

UNIVERSITATEA „BABEȘ – BOLYAI,,

CLUJ-NAPOCA

**FACULTATEA DE PSIHOLOGIE
ȘI ȘTIINȚE ALE EDUCAȚIEI**

**LUCRARE METODICO-ȘTIINȚIFICĂ
PENTRU
OBȚINEREA GRADULUI DIDACTIC I**

**COORDONATOR ȘTIINȚIFIC:
Prof. Dr. NÉDA ZOLTÁN**

**BÁRDOS LÁSZLÓ
PROFESOR DE FIZICĂ**

2008

**UNIVERSITATEA BABEȘ – BOLYAI CLUJ-NAPOCA
FACULTATEA DE PSIHOLOGIE
ȘI ȘTIINȚE ALE EDUCAȚIEI**

**LUCRARE METODICO-ȘTIINȚIFICĂ
PENTRU
OBȚINEREA GRADULUI DIDACTIC I**

**SIMULĂRI COMPUTAȚIONALE ÎN
GEOMETRIA OPTICĂ DE LICEU**

Coordonator științific:
Prof. Dr. NÉDA ZOLTÁN
UBB CLUJ-NAPOCA

Autor:
BÁRDOS LÁSZLÓ
profesor de fizică la
Liceul Teoretic Apáczai Csere János,
Șc. Ion Creangă, Cluj-Napoca

2008

„BABEŞ – BOLYAI” TUDOMÁNYEGYETEM, KOLOZSVÁR
PSZICHOLÓGIA ÉS NEVELÉSTUDOMÁNYOK KAR

**I. FOKOZATI MÓDSZERTANI-
TUDOMÁNYOS DOLGOZAT**

**SZÁMÍTÓGÉP SZIMULÁCIÓK
A LÍCEUMI GEOMETRIAI OPTIKA
TÁRGYKÖRÉBEN**

TUDOMÁNYOS SZAKIRÁNYÍTÓ:

PROF. DR. NÉDA ZOLTÁN
EGYETEMI TANÁR
BABES – BOLYAI
TUDOMÁNYEGYETEM
KOLOZSVÁR

ÖSSZEÁLLÍTOTTA:

BÁRDOS LÁSZLÓ
FIZIKATANÁR
APÁCZAI CSERE JÁNOS LÍCEUM,
ION CREANGĂ ÁLTALÁNOS ISKOLA
KOLOZSVÁR

2008

Kivonat

A dolgozat bemutatja hogyan használható a geometriai optika tárgykörében, a fizikaoktatás – elsajátítás folyamatában a számítógépes modellezés, főleg a szimulációk, a KSEG vektorgrafikai program segítségével. E szimulációkkal az optikai jelenségek alaposabban megérthetők, és a modellalkotás során tanár és diák kreativitása jelentősen fejlődhet.

Az első fejezetben a geometriai optikának a természettudományos megismerési folyamatban betöltött szerepe hangsúlyozódik ki. A másodikban a geometriai optika alapjai vannak kifejtve. A harmadik fejezet tartalmazza a számítógépes szimulációknak a bemutatását a vektorgrafikai program és a segítségével készített modelleken keresztül. Az utolsó fejezetbe kerültek azok a számítógépes programok, amelyek még sikeresen alkalmazhatóak az optika tárgyalásában, elmélyítésében.

Tartalomjegyzék

Kivonat	6
Tartalomjegyzék	7
I. BEVEZETÉS.....	3
II. A GEOMETRIAI OPTIKA ALAPJAI	7
1. ALAPFOGALMAK	7
2. A GEOMETRIAI OPTIKA ALAPELVEI ÉS TÖRVÉNYEI	7
2.1 A geometriai optika alapelvei	8
2.2 Az eikonál egyenlet.....	8
2.3 A Fermat-elv	9
3. OPTIKAI KÉPALKOTÁS	14
3.1 A képalkotás fogalmai.....	14
3.2 Gauss optika	16
3.3 Centrált rendszerek.....	17
3.4 Centrált rendszerek egyesítése	19
4. OPTIKAI RENDSZEREK	21
4.1 Gömb törőfelület	21
4.2 Gömbtükrök	24
4.3 A sík törőfelület.....	26
4.4 Síktükrök	26
4.5 Prizmák	27
4.6 Lencsék	28
4.7 Lencserendszerek	29
5. KÉPHIBÁK.....	30
5.1 Színi hibák.....	30
5.2 Geometriai képhibák	31
III. SZÁMÍTÓGÉPES SZIMULÁCIÓK A GEOMETRIAI OPTIKÁBAN.....	34
6. SZIMULÁCIÓK A FIZIKA ÓRÁN	34
6.1 Tanár által bemutatott demonstratív szimuláció	35
6.2 Tanulók által frontálisan végzett szimuláció.....	35
6.3 Otthon végzett szimulációk.....	36
7. MATEMATIKAI FÜGGVÉNYEK A FIZIKAI JELENSÉGEK MODELLEZÉSÉBEN	36
8. VEKTORGRAFIKAI ALKALMAZÁSOK	39
8.1 A KSEG bemutatása	39
8.2 A program értékelése	47

IV. SZOFTVEREK A FIZIKAOKTATÁSBAN	49
9. EUKLIDES.....	49
10. EXCEL.....	49
11. CROCODILE PHYSICS	50
12. APPLET.....	52
13. MATHCAD	52
V. KÖVETKEZTETÉSEK	53
Könyvészet	54
Függelék	55
Extras.....	59

ELŐSZÓ

E dolgozat megírását az tette szükségsszerűvé, hogy a fizikaórán elméleti és kísérleti úton szerzett ismereteket számítógépes környezetben interaktív módon lehessen elmélyíteni. Az interaktivitást a KSEG vektorgrafikai program biztosítja.

A mai korosztály egyre inkább a vizuális ismeretszerzésre hagyatkozik. A fogalmi gondolkodása, ami olvasással fejleszthető, háttérbe szorul. Számukra nagy segítséget jelentenek a vizuális modellek. Az origami példázatán megérthetjük miért is van akkora szükség a vizuális modellekre. Origami esetében, ha nem látjuk magát a hajtogatást csak egyszerű szöveges leírást kapunk, többségünk nem lesz képes a modellt megalkotni, viszont ha előttünk hajtogatja valaki, akkor viszonylag könnyen megoldjuk a feladatot.

