG &c. bisecces in H, I &c. Quadratum inscribes ope duarum Diameterum EB & LI sibi perpendiculariter insistentium: Octogonum vero biseccis Quadrati arcubus BAL, LDE &c.

Schol. Hac III. Ref. Geometria est, præcedentes §§. 102, 103, solum Mechanica. Pentagoni descriptiones tradunt Elem. Euclid. IV. 10 ad 15; Figuræ vero 7, 9, 11 &c. laterum describe juxta §§. 102, 103.

IV. **PROBLEMA III.** *Circumscribere Polygonum circulo.*

Ref. Produca radios CA & CB. Duc Tangentem GH, lateri inscripto AB parallelam. Tum GH in ductum cœcum circumulum HGI transiet.

TAB. V. Geom. De Similitudine Figurarum, earumque in lineis Ratione.

107 *Definitio.* Similia sunt, quorum partes eodem modo determinatae sunt.

108 *Coroll.* Cum ergo Figurae determinentur per angulos & latera, Figurae similes erunt illae, quae habent angulos mutuo aequales & latera homologa proportionalia, seu in eadem mutuo Ratione.

109 **THEOREMA I.** $\triangle\triangle (ABC \& abc)$ sibi mutuo aequiangula habent proportionalia latera *F. 35.*
homologa, seu aequalibus angulis opposita; adeoque similia sunt.

Dem. Inscribebatur $\triangle$ utrumque circulo (§.86); Radii vero tam DE, quam de concipiantur divisi in 10000000 partium. Jam quia angulus $C = c$, & $A = a$ (ex hypoth.), arcus AB tot continebit gradus, quot arcus ab ; & BC tot, quot bc (§.18, 20, 21.), adeoque etiam chordae cognomines pari gaudebunt numero partium sui radii, id est, ex 10000000 partium sui radii DE, tot habebit chorda AB, quot habet chorda ab ex 10000000 partium sui radii de . Idem est de BC & bc . Ergo $AB : ab = BC : bc$; item $ab = AC : ac$ & c. *Q. E. D.*

110 *Coroll.* Hinc omnes Circuli, omnes Figurae Regulares homogeneae (ut Pentagona Pentagonis) & irregulares quaecunque, (modo mutuo aequiangulae) similes sunt, habentque Diametros suas, Radios, Arcus homologos, Chordasque & Latera homologa; Altitudinum denique perpendiculara tum inter se, tum Peripheriis, aut Perimetris suis proportionalia. Haec enim omnia in $\triangle\triangle$ mutuo aequiangula resolvuntur. Sic (Fig. 3.) periphæria circuli majoris est ad periphæriam minoris ut AE ad ae , ut AC ad ac , ut AB ad ab & c. Si itaque vis perimetrum dati duplam, triplam & c. accipe radium vel latus duplum, triplum & c.

111 **THEOREMA II.** Si in $\triangle (ABC)$ ducatur (DE) alicui lateri (AC) Parallela, latera *F. 36.*
segmentis & segmenta mutuo sunt proportionalia.

Dem. In $\triangle\triangle ABC$ & DBE angulus $D = A$, & $E = C$ §.29., angulus B communis; ergo haec sunt $\triangle\triangle$ mutuo aequiangula; unde (§.109.) $AB : DB = BC : BE$; proinde (§.87. *C. Arith.*) $AB - DB : DB = BC - BE : BE$, hoc est $AD : DB = EC : BE$; & hinc $AB : BC = AD : EC$ (§.90. *Ar.*) & c. *juxta* §.87. *Ar.* *Q. E. D.* Idem est de $\triangle\triangle AGB$ & DFB & c.

112 **THEOREMA III.** Linea (AB) bisecans angulum (A), secat basim proportionaliter ad latera. *F. 37.*

Dem. Fiat $AC = AD$, & ducatur CD; erit $\triangle DAC$ isoscele; hinc $n = o$ (§.63.), & $n + o = r + t$ (§.65.); sed $r = t$ (per hypoth.); ergo $r = o$ suo alterno; ergo AB est parallela ipsi CD (§.29.); hinc (§.111.) CA , seu $DA : AE = DB : BE$.

113 *Coroll.* 1. Hinc ad datas duas lineas AB & AD invenies tertiam proportionalem, si facto angulo A arbitrario sub *F. 38.*
datis lineis, lineam AB produxeris versus C, donec fiat $AC = AD$. Duc BD, & huc parallelam CE, erit AE tertia proportionalis, nempe $AB : AD = AC : AE$. Eodem modo ad datas tres AB, AD & AC invenies quartam proportionalem AE.

114 *Coroll.* 2. Invenies ad datas duas lineas AB & BC, mediam proportionalem, si ambas datas in directum jungas, & ex *F. 39.*
composita hujus lineae AC medio D describas semicirculum. Erecta ex connexionis puncto B perpendicularis erit media Proportionalis quaesita. Nam $\triangle AEC$ est aequiangulum triangulis F & G, quia (§.90.) rectus $AEC = r$; anguli vero m & n sunt tum minoribus duobus triangulis, tum maximo AEC communes; tertius autem quisque aequalis tertio; ergo haec duo $\triangle\triangle$ sunt $\triangle AEC$, & sibi mutuo aequiangula: unde $AB : BE = BC : BE$, seu latus AB, minimum in F, est ad latus suum mediocre BE; sicut latus minimum BE in G est ad suum latus mediocre BC.

115 *Coroll.* 3. Et hinc AE erit media proportionalis inter AB & AC, si comparetur $\triangle AEC$ cum $\triangle F$; si vero $\triangle AEC$ comparetur cum $\triangle G$, erit BC media proportionalis inter BC & AC; seu erit $AB : AE = AC : BC$; & c.

116 *Coroll.* 4. Ex his planissima deducitur Demonstratio Prop. 47. L. 1. Euclidis, per omnem Methesum utilissima, *F. 40.*
quae sic habet: In $\triangle$ Rectangulo Quadratum hypotenuse (FH) est aequale Quadratis cathetorum (FG & GH) simul sumptis. Sit enim $FI = a$, $IH = b$, erit $FH = a + b$; sit $FG = c$, $GH = d$. Ostenditur: quod quadratum de $a + b$, seu $a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + d^2$. Nam (§.115.) $a : c = a + b : d$; item $b : d = a + b : c$. Unde (§.80. *Ar.*) $aa + ab = cc$, & $ab + bb = dd$; $aa + 2ab + bb = cc + dd$. *Q. E. D.* Conf. §.56. *Ar.*

117 *Coroll.* 5. Datis in $\triangle$ Rectangulo 2 lateribus invenitur tertium. Sit tota hypotenusa $FH = e$, $FG = c$, $GH = d$. Quia $cc = cc + dd$, erit imo $\sqrt{cc} = \sqrt{(cc + dd)} = e$. 2do. $\sqrt{cc} = \sqrt{cc + dd} = e$. 3tio. $\sqrt{cc} = e$.

118 *Coroll.* 6. Sit $\square$ latus $LE = LB = 1$, erit Diagonalis $BE = \sqrt{(1+1)}$ aequalis $\sqrt{2}$ (§.116.), adeoque erit $BE : LE = \sqrt{2} : 1$; Sed $\sqrt{2}$ est numerus irrationalis, adeoque unitati incommensurabilis (§.53. *Ar.*); ergo Diagonalis est latet $\square$ incommensurabilis, & quaecunque hypotenusa catheto.

119 **THEOREMA IV.** Si ex puncto (A) extra circulum dato; ducatur Tangens (AB), & necum *F. 41.*
que Secans (AC); erit Tangens AB media proportionalis inter totam Secantem AC, & ejus partem AD extra circulum.

Dem. Ducantur BC & BD. In $\triangle\triangle ABD$ & ABC angulus $ABD = ACB$ (§.91.); A est communis utrique; tertius vero aequalis tertio (§.67.); ergo $AD : AB = AC$ (§.109.). *Q. E. D.*

119 a *Coroll.* Quia $AD : AB = AC$, itemque $AE : AB = AF$, erit etiam $AD : AE = AF : AC$ (§.94. *Ar.*)

119 b **THEOR. V.** Duarum chordarum (AB & CD) in circulo se secantes, habent segmenta reciproce proportionalia. *F. 42.*

Dem. $e = x$ (§.98.), $n = m$ (§.26.), $i = j$ (§.67.); ergo $\triangle AED \triangle BEC$; unde $AE : ED = BE : EC$

TAB. VI. Geom. De Angulorum & Laterum Dimensione

120 *Definitio* 1. **TRIGONOMETRIA PLANA** est pars Euthymetria, docens ex tribus Trianguli Rectilinei partibus datis invenire reliquas.

121 *Definitio* 2. Ducatur circulus AEBG, ejusque Diameter AB, & ad hanc perpendicularis radius EC. AD centrum fiat sub radiis CF & CB angulus acutus BCF. Linea TB, ad unum illius crurum perpendicularis, dicitur *Tangens* anguli BCF, vel arcus BF; CT Tangenti occurrens, est *Secans*. Dimidia chorda FL, id est, linea FL ab extremitate unius cruris CF ad crurum alterum CB perpendicularis, dicitur anguli BCF vel arcus BF *Sinus rectus*, vel *Sinus simpliciter*; IB vero *Sinus Versus*, vel *Sagitta*: AF ex eodem puncto F ad radium EC perpendicularis *Sinus Complementi* dicitur, quia angulus ECF est anguli BCF complementum ad unum rectum. Ob eandem rationem Et est *Tangens* & *Cotangens Complementi*. Dicitur etiam: *Cosinus*, *Cotangens*, *Cossecans*. Denique radius BC vel EC est *Sinus Totus*, Tanquam sinus anguli recti.

122 *Coroll.* Igitur *Sinus anguli acuti* cadit intra duo crura anguli. *Sinus anguli recti* coincidit cum alterutro crure CB, vel CE, quia ob CB, & CE mutuo normales, nullus alius Sinus, seu nulla alia perpendicularis ex puncto C ad lineam CB duci potest, nisi ipsam crurum EC. Demum *Sinus DP anguli obtusi DCB*, necessario cadit in adversam Diametri partem AC, cum qua unum anguli obtusi latus DC facit angulum acutum DCA, qui est complementum anguli DCB ad duos rectos. Ex quo sequitur, eundem Sinum (DP), esse sinum anguli obtusi DCB & sui Diametri seu anguli acuti DCP, tanquam complementi anguli obtusi ad duos Rectos. Idem intellige de Tangente AQ & Secante CQ.

123 *Scholion.* Ob amplissimum Trigonometria in Mathesi usum condita sunt a Regiomontano, Copernico, Pitisco, Clavio &c. Tabulae Sinuum, Tangentium & Secantium (quamquam Secantibus jam carere possimus) ab 1 ad 90 gradus. Assumitur inordinariis Tabulis Sinus totus, sive Radius in 1000000 partium divisus, erantque est ope calculi, quot tales Radii partes contineat quilibet Sinus, cujusque gradus & minuti. Erui autem hoc potuit ex principiis Geometricis. Ex. gr. Constat ex §. 104, latus Hexagoni, seu chordam 60 graduum FL, aequalem esse Radio CB vel EC. Si itaque radii, seu Sinus Totus (1000000) accipiantur pars dimidia (1000000 : 2) habebitur Sinus IF, arcus dimidii, seu sinus 30 graduum. Et quia FI = nC, & nF = CI (121, 43.) erit uFq = CFq - uCq; proinde uF = √(CFq - uCq) (§. 117), atque Cosinus 60 graduum uF = 8660254. Habetur Sinus IF & Cosinus uF sive CI, ob ΔCIF & CBT similia, erit CI: IF = CB: BT (§. 111); habebitur itaque Tangens 30 graduum BT = 5773503. Hac pro idea constructionis Tabularum Sinuum & Tangentium.

Enimvero, cum Trigonometria per Regulam Trium omnia peragat, ut molesta multiplicationes & divisiones vitentur, Neperus, ejusque ductu Briggsius atque Ulaccus Logarithmos his Tabulis applicuerunt.

124 *Definitio* 3. **Logarithmi** dicuntur numeri æquidifferentes, qui a Zero incipientes serie naturali progrediuntur, habentque respondentes sibi numeros proportionem Geometricam ab unitate progredientes.

Logarithmi. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. *Vel:* 0, 1, 2, 3, 4, &c.

Progr. Geom. 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, &c. 1, 10, 100, 1000, 10000, &c.

Item. Log. 0, 0000000, 1, 0000000, 2, 0000000, 3, 0000000, 4, 0000000, &c.

Geom. I. 1, 10, 100, 1000, 10000, &c.

125 *Coroll.* Characteristica itaque Logarithmorum pro numeris ab 1 ad 10 est 0, pro numeris a 10 ad 100 est 1. &c.

126 **THEOREMA I.** Logarithmi duorum Efficientium (Multiplicatoris & Multiplicandi) additi dant Logarithmum Facti.

Dem. Cum cuivis numero cujusvisque Geometricæ ab 1 incipientis respondeat suus Logarithmus, seu numerus Arithmetice proportionalis; sitque in omni Multiplicatione Unitas ad Multiplicatorem, sicut Multiplicandus ad Factum (§. 84. Ar.), Logarithmus Facti erit ad Logarithmos Unitatis, Multiplicatoris, & Multiplicandi quartus terminus Arithmetice proportionalis, habebiturque, si a Summa Logarithmorum duorum mediorum subtrahatur primus, seu Logarithmus Unitatis (§. 80, 85. Ar.): Sed Logarithmus primi termini, sive 1, est 0, ergo Logarithmus Facti æquatur Summæ ex Logarithmis duorum Efficientium, cui in Tabulis a latere respondebit Factum. Q. E. D. *Vide I. inter Paradigm. Logarithm.*

127 *Coroll.* 1. Vicissim Logarithmus Divisoris subtractus a Logarithmo Dividendi dat Logarithmum Quoti. (*Vid. II.*)

128 *Coroll.* 2. Et quia Factores Quadrati sunt æquales (§. 52. Ar.), habebitur Logarithmus Quadrati, si Log. Radicis bis accipiat, seu per 2 multiplicetur: & e converso Logarithmus Radicis habebitur, si Logarithmus Quadrati per 2 dividatur. (*Vid. III.*)

129 *Coroll.* 3. Ob eandem rationem Logarithmus Cubi invenitur, si Logarithmus Radicis multiplicetur per 3: & universim potentia cujusvisque, si Logarithmus Radicis data multiplicetur per Exponentem datæ Potentiz. Dato vero Cubo, vel quavis Potentia reperietur Logarithmus Radicis, si Logarithmus Cubi

in Triangulis, sive TRIGONOMETRIA PLANA.

- 130 *Coroll. 4.* Logarithmus quavis termini proportionalis habetur, si addantur Logarithmi duorum mediorum terminorum, & ab horum Summa subtrahatur Logarithmus termini primi. Idem facile applicabis proportioni Continuum pro inveniundo tertio, vel etiam medio.
- 131 *Coroll. 5.* Fractiones puræ & solæ operationem raro ingrediuntur. In impropriis (§. 27. Ar.) vel mixtis (integro prius ad fractionem reducto) subtrahatur Logarithmus Denominatoris a Log. Numeratoris, Decimales alioqui tractantur ut integri.
- 132 *Schol. Canon Logarithmicus alius est Numerorum Naturalium; alius Sinuum, & Tangentium. Datur etiam Canon Sinuum & Tangentium non Logarithmicus, in cuius proinde usu multiplicatio, & divisio adhibenda est. Canonum singulorum usus ostenus explanabitur.*

ANALYSIS TRIANGULORUM.

- 133 **THEOREMA I.** *Tangens 45. graduum (AR) æquatur Radio, seu Sinui Tori (AC).* F. 42.
Dem. RAC est Rectus (§. 80.); ACR est 45. graduum (ex hyp.); ergo etiam ARC est 45 graduum (§. 66.); ergo AR = AC Radio (§. 60.) Q. E. D.
- 134 **THEOREMA II.** *In quovis $\triangle$ (ABC) Latera sunt inter se, ut Sinus oppositorum angulorum.* F. 43.
Dem. Inscribatur $\triangle$ circulo. Erit latus ex. gr. BC chorda; $\frac{1}{2}$ BC vero, seu Bo erit Sinus arcus BC dimidii, seu BD, ac proinde etiam anguli oppositi A (§. 121, 88). Ob eandem rationem $\frac{1}{2}$ AB erit Sinus anguli oppositi C. Jam vero BC: $\frac{1}{2}$ BC = AB: $\frac{1}{2}$ AB (§. 8. Ar.) Ergo. Q. E. D.
- 135 *Coroll.* Hinc eruitur Regula Sinuum, seu Oppositiois, quæ in Triangulorum resolutione adhibetur, quando ex tribus terminis datis opponuntur duo inter se, & tertius quarto inveniundo. Est autem (Fig. 44) hæc: ut Sinus anguli (B) est ad latus sibi oppositum (AC); ita Sinus anguli (C) est ad latus sibi oppositum. (AB). Si pro quarto termino queritur angulus, Proportio invertitur.
- 136 *Schol. 1.* Si datorum angulorum unus est obtusus, pro ejusdem Sinus ex Tabulis accipitur Sinus anguli acuti illius, qui est dati obtusi complementum ad duos rectos (§. 122). Atque hinc etiam dum angulus, qui queritur, est obtusus (quod constare debet), tunc loco anguli (qui Tabulari Sinui respondet) acuti sumi debet obtusus, qui est acuti illius complementum ad duos rectos.
- 137 *Schol. 2.* Ad rectilineæ solutionem debent dari tria, nempe: vel duo anguli cum uno latere: vel duo latera cum uno angulo: vel omnia tria latera. Tres anguli dati soli nil determinant.
- 138 *Schol. 3.* Cum in $\triangle$ notis duobus angulis sciatur prius (§. 68.), dato (præter duo latera) etiam unico angulo reperies tertium, si prius per regulam Sinuum (§. 135.) quasieris secundum: ut adeo casus Trigonometrici omnes per dictam regulam (licet quandoque bis adhibendam) solvi possint, exceptis duobus sequentium Problematum:

139 **PROBLEMA I.** *Datis duobus lateribus (AB, BC) cum angulo intercepto (B) invenire reliqua.*

In $\triangle$ Rectang. Fig. 45. { *Ref. I.* Inveniatur hypothenusa AC (§. 117.) tum dabitur Oppositio (§. 135.)
Ref. II. Radio BC duc arcum BD; erit AB tangens anguli C. Jam dic: CB est ad BA; sicut Radius (seu Sinus totus) est ad tangentem anguli C, qui adeo ex Canone constabit. Hæc dicitur Regula Tangentium.

140 In $\triangle$ Obliqu. Fig. 46. { *Ref.* Demitte ab angulo aliquo ignoto B, perpendicularum BD. Jam 1) ex latere BC, angulo D recto, & C (adeoque etiam DBC) datis invenies DB, & DC per §. 135. 2) cum cognito DC sciatur AD (= AC — vel + DC) invenies in $\triangle$ ADB, ex AD, BD & angulo recto notis, angulum A per §. 139. & inde angulum B (§. 68.) latusque AB (§. 135).

141 **PROBLEMA II.** *Datis dumtaxat tribus lateribus invenire angulos. Fig. 47.*

Ref. Ex vertice anguli C, qui opponitur lateri maximo (quod Basim dicemus) describe circulum latere minimo CA. Ob AC = CG = CE, erit BG summa crurum AC + BC; BE vero eorundem Differentia. Demitte ex C perpendicularum CD; fiet AD = DF (§. 85.) Fac jam 1mo. Summam & Differentiam crurum. 2do. Infer: ut Basis (AB) est ad summam crurum (AC + BC = BG); ita differentia crurum (CB — AC = BE) est ad Basios Segmentum (BF) extra circulum. 3rio. Subtrahæ FB ab AB, habebis AF, & inde AD = $\frac{1}{2}$ AF. 4to. His habitis solvi possunt duo $\triangle$ Rectangula ADC & BDC, angulique inveniri per §. 135. Quod vero sit AB: BG = BE: BF, patet ex §. 119. a.

- 142 PRAXIS EUTHYMETRICA objectorum quorumvis five accessibilium, five non accessibilium distantias, situmque horizontalem, vel verticalem ex principiis Geometricis determinat. Dicitur etiam LONGIMETRIA, & in specie, prior quidem ICHNOGRAPHIA (Grundriß); posterior ALTIMETRIA. Huc refertur LIBELLATIO, item ORTHOGRAPHIA. (Profil).
- 143 LINEAM RECTAM longiorem in campo ducimus ratio visuali, idque vel ope alicujus instrumenti, vel ope perticarum, seu longiorum baculorum, qui altero sui extremo ferrea cuspidē armati, humi directā serie, & perpendiculariter designantur. Metimur vero lineam Rectam, itemque curvam (antea in plures rectas (Fig. 50.) resolutam) ope Decempedæ, Funis, vel Catena Mensuræ in pedes divisæ. Funis non est adhibendus, nisi filis adversum contortis factus sit, & in oleo coctus, ceteraque dein perlitus; & tum quoque pro diversa trahentium vi inæqualiter tenditur. Catena tribus decempedis longior, gravis evadit, ut dein difficulter horizontaliter tendi possit. Exactissimam mensuram dant Decempedæ dux (V. infra 6. 175.) alternatim in lineam rectam commissæ.
- 144 Scholion 1. Habet Pertica (Ruthe) 12 pedes, Decempeda 10; Orgyia sive Hexapeda (Gallis Toise) pedes 6; Pes 12 (Geometris 10) digitos; Digitus 12 (Geometris 10) particulas &c. Index seu Exponens Pertica, Decempeda, itemque Orgyia est 0, Pedis 1, Digiti 11, Linea 111, &c.
- 145 Scholion 2. Si Pes Viennensis concipiatur divisus in partes aequales 1401, continebit ejusmodi partes Pes Romanus, item Saxonicus, & Smeeticus 1320. Norimbergensis 1347. Londinensis 1352. Rhenanus 1391, 3. Parisinus 1440. Bononiensis 1685, 1. Si itaque nosse cupias, quos pedibus Viennensibus æquivalent ex. gr. 3100 pedes Parisini? dic inverse: $1401 : 1440 = 1300 ; x$ seu 3186, 3. fere.
- 146 Lineam rectam ex charta in campum, & vicissim in campo mensuratam ad chartam transferimus ope SCALÆ GEOMETRICÆ (Verjingten Maasstab) vel simplicioris (Fig. 48.) vel perfectioris (Fig. 49). Utriusque constructio & usus dabitur oretenus.
- 147 Linea recta in campo in partes quascunque optime dividitur per Arithmeticam, & Decempedam. Sit enim linea ex. gr. 2648. pedum, dividenda in partes æquales 4; erit pars una $= 2648 : 4 = 662$ ped., quos Decempeda, vel Catena in campo determinare licet.
- 148 Instrumenta Geometris usitatiora sunt. I. MENSULA, PRÆTORIANA dicta, cum Regula AB, duos minimum pedes longa, & Dioptris instructa (Fig. 51.) II. GONIOMETRICUM, Circulus, Semicirculus, vel Quadrans, cujus radius minimum 6 digitorum, & divisio graduum exacta, cum Regula Dioptrica circa centrum mobili (Fig. 52): passim Astrolabum vocant. III. PYXIS MAGNETICA, (Gallis Boussole) Regula Dioptrica affixa (Fig. 53.) IV. Demum in horum omnium defectu peritæ, seu longi baculi, de quibus supra 6. 143. Horum instrumentorum adminiculo ANGULOS in campo mensuramus, aut ex charta in eum transferimus; ex campo vero in chartam transfertur angulus ope Transporatorii. (6. 31. 32.)
- 149 Scholion. Cautela Praxeos: I. Instrumenta sint juxta magnitudinis. Unde Pyxis Magnetica vix adhibenda, nisi ad determinandam mundi plagam (Orientem) ducendasque in sitis lineas. II. Dioptra lateri Regula sint exacte parallela, quod constabit, si (Fig. 51 &c.) Regula ad ductam in Mensula lineam (vel Geometrici gradum) applicata, collimando in punctum quoddam fixum, sat distans, Dioptra id semper secet, sive pinulam A, sive B oculo applices. III. Instrumentum in horizontali (in Altimetria in verticali) situ collocandum. Obstruatur id ope Perpendiculari (Fig. 54.) vel ope Libellæ (Wasser-Waag), qua constat canali viscosi spiritui vini repleto, & relicta acenis bullula, utrinque hermetice clauso, ac basi orichalcina ejusdem axi parallela immixta (Fig. 55). IV. Punctum stationis (Stand-Punct) tum prima: tum subsequentiū exacte humi notandum; quod in usu Mensula optime fit ope Perpendiculari (Fig. 56). V. Catena mensuræ longitudo quandoque examinanda est; parata ad id Decempeda in pedes divisæ. In linearum dimensione catena semper horizontaliter, & recta versus scopum directione tendatur, præcipue in dimensione Bæleos (Stand-Linie), cujus minus exacta determinatio errorem per reliquas operationes omnes propagaret. VI. Angeli non accipiantur nimis acuti, & terminentur ad objecta bene distinguibilia, ut sunt Turres Urbium, camini &c. Prodest idem punctum per plures ex diversis stationibus factas intersectiones determinare, & examinare Δ i angulos, an tres simul faciant 180 gr. Ceterum aberrationum, qua in Praxi Geometrica contingere solent, Theoriam, uti cetera huc spectantia, unus omnium exactissime persequitur Doctissimus Vir Marinonius, de re Ichnographica cap. V. toto.

METRICA in dimetiendis distantis horizontalibus.

- 150 Denique totius Praxeos Geometricæ Archæus est Triangulum, & in id unice intendendum, ut in charta acquiras $\triangle$ simile illi, quod est in campo: id quod tribus $\triangle$ li partibus cognitis semper obtin bis per dicta de *Æqualitate*, & *Similitudine* $\triangle\triangle$, eorumque *Analyfi Trigonometrica*. Memento itaque semper: *QUERENDA TRIA*. (§. 137.)
- 151 *PROBL. I. Metiri distantiam locorum A & B, ex quorum uno alter recta adiri nequit. Fig. 57.*
Ref. I. Constitue Mensulam in loco quodam tertio D. Ad infixam Mensulæ ex. gr. in d aciculam applica Regulam Dioptricam. Collima in A & B, ducque secundum regulæ latus indefinitas da & db. Ope catenæ mensura DA & DB, easque ex Scala Geometrica, mensura simili, in chartam ex d in a & b transfer. Distantia punctorum a & b per Scalam explorata dabit ipsum numerum ex. gr. pedum, lineæ seu distantia AB. Nam angulus d est communis utrique $\triangle$; latera vero da & db tot (proportionaliter minores) partes continent, quod continent dA, & dB; Ergo $\triangle adb \propto \triangle ADB$; hinc da : dA = ab : AB; sed da in numero partium = dA; ergo etiam ab in numero partium = AB. Q. E. F. & D.
- 152 *Scholion. Nota universim, Goniometrico & Pyxide Magnetica eodem modo dimensionem peragi, hac solum differentia, quod per Mensulam anguli immediate ope ductarum linearum obtineantur; his vero instrumentis solum obtineatur angulorum in graduum numero quantitas, in charta sub figura solum rursi interea designanda, ac domi demum ope Transportatorii exacte determinanda. Resolutio vero Trigonometrica per calculum eruit, quod queritur. Sic mensurasis in campo lineis DA, & DB, atque angulo d, invenitur latus AB per §. 140.*
- 153 *Ref. II. (Fig. 58.)* In defectu instrumentorum designatur pertica ex. gr. in C. Mensuretur CA & CB. Ex CA, iteinque ex CB accipiat $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$, nempe Ca, & Cb; erit etiam ab $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, vel $\frac{1}{4}$ de AB (§. 111.)
- 154 *PROBL. II. Metiri distantiam objectorum A & D, quorum unum accedi potest. Fig. 59.*
Ref. I. Colloca Mensulam in C, & collima versus A & D, ductis ea, & ed. Dehinc in C baculo transfer Mensulam in D, & mensura simul lineam CD, eamque ex Scala determina. Ex D collima in C, & rursus in A, ductaque linea de determinabitur $\triangle acd \propto \triangle ACD$ (§. 109.) & partes ad ex Scala desumptæ prodent numerum partium AD. NB. §. 152.
- 155 *Ref. II. (Fig. 60.)* Designatur baculus in loco aliquo C. Fiat CE = DC. Figatur item baculus in linea DA, ex. gr. in F, fiatque CG = FC. Retrocede in linea AC, donec H sit in linea recta cum G & E; erit EH = AD. Nam ob angulos verticales & latera (ex constr.) æqualia, $\triangle GCE = \triangle DCF$. (§. 57. Cas. 2) : unde etiam angulus E = D; adeoque $\triangle ECH = \triangle CDA$, & EH = AD. Constr. §. 104.
- 156 *PROBL. III. Metiri distantiam duorum objectorum inaccessibilium A & B. Fig. 61.*
Ref. I. Assumendæ sunt stationes duæ ex. gr. C, & D eo situ, eaque lineæ stationis longitudine, quæ angulos capiendos non reddat nimis acutos. Itaque ex C collima in A, B & D, & duc ca, cb, cd. Mensura, & ex Scala determina cd. Ex D collima in C, A & B; determinabuntur per intersectiones puncta a & b, earumque distantia ab in Scala explorata dabit distantiam AB. Erit enim abcd $\propto$ ABCD, ob angulos singulos mutuo (ex constr.) æquales (§. 110.) NB. §. 152.
- 157 *Scholion. Patet hoc modo haberi posse Ichmographiam totius cujuscumque aræ, Territorii &c. vel ex unica basi AB in directum sita (Fig. 62.); vel ex pluribus CD, DE, EF, FG, collimando in objecta circumposita : quo tamen secundo casu simul basium anguli D, E, F capi debent. (Fig. 63.)*
Ref. II. Per perticas, operationem §. 155. allatam bis facito, veluti mensuraturus distantias AD; & BE (Fig. 64). Fiet enim $\triangle LCH = \triangle ACB$, ob CH = CA, LC = CB (§. 155.) & C = C.
- 158 *PROBL. IV. Linea inaccessibili AB ducere parallelam ED. (Fig. 65.)*
Ref. Instrumento in C, dein in D collocato, ceterisque, ut §. 156. peractis acquies inter cetera angulum DAB; huic fac æqualem alternum ADE; erit DE petita parallela (§. 29.)
- 159 *PROBL. V. Ad lineam inaccessibilem AB erigere perpendicularem CF. (Fig. 66.)*
Ref. Duc prius ED parallelam ad AB per §. 158; tum juxta §. 34. erige perpendicularem FC in linea ED, carena, vel Decempeđa, circini loco, uno sui extremo fixa, altero in gyrum circumacta. Ceterum (Fig. 67.) si AB = 3, BC = 4, AC = 5, BC erit semper perpendicularis ad AB, ob $9 + 16 = 25$. (§. 116.)

160 PROBL. I. *Altitudinem accessibilem AB metiri.* Fig. 68.

Ref. I. Instrumentum in C verticaliter seu ad perpendicularum collocato cape angulum d . Mensura $AE = CB$, & ope scalæ in chartam transfer. AEd alioqui est angulus Rectus (§. 54.) Ex dato itaque latere dE , & duobus angulis adjacentibus, determinabitur $\triangle AEA$ (§. 59.) adeoque latus EA , cui si addas altitudinem instrumenti $EC = EB$, innotescet tota altitudo AB . NB. §. 152.

161 Ref. II. (Fig. 69.) Infige perpendiculariter peritcam in E, alteram in C, donec D, F, A sint in linea recta. Mensura distantiam baculorum $DG = CE$; itemque $GH = EB$: & infer: $DG : GF = DH : HA$ (§. 111.); adde $DC = HB$, scies AB . Si $DG = GF$, erit & $DH = HA$. Per peritcam umbram, aut objecti & speculo reflexi radium idem aliquatenus obtinere licet.

162 PROBL. II. *Altitudinem inaccessible AB metiri.* Fig. 70.

Ref. I. Assumptis duabus stationibus in linea recta BCD, cape angulos a & b , & mensura $CD = m$, & ope Scalæ transfer. Determinabitur vertex a , ex quo si demittas perpendicularem $ax \perp b$, prodet Scalæ altitudinem AB . (§. 59.) NB. §. 152.

163 Ref. II. Priore (quæ angulos plerumque dat nimium acutos) melior, & simul lineis inclinatis serviens. (Fig. 71.) Assume stationes, non ut ante, puncto B in directum sitas, sed potius utrinque ad latus recedentes C & D. In C cape angulos ACD , & BCD ; in D vero angulos ADC & BDC (quasi mensurando (per §. 154.) duas distantias AC & BC.) Hoc modo latera omnia & verticum A & B distantia determinabitur, ductaque AB dabit ex Scala longitudinem altitudinis, inclinatz AB; ducta vero ad BD perpendicularis ER, dabit altitudinem perpendicularem $EB = AG$. Utens Goniometrico capere simul debes angulum ADB vel ACB .

164 Ref. III. (Fig. 69.) Mensura prius distantiam BC, vel per §. 155, vel hoc modo: Per D & b collima versus B. Mensura altitudines a & b , ac distantiam d . Infer: $a : b = d \mp x : n$ (§. 111.); proinde $a - b : b = d \mp x - n : n$ (§. 87. C. Ar.); ergo $n = \frac{b}{a-b} = BE = HG$. Sic jam cognita distantia BC, invenietur BA, uti §. 161.

165 Scholion. Facile apparet, fossarum, vallium &c. profunditates iisdem his methodis, quibus altitudines, inveniri posse, Geometra in edito loco consistente. Illud occurrit monere: si in capiendis distantiiis locorum altiorum ex. gr. montium, turrium &c. instrumenti planum horizontale esse nequit (Fig. 72.) sed in parte Gaisolli debet; id ita constituendum esse, ut tamen latus illius AB maneat Horizonti CD parallelum, non vero uno sui extremo ad eum inclinetur (Fig. 73.)

166 Definitio 1. LINEA LIBELLÆ, Gallis *Ligne de Niveau*, (Fig. 74.) est linea curva (AB), cujus puncta omnia æqualiter distant a centro Telluris D; linea vero recta AC est Linea Libellæ, seu horizontalis *apparens*, non differens sensibiliter a curva AB, nisi 100 orgyis longior. V. Picard, *Traité du Nivellement* p. 7.

167 Definitio 2. ARS LIBELLANDI (*Nivellement*, Arabice *Wassagen*, *Wasser*, *Wässen*,) est ars investigandi, quanto plus unum superficiæ punctum B, quam alterum a a centro Telluris D distet. Puncta hæc *Termini Libellationis* dicuntur.

168 Coroll. Libellatione itaque Altitudinum differentia, montium, superficiæ aquarum fluentium, vel alio deducendarum declivitates determinantur.

169 Definitio 3. Instrumentum Libellationi aptum est quod lineam horizontalem FC, ad radium Telluris AD perpendicularem, definit. Communissimum est recurvus tubus vitreus AB (Fig. 75.) aqua colorata repletus, cujus summæ superficies a , b , semper ad libellam se componentes, dioptrarum locoerviunt, per quas linea horizontalis determinetur. Optimum ac simplicissimum Libellæ genus est, si Regula AB dioptris instructa, alteri CD ad angulum rectum committatur (Fig. 76.) perpendicularo ex C pendulo. Ceterum tam Regula Dioptrica, quam pes mensulæ Prætorianæ ita aptari potest, ut & huic instrumento, & Goniometrico, & Pyxidi Magnetice serviat.

170 Scholion I. Quo Regula AB & CD longiores fuerint, eo exactiorem reddent operationem. Tubulus opticus Regula AB substitutus, & filis perpendiculariter se intersectantibus instructus, terminis longius distantibus libellandis melius satisfacit. Vid. Bion. *Mathematische Beschreibung*.

in dimetiendis Altitudinibus, & Declivitatibus, & Telluris Figura.

171 Scholion 2. Pro Libellatione in promptu etiam esse debent duae vel tres perrica, in quibus pro libitu attolli, deprimi, & ope cochleae firmari possint tabula quadrata, nigro colore tinta, in medio tamen duabus albis lineis se decussantibus distincta, ad quarum intersectionis punctum collimatio accurata fieri possit. (Fig. 77.).

172 PROBLEMA III. Libellare amnem a termino A ad B. Fig. 78.

Ref. Libella in C constituta collima per ejus dioptras; & perricarum F & G perpendiculariter defixarum tabulas m & n a focio tamdiu attolli facito, donec m C n sint in linea recta. Mensura Aa + Am, altitudinem puncti hujus primi m supra aquae superficiem. Immo tabella n, Libella transferatur in D, & uti prius collima, donec Dp sint in linea recta, & mensura nn. Eadem fac in E, & mensura pq; itemque rb + rbb, nempe usque ad aquam in hoc altero Libellationis termino superficiem. Altitudines haec omnes no + pq + rb + rbb addantur, & subtrahatur Am, excessus puncti m supra datum primum Libellationis terminum; Residuum erit differentia altitudinis, seu declivitas inter puncta A & B (6. 28). Sit no = 8 ped., pq = 4, rb = 4, rbb = 2, Am = 5, erit Ax = 18 - 5 = 13.

173 Coroll. Quod si declivitates sint partim ascendentes, partim descendentes (ut in Fig. 79.), addantur omnes ascendentes (Aa + ac + cd + ef); addantur & descendentes inter se (de + fg + gh + hb); Summa minor a majore subtrahatur, Residuum ostendet differentiam altitudinis.

174 Schol. 1. Patet distantias quoque oo, cc, dd, &c. mensurandas esse, si prater differentiam altitudinis terminorum A & B, simul interjecti tractus Ichnographia petatur.

175 Schol. 2. Accurata quoque Libellatio peragi potest ope perrica quadrangularis, non flexilis AC, 10 vel 20 pedes longa, & aliarum duarum BD, & GH, in quibus illa pro libitu disponi, attolli, firmari possit (Fig. 80). Si enim perrica hac AC, ope perpendiculari P constitutatur semper horizontaliter (Fig. 81.), altitudines AC + CD + DE + EF - FB determinabunt differentiam altitudinis terminorum A & B.

176 PROBLEMA IV. Mensurare arcum Meridiani. Fig. 82.

Suppono 1.) ex Cosmologia notionem Meridiani, Zenith &c. 2.) ex Astronomia, respectu Stellarum fixarum insensibilem esse angulum Parallacticum BST, vel DST ad Stellam S, ex centro Telluris T, & superficiem puncto B vel D visam.

Ref. Deligantur duo loca, multis leucis distantia, sub eodem, ad minus quam proxime Meridiano ABCD sita, & ex quorum quovis Stella fixa S, loci Zenith vicinissima, videri possit. Tum Quadrante majore exactissimo, & Dioptra Telescopica instructo capiatur distantia stellae S a Zenith P, loci B, seu angulus verticalis PBS, unicus, si (Casus I.) stella S loco alteri A eff verticalis: vel ambo PBS + QDS, si (Casus II.) loca B & D sunt linea ST ad Stellam verticali utrinque sita, aut si (Casus III. Fig. 83.) ambo loca B & D sunt cis ST. Dico, angulum ad centrum T, a productis duorum locorum Perpendicularibus comprehensum, proinde arcum Telluris inter duo haec observationis loca interceptum (§. 20.) fore in Casu I. aequalem angulo Verticali PBS: in Udo. = Summa PBS + QDS: in Ultio. = Differentia PBS - QDS.

Dem. I. Cas. Angulus PBS = BTS + BST (§. 65.); Sed BST = 0, seu insensibilis (Supp. 2.) ergo PBS = BTS, cujus mensura est arcus BA. II. Cas. Eodem modo BTD = PBS + QDS = BD. III. Cas. BTS = PBS, & DTS = QDS; ergo BTS - DTS = PBS - QDS = BTD = BD.

Inventa arcus BD amplitudine, quae sit ex. gr. I. gradus, ejus quantitas in Decempedis, vel Hexapedis determinatur per Trigonometricam plurium $\Delta\Delta$ Resolutionem, facto initio ab anxie mensurata Basi ex. gr. AB, in planitie aequabili assumpta, & positorem circum montium &c. distantias per §. 154. determinando, usque ad alterum terminum D. (Fig. 84.) Tum post demissa Perpendicularia solvantur $\Delta\Delta$ Rectangula DGE, ENC &c. ut determinetur DG + Cm + mB = DB.

Coroll. Si itaque culvis gradui Meridiani aequale, seu totidem hexapedarum terrestre intervallum responderet, omnes hi gradus aequales, proinde Tetra ejusdem ubique convexitatis foret; aut reperere Astronomi Galli, gradum Polo viciniorem plures hexapedas comprehendere, adeoque majori Circuli arcum (§. 18.), proinde Terram ad Poles depressam esse (Fig. 84. a.) Vide R. P. Eratosthenes & J. Dial. de Fig. Telluris. Viennae 1743.

● **PLANUM, AREA, SUPERFICIES** generatur motu lineæ in lineam (§. 5.) Fig. 85. Si itaque AB (2 pedum) sic moveatur per BC (3 ped.), describet 6 quadratula (§. 64), seu 6 pedes quadratos. Hinc patet jam --- ●

177 **PROBLEMA I.** Invenire aream Rectanguli, aut cujusvis PARALLELOGRAMMI.

Ref. (Fig. 86.) Multiplicetur basis b per Latitudinem, seu altitudinem a , erit area $ABCD = ab$. In Quadrato vero (Fig. 87.), quia $AB = BC$, erit area $ABCD = aa$, nempe latus in seipsum ductum. Idem est de area Parallelogrammi cujusvis (§. 44 ad 49.), quia omne æquatur Rectangulo æqualis cum ipso basis & altitudinis (§. 75, 54).

178 **Scholion.** Nempe uti Planum, ita Mensura Plani duarum dimensionum est, & quidem Quadratica; unde dimensio Planorum eorum QUADRATURA appellatur. Hinc etiam Perica quadrata continet 144 pedes quadratos; Per quadratus 144 digitos quadr. &c. Et quia Geometra assumunt mensuras decimales (§. 45. Ar. 144.), Decempedes quadrata 100 pedes quadratos; Per quadratus 100 digitos quadr.; Digitus &c. complectetur (Fig. 88). Unde pro Multiplicatione decimalium in dimensionibus arearum hæc aserva. 1.) Reduc Factores ad datam speciem minimam adjecis ad dextram, quot opus fuerit, zeris. 2.) In Facto Exponentes additi ostendunt quidem, ubi incipiant integri (§. 47. 49. Ar.); attamen in Numeratorum distinctione a dextra sinistrorsum non unam, sed duas notas curvis speciei tribue, cum in Planorum mensura decimali species minor in proxime majorem non ante accrescat, quam Numerator 100 aquet. Sit (Fig. 86.) $AB = 9, 8$; $BC = 9, 79$. Loco 9, 8, fac 9, 80; erit factum, seu area $ABCD = 980. 979 = 959420$, seu 95, 94, 20, nempe 95 decempedes, 94 ped., 20 dig. quadr.

179 **Coroll. 1.** TRIANGULI area habetur, si basis multiplicetur per altitudinem, & Factum dividatur per 2. Quodvis enim $\triangle$ est dimidium Parallelogrammi, æqualem cum ipso basim & altitudinem habenti. Nempe (Fig. 86.) $\frac{ab}{2} = \frac{1}{2} a \cdot b = \frac{1}{2} ab = 2a \cdot \frac{1}{2} b = 2b \cdot \frac{1}{2} a$. Hinc rursus sequitur 1mo. Rectangulum sub $\triangle$ dati tota basi & dimidia altitudine, vel vice versa; vel sub dupla basi & quarta parte altitudinis, aut vice versa, constructum æquale fore $\triangle$ dato. 2do. Arcam $\triangle$ li, per dimidium basim divisam, dare altitudinem $\triangle$ li, & e converso; nam $a \cdot \frac{1}{2} b : \frac{1}{2} b = a$. Et vicissim $b : \frac{1}{2} a : \frac{1}{2} a = b$.

180 **Coroll. 2.** TRAPEZIUM, item Trapezoides, & POLYGONUM irregulare resolvantur prius in Triangula (Fig. 89. 90.) & singulorum $\triangle$ areæ per §. priorem quantantur, & summentur. Hinc rursus Triangulum cuiusvis figuræ æquale constructur, si summa basium illorum $\triangle$, in quæ resoluta fuit figura, assumatur pro basi construendi $\triangle$; area vero figuræ inventa per assumptam hanc basim, sed dimidiam dividatur; quotus enim erit altitudo construendi $\triangle$ (per §. 179, 2do.).

181 **Coroll. 3.** POLYGONI regularis area habetur, si summa laterum multiplicetur per dimidiam altitudinem catheti. Nam (Fig. 91.) tota area ex. gr. Hexagoni: constat areis 6 $\triangle$ æqualium (§. 98.); sed his 6 $\triangle$ $\triangle CAB$ sub altitudine eadem catheti CA, & omnium 6 basium summa; ergo area $\triangle CAB = a$ areæ Hexagoni dati; sed area $\triangle$ habetur &c. §. 179. Hinc rursus Polygonum cuiusvis etiam æquale Parallelogrammum, & vicissim, constitui potest (per §. 179, 1mo). Et cum circulus sit Polygonum infinitorum laterum ---

182 **Coroll. 4.** CIRCULI quoque area æqualis est areæ $\triangle$, cujus altitudo est radius AC, basis vero Peripheria (Fig. 92). Ob eandem rationem SECTOR circuli LBDCI = $\triangle$, cujus basis est arcus BD, altitudo radius. Haberetur itaque area, seu quadratura circuli per §. 179, si Peripheriæ æqualis linea recta haberetur, quam tamen hæcenus non nisi per approximationem obtinemus: pro quo sit ---

183 **PROBL. II.** Invenire rationem Diametri ad Peripheriam circuli. Fig. 93. Ref. Representet bd Polygoni 10800 laterum inscripti; nam circumscripti latus. Jam 360 gr. seu 21600 min. divisa per 10800 dabunt angulum ad centrum $bCd = 2$ min. (§. 99.); ergo $\frac{1}{2} bCd = cCd = 1$ min. Sinui 1 minuti do , æque ac Tangenti nA , Differentia insensibili, ex Tabulis respondent 2909 partes, quorum 1000000 habet radius (§. 123). Unde & arcus dA ab his interceptus = 2909; consequenter $2 dA$, seu arcus $dAb = 2909 \cdot 2 = 5818$ fere. Jam 5818 . 10800 dat Polygoni 10800 laterum perimetrum, ipsamque adeo circuli Peripheriam 62834400. Est vero Diameter 20000000 (§. 123.); ergo Diameter est ad Peripheriam ut = 20000000 : 62834400, vel (omissis 5 dextimis notis) ut 200 : 628, seu (dividendo per 2) ut 100 : 314 fere.

184 **Scholion.** Archimæda eff. fere 7 : 22; Meriana 113 : 355; Ceuleniana decurata 10000 : 31415. Ex quibus patet, Diametrum a Peripheria plus quam triplo superari.

de Arearum Dimensione, & Proportione.

185 *Coroll.* 1. Cum itaque omnes circulorum Peripherie sint ut earum Diametri (§. 116.) & vicissim, data Diametro ex. gr. 8 ped. Peripheria invenietur hac analogia: 100 : 314 = 8 : x , seu 25, 12. Et vicissim data Peripheria 25, 12, invenietur Diameter analogia inversa: 314 : 100 = 2512 : x , seu 8. Cognita sic Peripheria (tanquam basis $\triangle$ CAP, Fig. 92.) = 25, 12 multiplicetur per dimidium Radium CA (ceu altit. $\triangle$) = 2, prodibit *AREA CIRCULI* = 50, 24 digit. quadr.

186 *Coroll.* 2. Eadem ratione invenietur arcus BD (noti numeri graduum ex. gr. 80.) dati Sectoris BCD, si inventa prius circuli (cujus Diameter 8 ped.) Peripheria infutur: 360 : 80 = 2512 : x , seu 558. fere. Igitur *AREA SECTORIS* erit 558. 2 = 11, 16 fere (§. 182.)

187 *Coroll.* 3. *AREA SEGMENTI* $\triangle$ DLB habetur, si inventa prius area Sectoris BCDL, & area $\triangle$ li BCD, hæc ab area Sectoris subtrahatur: item *AREA ZONAE* ABCD subtrahatur ab area Circuli areis Segmentorum E & F (Fig. 94); denique *AREA ANNULI* ABCD (Fig. 95.) reperitur, si ab area circuli majoris ABCD, subtrahatur area minoris E.

188 **THEOREMA I.** *Parallelogramma, quæ habent areas æquales, reciprocant bases & altitudines; & vicissim, quæ eas reciprocant &c. Item $\triangle\triangle$ ob §. 72.*

Dem. (Fig. 96.) Sit $ab = cd$; erit $a : c = d : b$ (§. 66. Ar.): & vicissim, si $a : c = d : b$; erit $ab = cd$ (§. 80. Ar.) Et si $ab = ff$, erit $a : f : b$; & vicissim, si $a : f : b$, erit $ff = ab$. (ibid.)

189 *Coroll.* In Lineis Proportionalibus semper Rectangulum constructum ex 2 extremis = Rectangulo constructo ex 2 mediis, vel in Continuis Mediis Quadrato. Conf. TAB. V. Hinc cuivis Rectangulo (proinde cuivis Figure ob §. 180.) æquale Quadratum constructur super inventa Linea media proportionali inter dati Rectanguli latera a & b (§. 82, Ar. vel 114.).

190 **THEOREMA II.** *Parallelogramma sunt in Ratione composita basium, & altitudinum.*

Dem. X nihil est aliud, quam ab ; & Y est cd ; ergo X : Y = $ab : cd$, hoc est, in Ratione composita $a : c$ altitudinum, & $b : d$ basium (§. 97. Ar.). Idem est de $\triangle\triangle$.

191 *Coroll.* Si itaque bases sunt æquales, Parallelogramma erunt inter se, ut altitudines; si hæc sunt æquales, erunt ut bases; si utraque æquales, erunt & Parallelogramma æqualia (§. 75.)

192 **THEOREMA III.** *SIMILIMUM $\triangle\triangle$ area sunt inter se in Ratione Duplicata, seu ut Quadrata laterum homologorum, vel altitudinum.* Fig. 97.

Dem. $\triangle\triangle$ X & Y sunt in Ratione composita altitudinum ($a : c$) & basium ($b : d$). Sed in $\triangle\triangle$ similibus eadem est Ratio $a : c$, quæ est $b : d$ (§. 108.); Ergo $\triangle\triangle$ similia sunt in Ratione Composita e duabus Rationibus æqualibus, consequenter in Duplicata, seu ut Quadrata laterum homologorum. Nempe X : Y = $aa : cc = bb : dd$ &c. vel etiam si Exponens = n , ut $nn : 1$. (§. 98, 99. Ar.).

193 *Coroll.* 1. Hinc areæ quarumvis Figurarum similibus sunt inter se ut Quadrata laterum homologorum, Diametrorum, Radium &c. (§. 110). Unde si sub æquali altitudine, $\triangle$ li X basis sit 6, alterius Y 2 pedum, area $\triangle$ li X non tripla erit area Y, sed noncupla, nempe ut 36 : 4, seu ut Exponens 9 : 1.

194 *Coroll.* 2. Si itaque vis ex. gr. $\triangle$ li dati Y Simile, sed triplum Z, (Fig. 98.), quære inter dati $\triangle$ basim d ; & ejus triplam g , basim mediam proportionalem f (§. 82. Ar. vel 114.) & super hac $\triangle$ simile construe. Nam quia $d : f : g$, erit $d : g = dd : ff$ (§. 99. Ar.); sed etiam Y : Z = $dd : ff$ (§. 192.); ergo Y : Z = $d : g$ (§. 88. Ar.); sed $d : g = 1 : 3$ (ex constr.); ergo Y : Z = 1 ; 2. Sic figura quævis a forma majore ad minorem Similem, & vicissim reduci potest.

195 *Coroll.* 3. Figura constructa super hypotenusa = binis similibus cathetorum (Fig. 99.). Sic Semicirculi A, B, C sunt inter se ut $\square\square$ suarum Diametrorum; sed $\square$ de A = $\square\square$ Diametrorum de B, & C (§. 116.); ergo & A = B + C. NB. §. 194.

196 *Coroll.* 4. (Fig. 100.) Hinc quadrantur Lunula Hypocratis, constantes ex arcu Quadrantali, & Semicirculo super chorda Quadrantis, seu latere Quadrati descripto. Nempe A = $gldof$ = B + C. Deme tum Semicirculo $gldof$, tum Semicirculis B & C, segmenta $gldg$, & $fodf$; remanebunt Lunulæ B + C = $\triangle gdf$ (§. 114. Ar.). Et, si $\triangle gdf$ sit isoscele, erit Lunula B + C = $\triangle n$; C o vero = $\triangle n$.

TAB. X. Geom. De GÆODESIA.

197 GÆODESIA est Divisio Terræ, vel Plani in ratione data.

198 PROBLEMA I. Dividere $\triangle$ quodvis (ABC) ex angulo (C) in quasvis partes. Fig. 101.

Ref. Divide latus oppositum AB in petitas partes, & duc ad eas ex C lineas. Nam patet, omnium $\triangle\triangle$ ACd, dCe &c. altitudines esse æquales; ergo $\triangle\triangle$ erunt inter se, ut bases (§. 191.) Si $Ad = \frac{1}{3} AB$, erit etiam $ACd = \frac{1}{3} ACB$ &c. Q. E. F. & D.

199 Scholion. Methodum lineam quamvis in quasvis partes dividendi, ob spatii angustias supra §. III. omissam, hic habe. (Fig. 102.) Duc lineam AB indefinitam, in eaque petitas partes designa ex. gr. usque in f. Huic duc parallelam lineam dividendam CD, eamque Triangulo AEF clande. Tum ex vertice E per divisionis puncta g, h, n, duc rectas Eg, Eh, En; dividens ha in petitas partes lineam CD. Nam ob CD basi parallelam, erit EA: An = EC: Ci; item En: nb = Ei: il &c. (§. III).

200 PROBLEMA II. Dividere $\triangle$ (ABC) in partes ex. gr. 3, ex dato puncto D. Fig. 103.

Ref. Divide $\triangle$ in 3 partes ex opposito angulo C (§. 198.) Ex puncto dato D duc ad verticem lineam DC. Huic ex punctis divisionum m & n duc parallelas mr & ns. Coniunge r & s cum dato puncto D; erunt ArD, DrB, & CrD; partes 3 æquales. Nam $\triangle mrC = \triangle rmd$ (§. 75.); ergo addendo utrique mrA, erit mCA = DrA; sed mCA = $\frac{1}{3} ACB$ (§. 198.); ergo & DrA. Eodem modo id ostenditur de $\triangle sDB = \triangle CnB$: unde & reliquum CrD; = $\frac{1}{3} ACB$.

201 Scholion. Si nullum determinatur punctum pro Divisionis termino, facile in petitas partes dividitur Parallelogrammum (Fig. 104.), si uno latere (BC) diviso in n, q, &c. alteri lateri AB ducantur parallela ni, lq &c.; Trapezium vero parallelorum duorum laterum, si utroque latere AD, & BC in data Ratione divisio, sectionum puncta lineis connectantur. (Fig. 105).

202 PROBLEMA III. Dividere Parallelogrammum quodvis (ABCD) ex quovis dato puncto (E) in partes ex. gr. 3 æquales. Fig. 104.

Ref. Divide latus AD vel BC in petitas 3 partes (§. 201). Duc alteri lateri AB parallelas ni, lq, easque biseca in o, o. Per o ex dato puncto E duc Ep, eique parallelam fr; habes peticum. Nam $\triangle Eoi = \triangle nop$, ob $no = oi$ (ex constr.), & angulos ad o verticales, i vero & n alternos, æquales (§. 26, 29.); ergo ABnoE + Eoi = ABnoE + nop, hoc est ABni = ABpE; Sed ABni = $\frac{1}{3} ABCD$ (§. 201.); ergo & ABpE = $\frac{1}{3} ABCD$.

203 PROBLEMA IV. Dividere Trapezoides (ABCD) in quasvis partes. Fig. 106.

Ref. Duc ad angulum (D) lineam ED, basi (BC) parallelam. Divide Trapezium EBCD, itemque $\triangle EAD$ in petitas partes per §§, 201, 198.

204 PROBLEMA V. Dividere figuram quamvis in quasvis partes.

Ref. Quære aream datæ figuræ, eique æquale $\triangle$ tum construere per §. 180. Tum $\triangle$ hoc in petitas partes divide per §. 198. Triangula singula, prout spatium tulerit, vel in alia sibi æqualia, vel in Parallelogramma commutata (§. 179.) in datæ figuræ area constitue.

205 Scholion I. Methodus $\triangle\triangle$ lis æqualia Parallelogramma substituendi sape in Figurarum divisione locum habet, ne divisionum limites nimis angulares evadant.

206 Scholion 2. Postquam Figura data area in charta divisa fuerit, Gæodesia facile in campo. per. agerur, vel (quod quandoque fieri potest) ope solius Scala, & Carena mensoria determinando singularum linearum longitudinem, vel angulos in charta mensuratos, & linearum intersectiones per Geometricum, aut (quod tutius) per Mensulam Prætorianam determinando. Si enim area Ichthyographia in charta Mensula affixa, forma majore designata sit, Regula Dioptrica lineis singulis in 2 vel 3 stationibus applicata totam Gæodesiam definit, defixis, qua radii visuales, adeoque linea dividentes porriguntur, baculis. Eadem methodo Ichthyographia quavis ex charta in campum transferri potest, & solet (§. 148).

- 207 INSTRUMENTA. *Linea recta mensuratur funiculo sericeo, vel potius catena filis orichalcinis tenuibus artius conortis composita, & in Orgyia partes distincta. Habet autem Orgyia, seu Ulna Montanistica (Lachter) partes cent pedes 8, diversis fodinis diversos.*
- 208 LIBELLA (Grabbogen Fig. 107) est semicirculus in Diametro 6 vel 8 digitorum, ex tenui aenea malleata lamina. Hic uncis suis A & B catena valide extensa appenditur, suoque perpendiculari C indicat gradum declivitatis (die Donsege, das fallen, das steigen) qua ad Basim horizontalem (die Sohle) inclinatur Crypta (die Gruben) Vena metallica (die Gänge) Cuniculi (Stollen) Platea (die Lauffte.)
- 209 PYXIS JACENS Magnetica, Gruben-Compaß, Sez-Compaß Fig. 108. 109. Huic inscriptum circulum non in gradus, sed facto a Septentrionis puncto, divisionis initio sinistrorsum in bis 12 horas (horarum rursus in 8 puncta) dividunt, Oriente ad sinistram Occidente ad dextram adscripto. Si latus AC vel BD fiat parallelum linea hora 12. pyxis hac simul Instrumentum lineationis (Zuleg-Compaß) supplebit pro angulis mensuratis in chartam transferendis. Axis Magnetica fere sit duarum pollicum & nota Declinationis.
- 210 PYXIS PENSILIS Magnetica (Hänge-Compaß) exhibetur Fig. 110. Utriusque hujus Pyxidis usus est ad capiendos angulos horizontales, seu determinandam mundi plagam (die Stunde) versus quam crypta &c. protenduntur.
- 211 GONIODICTES (Winkelscheifer Fig. 111.) est Regula quadrangula lignea, 1 pede longior, dioptrici A & B instructa, quibus inferne parallele tenditur filum ancum CD, pro appendenda libella vel Pyxide Pensili. Altero suo extremo ope cochlea E, parti FG conjuncta & circa eam sursum ac deorsum mobilis est.
- 212 CIRCULUS HORARIUS anens (Stundenscheiben, Eisenscheiben) adhibetur in Ferrisfodinis, ubi axis Magnetica fallit. Si dematur Pyxis Magnetica, instrumentum hoc vix differt ab illo Fig. 108. Præcis duos tales circulos requirit.
- 213 PROBLEMA I. Fodinam metiri, einen Gruben-Zug machen. Fig. 112.
Ref. Imo Mensuretur profunditas perpendicularis putei AB (des Schachts Seigerteuffe) ope longi Perpendiculari, vel potius ope ipsius funis, qui in puteis pro demittendis & extrahendis rebus (zum ein- und aus-fördern) habetur. 2do. Parallela ad latus & basim cryptæ BC, tendatur & cochleis æneis firmetur catena. 3tio. Suspendatur ex catenæ medio primum Libella (§. 108.) pro explorando gradu cadentis vel surgentis specus; tum Pyxis Magnetica Pensilis (§. 110.) appendatur, vel Pyxis Magnetica Jacens (§. 109.) in fulcro quopiam ita firmetur, ut linea horæ 12, exacte respondeat directioni extensæ catenæ: innotescet plaga mundi, seu hora, versus quam crypta porrigitur. Longitudo, Declivitas, hora, alique (ex. gr. occurrentes per cryptam putei, venæ &c.) in pugillari exacte notentur. Eadem fiant in stationibus CD, DE &c. Eadem methodo investigatur Directio alicujus venæ (das streichen eines Gangs) catena tum juxta partem venæ supremam (quam pendentem, das hangende, vocant) tum etiam juxta partem ejus infimam (quam jacentem, das liegende, dicunt) extensa, Libellaque & Pyxide Magnetica applicatis.
- 214 Schol. 1. In Ferrisfodinis ad primum aditum, vel statim infra puteum exploratur juxta extensam catenam ope Pyxidis Magneticae plaga crypta (BG), sitque hac ex. gr. 2 hora OR. Tum firmetur in G Circulus Horarius ita, ut inventa hora 2. OR. respondeat catena per BG extensa. Catena annulo E immissa, & per sequentem crypta ductum GH extensa, monstrabit Index brachii mobilis DE horam, in quam dirigatur GH & ad quam in H alter Circulus Horarius est disponendus: Et sic deinceps.
- 215 Schol. 2. Perpendiculari BL, CM &c. item basis horizontales IC, MD &c. inveniuntur Imo. per §. 135. cum in omni Δ (BIC) nota sit hypotensa BC, & omnes 3 anguli. 2do. Facto ad B ope Transportatorii angulo Libella & orella perpendiculari CI ex Scala desumi potest BL & IC. 3tio. Per tabulas in hunc finem jam factas. (V. præclarum opus Anleitung zur Marktscheidekunst/ Dresden 1749. vel Weidleri Geom. Subterr.) Habitis perpendicularis & basis facile innotescat basis & altitudo totalis.
- 216 Schol. 3. Ichnographia fodina percipitur Scala & Pyxide Magnetica: Ichnographia Ferrisfodina Scala & Transportatorio in horas divisæ: Orthographia, Scala & Transportatorio confecto.
- 217 PROBLEMA II. Puncta subdialia subterraneis respondentia determinare. Fig. 113.
Ref. I. Incipe a fixo quopiam puncto ex. gr. puteo AB, & singulorum linearum longitudines & horas prius in fodina repertas postea sub dio eodem ordine & modo determina.
Ref. II. Fig. 115. In facta prius mappa Ichnographica ad punctum datum (B) ducatur linea a puncto fixo, ex. gr. puteo A & ex hora lineæ AC nota, Pyxide magn. quæzatur hora, Scalæ vero longitudo AB. Tum facta a puteo A dimensionis initio, usque ad notæ jam distantia terminum B juxta notam pariter lineæ AB horam metre. Si recta progredi non licet, progredere versus b capto angulo b AB, & innotescet aberratio tua b B vel per Trigoniam, vel per Scalam.
- 218 Coroll. Fig. 114. Patet simili modo inveniri lineam EC pro conjungendis duobus punctis E & C intra fodinam, ein- und durchschlag oder quer Schlag machen.

TAB. XII. Geom. STEREOMETRIA, seu de

- 219 *Quorum Planorum AB & AC sub angulo A inclinatorum Sectio communis est Linea AD (Fig. 116.) & quidem hac una, cum inter extrema Planorum horum puncta A & D, qua se mutuo tangunt vel secant, nonnisi hac una recta duci possit (§. 55.) Et cum hac Sectio seu linea recta sit unusquisque in eodem ipso Plano, quod secat, sequitur, quod (Fig. 117.) Sectiones m & n, item r & o a duobus aliis Planis E & F facta, sint parallela, si Plana AB & CD, qua secantur, sunt parallela. Cetera, qua de Lineis ad Plana, vel Plana ad alia Plana perpendicularibus aut parallelis fuisse Euclides L. XI. pertractat, facile intelliguntur ex dictis supra de ejusmodi Lineis.*
- 220 *Def. 1. Ad constituendum angulum solidum minimum 3 Plana in communem verticem coeuntia; ad claudendam vero figuram solidam minimum 4 requiruntur.*
- 221 *Def. 2. Regularia corpora sunt, quorum superficies constant meris Figuris Regularibus & æqualibus. Sunt autem quinque, Fig. 118. & seqq. Tetraëdron, quod 4; Octaëdron, quod 8; Icosaedron, quod 20 $\triangle\triangle$ æquilateris & æqualibus continetur: Dodecaëdron 12 Pentagonis similibus & æqualibus; Hexaëdron, sive Cubus 6 Quadratis æqualibus terminatur. Neque his plura dari Corpora Regularia demonstrabitur. Generatim Polyedra dicuntur.*
- 222 *Def. 3. CORPUS, seu SOLIDUM generatur motu Plani per lineam (§. 6.) (Fig. 123.) Si itaque planum describens (quod posthac Basim dicemus) sit $\triangle$, $\square$, vel Polygonum quodvis, quod motu semper uniformi sursum moveatur per lineam cC, generabitur PRISMA, idque vel $\triangle$ lare, $\square$ lare &c. & in specie (Fig. 124.) PARALLELEPIPEDUM, si Basis sit Parallelogrammum, & opposita latera Parallela invicem & æqualia: CUBUS vero, si Basis & omnia latera sint Quadrata æqualia (Fig. 125.) & demum CYLINDER, si Basis sit Circulus (Fig. 126.)*
- 223 *Coroll. Igitur Cylinder haberi potest pro Prismate, cujus Basis sit infinitorum laterum (§. 78.)*
- 224 *Def. 4. Si Basis sit $\triangle$, $\square$ vel Polygonum (Fig. 127.) & sursum moveatur per lineam cC ita, ut semper proportionaliter quasi constringatur, tandemque in punctum verticis C coeat, generabitur PYRAMIS, eaque vel $\triangle$ laris, vel $\square$ laris, vel Polygonæ: Si Basis sit Circulus (Fig. 128.) generabitur CONUS: si Basis sistatur quodammodo in motu suo ex. gr. in O, habebitur Pyramis, vel Conus truncatus (Fig. 129. 130.)*
- 225 *Coroll. Conus haberi potest pro Pyramide infinitorum laterum (§. 78.)*
- 226 *Def. 5. Altitudo corporis est demissa ex vertice, vel sublimi puncto Perpendicularis ad Basim, si opus est, productam (§. 54.) In Pyramide & Cono altitudo corporis distinguenda est ab altitudine Planorum terminantium sive laterum: nempe (Fig. 127.) altitudo Pyramidis est cC; altitudo Plani BCE est Cd.*
- 227 *Def. 6. Axis vocatur linea, quæ Basis inferioris & superioris centra, vel in Pyramidibus & Conis verticem centro inferioris baseos jungit. Si axis Basi perpendicularis est, corpus Rectum dicitur; secus Obliquum vel Scalenum Fig. 123.*
- 228 *Scholion. Retia dictorum corporum ex charta crassiore construes hoc modo: Pro Tetraëdro, vel Pyramide Regulari $\triangle$ lari fiant quatuor $\triangle$ aquilatera aequalia (Fig. 131.): pro Octaëdro 8 (Fig. 132.): pro Icosaedro 20. (Fig. 133.) Pro Dodecaëdro 12 Pentagona similia & aequalia (Fig. 134.) Pro Hexaëdro, seu Cubo 6 Quadrata aequalia (Fig. 135.) Pro Parallelepipedo 6 Parallelogramma, ut semper bina opposita sint aequalia (Fig. 136.) Pro Prismate ex. gr. $\triangle$ lari (v. Fig. 137.) Pro Cylindro (cui Prismate infinitorum laterum, ut adeo illius superficies, demptis basibus constet infinitis Parallelogrammulis infinite vicinis illi) fiat Rectangulum ABCD, cujus longitudo seu basis DC sit aequalis Peripheria Baseos Circularis, altitudo vero AD altitudini ipsius Cylindri & pro basibus describantur duo circuli A & D radio data baseos Circularis (Fig. 138.) Pro Pyramide ex. gr. $\square$ lari (Fig. 139.) ducatur arcus AB, & in eo data baseos FD latus ED quater collocetur &c. Pro Cono Recto (cui Pyramide infinitorum laterum, cujus superficies, sine basi, constet infinite parvis $\triangle$ bCd) describatur circulus baseos AI (Fig. 140.) tum fiat Sector ACD, cujus radius CI aequalis sit altitudini lateris Conici; arcus vero Ed = Peripheria baseos Conica: invenitur vero arcus Ed hac analogia: CI: $\frac{1}{2}$ AI = 360: x. Sit radius CI = 6, AI = 4, adeoque radius seu $\frac{1}{2}$ AI = 2, erit ED, adeoque & angulus ECD = 120. gr.*
- 229 *PROBL. I. Superficiem cujusvis dictorum corporum invenire.*
Res. Tum ex corporum genesi, tum ex eorundem explicatis Retibus patet, Superficiem cujusvis dictorum corporum nihil aliud esse, quam Summam omnium Planorum, ter-
mi-

Dimensione Superficie & Soliditatis CORPORUM.

- minantium. Quærantur itaque Planorum terminantium Areæ, & summentur. Cylindri superficies = Rectanglo, cujus basis = peripheria baseos, altitudo altitudini Cylindri; cui si addantur area basium, habebitur tota Cylindri Superficies: Coni Superficies vero = Sectori + area baseos.
- 230 PROBL. II. Soliditatem PRISMATIS, PARALLELEPIEDI, CUBI, CYLINDRI invenire.
Ref. Quærat area baseos (Tab. IX.) & multiplicetur per altitudinem corporis, Patet id ex ipsa genesi corporum (Fig. 141.) Sit Cubi AD, latus AB 4 ped; erit ejus basis quadrata AC = 16 ped. quadr. (§. 177.) Hi 16 pedes quadrati motu semper parallelo ducti sursum per lineam BD, in altitudine 1 pedis dabunt 16 parvos cubos; in altitudine 2 pedum, 32; in altitudine 3, dabunt 48; in altitudine 4 pedum demum 64 pedes cubicos, totum Cubum AD composituros.
- 231 Scholion. Uti Quadratum Planorum, ita Solidorum mensura est Cubus. Itaque Pertica Cubica, seu Cubus 1 Pertica continet 1728 pedes cubicos; Pes Cubicus 1728 dig. cubicos &c. Et quia Pertica Geometricarum est pedum 10, Decempeda Cubica continebit 1000 pedes cubicos; Pes cubicus 1000 digitos cubicos &c. accremento millecuplo. Hinc in Multiplicatione, Factoribus ope adjectorum Zerorum prius ad minimam speciem reductis, in Fasti distinctione a dextra sinistrorsum tres cuius Speciei nota tribuantur. (Conf. §. 178.) Sit Prisma $\triangle$ LAE AD (Fig. 123.) sique baseos $\triangle$ LAE aquilatera latus AB = 3, 54, altitudo EL = 3, 8, erit area ABE = 6, 72, 60 ped. quadr. (§. 179.) Hac basis multiplicata per altitudinem cC = 9, 902, dabis Soliditatem Prismatis 66, 600, 852, hoc est, 66 decempedarum, 600 ped. 852 digitorum cubicorum.
- 232 Coroll. Corpora homogenea, quæ bases & altitudines mutuo æquales vel reciproce proportionales (§. 188.) habent, sunt æqualia.
- 233 LEMMA. Pyramis est $\frac{1}{3}$ Prismatis, æqualis cum ipsa basi & altitudinis.
Dem. (Fig. 142) Sit Cubus AG, cujus basi ponatur inscripta Pyramis Recta ABCDO, sub altitudine Cubi dimidia. Parebit consideranti, reliquis 5 Cubi Planis, seu basibus, inscribi posse adhuc alias 5 Pyramides Rectas, in eundem verticem O desinentes, æqualium omnes basium & altitudinum, adeoque omnimode æquales. Ergo Pyramis ABCDO erit $\frac{1}{6}$ totius Cubi, consequenter $\frac{1}{3}$ dimidii Cubi, seu Prismatis ALMNB ejusdem cum ipsa basi & altitudinis. Et quia basis cujuscunque Figuræ in basim Quadratam datæ æqualem transformari potest (§. 181, 189.) idem verum erit de Pyramide & Prismate cujuscunque baseos.
- 234 Coroll. Cum Cylindrus ad Prisma, Conus ad Pyramidem referatur (§. 223, 225.) erit quoque Conus tertia pars Cylindri, sub æquali cum ipso basi & altitudine constructi.
- 235 PROBL. III. Soliditatem PYRAMIDIS & CONI invenire Fig. 127. & 128.
Ref. Multiplicetur area baseos per tertiam partem altitudinis, vel e converso: vel factum ex tota basi in totam altitudinem, dividatur per 3. Sit altitudo cC = 9, basis AE = 24 ped. quadr., erit Soliditas = 216 ped. Cub.
- 236 PROBL. IV. Soliditatem Pyramidis truncata, vel Coni truncati invenire. Fig. 143.
Ref. Ex datis baseos inferioris & superioris radiis a & b, & Pyramidis vel Coni truncati altitudine c, quærat altitudo tota c + x. Nempe ob suppositas parallelas a & b, erit a : b = c + x : x (§. 111.) hinc a - b = c + x - x : x, hoc est a - b : b = c : x (§. 187. Ar. NB. C.) Reperto x quærat soliditas corporis totius ABCD, itemque soliditas partis, seu Pyramidis vel Coni deficientis EFGC (§. 235), hujusque partis soliditas a soliditate totius ABCD subtrahatur, Residuum erit Soliditas Pyram. vel Coni truncati ABDE.
- 237 PROBL. V. Soliditatem & Corporum Regularium invenire.
Ref. Dimensio Tetraëdri, utpote Pyramidis; Octaëdri, seu Pyramidis duplicis, Hexaëdri quoque, seu Cubi, jam constat. Dodecaëdram & Icosaëdram constat totidem Pyramidibus, in corporis centro concurrentibus, quod corpus habet hedras seu Bases terminantes. Reperta itaque unius ejusmodi Pyramidis componentis soliditate, & per numerum Basium multiplicata, habebitur totius corporis Soliditas.
- 238 Scholion. Patet ex dictis, quomodo dimitiri liceat fruem lignorum, acervum frumenti, vasorum Cylindricorum, Conicorum, &c. capacitatem, murorum Soliditatem, columna ærea, aqua in vase contenta quantitas &c. Quorum mensura in pedibus, vel digitis cubicis semel cognita facile ad usualem mensuram per Regulam trium reduci poterit, si simul exploraretur vel sciat, quantum in usuata illa mensura 1 Pes vel Digitus cubicus valeat. Pari modo cognita muri, Columna ærea, vel aquæ soliditate inveniri poterit eandem gravitas, cognita 1 pedis eorum cubici gravitate.

239 Def. 1. SPHÆRA (Fig. 144.) est Corpus superficiei uniformiter convexa terminatum, ad quam ducti e Sphæra Centro C Radii omnes æquales sunt. Generatur Sphæra, si Semicirculi Planum ABEDA circa immotam Diametrum AB vertatur.

240 Def. 2. Circulus maximus Sphære dicitur circulus, cujus Diameter = Diametro Sphære.

241 THEOREMA. (Fig. 145.) Si Sphæra & ei circumscriptus Cylindrus AC secentur a duobus Planis parallelis fg & eh, semper Sphæra Zona ex. gr. abcd a, æqualis est Cylindri circumscripti Zona efghe, ejusdem cum priore perpendicularis altitudinis il; consequenter omnes ejusmodi Zona in Sphæra simul sumpta, hoc est, tota superficies Sphæra, æqualis est omnibus Zonis in Cylindro correspondentibus simul sumptis, hoc est, toti superficiei convexa (demptis nempe basibus planis AD & BC) Cylindri circumscripti.

Demonstratio. aliquanto longior dabitur oretenus.

242 Coroll. 1. Quia igitur superficies Cylindri circumscripti convexa = Rectangulo seu factō ex Diametro Em tanquam altitudine, in peripheriam circuli Sphære maximi (§. 228.), erit

SUPERFICIES SPHÆRÆ = Facto ex diametro

ZONÆ abcd = Facto ex parte axeos il

SEGMENTI mfgm = Facto ex parte axeos lm

} in peripheriam circuli Sphære maximi.

243 Coroll. 2. Et quia superficies circuli Sphære maximi = Facto ex $\frac{1}{4}$ Diametri in totam suam peripheriam, (§. 185.)

Superficies vero Sphære = Facto ex tota seu $\frac{4}{4}$ Diametri in eandem circuli maximi peripheriam, sequitur superficiem Sphære (adeoque etiam Superficiem Cylindri convexam) esse quadruplam Superficiæ circuli maximi, seu ut 4 : 1. Et hinc rursus Superficies Sphære = Circulo sub radio, radii Sphære (seu circuli maximi) duplo; circulus enim radio prioris duplo descriptus, est illius quadruplus (§. 193.)

244 Coroll. 3. Superficies Cylindri tota, annumeratis nempe basibus AD & BC est sexdupla Superficiæ circuli maximi. adeoque est ad Superficiem Sphære ut 6 : 4, seu 3 : 2.

245 PROBLEMA. Soliditatem SPHÆRÆ invenire. Fig. 146.

Ref. & Dem. Sphæra considerari potest ut composita ex Pyramidibus vel Conis infinite parvis m, n, o, &c. quorum vertices in Sphæra centro concurrant, bases vero operiant Sphæra superficiem: Sed quivis horum Conulorum est = Facto ex sua Basi in $\frac{1}{3}$ altitudinis, seu Radii Sphære (§. 235.); Ergo Summa omnium Conulorum simul sumptorum, seu Soliditas Sphære = Facto ex tota Superficie Sphære in $\frac{1}{3}$ Radii.

246 Coroll. 1. Hinc Sphæra = Cono, cujus basis sit Superficies Sphære, altitudo Radius.

247 Coroll. 2. Soliditas SECTORIS ABCD = Facto ex Superficie Segmenti ABD in $\frac{1}{3}$ Radii AC : SEGMENTI vero ABDA Soliditas habetur, si ab inventa Soliditate Sectoris subtrahatur Soliditas Coni BCD.

248 Coroll. 3. (Fig. 147.) Sit superficies circuli maximi = c, Radius = r, diameter = d, erit Superficies Sphære = 4π (§. 243.), Soliditas = $4\pi \cdot \frac{1}{3} r = 4\pi \cdot \frac{1}{6} d = \frac{2}{3} \pi c d = \frac{2}{3} c d$. Est vero Soliditas Cylindri = $\pi c d$ (§. 230.) = $\frac{3}{2} c d$; Ergo Sphæra est ad Cylindrum circumscriptum ut 2 : 3. Ut quia Conus ad Cylindrum circumscriptum ut 1 : 3. (§. 234.) erunt Conus, Sphæra & Cylindrus ejusdem basis & altitudinis ut 1, 2, 3. Et hinc Conus æquatur excessui, quo Cylindrus Sphæram inscriptam soliditate superat; Soliditates vero Coni & Sphære simul æquantur Soliditati Cylindri iis circumscripti.

249 Scholion. Tum ex generi, tum ex dimensione constat, Corpus omne determinari trina dimensione in longum, latum & profundum seu altum, ad est, ex basi plana ducta in aliquam altitudinem; unde licet inferre universum sequentia:

250 Coroll. 1. Corpora quævis, etiam Scalena (cum æquales bases (Fig. 123.) ABE per æqualem altitudinem motæ æqualia spatia seu solida definiant (§. 7.), proinde cuivis Scaleno æquale Corpus Rectum intra easdem parallelas constitui possit) Corpora, inquam, quævis homogenea (Prismata Prismatibus &c.) comparata æqualia sunt, si sint æqualis basis & altitudinis; si solæ bases sunt æquales, sunt ut altitudines; si hæc sint æquales, sunt ut bases; si nec bases nec altit. æquales sint, sunt in ratione composita basium & altit. (§. 188. seqq.)

251 Coroll. 2. Hinc SIMILIA corpora (quorum nempe plana similia sunt, & æquales mutuo angulos comprehendunt) sunt in Ratione Triplicata, seu ut Cubi laterum homologorum, Diametrorum, Radiorum &c. cum in corporibus similibus angularum dimensionum trium Ratio sit eadem, adeoque idem exponens. Sit (Fig. 148.) longitudo baseos = a, latitudo = b, altitudo = c in Corpore X; in Y vero sint eadem d, e, f, erit abc : def = unum : 1. vel ut aaa : ddd, ut bbb : eee &c.

252 Coroll. 3. Assumpta Sphæra & circumscripti Cubi diametro = 100, erit Soliditas Cubi ad Soliditatem Sphære ut 1000000 : 523333. Cum igitur omnes Sphære Sphæris & Cubi Cubis similes sint, invenietur calculo faciliore cujusvis Sphære soliditas, si factō datæ Sphære diametri Cubo inferas: 1000000 : 523333 = Cubus datæ Diametri Sphære, est ad Soliditatem Sphære petitam.

253 Coroll. 4. Si Cubi dati Soliditas dupletur, & ex hoc duplo Radix cubica extrahatur, hæc dabit latus cubi dupli. Est Problema Deliacum. Confer. §. 194. geom. & 121 Ar.

254. Scholion. Quomodo irregularis cujusvisque corporis Soliditas ope vasis aqua pleni reperietur, docobitur,

TAB. XIV. *Elenchus quorundam Auctorum, qui Arithmetica, Algebram & Geometriae Elementa Tyronum ingenio magis accommodarunt.*

I. CURSUS MATHEMATICI primum locum habeant. R. P. Casparus *SCHOTTUS*; Itemque R. P. Claudius *MILLIET DECHALES* & S. J. & *OZANAM* in *Cours de Mathematique*, omnes pene Matheseos partes perspicue pertractarunt. Illius vero *WOLFIUS* Recentiorum inventis locupletata *Elementa Matheseos universae* 5. Tomis in 4. edidit, quorum & *Compendium* dedit 2 Tomis in 8vo, quod nuper auctius sermone Gallico prodiit 3 Tomis in 8vo, Commendanda praecipuis etiam Tyronibus sunt institutiones Matheseos *WEIDLERI* & *WIEDEBURGII*.

II. ARITHMETICAM & ALGEBRAM praeter dictos dederunt: R. P. Erasmus *FROELICH* & S. J. sub titulo: *Introductio facili in Mathesim*, Viennae 1746. 8vo, *CRIVELLIUS*, *Elementa Arithmeticae Numericae & Literalis*; Latine & auctiora reddita Viennae 1745. *CLAIRAUT* nuperime, *DEIDIER*, *CAMUS* & *CHAPELLE*, idiomate Gallico. Adde Joannis *POETHI* *Eingleitung zur Arithmetischen Wissenschaft*.

III. GEOMETRIAE Elementa ab iisdem nunc sub Num. II. dictis Auctoribus habemus. Commemorandus & *BELADORI* *Cours de Mathematique*, itemdem Viennae in vernaculum translatus a Bionio. *EUCLIDIS* *Elementa* dedit R. P. *TACQUET*, quae cum passim citentur, Elementorum horum Propositiones Tabularum nostrarum sphaeis respondentes subiecta tabella exhibemus.

L. I. Prop. 1.		6. 61.	46.	6. 77.	104.	L. VI. 1.	6. 191.	24.	6. 222.
	4.	6. 57.	47.	6. 116.		2.	6. 111.	25.	
	5.	6. 63.	L. III. 1.	6. 86.		3.	6. 112.	29.	
	Coroll.	6. 64.	2.	6. 79.		4.		30.	6. 250.
	6.	6. 60.	3.	6. 85.		5.		31.	
	8.	6. 59.	4.	6. eod.		6.	6. 109.	32.	
	9.	6. 30.	5.	6. 14.		7.		33.	6. 251.
	Coroll.	6. eod.	6.	6. eod.		8.	6. 114, 115.	34.	6. 232.
	10.	6. eod.	7.	6. 15.				36.	6. 250 80. dr.
	11.	6. 34.	8.	6. 16.				37.	6. 89. 90. dr.
	12.	6. eod.	13.	6. 9.				40.	6. 250.
	13.	6. 25.	14.	6. 15.		9.		1.	6. 193.
	Cor. 1. 2. 3.	6. eod.	15.	6. eod.		10.	6. 199.	Coroll.	6. 110.
	15.	6. 26.	16.	6. 79.		11.	6. 113.	2.	6. 193.
	18.	6. 60.	17.	6. 81.		12.		5.	6. 250.
	19.	6. eod.	18.	6. 80.		13.	6. 114.	7.	6. 233.
	20.	6. 8.	19.	6. eod.		Coroll.	6. 115.	8.	6. 251.
	22.	6. 61.	20.	6. 87.		Schol.	6. 121. dr.	9.	6. 232.
	23.	6. 31.	21.	6. 89.		14.	6. 188.	11.	6. 234.
	Schol. 1.	6. 32.	22.	6. 93.		15.	6. eod.	11.	6. 250.
	2.	6. 33.	25.	6. 86.		16.	6. 189.	12.	6. 251.
	3.	6. 32.	26.	6. 83.		17.		13.	6. 250.
	24.	6. 57.	27.	6. eod.		18.	6. 102. 110.	14.	
	25.	6. eod.	28.	6. 89.		19.	6. 192.	15.	6. 232.
	26.	6. eod.	29.	6. eod.		20.	6. 110.	18.	6. 251.
	27.	6. 29.	30.	6. 30.		Cor. I 2.	6. 193.	Ex Arithmetica.	
	28.	6. eod.	31.	6. 90.		3.	6. 194.	1.	
	29.	6. eod.	32.	6. 92.		21.	6. 8. Ar.	2.	6. 78.
	31.	6. 36.	35.	6. 119. b.		22.	6. 89. 90. Ar.	3.	
	32.	6. 65. 66.	36.	6. 119. a.		23.	6. 190.	4.	6. 181.
	34.	6. 71.	Coroll.	6. 119.		24.	6. 110. 74.	5.	6. 182.
	Schol.	6. 177.	L. IV. 2.	6. 104.		25.	6. 194.	6.	6. 183. 184.
	35. 36	6. 75.	3.	6. 106.		31.		7.	6. 110.
	Schol.	6. 177.	4.			Coroll.	6. 195.	8.	6. 228.
	37.	6. 76.	5.	6. 86.		33.		9.	
	38.	6. eod.	6.	6. 104.		1.	6. 110.	10.	6. 223, 225.
	41.	6. 72.	7.	6. 106.		Cor.	6. 186.	11. Cor.	6. 228.
	Schol.	6. 179.	8.			2.	6. 110.	12.	6. 243.
	42.	6. eod.	9.	6. 104.	L. XI.			13.	
	Coroll.	6. eod.	10.			a Prop. I. ad 20.		14.	6. 228.
	43.	6. 74.	11.			Euclides agit de fitis		24.	6. 243.
	44.	6. 279.	12.	6. 105.		de sectione Planorum,		Schol.	6. 243.
	45.	6. eod.	13.			de quo V. 6. 219.		26.	6. 241.
	Schol.	6. 180.	14.		Prop.			28.	6. 246.
			15.	6. 104.		20.	6. 220.	28.	6. 245.
			16.	6. 103.		21.	6. 221.	29.	6. 247.
								32.	6. 248.

GEOMETRIÆ CURVARUM

TAB. I. De Sectionum Conicarum natura.