Az ismeretszerzés aktív módszereken keresztül a leghatékonyabb. A fizikaórán a kísérletezés a legaktívabb és legeredményesebb módszer.

A geometriai optika oktatásában a tanár többnyire frontális kísérleteket végez, ilyenkor a diák passzívabb módon jut ismeretekhez mint egyéni kísérletezéssel. Azokban az iskolákban, ahol nincs fizika laboratórium, vagy a használata korlátozott a kevés tanterem vagy a sok párhuzamos osztály miatt, egyéni kísérletezésre még kevesebb az esély. Egyik megoldás az lenne tehát, hogy számítógépes, interaktív környezetben, akár otthon is megismételhesse az aktív modellek révén a fényjelenségek törvényszerűségeit, a képalkotást a képalkotó eszközökön keresztül. Számos internetről letölthető programcska, honlapokba beágyazott applet igyekszik ezt a hiányt pótolni. Egyedüli szépséghibájuk, hogy zárt kódjuk van, tovább nem fejleszthetőek, vagy éppenséggel idealizált modellek. A KSEG-ben modellezett jelenségek ezekkel ellentétben továbbfejlesztésre alkalmasak, a program használata pedig gyorsan elsajátítható.

Ajánlom a geometriai fénytan vektorgrafikai modelleken keresztüli alkalmazását mindazoknak, akik az optikai jelenségek mélyére szeretnének „látni”.

A dolgozat megírásában és tovább gondolásában nyújtott útmutatásokért köszönettel tartozom dr. Néda Zoltán egyetemi tanárnak.

I. BEVEZETÉS

*

A geometriai optika egyaránt alapja az absztrakt kutatásnak valamint a mérnöki tervezésnek, fejlesztésnek. Mivel viszonylag rég kialakult tudományága a fizikának sokak által lezártnak tekintett.

Tartalma, lényege *kevés*, hiszen egyetlen elvből a Fermat-elvből lényege levezethető, mindamelllett *végtelen* mert következményeinek, alkalmazásainak tárháza szinte kimeríthetetlen.

*

A **fény**- a legtöbb életforma számára nélkülözhetetlen. Szimbóluma ősidők óta a tudásnak, szivárványként szövetségnek a divinitással, villámként Isten haragjának, Napkultuszoknak. Kedélyállapotunk jellemzésére használt szavaink is vele kapcsolatosak: *derűs, felhőtlen, borús*.

A **látás** legfontosabb megismerési csatornánk. A környezetünket folyamatosan látással pásztázzuk, letapogatjuk, azaz tájékozódunk. A változásokról leggyorsabban és legpontosabban általa értesülünk, mivel terjedési sebessége *határsebesség* és az információ általa torzul talán a legkevésbé. Az állatvilágban a látás a legfontosabb érzékelési csatorna. Szerepe van a tájékozódásban, táplálékszerzésben, társkeresésben, menekülésben. A makrokozmosztól a mikrokozmoszig értelmezhetünk segítségével.

A geometriai fénytán rövid történeti áttekintése.

Ókor.

Már az ókori görögök, arabok, kínaiak elméleteket dolgoztak ki a fényvel és látással kapcsolatosan. Bár túlnyomórészt hibások voltak, mégis évezredekken keresztül fennmaradtak. Helyesen állapították meg, hogy vannak maguktól világító testek, illetve olyanok, amelyek láthatóságához meg kell világítani őket. A látás mechanizmusáról **Pythagoras** és **Empedocles** úgy vélekedtek, hogy a tárgy és a szem is egyaránt kibocsát „valamit” és ezek találkozásakor lesz észlelhető a tárgy. Manapság a képalkotó eszközök (fényképezőgép, kamera, stb.) egyértelművé tették, hogy a fénykibocsátáshoz a szem nem szükséges. **Eukleidész** i.e. 300 körül megteremtí a geometriai optikai alap-

jait, fénytani tárgyú fő művei: *Optika*, *Katoptrika* (tartalmazza a fényvisszaverődés törvényét). **Arkhimédész** (i.e. 230), a legenda szerint tükreivel felgyújtotta a Szirakuzát támadó római flotta hajóit. **Héron** (62) a fény útja visszaverődéskor minimum feltételeket elégít ki.

Középkor.

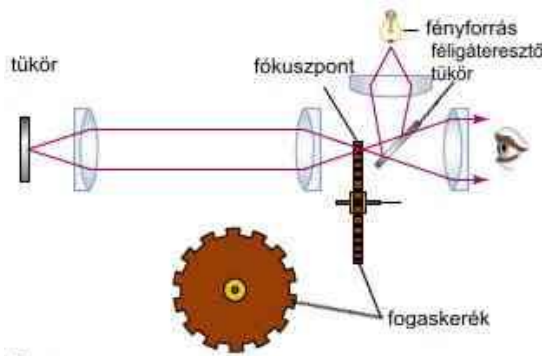
Al-Kindi (813–873): a szem működését tanulmányozta; fénytani összefoglalója Keplerig egyetemi tankönyv volt. **Alhazen** (965?–1040/1041) a fénytörés síkját helyesen értelmezte, vizsgálta a szem és a *camera obscura* működését, tanulmányozta a gömb és parabola tükrök képalkotásának elméletét. **Al-Sirazi** megállapítja, hogy a szivárvány keletkezését a fénytörés és fényvisszaverődés okozza. **Roger Bacon** (1220?–1292?) a homorú gömbtükröket tanulmányozta, megmérte fókusz távolságukat, kimutatta a szférikus aberrációt és megállapította, hogy parabola tükröknél ez a hiba nem jelenik meg.

Reneszánsz.