1. Def. 1. (Fig. 1.) Si Conus ABC secetur Plano DE ad basim AC parallelo, Sectio erit CIRCULUS: si secetur Plano FG, ad oppositum Coni latus BC parallelo, sectio dicitur PARABOLA: si secetur Plano IH, ad Coni axem BL obliquo, sectio dicitur ELLIPSIS: si secetur Plano MN, ad Coni axem BL parallelo, sectio dicitur HYPERBOLA: & generali vocabulo Sectiones hæ dicuntur SECTIONES CONICÆ.
2. Schol. 1. Hæ Sectionum nomina tribuuntur Apollonio Pergæo, cujus VIII. Conicorum Libros, quoad licuit, restituit Edmundus Hallejus. Antiquiores Euclides, Archimedes &c. Parabolam Coni Rectanguli, Ellipsim Acutanguli, Hyperbolam Obtusanguli Coni sectionem dixere. Sectionum Conicarum doctrinam maxime illustravit P. Gregorius a S. Vincentio e S. J. De Quadr. Circuli & Sect. Con. Guido Grandus, cum annotationibus D. P. Cameti Recens Roma editus, & Tyronum commodi Tacqueti Euclideis Elementis annexum, una cum Trigonometria Sphærica & tract. de Cycloide & Logistica R. P. Boschovich e S. J. Philippus de la Hire, de Sect. Conicis: de l' Hospital Traité analytique des Sections Coniques, aliique complures Recentiores Wolfius, Deidier &c.
3. Schol. 2. Post Hospitalium RR. plerique Sectiones hæ Conicas extra Conum considerant tanquam Lineas Curvas Algebraicas, quarum natura per Aequationes Algebraicas investigari & exprimi queat. Horum methodo, utpote faciliori, insistemus.
4. Def. 2. (Fig. 2.) Lineæ or, or &c. quæ ad axem vel Diametrum AB cujuscunque Curvæ utrinque applicantur, ducuntur Ordinatæ applicatæ vel Ordinatæ; harum dimidiæ, seu ex una tantum axis parte applicatæ, or, or &c. dicuntur Semiordinatæ. Axis vel Diametri portiones Af, Af, &c. dicuntur Abscissæ.
5. Schol. Diametrum & axis curva sæ promiscue a multis usurpantur; Axis Curva dicitur solum illa Curva Diametrum, ad quam ordinatæ applicantur perpendiculariter (Fig. 11.)
6. Def. 3. Parameter sive Latus Rectum Curvæ dicitur linea recta, a cujus magnitudine in quibusdam Curvis dependet ratio, quam inter se habere debent Semiordinatæ & Abscissæ datæ Curvæ. Talis parameter est PA vertici Curvæ applicata (Fig. 3.)
7. Def. 4. Focus (a Speculorum Conoidalium utione sic dictus) est punctum axeos, per quod transiens Ordinata est æqualis toti, Semiordinata vero dimidiæ Parametro.
8. Def. 5. Linea Constantes dicuntur, quæ in eadem data Curva magnitudinem non variant, ut est Parameter, Axis, Diameter Ellipseos, Circuli &c. Inconstantes seu Variabiles sunt, quæ in eadem Curva jam crescunt, jam decrescunt, ut sunt Semiordinatæ & Abscissæ.
9. Schol. In Aequationibus Algebraicis lineas Constantes prioribus, variabiles ultimis Alphabets literis denominamus. Sic Diametrum, aut axem Curvæ decemus a, Parametrum b, Abscissam quamlibet x, Semiordinatam y.
10. Def. 6. (Fig. 2.) Si super AB erigantur perpendiculariter Semiordinatæ ea conditione, ut quævis of sit media proportionalis inter segmenta Af & b; semiordinatarum infinite vicinarum vertices o, o, &c. terminabunt lineam curvam circulearem, seu Circuli peripheriam. Constet ex 6. 114.
11. Coroll. Hinc in circulo $x : y :: y : a - x$, adeoque Aequatio pro Circulo est $yy = ax - xx$, hoc est: Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo ex segmentis Diametri.
12. Def. 7. (Fig. 3.) Si Semiordinatæ of, of &c. axi AB ita applicentur, ut earum quævis sit media proportionalis inter Parametrum PA & Abscissam Af, talium semiordinatarum infinite vicinarum vertices o, o, &c. terminabunt lineam curvam, quæ dicitur PARABOLA.
13. Coroll. Hinc in Parabola $b : y :: y : x$, adeoque Aequatio pro Parabola est $yy = bx$, hoc est Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo ex Parametro in Abscissam.
14. Def. 8. (Fig. 11.) Si semiordinatæ of, of &c. axi majori seu transverso AB ita applicentur, ut Parameter sit ad axem majorem AB; sicut Quadratum Semiordinatæ cujuscunque of est ad Rectangulum ex Segmentis axeos (Af, b); Semiordinatarum infinite vicinarum vertices o, o, &c. terminabunt lineam curvam, quæ dicitur ELLIPSIS.
15. Coroll. Quia $AB = a$, & $AF = x$, erit $FB = a - x$. Hinc in Ellipsi $b : a :: yy : ax - xx$, adeoque Aequatio pro Ellipsi est $ayy = bx - bxx$, seu (div. per a) erit $yy = bx - bxx : a$, hoc est: Quadratum Semiordinatæ = Rectangulo (bx) ex Parametro in Abscissam, subtracto Rectangulo (bxx : a) ex eadem Abscissa in quartam proportionalem (bx : a) ad Axem, Parametrum & Abscissam (ob a : b :: x : bx : a).
16. Def. 9. (Fig. 16.) Si semiordinatæ ita applicentur, ut Parameter sit ad Axem transversum AB; sicut Quadratum semiordinatæ of est ad Rectangulum ex Abscissa (Af) in Summam Axis transversæ & Abscissæ (BA + Af); Semiordinatarum vertices o, o, &c. terminabunt curvam, quæ dicitur HYPERBOLA.
17. Coroll. Hinc in Hyperbola $b : a :: yy : x(a + x)$, adeoque Aequatio pro Hyperbola est $ayy = bx + bxx$, seu (div. per a) erit $yy = bx + bxx : a$, hoc est: Quadratum semiordinatæ = Rectangulo (bx) ex Parametro in Abscissam, addito Rectangulo, quod in Ellipsi (6. 15.) subtractum fuit.
18. Schol. Parabola dicitur linea aequalitatis, quia in hac $yy = bx$; Ellipsi linea defectus, quia in hac $yy = bx - bxx : a$; Hyperbola linea excessus, quia in hac $yy = bx + bxx : a$.

TAB. II. Geom. Curv. De Parabola.

19. PARABOLÆ Aequatio est $y = bx$.

20. Coroll. Igitur duabus harum trium quantitatibus datis facile reperitur tertia: est nempe Semiordinata media proportionalis inter Parametrum & Abscissam; Parametrum tertia proportionalis ad Abscissam & Semiordinatam; Abscissa denique est tertia proportionalis ad Parametrum & Semiordinatam.

21. THEOREMA I. Quadrata Semiordinatarum sunt inter se, ut earum Abscissa. Fig. 3.

Dem. Sit semiordinata minor $of = y$, ejus Abscissa $= x$; semiord. major $OS = r$, ejus Abscissa $= x$. Erit $y = bx$, & $ry = bx$; unde $yy = ry = bx$; hoc est $yy = x : x$ (§. 91. Ar.)

22. Coroll. Si ad verticem, axes erigatur perpendicularis AE, ad hanc vero ducantur aliz perpendiculares CF, DG &c. ex Parabolæ punctis F, G &c. sequitur (ob $AC = CF$, & $AD = DG$) fore $AC^2 : AD^2 = CF : DG$. Idem est de aliis Abscissis & semiord. extra Parabolam.

23. THEOREMA II. Foci (F) a vertice distantia (AF) = quarta parti Parametri, seu $\frac{1}{4} b$.

Dem. (Fig. 4.) Quia semiordinata Fo, Foco F applicata = dimidia Parametro, seu $\frac{1}{2} b$ (§. 7.) erit $\frac{1}{4} bb = bx$ (§. 19.) adeoque (div. per b) erit $\frac{1}{4} b = x = AF$.

24. Coroll. Invenitur ergo Focus Parabolæ, si in ejus axe AB accipiaturs pars AF = quarta parti Parametri.

25. Def. I. Si in axe ultra verticem continuato accipiaturs AG = AF = $\frac{1}{4}$ Parametri, erecta ad G indefinita perpendicularis DI diciturs Directrix Parabolæ.

26. THEOREMA III. Recta FO ex Foco ad quodvis parabola punctum O ducta = Abscissa sua AS & $\frac{1}{4}$ Parametri, seu $= x + \frac{1}{4} b$.

Dem. Quia $AS = x$, $AF = \frac{1}{4} b$ (§. 23.) erit $FS = x - \frac{1}{4} b$. Est vero $FO^2 = SO^2 + FS^2 = (\S. 116. Elem.) = yy + xx - \frac{1}{2} bx + \frac{1}{16} bb$; & substituendo bx loco yy (§. 19.) erit $FO^2 = bx + xx - \frac{1}{2} bx + \frac{1}{16} bb = xx + \frac{1}{16} bb$. Unde extr. Rad. erit $FO = x + \frac{1}{4} b$.

27. Coroll. 1. Quia $FO = x + \frac{1}{4} b$, itemque $OD = SA + AG = x + \frac{1}{4} b$ (§. 23.) erit $OD = FO$.

28. Coroll. 2. (Fig. 5.) Describi itaque potest Parabola 1^{mo}. juxta §. 12. si erecta ad ducti axis verticem perpendiculari FG, & assumpta AP = dataz Parametro, descriptisque super FG per P circulis, complures semiordinate inter Parametrum AP & Abscissam quamvis Af mediz proportionales AI, AII, AIII &c. determinentur (§. 114. Elem.) & in axem transferantur, nempe $fI = AI$, $fII = AII$ &c. Ideo. ex hoc Theor. si (Fig. 6.) ad axem erigantur indefinitz perpendiculares so , so , &c. & ex determinato Foco F, intervallo $fG = Fo$, intersecas dictas perpendiculares in e , e , &c. erunt enim puncta e , e , &c. in Parabola (§. 26.) Hac ratione etiam motu continuo describi potest parabola, si juxta Directionem fixetur Regula DI; gnomoni vero DH in H affigatur filum, cujus longitudo = gnomonis lateri DH, & alterum filii extremum figatur in Foco F: gnomone juxta Regulz ID latus modo, stylus e , filum gnomonis lateri DH adstringens, describit Parabolam. Erit namque semper $oD = Fo$ (§. 27.)

29. PROBLEMA I. Ducere Tangentem ad datam Parabolæ punctum o. (Fig. 7.)

Ref. Ex puncto dato o ducatur ad Directricem DI perpendicularis oD: inde ad Focum F ducatur DF & biseetur in P, erit per P ducta oPT Tangens, ita ut in solo puncto o cum Parabola communicet. Nam communicet ex. gr. in r, erit in hoc casu $or = rF$ (§. 27.); Sed etiam (ob $PD = PF$, Po commune & angulos ad P rectos, utpote. bisectione basi $\triangle$ Isoscelis DoF) $rD = rF$; unde hypothenufa rD foret = catheto or, quod est impossibile; Ergo

30. Def. 2. Si ad punctum contactus o ducatur perpendicularis, seu Normalis No, recta fT, a Tangente To & Semiordinata so intercepta diciturs Subtangens; Ns vero a Normali & Semiordinata intercepta Subnormalis appellatur.

31. THEOREMA IV. Subnormalis Nf aequatur aimidz Parametro, seu $\frac{1}{2} b$.

Dem. Nam $so = GD$, & (ob FD & No ad tangentem perpendiculares, adeoque inter se parallelas) $e = e$, ad G & svero Rectz, tertius = tertio; ergo $\triangle GDF = \triangle soN$; ergo $fN = GF$; Sed (§. 25, 25.) $GF = \frac{3}{4} b = \frac{1}{2} b$; ergo etiam $fN = \frac{1}{2} b$.

32. Coroll. 1. Quia Nf: so = fo: fT (§. 114. Elem.) hoc est $\frac{1}{2} b : y = y : fT$, erit $fT = yy : \frac{1}{2} b$; Sed $yy = bx$ (§. 19.) ergo $fT = bx : \frac{1}{2} b = 2x$. id est: Subtangens fT est dupla Abscissa Af. NB, Modus 2^{us}. ducendi Tang. fiat $fT = 2 Af$.

33. Def. 3. (Fig. 8) Si tangenti TM ducantur parallelæ PQ, FQ &c. hasque altera DI ex puncto contactus ducta & axi AB parallela, secet bifariam; DI Diameter parabolæ, sive so semiordinataz, Df Abscissæ ad Diametrum ductæ.

34. PROBLEMA II. Invenire aream spatii Parabolici IGAol. Fig. 3.

Ref. Multiplicetur maxima Ordinata ol per $\frac{2}{3}$ axeos AB. Sit ol = 20, AB = 24 dig, erit IA ol = 20. 8 = 160 dig. quadr. Demonstratio dabiturs.

35. PROBLEMA III. Invenire soliditatem corporis Parabolici, seu PARABOLOIDIS. Fig. 9.

Ref. Circulus Bafcos OR multiplicetur per dimidium axis AB. Sit area OR = 423 dig; quadr., AB = 18 dig., erit Paraboloidis OAR = 423. 9 = 3807 dig. Cubicorum. NB. Fig. 10. Spicula Parabolica.

TAB. III. Geom. Cufv. De Ellipfi.

bxx

36. ELLIPSIS Aequatio est $yy = bx - \frac{b^2}{a}$, vel $ayy = abx - bxx$.

37. Def. 1. (Fig. 11.) *Axis conjugatus* dicitur linea, quæ per Ellipsis centrum transiens ad alterum axem est perpendicularis. Sic CD est axis conjugatus respectu axis transversæ AB; AB respectu CD. Eadem ratione IL & MN dicuntur diametri conjugatæ.

38. THEOREMA I. *Quadrata Semiordinatarum sunt inter se, ut Rectangula ex Segmentis axeos.*
Dem. Sit semiord. minor of yy , ejus Abscissa $= x$; Semiord. major OS $= r$, ejus Abscissa

$= x$. Erit $yy = bx - \frac{b^2}{a}$; & $rr = bx - \frac{b^2}{a}$ (§. 36.) Unde $yy : rr = bx - \frac{b^2}{a} : bx - \frac{b^2}{a}$

$bx - \frac{b^2}{a}$; Consequenter multiplicando secundam Rationem per a (§. 91. Ar.) erit $yy : rr =$

$abx - bxx : abx - bxx$; eandemque per b dividendo, erit $yy : rr = ax - xx : ax - xx$, seu ut $x(a-x)$ ad $x(a-x)$ hoc est, $os^2 : OS^2 = Af. \cdot SB. AS. SB. Q. E. D.$

39. Coroll. 1. Quia etiam in Circulo $yy = ax - xx$, & $rr = ax - xx$, (§. 11.) adeoque $yy : rr = ax - xx : ax - xx$, sequitur, Quadrata semi. in Ellipfi esse inter se, ut sunt inter se Quadrata semi. in Circulo.

40. Coroll. 2. Quia $OS^2 : AS. SB = CE^2$, AE. EB, hoc est (ob AE = EB) ut $CE^2 : AE^2$, patet, Quadratum cuiusvis Semiordinatæ esse ad Rectangulum ex segmentis axeos majoris; ut Quadratum semiaxis minoris est ad Quadratum semiaxis majoris, vel etiam: ut Quadratum axis minoris ad Quadratum axis majoris.

41. THEOR. II. *Axis conjugatus CD est media proportionalis inter axem majorem & Parametrum.*
Dem. In hoc casu Abscissa $x = AE = \frac{1}{2}a$. Hinc (§. 14.) $b : a = yy : \frac{1}{2}a$. $\frac{1}{2}a : yy : \frac{1}{4}aa$, proinde (§. 80. Ar.) $ayy = \frac{1}{4}aab$, (div. per a) erit $yy = \frac{1}{4}ab$, adeoque $y = CE = \sqrt{\frac{1}{4}ab} = \frac{1}{2}\sqrt{ab}$ (§. 71. Ar. Schol. 3.) Ergo $CD = 2CE = 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{ab} = \sqrt{ab}$. Est vero $a : \sqrt{ab} : b$; ergo $a : CD : b$. Q. E. D.

42. Coroll. Datis itaque duabus harum trium quantitatum facile reperitur tertia: est nempe Axis minor media proportionalis inter axem majorem & Parametrum: Parameter tertia proportionalis ad axem majorem & minorem: Axis major denique erit tertia proportionalis ad Parametrum & axem minorem.

43. PROBLEMA I. *Invenire EF, distantiam Foci F ab Ellipfi centro E.* Fig. 12.

Ref. Sit AF $= x$, erit EF $= \frac{1}{2}a - x$. Jam quia Semiordinata Foco applicata $= \frac{1}{2}b$ (§. 7.) erit $ayy = \frac{1}{4}abb = abx - bxx$ (§. 36.) & (div. per b) erit $\frac{1}{4}ab = ax - xx$. Hinc $xx - ax = -\frac{1}{4}ab$ (§. 114. Ar.) Jam complendo Quadratum (§. 125. Ar.) $xx - ax + \frac{1}{4}aa = \frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab$, proinde (extr. Rad.) erit $\frac{1}{2}a - x = \sqrt{\left(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab\right)} = EF$.

44. Coroll. 1. Quia EF $= \frac{1}{2}a - x = \sqrt{\left(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab\right)}$, erit $\frac{1}{2}a - \sqrt{\left(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab\right)} = x = AF$ vel BF, id est, distantia Foci a Vertice.

45. Coroll. 2. Quia EF $= \sqrt{\left(\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab\right)}$ & CE $= \sqrt{\frac{1}{4}ab}$ (§. 41.), erit FC $= \sqrt{E^2 + CE^2} = \sqrt{\frac{1}{4}aa - \frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}ab} = \frac{1}{2}a$ (§. 70. Ar.) hoc est FC $= \frac{1}{2}a$, adeoque FC $= \frac{1}{2}a$. Qui igitur FC = FC (§. 57. Elem.), erit FC = FC = a, hoc est, rectæ ex 2 focis ad extremum axis minoris (quin etiam ad quodvis Ellipscos punctum H, G &c.) duæ duz simul, æquantur Axi majori.

46. Coroll. 3. Habemus inde modum facilem datis duobus axibus AB & CD determinandi Focos, ipsamque Ellipsim describendi. Nempe ex axis minoris extremo C vel D, sub radio dimidio axi majori, fiat intersectio in F & f, erunt hic Foci. Tum axe AB pro libitu secdo ex. gr. in I, sub segmentis AI & IB fiat ex Focis F & f intersectio in G & H &c. Quod si in Focis F & f clavus figatur filum = AB, Stylus I juxta id extensum in gyrum ductus describet Ellipsim; erit enim semper $fI + IF = AB$. Idem esto de instrumento. Fig. 13.

47. PROBLEMA II. *Invenire aream. Ellipfi.* Fig. 14.

Ref. Inveniantur area circuli AEBF super axe majore AB descripti, tum inferatur: ut est semiaxis major CE ad semiaxis minorem CD; ita est area Circuli AEBF ad aream Ellipfi ADBG.

Dem. Sint semiordinatæ circuli & quidem $uu = r$, CE = u ; semiordinatæ vero Ellipscos & quidem $ed = y$, CD = u . Erit $rr : uu = yy : uu$ (§. 39.), proinde $r : u = y : u$ (§. 90. Ar.) seu $r : y = u : u$; quod cum de quibuscvis semiord. Circuli & Ellipfi verum sit, erit summa omnium semiord. (id est, tota Area) Circuli ad Summam omnium semiord. (id est, ad totam Aream) Ellipfi, sicut semiaxis major CE ad semiaxis minorem CD.

48. PROBLEMA III. *Invenire soliditatem corporis Elliptici seu SPHEROIDIS.*

Ref. Inveniantur soliditas Sphæræ, sub Diametro axis majoris: tum inferatur: ut III : uu (hoc est, ut Quadratum semiaxis majoris est ad Quadratum semiaxis minoris), ita soliditas Sphæræ est ad soliditatem Ellipsoi. Idem valet pro segmentis Sphæroidis. Dem. pendet a §. 47 & §. 193. Elem. NB. Fig. 15. Speculum Ellipticum.

TAB. IV. Geom. Curv. De Hyperbola.

49. **HYPERBOLÆ** Equatio est $yy = bx + \frac{bxx}{a}$, vel $ayy = abx + \frac{bxx}{a}$.
50. *Def. 1. (Fig. 16.)* AB & CD dicuntur *Axes Conjugati*. Primus, major, seu Transversus AB est conjugatus respectu minoris CD, & vicissim: E vero Centrum, ubi axis major & minor perpendiculariter se bifecant. Si axes conjugati sunt æquales, dicitur *Hyperbola æquilatæra*.
51. *Def. 2.* Si tam in extremo A, quam B axeos, describatur Hyperbola, dicuntur *Hyperbolæ oppositæ*.
52. **THEOREMA I.** *Quadrata Semiordinatarum sunt inter se, ut Rectangula ex Abscissa sua in Summam Abscissæ & Axis Transversæ.*
Demonstratio. Si loco signi — substituatür signum + eadem est, quæ in Ellipsi (§. 38.) in qua Quadrata Semiordinatarum sunt inter se ut Rectangula ex segmentis axeos, id est, ut Rectangula ex Abscissa sua in Differentiam Abscissæ & axis Transversæ. Nempe erit $yy = bx + \frac{bxx}{a}$; & $yy = bx + \frac{bxx}{a}$; unde $yy : yy = bx + \frac{bxx}{a} : bx + \frac{bxx}{a}$; consequenter $yy : yy = abx + \frac{bxx}{a} : abx + \frac{bxx}{a}$; seu ut $x (a + x)$ ad $x (a + x)$, hoc est, ut OS : OS = AS : AS. SB.
53. **THEOR. II.** *Axis minor CD est media proportionalis inter axem majorem & Parametrum.* Est hæc altera Hyperbolæ communisque cum Ellipsi proprietas (§. 41.)
54. *Coroll. 1.* Datis itaque duabus harum trium quantitatum inveniri potest tertia (§. 42.)
55. *Coroll. 2.* Quia inde axis minor = $\sqrt{ab}$, erit ejus Quadratum ad Quadratum axis majoris ut $ab : aa$, hoc est, ut $b : a$, videlicet ut Parametrum ad axem majorem.
56. *Coroll. 3.* Et quia etiam $yy : ax + \frac{bxx}{a} = b : a$ (§. 17.), erit quoque $yy : ax + \frac{bxx}{a} = ab : aa$, hoc est, Quadratum Semiordinatæ est ad Rectangulum ex Abscissa in summam Abscissæ & axis majoris, ut Quadratum axis minoris est ad Quadratum axis majoris (§. 40.)
57. **PROBLEMA I.** *Invenire EF, distantiam Foci F ab Hyperbola centro E.*
Ref. eadem est, quæ §. 43. modo signum — mutetur in +, prodibitque $EF = \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ab}$.
58. *Coroll. 1.* Ethinc distantia Foci a vertice, seu $AF = \sqrt{\frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ab} - \frac{1}{2}a$ (§. 44.)
59. *Coroll. 2.* Uti in Ellipsi linearum duarum ex focus ad idem Curvæ punctum ductarum Summæ; ita in Hyperbola duarum ejusmodi linearum Differentia (scilicet $fo - fe$) æqualis est axi majori.
60. *Coroll. 3.* Sic itaque describes Hyperbolam: Determinatis in axe AB utrinque productis Focis F & f, ex eorum uno f, apertura circini arbitraria, ducis & trans axem, arcus I, II, III &c. eademque statim apertura ex vertice B intersecas axem in 1, 2, 3 &c. Porro assume aperturam, Summæ axis majoris & Abscissæ B1 + B2 &c. æqualem, atque ex altero foco F prius ductos arcus I, II, &c. intersecas: Linea per has intersectiones ducta erit Hyperbola; quæ sic etiam motu continuo describi potest.
61. **PROBLEMA II.** *Ducere tangentem Hyperbolæ (& Ellipseos.) Fig. 16, 14.*
Ref. Abscinde $oD = oF$. Junge DF, eamque bifeca in P, erit TP Tangens. Demonstratio est fere eadem, quæ §. 29. NB. Speculum Hyperbolicum cum Elliptico Fig. 15.
62. *Def. 3. (Fig. 17.)* Si per Hyperbolæ verticem A ducatur cd , axi conjugato CD parallela & æqualis, ita ut sit $dA = DE = Ae = EC$; rectæ EL & EM ex centro E per c & d ductæ dicuntur Hyperbolæ *Asymptotæ*, seu non coincidentes.
63. *Coroll.* Quia $EA : Ae = ES : r$, & $EA : Ad (seu Ae) = ES : SR$ (§. 111. Elem.) erit $Sr = SR$ (§. 77. Ar.) Unde quia $S = So$ (§. 4.) erit & OR = or.
64. **THEOR. III.** *Differentia Quadratorum SO & SR = Quadrato Semiaxis conjugati DE.*
Dem. Quia $CD = \sqrt{ab}$ (§. 55.) erit $DE = Ad = \frac{1}{2}\sqrt{ab} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}ab}$; ES vero $= EA + AS = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}x$. Jam vero $EA : Ad = ES : SR$, hoc est, $\frac{1}{2}a : \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}ab} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}x : SR$; proinde $\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}x : \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{4}ab} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}x : SR$ (§. 90. Ar.) Unde $SR^2 = (\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}x)^2 : \frac{1}{4}ab = \frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ax + \frac{1}{4}xx : \frac{1}{4}ab = \frac{1}{4}aa + \frac{1}{4}ax + \frac{1}{4}xx$. Est vero $SO^2 = bx + \frac{bxx}{a}$ (§. 49.) Ergo $SR^2 - SO^2 = \frac{1}{4}ab = DE^2$. Q. E. D.
65. *Coroll. 1.* Quia igitur semper $SR^2 - SO^2 = DE^2$, nunquam fiet $SR^2 - SO^2 = 0$, adeoque lineæ EL, EM cum Hyperbola nunquam concurrent.
66. *Coroll. 2.* Sit $SO = y$, $SR = z$, erit $OR = z - y$, aut $OR = z + y$. Unde Rectangulum ex OR in Or, hoc est OR. Or = $zz - yy = SR^2 - SO^2 = DE^2$ (§. 64.) consequenter omnia Rectangula (OR. Or) Quadrato Semiaxis conjugati, adeoque etiam inter se æqualia sunt.
67. *Def. 4.* Si ex vertice A lineæ Asymptoto EL ducatur parallela AG, altæsi vero Asymptoto EM parallela AH, Quadratum de AG vel illi æquali AH, dicitur *Potestas Hyperbolæ*.

TAB. V. Geom. Curv. *De alijs quibusdam Curvis lineis.*

68. *Def. 1.* Si circulus super recta CD revolvatur, donec punctum $\circ$, extremo C applicatum, absoluta circuli revolutione in D perveniat, punctum peripheriæ $\circ$ describet Curvam CAD, quæ dicitur **ROCHOIS**, vel communius **CYCLOIS**.
69. *Coroll. 1.* Describi itaque potest Cyclois, si Cylindri cuiuspiam extimæ superficiem committatur acicula, hincque super linea sensum revolvatur.
70. *Coroll. 2.* CD, seu basis, duobus puncti describendis $\circ$ appulsibus in C & D determinata = Peripheriæ; CB = Semiperipheriæ Circuli genitoris; & in quocunque circuli genitoris situ recta CF = arcui Fo.
71. *Coroll. 3.* Si ducatur $\circ$ R basi CD parallela, erit $\circ$ f = arcui fA. Nam arcus $\circ$ E = CE (§. 70.) ergo arcus $\circ$ m = fA = EB = π ; Sed ob Sinus $\circ$ n & fr (utpote sinus arcuum æqualium $\circ$ m & fA) æquales; etiam $\circ$ f = π (§. 114. Ar.); Ergo $\circ$ f = fA. Si itaque $\circ$ f = y , arcus fA = x , erit y = x , hoc est, in Cycloide Abscissa æquatur Semiordinatæ inter Cycloidem & arcum abscissum intersectæ.
72. *Def. 2.* **EPICYCLOIS** describitur, si circulus genitor non super linea recta, sed super peripheria alterius circuli volvatur: & quidem Epicyclois superior, si circulus super convexitate; inferior, si super concavitate alterius circuli rotetur.
73. *Scholion.* Cum ope Cycloidis obtineantur linea recta, arcibus circularibus æquales, itemque Cycloidis Sectors & Segmenta quadrabilia sint, Cyclois Rectificationi Curvarum servit in Geometria. In Mechanica vero ostenditur Imo: Cycloidem esse lineam celerissimi lapsus, seu Brachystochronam, id est (Fig. 19.) ex puncto dato A ad inferius B corpus velocius delabitur per Cycloidem, quam per quameunque aliam lineam sive curvam, sive rectam, nisi hæc verticalis sit. Ado: Cycloidem esse lineam Tautochronam, id est, globus cadendo per Cycloidem eodem tempore perveniet ad inferius punctum B, sive ex altitudine maiore A, sive ex minore C deferatur. Quamobrem Oscillationes Pendulorum intra duas Cycloides Peracta, Isochrone seu æquidistantia sunt. Isochronismum hunc invenit & Herologiis applicuit Hugenius, in celeberrimo opusculo De Herologio oscillatorio.
74. *Def. 3.* (Fig. 20.) Si linea AB (veluti axis) dividatur in partes quocunque æquales, & in divisionum punctis f, f &c. erigantur perpendiculariter lineæ continue Geometricæ proportionales fo, fo &c: vertex $\circ$, $\circ$ terminabunt lineam curvam. quæ dicitur **LOGISTICA**, vel **LOGARITHMICA**.
75. *Coroll.* Igitur Abscissæ Af, Af &c. sunt Logarithmi Semiordinatarum fo, fo &c. (§. 124. Elem.) atque adeo usus præcipuus Logisticæ in ipsis Logarithmis est.
76. *Scholion 1.* Cetera ejusmodi Curva, uti Linea Sinuum, Tangentium, & Secantium. Quadratrix Dinostratis, Quadratrix Tschirnhausiana, Logistica Spiralis, Spiralis Archimædæ, atque (quas, quia Equatio earum naturam exhibens, proinde & Constructio, Curva Quadratarum requirit, non Algebraicas, sed Transcendentes vocant) plus ingenii, quam utilitatis habent. Conchois a Nicomede, & Cissois a Diocle, excogitata sunt ad invenendas duas medias continue proportionales, & ex Nicomedis quidem Conchoide hoc modo: (Fig. 21.) Dua data AB & BC jungantur ad angulum rectum, & compleatur Rectangulum ABCD. Bisecetur utraque in metn. Ex D per m ducatur DE in prolongatam BC; fiet EB = AD = BC. Ex n demittatur perpendicularis indefinita, eaque ex C secetur intervallo Co = Am. Ducatur $\circ$ E, eique parallela CF, & demum recta OG, occurrens productæ BC ita, ut fiat FG = Co. Denique ex G per D in continuatam BA, agatur recta GH, erunt CG & AH quasita dua media proportionales. Verum confer § 124. Ar.
77. *Scholion. 2.* Observa denique, Equationem, naturam Curva exhibentem, & inde ipsam Curvam algebraicam, dici Curvam primi gradus, vel primi generis, si Equatio sit Quadratica; secundi gradus vel generis, si cubica, & sic deinceps. Sic quia ex gr, Parabola Equatio est $yy = bx$, Parabola est Curva primi gradus &c.

ARCHITECTURA CIVILIS.

TAB. I. Arch. Civ. *Principia Generalia.*

1. *Def. 1.* ARCHITECTURA docet ædificii construendi partes in mente chartaque designare, & operarum labores ad intentum ædificii finem dirigere.
2. *Def. 2.* Perfectio ædificii consistit in ejusdem (1) *Firmitate* (2) *Utilitate* seu commoditate (3) *Elegantia*, quatenus hæc singula ad propositum finem, incolarum conditionem, diuturnum vel brevem ædificii usum &c. conducunt.
3. *Coroll. 1.* Spectato itaque sine ædificii, qui Architecto ante oculos perpetuo versari debet, prima Firmitatis ratio habenda est, sine qua nec utilitas, nec elegantia persistet; tum utilitas, ac demum elegantia custanda.
4. *Coroll. 2.* Est tamen ipsa quoque firmitas seu soliditas ad propositum ædificii finem & diuturnitatem constituenda; neque tumultuario, aut paucis solum mensibus, vel annis servituro operi ea tribuenda est, quæ alteri, cujus usus longævus petitur. Idem est de utilitate & elegantia.
5. *Def. 3.* *Eurythmia* est apta ad intentum finem partium qualitas, ordo, & dispositio, circumstantiis rebusque ipsis conveniens.
6. *Coroll.* Hinc alia requiritur partium qualitas, ordo & dispositio in ædificio magnifico, Templo, Regio, nobili, civico, æconomico, campestri &c. Sic ædificio magnifico portæ, fenestræ, scalæ, conclavia &c. ampla conveniunt. Eurythmiæ causa vult Vitruvius Jovis, Fulminis, Cæli, Solis, Lunæ statuas sub Dio constitui: Minervæ, Marti, Herculi struendas Dorici Ordinis; Floræ, Proserpinæ, Nymphis Ordinis Corinthii; Junoni, Dianæ, Baccho Ordinis Jonici convenire. Pugnant cum Eurythmia profana sacris mixta, Cælitum icones vel statuas vanis confusæ, & universum ornamenta ædificii fini non accommodata, hæc aut columnatum series, sine necessitate, nimiumque & sine varietate multiplicata: Triglyphi columnis Jonicis, Denticuli Doricis &c. inserti, cum Ordini cuivis ornamenta propria sint, de quibus suo loco. Pugnatur item cum Eurythmia, si partes ædificii superiores magnitudine superent humiliores, quibus tamen innituntur; si conclavia, ceteræque ædificii partes minus provide connexæ sint, ut angulis & anfractibus, angustis ambulacris &c. domus laboret; si coronides ejusdem conclavis non sint æque altæ, aut aliæ alijs prominentiores &c.
7. *Def. 4.* *Symmetria* est similitudo, qua partes homologæ ædificii sibi invicem eadem, heterologis vero competente proportionem respondent.
8. *Coroll.* Hinc partes homologæ ex. gr. fenestræ a domus janua in medio collocata utrinque æque distantes, portæ, parietes, ornamenta &c. sibi dextrorsum & sinistrorsum respondentia ejusdem magnitudinis & formæ esse debent.
9. *Scholion.* *Proportio, multipla, vel submultipla partibus Architectura conveniens, est in numeris parvis, 1:1, 1:2, 1:3, 1:4 &c. vel 2:3, 3:4, 4:5 &c. vel denique 3:5, 5:7, 7:9 &c. propterea, quod ejusmodi Rationes oculo statim obvia, animum quoque magis efficiant: quod & in Musica harmonia sentimus, & in Corporis humani fabrica Omniscentis Architectus, in Templo vero Hieronymiano Salomon præstitit, uti passim observant Auctores.*
10. *Def. 5.* *Acribia* est membrorum in Architectura occurrentium exacta elaboratio, qua neglecta tum ædificii perfectio (§. 2.) tum spectatoris oculus læditur.
11. *Coroll.* Nihil itaque in ædificio præcipitandum est.
12. *Scholion.* Templum Salomonis princeps opus est, quodque Architectura totius exemplar esse possit a P. Villalpando nostro (Explan. Vision. Ezech.) exhibitum, & (ut Goldmanni & Sturmii verbis utar) stupendo labore illustratum. Gracia aene ac Roma ex Templi hujus fabrica Architectura sua ornamenta desumpsisse, non immerito putatur. Ex scriptoribus antiquis unus superest Vitruvius, a C. Perault commentario illustratus. Multis post hanc sæculis Italie Romanis ruderibus Architecturam restituere admissi sunt, quos inter præcipui sunt Bramantes, Michael Angelus, Palladius, Serlius, Scamozzius, Barozzius de Vignola, cujus de quinque Columnarum ordinibus opus a Davilerio Gallico, & inde a Sturmio vernaculo nostro sermone datum ac commentationibus auctum in hoc Architectura genere præcipuis commendatur. Blondelli Cours d' Architecture Architecturæ thesaurus a Sturmio dicitur. Goldmannus (vollständige Anweisung zur Civil-Baukunst) Architecturam in Disciplina formam recingere conatus est. Pencheri Civil-Baukunst præclarus usus est. In Tignaria artis principiis primas fers Schübleri Zimmermanns; Runst.

13. **OBSERVATIO I.** Materies ædificii ante structuræ initium in promptu sit oportet.
14. **OBSERVATIO II.** Materies ædificii debet esse ejusmodi, quæ & ab injuriis æris & ab incendiis periculis id quam optime tueatur.
15. *Coroll. 1.* Igitur lignum & quodvis aliud incendio obnoxium, quoad licet, ab ædificio abesse debent.
16. *Coroll. 2.* Muri & fornices laquearibus vel parietibus ligno munitis vel subductis præferuntur; ingens vero illa ligni copia, quæ intra ædium turriumque tecta passim reperitur, merito culpatur.
17. **OBSERVATIO III.** Materies præcipua ædificii sunt I. Lignum II. Lapides III. Calx & Arena.

DE LIGNO.

18. De Lignorum in ædificiis adhiberi solitorum specie & probitate hæc compendio habet ex Vitruvii L. II. c. 9. Belidori *Science des Ingenieurs* L. IV. c. I. & Penthero, in *Lexico Archit. vnde Bau-Holz*, aliisque.
- Quercus** (*Eich, Baum*) etiam intra terram perdurat, sub aqua vero durior redditur; sicum tamen fere perpendicularem requirit; in horizontali enim, nisi validis fulcris sustentetur, finditur, aut proprio pondere omnino frangitur, idque eo magis, quo annosior est. Servit itaque postibus, fulcris perpendicularibus, columnis &c. præprimis vero publicis pontium (*Bruck, Pfählen*) aut Fundamenti (*Grund, Pfählen*). Quercus nigra seu rubra albæ præponitur.
- Larix** (*Lerch, Baum*) præ ceteris fere & universim commendanda. Durat, cariem aut vermes, putredinem vix admittit, nisi diu concluso humore & aëre suffocetur.
- Pinus** (*Föhren, vulgo Färchen*) rubra albæ præfertur; idem esto de Pinu sylvestri, (*Wilde Föhren, Kieffer, Rien, Holz*). Durat, & structuræ tectorum, fenestrarum crucibus, postibus &c. apprimè apta est.
- Picea** (*Fichten, Baum, Feichten*) in Austria superiore, non item inferiore obvia, bonitate proximum a Pinu locum habet. Post hanc - - -
- Abies** (*Tanne, Holz*) rubra præ alba est. Tectorum fulcris inclinatis, pavimentisque servit, quod ceteris minus ponderosum sit, longum præterea rectumque.
- Alnus** (*Esel, vel Erle, Baum*) in locis udosis & intra aquam immutata persistere, & immania pondera sustinere fertur.
19. **OBSERVATIO I.** Lignum quo siccus, eo aptius est ædificio.
20. *Coroll. 1.* Hinc ex enumeratis speciebus illæ nihilominus arbores præferendæ sunt, quæ in montibus, solo arido, petroso, arenoso; item Septentrioni potius aut Meridiei, quam Occidenti opposito, & demum in termino potius, quam medio silvæ nascuntur.
21. *Coroll. 2.* Arbores cædi debent, dum minimum succi habent, hoc est, ab Autumno ineunte usque ad dimidium Februarii, & tum etiam tempore sicco potius, quam humido. Nempe sub Autumni initium arbor inferne tantum usque ad medulam inciditur, resectis etiam, qualicet, ramis, tum succo sensum destillante, post unius alteriusve mensis spatium jam siccior multo reddita, penitus succiditur. Cæsa, cortice & albarno (*Spint*) velut primum vermium pabulo, resectis, loco sicco contra pluvias æque ac Solis ardorem tecto munita, neque humum contingens duobus minimum annis conservetur, antequam ædificii pars evadat, præcipue si januis, fenestris, valvis &c; utpote aeris injuriis magis expositis destinatur.
22. **Scholion I.** Ut advertas, dinne jam an recens secta arbor sit, quæve solo nata, extremo arboris olei oliværum aliquantum calefacti affunde. Quo citius magisque oleum imbiberis, eo siccior meliusque, atque bono solo & tempore, nec recens sectum lignum est. Ut vero noris, an nuspiam interne vitiosum sit, malleo unum ejus externum percuti facito, alteri extremo autem applica: sonus clarus boni; obscurus vel streperus vitiosi ligni indicium est. Aetas quoque arboris ex numero circulatorum fere concentricorum, in ima arboris resecta parte apparentium, quam proxime decerni potest.
23. **Scholion 2.** Cum vix obiniri possit, ut omne in ædificio adhibendum lignum optima speciei sit, id caveatur minimum, ut trabes majores, præcipue quibus alia, aut gravius onus innititur, proba nota, & seca sint. Lignum enim vitiosum majus, citius perit, quam minus, majusque procul dubio ædificio & crumena damnum infert. Præterea lignum non bene exsiccatum nec humori (ne putrescat) nec affluenti Soli (ne findatur) obijci debet.

DE LAPIDIBUS.

24. **Lapides sunt vel Nativi, seu Fossiles; vel Fallaces.** Inter Nativos - - *Marmor* firmissimam procul dubio ædificio materiam præbet, sed pretiosam. Idem est de *Alabaſtro*, quod tamen humore vitiat. *Calcarii lapides*, in specie sic dicti (*Kalk-Steine*) a quibus abrasus pulvis fatinam imitatur, firmitate gaudent, nec humorem attrahunt. Ex his *Tophus* durior (*der härtere Zuff-Stein*) mortario tenacissime jungitur ob suam porositatem, nec murum gravem reddit.
- Arenosi lapides* (*Sand-Steine*) humoris & salis nitri vim non ferunt. *Schisti* (*Schiefet-Stein*) tabulæ testis, non muris ducendis applicari possunt. *Ardesia regularis*, *Dach-Schiefet* dicitur.
- Camenta* (*Bruch-Steine*) informe saxorum genus, vel potius fragmina, adhiberi cum emolumento possunt (1) si non procul adveni debeant, (2) si fragmina non sint nimis parva vel informia, ut latera difficulter jungantur, aut multum mortarii absumant interstitia.
25. **OBS. I.** Universim boni sunt ii lapides, qui diebus aliquot aqua merſi rursusque extracti pondere non augentur, facile siccantur, nec tempore humido vel frigido sudant: mensibus aliquot, præcipue hibernis, aëri expositi non dissolvuntur; nec dissiliunt igni injecti; nec mallei ictu in lamellos separantur.
26. *Coroll.* Hinc silices, & alii ejusmodi, præcipue e fluviiſ eruti lapides, humorem facile recipientes, sternendis solum arcis, plateis &c. non vero muris construendis conveniunt.
27. **OBS. II.** Uti lignum, ita lapides nonnisi probe exsiccati, & ante anni minimum intervalum e lapidina eruti in ædificium assumantur: & si informes valde sint, aliquatenus aptentur.
28. *Def.* Si lapides fossiles majoris mollis efformati sint in figuram Quadratam, *Quaderstein*; si in parallelepipedam *Werdstuste* appellantur.
29. *Fallaces* lapides sunt *Lateres* (*Ziegel*) iique vel solis, vel furni igne costi; hi illis meliores, serviunt ducendis muris, sternendis cavædiis, & ambularis; testis vero *Tegula* (*Dach-Ziegel*) & *Imbrices* (*höhle Dach-Ziegel*) cavis semicylindris similes. Tegulæ & imbrices vitro obducti (*glasierte*) durabiliores.
30. **OBS. III.** Lateres & Tegulæ bonæ sunt, si aëri propinquis hiberno expositæ non corrumpantur, aut frangantur; & malleo tentatæ altum sonent.

DE CALCE, ARENA ET MORTARIO (Mörtel, Mälter)

31. **OBS. I.** CALX bona est candida, levis, sonora, dum malleo tentatur; nec in pulveres recedens sua sponte: in extinctione valde strepit; multum aquæ requirit, & copiosum fumum edit; receptaculi lateribus tenacius adhæret.
32. *Scholion.* Calx extincta, profunda fosse immissa & sabulo contexta, multis annis conservatur meliorque redditur.
33. **OBS. II.** ARENA bona est, si intra digitos confricta stridat, album linteum non inquinet, nec aquam, cui immittitur, nimis turbidam reddat; id enim signum est, eam a mollioribus terreis partibus satis liberam esse.
34. *Coroll. 1.* Hinc, ceteris paribus, arena fluvialis plurimumque preferenda est fossitiæ.
35. *Coroll. 2.* Arena fossitiæ aëri injuriis diu exposita esse non debet; secus namque in partes nimium subtiles, molliioresque resolvitur.
36. **OBS. III.** MORTARIUM compositio requirit debitam calcis & arenæ miscendæ proportionem, quæ a calcis bonitate pendet. Communiter $\frac{1}{3}$ calcis, $\frac{2}{3}$ arenæ accipiuntur. In calce cum arena probe subigenda maximum probi mortarii momentum est. Ceterum mortarium bonum est, si immixtæ trullæ (*Masser, Kesse*) ita adhærescat, ut neque nimium, neque nihil sui relinquat, dum ex trulla demittitur. Illud nota, pro extruendis muris mortarium ex arena crassiore, per cribrum tamen prius acta; pro trullizatione vero, sive tectorio opere (*Tünche*) ex arena subtiliore componi debere. Tab.

37. *Def.* I. Partes integrantes ædificii sunt: *Fundamentum* in imo, in medio *Muri*, *Tectum* in summo.
38. *Coroll.* Cum igitur Tectum Muris, ambo vero a Fundamento sustententur, in Murorum, ac Fundamenti præprimis firmitate neque curæ, neque sumtibus parcendum est.
39. *Def.* 2. *Fundamentum* Vitruvio proprie dicitur solum ipsum, cui ima muri pars, seu murus fundamentalis innititur: Murus fundamentalis vero appellatur *Substructio*.
40. *Axioma.* Substructio Fundamento solido inniti debet.
41. *Coroll.* Hinc effusa ad plurium pedum profunditatem humo, interrogatis etiam loci illius peritis, consideratis vicinarum ædium muris &c. soli constitutio investiganda est.
42. *OBS.* I. Solum est vel I. Saxosum seu rupeum. II. Siccum & firmum. III. Molle & cedens. IV. Palustre aut aquosum. V. in ipsa aqua.
43. I *Saxosum vel rupeum solum* princeps est cuiusvis moli sustinendæ, modo ne molli humo distincta, & ampliore intervallo interrupta rupes sit; tum enim vel ejecta illa rupis parte, vel peculiari substructione succurri debet. Substructio vero ita constituenda est, ut rupi undique artissime sit conjuncta (*Fig. 1.*) Alii *Murum Fusilem* adhibent: nempe (*Fig. 2.*) mortarium lapidibus, pugni magnitudinem æquantibus, probe commiscunt: in Fundamento ex commissis asseribus alveum quodammodo construunt: huic dictum mortarium, post unius alteriusve diei intervallum, quantum sat est, exsiccatum immittunt, fistucisque gravioribus consolidant. Tum muro hoc fusili probe jam siccato & consistente asseres tollunt.
44. II. *Siccum & firmum solum* dico, per quod instrumenta effodiendæ humo servientia non nisi magna vi adhibita penetrant, & retrahuntur: vel in quod impacta grandior arbor vix quidquam tremoris inferat aquæ in vicino vase contentæ, aut lapillis tympano impostis.
45. III. *Molle & cedens solo* Substructio non continue committi debet, verum craticula (*Rost Fig. 3.*) opus est, e lignis quercinis compacta, cujus aræ *m*, *m* &c. inurato opere replentur, huicque fundamento Substructio demum imponitur: id tamen curando, ut lapidum juncturæ lignis vicinæ non mortario, lignis obfuturo, sed argilla oppleantur. Transversis trabibus AC & BD firmior redditur craticula. Quidam, in humidior præpripis solo, eos quasi canales, quibus trahes insunt, saxis grandioribus *r*, *r*, tegunt, quo putrefacta etiam lignea craticula, ædificii firmitati consulant.
46. IV. *Palustre aut aquosum solum* craticulam, quercinis vel alneis, prius ambustis, & si lubet, oleo etiam aut resina illis, & interne cuspidi, superne annulo ferreo armatis palis (*Piloten, Pfähle Fig. 4.*) firmatam requirit. Scilicet exhausta prius aqua vel alio deducta, tum intra, tum circa craticulam fistuca adiguntur pali *o*, *o*, *o*, &c. & subinde ferra ad æqualem altitudinem refecantur: palorum intervalla saxis, sili-cibus, carbonibus, arena &c. replentur. Crassities palorum assumitur fere I. pedis; longitudinem vero & numerum eorundem ipsa soli qualitas & obtinenda firmitas facile definit.
47. V. *In ipsa aqua* collocando ædificio similis craticula, vel plures ejusmodi sibi superimpositæ & palis firmatæ serviunt. Muratam vero in aqua substructionem facturi palos quatuor, vel si opus sit, plures designant, utrinque crena instructos, quibus crenis postea asseres, ad fundum pertingentes, immittunt (*Fig. 5.*) Huic cistæ sic compactæ & aquam eminenti, duorum pedum intervallo aliam circumdant, priori similem, spatiumque interjectum argilla, & lapidibus probe consolidatis replent, quo aquæ affluxus omnino prohibeatur. Spatium EG ab aqua subinde anteliis, vel syphonibus exhaustum & repurgatum, ducendo muro locum saxis siccum dabit. Substructio vero quoad fieri potest, ex sectis saxis, subscudibus (*Klammern, Klampfen*) & competente glatine (*Ritte*) nexis fieri debet. Alios intra aquam struendi modos asserit Belidor (*Science des Ingén.* L. III. c. 9.)

ex Fundamentis, Substructionis & Murorum qualitate.

48. **PROBLEMA I.** *Determinare profunditatem Fundamenti.*

Ref. Investigata soli qualitate eligatur ea (esto duorum duntaxat vel trium pedum) profunditas, qua solum firmitus incipit; neque putandum est, majorem profunditatem majus ædificio robur conciliare, præcipue si id amplius sit & grave. Nam (ut de rupeo nihil dicamus) vel bonum siccumque solum est, vel cedens aut palustre? Si primum: etiam 2 vel 3 pedum profunditas cuicunque moli sustinendæ par erit, ipsa eaque multiplici experientia teste; neque contrarium ullatenus evincit ratio illa, communiter afferri solita, quod nempe etiam in sicco firmoque solo inferiores partes, utpote magis compressæ, firmitiores sint: pluribus namque rationibus hæc diluitur. Si mole cedens, aut palustre solum est, aliunde succurri potest & debet; non igitur inanes sumtus faciendi sunt.

49. *Scholion. Patet, profundius Fundamentum constituendum esse, si cæla subterranea, vinaria &c. fieri debeant.*

50. *Def. 3.* Muri sunt vel ex coctis, vel ex fossitiis lapidibus. Optimi procul dubio sunt ex secto grandique saxo constructi, & vel mortario, vel ferreis vinculis, vel plumbo interfuso (quod utrumque in Gothicis operibus factum videmus) coagmentati. Verum ætas hæc tantos sumtus horret. Lateritius maurus cæmentitio multo melior, excipe tamen Substructionem (§. 24.)

51. *OBS. II.* Ad obtinendam firmitatem, & Eurythmiam muri ad perpendicularum extruendi sunt, ita tamen, ut in singulis ædiuum contignationibus eorundem crassities seu latitudo minuatur, cum utique superiores muri minus pondus quam inferiores sustinere, neque inferiores noxio onere incassum premi debeant.

52. *Scholion. Hæc murorum imminutio fit a quibusdam in parte murorum tam interiore, quam exteriori; a nonnullis in parte tantum interiore; ab aliis denique in parte tantum exteriori. Primo & ultimo modo murorum ac proinde ædificii soliditati maxime consultum videtur; neque intuentium oculos offendet paucorum digitorum decrementum, quod singulis contignationibus respondet, si hæc imminutio fiat sensim & decremento continuo (ut in Fig. 6.) siue fiat gradatim, (utin Fig. 7.) singulaque retractiones Plinthe vel Corone (Gefsimte) regantur: modus ultimus internæ ædiuum Symmetria præterea condacit. Secundo vero modo utens adversos muros anchoris (Eckstößen) vel ferreis piceatis, vel quercinis, aut oleagineis ustulatis & a calcis arrofone (§. 45. III.) defensus vincere debet. Quanquam quocunque etiam ex his modo muri eleventur, anchoris muros conjungentibus cavere ædificium vix potest, itique pro murorum magnitudine solidis.*

53. **PROBLEMA II.** *Determinare in pedibus & digitis murorum præcipuorum Latitudinem.*

Ref. Esi universum ob diversissimos ædificiorum fines certum quiddam definiri vix possit, hæc tamen quam proxime, a summo deorsum, pro diversa contignationum altitudine proportio ex Penthero & aliis videtur statuenda:

		Ex muro lateritio				Ex cæmentitio vel mixto			
		9,10,11,12	13,14,15,16			9,10,11,12	13,14,15,16		
Si altitudo contignationis unius sit pedum Crassities, seu Latitudo in suprema con. ceu I iu proxime inferriore, ceu II III IV V		2ped.	Odig.	2ped.	3dig.	2ped.	3dig.	2ped.	6dig.
		2	3	2	6	2	7	2	10
		2	6	3	0	3	0	3	4
		3	0	3	6	3	6	4	0
		3	6	4	0	4	0	5	0

NB. Et in hujus, & in seq. Problematis Resolutione augenda potius, quam minuenda est Latitudo, præcipue in Turribus &c.

54. **PROBLEMA III.** *Determinare imam Substructionis latitudinem.*

Ref. Assumatur, quod sustinendo muro lateritio 20 pedes alto par & secuta substructio sit, quæ 8 digitis superat latitudinem muri, substructioni immediate imponendi. Hinc pro quavis muri imponendi altitudine (ex. gr. 60. ped.) definietur Substructionis latitudo, dicendo: 20: 8 = 60: x seu 24 digitos, quibus muri eidem imponendi latitudinem superare debet latitudo ima Substructionis.

55. *I. Scholion. Resolutio hæc nititur tum experientia, tum Theoria Mechanico-Geometrica, quam vide in Belidor Science des Ingen. L. I. Ceterum uti muri, ita murorum Substructio sursum in latitudine minuenda est, & quidem modo primo (§. 51, 52.)*

56. *Scholion. 2. In ædificiis amplius, & onerosi Substructio etiam anterioribus seu orymentalibus A. A. (Streb, pfeiser) firmatur (Fig. 8.)*

TAB. IV. Arch. Civ. - De *Ædificiorum Firmitate ex Laquea-*

57. *Def. 1. Laquear, Lacunar* (Decke, Ober- Boden) vel constat fornice, vel est planum.
58. *Def. 2. Fornix* (Tonne, Gewölbe) est segmentum cylindri cavi, duobus duntaxat muris utrinque innixum (*Fig. 9.*) Si unum latus A sit altero BC multo brevius, *Cornu bovis* (*Ochsen Horn, Fig. 10.*) dicunt.
59. *Def. 3. Testudo* (Creuz, Gewölbe *Fig. 11.*) duobus fornicibus transversim concurrentibus constat: quamvis Figuræ IImæ proprio vocabulo Klostter, vel Balm, Gewölbe, & si oblongior sit, *Walden-Gewölbe* appelletur: si vero in medio in figuram quamlibet planam coeat, *Spiegel-Gewölbe* audit (*Fig. 13.*)
60. *Def. 4. Tholus* (Kessel, vel Kugel-Gewölbe, Ruppel) est hemisphærium cavum.
61. *Def. 5. Fornix una sua parte cylindro AB insistens* (Spindel, Gewölbe) exhibetur *Fig. 14. & 15;* fornix pendens *Fig. 16;* fornix rectus ein flaches Gewölbe) *Fig. 17.*
62. *Def. 6. Arcus, sub quo tenditur fornix, est vel Semicirculus* (*Fig. 18.*) vel semicirculo minor (*Fig. 19.*) vel est arcus quasi superne compressus (ein gedrückter Bogen *Fig. 20*) vel demum componitur duobus arcubus in vertice sibi occurrentibus, diciturque arcus vel *fornix Gothicus*, aut etiam *Dorsum asini* (ein Gothischer Bogen, ein Esels Rücken, *Fig. 21.*) Sunt quoque fornices & arcus Elliptici, Parabolici &c.
63. **OBSERVATIO.** Arcus, proinde fornix ex lapidibus cuneorum formam imitantibus componitur, quorum plana versus arcus centrum diriguntur; vel minimum omnis arcus, etiam ex coctis lateribus constructus, velut similibus cuneis constans spectari potest. Ab horum lapidum cuneiformium combinatione & conjunctione fornices firmitas pendet, & ruina. Jam vero constat ex Mechanica, Cuneum anguli acutioris facilius dissociare, ac dividere partes connexas, quam cuneum anguli obtusioris; igitur & fornix acutioribus cuneis constans amplius premitur, premitque in subjectum fulcrum (*Widersage*) quam fornix ex obtusioribus cuneis compositus. De cunei autem angulo judicium sit ex longitudine linearum *ac* & *bc* ad arcus tangentes perpendicularium, prout infra vel supra fulcri altitudinem concurrentium.
64. *Encl. Hinc fornix Gothicus, Hyperbolicus, Parabolicus minus firmum fulcrum requirunt, quam Semicircularis: hic minus firmum, quam reliqui.*
65. *Scholion. Artem nativos lapides pro construendis fornicibus secandi post RR. PP. Derand & Dechales peculiari opere complexus est Desargues, & novissime Frezier.*
66. *Def. 7. Supremus lapis ab, quo arcus quasi completur, & clauditur, antonomastice Cuneus, vel etiam Clavis, Echluß, Stein appellatur.*
67. **PROBLEMA I.** *Determinare probatiores Regulas pro fornicum constructione.*
- Res. De Potentia, qua subjectum fulcrum premit fornix, deque fulcri crassitie determinanda agit fuse Cel. Belidor in opere jam sæpe laudato L. II. demonstrationibus ex Mechanica petitis Regulas suas muniens, & improbens communem practicam Regulam, quam pro determinanda tulcri crassitie passim afferunt, nempe hanc: (Fig. 22.) Arcus interior ABCD fornicis, cujusvis speciei, dividatur in 3 partes in B, C. Ex C ducatur chorda CD & prolongetur, donec fiat DE = CD: erecta perpendicularares DF & HE dabunt fulcri crassitiem. Nam Imo: hæc Regula certe non attingit fornices crassitiem, eandemque definit tulcri latitudinem, seu crassities fornices sit Al, seu Am, 2do: non spectat altitudinem fulcri; extra dubium tamen est, (Fig. 23.) eadem potentiam directione ab prementem a fulcro C sustentatum iri, fulcrum D vero, licet ejusdem cum C crassitie, eversurum. Unde hæc videntur observanda Regula:*
68. **I.** (*Fig. 22.*) Arcus, cujus amplitudo AD est 6 vel pauciorum pedum, in crassitudine Dæ minimum $\frac{1}{2}$ pedis esse debet: si vero amplitudo AD sit inter 6 & 24 pedes, fiat $Dæ = \frac{1}{12}$ AD. Attamen in pontium, cryptarum prædiliarum &c. arcu-

augenda; in Gothicis, Hyperbolicis, Parabolicis minuenda aliquantum est.

69 II. In Fornicibus (Tonnen, Gewölbe) semicircularibus fulcri crassities D H. dupla esse debet crassities fornicis D n, si simul fulcri altitudo DF æquetur radio GD: si vero altitudo fulcri sit radii dupla, fulcrum fere 1; si tripla, fere 2 &c. pedibus, supradicta dimensione crassius fieri debet, nisi Gothica forma, aut materies fornicis & Fundamenti firmitas eximia sit; tum enim etiam dimidii pedis augmentum sufficit: quod idem de Testudinibus intelligendum est, cum earum onus a pluribus simul fulcris sustineatur: itemque de fulcro, quod arcus utrinque positos gerit, atque de subterraneis concamerationibus, quarum fulcra terræ aut saxorum ambientium mole continentur.

In arcubus semicirculari minoribus tantuplo fere crassius fulcrum requiritur, quantuplo major est arcus radius rr, quam semicirculi fulcro insistentis radius Gr.

70 III. Arcus vel fornices recti (Fig. 17.) perstare quidem possunt, si arcus amplitudo AB sit 6, 7, 8 pedum; (unde super fenestris, portis &c. saxorum sectorum loco, usui sunt) in majori vero arcus amplitudine lapsui certe obnoxii sunt, nisi cunei exactissime sectorum lapidum quasi crenis quibusdam aut retinaculis d, d, d, instructi sint.

71 IV. Si fornicis medio (in lateribus enim id inconsulto fit) vel ipsi fornicis fulcro murus, aut quodvis majus onus imponendum est, tam fulcrorum, quam ipsius fornicis crassitudo augenda est, pro imponendi oneris diversitate.

72 PROBLEMA II. Fornicem construere.

Res. Juxta dimensiones, quas fornix constituendus habere debet, fiant ex asseribus arcus aliquot directores (Lehr, Bögen Fig. 24.) & super fulcris erigantur, ac firmiter colligantur, ita tamen ut iis subjiciantur cunei, (Zwiesel) qui murato fornice posthac subsidente tolli possint. Arcubus his inter se non admodum distantibus superne asseres affigantur, fornices struendi formam referentes: his fornix ex sectis vel coctis lapidibus superstruatur.

73 Scholion (Fig. 25.) Fornix A a ferreo retinaculo B pendens, eadem methode construi potest. Fornicis lignei constructio patet facile ex diâis.

74 LACUNAR Planum, Conignatio, Tabulatum (Diebst Boden) componitur ex horizontali serie trabium oppositis muris innixa. Trabes hæc vel ponuntur contiguae, vel interjecto inter trabium longitudo & soliditas major minorve fuerit.

75 OBS. I. Si ob lacunarum laticudinem longitudo tignorum extraordinaria requiratur, tigna in medio vel ex ferrea anchora suspendi, vel duplicari, vel fulcris a latere applicatis juvari debent.

76 OBS. II. Si trabes quadratæ non sint, secundum altius latus erectæ (auf der hohen Kante) collocantur.

77 OBS. III. Ne ea tignorum pars, quæ muro committitur, premature putrescat, amburi vel axungia obliniri debet, vel limo cincta a calce defendi.

78 OBS. IV. Trabibus contiguae positæ testorum, interjectis tamen arundinibus, immediate superinduci potest; non contiguae vero trabes prius asseribus contegi (Verschallet) & tum demum trullifatio peragi solet.

79 OBS. V. Area lacunarum figuris variis, gipsato opere (Stuccatur, Arbeit) ornatur, vel etiam picturis in udo inductis (Fresco-Mahlerey).

80 OBS. VI. Qua Lacunar a muro vel pariete abis, Coronis (Gesimse) & quandoque supra hanc concavitas, fornicem æmulans, formatur.

81 OBS. VII. Lacunaria cubilium, quæ hieme calefiunt, superne congestio rudere (Schütte, zerworffenen Estrich) contegi solent ad calorem amplius fovendum: tum asseribus strata, pavimentum dant superioris conignationis conclavibus.

TAB. V. Archi. Civ. *De cautelis in murorum structura adhibendis.*

82. I. Cavendum, ne lapides fossilii, qui coagmentandæ interiori parti muri fortasse adhibentur, nimis parvi, molles, ab adhærente terra non repurgati, aut recens e lapidina eruti, nimiumque angulosi sint. Attendendum hic etiam quam maxime murariis: uti etiam, an cavitates inter majores ejusmodi irregulares lapides interceptas lapidibus minoribus, mortario probe conjunctis, expleant: an parietem juxta horizontalem æque ac perpendicularem directionem perducant, mortarioque non nimis sicco, aut ex adverso non nimis fluido utantur.
83. II. Tum costæ, tum secti lapides ita sibi imponendi sunt, ut inferioris seriei juncturae, r, r, r, a superiore serie tegantur (*Fig. 26.*)
84. III. Tum costæ, tum nativi lapides humectandi sunt, antequam mortario copulentur quod eo amplius curandum est, dum muro veteri novus jungitur; quo casu etiam ex veteri muro quasi dentes quidam prominere debent (*Verjähnen*) quibus recentis muri lapides innectantur.
85. IV. Non solum substructionis, sed quorumvis murorum firmitati multum consulitur, si eorum ambitus ad Libellam, veluti per strata eaque ex eodem lapidum genere composita, undique æquabiliter assurgat, neque una eorum pars in altum educatur, altera in imo relinquitur. Æquabilis hæc murorum elevatio efficiet, ut etiam æquabiliter subsidant, rimisque non facile pateant.
86. V. Anguli murorum firmissime construendi sunt, quod in eos amborum murorum pressio agat. Unde in his maxime sectorum lapidum & anchorarum usus est. Cava etiam ædificiorum, ut sunt portæ, fenestræ &c. ab angulis, qua licet, removenda sunt.
87. VI. Meridiem versus, qua & Solis æstus, & humeri Austri pluviisque maxime obnoxium est ædificium, muri etiam præcipua cura struendi sunt; inde enim plerumque ædes primam ruinam minantur.
88. VII. Solidum solido, cavum cavo in structuris respondeat, id est, muri, pilæ, columnæ &c. non januis, fenestris, aliisque aperturis, sed muro solido insistant: cava vero cavis, id est, fenestræ, januæ &c. superiorum contignationum, fenestris, januis &c. inferiorum insinuantur. Muri quoque inter duarum contignationum cava intermediæ (præterquam quod dimidiam duntaxat murorum solidorum seu pilarum (*Peiser*) crassitudinem habere debeant) sublevantur interposito super apertura fornice, vel ducta anchora, saxove grandiore duroque supposito, quod superliminare (*Sturz*) dicunt; vel tota apertura saxo secto inclusa.
89. VIII. Muri tum in tum exteriori incrustari (testorio induci, trullisari, *Bertünchen*) debent: exteriori quidem subtiliori mortario (excipe tamen, si quæ forte primi terram eminentis muri vel alia ædificii pars studiose secto saxo, ad modum Operis Rustici veterum facta sit, vel etiam ad ejus imitationem ex crassiore mortario formata) interiori vero gypso, deinceps demum dealbandi. De trullificatione hac observa. I. Testorium non est inducendum, nisi muro plene exsiccato; alioqui hoc, utpote aperto aëri expositum, citiusque, quam interiora muri siccatum, rimas aget & avellatur. II. Testorium non simul totum, sed, ut loquitur Vitruvius, per diversa coria inducendum est, ita nimirum ut strato uno jam inducto & siccato superinducatur secundum, huic tertium & deinum Gypsum, postea naviter poliendum. III. Calx testorio servitura multo ante tempore macerata, & bene lenta ac glutinosa esse debet. Profunt etiam bovini pili calci admixti. IV. Si paries ligneus (*Holz-Wand*, *Riegel-Wand*) trullifandus est, lignum prius luto obducendum, tum cannis arundineis vestiendum est, & deinde trullificatio dicto supra modo peragenda.
90. IX. Et ædificii firmitati & incolarum securitati atque incendii periculo consulitur, si infimæ contignationis lacunaria, culina &c. arcuata (*gewölbet*) sint.
91. X. Intergeria, seu parietes intergerini (*Scheide-Mauer*) pro diversa sua altitudine, partibus, quam ab alia in ædificio distinguunt, sine, atque oneris incumbentis ratione majorem minoremve soliditatem requirunt. Si intergeria fiant lignea (*Scheide-Wände*) præprimis curandum est, ut lignum plene siccum adhibeatur; tum etiam ne a vicina forsan fornace flammæ concipiendæ occasio præbeatur.

TAB. VI. Arch. Civ. De *Ædificii firmitate ex Tecti structura.*

92. I. OBS. Tectum nec æquo gravius sit, ne inferiora opera nimium premat: nec iusto levius, cum finis tecti etiam sit, ut conveniente onere subjectæ structuræ partes colligeret. Tecti porro pressio æqualis undique sit oportet.
93. II. Interior tecti amplitudo semper ædificii fini accommodata, nunquam nimis angusta sit, neque tignorum copia ultra necessitatem repleta, tum ad sumtus, tum ad incendia evitanda.
94. III. Sic iustæ & æquabilis declivitatis, ut nives pluviasque undique facile demittat, neque tamen nimia altitudine sustinendæ turbinum vi impar reddatur.
95. IV. Qua muris inferne insistit, pro diversa ædificii altitudine plus minuseve (cubiti fere latitudine) ultra eos promineat.
96. V. Tecto subducuntur *Compluvia* (Dach-Rinnen) vel lignea vel metallica, quæ collectum stillicidium subinde ad aliquot a muris pedum intervallum ejiciant. Fit id quoque ope aliorum canalium, varie formatorum, compluviis ad angulum rectum insertorum; vel melius ope tuborum lamineorum ipsis muris a summo deorsum contigüe applicatorum, per quos, in imo aliquantum a muro reflexos, aqua in subjectum latius cavumque saxum devolvatur. In ædificiis nobilibus compluvia intra Simam (Rinn-Leiste) veluti supremam Coronidis, qua muri coronantur, partem; tubi vero, qua licet, occultari vel ad Eurythmias leges convenienter disponi solent.
97. *Def.* Tectum ex una solum parte declive dicitur Vitruvio *Doliciatum*, quibusdam *pluens*, ein *Taschen*, vel *Pult-Dach*; utrinque declive, *displuviatum*, vel *pechinatum*, *Sattels* vel *Gibel-Dach*; ex omnibus 4 partibus versus fastigium (Forst, AB, Fig. 27.) concurrentibus declive, *testudinatum*, *Zelt-Balm*, vel *Holländisch-Dach*. Sunt quoque in ædificiis nobilibus, turribus &c. tecta hemisphærica, pyramidalia, diversimode arcuata.
98. *Def.* *Tentonicum* veteris tectum altitudinem latitudini æqualem habet (Fig. 28.) *Tentonicum novum* in fastigio A facit angulum rectum, adeoque in semicirculo existit, habetque altitudinem $\frac{1}{2}$ Latdni (Fig. 29.) *Gallicum* veteris est $\triangle$ æquilaterum (Fig. 30.) *Gallicum novum* seu interruptum (ein gebrochenes Dach) semicirculus quadrifariam vel potius in 6 partes sectus definit (Fig. 31. & 34) *Italici* altitudo $\frac{1}{4}$ latitudinis fere (Fig. 32.) Demum sat nota sunt tecta superne plana, seu ambulacra subdialia, *Altanen*.
99. Interior tecti contignatio (Dachstuhl) tignorumque varis connexorum nomina exhibentur *Fig.* præcipue 33. & 34.
100. Schol. 1. Tecto *Tentonico* novo procul dubio postponendum est veteris, itemque *Gallicum* veteris per §§. 92, 93, 94, quin & *Gallicum novum*, in quo faciendi in ligna sumtus & incendii pericula facile superant illud commodum, quod inferior ejusmodi tecti pars habitationi aptari possit.
101. Schol. 2. Tectum *testudinatum* præferendum est *pechinato*, tum ob decorem, tum ob majorem firmitatem, a 4 mutuo partibus conciliatam, ipsosque etiam sumtus minores, minusque, interjecto nempe intervallo, a vicina domus flammis periculum. *Pluteus* minima firmitatis est. *Columina perpendicularia* tectum firmitus, quam *inclinata*; hac tamen plus spatii præbent. Tecta majora interpositis muris (Feuer-Wäuer) adversus flammaram vim præmununtur.
102. *Def.* *Frontispicia* (Frontons) sunt species tecti *Italici*, in quibus altitudo ad latitudinem esse debet ut 1: 4. vel 2: 9. Applicantur partibus murorum vel intro recedentibus, vel foras porrectis, fenestris, januis &c. *Vid.* Fig. 62. *Frontispicii* angulis quandoque *acroteria* (Bilder, Stühle) cum statuis imponuntur.
103. Exterior tecti materies arundinea, straminea, aut e scandulis constans, etsi usum suum habeat, qua tamen potest, vitanda est ob incendia. Tectum metallicum sumtuosum est, & plumbæum quidem præterea onerosum, & in incendio liquatum. ædibus hominibusque funestum: Laminas ferreas stanno obductas (Eisen-Blech) tectum declivius, vel inductus color oleosus a rubigine tuctur: Laminæ æneæ ævum perdurant. Ardesia facile frangitur; tegulæ imbricatæ seu imbrices boni, sed graves sunt; hamatæ, leviores passimque in usu (Hohl-Rehl, Forst, Schluß, Ziegel.)

TAB. VII. Archit. Civ. De utilitate, seu commoditate

104. **OBS. I.** Locus constituendi ædificii puro aëre sit, tum ad incolarum valetudinem, tum ad rerum servandarum integritatem tuendam.
105. *Coroll. I.* Hinc loca elevatiora, minus nebulosa, plagas temperatas respicientia, a paludibus remota, eligenda sunt.
106. *Coroll. II.* Urbes & oppida solum frumenti, aquæ, ligni ferax habeant, & si liceat, flumine etiam navigabili non destitutum.
107. **Scholion.** *Bona & sufficientis aqua (etiam in calinam, pistinam &c. fortasse deducenda) cura in ædificio quovis inter primas esto. Examen aqua multiplex est: teneatur coctione, aut leni evaporatione, bona parum vel nihil sedimenti in fundo vasis relinquet: pisa bene coquet &c.*
108. **OBS. II.** Lux cuivis ædificii parti competens esto.
109. *Coroll. I.* Igitur porticus altiores, fenestris lucem intercipientes, ædibus præsttuenda non sunt: cavenda item loca aliis, præcipue altis ædificiis cincta.
110. *Coroll. 2.* Nec conclavia inductis atris coloribus, lucem absorbentibus, obscuranda sunt; nisi alioqui lumen abundet.
111. *Coroll. 2.* Frons ædium Meridiem spectet, vel viam publicam; posticis vero ædificii partibus interjecta una vel plures subdiales aræ lucem aperiant. Scalas præcipue & culinæ lux ne desit.
112. *Coroll. 4.* **FENESTRÆ** Quadrangulæ præferenda sunt æque-altis &-latis cujusvis alterius figuræ. Excipe Tempia, oecos (*ἑὸς*) aliasque magnificas structuras, in quibus fenestræ alioqui amplæ, arcus varioque ornatus recipiunt.
113. *Coroll. 5.* Ea fere sit Fenestræ altitudo, ut in medio conclavis consistens cælum videas; latitudo altitudinis dimidia (vel etiam 2:3, vel 1:3.) semper tamen data, ut duobus facile sit per eam prospectus. Ceterum fenestras conclavium januis, *Maniana* vero fenestram (*Balcon-Fenster* M., *Fig. 62.*) portæ domus æqualem Eurythmia commendat. Subterraneorum cellarum (*Abajmrs*) G, H, I, L, & fenestræ dimidiatæ (*Moranist*) F, F, latitudinem ceterarum domus fenestrarum servant; altitudinem vero latitudinæ æqualem, plerumque minorem nascuntur. Idem est de Oculis Bovinis seu circularibus, seu Ellipticis, si infra tectum muro; si vero ipsi tecto inferantur (P, P) uti ceteræ tecti fenestræ (*Das*, vel *Kap-Fenster* / *Lucarne*) non solo lumine, sed tota sua latitudine r r, aliarum fenestrarum latitudinem aquant, altitudinem autem duplam habent (*Fenth. P. II. 4. 693. seqq.*)
114. *Coroll. 6.* Muri laterales cum fenestris (nisi per se amplis) sub angulo obtuso concurrant, ut eo minus lucis intercipient. Eandem ob causam vitra majora, minus plumbi requirentia, eligantur. *Conf. 4. 88.*
115. **Scholion.** *Firmitatis ratio postulat, ut murus inter duas fenestras medius (Schafft, Pfeiler) minimum 4; si fenestra ampla sint, 5, 6, 7 pedes aquet: commoditas id præterea, ut fenestra elevatio (Das Fenster, Wandstein) 3 pedes non superet, & pro faciliore aquæ defluxu aliquantum declivis superne formetur.*
116. **OBS. III.** Forma, sive figura ædificii commoda, finique intento apta sit.
117. *Coroll.* Hinc Figura Circularis, multitudinis capacissima, Templis (quanquam iis etiam oblonga Rectangula, qualis est Templi nostri Academici, conveniat) & Amphitheatris, his etiam Elliptica; Semicircularis sedi Spectatorum in Theatris; Polygona munitis oppidis, hortensibus aut venatoriis ædiculis, turribus &c. propria quidem est, nequaquam tamen consuetis habitaculis tribuenda ob difficilem tum lucis, tum conclavium distributionem. Triangularem vero Figuram utraque Architectura respuit. Restat itaque una Figura Quadrangula, & inter has præcipua Quadrata, tum Rectangula, cujus latitudo ad Longitudinem justam rationem habeat, nempe 1:3, 3:4, 3:5, 4:5. Eadem intellige de Figura conclavium, e quibus minimum præcipua, Rectangula sint oportet, etiam ædificium ipsum obliquangulum habere fortasse cogaris.
118. **OBS. IV.** Dispositio singularum partium ædificii commoda, incolarum conditioni, numero, negotiis, opificio &c. ipsiusque ædificii & cujusvis partis fini accommodata sit.

in ædificiis spectanda, ubi & de Fenestris, Januis, Scalis &c.

119. *Coroll.* 1. Hinc conclave quodvis constituendum est loco, rebus ibidem servandis vel agendis apto. Sic cubile, museum, & bibliotheca a turbis ac strepitu remota, Orienti vel Septentrioni, non humido Austro obversa sint. Granaria quoque & cellæ vinatæ a sole meridiano averſa diſas plagas; oleariæ ex adverſo Meridiem aſpiciant. In Nobilium ædibus infima contignatio famulitio, culinæ, cellis penuariis, ſtabulis &c. deſtinetur; proxime ſuperior (*Bel-Etage*) illuſtris poſſeſſoris habitationi. Multum huc facit, ut conclavia, quorum uſus connexus eſt, inter ſe communicent, ex. gr. conſervatorium ligni, triclinium, coquina, diſpenſa, piſtina; cubile, Bibliotheca & Muſeum: in publicis Magiſtratum ædibus conclavia in eodem officio vel negotio laborantium &c. &c. De urbium conſtitutione, oppidorum item & pagorum differetur.
120. *Coroll.* 2. Contignatio eadem in eodem ſit plano. Altitudo contignationis minima in luminae, ut ajunt (im Viſſte) eſt 9 pedum; paſſim uſitata 12; in Nobilium domibus etiam 16 & amplius pedum. Juſto enim major altitudo calefactioni obe; juſto minor, valetudini. Oecorum uti figura, ita diſenſiones ceteræ variz ſunt, neque raro eorum altitudo duabus contignationibus continetur.
121. **OBS. V. JANUÆ commodum tranſitum aperiant.**
122. *Coroll.* 1. Sint igitur figuræ Parallelogrammæ Rectangulæ: altitudine minima 7 (ſuperante nempe juſtum viri altitudinem) maxima 10 pedum, latitudine alitudinis dimidia (ſ. 113.) Porta domus, utpote oneribus &c. inferendis ſerviens, conclavium januis major ſit (ſ. 5.) Porta illuſtris ædificii ſuperne arcuanda, in ino lapidibus terminis (*Radeſſer*) munitendæ, curram ingreſſui minimum 8 pedum latitudinem, ſub dupla altitudine; concedant, niſi ex. gr. ob plateæ anguſtias latiore aditum currus requirant.
123. *Coroll.* 2. Conclave duas januas habeat, hæque adjacentium conclavium januis recta ſerie reſpondeant. Limine inferiore, pedum offendiculo, careant.
124. *Coroll.* 3. Januz $3\frac{1}{2}$ pede latiores duabus valvis claudantur, *getöppelte Thür, Zügel*.
125. **OBS. VI. SCALÆ commodum & ſecurum aſcenſum præbeant.**
126. *Coroll.* 1. Hinc graduum altitudo non ſit minor 5, nec major 8 digitis; latitudo 1 pedem ſuperet; longitudo minimum 3; in nobilium ædibus 7, 8, 9 pedes aquet. Ex quo ſimul apparet, quomodo ſpatium ſcalæ tribuendum & numerus graduum (tota nempe ſcalæ conſtituendæ altitudine per digitos uni gradui competentes diviſa) inveniatur.
127. *Coroll.* 2. Scala primaria, ædes intrantium conſpectui offeratur, & ab imo ad ſupremam contignationem continetur, ita tamen ut graduum ſeriebus majora plana Rectangula (*Ruhe-Plätze*) interponantur, aſcendentibus quieſcendi ſpatium, delabentibus ſubſidium allatara (Conf. ſ. 111.) Clatris, aliſve etiam retinaculis aſcenſus & deſcenſus juvatur.
128. *Coroll.* 3. Scalæ primariæ Rectilinez ſint; ceteræ, item occultæ Cochlidia (Fig. 15.) eſſe poſſunt.
129. *Scholion.* *Scala Lapidea ſiant, minimum primaria præcipue, ob periculum in caſu incendiis. Subdialium gradus aliquantulum declives ſint ad promovendum pluvia deſuxum.*
130. **OBS. VII. FORNACIS & CAMINI eſt frigus arcere abſque fumo, & ligni diſpendio.**
131. *Coroll.* 1. Ligno perſurus fornacem camino præligat: neque hunc tamen neque illam fenestris interponat, aut directe opponat.
132. *Coroll.* 2. In caminis proportio latitudinis ad altitudinem ſit, in parvis quidem conclavibus 3: 3, in magnis 4: 3, 5: 4, in Oecis 7: 5. Profunditas vero 2 pedum. Concavitas Parabolica, lamina ferrea veſtita, optima eſt. V. *Daviler Tab. 61-66.*
133. *Coroll.* 3. Fornacem inter & parietem atque pavementum ſit intervallum. Fornaces, quæ intra cubile caleſcunt (unde & Camini) plus valetudini commodant. Neque diſpicit canalis per fornacis baſim ductus cum aere externo & conclavis communicans.
134. **OBS. VIII. FUMARIA (Rauchſänge, Schornſteine) fumum facile admittant & dimittant.**
135. *Coroll.* Eorum cavitatis latitudo ſit inter 15 & 20 dig. Idem uni, non 3 vel 4 ſimul focis ſerviat. Intra tectum concurrere poſſunt; modo deinceps eorum apex ultra ſui & vicinorum tectorum faſtigia emineat. Laterna & varii canales contra ventum ſunt.
136. *Loca ſecreta, in ædificii angulos rejicienda, ſuperne ſpiracula complura, inferne fluentem, vel pluvialem eo derivatam aquam, qua licet, habeant, & aërta obturacula.*

137. Def. 1. *Columna* est fulcrum perpendiculariter erectum rotundum; Pila quadrangulare vel polygonum. Si pars earum muro immersa sit, columna vel pila *parietina* cognominatur, *Wand-Säule*, *Wand-Pfeiler*, *ana*. Pila arcum sustentans, dicitur *parafata*.

138. Schol. *Qua de Columnis deinceps dicentur, de Pilarum quoque restitueis membris intellige.*

139. OBS. I. Crassitudo columnæ oneri ferendo accommodari debet (§. 54.)

140. OBS. II. Inferiores partes crassiores esse debent superioribus (§. 51.)

141. OBS. III. Omnia & singula membra Columnam componentia aptam inter se proportionem habere debent, pro qua determinanda Architecti tum VV. tum RR. velut communem mensuram assumere, aliqui quidem Diametrum columnæ, plerique Semidiametrum, quæ tamen (ob Columnæ, ut dicitur, diminutionem) in ima ejus parte accipi debet. Semidiameter *MODULUS* appellatur, & jam in 12, jam in 18 partes divisus sumitur.

142. Def. 2. Columna tota partibus 3, harumque quævis 3 aliis constat. Est nempe (Tab. IV.)

III. TRABEATIO, } 3. *Coronis*, der Kranz, iK.
das Gebälge, } 2. *Zophorus*, der Borten, Frieße, bi.
G K. } 1. *Epistylum*, seu *Architrabs*, der Unterbalken, Gk.

II. COLUMNA, } 3. *Capitulum*, der Knäuf das Capital, fG.
die Säule, } 2. *Truncus* seu *Scapus*, der Stamm, Schaft, ef.
D G. } 1. *Basis*, seu *Pes*, der Säulenschaft, De.

I. STYLOBATA, } 3. *Coronis*, vel *Coronix*, der Deckel, cD.
der Säulenschaft, } 2. *Truncus*, der Würfel, bc.
Piedestal, AD. } 1. *Basis* seu *Pes Stylobata*, der Fuß des Säulenschafts, Ab.

143. Scholion. *Partes hæ Columnæ essentielles dici quidem solent; attamen non raro, in Frontispictorum præsertim ornatu, collocantur columna Stylobatis carentes: & vicissim non minus raro Stylobata Columnarum loco statuas &c. ferunt.*

144. Def. 3. Partes nunc dictæ componentur e diversis MEMBRIS (Glieder) quorum alia sunt plana, alia convexa, alia concava, alia concavo-convexa. Figg. Tab. III.

PLANA differunt magnitudine, & Loco, quem in Columna occupant.

Regula, 1 vel 2 p. Riemsehn
Tania, 3 ad 6 p. Band.
Corona, Kranz, Reisten, L.

CONVEXA { *Astragalus*, Stab, B.
{ *Torus*, Pfuhl, } Superior C.
inf. seu maj. D
{ *Echinus*, Wulst, Kropfleiste, F

CONCAVA { *Trochilus*, Seotia, Einziehung, E
{ *Cymatium*, Doricum, Hohlleiste,
Hohl-Röhle. G.

{ *Superior*, der Abblau, } Fig. 35.
{ *Apographe*, Inferior, der Anlauf,

CONCAVO-CONVEXA { *Cymatium Lesbium*, Kehlleiste, rectum vel inversum H.

{ *Sima*, Riemleiste, recta, vel inversa. Sturzeinne, I.

Supercilium, Überschlage, terminat Coronides, Capitulum, Epistylum, Zophorum.

Fascia, Streifen, est membrum epistylit.

Abacus, die Platte, in Capitulo.

Hypotrachelium, der Hals, in Capit. & Stylobata

Limbus, Saum { *superior* seu *cincta* } in Scapo.
{ *infer.* Untersaum. }

Plintus, die Tafel.

Quadra, Grund-Stein, innum Stylobata membrum.

145. Def. 4. *Annulus* dicitur *Astragalus* circularis, cinctæ impositus, quandoque & alias *astragali*, quin & *regulæ* circulares, annuli appellantur, Rinken.

146. Def. 5. *Ephora*, Aus, Raut, est dimidia membri longitudo, seu distantia, qua extremitas membri a Columnæ axe distat.

147. Def. 6. *Projectura* vel *Projectio*, Vorsprung, Anwachsung, Vorfegung, est excessus longitudinis, qua unum membrum aliud, vel ejusdem membri pars alteram excedit - *Projectura*, membri altitudinem ne superet, excepta *projectura Coronæ*.

Ornamentis Architectonicis in genere.

148. PROBLEMA I. Delineare Trochilum E.

Ref. Si projectura = $\frac{1}{2}$, super $\frac{1}{2}$ erige $\square$ ac; super $\frac{1}{2}$ vero $\square$ bd. Tum ex c & d describe arcus sibi occurrentes. Si projectura = $\frac{1}{4}$, super $\frac{1}{4}$ fac $\square$ ac &c.

149. PROBL. II. Delineare Cymarium Lesbium H, & Simam I.

Ref. Bifeca ductam cæcam tr (in Sima ru), & fac 2 Δ Δ æquilatera rso & tss, ex quorum verticibus describes arcus sibi occurrentes.

150. Scholion. Reliquorum membrorum descriptio perficitur arcibus circularibus, quorum centrum in praxi ex ipsa Membri altitudine & Projectura faciliè determinatur, ut ex Figg. patet.

151. OBS. IV. Ia Membrorum horum dispositione proportio & variatio oculum delectet.

152. Coroll. 1. Hinc semper membrorum horum majus aliquod in quavis Columnæ parte adesse debet, cui minora veluti famuleantur: ut Corona in coronide, Fasciæ in epistyllo &c.

153. Coroll. 2. Altitudo quoque Membrorum variare debet. Sic membrum minus, quod majori tegendo & quasi coronando servit, subjecti majoris altitudinem ad summum subduplam, minimum subtriplam habeat: Regula Astragalo, hic Echino impositus, infraposti partem subquadruplam æquare, non tamen subtriplam superare debet &c. quæ amplius ex Ordinum expositione patebunt.

154. Def. 7. ORNAMENTA ipsorum Membrorum alia sunt *significativa*, alia *arbitraria*. Significativa ipsius ædificii finem, veluti symbola, indicant, uti si templum Cherubinibus, Figuris

e Veteri Novoque Testamento petitis, aut Religionis, aliarumve Virtutum symbolis: Aula Academica Scientiarum artiumque signis aut instrumentis: Regia Coronarum, Laurorum, Sceptorum se decussantium &c. imaginibus: Armamentarium armis, scutis, trophæis, machinis bellicis decoretur: quibus iisdem signis & rerum ab eo gestarum, ac expugnatarum urbium typis, Herois cujuspiam palatium exornari poterit. Ejusmodi tamen majora ornamenta velut proprium ceterisque ampliolem Columnæ locum, Zophorum sibi vendicant. *Arbitraria* ornamenta sunt *Flores, Folia, Ova, Encarpi*, (*Frucht, Schûtte, fessons*) aliaque, quorum quædam Antiquis usitata membrisque singulis propria exhibentur *Tab. IV. Figg. B, V, D, E* (chalcographi errore inversa) *F, G, H, I, L*.

155. OBS. V. Ornamenta hæc cum delectu adhibenda sunt, & loco, parteque conveniente.

156. Coroll. 1. Hinc membra, quorum amœna simplicitas aptiusque cum aliis nexus, ptez omni ornatu est, quæque aliis distinguendis serviunt, ut sunt minora membra plana, vix ornantur, nisi in Templorum aris, in quibus omnia membra, exceptis tamen Regulis, decorari possunt. *Conf. s. 173.*

157. Coroll. 2. In membris minoribus & concavis ornamenta fiunt prominentia (*Reliefs*) plus minusve, prout major, minoreve fuerit membri magnitudo, & distantia ab oculo Spectatoris: in majoribus vero & convexis aut concavo-convexis ornamenta a membri superficie introrsum celantur, ne eorum crassities nimium augeatur: Zophorus sculpturam simam (*halb erhabene Arbeit*) requirit.