Leonardo Da Vinci (1452–1519) megállapította, hogy fénytöréskor a beesési és törési szögek szinuszaik hányadosa állandó. **Galilei** 1609-től korának legjobb távcsöveit készíti. 1612-ben mikroszkópot is készít. Elkészülnek **Niccolo Zucchius**, **Newton** és **Cassegrain** tükrös távcsövei. **Leeuwenhoek** (1632-1723) a mikroszkópról könyvet ír. **Snellius** (1591–1626) 1620-ban megállapítja a fénytörés törvényét, de **Descartes** publikálja először 1637-ben. **Pierre de Fermat** (1601–1665) *Fermat-elv*.

Azt, hogy milyen sebességgel terjed a fény Galilei sikertelenül próbálta megmérni. Egyik toronyban ő állott, egy távoli másik toronyban egy társa. Amikor Galilei felkapcsolta a lámpáját, a társa amint észrevette, maga is felkapcsolta a sajátját. Az időeltolódás a reakcióidőhöz képest elhanyagolható volt. Newton is úgy vélekedett, hogy a távolhatások azonnaliak, a fény terjedési sebességét sem tekintették végesnek.

Olaf Christensen Römer (1676) dán csillagász mérte elsőként meg a fény terjedési sebességét. A Jupiter holdjainak a Jupiter árnyékában eltöltött idejét vizsgálta és 7 perces eltérést kapott a Föld – Jupiter közötti legnagyobb és legkisebb távolságoknak megfelelően. Ebből arra következtetett, hogy azért van a 7 perces késés, mert a Föld-pálya átmérőt pluszba teszi meg a fény, tehát a fényterjedés sebessége véges. Mivel a Föld-pálya sugarára is csak becslés volt akkoriban, a mért érték körülbelül $2 \cdot 10^8$ m/s, a ma ismertnél 30%-al volt kisebb.



Az első pontos méréseket, földi tárgyakat igénybe véve, Fizeau végzi 1849-ben. A méréshez négy lencsét, két síktükröt (az egyik féligáteresztő) és egy fogaskereket használt. A baloldali tükör a fényt megduplázza (16km), a lencsék párhuzamosítják a nyalábot illetve fokalizálják két fog közötti hézagra. A féligáteresztő tükrön és a párhuzamosító okulárlencsén keresztül szemlélik a távoli tükörről visszaverődő nyalábot. A fogaskerék sebességét addig növelik, amíg a visszaverődő nyaláb nem jut a szembe, mert elárnyékolja az elébe kerülő fog. Ezt a forgási sebességet a duplájára növelve, lesz a legnagyobb a szembe jutó fényáram, mert a következő hézagon keresztül a visszavert nyaláb egészében eljut a megfigyelő szemébe. E módszerrel a fény sebességére kapott érték 315 000 km/s volt.

Ernst Abbe (1840-1905) megállapítja a mikroszkóp feloldóképességének képletét.

Az optikai eszközök szerepe a tudományos megismerésben

A szemünk majdnem tökéletes optikai eszköz, de feloldóképessége nem haladja meg a 0,01 mm-t. Szabad szemmel nem tudjuk megfigyelni a mikroszkopikus méretű élőlényeket (baktériumok, vírusok, protozoák), de a gigantikus méretű nagyon távoli testekkel is hasonlóan vagyunk. A Tejút-rendszert alkotó távoli csillagokat például ködszerű, elmosódott halmazként látjuk. Az evolúció a közvetlen környezetünk értelmezésének megfelelő képalkotó eszközt eredményezett. Azokat a mikroszkopikus dolgokat, lényeket, amelyekről tudjuk, hogy sok esetben betegségeink forrásai lehetnek, ha láttuk volna sem lettünk volna képes befolyásolni. A tudomány adta kezünkbe az eszközöket, amelyekkel az addig láthatatlan világ feltárhatóvá, értelmezhetővé vált.

Az egyik ilyen eszközünk a mikroszkóp, a másik a teleszkóp. Előbbivel a közvetlen környezetünkben levő parányi méretű tárgyak világát, a mikrokozmoszt, utóbbival a végtelennek tűnő világegyetemet tanulmányozhatjuk.

Antonie van Leeuwenhoek (1677) lencsecsiszoló figyelt meg elsőként saját készítésű egylencsés mikroszkópján mikroszkopikus élőlényeket. Ezt nevezhetjük tehát a mikrobiológia első állomásának. A mikrobiológia megteremtődése mérföldkő a modern gyógyászat tekintetében. Gyógyszerkészítmények, oltások az utóbbi száz év alatt csak-

nem megduplázták a várható élettartamot. A teljes fényvisszaverődés elvét hasznosító eszközzel, az **endoszkóppal** szó szerint beleláthatunk az ember belsejébe és sok esetben diagnosztizálhatunk sebészi beavatkozás nélkül.

A Ptolemaioszi geocentrikus világkép csaknem két évezredes fennállása a távcsövek felfedezésével ért véget, helyét a Kopernikuszi heliocentrikus világkép foglalta el. A távcső a csillagászat legfontosabb eszköze. A távcsövek fényt derítettek a Naprendszer mozgástörvényeire, a Tejút méreteire, csillagainak számára. A mai korszerű távcsövek segítségével válaszokat keresünk a világegyetem létrejöttének módjára, idejére, helyére. Tekinthejük őket akár időgépeknek is, hiszen a vizsgált csillagoknak a múltjáról alkotnak képet, például az egymilliárd fényévnyi távolságra levő csillagnak egymilliárd évvel ezelőtti állapotát tükrözi. A lencsés távcsöveket színi hibájuk miatt tükrös távcsövekkel helyettesítették, a fémtükrök korróziója miatt, viszont még sokáig forgalomban maradtak mindaddig, amíg elkészültek az első ezüstbevonatú üvegtükrök.

Az 1917-ben Mt. Wilsonon felavatott 100 hüvelyk átmérőjű tükörrel felszerelt **Hooker** távcső, „látott” először a Tejúton túl. A Hooker távcsővel végzett mérései alapján közölt első ízben adatokat Edwin Hubble a szomszédos galaxisok relatív távolságáról és sebességéről. Hubble legfontosabb eredménye a világegyetem tágulási sebességének meghatározása. Hubble 1929-ben felfedezte, hogy a világegyetem minden irányba állandó sebességgel tágul. A tágulási sebesség alapján a világegyetem korát tíz és húsz milliárd év közöttire becsülte. A Big Bang elmélet ebből a megfigyelésből ered.