158. OBS. VI. Neque membra, neque ornamenta nimium multiplicanda sunt, ne ornatum profusio & confusio pulcrum illud & delectæ proportionis gratiam tollat. 2do: Neque membra neque ornamenta similia, aut omnino æqualia, sibi immediate succedant, sed dirimantur dissimilibus, rotunda nempe membra per plana, majora per minora. Duobus membris ornatis unum non ornatum interponitur, aut si duo ornata sibi contigua fiat, ornamenta saltem differant. 3io: Universim curandum, ne una ex gr. Frontispicii pars membrorum ornatu abundet, altera egeat.

159. Def. 8. Fig. 37. exhibetur *Voluta Ionica*, limacem vel Cornu Ammonis referens; in cujus medio positus circulus AB *Oculus Volutæ* dicitur.

160. PROBL. III. Ducere Volutam Ionicam methodo Goldmanniana.

Ref. Totæ Volutæ altitudo sit 6 partium Moduli, ita ut duæ ejusmodi partes Oculo AB tribuantur; 8 vero sint supra, 6 infra Oculum. 2do: Bifecatur semidiametri CA & CB in 1 & 4. 3io: Super linea I, 4, erigatur $\square$ I, 2, 3, 4. 4to: Ducantur C, 2 & C, 3. 5to: Dividatur latus I, 4, in 6 partes æquales in punctis 5, 9, 12, 8, & antequam rursus alia 2 $\square$ 5, 6, 7, 8, & 9. 10, 11, 12. 6to: Constructo sic Fundamento ex puncto 1, radio I, D, ducatur Quadrans D, I; ex 2, radio 2, I, Quadrans I, 2; ex 3 radio 3, 2 &c. Pro interioris Volutæ Fundamento fiat Imo.

DE = $\frac{1}{2}$ AB, itemque semilatus Quadrati interni punctati maximi = $\frac{1}{2}$ C, I. 2do. Latus hoc interni $\square$ invenitur rursus (uti ante latus Quadrati externi) dividatur in 6 partes æquales, superque iis erigantur Quadrata, ceteraque; ut cum Quadratis externis, peragantur.

TAB. IX. Archit. Civ. De Quinque Ordinibus

161. *Def.* 1. Ordo Architectonicus dicitur fulcrum ex Stylobata, Columna, & Trabeatione, apta varietaque perporcione constitutis, compositum.
162. *Def.* 2. Ordines Architectonici a diversâ membrorum TAB. VIII. enumeratorum constitutione, nexu, & dimensione, diversi habentur.
163. *Schol.* Olim tres, Doricus nempe, Ionicus & Corinthius (e Templo Salomonis fortasse de promptu) numerabantur in Græcia; Roma illius vestigia & æmula duos addidit, alterum Thuscum dictum, Dorico humiliorum; ex Jonico & Corinthio compositum alterum, attamen Corinthio etiam inferiorem, qui inde Compositus, vel Romanus appellatur. Pulcherrimam hanc architectandi rationem, Gothorum barbarie interruptam & veteribus ruinis, Decorum sanis, Augustorum Colossi, potteribus &c. ex tribus abbas faculis restituerunt 9. 12 citati Auctores; e quibus tamen Barozzium de Vignola præ ceteris ducem sequemur.
164. *OBS.* 1. Moduli, proinde quarumvis partium quantitas, ab Ordinis totius altitudine pendet.
165. *Reg.* I. Vignolz. omnibus ordinibus communis: Data altitudo, quam Ordo totus habere debet, dividatur in 19 partes æquales (Fig. TAB. IV.) ex his 19 partibus, 4 Stylobatæ. 12 Columnæ: 3 Trabeationis dantur. Si Columna Stylobatam dare non libeat, tota altitudo dividatur in 5 partes æquales, quarum 4 Columnæ, unam Trabeationis nanciscatur.
166. *Reg.* II. Columna Tusca 14; Dorica 16; Ionica 18; Corinthia & Composita 20 Modulos alta est, ut adeo Ordines sensim uti ornatiore, ita & græciores fiant; æque hanc etiam causam Modulor Ordinis Tusci & Dorici in 12; reliquorum vero Ordinum in 18 partes subdividitur.
167. *Coroll.* Data itaque Ordinis altitudine reperitur Modulus, si inventa (per Reg. 1.) Columnæ altitudo in 14 pro Tusco, in 16 pro Dorico, in 18 &c. partes æquales nempe Modulos dividatur.
168. *Def.* 3. Ordinum notæ Characteristicæ sunt: Tusci simplicitas: Dorici Triglyphus cum guttis: Jonici Voluta: Corinthii, Capiculum foliis, alique membra magnifice ornata: Compositi, Voluta ex Jonico, & Capiculum cum foliis Corinthii Ordinis.
169. *Coroll.* Hinc etsi abint Columnæ, si quæ tamen harum characteristarum in structura quapiam compareat, illius Ordinis, cuius adeo characteristica, structura dicitur.
170. *Scholion.* Partium Membrorumque altitudines & cephoras pro Ordinibus singulis adjuncta iconum Tabula exhibet; en nomina:

COLUMNÆ	Styl. inf. Scapus	ORDO THUSC.	DORICUS	IONICUS	CORINTH.	COMPOSIT.
		Scapi pars inf.	Scapi pars inf.	Scapi pars inf.	Scapi pars inf.	Scapi pars inf.
		e, limbus inf. ** ** *	e, limbus ** ** ** *	e, limbus	e, limbus	e, limbus
				T, Torus e, regula r, trochilus e, regula a, a, duo astrag.	T, Torus e, regula r, trochilus e, regula a, a, duo astrag.	T, Torus e, regula r, trochilus e, regula a, astragalus
		f, Torus d, Plinthus	g, Torus f, Plinthus	e, regula r, trochilus e, regula P, Plinthus	e, regula r, trochilus e, regula P, Plinthus	e, regula r, trochilus e, regula P, Plinthus
		r, Supercilium l, Cymatium Lesbus.	r, Supercilium c, echinus C, Corona cum reg. L, Cym Lesb.	r, Supercilium L, Cym. Lesb. C, Corona c, echinus	r, Supercilium x, Cym. Lesb. C, Corona c, echinus a, astragalus r, regula F, Hypotrachelium a, astragalus	r, Supercilium L, Cym. Lesb. C, Corona L, Sima r, regula D, Cym. Dorici F, Hypotrachelium a, astragalus
		r, regula ** ** ** *	r, regula ** ** ** *	r, regula sup. r, regula inf.	r, regula sup. r, regula inf.	r, regula sup. r, regula inf.
		a, astragalus L, Cym. Lesb. invers.	a, astragalus L, Cym. Lesb. invers.	a, astragalus S, sima invers.	a, astragalus S, sima invers.	a, astragalus L, Cym. Lesb. invers.
		r, regula	r, regula	r, regula	r, regula	r, regula
		A, Quadra	A, Quadra	A, Quadra	A, Quadra	A, Quadra

OBS. II. BASES ATTICÆ, tribus ultimis Ordinibus communes, olim Basi Columnæ Ionice, ob iusto maiorem Torum improbatæ, substituebantur. II. Scamillus, Interst. Stylobatæ & pedi Columnæ interiectus non placet, nisi in columnis valde alto loco constitutis.

		ORDO THUSC.	DORICUS	IONICUS	CORINTH.	COMPOSIT.
TRABEATIO	Coronis	e, echinus a, astragalus r, regula C, Corona	r, Supercilium D, Cym. Doricum r, regula L, Cym. Lesbium G, gutta Corona C, Corona	r, Supercilium S, Sima r, regula L, Cym. Lesbium C, Corona	s, Supercilium S, Sima r, regula L, Cym. Lesbium C, Corona L, Cym. Lesbium F, Tania Mutuler. r, regula sub Mut. e, echinus a, astragalus r, regula F, Tania densic. r, reg. sub dens. L, Cym. Lesb.	s, Supercilium S, Sima r, regula L, Cym. Lesb. a, astragalus C, Corona
	Zoph.	r, regula L, Cym. Lesb.	F, Tania denticul. r, reg. sub densic. L, Cym. Lesbium F, Tania	e, echinus a, astragalus r, regula F, Tania dentic. r, reg. sub dens. L, Cym. Lesb.		e, echinus r, regula L, Cym. Lesbium F, Tania densic. r, reg. sub dens. e, echinus
	Epistylum	s, Supercilium F, Fascia	z, Metop. dimidi- un, Triglyphus Z, Metopa □ tra.	Z, Zophorus	a, astragalus r, regula Z, Zophorus	a, astragalus r, regula Z, Zophorus
			s, Supercilium d, d, 6 denticuli, gutta. vel campanula regula so- la.	s, Supercilium L, Cym. Lesb. FFF, Fascia III. FF, Fascia II. F, Fascia I.	s, Supercilium L, Cym. Lesb. a, astragalus FFF, Fascia III. L, Cym. Lesb. FF, Fascia II. a, astragalus F, Fascia I.	s, Supercilium t, Cym. Doric. e, echinus a, astragalus FF, Fascia II. L, Cym. Lesb. F, Fascia I.
COLUMNÆ pars sup.	Capitulum	r, Supercilium A, Abacus e, echinus r, regula H, Hypotrachelium	r, Supercilium L, Cym. Lesb. A, Abacus e, echinus r, r, r 3 regulæ H, Hypotrachel.	s, Supercilium L, Cym. Lesb. A, Abacus f, fasciula Volut. F, Tania Volut. e, echinus Fig. A. Fig. B.	e, echinus r, regula A, Abacus Voluta corn. Abaci Voluta intermed. e, labium vasis G, cauliculi FF, series sup. f, f, series fol. inf.	e, echinus r, regula A, Abac. e, echin. a, astrag. r, regula G, cauliculi F, F, series sup. f, f, ser. fol inf.
	Scapus	a, astragalus r, cinctæ SC, Scapi pars sup.	a, astragalus r, cinctæ SC, Scapi p. sup.	a, astragalus r, cinctæ SC, Scapi p. sup.	a, astragalus r, cinctæ SC, Scapi p. sup.	a, astragalus r, cinctæ SC, Scapi p. sup.

} Volute
Ionicæ

171. OBS. I. Universum Denticuli & guttæ vel campanulæ habent projecturam = suæ latitudini; adeoque inferne quadratæ sunt.
172. OBS. II. In DORICO 1mo: Guttæ 6 simul sumtæ, hisque superposita Regula latitudine totum Triglyphum Dreschlii un (qui Decemidem, Balkenopf/representat) æquant. XX sunt 2 integri, æ dimidii canales; VV sunt femora, Schendel. Triglyphi projectura = 1 p. 2do: Duabus superioribus trium Regularum Hypotrachelio impositarum (quarum quævis $\frac{1}{2}$ p. lata est) Astragalus bene substituitur. 3tio: Aliam hujus Ordinis Trabeationem cum Pseudomurus (Aster-Sparren-Köpfe/Dielen-Köpfe) loco Denticulorum vide Davil. Tab. 16. In IONICO Voluta sic nō datur: Demitte cathetum de, in distantia 18 partium ab axe Columnæ. Fac $mc = 9$, $Cn = 7$ p. Sic determinato Oculi centro C describe Volutam juxta §. 160. Totius Volutæ cephora = $4\frac{1}{2}$ p. NB. Scamozzianæ Volutæ nunc præpacent, & encarpis quandoque junguntur. V. Belidor, L. V. p. 25 in Scamozzi L. VI. c. 23. CORINTHI & (demptis supremis membris) COMPOSITI Capituli dimensiones exhibet Fig. E. Ecphoræ Membrorum Abaci, accipiuntur in ejusdem Diagonali, eorum veto curvaturæ obtinentur, constructo super latus Quadrati Abacum determinantis, Δ æquilatèro, ex cujus vertice arcus ducentur. Projecturæ foliorum & Volutarum determinantur, per lineam ab extremo Diagonalis Abaci ad Scapi Astragalum ductam. Folia (in quavis serie 8) sunt olivarum, scanthi (Vordensflaue) vel Petrofelinii, quorum delineationes exactas dat Pentz P. III, §. 108. In figuris adjactis ima foliorum pars nimirum prosum curvatur. Producenda COMPOSITI Voluta, in distantia 9 p. infra Regulam Abaci, duc parallelam indefinitam: a puncto, in quo hæc lineam Projecturæ foliorum interfecabit, accipe in parallela 8 p. introfiam, habebisque centrum oculi Volutæ juxta §. 160 (attamen cornui Abaci parallele) describendæ. Cornu Abaci in Composito est 6 p. latum. OROPHOGRAPHIAM (Dedten-Riß) Plasteri Cornu Doricæ exhibet F. 38; Corinthiæ F. 40; Compositæ F. 39. Ordinum Monumenta vide in Chambray Parallele de l'Architecture &c. Fig. C, D.
173. Ex his patet, Ordini Tusco vix ullum; paucæ Doricæ; Ionice pulchriora; Corinthiæ & Compositæ distincta ornamenta convenire.

174. *Diminutio* { *Tusco* } a basi vel
Columnæ { *Dorico* } $\frac{1}{2}$ supra.
 incipit in { *jon. Cor* } $\frac{1}{3}$ supra.
 Ordine { & *Comp.* }

Modus. Fig. 36. Ducta Diametro diminuta GH, eo loco, quo incipit diminutio, duc semicirculum CD: dein HI axi parallelam: arcum abscissum ID in quasvis ex. gr. 5 partes, & in totidem axem reliquum divide &c.

175. Schol. 1. *Pila pro Modulo habet suam $\frac{1}{2}$ latitudinem: nec diminuitur, nisi Columna juncta.*

176. Schol. 2. *Eustasis, Baudung, & figura elliptica Columnarum a plerisque rejiciuntur.*

177. *Striges, Muthshöhlungen, in Columna Dorica fiunt 20; in 3 ultimis Ordinibus 24, cum striis, Zwischenstäbe. Stria determinantur, circulo maximo Scapi in 24 partes, dein $\frac{1}{4}$ in 5 partes divisa: harum 5 partium una striæ obvenit. V. Fig. * inter stylobatas. Stria nunquam sit major $\frac{1}{4}$, nunquam minor $\frac{1}{8}$ strigis parte. Diminuuntur cum Columna vel pila: earum ornatus V. Daviler. Tab. 122--124.*

178. *Columna Tortilis (Gewundene) sic fit Fig. 45. Designata prius Columna dividatur in partes 24, & per divisionum puncta ducantur occultæ parallelæ. Ex punctis in quibus hæ latera Columnæ interfecant, jam prorsum, jam retrorsum ponatur $\frac{1}{4}$, centrum ducendi arcus datura. Pro infimis & supremis, nempe minimis arcubus, accipiat dimidium $\frac{1}{2}$ Columnæ tortiles non quidem portando oneri, attamen ornandis aris, atriis &c. aptæ sunt. Aliarum Columnarum diversas species & denominationes, quas seu a materie, seu a compositione & figura, vel demum a fine, symbolis, insculptis monumentis &c. fortiuntur, vide apud Daviler. Tab. 122--124. Columna conjugata (complex) sunt, quæ binæ, ternæ, aut quaternæ communi basi gaudent.*

179. **ORDO ATTICUS** dicitur conignatio demissior, subjectæ grandiori imposita, constans pilis, quarum axes axibus, intervalla (inscriptionibus vel symbolis ornata) intervallis substructarum Columnarum vel pilarum respondent. Pilarum Atticarum latitudo æquatur dimintæ Diametro Columnæ, cui pila Attica insistit: altitudo vero est latitudinis quintupla vel sextupla. *Pentherus* ejusmodi pilas, singulis 5 Ordinibus respondentes affert. P. III. Tab. 43.

180. **PODIORUM** (*Balustrades*) columnas (*Geländer, Säulen, Geländer, Doeken, Balustres*) 5 Ordinibus accommodatas aliasque ostendit Davil. Tab. 126, & *Peniber*. P. III. Tab. 41; alios vero Podiorum ornatus, operis exlati &c. Daviler. Tab. 95 & 127.

181. **ANCONES** quoque, seu **CANTHERII** (*Kragsteine, Gallis Consolæ*) fulcrorum species sunt, Coronidibus, Statuis, Mænianis, Podiis, Fenestris &c. sustinendis & ornandis proprii. Mutulorum & formata & ornamenta æmulantur.

182. **COLUMNATIO**, *Säutenstellung, Colonnade*, est series Columnarum, quarum Trabeatio est continuata, eaque vel recta, vel circularis, quo casu *Peristylum* appellatur. Fig. 42.

183. **ARCUATIO**, *Bogenstellung, Arcade*, est, dum Columnis adjiciuntur parastatæ, arcum portantes.

184. **Intercolumnium** (*Säulenweite*) intra hos 5 velut terminos constituit *Vitruv.* L. III. C. 2.

	<i>Pycnostylon</i>	<i>Systylon</i>	<i>Eustylon</i>	<i>Diaetylon</i>	<i>Aræostylon</i>	
<i>Fig. 41.</i>	<i>Distancia</i>	<i>Dichtsäulig</i>	<i>Nahe-säulig</i>	<i>Schön-säulig</i>	<i>Weit-säulig</i>	<i>Fern-säulig</i>
Scaporum	3 Mod.	4 Mod.	4½ Mod.	6 Mod.	8 Mod.	
Axium	5 Mod.	6 Mod.	6½ Mod.	8 Mod.	10 Mod.	

185. *Vignola* Columnationi & Arcuationi sine vel cum Stylobata hæc speciatim statuit:

185. <i>Fig. 42, 43</i>	ORDO TUSC.			DORICUS				IONICUS			CORINTH. & COMP.				
<i>Distansia</i>	<i>Scap.</i>	<i>Axium</i>		<i>Scap.</i>	<i>Axium</i>	<i>T</i>	<i>d</i>	<i>Scap.</i>	<i>Axium</i>	<i>d</i>	<i>Scap.</i>	<i>Ax.</i>	<i>M.</i>	<i>d</i>	<i>d. Comp.</i>
<i>Columnatio</i>	4.	8	80 p.	5.	6	90 p.	3 30	4.	9	117 $\frac{1}{3}$	20	4.	12	120	5 20 15
<i>Arcuat. sine</i>	6.	6	114	7.	0	120	4 40	11.	9	207 $\frac{1}{3}$	35	9.	0	216	9 36 27
<i>cum Stylobat.</i>	8.	9	153	10.	0	180	6 60	15.	0	270	45	12.	0	288	12 48 36

185. **OBS.** In Intercolumniis determinandis curandum est, ut ab axe Columnæ producto, in Dorico Triglyphus & spatium duobus denticulis interjectum; in reliquis denticulus, Mutulusque biseceur. Fiet id, si servatis Φ phi 185 intercolumniis is Triglyphorum (τ , denticulorum (d) & Mutulorum (M) numerus debeat, qui sub his literis notatur. V. *Faschianam editionem Vignola*, 15, 16.

Ædiumque Ornamenta pertinentibus.

187. *Altitudo* Arcuationis in omnibus Ordinibus est dupla latitudinis seu Intercolumnii Scaporum; in arcuatione tamen Corinth. & Comp. Stylobatam habente, 1 *M.* augetur.
188. *Paraſtata* B (*Bogen- Pfeiler, Neben- Pfeiler*) in omnium Ordinum arcuationibus, Stylobata carentibus, est fere 2 Modulos crassa, lata vero semper 3 Modulos; unde utrinque $\frac{1}{2}$ *M.* latitudinem Columnæ superat. In arcuationibus vero Stylobatam habentibus semper est 4 *M.* lata, adeoque utrinque 1 *M.*, excepto Ordine Dorico, in quo paraſtata = 5, excessus $1\frac{1}{2}$ *M.*
189. *Incumbæ* seu *Impoſta* (*Rämpffer*) veluti Capitulum Paraſtatæ, altitudinem semper habet 1 Moduli; ejus projectura vero = $\frac{1}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ Modulj. Ornamenta Columnæ suæ recipit, ut in Fig. 44, Ordinis Corinthii. Incubarum reliquorum Ordinum formas exhibet *Vignola & Bellidor l. c. L. V. p. 59, Tab. 42.*
190. *Arcus* latitudo est 1 *M.* In Ordine Tusco & Dorico membra incumbæ habet; in reliquis variat. Cunei A latitudo inferior = latitudini arcus; superior determinatur radiis ex arcus centro per inferioris latitudinis extrema ductis: altitudo est fere latitudinis dupla. Fig. 43. Cuneos diversis Ordinibus proprios dat *Penſtherus P. III. Tab. 42.*
191. OBS. SUPERSTRUCTIO Ordinum, diversas ædificii contignationes ornantium, requirit, ut *Imo*: Ordo quisque superior inferiore, cui insitit, levior, tenuiorque sit (§. 6.) Itaque Compositus Corinthio, hic Ionico, Ionicus Dorico, iste Tusco imponendus est. *2do*: Axes Columnarum vel pilarum superiorum & inferiorum sub eodem sint perpendiculo (§. 88.) *3rio*: Diametrum maxima superioris Columnæ, fiat æqualis Diametro diminutæ (§. 174.) Columnæ inferioris: vel, contignatio superior ædificii fiat = $\frac{1}{4}$ contignationis proximæ inferioris, hocque facto determinetur superimponendi Ordinis Modulus per §. 167. Quodsi tamen Ordo quispiam in insigni altitudine constituendus foret, ex Geometriæ legibus, juxta anguli visorii quantitatem, Modulus reperiatur.
192. STATUÆ humanæ, fabulosæ, Telamones, Hercules, Hermæ & ejusmodi, quæ, si mulieres fuerint, *Caryasidæ*, si viriles, *Perficarum* nomine olim & etiam nunc veniunt, sæpe Columnis fulcrisque aliis substituuntur, iisdemque, qua licet, legibus subjacent.
193. LOCULAMENTUM (*Bisderbſinde, Niche*) est Semicylindrus cavus in muro effectus, superne in fornix hemisphæricum desinens, statuamque recipiens. Statua basi (bases ejusmodi exhibet *Daviler. Tab. 125*) insitit, altitudine sua dimidiam capitis statuæ altitudinem æquant. Altitudo Loculamenti sit fere tanta, ut Statuæ oculus attingat diametrum, super qua supernus Loculamenti fornix constituitur. Latitudo sit subdupla altitudinis, acceptæ usque ad distam Diametrum superstructi fornix hemisphærici. *V. Tab. 57. Davilerii.* Fiunt quoque Loculamenta elliptica. Interius concha, aliave re caput statuæ tegente; exterius architectonicis membris, loculamentum ad $\frac{1}{2}$ latitudinis ejus partem ambientibus, ornari potest. Imum seu pes Loculamenti inter Columnas constituti sit in eadem horizontali linea cum Coronicibus Stylobatarum.
194. PORTAS, JANUAS, FENESTRAS ad $\frac{1}{2}$ earundem latitudinis partem diversa ornamenta cingere possunt: superne Epistylis, vel præter hoc etiam Zophoro & Coronide, vel Frontispicio (§. 102) coronantur. Portæ Regiæ, urbium, & palatiorum pilis atque Columnis, etiam Perficis (§. 192.) decorantur. *V. Daviler. Tab. 47 — 56, 105 — 110, 114, 115. Penſther. P. III. Tab. 44.*
195. FRONTISPICIA (§. 102.) Coronide Ordinis cuiuspiam ornantur. Mutuli & denticuli frontispicii vel suæ Coronidi normales, vel Mutulis aut denticulis Coronidis, cui frontispicium insitit, paralleli fiunt; semper tamen axes Mutulorum & denticulorum frontispicii, axibus Mutulorum & denticulorum subjunctæ Coronidis respondere debent. *V. Penſther P. III, §. 364.*
196. Scholion. Hac pauca in amplissima hac materia pro aliqua elegantis Architectura idea. Videantur Auctores, pluribus locis citati, hic vero præcipue *Cel. Blondel de la Decoration des edifices.*

197. *PROBLEMA I. Ordinem Architectonicum de'lineare.*

Ref. Charta super lignea tabula probe extensa firmataque dividatur: 1mo: altitudo spatii pro designatione Ordinis destinati in tot partes æquales, quot Modulorum est Ordinis altitudo: erit una ejusmodi pars Modulus. 2do: fiat Scala Modulorum, quæ Modulorum in suas partes (§. 166.) divisum habeat. 3tio: plumbagine ducatur linea horizontalis, & super ea erigatur perpendiculariter axis Ordinis. 4to: in axe hæc, desumptis ex Scala Modulis eorumque partibus, (§. 170.) signentur primum altitudines trium præcipuarum partium, nempe Stylobatæ, Columnæ & Trabeationis; tum partium subdividentium, ac demum singulorum membrorum altitudo. 5to: Per signata hæc altitudinum puncta duc lineas, horizontali parallelas, in quibus membrorum ephoræ & figuræ determinantur. 6to: Delineationem, hætenus cerussa peractam, atramento Sinico perfice.

198. Schol. Inumbratio (*Schattirung*) partium Ordinis præsentem magistri manum vocemque requirit: aliquatenus ex Tabb. iconibus perdisci potest. Præclara de designandi methodo passim habet *Pentherus*, præcipue P. II. c. 3 & P. III. c. 3 & 4.

199. OBS. Delineatio futuri ædificii tum assequendo fini, tum exequendo operi servit.

200. Def. 1. *Protographia* (*Hauptriß*, *Brouillon*, *Schizzo*) est prima rudis idea ædificii.

201. Def. 2. *Ichnographia* (*Grundriß*, *Plan*, Fig. 63, 64) exhibet murorum & parietum vestigia inumbrata; aperturas januarum o, o, & fenestrarum f, f (*Conf.* Fig. 66.), fornices, pilas &c.

202. Schol. Exhibetur Fornix cylindricus, ut in Fig. 46. *Testudo*, F. 47; *Kloster-Gewölbe* Fig. 48; *Müden-Gewölbe* F. 49; *Spiegel-Gewölbe* P. 50; *Kugel-Gewölbe* F. 51; *Columna* F. 52; *Columna parietina* F. 53; *Anta* F. 54; *Scalarum gradus* Figg. 55, 56, 57, 63, 64; *Fornax cum fumario & aditu* F. 58; *Caminus* F. 59; *Focus culina* F. 60, quæquam fornax, caminus & focus simplicibus quoque parallelogrammis signari soleant. *Latrina* F. 61.

203. *PROBL. II. Ichnographiam ædificii perficere.* Fig. 63, 64

Sit ædificium nobilius, Fig. 62. exhibitum, cujus alæ retractæ sint, parte media foras porrecta (*Risalit*).

Ref. Parata prius Scala Geometrica tota area ab ædificio occupanda, sub angulis suis designetur: tum juxta ideam mente, vel in Protographia conceptam, assumtis e Scala dimensionibus conclavia cameræque ceteræ & fenestrarum latitudines, harumque intervalla (*Schüsste*) indicentur plumbagine. (§. 113.) 2do: determinantur pariter per lineas parallelas murorum & parietum crassities, factæ ab ædificii angulis initio. 3tio: *Scalarum gradus* (§. 125.) 4to: Situs januarum, hisque non minus ac fenestris retractionis (*Schüssege*, *embrasure*, gfg) quantitas assignetur: plerumque 4 quibusque in muro crassitie digiti unus retractionis respondet. Symmetriæ gratia fiunt januæ sistæ m, m. 5to: Determinetur locus fornacum s, s, & Caminorum n, n, cum eorum fumariis & aperturis. 6to: Signentur denique foci culinaris, s, & recessus secreti x, x. 7mo: His plumbagine hætenus peractis jam atramento Sinico omnis murata structura exprimitur, omis tamen cavorum aperturis. 8vo: Cerussa attritu panis tollatur.

204. Schol. Tum subterranea, tum ceterarum consignationum, & tecti Ichnographia fieri solet.

205. *PROBL. III. Orthographiam externam* (*Außriß*, *Standriß* Fig. 62.) & internam seu Sectionem (*Durchschnitt*, *Profil* Fig. 65.) perficere.

Ref. I. Situs & latitudo quarumvis partium determinari potest productis ex typo ichnographico (Fig. 63.) lineis f G, f H &c., in quibus si subinde altitudines quoque partium signentur, factum erit, quod petebatur. 1o: Ducatur in imo linea horizontalis, & super hac erigatur perpendicularis; in priore latitudines, in perpendiculari altitudines determinantur: ductæ per notata puncta parallelæ rete formabunt, cujus intervallis dimensiones continebuntur. Addantur ornamenta, & tectum.

206. *Ref. II.* Sectio eadem methode perficietur, nisi quod in hac simul parietum & murorum, tignorunq; tectum componentium crassities, fumariorum ductus &c. determinari debeant.

207. Schol. Fit etiam quandoque Sectio horizontalis (*Cavalier-Perspective*) & Scenographia (*perspectivischer Riß*) repræsentans externas ædificii partes, quæ ex assumpta plaga aspectus simul offerantur. *Ædificia ampla & magnifica etiam efficit Prototypo* (Modele) exhibentur. Ceterum quæ Delineationes ejusmodi exalto elaborandas, inumbrandas, colorandas attinent, fusius explanabuntur. (*Conf.* §. 198. Item de ædificii extruendi estimatione V. *Pentheri* *Bau-Anschlag.*)

ARCHITECTURA MILITARIS.

TAB. I. Preliminaria.

1. Def. 1. *Munitio*, seu *Fortificatio* alia est *offensiva*, alia *defensiva*. De hac primum, cum de priore agemus.
2. Def. 2. *Munitio defensiva*, seu *Munimentum* rursum aliud est *naturale* a naturali loci situ, aliud *Artificiale*, arte (quam ARCHITECTURA MILITARIS docet) ita constructum, & munitum, ut pauci adversus multos, se, suaeque longiore tempore tueri, hostemque vel aditu, vel regionis populatione prohibere possint.
3. Coroll. 1. Non itaque in medio, sed in finibus provinciae, eaque parte, qua hostis iter facere cogitur, munita praefidia statuenda praecipuis sunt.
4. Coroll. 2. Non satisfacit fini priori munimentum, quod pro sui defensione nimis magnum praefidiorum numerum requirit.
5. Coroll. 3. Nec satisfacit cinctura murata urbi circumdata, paucorum horarum spatio in acervum abitura. ab immani usitatarum nostro pro bellicarum machinarum vi.
6. Scholion 1. *MACHINE BELLICAE* minores sunt: *fistulae* minores, seu *sclopi* (fusili) *va'go* *Mou-squeten*; *belides* *ignitaria* seu *Granata*. Majores: *Tormenta* & *Mortaria*. Ex *Mortariis* *Bomba*, *saxa*, *sacci pyrotechnici* (*Carcassen*), *globi incendiarii*, *lucentes* quoque, & *obscurantes*, *satentesque*: & *Tormentis* *globi* etiam *igniti*, aut *catena*, vel *perica ferrea connexi*, *iremque grandines pyrotechnica* (*Kartätschen*) *ejiciuntur* (vide Wolf. Elem. Math. T. IV. Pyrotechnica C. II. Est & *Tormentum inscriptum* (*Petarde*, Fig. 17, 46) nempe *conus truncatus ferreus cavus* & *pulvere pyrio granulato repletus*, qui *solido quadranguli ligno ABCD affixus*, & *repentina invasione Porta hostili applicatus*, *succensusque*, *eam perfringit*.
7. Scholion. 2. *Directio Tormenti* fit per *dioptras* *eidem proprias*, *jaetus vero sub certo angulo obinetur* *ape semicirculari*, vel *quadrantis Tormento*, aut *Mortario applicati*. *Intra 40, & 45 rum gradum est jaetus maximus*, *experientia teste*.
8. Scholion. 3. *Tormentorum differentia desumitur a diametris*, *aut pondere globorum*, *quos capiunt*. *Globi*, vel etiam *luminis tormentarii diameter* (qua tamen *globi sui diametrum 2 lineis superare debet*) *Calibra dicitur*, & *inde habetur Regula Calibrae*, *in qua signantur globi diametrorum 1, 2, 3, 4 &c. libras appendentium*. *Inde quoque nostrates has constituerunt tormentorum species*.

Pondus appropinquans				Pondus appropinquans						
Nomen	Pondus globi	Jaetus horizont.	Jaetus 45 grad.	Nomen	Pondus globi	Jaetus horizont.	Jaetus 45 grad.	Pondus globi	Jaetus 45 grad.	
Carthago	Ganze	48 lb	500	6000	Feld-Schlange	18 lb	600	7140	24 lb	2350
	$\frac{2}{3}$	36	500—	6000—	$\frac{1}{2}$	9	450	5370	16	2020
	$\frac{1}{2}$	24	420	5070	$\frac{1}{4}$ - Falkaune	6	350	4180	12	1870
	$\frac{1}{4}$	12	370	3600	Regiments-Stuk	3	320	3600—	8	1660
	$\frac{1}{8}$	6	320	3600—	Falconet	1	280	3200	4	1520
			Paffus				Paffus		Tafel	

jaetus maximus bomba est ad 2000, sclopi militaris intra 120 ad 150 hexapedas.

9. Schol. 4. *Cuniculus subterraneus* (*Mine*) est vel *simplex*, vel *duplex*, vel *triplex*, (*Gallis treslee*) *prout nempe uno, 2, vel 3 furnis constituitur*. Fig: 19 *Ichographiam*, Fig. 20, *Orthographiam cuniculi* *manibus substructi* *exhibet*. A est *mundus*, B *erisma*, C, C, C *crypta anfractuosa*, *fere 5 pedes alta*, *sua aditus* (*galerie*) *ad ipsam cuniculi cameram*, seu *furnum*, vel *furnos FFF*. (*Figura exhibent hanc cryptam tignis suffulcam*, *aggestoque terreo & saxio oppletam*, *quemadmodum pro cuniculi solutione praestandoque effectu fieri necesse est*) EE est *tubus coriaceus* (*Saucisson*) *fere 2 digitos latus*, *pulvere pyrio repletus*, qui *succensus ignem furno inserit*: *ut tubus ab humore defendatur*, *canali quadrato ligno* (*Auget*) *per totam cryptam porrecto includitur*. In Fig. 21. A *exhibet furnum cuniculi*, *AD lineam minoris resistentiae*, *juxta cujus directionem cuniculus effectum suum praestare debet*, & *a cujus longitudine pendet quantitas requisiti pluvris pyrii furno committendi*. BC est *excavationis diameter*. Invenit Vallierius, *excavationem hanc non esse conteam BdAdD*, sed *paraboloidicam BEEC*, *furni A centro focam constituisse*: *simulque tabulam confecit*, *ad determinandam pulveris pyrii*, *adeoque etiam furni quantitatem pro divisa longitudine linea minoris resistentiae*, V. Dulacq, Villeneuveii, vel Blondi *Traites d'Artillerie*.

TAB. II. Archit. Milit. *Expositio Terminorum Ichnograph. &*

10. *Def. 1.* Munimenti partes præcipuæ sunt: Vallum, der Wall, Rempart: Fossa, der Graben, & *Via Cooperta*, vel *Tecta*, der verdeckte Weg. *Tab. III. Fig. 21.*
11. *Def. 2.* VALLUM est aggestum terreum ALLA, ambitu suo & eminente supra loci horizontem AB altitudine, ædificia incolasque protegens, & in omnem subjectam regionem, minimum ad globi tormentarii jactum, prospectum aperiens.

VALLUM	AD, <i>Acclivitas</i> , seu <i>Talus Vallis interior</i> (die innere Böschung, oder Abtachtung) determinatur a lineæ AC, totque pedum dicitur, quod est AC	<i>Munitio vetus.</i>	
	CD, <i>Altitudo valli</i>	II, <i>via Excubitorum</i> , <i>chemin des Rondes</i>	
	DE, <i>ambulacrum</i> , der Wallgang, <i>Terreplain du Rempart.</i>	is, <i>lorica murata</i> , <i>Garde-fou.</i>	
	EF, <i>Acclivitas</i>	II, <i>margo nunc dicta lorica</i> , <i>Escrme, Lisiere, Relais</i>	
	FG, <i>Scabelli</i> , seu <i>suppedanei</i> , <i>banquette.</i>	LL, <i>acclivitas lorica</i> , seu <i>talus exterior</i>	
	GHHg, <i>Lorica</i> , <i>Brustwehre</i> , <i>Parapet.</i>	dLm, <i>vallum inferius</i> , <i>Unterwall</i> ,	
	gg, <i>acclivitas</i> , vel <i>latas interioris Lorica.</i>	d, e, <i>ambulacrum</i>	<i>Faussebraye</i> , <i>Falsa</i>
	GH, <i>declivitas Lorica</i> , <i>Talus superior.</i>	ef, <i>scabellum</i>	<i>Braga</i> , <i>cujus latitudo</i> = 4 vel 5 <i>he-</i>
	HH, <i>acclivitas</i> vel <i>latas externum Lorica</i> muro non vestitæ.	ghg, <i>lorica</i>	<i>xap.</i> <i>Altitudo vero determinatur a</i>
	N (fig. 22) <i>Torus muralis</i> , <i>Maurband</i> , <i>Cordon.</i>	is, <i>margo</i>	<i>linea horizontali</i>

II, *acclivitas*, seu *Talus totius vallis exterior*, vel *fossa interior*, *Escarpe.*

- mn, *margo Fossa*, *Berme*, *Lisiere*, *Relais.*
- KK, *Fossa*
- k, *incile*, seu *canalis aquam devehens*, *Cuvette*, vel *cunette*,
- mm, *margo*
- md, *acclivitas fossa exterior*, *Contre-Escarpe.*

de, *ambulacrum*, der verdeckte Weg, *Coridor.*

ef, *scabellum*, post quod *series palorum*, *Palissades*, *Schutz*, *Pfähle.*

gB, *Lorica Via Tecta*, *Glacis.*

12. *OBS. 1.* In Munimento nulla sit pars, quæ ex alia videri, ac defendi nequeat.

13. *Coroll. 1.* Hinc in Munitione defensionis lateralis (*Flancquierung*, *Défense de flanc*) majoris momenti est, quam defensionis directæ, seu. quæ tantum a fronte sit. Nam imo: adversus idus defensionis directæ hostis multo facilius se tuetur. adeo: Si tota defensionis esset tantum a fronte; utique milite in A, vel a constituto (Fig. 1.) non solum partes muri B vel b, sed totum spatium interjectum BC, & de defensione careret. Talis pure directæ defensionis foret, si Munimentum constaret continuatis angulis prominentibus (*angles saillans*). Eadem ratione anguli prorsum, & retrorsum alternantes; semper spatium intermedium, defensione vacuum reliquunt; idque eo majus, quo latius; altiusque Vallum fuerit. Hinc anguli retracti, seu secedentes (*angles rentrants*) anguli mortui dicuntur.

14. *Coroll. 2.* Hinc patet, cur Veteres turribus primum quadratis (Fig. 2.) dein rotundis (Fig. 3.) usi sint; postea muros acclives ad arcendam hostilium Arietum vim, ac denique ad tuendum omnino Valli pedem, supremam muri partem, prominenti veluti ambulacro, ejus basi foraminibus perfossa, coronaverint, *Machicoulis*. Constat denique, cur, & quomodo (præcipue post inventum pulverem pyrium, modernasque bellicas machinas) turres hæc in Propugnacula (*Bollwerke* / *Bastions*) Polygoni alicujus angulis adstruæta, abierint; id quod contigit circa annum Christi 1500. Itaque

15. *Def. 3.* Munimentum est Polygonum, idque vel regulare, vel irregulare, cujus anguli muniti sunt partibus prominentibus, pro laterum interjectorum defensione.

16. *Coroll.* Atque inde *Munitio* alia est *regularis*, alia *irregularis*; de illa primum agemus.

17. *Def. 4* (Fig. 5.) Ya vel Yb est Radius; ab Latus, Polygoni interni; YA, vel YB, Radius; AB Latus, Polygoni externi.

18. *Schol.* Polygoni vocabulum, etiam sine addito pro Latere Externo quandoque usurpatur. Dum Ichnographica delineationis initium fit a latere interno extrorsum, Galli id appellant, *fortifier en dehors*; vice versa a latere externo introrsum, *fortifier en dedans.*

Orthograph. Linearum Angulorum & Operum Munitionis.

- 19 HeAEH, Propugnaculum, Bollwerk, Bastion.
 Hg, Chorda, Corina, Zwischenwall, Cortine.
 HE, Ala Propugnaculi, Streichlinie, Flanc.
 EA, Facies Propugnaculi, die Gesichtslinie, Face.
 EAe, angulus Propugnaculis, vel angulus defensus, Bollwerkswinkel, angle flanqué.
 HEA, angulus Humeri, vel simpliciter Humerus, Schulter, Epaule. Hinc Epaulement dicitur omne aggestum terreum, vel muratum, quo humerus intra id consistentis tegitur.

EHG, angulus Ala.

eAEHGONFB &c. Linea Magistralis vel Ductus principalis dicitur linea determinans Facies, Alas, & Cortinas, seu partes, quibus omnis Munio continetur, & a qua reliquarum partium constitutio, & dimensio pendet.

ra, vel rb, Radius, §. 17.

Ha pars cortinae, usque ad Polygoni radium producta dicitur dimidium - vel Semi - collum Propugnaculi, Demigorge, Rehlinie. NB: duo semicolla Hatma semper majora sunt collo HH, Rehle, Gorge,

HaH, angulus centri Propugnaculi, quem efficiunt 2 semicolla, Rehspunct.

aa, Linea Capitalis, Hauptlinie. Est differentia Radiorum interni, & externi.

ga, (Fig. 4) Linea defensionis stringens, vel minor (streichende defensionslinie, ligne de defense rasante) quae ex aliquo Cortinae puncto ad angulum Propugnaculi ducta, Faciem stringit, & quasi radit. GA vero linea defensionis figens (nempe faciem) vel major die beständige Behelinie, sichante: denique Cortinae pars gG, ab his duabus lineis intercepta, Ala Corina, seu Ala secundaria, Streich-Platz, second-flanc, dicitur.

agH (Fig. 4) vel AGH (Fig. 5) est angulus defensus interior, seu minor (der kleine vel innere Streichwinkel, angle flanquant interieur) quem facit linea defensionis stringens cum Cortina.

BAG (Fig. 5) angulus diminutus, quem comprehendit linea defensionis stringens cum latere externo, semper aequalis est angulo defensionis interiori AGH, utpote suo alterno. ob ab, & AB parallelis.

ADB, Angulus defensus exterior, seu major, der grosse Streichwinkel, angle flanquant, vel angle de la Tenaille.

Saggestus alior Propugnaculi, vel Cortina (ein Ratze, Reuter, Cavalier) est propugnaculum minus majori superstructum, lateribus vel parallelis majori, vel arcuatum (Fig. 11)

Forcipula (ein Schere, Tenaille) olim inter Opera Externa, at pluribus erroribus obnoxia (Fig. 18) fiebat; nostro aeo juxta lineas defensionis inter Propugnacula constituitur. Forcipula simplex est D (Tenaille simple, Fig. 10, 11) forcipula composita vero D (Tenaille double vel Tenaille a flancs Fig. 9).

Caponiere (Fig. 7) est fossa 3 circiter pedes profunda, 12, vel 15 pedes lata, utrinque loricam palis militum habens, quasi duplex Via Testa, duo opera conjungens.

R, Semiluna Cortina praefructa, Parmula (Ravelin, Halb-Mond, Demilune) Faciebus, quandoque etiam duabus Alis praedita. Diversas aliquantum formas V. Figg. 9, 10, 12, 13. Quandoque Semilunae adjiunguntur Lunula, seu Perspicilla, (Brillen, Lunettes) vel minora GH (Fig. 7) vel majora (Tenailons) MO (Fig. 9) eaque vel simplicia, vel quasi duplicata, seu interjecta fossa proprioque vallo separata: nonnumquam fronti quoque perspicillum praefigunt.

CHEG, Semiluna Propugnaculo praefructa, vel Vallum exterius Propugnaculi vel Propugnaculum a Cortina sejunctum, Bastion detache, Contregarde, Convreface (Fig. 11)

Opus Cornutum, Hornwerk, Ouvrage à Corne (Fig. 13, 14) constat Cortina, duobus dimidiatis propugnaculis & duobus longis brachiis, seu Alis.

Opus Coronatum, Kronwerk, Ouvrage à Couronne, veluti e duobus operibus Cornutis compositum Fig. 15

Reductus, Reduits, Redouten sunt munimenta plerumque quadrangularia, vel quadrangularia dimidiata (Fig. 48. Fig. 42. R, R.) quandoque etiam Alis gaudentia & Semilunis inserta, Fig. 26, 27.

Regressiones, Abschnitte, Retranchements, sunt lorica intra ipsum Operis cujusdam ambulacrum constructa ad longius sustinendam hostium vim (Fig. 49.)

23. I. Principium. *Munimentum nullam partem habeat aliis minus munitam; secus magis munitarum finis cessat.*
24. II. *Munimentum toti subjecta regioni dominetur*, hoc est, ex hoc in omnem viciniam intra globi tormentarii jactum (§. 8.) prospectus pateat; nequaquam vero ex hac in ullam interiorem munimenti partem.
25. *Coroll.* Hinc si situs loci obstat, Suggestu altiore (*Cavalier*) vel Operibus Externis error emendandus est; colles adfuit vel singularibus Operibus muniendi vel demolendi sunt; neque arbores aut via profunda & anfractuosa, occultando hosti opportuna, toleranda sunt.
26. Schol. *Tribus modis locus dominari dicitur: a fronte, a tergo, a latere: Galli commandement de front, de revers, d' enfilade dicunt.*
27. III. *Nullas sit Munimenti locus, qui ex aliis vel ex pluribus aliis conspici & defendi (être flanqué) non possit.* Conf. §. 12.
28. *Coroll.* 1. Hinc pars defensiva a defendente distare nequit ultra jactum sclopi militaris (utpote principii defensionis instrumenti, & tum ob frequentiores, tam ob certiores istum præ Tormento spectandi) adeoque LINEÆ DEFENSIONIS AG (+ qua non multum differt LATUS INTERNUM ab) longitudo intra 120 & 150 Hexapedas continetur: sin minus, per Opera interposita succurri debet IV.
29. *Coroll.* 2. Ob eandem rationem simulque ad evitandos, quos iusto plura Propugnacula requirent, sumtus, eorundem distantia seu LATUS EXTERNUM AB (Fig. 5.) ejus longitudinis esse debet. ut, spectata simul Fossæ profunditate, ex quavis Ala minimum dimidiæ Cortinæ, adeoque ex utraque simul totus Cortinæ pes videri defendique possit. Neque tamen Latus AB 200 Hexapedis longius assumendum est; quia hoc pacto linea defensionis AG 140 Hexapedis major evaderet, quod ex Geometricis & Trigonometricis principiis facile deducitur, foretque contra §. præc.
30. IV. *Partes defendentes istius hostium ne sint nimis expositæ.*
31. *Coroll.* 1. Hinc jam uno & amplius abhinc sæculo excogitata sunt Alæ retractæ, suntque vel rectæ vel concavæ (Fig. 5.) rectæ ab Auricula (Orillon, m) rarsum vel recta vel convexa. Alæ concavæ plus sparii an plioresque in oppositam Fossam prospectum dant, quam rectæ; Auricula convexa rectam soliditate superat.
32. *Coroll.* 2. ANGULUS DEFENSUS ne sit nimium obtusus, quā potius Recto minor; citius enim ampla sit strati muri ruina (Brèche) in angulo valde obtuso, quam acuto. Neque tamen nimium acutus fiat, ne ejus vertex Tormentorum vi præmatere succumbat. Hollandi 60, Vauban 75 gradibus minorem angulum vix admittit, nec 110 gradibus multo majorem. Denique a recto ne multum abist.
33. *Coroll.* 3. Igitur e Figuris Regularibus munitioni aptis Triangulum non est (§. 101. Geom.) Quod si quis angulus nimis acutus existeret, Alæ aut Semicolla augenda sunt, Facies vero minuenda.
34. V. *Propugnaculum ejusque pars præcipua Ala, item Semicollæ, tanta sint, quanta sine aliarum partium detrimento esse possunt*, ut majori machinarum bellicarum hominumque numero, & faciendis etiam Regressionibus (Retranchements) locum dent.
35. *Coroll.* 1. Cum juxta Vaubanum Propugnaculum 600 hominum capax esse debeat, unique militi in acie constituto communiter $\frac{1}{2}$ Hexapeda quadrata tribatur, area propugnaculi 300 Hexap. quadratas minimum capere debet.
36. *Coroll.* 2. Cum Alæ FG (& ejusvis partis defendentis) munus sit, oppositæ Faciei, Fossæ & Viæ Rectæ, hoc est, totius longitudinis QV (Fig. 5.) defensio; longitudo illius & constitutio ea esse debet, ut longitudinem QV quam proxime æquet; quæ cum ex dicendis §. 55 & 56 sit fere 24 aut 26 hexapedarum, Alæ quoque longitudo inter 24 & 30 hexapedas consistet. Ubi simul nota, Alam retractam fieri non posse, nisi recta FG sit minimum 24 hexapedarum, cum Auriculæ diameter Fi 6 hex. esse debeat, ut ea sustinenda Tormentorum vi par sit. Neque tamen nimis Ala longitudo sit oportet; quia hoc pacto (præter sumtus constructionis) Ala hosti istui nimium exponeretur (§. 35.) simulque interior Operis area nimis arcta. Fossa vero Alis subjecta nimis ampla reddetur (V. infra §. 98.) angulose defensus iusto obliquo contra §. 32.

37. Schol. Ab hoc principium auctores plures Alam secundariam adhibuere. Improbatur quidem in hac defensione nimis obliqua, militi insolita, nimisque obliqua pro tormentis incisura (Schuß; Scharten, embrasures) præterquam quod tota Ala secundaria defensio ad exiguum spatium, magnitudinis perpendicularis iG respondens redeat, ob quod tamen Ala primaria pars ro tollitur. Verum ut hac ita sint, semper tamen erit iG ro & obliqua defensionis (in Forcipalis, ut videbimus, a nemine improbara) itus dirigere possunt incisura vel corbitæ terra facta (Schanz, Körbe,) eaque serie disposita, ut incisuras juxta directionem Ga aperiant. Præterea inter Alas secundarias suggestus altior in Cortina constituitur magno defensionis augmento potest. Ex quibus sequitur, Alas secundarias acceptandas esse, dum angulus Propugnaculi est satis obtusus (ut in Polygonis majoribus) dumque Ala primaria juxta longitudini inde nihil detrahatur; secus esse omittendas. V. Blond Elementis de Fortif. p. 321.
38. Coroll. 3. Semicolli longitudo pariter intra 20 & 30 Hexapedas absolvitur; nam minor Propugnaculi aream coarctat. Post Vaubanum statuunt Auctores semicollum pro Munitione quadrata $= \frac{1}{6}$; in Pentagone & Hexagone $= \frac{1}{5}$; in Heptagone & Octogone $= \frac{2}{5}$; in reliquis usque ad Dodecagonum $= \frac{1}{4}$. Lateris interni: in Propugnaculis demum super linea recta (Bastion Platz LNDaO, Fig. 32.) constructis $= \frac{1}{7}$.
39. Coroll. 4. Cum a semicollorum & lateris interni longitudine (§. 28.) longitudo CORTINÆ determinetur, sequitur maximam fore $= 150 - 20 - 20 = 110$; minimam $= 120 - 30 - 30 = 60$. Hexapedis.
40. Coroll. 5. FACIEI longitudo sit inter 40 & 60 Hexapedas; cum semper subiecti campi; sæpe simul externi cujuspiam Operis partem defendentem, id est, Alam agat (§. 34.)
41. VI. Partes defendentes defensas respiciant quantum liser directissime, tum ob militem juxta directionem Loricæ, cui insitit perpendicularem, jaculari assuetum, tum ob Tormenta, quæ ob incisuras minium obliquas etiam pauciores in tali opere constitui deberent, neque tamen vel sic subiectam fossam bene defensura.
42. Coroll. Hinc ANGULUS ALÆ ex mente Vaubani sit circiter 100 graduum. Nam si acutior fuerit, peccabitur cum Erhardo de Barleoue & de Villio (quorum ille Alam Faciei, hic Cortinæ perpendicularem fecit) tum contra hoc principium, tum contra §. 35. Comes Pagan faciendo Alam Lineæ defensionis perpendicularem, principio huic quidem maxime satisfecit, attamen Alam inde obtinuit juxta minorem contra §. 36.
43. VII. LORICÆ Tormentorum hostilium impetum sustineant.
44. Schol. Experientia teste Lorica terrea 18, sabulosa etiam 22, per totum murata 8 vel 9 pedum latitudinem requirit, quo minus globo Tormenti cedat.
45. VIII. Munisio nec nimis sumptuosa sit, nec Operam vastitate & copia labores, quibus sit, ut sæpe tam exercitus Campestris, quam Munimentum conveniente militum numero, aut hic necessaria annonæ destituatur.
46. IX. Principiis his quantum fieri potest inhærendum, nequaquam tamen ita, ut paucarum Hexapedarum excessus vel defectus in praxi error puretur. Tironibus determinata quædam dimensionum ratio proponenda erat, maximam partem ex celebratis Blondi itemque Ozanami Elementis de Fortif. Mailleti, Travaux de Mars, Desdiers Parfaits Ingenieur François & Sturmii Kriegs, Baufunst de prompta.

TAB. IV. Archit. Milit. De Ichnographia Munimenti juxta

47. Def. SYSTEMA FORTIFICATIONIS est methodus, a quopiam inventa, locum quendam ex præscriptis TAB. priore regulis muniendi.
48. Scholion. *Varia ejusmodi Systemata a variis excogitata sunt, quorum cognitio ex Authoribus §. 46. citatis hauriri potest. Univerſim loquendo, noſtro avo primas ferunt tria Systemata Cel. Mareſchalli Vauban, quod conſtructionem habeat ceteris faciliorem, & ad regulas Munitionis præ reliquis exactam. Tres vero diverſas (aliorum quorundam exemplo) Munitionum ſpecies aſſumit: Formam nempe Magnam, Mediocreſ, & Parvam (Groß-Mittel, Klein, Royale), ita ut in Magna latus Polygoni externi ſit 200, in Mediocri 180, in Parva 160. hexapedarum. Mediocri maxime uſitata, inſiſtemus.*
49. PROBL. I. Ichnographiam Munimenti perſicere juxta Vaubani Systema I. Fig. 5. *Reſol. Imo PROTOGRAPHIA, ſeu ductus LINEÆ MAGISTRALIS ſic fit, Imo ducatur Polygonum ex. gr. hexagonum (§. 104. Geom.) 2do: Latere AB in C biſecto erigatur Perpendicularis CD, quæ in Hexagono, ceterisque majoribus Polygonis fit $= \frac{1}{2}$ AB; in Pentagono vero $= \frac{1}{2}$ AB; in Quadrato $= \frac{1}{2}$ AB, ſeu Lateris externi. 3tio: ex A & B per D ducantur Lineæ Defenſionis indefinitæ AG & BH. 4to: Dividatur AB in 7 partes æquales, ſiantque Facies AE & BF $= \frac{2}{7}$ AB. 5to: Circini pedē in E collocato, radio EF ducatur Arcus FG (in figura ad evitandam linearum conſuſionem non expreſſus) & inde ex F, radio eodem, arcus EH; FG & EH erunt Alæ rectæ: quod ſi vero Alæ concavas (§. 31.) cupis, ductam Alam FG in 3. partes æquales divide, & ſuper $\frac{1}{3}$ = Fi perſcribe ſemicirculum (vel exactiſſim, erectis ad extremum F, & biſectam Fi, perpendicularibus FC, & Lm, ex eorum interſectione I duc arcum IF) ceu Auriculam, (Orillon) tum in producta linea Defenſionis AG, fac partem Cortinæ refractam (la briſure) GO = 5 hexapedis, eidemque æqualem IN, partem linæ ex A per i ductæ, quæ Auriculæ pars adverſa (le revers) dicitur: demum ex N & O, intervallo NO fac interſectionem in P, indeque deſcribe arcum NO. Quodſi eadem methodo ſuper reliquis Polygoni lateribus, Facies, Alas & Cortinas deſcriperis, Lineam Magiſtralem perſectiſ.*

50. Scholion I. Idem obtinebis ope Scala, qua Lateri externo AB æqualis aſſumitur, & in 180 partes dividitur. En linearum dictarum diſenſiones in numeris.

Polygon.	IV	V.	VI	VII.	VIII.	IX.	X	XI	XII.	} Hexapedæ.
Radius.	127	153	180	206. 3	234. 3	262. 2	291	314	346. 4	
Perpend. CD.	22	25	30	30	36.	42.	48.	54.	60.	

51. Scholion 2. Ne item latitudines diverſarum partium, plerisque Operibus communium, identidem repetere neceſſe ſit, hic ſimul exhibentur; ubi tamen nota, Ambulacri latitudinem ſumi a latere interno Lorica.

Tal. extor. Op. murat.	Tal. extor. non murati	Lorica	Scabelli, cui Tal.	Ambul. Val. li & Via Toſſ.	Tal. int. valli	Foſſa magn.	Foſſar. extor.:	Clacis
$\frac{1}{2}$ ab.	$\frac{1}{2}$ vel $\frac{3}{4}$ alt.	3 hexap.	3 vel 4 ped.	6. hexap. ext. Op. 43. f	$1\frac{1}{2}$ alt.	15.20 hex.	12	29 hex.

52. II Ducta Magiſtrali (Fig. 7. Propugn. P) ſignentur per meras tenues parallelas Imo: Talus Valli murati exterior (1) in diſtantiā $\frac{1}{2}$ altitudinis muri ab imo uſque ad magiſtralem, ſeu Torum muralem, plerumque 5, vel 6 pedum. 2do: Lorica larus internum (3) in diſtantiā 3 hexap. a Magiſtrali (2) 3tio: Scabelli latus internum (4) a Lorica 3, vel 4 pedibus diſtans. 4to: Ambulacri latus internum (5) a Lorica 6 hexap. diſtans. 5to: Talus Valli interior (6) in diſtantiā $1\frac{1}{2}$ alt. Valli, ſeu 24, vel 27 ped. NB. in Alis concavis, ex eodem concavitate centro ducuntur arcus paralleli, ſub nunc dictis diſtantiis, decima Lorica Auricula, qua recta Fi parallela ducitur. (Fig. 5. 9.)

53. Schol. 1. In Formis minoribus ob ſpati anguſtias Talus extor. & Scabellum non ſignantur.

54. Schol. 2. Indicentur quoque aditus, ſeu acceſſus aſcenſus (Aufſahrt) in ambulaera (Rampes, Figg. 7, 9, 11) pro diſpoſitione Propugnaculorum, vel vacuorum nempe, vel plenorum, de quibus infra §. 95, Latitudo totum acceſſum eſt 10, vel 12 p.

55. III. FOSSA 1^{mo}: Radio 18, vel 20 hexap. æquante, super Magistrali ex angulis Propugnaculi duc arcus QR. 2^{do}: Regula humeris E, & F applicata, a perpendiculari CD, hinc versus Q, inde versus R ducantur rectæ SQ, & SR, quæ simul in puncto concursus, S efficient angulum retractum (*angle regrant*) Viæ Testæ gSg.
56. IV. VIA TECTA. 1^{mo}: in distantia 6 hexap. 3 QS, & SR ducatur parallelum latus Lorice internum dV, & dX. 2^{do}: in singulis angulis retractis constituentur ARMILEGIA (*Waffen, vel Sammlungs, Plätze, Places d'armes*) *sede f*, nempe 12 utrinque hexapedis ex d in e, & e translatis, erunt de Armilegii Semicolla. Tum radio = 15 hexap. ex utroque e fac intersectionem in f, erunt ef Armilegii Facies (NB. possunt semicolla etiam fieri 16, Facies 20 hex. ut Viæ Testæ, ipsaque angulorum prominentium (*saillans*) V, X Armilegia ampliorem ex angulorum retractorum Armilegiis defensionem nantescantur. 3^{io}: fiant LORICÆ TRANSVERSÆ (*Traverses*) hoc modo: ex utroque puncto e demittantur perpendiculares eg, & in 3 ab his hexapedarum distantia ducantur parallele ii. Loricæ Transversæ angulorum foras salientium obtinentur, producta usque ad Viam Testam Facie oppositi Propugnaculi, & erecta ad punctum occurfus n perpendiculari no alteraque huic ad 3 hexaped. distantiam parallela pg. In his acclivitas Loricæ, Armilegium respicit, in angulis vero retractis acclivitates Loricarum Transversarum respiciunt angulos foras salientes, quos defendunt; unde constat, qua parte Scabella signanda sint. Ne vero Transversæ hæ communicationem inter partes Viæ Coopertæ intercludant, transitus eg, 3 pedes. circiter lati aperiuntur. 4^{to}: signetur Scabellum Loricæ Viæ Testæ. 5^{to}: Pro Loricæ Viæ Testæ determinanda, in distantia 20, vel 25 hexap. ab ejus latere interno ViciX, ducantur parallele restæ; ac demum anguli Loricæ hujus superficiem repræsentantes, lineis Vr, et, Xx jungantur.
57. PROBL. II. FORCIPVLAM construere, cum, & sine Alis, item simplicissimam.
- I. Ref. Fig. 9. 1^{mo}: duc mn, 3 hexap. a Cortinæ Magistrali distantem, & parallelam 2^{do}: duc ns, & mr ab alis rectis 5 hexap. distantes, iisque parallelas. 3^{io}: Biseca Dr. & Ds in r, & n. 4^{to}: ex r, & n demitte perpendiculares ad Lineas Defensionis mD, & nD; erunt rc, & nd Alæ, rs vero, & ns Facies. 5^{to}: In 3 hexap. distantia a linea mn ducatur parallela ab ceu latus internum Loricæ, ambulacri latitudinem determinans, rursusque post 3 hexap. Loricæ latus externum cd, quod simul Alarum longitudinem terminabit. 6^{to}: duc Alarum, & Faciarum ambulacrum in distantia 6 hexap. ab interno Loricæ latere. 7^{mo}: Cortina Forcipulæ, plerumque fossa intermedia, 12, vel 15 pedes lata dirimitur, partesque a & b ponte communicant, qui indicari quoque potest. 8^{vo}: denique duc Loricæ Scabellum, quod in Forcipulæ Faciebus plerumque duplex est, quia harum Loricæ altior fit, ut in Alis Forcipulæ consistentes tegant.
58. II. Ref. Forcipulæ Simplicis, seu Alis destitutæ constructio tum ex nunc dictis tum ex Fig. II, vel 12 facile intelligitur: id unum observa, ambulacrum illius fieri undique 6 hexapedarum, quam latitudinem, si Lineæ Defensionis non admittant, anguli extimi, juxta lineam mn, 3 hexap. a Cortina distantem, refecantur; ut bb in Fig. 10.
59. III. Ref. Fig. 7. 1^{mo}: Juxta Lineas Defensionis duc ro, & so pro latere interno Loricæ, tenuique linea Scabellum simul signa. 2^{do}: latus ejus externum, seu acclivitatem t u n s fac interno parallelum in distantia 10, vel 12 hexapedarum.
60. Schol. Forcipula construuntur in Fossis tum aquis, tum siccis; in his tamen fossa transversa Loricæ testæ (Caponiere) iis adjungi solet.
61. PROBL. III. Forcipula cuius adnectere Fossam loricaam, CAPONIERE.
- Ref. 1^{mo}: Prolongentur latera Fossæ Forcipulam dirimentis (§. 57.) usque ad oppositam ex. gr. Parmulam R; erunt oo latera interna duarum Loricarum on & on, penes quæ etiam 2 scabella signari poterunt. 2^{do}: in 10, vel 12 hexap. distantia signentur utrinque Loricarum declivitates. 3^{io}: ut exitus militum ad R sit tectior, angulus retractus oppositis Parmulæ muretur in triangularem, quadrangularem, vel circularem concavitatem.

62. **OPERUM EXTERNORUM** finis est augere defensionem præcipue partium debiliorum Munimenti; tegere pontes; in præsidii emolumentum convertere vicina editiora loca, secus hosti profutura; concludere etiam inter se suburbia; ac demum diuturnam hosti & difficilem oppugnationem reddere.
63. Eorum constructio & dispositio nicitur, eisdem Principiis TAB. præced. allatis; hæc tamen habent singularia.

I. Quodvis Opus Externum cingi debet Fossa. cum Fossa primaria Munimenti communicante, 10 vel 12 Hexap. lata.

64. II. Ita constructa esse debent, ut licet jam occupata, hostem tamen adversus illius & præsidii aliosve vicinis Operibus mittendos non regant: neque inferiori alicui Operi, dominentur, aut securo in interiora receptu præsidiarium militem intercludant.

65. **PROBL. I. SEMILUNAM**, seu **PARMULAM** construere, sine vel cum Alis. Fig. 9.

I. Resp. Signata Fossæ latitudine capiantur in oppositorum Propugnaculorum Faciebus duo puncta p & q ab angulo Humeri 4 vel 5 hex. remota. 2do: Ex angulo Alæ intervallo Gp describatur arcus, perpendiculari DL occurrens, erit L vertex anguli Semilunæ. 3tio: Regula ad L & p, tum ad L & q, applicata usque ad Fossæ initium ducantur Semilunæ Facies LX & LY; & denique Semicolla XZ & YZ. ZL est Capitalis Semilunæ. 4to: Per parallelas signentur latitudines, Loricæ quidem 3, ambulacri 4, acclivitatis $2\frac{1}{2}$ hexapedæ. 5to: Signetur Scabellum & accessus (Rampe). 6to: Ducatur in 12 orgyiarum distantia Fossa, Faciebus Semilunæ parallela, parte tamen angulum respiciente arcuata.

66. II. Ref. Alæ Semilunæ sit: construantur: Ex X in b transfer 10, in d vero 7 Hexapedasq, punctaque bd iunge (Conf. Fig. 27.) Idem fac in parte Y.

67. Schol. 1. Intra Semilunam majorem quandoque minor, seu Reductus (Reduis) construitur (Fig. 27.) hoc modo: Assume Reductus Lineam Capitalem $\equiv 15$ usque ad 23 hexap. inde duc Facies & Alas quoque Faciebus & Alis Semiluna majoris parallelas. Datur Reductui plerumque Lorica murata duntaxat $1\frac{1}{2}$ pedis, incisuris instructa pro porrigendis Sclopiis; Fossa Reductus 4 vel 6 hex. lata sit. Servit Reductus receptui militum & Semiluna ab hoste ejectionum, qui eidem longiore etiam tempore negotium inde facessere poterant, antequam in Semiluna firmo tutoque pede consistat.

68. Schol. 2. Si Semilunam Lunulis majoribus tegere valis, 1mo: prolonga Facies XL & YL. 2do: fac OM $\equiv 30$, om $\equiv 15$ hexapedis; erunt OM & Oo Facies; Mm vero & mo Semicolla Lunula. Angulus Lunula O superare, minimum aquare debet 60 gr. (§. 32.) Habent Lunula suam Lorica cum Scabello & ambulacrum valli cum Talo, Fossamque sub dimensionibus iisdem, sub quibus Semiluna. Quandoque Lunula fossa intermedia, Faciei MO parallela dividit: minori parti md aque ac Majori MD proprium vallum & Lorica datur. Denique productis Lunularum Semicollis mM construetur facile parva Semilunula I, si Semicollo cuique dentur 10, Faciebus vero 12 orgyia, fossa faciebus illis parallela, sit 5 vel 6 orgyiarum. Patet vero Lunulam mO Fossas a Faciebus Propugnaculi; Fossam vero intermediam dD a Facie Semiluna R defendi. Semilunula I a faciebus Lunularum mO defenditur quidem, attamen occupata semel ab hoste Lunula ex. gr. MD, fossa Semilunula ex hac parte omnis defensionis experta est, hostiumque receptui apertissima; præterquam quod miles præsidiarium in hac Semiluna I, Lunulis humilioribus, existens, hostili illi pateat. Idem est (Fig. 7.) de duabus ejusmodi parvis Semilunulis G & H, quæ ex adverso Facierum Semiluna majoris construi a quibusdam solent. Unde merito improbantur.

69. **PROBL. II. Semilunam Propugnaculi (CONTREGARDE)** Construire Fig. 11.

Ref. Constructis Semilunis Cortinæ A & B accipiatur hinc CD, inde EF $\equiv 16$ hex. ducanturque Facies DH & FH parallelæ ad CG & EG. Vallum, Lorica & Fossa ducantur parallelæ ejus Faciebus. Ambulacrum valli sit duntaxat 3 hexap.

70. Schol. Non fit latius ambulatorium, ut hostem, etsi in hac Semiluna jam constitutum, terra destituat tum pro faciundo suggestu ad quatiendas Facies Propugnaculi, tum pro sui adversus Propugnaculi ignem obvaluatione. Semiluna Propugnaculi ejusque Fossa a Faciebus Semilunarum Cortina A & B defenduntur. Semiluna Propugnaculorum, quales olim fiebant, Alis quoque instruebantur; verum quia ha hosti deinceps servire possunt pro quatiendis Semilunis Cortina, nunc plerumque omittuntur. Usus & finis Semiluna hujus est, propugnaculum, cui praestruitur, simulque vicinorum Propugnaculorum alas, a quibus ipsa vicissim defenditur, regere.

71. PROBL. III. OPUS CORNUTUM construere, ante Cortinam vel ante Propugnaculum.

I. Ref. (Fig. 13.) Ductis Propugnaculis & Fossa munimenti, 1mo: In Perpendiculari CD indefinite prolongata cape $CE=130$ hex. (vel 120) 2do: Erecta super E Perpendiculari fac $EF=EG=70$ hex. (vel 60). 3tio: In Propugnaculorum oppositorum Faciebus AL & BH, sume $LI=HI=10$ hex. & ex I ad F & G duc Alas seu Brachia MF & NG. 4to: Fac $EO=\frac{1}{2}FG=23$ hex. (vel 20) 5to: Duc lineas defensionis EP & GQ indefinitas, in iisque fac Faciem Propugnaculi $FR=GS=\frac{2}{3}FG=40$ hex. (vel 35) Alasque, Fossam &c. more solito determina. (§. 49 seqq.)

72. II. Ref. (Fig. 14.) 1mo: In Propugnaculi Capitali De indefinite producta accipe $CE=130$ hex. (vel 120). 2do: Erecta ad hanc perpendiculari fac $EF=EG=70$ hex. (vel 60). 3tio: In adjacentium Semilunarum Faciebus sume $LI=HI=15$ hex. & ex I ad F & G duc Alas MF & NG. 4to: Fac $EO=\frac{1}{2}FG=23$ hex. (vel 20). ceteraque ut §. praeced. construe.

73. PROBL. IV. OPUS CORONATUM construere ante Cortinam vel ante Propugnaculum.

I. Ref. 1mo: In Perpendiculari DC indefinite producta, sub radio $=150$ vel 100 hex. (Fig. 15.) ex e duc arcum FEG, ex quo apertura circini $=120$ hex. interseca ex E in F & G, erunt ducta FE & EG latera externa hujus Operis. 2do: In Propugnaculorum Faciebus sume $LI=HI=10$ hex. ceteraque ut in Opere Coronato perage: Continis praestruere Semilunas P, P (§. 65).

74. II. Ref. Capitali indefinite producta radio $=150$ hex. ex angulo Propugnaculi duc arcum, ceteraque ut Ref. praec. perfice, nisi quod Ala in Facies Semilunarum terminentur, ut in simili factum est (§. 72.)

75. Schol. De Operibus ultra Via Testa Loricam construi solutis (Fig. 10). In locis aquis praecipue, Lorica Via Testa rursus Fossa parallela (Avant-Fossé) cingi potest: tum ex adverso angulorum recedentium E & G, ultra secundam hanc Fossam construuntur varii Reductus, Lunula, uti h, i; aut etiam Opera Coronata vel Coronata, qua cum interiore Via Testa communicant, vel (quod optimum) per cryptas subterraneas, vel per Fossas utrinque loricatas, & minimum in extremo Transversis t, t (hosti prospectum in Armilegia E, G, eripientibus) rectas. Ceterum in ejusmodi Operibus praeter Principia Generalia TAB. III. itemque §§. 63 & 64 allata, observandum etiam est, ut sint eo loco modoque constructa, ut hostis ea impetere cogatur, & quidem in fronte seu Faciebus, neque ea quarete retrorsum, seu in Semicollis possit. Hinc melius angulis retrahis, quam foras porrectis praestruuntur Lunula, cum in retrahis constituta, angulos Lorica extrema seu Via Testa foras porrectos V (quibus semper per primum imminet hostis) intra se quasi concludant & defendant, proinde necessitatem impugnant hosti, has praeter ceteris operibus expugnandi. Nihilominus tamen & angulos foras porrectos V muniri potest Lorica propria NX (Fleche) ita ut fiat $NV=VX=15$ vel 20 hex. Lorica hac si secundaria Fossa (Avant-Fossé) absit, propriam Fossam Vy, 8 vel 10 hex. latam acquirit. Ultra hac ipsa Opera, tum ad arcendum longius hostem tum ad protegendos pontes, cataraclas &c., construuntur adhuc magis diffusi Reductus, vel quadrati, vel Semilunas, aut Propugnacula resida (Bastion de taches) imitantes; constantque fere sola Lorica, quam Fossa ambit; quandoque tamen Vallum habent 3 vel 4 hex. latum.

76. *Def. ARX, sive CASTELLUM*, est munimentum majus, Quadratum, Pentagonum, vel denique Hexagonum, munimento primario adjectum, ad Cives in Officio continendos, aut perduellens castigandos, defensionemque munimenti primarii augendam. *Fig. 16.*
77. *Coroll. 1.* Igitur Castellum urbi, non vero hoc ulli illius parti dominetur, oportet.
78. *Coroll. 2.* Urbis pars Castello opposita, munitione careat, neque urbem inter, & castellum, ad scopi jactum domus ulla intersit, ut sic nullum civibus adversus castellum munimentum sit. Spatium vacuum, urbi, & castello interjectum, *Esplanade* dicitur.
79. *Coroll. 3.* Fluvio item, urbem forte alluenti (ne castellanum praesidium comiteatu interdici possit) & catarractis castellum dominetur: adeoque in medio urbis constitui non potest, verum ita, ut pars urbi imminet; vel tandem, si ob situs circumstantias, longius ab urbe removeri debeat, Opera habeat, per quae urbi conjungatur.
80. *Coroll. 4.* Castellum majori cura, quam ipsa urbs, muniendum est; secus hostis occupando Castello unice insendet, quo obtento, Urbe facile potietur; non vice versa, occupata Urbe, Castello dominabitur.
81. *PROBLEM. Arcem munita urbi adjungere.*
Resol. Sit Arx Urbi jungenda in parte A, B, C, quam occuparent 3 Propugnacula lineis punctatis expressa. Imo: producat indefinite Capitelem AB, in qua (prout plus minusve immixtam urbi Arcem cupis) assume punctum c, per quod eriges perpendicularem ab, in eaque capies ac = ab = 90 hexapedis, ut sit totum ab = 180 (§. 48.) 2do: si Arcem cupis quadratam, ex §. 50 sume radium = 127 org., eoque ex a, & b fac intersectionem in g; erit g centrum Arcis, & circuli, cui Quadratum desideratum inscribes, juxta regulas TAB. IV. muniendum, adjunctis externis, quibus opus fuerit, Operibus. 3tio: denique Viam Testam Arcis, urbi junge juxta lineas a A, & b C ex propugnaculis Arcis ad propugnacula urbis ductas, quae Linea Communicationis dicuntur.
82. *Scholion 1.* In Resolutione hac, Arcis Cortina directe obvertitur urbi; quodsi illi Arcis Propugnaculum imminere cupias, in eadem linea Ty assume punctum quoddam c pro Vertice Propugnaculi, tum radio cy in nostro casu = 127. org. describe circulum, ceteraque, ut dictum, perfice. Lineas communicationis ad vertices Propugnaculorum urbis duces vel ex Semilunarym verticibus, vel ex medio duarum Cortinarum Arcis, qua ultimum dispositio optima est.
83. *Scholion 2.* Linea Communicationis Aq, & Cq (nisi post 90 hexap. ab Arce distantiam) Vallum non habent, sed murum duntaxat campo obversum, 4 vel 5 pedes crassum, altitudine Vallo urbis aequalem, cui Lorica item murata, 2 pedes crassa, 6 alta superstruitur. Ex adverso linearum communicationis, seu ex parte Arcis commode Lunata objicitur, ex. gr. in spatio rr.
84. *Scholion 3.* Arces urbium maritimarum, urbi simul, & porui, & campo dominari debent. Earum figura a sua loci pendet.
85. *Scholion 4.* In interiore parte, seu corpore Arcis vel Munimenti cujuscunque (Corps de la Place) Templum, Gubernatoris ac milium civiumque habitacula, annonaria & armamentaria domus constituentur ita, ut forum in ejus centro constitutum (idque vel quadratum, vel polygonum, Munimenti Lateribus parallelum) ambiat Templum; Gubernatoris, Civica & Nobiliam, annonaria item & armamentaria domus. Fortitudo pro numero militum Munimenti defensionem necessario (Vide infra §. 150.) facile determinatur ex distis in Planimetria, cuiusvis militi dimidiam hexapedam quadratam tribuendo. Forum Quadratum meliorem admittit domorum & platearum dispositionem, quam polygonum, versus quod platea juxta Radios ducuntur. Platearum dispositio patet ex Fig. Munimenti TAB. I. Praecipuarum latitudo sit 8, aliarum 4 hexapedarum; inter Talum interiorum & domos relinquitur spatium 15 hex. latum, quod occupant militum habitacula (Cazernes, MSM) a domibus civis per plateam 4 hexatam distincta; a Talo vero interiore 2 vel 3 hex. remota. Ante Portas (etiam Exteriorum Operum) amplius intervallum sit tum pro domibus Vigiliarum (Corps-de-Garde) tum pro coligendis ante eas militibus. Porta, solido fornice per Valli latitudinem dato, plerumque medio Cortinae, loco Munimenti maxime defenso, inferuntur (Fig. 27.) In medio fornici series signorum (Gastbaume, Orgues) sibi fere contiguarum & inferne ferr. a culvide armatorum, e catenis singula (porius quam transversis signis connexa) suspenduntur, qua demissa Porta quasi repagulum sint. Portis praefruntur Pontes lignei, per Exteriora etiam Opera, non tamen directa serie (quod & in ceteris visis observandum) perducti, ne omnes simul recta ab hoste inspicere queant. Una pontis cujusvis pars fixa est (Pont-dormant) altera versatilis (Zug-vel Gassbucke, Pont-levis) 12 vel 15 pedes longa. Extremum Pontis portam obtinet, & signis 7 ped. altis, 5 vel 6 dig. latis compositam. V. Belidor. l. c. L. IV. c. 3. seqq.

86. I. Principium. Altitudo Valli supra loci Horizontem XA (Fig. 22.) usque ad Torum muralem N communiter assumenda est trium Hexap. Nam Vallum valde altum melius quidem regit urbem, militi- que amplius subiecta regionis spatium aperit; assamen Imo: ejus constructio & conservatio magnorum sumum est. 2do: Lini hostili est magis expositum, nisi Externa Opera etiam admodum elevata sint, vel valde distantia; vel demum Lorica declivitas juxta major (proinde superior ejus pars sustinendo Tormentario globo impar) fieri deberet; ut in Externa Opera prospectus & defensio obtineatur. 3tio: Sclopi istius versus Horizontem nimis inclinatus multo pauciores petit, terraque prius immergitur; Tor- menti vero directio sub angulo decursu tam acuto, difficilis simul est, & Tormenti Cantherio seu leſica (Affut, Eafeten) nocivus. Medioris, nempe 3 hexapedarum altitudo enumerata incommoda cuitat, ne- que tamen facilem hosti accessum reddit; si Fossa, sicca quidem iidem 3 hexapedis; aquosa vero mini- mum una hexapeda infra eundem horizontem deprimatur.
87. II. Altitudo Loricarum sit 6 vel 7 pedum, e quibus 2 circiter Scabello obveniunt; reliqui Corpus militis praſidiarii tegunt. Humeri & caput antepositis Corbibus terra repletis, riteque dispositis (Tab. V. F. 33.) protegi possunt.
88. III. Externorum Operum Semicolla Loricis non habeant, tum ne praſidiariis necessarium in ea pro- spectum eripiant, tum ne hostem, tali Opere jam positum, tegant.
89. IV. Valla Operum Externorum hosti obversa eo debent esse humiliora, quo sunt remotiora a Vallo primario, ita quidem, ut Vallum ex. gr. Semiluna sit 3 pedibus demissius, quam Vallum Corrina; Val- lum Perspicilli 3 pedibus demissius quam Vallum Parmula &c. Quo facto valla victiniora remotioribus, omnibusque simul primarium Vallum dominabitur. Vallum Forcipula lineam horizontalem attingit plerumque.
90. Schol. Quidquid est terrestris aggerum in Operibus seu in- seu externis, est vel mure (Revêtement) undique circumda- tum (revetu) vel aliqua solum pars (à demi-revêtu) vel solum cuspide totum (Gazonné). Pro primo & secundo casu muri aquo ac orismatum (Strebeſſer éperons, Contreforts) post 15 quoque pedes locanderam dimensiones sequens tabella ad Vanbani mentem & Rolideri correctionem exacta in pedibus & digitis exhibet. (Fig. 8.) AB est Latus muri externum; CD interior seu totam ambiens; mn op est Erisma; mn Radix; op Cauda; rs Longitudo orismatus dicitur.

Altitudo muri NO	10	20	30	40	50	60	70	80
Latitudo muri suprema IN	4. 0	4. 6	5. 0	5. 6	6. 0	6. 6	7. 0	7. 6
Latitudo muri Fundament. rQ	6. 0	8. 6	11. 0	13. 6	16. 0	18. 6	21. 0	23. 6
Longitudo Erismatum	4. 0	6. 0	8. 0	10. 0	12. 0	14. 0	16. 0	18. 0
Radix Erismatum	3. 0	4. 0	5. 0	6. 0	7. 0	8. 0	9. 0	10. 0
Cauda Erismatum	2. 0	2. 8	3. 4	4. 0	4. 8	5. 4	6. 0	6. 8

91. PROBLEMA. Exhibere Sectionem (Profil).

- Sit (Fig. 10.) pars Munimenti Regularis, fingaturque secta juxta lineam XAZ, etſi compositam. Cum consistant partium singularum altitudines ex 66. præced. Latitudines vero ex TAB. IV. vel ex typo Ichnogra- phico desumi possunt, facili negotio partium Sectio in pedibus exhibebitur, quæ ob chartæ angustias juxta Lineas XAAZZ connexa concipi debet. Nempe 1mo: Duc Lineæ Horizontalis partem XA, quæ represen- tet ipsum Planum horizontale, cui locus insistit. 2do: Fiat Scala proportionata tum chartæ, tum distin- guendis partibus. 3tio: Fac XC = 24. ped. & perpendiculararem CD = 18. cui demes partem VD. = 2. p. pro aliqua Ambulacri ad demittendam pluviam declivitate. 4to: Duc ipsi XC, parallelam indefinitam DN, ex eaque accipe partem DE = 30 p. 5to: Super E erige perpendiculararem EF = 2. p. 6. dig. & duc FH priori DE parallelam, facque FI æque ac IH = 4 p. tum signa acclivitatem Scabelli EI. 6to: Erige perpendicu- larem HG = 4 p. 6 dig & duc GL parallelam ad FH. & fac GK = 1 p. 6 dig. pro determinanda accli- vitate Lorice interna HK. 7mo: Fac KL = 3. hex. & ex L. demitto indefinitam perpendiculararem LO, in eaque cape LM = 3 p. pro determinanda declivitate Lorice KM (NB. Hæc Lorica declivitas variat, nem- pe KM producta terminari debet in opposita Via Teſſa) 8mo: Duſto per N semicirculo, cujus diameter cir- citer 1 p. 6 dig. notetur Torus muralis. 9mo: Fac NO = 36 p.; & duc parallelam indefinitam OY 10mo: Fiat OP = 7, ducque Valli acclivitatem ext. NP. 11mo: Ob NO = 36. fac (6. 90.) Nt = 5 vel 5½; rs = 9 & duſtis ad No parallelis rs & sT, fac rQ = SR = 13; QR vero circiter 12 (Confer 6. 48. Arch. Civ.) 12mo: Fiat Latitudo Fosse hn = 18 &c.
92. Fig. 24. exhibet Fosse utrinque Loricate (Caponiere) Orthographiam.

93. I. *Universim*. Et si Architectus Militaris eam construendis Operibus materiam adhibere debeat, quam regio, locique ac temporis circumstantiæ concedunt, firmitati tamen undique quam maxime consulat oportet, principiis etiam ex Archit. Civ. petitis. Equidem murorum Opera convestientium & Erismatum dimensiones datæ jam sunt §. 90; hæc tamen præterea observata digna sunt, videlicet murum Fossitio, vel secto lapide constructum præter sumtus id habere incommodi, quod globorum vi, magna statim sui parte hiet, ruptisque fragminibus tum præsidiarium militem impetret, tum Fossam oppleat. Lateritius e contra haud multo majus globo foramen recipit: Vallum denique aut Lorica solo cespite testæ præter idem commodum suntus simul minores habet. Verum cum Vallum solo cespite vestitum (quale cum dimensionibus suis exhibet Fig. 25) majorem Talum requirat, adeoque facilius scandi ab hoste possit, eidem in ipso Lorica pede palorum, 8 vel 9 pedes longorum series (Gallis *frayzes*, P) circumdari solet, qui ultra sui dimidium terræ infixi, & transversis trabibus r connexi, vertices quaque versum porrectos versus Fossam deorsum aliquantum reclinant, ut sic inclinati illapasas forte hostiles Bombas & Granatas in Fossam demittant. Hæc palorum series simul militi transfugia prohibet. Solet quidem & Fossæ Margo *bf* ejusmodi palis, atamen sursum erectis *g*, vel etiam vivo, ut ajunt, sepe, id est, plantata arborum serie muniri; quæ munitio, in locis præcipue palustribus præclari usus est.

94. *Coroll.* Ex his rite perpenis sequitur, Vallum semî-vestitum, *semi-vestitum* (quale in muniendis Neo-Brifaci Forcipulis, atque Cortinarum & Propugnaculorum Semilunis elegit Vauban Fig. 23) ceteris fere præferendum esse.

95. II. PROPUGNACULUM *Vacuum* dicitur, quando latus Valli internum ejusque acclivitas ducuntur Faciebus & Alis parallela, ut in Propugnaculis A, B, I Fig. 6, 7, 9. In his Propugnaculis pulveris pyrii, annonæ & armorum promptuariæ, *Magazins*, constitui solent (melius fortasse juxta Cortinam constituenda ob §. 34) 10 hexapedas longa, 6 lata 8 pedes alta: breviorum laterum crassities in fundamentis sit 5; superne 4 pedum; longiorum vero in fundamentis 9 vel 10; superne 8 pedum. Longiora latera firmantur 4 vel 5 erismatibus 6 pedes longis, 4 latis. Fornix Semicircularis muris impositus & Bombarum vi par, versus fastigium 8 vel 9, inferne 3 duntaxat pedes crassus est.

Propugnaculum *Plenum* dicitur, dum latus Valli internum terminatur Vallo Cortinarum producto, ut in Fig. 11. In ejusmodi Propugnaculis constitui solent Suggestus altiores (*Cavaliers*) quos olim circulares; alii lateribus, Magistrali parallelis, ut *abcm*; alii, spatio parvuri, in formam arcus *abn* fecere; alii demum ob §. 34 aptius in Cortinis construunt. Altitudo horum Suggestuum pro situ aliorum Operum variatur. Suggestuum horum finis est, dominari latius, hostemque eminens spectare, ignemque multiplicare. Ceterum quantitas terræ construendo Vallo necessaria in praxi decernet, Vacuumne an (quod præplacet) Plenum Propugnaculum construendum sit.

96. III. ALÆ humiliores, *Places basses* (quales habent *Anonymus Gallus Blondel, Borgsdorff, Ozanam, Pazam, Spekle, Coeborn*, alique) interjecta Fossa ab altioribus sejungendæ sunt, tum ut hostiles Bombæ minus obstant, tum ne Alæ interior delapsis e superiore faxis & terra obruantur. Olim in Alis superioribus seu testis cryptas subterraneas arcuatas (*Cazemates*) fecere, incisuris instructas; verum *Imo*: fumus machinarum solutione in his cryptis causatus tolerari vix potest. 2do: Bombæ eas, cumque ipsis magnam Alæ partem facile diruunt.

97. IV. POSSA terminari potest ex R in Alæ punctum *e* (Fig. 6.) 3 vel 4 hexap. ab Humero remotum: tum quia aliunde Lorica Humeri tantundem spatii in ipsa Alæ occupat (§. 51) tum quia sic ducta Fossa simul facit, ne hostis ex eodem suggestu, ex quo Alam quatit, Humerum simul impetere possit. Si Fossa Faciebus Propugnaculi, & multo magis, si Cortinæ simul, parallela duceretur, uti *pyssm*; patet in primo casu Alæ partem *ec*; in secundo totam Alam ac defensioni oppositæ Fossæ & Faciei BT inutilem fore. Hic Veterum quorundam error fuit. Unde simul patet, Fossam Cortinæ Fossæ Facierum latiorum esse debere. Demum si Fossa in punctum quoddam r Faciei oppositæ el terminaretur, pars *cr* ab hoste ex duobus simul Vis Cooperta locis Ro & s impeti posset.