A Mt. Palomar-i **Hale** tükrös távcső 5 méteres átmérőjű tükrevel láthatóvá váltak a szabad szemmel még észlelhető fényességű csillagoknál 40 milliárdszor halványabb csillagok is. Hale kimutatta, hogy a tízmilliárd fényévre levő égitestek között kvázi-csillagok, kvazárok vannak. A kvazárok érdekessége, hogy másodpercenként kisugárzott energiájuk felér néhány ezer galaxiséval pedig átmérőjük mindössze milliomod része egy galaxis átmérőjének. A Mt. Palomar csillagászai hozták először összefüggésbe a kvazárokat a *fekete lyukakkal*. Segítségével fedezték fel 2004-ben a Sedna kisbolygót a Naprendszerünkben, pályasugara a Plutóénak háromszorosa.

A **Hubble** űrteleszkóp az első optikai teleszkóp, amelyet 1990-ben Föld körüli pályára állítottak. Feladatköréül jelölték a Naprendszer tanulmányozását, a világegyetem korának és méretének a mérését, kozmikus gyökereink keresését, a világegyetem evolúciós diagramjának elkészítését, valamint a galaxisok, csillagok, bolygók és maga az élet rejtelseinek feltárását. A Hubble teljesítményét értékelhetjük azon fénykép alapján, amelyet 2003-ban készített. A felvétel a világegyetem eddigi legnagyobb szeletét

rögzítette: tízezer galaxist, körülbelül 13 milliárd fényévnyi kiterjedéssel. Rögzítette csillagok, galaxisok születését, csillagok halálát (szupernovák). A világegyetem korának a megállapítása úgy történt, hogy a látható univerzum legtávolabbi, csillaghalálból származó fehér törpéjére fókuszáltak 192 órán keresztül. Erre a hosszú exponálási időre azért volt szükség, mert annyira halvány, hogy percenként csak néhány foton érkezik róla. A csillagok távolságát fényességük magnitúdója alapján határozzák meg. E mérés alapján a világegyetem kora 13.8 milliárd év. A világegyetemről alkotott képünket bonyolítja, hogy a tágulási sebesség növekszik.

A **Keck** ikerteleszkópokat a Hawaii Mauna Kea vulkán tetejére telepítették. Egyik optikai, a másik infravörös és 13 milliárd fényévnyi távolságra „látanak”. Mindkettő méhsejtszerű, harminchat-harminchat részből álló kisebb külön-külön számítógépvezérelt hexagonális tükörből áll. A fókuszálás pontossága nanométeres nagyságrendű.

A legérdekesebb azonban az Arizonában Mt. Graham hegységben elhelyezett iker teleszkóp, az **LBT** (Large Binocular System). A feladatköre a Földön kívüli életre alkalmas bolygók felderítése. A Hubble által még jól látott bolygóknál tízszer kisebbekről is képes éles képet alkotni, úgy hogy kiszűri interferometriás eljárásokkal a csillag fényét, amely körül keringenek.

Így járul tehát a geometriai fénytán, a fénytani jelenségek megértésén alapuló nagy-szerű alkalmazások, technikai eszközök révén az ember jobb életminőségéhez, illetve világgépének kialakulásához.

II. A GEOMETRIAI OPTIKA ALAPJAI

1. ALAPFOGALMAK

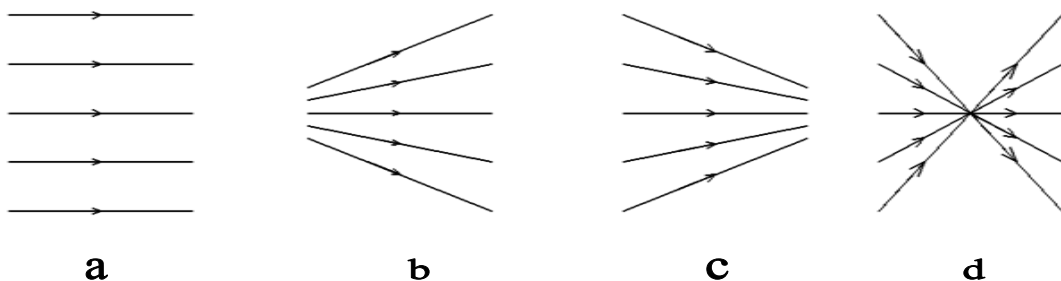
Fényforrás az a test, amely fényt sugároz a körülötte levő térbe. Elsődleges a fényforrás, ha belső energiájának rovására bocsát ki fényt, illetve másodlagos, ha a ráeső fényt sugározza vissza a térbe. Pontszerű, ha mérete elhanyagolhatóan kicsi a megfigyelés távolságához képest. Számunkra a Naprendszeren túli csillagok elsődlegesek és pontszerűnek tekinthetők, míg Holdunk másodlagos és kiterjedt fényforrásnak.

Fénysugár

A képi gondolkodásunk egyik alapmodellje, amely sok esetben jól leírja a fény viselkedését, viszont sok esetben nem. Egyaránt használja a fény természetének leírására a hullám- és a korpuszkuláris elmélet. A korpuszkula elméletben a korpuszkula (foton) útját, a hullámelméletben a hullámfrontra állított merőlegest társítják hozzá. A matematikai vonal, félegyenes közelíti leginkább meg. Irányt és helyzetet jelöl egyszerre, ez a kvantum viselkedésnek viszont ellentmond.

Pályája homogén közegben egyenes, heterogén közegben görbe. Időbeni szimmetriája van, azaz a fénymenet megfordítható.

Sugárnyaláb a fénysugarak halmaza. A nyalábot alkotó sugarak kölcsönös helyzetétől függően megkülönböztetünk párhuzamos, széttartó vagy divergens, összetartó vagy konvergens, illetve egyközpontú vagy homocentrikus sugárnyalábot (1. ábra).



1. ábra

Optikai közeg az a térrész, amely nem átlátszatlan a fény számára. A közegünk lehet anyagi természetű (levegő, víz, üveg...) vagy vákuum.

Homogén, ha benne nem változik a fény terjedési sebessége.

Törésmutató

Az anyag optikai természetét jellemző mennyiség. Megadja hányszor kisebb az adott közegben a fény terjedési sebessége, mint vákuumban. Ha a terjedési sebesség az adott optikai közegben v és vákuumban c , akkor az n törésmutató értéke:

$$n = \frac{c}{v} \quad (2.1)$$

Értéke vákuumban 1, a többi optikai közegben 1-nél nagyobb. Homogén anyagban állandó, anizotrop közegben pontról pontra változhat. A hullámhossztól is függ, ezért a geometriai optikában monokromatikus fényt használunk, kivételt képez a diszperzió, mely tárgyalható a hullámtermészet mélyebb megértése nélkül. Az optikai rendszerünk geometriai méreteihez képest a fény hullámhossza, geometriai megközelítésben, elhanyagolhatóan kicsi kell legyen a hullámjelenségek (diffrakció, interferencia) kiküszöbölése érdekében.

2. A GEOMETRIAI OPTIKA ALAPELVEI ÉS TÖRVÉNYEI

2.1 A geometriai optika alapelvei

A fény egyenesvonalú terjedésének elve: homogén közegben egyenes mentén terjed a fény. Következésképpen, hogy átlátszatlan akadály mögé nem jut fény. Az akadály mögött létrejövő fényszegény zónát árnyéknak nevezzük.

A fénysugarak függetlenségének elve: a fénysugarak egymástól függetlenül fejtik ki hatásukat. Keresztezhetik egymást, nem „ütköznek”.

A sugármenet megfordíthatóságának elve: a fénymenet időszimmetrikusnak tekinthető. Ugyanazt a fénypályát futja be mindkét irányba (akár egy visszafelé lejátszott film). Ha az optikai eszközből kilépett fénysugarat visszatükrözzük, úgy hogy önmagába verődjön vissza, akkor ugyanazt a fénymenetet figyelhetjük meg.

2.2 Az eikonál egyenlet

Az eikonálegyenlet a geometriai optika alapegyenlete. Belőle levezethető a Fermat-elv, következésképpen a geometriai optika alapegyenletei is.

Az S fényút az A ponttól az $M(x,y,z)$ pontig mérve [1] az x,y,z koordináták függvénye:

$$S(x, y, z) = \int_A^M n ds \quad (2.2)$$

Ezt a vonalmenti integrállal megadott fényutat **eikonálnak** is szokták nevezni.

Az $S(x,y,z)$ eikonál a

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial z}\right)^2 = n^2 \quad (2.3)$$

eikonál egyenletnek a megoldása.

Az eikonálegyenlet még felírható

$$\text{grad } S = \vec{k} \cdot n \quad (2.4)$$

alakban is. A \vec{k} egységvektor a fénysugár érintőjén van felvéve.

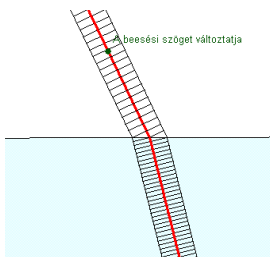
Azokra a pontokra, amelyekre az A pontból kiinduló sugarak fényútja egyenlő, teljesül az $S(x,y,z)=\text{állandó}$ feltétel. Ezek a pontok egy olyan felületet alkotnak, amely merőleges a \vec{k} vektorra, tehát magára a fénysugárra. Különböző állandó értékekre a sugarakra merőleges felületsereget kapunk, ez a következtetés **Malus-tételként** ismert.

E tétel szerint bármely egyközpontú nyalábnak bármikor, többszöri törés, visszaverődés esetében is van normálfelülete [1].

Az $S=\text{állandó}$ és az $S+dS=S+n ds=\text{állandó}$ feltételekből:

$$ds = \text{állandó} \cdot \frac{1}{n}$$

következik, hogy a normálfelületek közötti ds távolság az n törésmutatóval fordítottan arányos.



2. ábra

Nagyobb törésmutatójú közegekben a normálfelületek távolsága kisebb, ez hatással van a sugárnyaláb elrendezésére.

A 2. ábra a ritkább optikai közegből érkező hullámfrontok törését szemlélteti. Megfigyelhető, hogy az alsó optikailag sűrűbb közegben a hullámfrontok közelebb vannak egymáshoz,

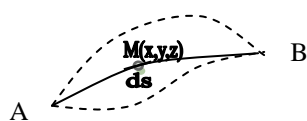
mint a felette levő ritkább közegben.

2.3 A Fermat-elv

Két pont között, amelyeken a fénysugár áthalad, az optikai úthossznak szélsőértéke van. Ha a két pont között más, szomszédos úton haladna a fénysugár, akkor később jutna el. Homogén közegben a szélsőértéknek az egyenes felel meg, különböző egymással határos homogén közegekben törtvonal.

Az elv egyaránt érvényes egy optikai rendszer egészére vagy annak tetszőleges részére, tehát a fénysugár bármely szakaszára. Egy pont képének létrejöttéhez a pontról kiinduló több kissé különböző fényutat befutó sugárnak kell újból találkozni. A leképezés *stigmatikusnak* tekintett, amennyiben a szomszédos útvonalak egy olyan kontinuumot alkotnak melyek hossza egyenlő. Amennyiben közeli, de kissé eltérő hosszúak, akkor az egyenlőségtől való eltérés lesz a *képi aberráció* mértéke.

Ezen elv segítségével levezethetők a fényvisszaverődés és fénytörés törvényei. A természet takarékos módon bánik a változással kapcsolatos jelenségek esetében – ezt erősíti meg Fermat fényterjedésre vonatkozó elve.



3. ábra

Heterogén optikai közegben a törésmutató pontról pontra változhat, így a töréstörvény már nem alkalmazható. A (2.2) összefüggés szerint a fénysugár az A ponttól a B pontig (3. ábra) az

$$S = \int_A^B n ds$$

integrállal kifejezhető fényutat teszi meg.