Constructionem Operum Interiorum.

98. Fossa iusto Latior & profundior *imo*: nimio labore & ære constat. *2do*: nimium lata pedem Valli æquo citius offert conspectui hostium; nimium profunda difficulter per Alarum Tormenta defenditur. Cæterum Fossæ Latitudo & profunditas pendet a copia terræ construendo Vallo, aliisque operibus necessaria; semper tamen ejus Latitudo sit ejusmodi, ut miles in Lorica Vallaris scabello consistens Viam Tectam inspectare possit.
99. Optima Fossa est, quæ superatis Siccæ, ut ajunt, Defensionis Operibus omnibus ab hoste jam occupata, Cataractarum ope pro libitu aqua repleri potest. Si latior (*ex gr.* 20 vel 30 *hexapedarum*) fluviis urbem alluat, per Fornicem in Cortinæ (ut ab Al's defendatur) pede structum, recta secundum latitudinem Fossæ deducitur, ne per ejus longitudinem delabens, limum aggerat. Ostia, per quæ fluviis decurrit, ferreis clathris, catenis, aut palis obmuni debent. Fossæ aquosa obsessis eruptiones, & communicationem cum Operibus externis; oppugnantibus vero accessum & struendas insidias difficiliores reddit, quam Fossæ sicca.
100. Ad cohibendam in Fossâ aquam repagulum muratum (*Batardeau*, r, *Fig.* 12.) construi solet, 15 vel 18 pedes crassum, nunquam Viæ Tectæ Lorica altius, ne ab hoste eminens conspici impetique possit. Construitur vero in angulis prominentibus (*saillans*) quia in omni alio loco, tegendo hosti serviret. Superne tectum displuviatum habet, Gallis *Cape* dictum; per quod ne transitus, seu desertori militi seu speculatori hostili pateat, ejus medium turricula 6 vel 7 pedes lata totidemque alta occupat. In Typo Ichnographico signatur per lineas parallelas; quarum media tecti fastigium, circulus vero turriculam repræsentat.
101. V. FORCIPULÆ substitutæ sunt Vallo inferiori (*Faussebraye*) rejecto, *imo*: quia Facies illius ex Viâ Tectâ, ejusque Lorica secundum longitudinem suam inspicere (*être enfilées*) poterant. *2do*: Quia fragmina e superiore Vallo quassata delapsa hujus ambuacrum & consistentem in eodem militem obruebant; quamquam malo huic, uti & Hubarum injectarum furori interjecta fossa mederi possit (*Conf.* §. 96.) *3tio*: Quia transfugia adjuvabat. *4to*: Assaultum hostilem faciliorem reddebat. caret his erroribus Forcipula, præcipue alis, *se* & *ad* (quæ nempe ex occupata semel Semiluna R inspicere ab hoste possent, *Fig.* 9.) destituta; simul tamen, uti Vallum inferius, vicinioribus, quam Vallum superius inagisque radentibus ictibus, Fossam defendit.
102. VI. CAPONIERE, seu Fossâ utrinque Loricata præsidario militi securos certosque in hostem Fossæ se immittentem ictus, tutumque ex interioribus in exteriora Opera accessum præbet, & ex his in interiora receptum. Si fumo remedium fiat, Fossæ hæc superne tignis, terraque aut etiam murato fornice tectæ, in lateribus vero incisuris instructæ, uti olim, nunc quoque usum haberent.
103. VII. VIA TECTA Horizonte loci demissior fit, quando Fossâ sufficientem terræ copiam non suppeditat; & tum ejus Lorica duplex Scabellum acquirit. Pali (*Palissades*) 3 fere pedes terræ infixi, dimidium pedem lati, nec nisi quantum transmissio sclopi requirit, a se invicem distantes, ut eo firmiores sint, etiam transverso, horizontali tigno (*Limbeau des Palissades*) nestuntur: Loricam non nisi quibusdam digitis eminent, ne eminens tormentis impeti decutique possint.
104. VIII. Viâ Tectâ & Fossâ Secunda (*Avant-Chemin-Convert*, & *Avant-Fossé*) sæpe plus obsunt, quam prosint; cum semel occupatæ hosti tegendo commodent.

105. I. SEMILUNARUM est postposita ipsis Opera tegere: earum Alæ simul Fossam & Viam Testam Propugnaculis oppositam defendunt. 2do: Facies Semilunarum non terminantur in ipsos angulos Humerorum, sed ad puncta (*p* & *q*, Fig. 9.) 4 vel 5 hexapedis, nempe ultra latitudinem Loricæ Alæ remota; ut Semilunæ, instar alarum sint partes Propugnaculi *pk* & *qk*. 3rio: Maxima, quam Semilunæ vertici L dare licet, distantia a Facie Propugnaculi innotescit confuſto super *pq* $\triangle$ æquilatere; tum enim angulus ad *l* jam fiet 60 gr. (§. 68. *Geom.*) quo minor in Munitione non admittitur. 4to: Pro Fossæ & Facierum Semilunæ defensione augenda, prope harum terminos construuntur Loricæ Transversæ *ff*, etiam fossa, si libet, & palorum serie munitæ.
106. II. OPUS CORNUTUM & CORONATUM tum ob sumtus, tum quod semel occupata hosti deinceps usui esse adversus obsessos possint, merito improbantur, nisi loco apprimè apto & ita constructa sint, ut, etsi ab hoste jam occupata interiorum Operum igni pateant. Quod si ejusmodi sint, usum habent egregium in parte aliqua soli vicini (*ex gr.* inter urbem & fluvium, interjecti) cum Munimento conjungenda & includenda.
107. Operum horum Alæ seu Brachia ab oppositorum Propugnaculorum, vel (si his præstruantur, Fig. 14.) a Semilunarum Faciebus defenduntur; cetera per se invicem. Unde NG æque ac FG jacta sclopi longiores esse nequeunt (§. 8.) Si, quod nonnulli faciunt, Operum horum Brachia insistant ipsis Faciebus Propugnaculi, ante quod construuntur, anguli F & G fiunt nimis acuti contra §. 32.
108. Augetur Operum horum Defensio 1mo: Regressionibus in utriusque Brachii extremo M & N factis, ad Facies Semilunæ X perpendicularibus (Fig. 13.) quarum Fossa cum Fossa Semilunæ communicans, 7 vel 8 hex. lata, aut solum 10 vel 12 pedes profunda sit, ut ejus pes e vicina Semiluna X inspicere meliusve defendi possit: Fossa hæc insuper muniri potest Via Testa *a, a*, in Figg. 13 & 15 punctata. 2do; Semiluna E Fossam itidem 7 vel 8 hex. latam habet.
109. Dum Brachia Operis Cornuti versus Corpus seu interiora Munimenta convergunt, Opus tale Cauda hirundinis, *quæ d' hironde* vel *d' hirondelle*; dum vero foras convergunt, Cauda hirundinis inversa, *Contre-queue d' hironde* appellatur: denique Opus duabus Forcipulis simplicibus conjunctis constans (sere ut Fig. 18, ut tamen medius angulus C magis quam A & E foras promineat, brachiaque versus interiora convergant) dicitur *Bonnet à Pêrre*.
110. III. CUNICULI (*Minen*, *Contre-Minen*, *Conser.* §. 9.) maxime formidanda oppugnatoribus, oppugnatis maxime proficua & validissima, finique Munitionis (§. 2.) præ ceteris maxime satisfaciens Defensio, primam sibi merito curam deposcunt, præprimis in Vix Testæ Loricæ, ultraque eam & eo, quem dat Villeneuve (*Traité d' Artill. P. II. C. 5 & 6.*) modo positi, & quæqua licet, multiplicati, *Fougasses*. Ceterum fiunt Cuniculi in horizonte Fossæ in Faciebus & Alis Operum tum In-tum Externorum, uti exhibet Fig. 12. in qua *m, m* furnos; *n, n* cryptas communicationis (*Galeries*) indicant. Quæ a crypta communicationis majore *Rami* exeunt, portæ constituuntur, ne hostis aliqua cryptæ parte potitus, libere toti dominetur: item in singulis sere cryptarum flexibus Armilegia quadrata, 6 pedes lata, construuntur, in quibus facto aggesto terreo prædiarii adversus hostiles cuniculatores se defendant.
111. IV. COMMUNICATIO, res magni momenti, fit ex Propugnaculi quidem Humero in Alam humiliorem per subterraneam viam, *Poterne*: Ex Valli Cortina in Forcipulam rursus per cryptam, cujus porta a Forcipula omnino tegi debet: Ex Forcipula in Semilunam per Fossam utrinque Loricatam, *Caponiere*: qua vero Opera hæc aliaque Exteriora scanduntur, vel acclives accessus (*rampes*) fiunt, vel scalæ, *Pas de Souris*. In Fossis aquis Communicationis obtinetur Pontibus mobilibus, vel navalibus, vel denique fixis; quanquam hi Obsidionis tempore multis incommodis laborent.
112. V. SUGGESTUS Tormentarii in Operum præcipue angulis construi soliti, Gallis audiunt *Bateries à barbette*.
113. VI. SPECULÆ Militares (*Schlüßerhäuslein*, *Guerites*) construuntur in angulis Operum prominentibus *V. Belidor l. c. L. IV. c. 7.*

114. II. Vaubani Systema dicitur, quod in *Betfordia* & *Landavia* muniendis adhibuit: nempe ductis indefinite Hexagoni Radiis γA , γB , factoque Latere interno $ab=120$ hex. fiat 1mo: $aH=bG=4$ hex. 2do: Ad Cortinam perpendicularares eH & $fG=6$ hex. 3tio: Ex e & f erigantur ad Capitalem perpendicularares ec & fc . 4to: Duc $\beta\beta=fc$, item $ea=ec$, dimidias Turres Munitas, *Tours Bastionnees*. 5to: Duc fa & $e\beta$. 6to: Fac $aA=\beta B=39$ hex. 7mo: In Latere interno cape $ad=bd=\frac{1}{2}ab=30$ hexapedis, erigeque indefinitas perpendicularares dE & dF . 8vo: Duc Lineas Defensionis AG & BH . 9no: Fac $di=1$ hex. & duc $iE=iF$, seu Alas Propugnaculorum se junctorum (*Bastions detachés*) seu Semilunarum Propugnaculis præstructarum, *Contregardes*. 10mo: Fac $gh=bk=10$ hex. 11mo: Pro Fossâ Turrium Munitarum Radio ax & $\beta x=7$ hex. duc arcum, ejusque ex k Tangentem. Semilunarum distarum Fossâ & Forcipula describuntur, ut in I. Syst. 12mo: Semilunæ XLY Capitalis ZL fit 45 (vel 50) hexapedarum, e quibus 15 (vel 20) dantur Capitali Reductûs ZL. 13tio: Pro ducendis Semilunæ Faciebus, ex Faciebus Semilunarum Propugnaculis præstructarum accipiat pars $Fg=Eg=10$ hex. Facies Reductûs ducuntur Faciebus Semilunæ parallelæ. 14to: Fossâ Reductûs fit 5 vel 6; Fossâ Semilunæ 12 hex. Reliqua ut in Syst. I.
115. III. Vaubani Systema est Munificio *Neo-Brisaci*, ob duplicem cincturam etiam *redoublé* dictum: (1mo: Fiat Latus Polygoni (hic Octogoni) $=180$ hex. 2do: In ejus medio C erigatur indefinita Perpendicularis, in eaque accipiat CD $=\frac{1}{2}AB=30$ hex. 3tio: Ducantur per D Lineæ Defensionis BH & AG. 4to: Fiant Facies Semilunarum AE & BF $=60$ hex. 5to: Radio EF, ex E per F ducatur arcus, in eoque capiatur Chorda $Fg=22$ hex.; eodem modo determinetur Alâ Eb ex F. 6to: Per g & b duc ab usque ad Radios Polygoni, huicque parallelam ab 9 hex. distantem, seu Latus Polygoni internum, super quo construantur Turres Munitæ. 7mo: Fac Semicollâ aH & $bG=7$ hex. tum super G & H erigantur perpendicularares $Alx=5$ hex. ducanturque Turrium Facies. 8vo: Prolonga nunc ductas Alas introrsum ad $\frac{1}{2}$ hex. & duarum Alarum sic productarum extrema junges, relicta solum in medio apertura seu aditu 9 pedes lato. 9mo: Ex puncto, in quo Perpendicularis CD secat Latus internum ab , cape introrsum 5 hex. & per nunc determinatum punctum ex G & H duc interiores Lineas Defensionis Gc & He , tum produc Semilunares Alas Fg & Eb usque in c & e , & junges ce , partem Cortinæ retractam, cujus Alx erunt cc & ee ; Hc vero & Ge quasi Facies. Cetera patent ex Fig. & Systemate I.
116. Scholion. Turres Munitæ tum in medio, tum juxta suas Alas & Facies, cryptas habent arcuatas Bombarum vi pares, quæ tum protegendo Oppugnationis tempore militis rei que annonaria & bellica serviunt, tum etiam constituendo Tormento, quod ex parte Alâ per incisuram, horizonte aequo aliquantum aliorem, tutum adversus hostem istum habet. Lorica Turrium Munitarum murata, est 8 pedes lata, 6 alta, & incisuris prædita. Ambulacrâ Valli primariæ aequæ ac Semilunarum Propugnaculis præstructarum sunt 6; Semilunarum vero Cortinis præstructarum 4, Reductum denique, 3 hexapedarum. Quavis Turris Munita 16, Cortina & Semiluna Propugnaculi 12, Reductus 9, Semiluna Cortina 6 pedibus supra loci horizontem eminent, non computata impostarum iis Loricarum altit. dine. Semiluna utriusque speciei, itemque Forcipula semi-vestita sunt (V. S. 94.) Ampliorem ultimi Systematis descriptionem vide in sape laudatâ Belidori Science des Ingenieurs L. VI. Ceterum & in hoc Systemate culpatur Imo: duplo, quam in aliis plerisque, pretiosior Constructio. 2do: fumus, non obstantibus cryptarum spiraculis, a machinarum solutione, etsi bina solum vel terna, in Munitis Turribus intolerabilis. 3tio: Turres hæc, ob defensionem ex earum incisuris præstandam, ultra Exteriorum Operum Loricas juxto altius eminentes, hostili igni minus patens.

117. Ars hæc uti frequentioris usus, ita Regulari utilior est. Eo tamen recidunt omnia, ut Munitionis Regularis Principiis, TAB. III. allatis quam proxime conformis sit, nec tamen nimiorum sumtum.

118. Schol. Si urbs Vallo vetere jam cincta, munienda sit, methodo muniendi a Latere Externo introsum (en dedans) præferenda est methodus muniendi a Latere Interno foras (en dehors.) Licet enim methodus prior in praxi Regulari facilior, semperque exactior sit, in Irregulari tamen vix unquam Cortinarum situs Propugnaculis apte respondebit, si ea utaris. Pro posteriore muniendi methodo sequens sit tabella, qua quantitatem Semicolli in partibus Lateris interni, & angulum Defensionis interiorum in gradibus exhibet.

119. Polygonum	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	Linea recta
Angulus Figuræ	90	108	120	128. 34	135	140	144	147. 17	150	0
Semicoll. Lat. interni	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9} +$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} +$	& in ceteris		
Ang. Defensionis inter.	$13\frac{1}{2}$	$15\frac{1}{2}$	$18\frac{1}{2}$	& in ceteris -						20

120. PROBL. I. Munire locum facto initio à Laterne Inter. Fig. 5.

Ref. 1mo: Super Hexagoni Latere interno ab , quod sit ex. gr. 120 hex., determinetur Semicollum $aH = bG = \frac{2}{3} ab$ fere $= 26$ hex. 2do: Fac Angulum Defensionis interiorum $BHG = AGH = 18\frac{1}{2} gr.$ (§. 119). 3rio: Super bissecta ab per Linearum Defensionis intersectionem D , erige Perpendiculararem dC , in eaque cape $DC = 30$ hex. ut supra §. 50. 4ro: Per C duc Lateri interno ab parallelum Latus externum AB , ceteraque ut loco cit. perfice.

121. PROBL. II. Munire locum irregularis figura, nullo adhuc vallo cinctum:

Ref. 1mo: Fiat exacta loci Ichnographia, dimensionibus Scala majore determinatis pro meliore partium distinctione. 2do: Relicto circa loci perimetrur, tum pro domibus annonariis & militaribus, tum pro Valli latitudine, circiter 25 hex. spatio circumscribatur Polygonum irregulare, cujus latera lateribus loci sint parallela. Si Polygonum hoc a Regulari non multum abluat, circumscribatur illi circulus: tum ex Scala Ichnographiæ adjecta cape minimum 120 hexapedas pro Latere interno, idque toties quoties in circuli peripheria transfer, donec Polygonum obtineas aut omnino, aut prope Regulare seu æqualium laterum; quorum tamen nullum 120 hex. minus, nullum 150. hex. majus sit (§. 28.) Hoc supposito Polygonum hoc, utpote Regulare, methodo Regulari munies. Si vero Polygonum loco circumscriptum a Regulari multum abfit, curandum est, ut omnes Propugnaculorum angulos quamproxime æquales (non tamen justo majores aut minores, §. 32.) nanciscaris, nimis acutorum crura versus verticem decurtando, nimis obtusorum prolongando. Munitionem vero perages fere sequentis Problematis methodo.

122. Schol. Si Latus quodpiam, ex gr. fluvio aditum, insolite longitudinis fieri necesse foret, non solum in extremis, verum etiam in ejus medio Propugnaculum construi debet, quod Galli Bastion plat. nupote super linea recta constructum, appellant.

123. PROBL. III. Munire locum Vallo vetere jam cinctum.

Resolutio Prima, uti & Esg. 32 est Blondi: mensuræ sunt in hexapedis 1. Quia Latus $AB = 225$ hex. adeoque justo longius (§. 28.) circa ejus medium L Propugnaculum planum constituendum est. Et quia hinc $AL = 112$, angulus vero $A = 142 gr.$ adeoque fere angulus Enneagoni, accipe semicollum $AM = NL = \frac{1}{4} AL = 28$. 2do: Fac angulum Defensionis interiorum $NMA = 20$; MNb vero, utpote Enneagoni angulo A respondentem $= 18\frac{1}{2}$ (§. 119.) & duc indefinitas Lineas Defensionis Ma & Nb . 3rio: Ex M & N sub angulo 100 graduum duc Alas Me & Na . Sub iisdem dimensionibus determina aP & O .

II. $BC = 150$. 1mo: Ob angulum $B = 161$, fac $BQ = \frac{1}{4} BC = 37$ vel 38; & ob angulum $C = 131$, fac $CR = \frac{2}{3} BC = 34$ (vel quia sequens latus aliunde breve est, $= 37$) 2do: Angulum interiorum RQf , itemque $QRc = 18\frac{1}{2}$, & duc Lineas Defensionis Qf & Re . 3tio: Rursum, ut supra, & deinceps semper duc Alas sub angulo circiter 100 gr.

Munitione Irregulari.

III. $CD=110$. *Imo*: Ob angulum $C=131$, fac $CS=\frac{1}{2}CD=24$; & ob angulum $D=98$, fac $DT=\frac{1}{2}CD=18$ vel *19*. *2do*: fac angulum interiore TSg , Propugnaculo D oppositum $=13\frac{1}{2}$, ast angulum $STf=18\frac{1}{2}$, & duc Lineas Defensionis Tf & Sg &c.

IV. $DE=134$. *Imo*: Ob angulum $D=98$, fac $DU=\frac{1}{2}DE=22$; & ob angulum $E=104$, foret $EW=\frac{1}{2}DE=27$; verum quia sequens latus EF est solum 36 hex. (§. 28.) totum Propugnaculum E in latere ED collocetur, ut ne tamen Cortina WU fiat minor $6d$. hex. *2do*: Fiat angulus interior $UWg=13\frac{1}{2}$, ast $WUb=15\frac{1}{2}$ & duc Lineas Defensionis, Alasque.

V. Quia latus EF ob brevitatem suam Propugnaculum non capit, simul tamen oppositum Propugnaculum G defendit, fiat solum angulus interior $EFb=13\frac{1}{2}$ &c.

VI. Ob easdem rationes, & cum aliunde ab adjacentium Propugnaculorum Alis defendatur, lateris FG angulus F munitione alia non eget. Attamen ob $G=118$, *Imo*: fac $GX=\frac{1}{2}GF=24$, *2do*: angulum internum $GF=18\frac{1}{2}$, & duc Lineas defensionis &c.

VII. Duo latera GH & HI mutuz defensionis inepta sunt, ut patet. $GH=160$. *Imo*: Ob angulum $G=118$, fac $GY=\frac{1}{2}GH=32$; Semicolli vero HZ ea sit longitudo, ut ducta (sub angulo $YZI=20$) ex Z Linea Defensionis ZI jactum scopi non excedat, quod Scala te docebit; hoc enim si foret, Semicollum HZ longius assumi deberet, ex. gr. H_2 , ducique pi priori ZI parallela; quo facto simul opposita Defensionis Linea FI in brevior F_i abit. Demum fiat $p_9=20$ circiter, ducaturque Y_9 .

VIII. Angulus I sic muniti potest. *Imo*: Fac $Hr=20$ vel 30 , & duc Alam rs angulum I defensuram. *2do*: in adverso latere IK construe Propugnaculum K , a cujus Ala z , z pariter defendetur angulus I . Et quia facta hac constructione anguli r & z defensione carent, fac *3tio*: angulum $ur=13$ circiter, & prolonga Y_9 usque in r ; tum duc alam tu . Idem fac super latere IK , ducendo Alam x , x . Melius, sed majoribus impensis muniti potest angulus I Opere Cornuto, in Figura punctato.

124. *Resolutio Secunda*. *Imo*: Determina Semicolla, ut in Ref. I. *2do*: Accipe aperturam circini Lineae Defensionis $=120$ ad 150 hex., eaque ex extremis duorum Semicollorum (ex gr. M & P) fac intersectionem (in a) angulum interpositi Propugnaculi daturam. *3tio*: si angulus Propugnaculi iusto major vel minor existeret, longiores in primo, in secundo casu breviores Lineas Defensionis assume. Alae ducuntur ut in Ref. I.

125. Schol. Ducta sive per I. sive per II. *Resolutionem* Linea Magistrali angulorum aequae ac Linearum quarumvis quantitas exploranda est, & si opus emendanda, ut Regularis Munitionis perfectionem quam proxime assequaris. Adjicienda quoque sunt Opera Externa, ea maxime parte, qua irregularis loci figura, aut minus apta, aut omnino nulla Propugnacula recipit. Succurrit etiam ejusmodi partibus potest Propugnaculis a Cortina per intersectam Fossam sejunctis (*Bastions detachés*), quorum praeclarus itidem usus est, dum verus, quo locus fortasse cinctus est, Vallum firmum, Fossaque & Lorica jam munitum conservare cupis.

126. Scholion I. *Quomodo Delineatio Ichnographica aequae ac Orthographica in Campum transferatur, ceteraque perficiantur, constat ex dictis in Praxi Euthymetrica & Gæodesia fassusque rursus explanabitur.*

127. Scholion 2. *Si Delineationem seu Ichno- seu Ortho- graphicam coloribus imbuere velis, haec observa*.—*Imo*: Lineae Loriceam utrinque terminantes sunt crassiores ceteris in Ichnographia; in Orthographia vero omnes ducuntur tenuis. *2do*: Lineae plateas determinantes ducuntur colore crassissimo (Carmin-*Roth*) & quidem ea, qua incidentem & sinistro superiore charta angulo lucem respiciunt, tenuiores, quam dextrorsum & inferne locata: idem & in Inumbatione observandum est, ut partes lucem non recipientes colore minus diluto; aliae dilutiores, sensim quoque defuisse tingantur. *3tio*: Unumquemque muri colore crassissimo; partes cespicio vestige, ut sunt Tali. Lorica &c., viridi; partes construenda, flava; fluvii, rivus, fossae aquae colore aequo; apparatus terra, fossa sicca, colore luteo; seu terreo, Scabellum tamen & Via Tecta nullo colore tinguntur. Versus Talarum pedum color sensim minuitur, & in album deprimis, seu coloribus diversis, seu sola atramento Sinico partes inumbrate libet.

128. *Def. 1. Munitiones obfidionales (Tranchées) dicuntur opera campeſtria univerſim, ab oppugnantibus conſtructa.*
129. *Def. 2. Linea Circumvallationis exterior, ſeu Circumvallatio eſt Foffa munita (Lorica campum reſpiciente) intra quam Foffam, & Munimentum ſunt caſtra oppugnantium. Fieri ſolet, dum liberandi ab oppugnatione Munimenti cauſa, a vicino hoſtili exercitu prælium, aut repentina caſtrorum invalio providetur.*
130. *Def. 3. Linea Circumvallationis interior, ſeu Contravallatio eſt Foffa munita (Lorica Munimentum reſpiciente) quæ inter oppugnantium caſtra, & Munimentum ducitur. Fieri ſolet, cum præſidium numerofius, impetendæ majori oppugnantis exercitus parti par judicatur.*
131. *Def. 4. Via obfidionales, Accessus, Adductus (Rauſgtäben, Approches) ſunt foſſæ Loricis undique Munimento obverſis (cræſſiore linea ſignandis) munitæ (T, T, T, Fig. 48.) & ita diſpoſitæ, ut ex præſidio inſpici nequeant.*
132. *Def. 5. Parallela, Armilegia (Paralleles, Places d'armes FF, GG, HH) ſunt foſſæ Operibus diſtinctis fere parallele ductæ, in quibus milites conſtituuntur ad defendendum laborem Acceſſuum.*
133. *I. PRINCIPIUM. Oppugnationem ſuſcepturus, Arcanum, tum de Munimenti oppugnatione, tum de oppugnationis inodo, loco, tempore adeo cuſtodiat, ut, quantum licet, & verbo, & opere, ſparſis rumoribus, factis itineribus &c. potius omnia alia ſimulet.*
134. *II. Moras reſecet; nil tamen temere, & præpropere, deque hoſtium machinationibus incertas agat, ad quas detegendas æri minime parcendum, quod ſeu ſpeculatoribus, ſeu captivis, ſeu tranſfugis (quibuſcum tamen caute) tribuatur.*
135. *III. Quidquid commodorum in vicinarum ſilvarum, annium, pratorum, paludum, viarum profundiorum, locorum altiorum, annonæ &c. uſu detrahitur, ſuum commodum putet, & faciat.*
136. *IV. Aggredi oportet partem ceteris minus munitam, in eaque angulos prominentes, non vero retractos, ex his enim duplici igne impeti oppugnans poteſt.*
137. *V. Facilis ſit inter Opera, ſtationeſque militum (Quartiers) communicatio; ſtructis (ſi armæ, aut paludes adſint) pontibus, 20, vel 30 pedes latis, iſque fixis ligneis potius, quam navalibus, & 20 circiter hexapedas ab invicem diſjunctis. Pontibus Reductus, vel Opera Serrata (Tres des Ponts) præſtruantur.*
138. *VI. Pro Acceſſu parando non ſunt nimium multiplicanda Opera, viaque, quantum licet, breviffima tenenda. Hinc patet 1^{mo}: ratio figuræ, quæ acceſſibus nunc dari ſolet. 2^{do}: cur initium ducendorum acceſſuum communiter ſtatuatur in diſtancia 800 circiter hexapedarum a Via Teſta, & ita, ut 1^{ma}, ſeu extrema Parallela ſit in diſtancia 300, 2^{da} in diſtancia 150 hexapedarum, 3^{ta} ad pedem Loricæ Viæ Teſtæ.*
139. *VII. Labor ducendorum acceſſuum non promovendus, niſi a militibus utrinque defendi poſſint laborantes. Hinc & partes acceſſuum, ſe mutuo defendere, & in intervallo inter 2^{dam}, & 3^{iam} parallelam reſeſſus (Retours, demi-Places d'armes) m, m, m 40 vel 50 hex. longi; & deum Parallelæ ab urbe diſtanticiores, vicinioribus longiores fieri debent.*
140. *VIII. Augendæ Loricarum altitudini & firmitati (præcipue Linearum Circumvallationis) quævis ligna, arbuſta, vepres, ſimus equorum &c. famulentur.*
141. *IX. Nec Linææ, nec Acceſſus duplici Foffa (Avant-Foſſe) cingantur; ne hoſtis exteriori foſſa potius, interiori tutius inſultet.*
142. *X. Globus Tormenti in magna a ſui ejectione diſtancia, sæpe plus, quam in minori, copiis damni inferit; quia imminuta jam ejus violentia, ſubſultando, & velut ſerpendo obſtacula circuit, obvioſque lædit. Idem eſt de globis duriore impactu debilitatis: quod ipſum anſam præbuiſſe videtur Vaubanianiſ jactibus à Ricochet, qui nunc ſunt tam cum globis, quam cum bombis, dum Tormentum, aut Mortarium ſub angulo ad horizontem acutiore directum, ea ſolum pulveris pyrii quantitate repletur, quanta opus eſt ad deſignatum ſcopum duntaxat attingendum. Ab his globis neque intra Præſidii mœnia, neque intra Acceſſus, etſi Loricis tranſverſis diſtinctos, quidquam tutum.*

Munimenti Oppugnatione.

143. Schol. Hucusque dicta, & dicenda supponunt, & oppugnantem, & oppugnatum, numeroſo, validoque milite, necessariis denique omnibus instructum. Si enim munimentum infirmum, aut praesidium viribus & numero multum impar sit, opera quoque oppugnantis minus firma, quin quandoque nulla requiruntur, locique expugnatio, vel improvisa occupatione, vel stratagemate, vel valido duntaxat assultu, vel demum sola obsidione, hosti famem inferente, peragi potest. Jam rem ipsam aggrediamur, servato, quo singula geri solent, ordine.
144. I. APPARATUS PRO OPPUGNATIONE. Munimento ab Equitibus cincto, & comiteatu omni intercluso, Architectorum Militarium est, facere exactam Ichnographiam Munimenti (maxime partis minimum firmæ) ejusque etiam Sectionem, singulas partes exacte signando, muro vestitas, vel non vestitas: notare loca editiora, paludosa; eruptionibus, insidiis vel struendis, vel prævertendis apta; transversus item fossas, viasque profundiores, quæ subinde in faciendis Accessibus usui esse possint; soli etiam qualitatem, qua mitius sit, qua firmum, aut saxosum, ut fossionem vix admittat: investigare seu ex transfugis, seu per speculatores in subterraneas obfessorum cryptas, cuniculos, cataractas, torrentes exundantes &c. Quanti ex harum rerum ignorantia sequantur errores, ostendit Vauban (*Memoire pour servir à l'instruction dans la conduite des sieges, & dans la defense des Places* c. 2. § 3.) cujus maxime sententia in hac tota materia standum putavi. His omnibus cum Acie structore communicatis, communi cum eodem opera locandorum castrorum ratio constituitur, advenientique cum reliquo exercitu supremo Duci consignatur, rursus omnem viciniam, supremo Architecto comite, recognituro. Tum maxima exercitus parte locandis castris intenta, quaquaversum militares turmæ profundas vias, recessus, ædificia sumiora, magisque edita, & munimentum ambientia, silvulas, annes &c. obsident, ut hostis intra arctissimos limites constringatur.
145. LINEÆ CIRCUM- ET CONTRA-VALLATIONIS. Constituta Linearum Circumvallationis dispositione, instrumentis, aliisque pro earum fossione necessariis procuratis, Supremus militaris Architectus inter suos subordinatos laborem partitur, quorum quisque juxta exemplar, quod præ oculis habet, partes sibi designatas exequitur. *Observanda.* 1^{mo}. Lineæ hæc eo situ sint, ut ne illis ullus hostilis locus dominetur. 2^{do}. Inter castra & Lineas tum Circumtum Contra-Vallationis 100, vel 120. hexapedarum intervallum sit pro acie, ubi opus fuerit, disponenda: & cum castra ultra mediocre Tormenti jactum (is est fere 1300. hex.) a Munimento abesse debeant, ipsique castris 30 hex. latitudo tribuatur, sequitur Lineam Circumvallationis a Lorica Viæ Tectæ distare debere $1300 \mp 30 \pm 120 = 1450$ hex. circiter; nam, ut loci situs, ita & hæc distantia variant. 3^{io}. Sint ejus longitudinis, ut iis defendendis exercitus sufficiat; unde vix unquam Opera Cornuta, Coronata &c. admittunt. 4^{to}. Muniantur hæc lineæ (*Fig. 41, 42.*) Operibus-Serratis (*Redans*, B, B) quin etiam propugnaculis A, 120 hexapedas invicem disjunctis. Reliquæ dimensiones patent ex *Fig. 41, 42, 44, 45*; e quibus 44^a Lineas maximæ; 45^a minimæ fortis ostendit. 5^{to}. Ea parte, quam hosti obvertunt, per totam fossæ acclivitatem gradus habeant, ut militi repente in aciem disponendo promptus ex iis sit exitus. 6^{to}. Earum Vallum defixis palis ad horizontem reclinatis (*frises*) muniri potest, vel melius adhuc alia serie palorum, 8 hexap. intervallo ante Lineas defixorum, & reclamatione sua cuspides hosti obvertentium. 7^{mo}. In fossæ fronte fieri possunt putei, 9 pedes lati, 6 vel 7 profundi, ferreas cuspidatas perticas occultantes, *Bois & Gräben*. 8^{vo}. Ante Opera Serrata, in 12 hexapedarum a Linea versus hostem distantia, strues lignorum congeruntur, nocturnæ invasionis tempore succendendæ.
146. Schol. Cum homo unus in solo ordinaria firmitatis hexapedam cubicam intra triduum effodere queat, & in ducendis Lineis Circumvallationis cuius laboratoris (rustico vel militi) 1 hexapeda spatium soddendum assignetur; inventa totius terræ eruenda soliditate (§. 236. Geom). immorescet & semper, & laboratorum numerus perficiendo operi necessarius.

147. III. *ACCESSUS OBSIDIONALES usque ad Loricam Via Testæ*. Interea aperiendis Accessibus singula apparantur: *Sacci* terra vel lana aliisve similibus rebus replendi, *Fig. 33. Corbira*. Loricales minores majoresque, *Schanzörbe*, (*Gabions*) *Fig. 34, 35, Fasces* e virgultis arborumque ramis colligatis (*Selsinen*, *Fig. 37*) itique maximæ *a*, mediocris *b*, & minimæ speciæ *c*, intra *Candelabrum*, ut vocant (*Chandelier*, *Fig. 36.*) collocandi. itemque alii (*Fagots de sappe*) humi defigendi *d*; instrumenta fossioni necessaria & currus; laboratorum denique numerus constituitur; & quidem suadente Vaubano, optimum foret, Corpus integrum; constans 1200 circiter hominibus, aggerendorum obsidionalium operum arte unice instructis, quibus Architecti Militares præfint. Ichnographia quoque Accessuum paratur hoc modo: 1^{mo}: Prolongentur Operum quatiendorum Capitales *1a*, *Lc*, *Mb*, (*Fig. 48.*) 2^{do}: In Capitalibus *1a* & *Mb*, in 800 *hex.* distantia ab angulo prominente Viæ Testæ, notetur initium Accessuum (§. 138.) & *Linæ Communicationis DE* notetur. 3^{io}: Accipiantur in iisdem Capitalibus ab eodem Viæ Testæ angulo utrinque 300 hexapedæ, & ex Munimenti centro per notatas distantias ducatur arcus indefinitus *F, F*, pro *Prima Parallela*, quæ ultra Facies Semilunarum, Propugnaculis *A* & *B* adiacentium productas, excurrere debet. Pari ratione in distantia 150 *hex.* ab eodem angulo prominente Viæ Testæ ducatur *Secunda Parallela*, noteturque simul punctum, in quo hæc productam Semilunæ Capitelem secat, pro initio Accessuum versus angulum Semilunæ. Et demum in distantia circiter 20. *hex.* seu in pede Loricæ Viæ Testæ ducatur *Tertia Parallela*. 4^{to}: Applicata ad *E* regula ducatur Latus *E'I* ita, ut productum nuppiam cum ulla Viæ Testæ parte concurrat, sed potius ab omni minimum 10 hexapedis distet. 5^{to}: Data Lateri *ET* longitudine arbitraria *ex. gr.* 200 *hex.* jungatur illi sub eadem conditione altera, primæ Parallelæ occurratur. Eadem fiant super altera Capitali *1a*. Eadem item methodo determinabitur Accessuum directio (*zicza*, *Boyaux*) inter *1mam* & *2dam*, hanc 3^{iam} Parallelam, id unum præ oculis habendo, ne ex ulla Munimenti parte Accessus inspicere possit. Inter *2dam* & 3^{iam} Parallelam ducunturetiā Parallelæ diuidiatæ *1m*, Accessuum angulis insistentes (*Demi-Places d'armes*, §. 139.) 6^{to}: Ad terminum cujusvis ductus (*Boyaux*) tegendum, prolongetur anguli crus subsequens ad 5 vel 6 hexapedas (*m, m, m*.) 7^{mo}: Signetur Fossa Accessuum 10 vel 12 *hexap.* lata, 7 profunda; Parallelæ vero sunt duplo latiores. Ceterum tam Accessuum quam Parallelarum Loricæ, 1 vel plura Scabella habent; Loricæ vero ipsæ virgultorum Fascibus, vel Saccis terra repletis coronantur, per quorum interstitia (*Fig. 33*) milēs sclopum solvāt.

148. Pro ducendis jam in ipso campo Accessibus necessarium est, ut Architectus Militaris de die (quousque per minorum fistularum ignem licebat) versus Munimentum progressus defixis perticis aliisve signis Capitalium productionem & in ea 800. *hex.* longitudinem, Geometrice prius mensuratam, notet; quam si vel solam habeat, reliquos Accessuum ductus nocturnis tenebris securior peragere poterit. Nam si in Ichnographico typo ex Capitali ad singulos Accessuum angulos perpendicularem demittat, ejusque & partium Capitalis a Perpendiculari resectorum longitudines ex charta in Campum ope tensorum funicularum transferat, etiam subobscuro Crepusculi vel Lunari lumine, ductus singulos designare in Campo poterit. Hos funiculos forte tenfos relinquere poterit, vel solum defixis paxillis, aliisve signis eorum situm notare, dum tempus aperiendorum Accessuum immineat. Id hac in re primi momenti habeatur, ut & locus & tempus aperiendorum Accessuum hostem lateat. Unde simulatis de die alibi Geometricis Operationibus &c. deludi hostis, vel plane simulata aggressio (*Fausse-Attaque*) suscipi potest.

149. Appetente jam nocte, qua Accessibus initium faciendum constituitur, Equitatus æque ac Peditatus parte a Supremo Duce tam protegendo, quam peragendo labori delecta, milite quovis virgultorum fascem, laboribus vero destinato quovis instrumentum præterea suum deportante, alto noctis & progredientium silentio, severo ordine constitutus locus aditur. Laboratores turmatim distributi, sub Centurionis imperio, ducendo operi applicantur singuli, juxta lineas T, T, itemque *Primam Parallelam* F, F, F, quovis labore virgultorum fascem (6 pedes longum) ante se, ex Architecti præscripto deponente, ut positorum sic fascium linea simul fossam ducendam, simulque partem designet, in quam ejici eruta terra debeat. Militibus laborantium custodibus dextram eorum levamque occupantibus, labor dato imperio simul incipit, hac præcipue prima nocte, silentio, quoad licet, summo, summaque opera usque ad Auroram urgendus. Appetente die militibus custodibus cis *Primam Parallelam* supinis jacentibus, & ab egesta jam aliquatenus Lorica testis, nocturnas novæ operæ excipiunt, opus nocto coeptum perducentes. Curandum quam maxime, ut *Prima Parallela* quantocivis perficiatur, id quod etiam 2da, certe 3tia nocte obtineri jam posse Vauban testis est. *Prima* & 2da nocte laborantes ab obsessorum igne adhuc satis remoti, repagulo non egent; at vero tertia nocte, jam 2da *Parallela* appropinquantes, Pluteo A (*Mantelet*) vel majori Corbita Loricali B contesti laborant, quod Vineam (*Sappe*) agere dicimus. (Fig. 39. & 40.) Nempe 1mus Vineator promovens ante se Pluteum, vel Corbitam Loricalem, terra, aliisque repletam a latere juxta producendi Accessus directionem minorem ejusmodi corbem locat, fossamque $1\frac{1}{2}$ pedem latam æque ac profundam eruit, terram corbitæ injiciendo: tum promotio Pluteo alterum priori præponit Corbem, ceteraque ut prius persequitur; donec lassetur. Primum 2mus, hunc 3tus & 4tus usque sequuntur; quorum quivis fossam coeptam, $\frac{1}{2}$ pede latiore profundioreque reddit, ut adeo universim tres pedes profunda fossa, & totidem superne, inferne $2\frac{1}{2}$ lata existat. Hos quatuor, alii item 4 comitantur, qui prioribus laborantibus Corbes, fascisque virgultorum porrigunt, lassatisque succedunt, dum vicissim priores horum vices agunt: donec horum 8 quisque partem Vineæ suæ perfecit. Suffossio hæc a Vineatoribus coepta, ab aliis ad Accessus latitudinem & profunditatem, terra supra collocatos corbes ejecta, Loricamque formante, perducitur, rursusque Accessus nomen nanciscitur, laborque hic usque ad Viæ Tectæ Loricam, seu 3tiam *Parallelam* continuatur. Relicta inter Corbes interstitia fassis terra linave repletis, vel Fasculis defixis (Fig. 37. d) obturantur. In 1ma vel potius 2da *Parallela* (cum teste Vaubano inter 150 & 200 hex. validissimus sit Globi Tormentarii jactus) Tormentorum Bombarumque suggestus (*Batteries*) constituuntur ita, ut quatiendorum Operum Faciebus sint fere paralleli, quod vel per §. 158. *Geom.* vel per productas Facies AS, CS, BS, obtinetur. Suggestuum utrorumque Ichnographiam æque ac Orthographiam exhibent Fig. 28, 29, 30, 31. Id præterea curandum, ut eorum Lorica aliquot pedibus Accessum Loricæ emineant, ne jactus Tormentorum in Accessu laborantibus incommodet. (Jactus à ricochet.) Reductus quoque RR, apicis Parallelarum locis fiunt.

150. Schol. Hoste Adductum invadente laboratores recedunt, militibus pugnandi spatium relinquentes reijecto hoste opus resumunt, destruetaque occlusus reparant.

151. *IV. OCCUPATIO VIAE TECTÆ.* Quo magis jam Viæ Tectæ imminetur, eo profundiores ducuntur Accessus, simulque Loricis transversis *a, a*, iisque vel in orbem ductis (*courantes*) & quidem duplicibus (*doubles Fig. 51*) aut simplicibus (*Fig. 52*). vel vero directis (*Fig. 53*) hosti prospectum in Accessus eripientibus, obvallantur. In 3^{ia} Parallela fodiuntur putei, 20 circiter pedes profundi, e quibus diversi utrinque cuniculi, seu rami, ducuntur pro detegendis hostilibus cuniculis, qui, si illis inferiores reperiantur, demissa in eos Bomba; si superiores, substructo furno disjiciuntur. *Vel:* Facto prius versus hostilem cuniculum foramini (5, vel 6 *dig.* lato, plures profuado) immittitur cylindrus cavus ferreus, 10, vel 12 *lib.* pulveris pyrii repletus, cujus extremum id, quod proprium cuniculum respicit, tigno, adverso parieti innixio, fulcitur, ne Cylindrus ferreus, pulveris pyrii soluti vi in proprium cuniculum retrudatur. Facta per minorem tubulum, cum Cylindro communicantem, succensione, latus terreum, inter hunc & hostilem cuniculum interjectum, est 8 pedes latum, rumpetur, fumoque oppositum cuniculum replebit. Augeri fumus hic subinde potest pluribus explosionibus, etiam glande plumbei non vacuis; quin etiam fumo virgarum ignis foetidi (*laques a feu puant*) donec hostis cuniculum suum deferere cogatur. Quod si nihil hæc proficiant omnia, & vel applicata aure, vel rerum levium tympano impositarum tremore, laborans in vicino cuniculo hostis sentiat, in adversam ab hosti cuniculo plagam ducatur furnus unus vel duo ita, ut succensi onus suum versus Fossam ejiciant. Tum perforata hostilis cuniculi crypta, per aperturam, parte Fossam respiciente factam, 10 vel 12 pyrobolarii (*Grenadiers*) immittantur Bombis instructi oneratis aliquot, aliquot vacuis: oneratis hostem in cuniculo suo resistentem impetant, fugentque; tum recedentes ipsi, rursumque is hostem regressi, vacuas quoque eidem obijciant, quas ille rursum oneratas existimans pedem referet, ipsisque spatium relinquet Loricæ Transversas per cuniculi latitudinem ducendi, omnem deinceps hosti recuperandi cuniculi spem erepturas. Quandoque hostiles cuniculi, derivato in eos rivo destrui possunt. Soluti fortasse hostilis cuniculi fossa ocyus a Vineatoribus insidetur, qui inde laborem utrinque proferentes, novam militi stationem (*Logement*) parant.