Az $M(x,y,z)$ futópont környezetében a törésmutató $n=n(x,y,z)$ függvénnyel jellemezhető. A ds ívelem a fényútnak infinitezimális szakasza az M pont környezetében. A Fermat-elv szerint a fénysugár mentén a fényút variációja [1] nulla:

$$\delta \int_A^B n ds = 0. \quad (2.5)$$

A Fermat-elv határesetként tartalmazza a fényvisszaverődés és fénytörés törvényét.

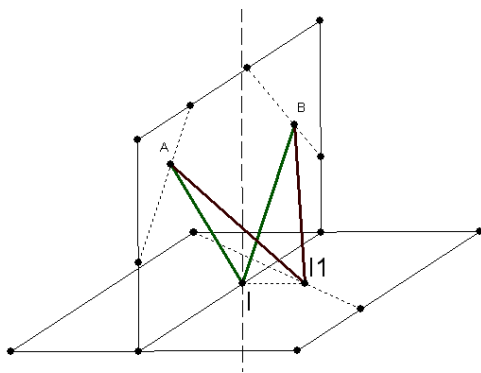
Homogén optikai közegben a törésmutató állandó, kikerül az integrál alól. Az integrál ez esetben a **geometriai utat** jelenti. A fényútnak akkor van szélsőértéke, amikor a geometriai úthossznak, azaz:

$$n \delta \int_A^B ds = 0.$$

Homogén közegben két pont között a legrövidebb geometriai út az őket összekötő egyenes szakasz, tehát a fény egyenes mentén terjed benne.

2.3.1 A fényvisszaverődés

Fényvisszaverődésnek nevezzük azt a fényjelenséget mikor két optikai közeget elválasztó határfelületre eső fény visszatér abba a közegbe, ahonnan érkezett.



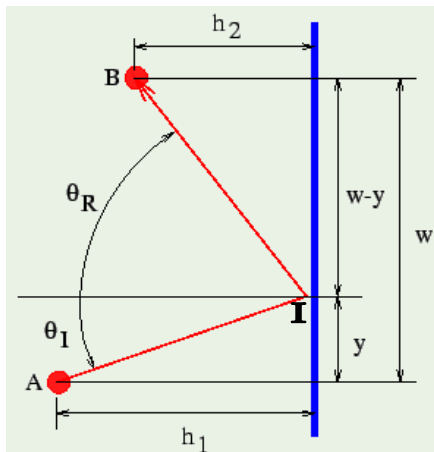
4. ábra

A 4. ábra két egymásra merőleges síkot mutat.

A vízszintes sík jelenti a két közeget elválasztó határfelületet. A határfelületre merőleges, függőleges síkban van két pont: A és B. Feltételezzük, hogy a fénysugár A-ból a határfelületre, majd innen B-be jut. Felveszünk a határfelület síkjában egy tetszőleges

I_1 pontot. I_1 -nek a függőleges síkra eső vetülete az I pont. A szerkesztésből adódik, hogy I_1IA és BII_1 derékszögek.

Mivel $AI_1(\text{átfogó}) > AI(\text{befogó})$ és $BI_1(\text{átfogó}) > BI(\text{befogó})$ az $AI_1 + I_1B$ fényút hosszabb az $AI + IB$ fényútnál, ennél fogva az AI -beeső-, az IB -visszavert sugarak és az IN beesési merőleges egy síkban vannak. Ez a fényvisszaverődés egyik törvénye. Annak a megállapítására, hogy az I pont hol helyezkedik el a két sík metszéspontján, a mellékelt 5. ábrán látható szerkesztésből indulunk ki. A síktükör az A pontból feléje tartó sugarat



5. ábra

a B ponton keresztül veri vissza. Feltételezzük, hogy a fénysugár az I pontból verődik vissza. Meghatározzuk az I beesési pont helyzetét úgy, hogy az AIB utat a fény a legrövidebb idő alatt tegye meg. Ehhez meghatározzuk y értékét. Adottnak tekinthetők a h_1 , h_2 tükörig mért távolságok, valamint az A és B pontok tükörré eső vetületeinek a w távolsága.

Az I pontban a tükörré állított beesési merőlegessel a beeső fénysugár Θ_1 beesési szöget, míg a

visszavert fénysugár Θ_R visszaverődési szöget zár be.

Az AIB út megtételéhez szükséges idő:

$$t = \left[\{h_1^2 + y^2\}^{1/2} + \{h_2^2 + (w - y)^2\}^{1/2} \right] / c \quad (2.6)$$

Differenciálva t-t az y változó szerint, az alábbi összefüggést kapjuk:

$$\frac{y}{\{h_1^2 + y^2\}^{1/2}} = \frac{w - y}{\{h_2^2 + (w - y)^2\}^{1/2}} \quad (2.7)$$

Észrevehető, hogy az egyenlet bal oldala $\sin(\Theta_I)$, jobboldala pedig $\sin(\Theta_R)$. Innen adódik, hogy a Θ_I beesési szög egyenlő a Θ_R visszaverődési szöggel.

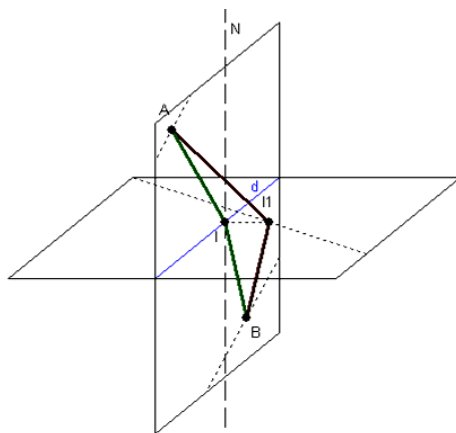
$$\Theta_I = - \Theta_R \quad (2.8)$$

A 2.8-as összefüggésben a negatív előjel azt mutatja, hogy a beesési merőlegetől a visszavert sugárig az óramutató járásával megegyező irányban mérjük a visszaverődési szöget.

Ez a szögekre levezetett összefüggés kiegészítve azzal, hogy a beeső fénysugár, a beesési merőleges és a visszavert fénysugár egy síkban van, jelentik a fényvisszaverődés törvényeit. Megjegyzendő, hogy az A és B pontok közötti terjedési időnek lokális és nem globális minimuma van, ugyanis A-ból B-be a tükör érintése nélkül megtett út, az AB-szakasz mentén a legrövidebb.

2.3.2 A fénytörés

Fénytörés akkor lép fel, ha két eltérő törésmutatójú, homogén optikai közeg határfel-



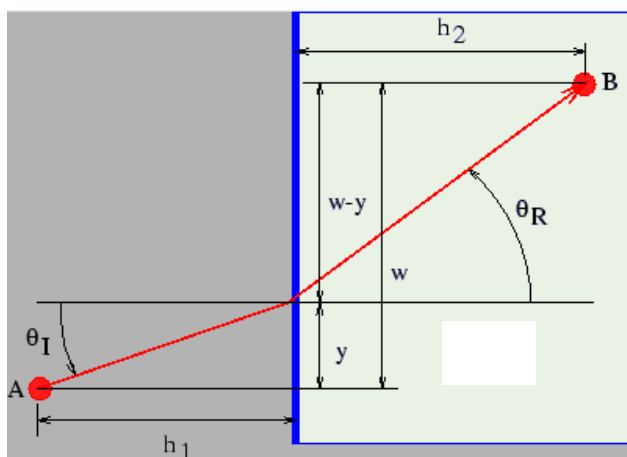
6. ábra

ületére érkező fény terjedési iránya megváltozik, miközben áthatol a másik optikai közegbe. A határfelületre érkező fénysugarat beeső-, a másik közegbe behatoló sugarat megtört fénysugárnak nevezzük. A beesési pontban a határfelületre állított képzeletbeli egyenes a beesési egyenes.

Annak az igazolására, hogy a beesési merőleges, a beeső- és a visszavert fénysugár egy síkban van, tekintsük a 6. ábrát.

A vízszintes sík a határfelületet jelenti, a határfelületre merőleges síkban vannak az A és B pontok. Az A pontból kiinduló fénysugár a B pontba érkezik. Feltételezzük, hogy a fény a határfelület tetszőleges I_1 pontján keresztül halad át. A Fermat-elv alapján az AI_1B fényútnak minimuma van. AI_1 és I_1B derékszögű háromszögekben AI_1 és I_1B átfogók, tehát $AI_1 > AI$ és $I_1B > IB$, következésképpen $AI_1 + I_1B > AI + IB$, ennélfogva az AIB útvonal rövidebb. I viszont a két sík metszeti egyenesén van, tehát igazoltuk, hogy a beesési merőleges (IN), a beeső- és a megtört fénysugár egy síkban vannak.

Annak kiderítésére, hogy a két sík metszsvonalán hol helyezkedik el az I beesési pont, tekintsük a 7. ábrát.



7. ábra

A szürkével jelölt sűrűbb optikai közeg A pontjából a jobboldali, ritkább optikai közeg B pontjába érkezik a fénysugár. Tudva, hogy a közegek homogének és bennük egyenes mentén terjed a fény, a feladat az I beesési pont helyzetének a meghatározására korlátozódik, ezt az y változóval jellemezzük.

A vákuumban való terjedéshez ké-

pest a két közegben a terjedési idő n_1 illetve n_2 -ször nagyobb.

A terjedési sebességek $v_1 = c/n_1$ és $v_2 = c/n_2$.

Az út időtartama pedig:

$$t = \frac{AM}{v_1} + \frac{MB}{v_2} = \frac{1}{c} \left[n_1 \cdot \sqrt{y^2 + h_1^2} \right] + \frac{1}{c} \left[n_2 \cdot \sqrt{(w-y)^2 + h_2^2} \right] \quad (2.9)$$

Differenciálva az időt y szerint, majd a kapott összefüggést zéróval egyenlővé téve és megoldva kapjuk:

$$\frac{n_1 \cdot y}{\sqrt{y^2 + h_1^2}} = \frac{n_2 \cdot (w-y)}{\sqrt{(w-y)^2 + h_2^2}} \quad (2.10)$$

$$n_1 \cdot \sin(\Theta_I) = n_2 \cdot \sin(\Theta_R) \quad (2.11)$$

Ez pedig a Snellius—Descartes összefüggés a homogén közegpárok határfelületén bekövetkező fénytörés jelenségére.

Az összefüggésből kiderül, hogy a nagyobb törésmutatóhoz kisebb szög tartozik, ami intuitíven azt jelenti, hogy a fénysugár a sűrűbb közegbe érve lelassul és a beesési merőlegeshez közeledik.

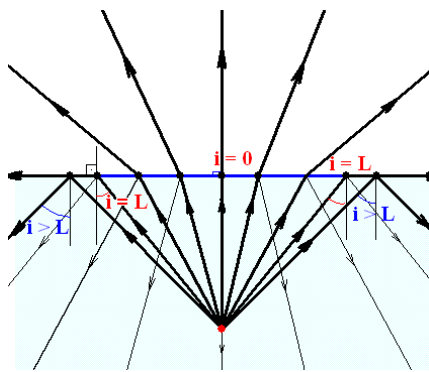
Abból, hogy a beesési- és visszaverődési szögek értéke $0 \leq \theta_i \leq 90^\circ$ közötti lehet csak, néhány sajátos eset adódik:

Legyen például a beesési szög, $\theta_i=0^\circ$. Mivel a törésmutató zérus nem lehet, következik, hogy a törési szög is zéró, tehát nincs fénytörés.