152. Perfecta itaque 3^{ia} Parallela H, H (*Fig. 49*) & vel per se, vel per Accessus in arcum ductos *a, a, a* cum Viæ Tectæ Lorica communicante, per Loricæ hujus dorsum Vineæ agitur utrinque Loricanda (*Sappe double*) & superne quoque (ubi hic & deinceps factu opus censetur) fascibus &c. contegenda adversus illapsum hostilium pyrobolorum, ut sunt Granatæ, alique globi ignarii missiles. Accessibus dimidii Loricæ jam obtinentibus, sit utrinque Vineæ *b, b*, cujus Lorica, Loricam Viæ Tectæ 8 vel 9 pedes emineat, perque facta 3 vel 4 scabella scandi interius possit. Fit hic Suggestus altior (*Cavalier de Tranchée*) ut Via Cooperta inspicere, indeque depelli hostis queat; quo multum etiam faciunt Bombæ subsultantes (*à Ricochet*) saxorum item turbo e Mortariis eiectus, *Mortiers Pierriers*. Uti subinde hostis diversis partibus cesserit, Accessus promovendi, stationesque (*Logements*) capiendæ sunt, donec totum id Viæ Tectæ brachium possideatur.

153. In Occupata Via Cooperta constituuntur denique Suggestus Tormentarii *g, g* ad diruendas Facies propugnaculorum AD, & BC, Semilunam ejusque Fossam defendentes: alii vero duo Suggestus *b, b* ad diruendas Facies Semilunæ; quibus etiam ad impetendum interius impetis præsidium, Suggestus Mortariorum, adjungi possunt, alique subinde plures *nn, oo, ee, dd*, prout plures successive in Via Tectæ stationes capiuntur. Hic observandum est univèrsim Immo: multiplicatio igne & ruina, semper prius inutiles reddendas esse (*demonster*) partes defendentes, quam ab his defensæ ruinam, seu labem (*Brèche*) accipiant. 2^{da}: ad diruendum Angulum Defensum, seu frontem Operis, non ipsum angulum, sed Fa-

cici

De Munimentis Oppugnatione.

ciei partem, circiter $\frac{1}{2}$ longitudinis ejusdem ab eo remotam, quatiendam esse, frons enim hoc modo utrinque infirmata facile corruct. *3tio*: Non singula, sed omnia Suggestus unius tormenta simul solvenda esse.

154. V. DESCENSUS, & OCCUPATIO FOSSÆ. In Fossam *Siccum* descenditur vel per cuniculum subterraneum, ex Lorica per viam Tectum ductum, cujus constructio ex §. 9. intelligetur; danda vero declivitas reperietur juxta dicta in Geom. Subterranea. Si Fossa sit duntaxat 12 vel 15 pedes profunda, Vineæ declivis, superne etiam tecta, per divisum veluti Viam Tectæ vallum ducitur, deinceps per totam fossam continuanda. Quod si unquam, certe superandæ Fossæ tempore, ignis multiplicandus est tum in Opera eam defendentia, tum in eas partes, qua vel in Fossam, vel alio erumpere hostis possit. Descensum enim hunc, & transitum Fossæ obfessi maxime impedire conantur, tum factis eruptionibus, tum solutis cuniculis, qui etiam per dicta §. 151. prævertendi sunt.

155. Fossa aqua stagnante repleta superatur, ducta rursum per Viam Tectam Vineæ, aliquantulum supra aquæ, quæ in Fossa est, horizontem desinente. Tum laboratorum serie secundum Vineæ longitudinem collocata, altero alteri virgultorum fascem porrigente, ultimus in aquam singulos con-jicit, donec aquam, quantum satis est, eminentes, ex parte hosti objecta Loricam forment. Hoc facto congestis pariter veluti per strata ejusmodi fascibus, saxis &c. transitus quoque 3 fere hexapedas latus sternitur usque ad Opus, quod scandere est propositum.

156. Fossa aqua viva plena, difficillimi sane transitus est; unde, etsi quidem in omnis, in hujus tamen præcipue transitu, Machinarum bellicarum majorum æque ac minorum, & pyrobolorum ignis undique continuus furat: ex Fossis Transversis, utrinque Loricatis (*Caponieres*) hostis depellatur: Cataractæ, si quæ hosti sint, etiam ductas jam per fossam Vineas rupturæ pontesque occupentur prius, vel destruantur; aquæ vero, qua licet, exitus referetur: quæ si alio derivari nequeat, fascibus multis per transversa tigna connexis, terraque, & saxorum superjectorum, pondere gravatis Fossa repleatur, ea fere methodo, quam §. præc. vidimus.

157. Transitus Fossæ pluribus simul locis suscipitur. Si opus scandendum muro vestitum non sit facta in eo ampliore ruina, ruptisque per Tormenta, aut decussis prominentibus partibus (*fraises*) assultu fere nocturno (alia etiam parte, eodem tempore simulando) occupatur. Si vero opus scandendum muro vestitum sit, Cuniculator applicatur hoc modo: Eo ipso tempore, quo Descensus in Fossam apparari incipit, simul duobus Tormentis foramen excavatur ea oppositi muri parte, qua cuniculus agendus est. Hoc foramine aliquot jam pedes lato, & 5 vel 6 pedes profundo, Vineæ quoque ultra $\frac{3}{4}$ Fossæ jam perducta, Cuniculator id petit, rudera amolitur, spatiumque uni alterive laboris socio parat; dumque dein cuniculus celerrime perficitur, hostilibus una cuniculis detegendis, & destruendis (§. 151.) intenditur.

158. VI. OCCUPATIO SEMILUNÆ. Semilunæ ruina tum Tormentorum vi, tum solutis semel iterumque cuniculis ultra 14 jam hexapedas ampliata, repentino assultu invaditur, depulsoque hoste statio r, r capitur, Fascibus & Corbitis ocyus obvallandæ, ac dein demum a Vineatoribus perficienda, milite interea adversus hostilem, ex adrito Reductu R invasionem semper vigili, & armato; Cuniculatoribus vero nunquam cessantibus in hostiles, quos forte Semilunæ reconditos adhuc haberet, cuniculos investigare, cum emolumento succendere, ad succensionem ab hoste paratos rescissis tubis coriaceis pyrophoris (*Saucissons*) impedire &c.

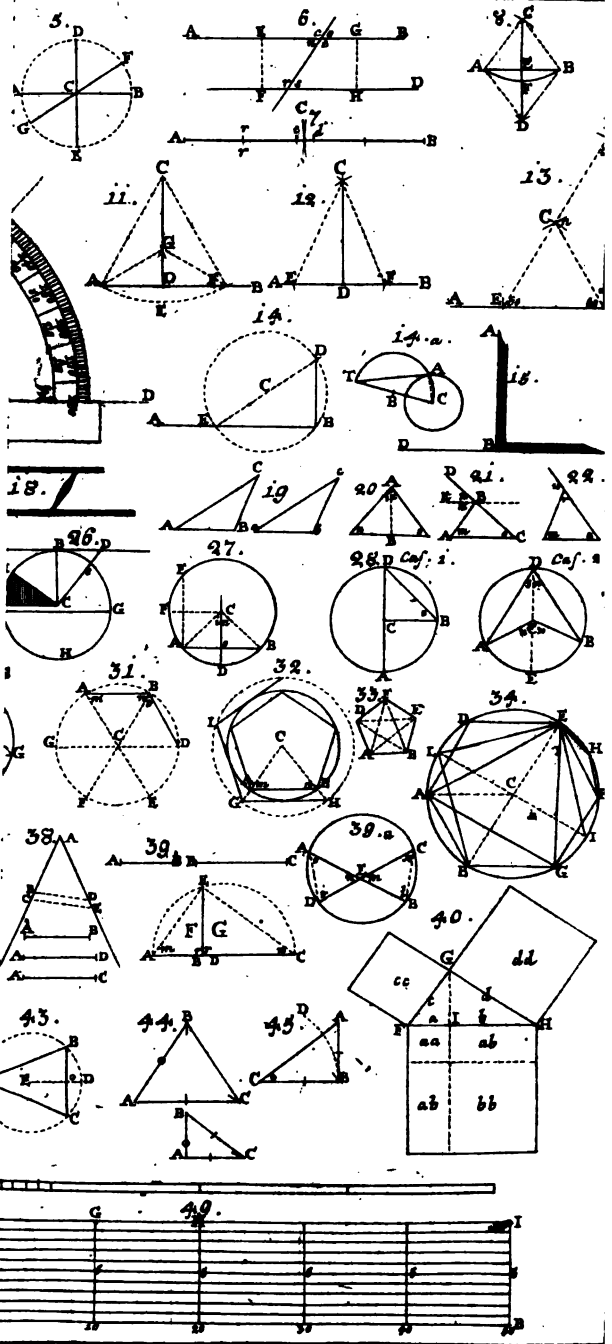
159. Ex hactenus dictis, & Fig. 49 satis intelligetur, quinam posthac Oppugnatio continuanda sit.

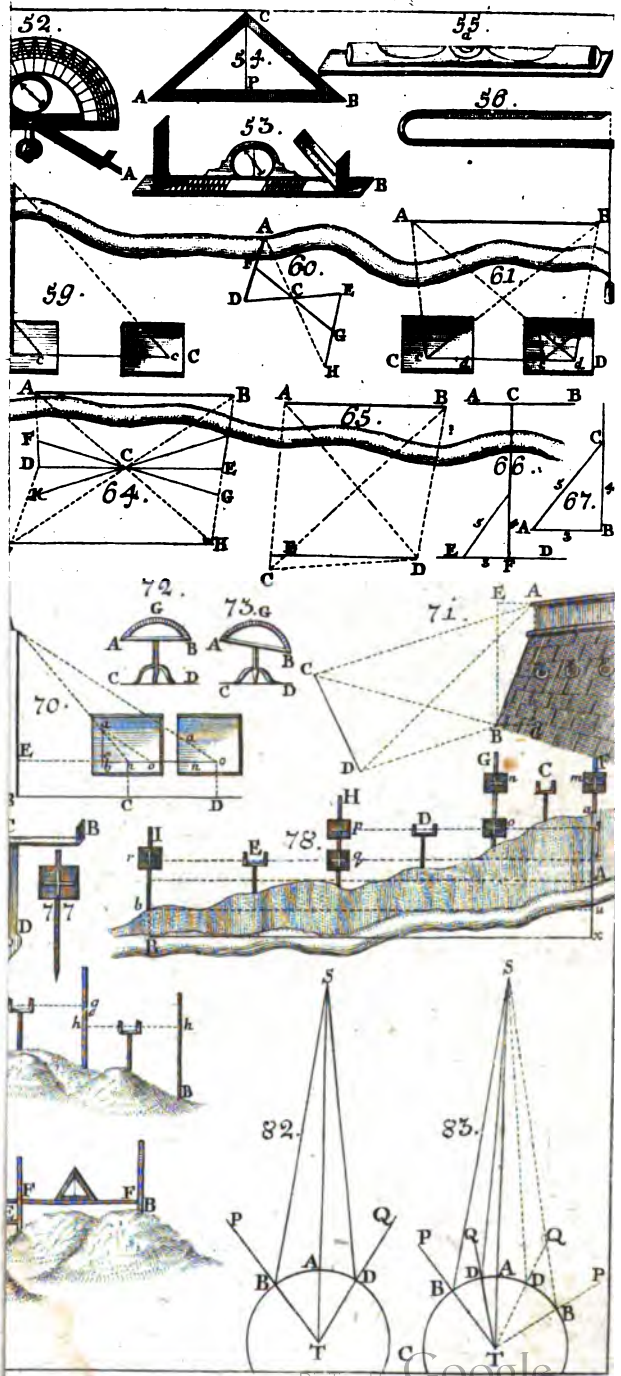
Stamus

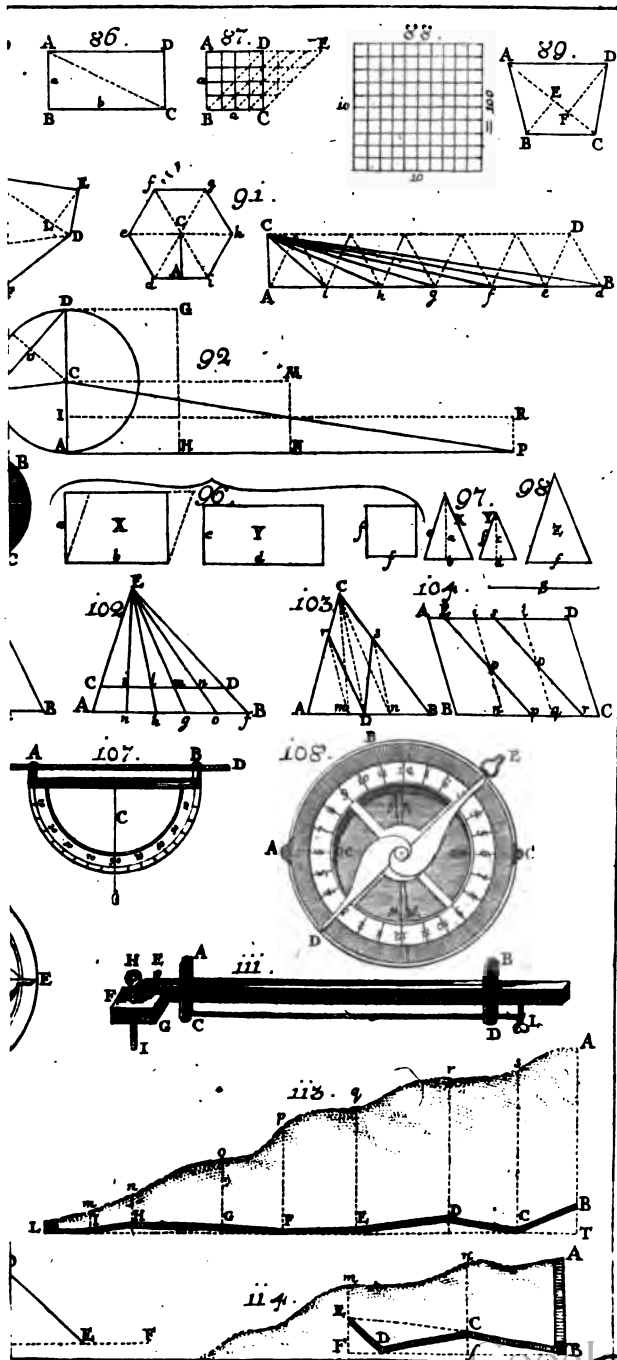
TAB. XIII. Arch. Milit. De Munimenti Defensione.

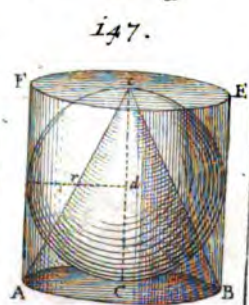
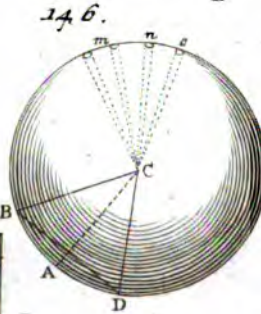
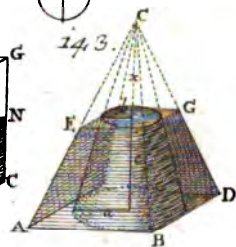
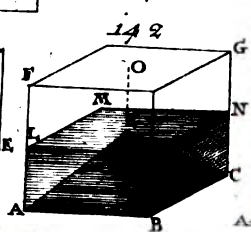
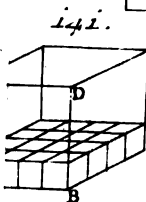
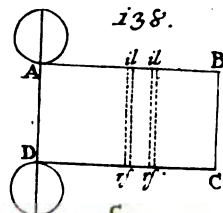
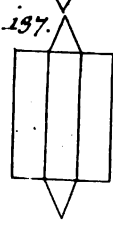
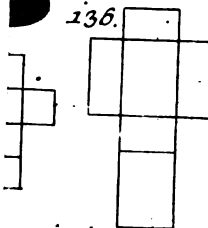
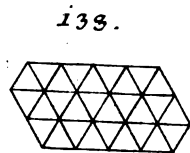
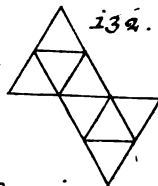
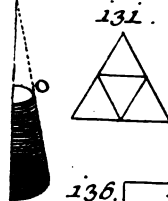
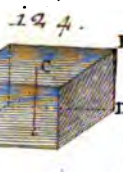
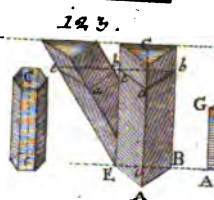
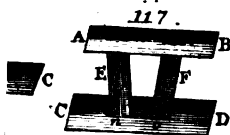
160. **I. APPARATUS.** Quodvis Munimenti Propugnaculum requirit milites pedites circiter 600; 8 Tormenta diversarum Diametrorum; minimum 2 Mortaria, præter plures catapultas (*Carabines*) Mortariaque aliquot ejiciendæ lapidum grandini destinata (&c. §. 6.) Inde pro Semilunæ aliisque externis Operibus majoribus minoribusque æstimatio fieri poterit. *Vide Vauban Mem. sur l'Attaque &c. P. II. c. 9. & seqq. Blond Elements de la Guerre P. III. Deidier &c.* Imminente Oppugnatione e medio tollendum & in usus proprios convertendum est, quicquid intra Tormenti jactum hosti occultando, obvallando, alendo servire possit, demoliendæ domus adstæ, horti &c. Aedes vero Munimenti præcipue annonariæ & militares, plateæ quoque sumo terraque contegendæ, ad infringendam immittendarum Bombarum vim: transfugio & collusionibus cum hoste, præcavendum: Opera omnia restauranda; tumultuarii Reductus, Regressiones, etiam præpilatis tum rectis tum reclinatis sudibus (*Palfades & Fraises*) excitandæ & cuniculi præprimis, maxime in Via Testa, ejusque Lorica, partibusque minus munitis, productis & crypta principe ramis pro viribus multiplicandi sunt.
161. **II. OBSIDIONE COEPTA.** 1mo: Invigiletur hostilibus Operum speculatoribus facti etiam eruptione discellendis, capiendis &c. 2do: Incendatur loco intui Accessuum hostilium, ejectionis propterea nocturno tempore globis luculentibus (§. 6.) 3tio: Apertis jam Accessibus, & Aggressionibus Vera certo cogniti, continuo in multiplicandis novisque ducendis Cuniculis laborandum est, etiam ultra Viæ Testæ Loricam, ut hostis laborans nuspiam tutus consistat. Faciunt huc quoque defossa quercina aliave vasa (*Fig. 50.*) pluvie pyrio Bombisque repleta & cum Via Testa per pyrophorum coriaceum canalem (*Saucisson*) communicantia: item reconditi hinc & inde Erinacei (*Hirses, Herfillons, Fig. 54, A, B,*) 4to: Tam Accessuum opera, quam hostiles turmaz, Munimento appropinquantes, Tormentis (non tamen omnibus simul, sed singulis, nec ex eodem semper Munimenti loco solutis) sine cessatione impetantur. 5to: Eruptiones nunquam temerariæ, frequentes tamen sint, eoque frequentiores, quo vicinior hostis sit, & annona rarior: his Accessuum hostilium labores turbentur, & destruuntur, Tormenta adactis clavis obturentur, stationes amissæ recuperentur &c. Tempus eruptionibus maxime opportunum est una alterave hora ante diluculum, ob hostem tunc nocturnis vigiliis lassatum; & præcipue si nocturna pluvia, pulveri pyrio inimica, præcessit.
162. **III. DEFENSIO VIÆ TECTÆ.** 1mo: Hostilibus Accessibus jam prope ad 3tiam Parallelam perductis, ex angulis prominentibus Viæ Testæ fiant Accessus reciproci (*Contre-Appraches*) qui a Via testæ & Semiluna defensi stringant Accessus hostium. 2do: Ignis ex Loricis Transversis, Regressionibus &c. Viæ Testæ continuus sit; frequentes item eruptiones, tumque facto vel simulato receptu Cuniculus in hostem (fors persequentem) agat, turbatumque rursus erumpentes invadant. 3tio: Cuniculorum & valorum pyrotechnicorum (§. præc.) usus; si unquam, hic maximus est, & deinceps quoque, hoste etiam Via Testa jamposito.
163. *Universum* omnis regressio, aut Opus, ex quo hostili vi tandem cedere, tuto receptu, necesse fuerit, Cuniculis (& quatenus licet, una cum hoste ea jam occupante) ejiciantur: Unde Canales pyrophori ita dispositi esse debent, ut ab hoste in eos ocyus investigante, detegi haud facile queant.
164. **IV. DEFENSIO FOSSÆ,** præter continuatum ex partibus defendentibus ignem optima rursum sunt Cuniculi multiplicatæ Regressiones, Fossæ utrinque Loricatæ (*Caponieres*) præcipue circa Humeros constructæ, & frequentes, paucorum tamen ex. gr. 12 vel 15 pedum eruptiones. Adhibitis omnibus his defensionibus, ut ajunt, siccis, cataractæ aperiantur.
165. **V. DEFENSIO SEMILUNÆ.** Præter ignem continuatum ceteraque mox enumerata, Assaultus impeditur Granatarum, piceatarum coronarum, aliarumque rerum flammis spargentium grandine, globis lapideis; faccis, vasis, globis figulinis vel etiam vitreis pulvere pyrio &c. repletis; Tribulis seu Muricibus (*Chausses-trappes, Fig. 54, C*); Erinaceis *Hirses, Herfillons, Fig. 54, A, B* Bombisque & catenis, ne tolli ab hoste possint, pendentibus; Equitibus Græningensibus (*Espanische Reuter, Fig. 47.*) & arboribus secta ramorum brachia porrigentibus &c. &c. Atque ex his de reliquorum Operum defensione non difficile erit conjicere.

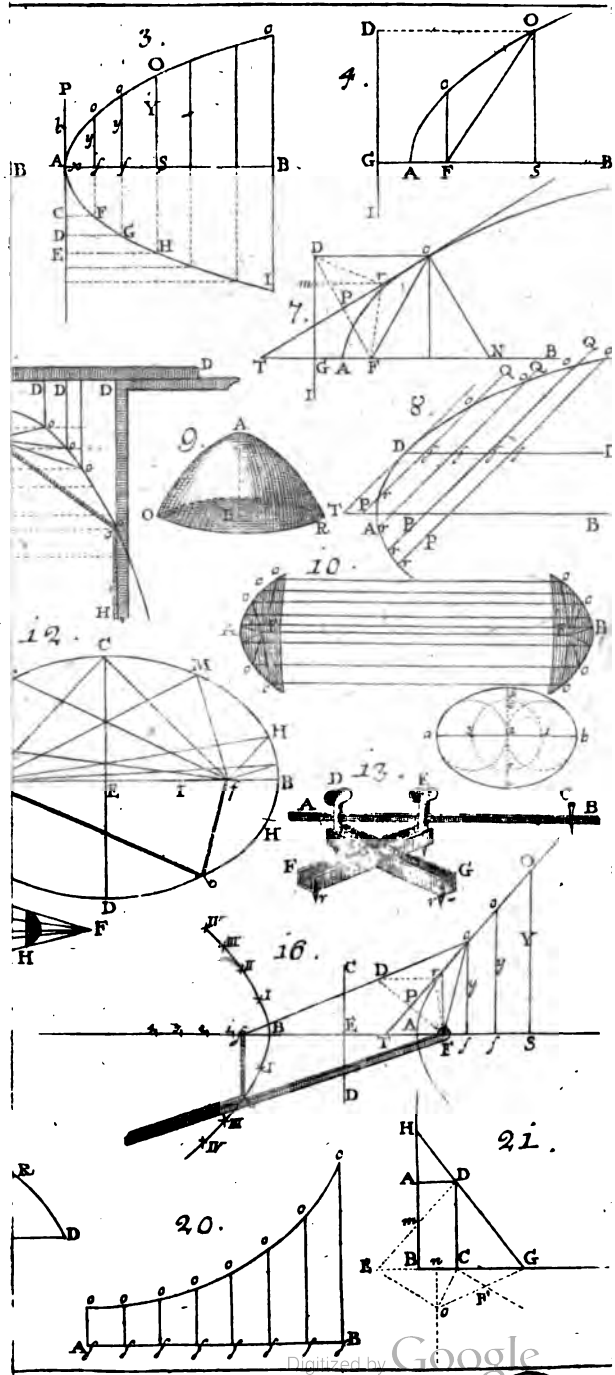
FINIS.











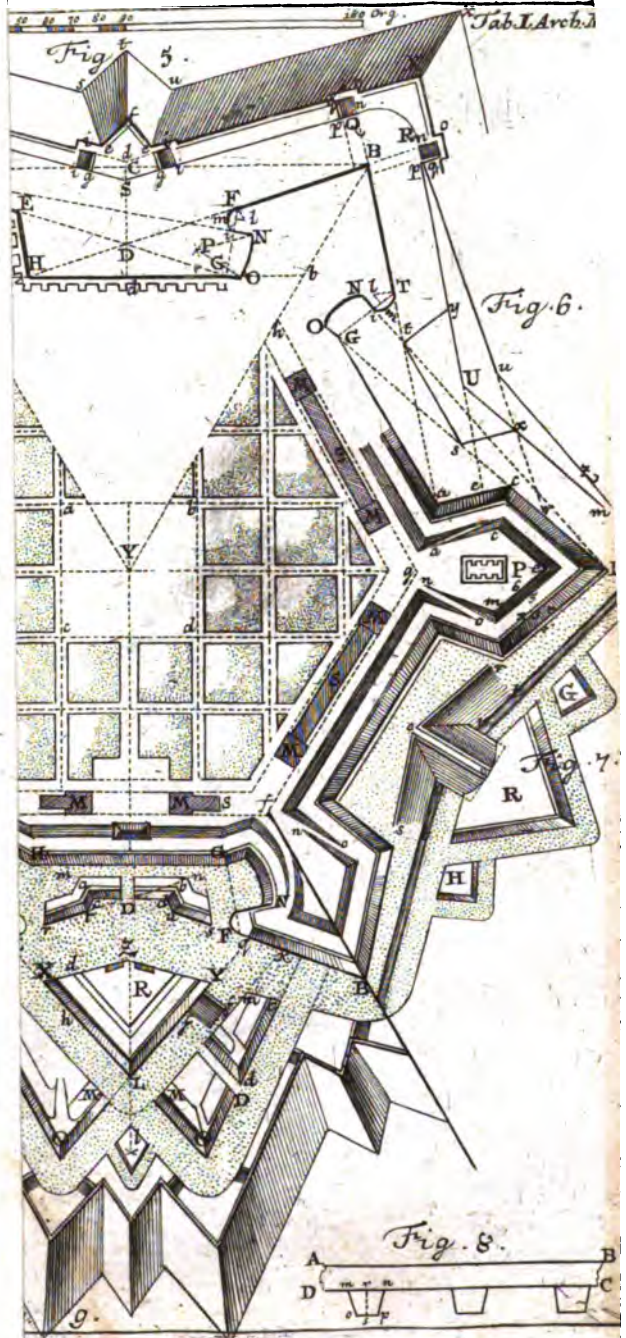


fig. 18.

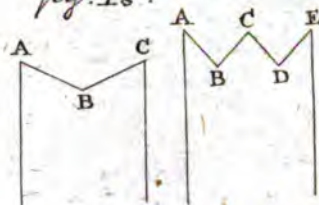


fig. 14.

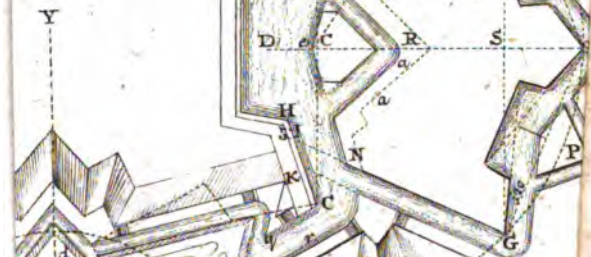


fig. 16.

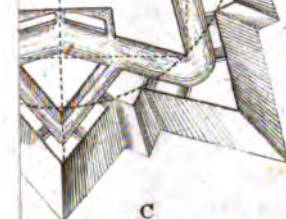


fig. 20.

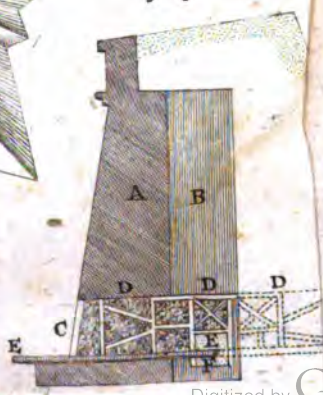


fig. 21.

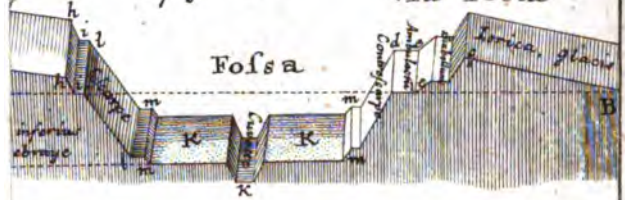
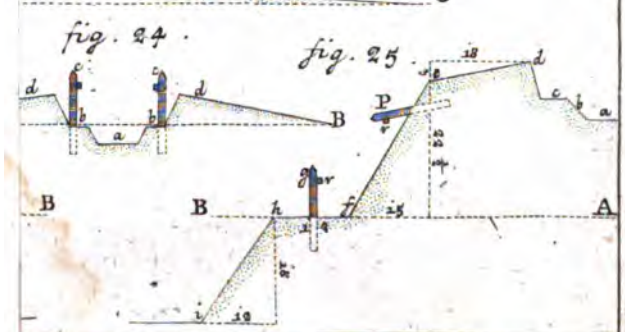
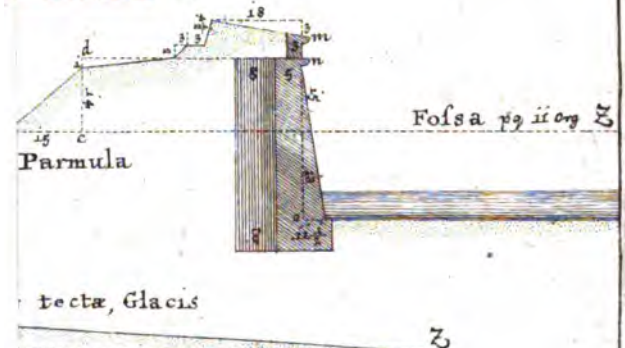
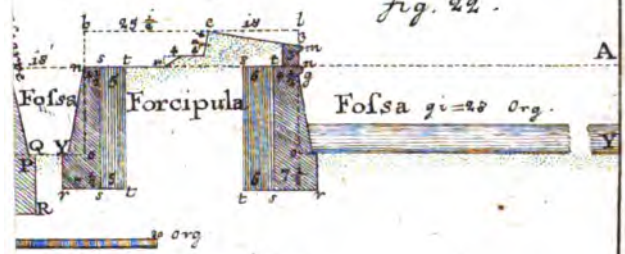


fig. 22.



h. Milit.

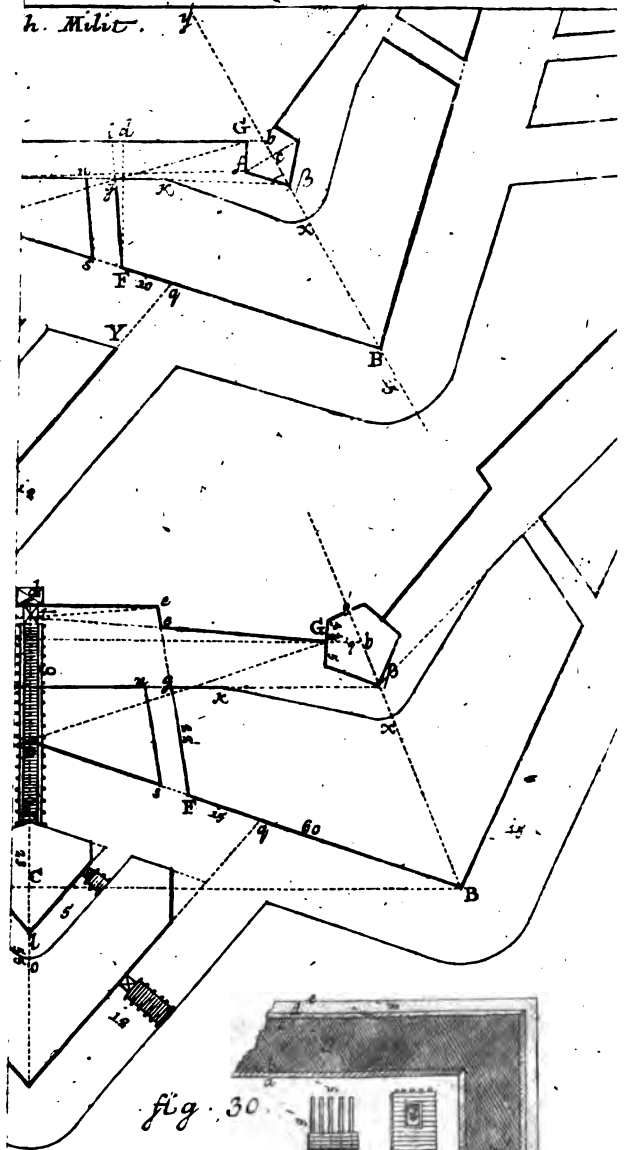


fig. 30

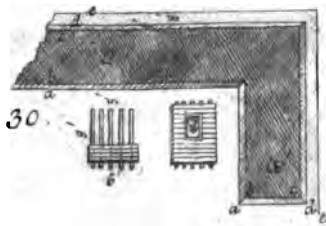
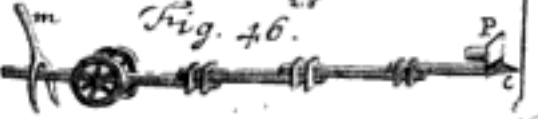
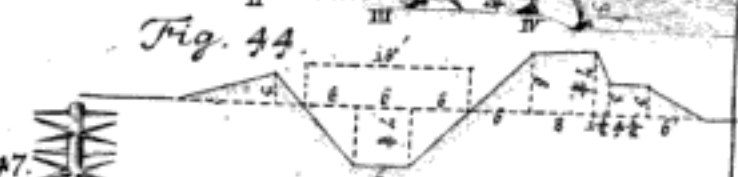
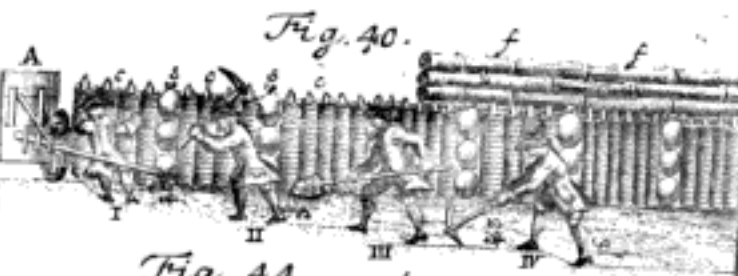
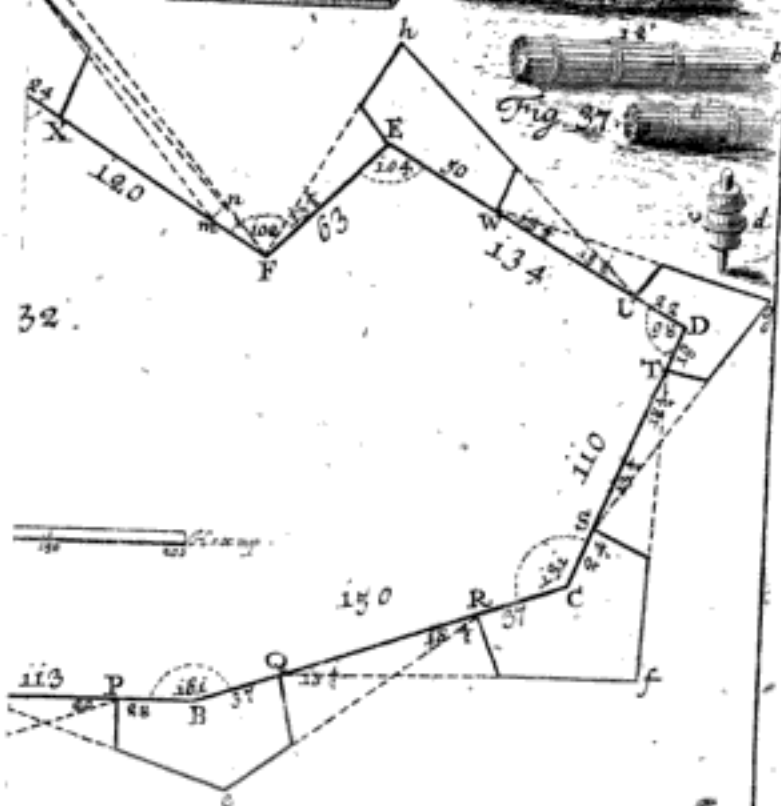
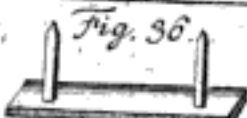
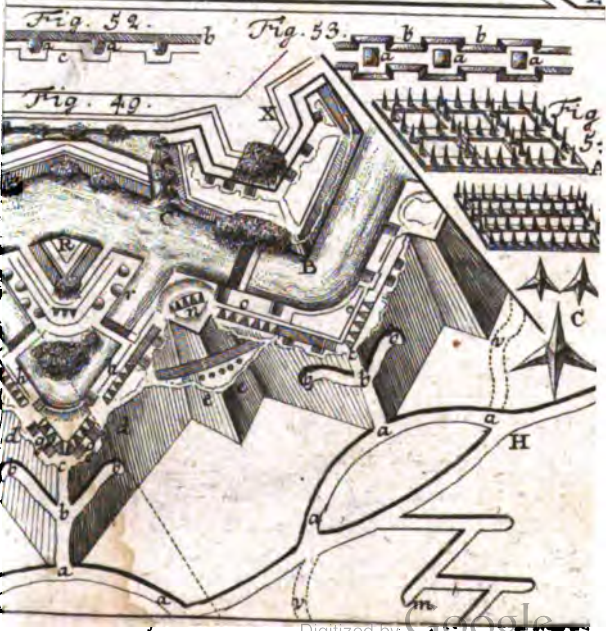
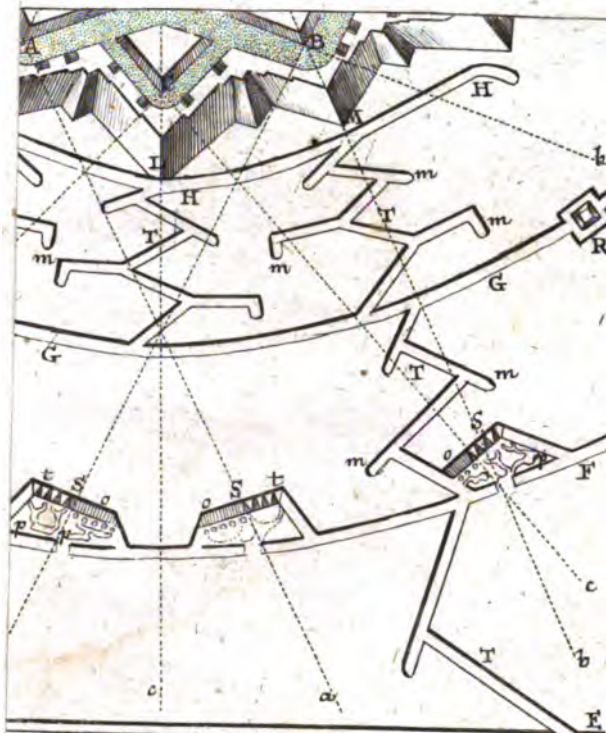
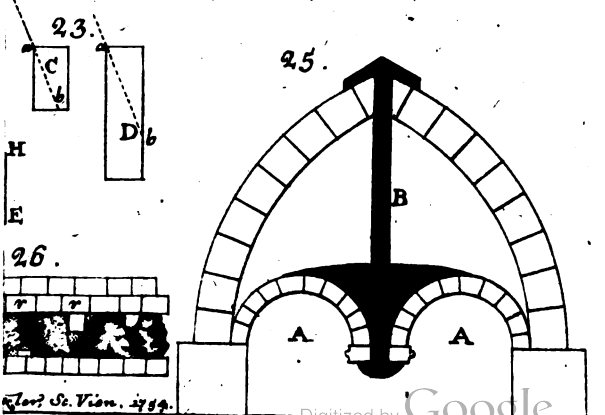
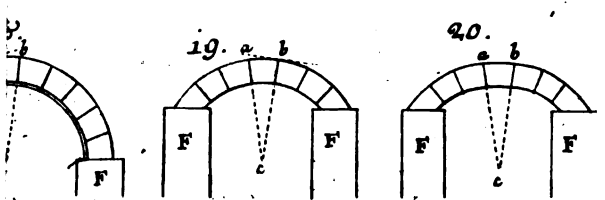
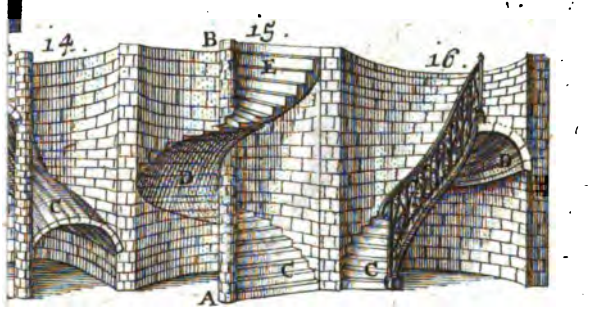
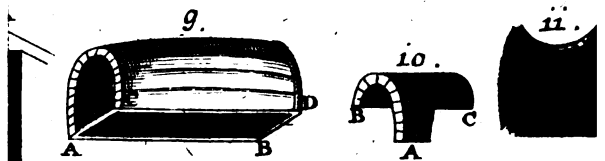
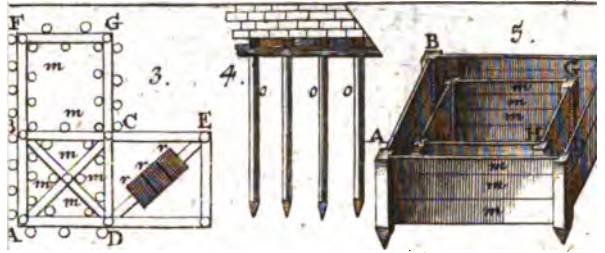


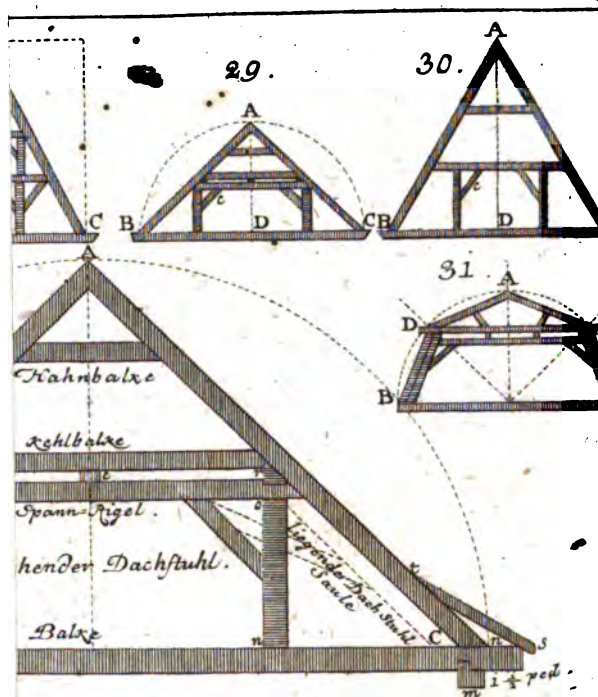
fig. 31











sch-Sparren.