2.3.3 A teljes fényvisszaverődés

Határszögnek nevezzük és L -lél jelöljük azt a beesési szöget, amelyre a törési szög $r=90^\circ$. Mivel ritkább közeghez nagyobb szög tartozik, ebből arra következtetünk, hogy ez esetben a fény sűrűbb közegből érkezik ritkábbba. A 2.11-es összefüggésből

$$L = \arcsin(n_2/n_1) \quad (2.12)$$



8. ábra

Mivel a szögek egyaránt nőnek vagy csökkennek (de nem arányosan), emiatt $i > L$ -re nincs valós megoldás, mert r nem lehet 90° -nál nagyobb. Valóban L -nél nagyobb értékekre nincs fénytörés, a felépő jelenség a *teljes fényvisszaverődés*. A jelenség szemléltetése a 8. ábrán figyelhető meg. Látható, hogy merőleges beeséskor a fény belép ugyan a ritkább közegbe, de terjedési iránya változatlan marad. Határszögnél nagyobb értékekre a határfelület tökéletes tükörként viselkedik.

Fénytörés tehát akkor van, ha $n_1 \neq n_2$ és $0 < i \leq L$, míg teljes visszaverődés $L < i < 90^\circ$ esetén.

A jelenségnek óriási a jelentősége, mert lehetővé teszi a fényenergia veszteségmentes szállítását az optikai szálon keresztül. Ennek keresztmetszete kör és közepétől sugárirányban távolodva optikailag egyre ritkább, emiatt a fény belőle gyakorlatilag nem tud kilépni csak a szál végén. Ez lehetővé teszi az információ akár több kilométeres,

veszteségmentes továbbítását. Alkalmazási területe széles, az endoszkóptól, a telefonos, internetes, kábeltelevíziós hálózatokig terjed.

2.3.4 A diszperzió

A színszóródást nevezik diszperzióknak. A jelenség azon alapszik, hogy ugyanabban az optikai közegben a különböző színű fénysugarak terjedési sebessége is különböző. A színek jellemzésére használható a frekvencia, illetve a hullámhossz. A látható fény spektruma a vöröstől az ibolyaszínig tart. A vörös hullámhossza a legnagyobb, az ibolyaszíné a legkisebb.

A λ hullámhossz kifejezhető a vákuumban mért c fénysebesség és a ν frekvencia segítségével:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \quad (2.13)$$

$$E = h \cdot \nu \quad (2.14)$$

A fény korpuszkuláris elmélete alapján egy fényrészecske, foton az elektromágneses hullám legkisebb energiacsomagja:

$h = 6.626068 \times 10^{-34}$ J's, a Planck-állandó. A kvantumelméletben az impulzusnyomatékokot kvantálja, az energia eloszlásának diszkrét értékeire utal, egyike a legkisebb fizikai állandóknak. A (2.14) értelmében a látható fény tartományában a vörös fényhez tartozik a legkisebb és az ibolyához a legnagyobb energia.

Vonal	Elem	Hullámhossz nm	Szín
A	kálium	768,22	vörös
C	hidrogén	656,28	vörös
D	nátrium	589,3(kettősvonal)	sárga
d	hélium	587,6	sárga
F	hidrogén	486,13	kék
G	hidrogén	434,05	indigó

Mivel a törésmutató $n=n(\lambda)$, ez a különböző színek szétválásához vezet fénytörés esetén. Vízesetében például a vörös fényre 1.332, míg ibolyára 1.343 a törésmutató értéke [6]. A diszperziót a különböző monokromatikus sugarakra megállapított törésmutató

értékekkel jellemzik. Ezek a sugarak különböző kémiai elemek színeképvonalainak felelnek meg.

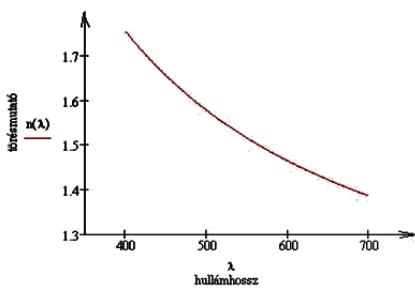
A fenti táblázat néhány kémiai elem színeképvonalának hullámhosszát tartalmazza:

*Közepes diszperzió*nak nevezik a $\Delta n = n_F - n_C$ értéket,

Abbe-számnak a $\nu = (n_d - 1)/(n_F - n_C)$ arányt.

Hartmann empirikus diszperzió függvénye:

$$n = n_0 + \frac{c}{(\lambda - \lambda_0)^\alpha} \quad (2.15)$$

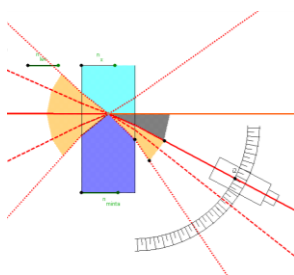


9. ábra

Az n_0 , c , λ_0 és α_0 empirikus állandókat négy hullámhosszra megmért törésmutató értékekből határozzák meg [1]. α értéke körülbelül 1.2, de 1-re is elég pontos a közelítés és elegendő három hullámhosszra elvégezni a méréseket. A 9. ábra egy anyag diszperzió függvényét szemlélteti a 400 – 700 nm-es tartományban.

A diszperzió jelensége eredményezi a szivárvány létrejöttét. Az esőcseppen áthaladó fehér fény két fénytörés és egy visszaverődés eredményeként bomlik a szivárvány színeire.

Refraktometria



10. ábra

Az anyagok törésmutatójának meghatározásával foglalkozik. Refraktométer- olyan berendezés, amely a teljes visszaverődés határszög mérését teszi lehetővé. Ebből meghatározható a relatív törésmutató.

A 10. ábrán egy Pulfrich refraktométer van szemléltetve.

A felső anyag törésmutatója meghatározható az alsó törésmutató és az i_2 szög ismeretében. Alapfeltétel, hogy kisebb törésmutatójú legyen az ismerténél és a párhuzamostól alig eltérő monokromatikus nyaláb mintegy sűrolja a két test határfelületét. Ekkor a nyaláb teljes egészében az alsó térrészbe jut. Addig forgatjuk a távcsövet, amíg látómezejének csak fele lesz megvilágított. E módszerrel 10^{-4} - 10^{-5} nagyságrendű pontossággal határozható meg a törésmutató.

A *színképelemzés* vagy *spektroszkópia* a diszperzió jelenségén alapszik. Számunkra a csillagok sugárzással fedik fel tulajdonságaikat, kémiai összetételüket. A színképelemzés azon alapszik, hogy az atomok diszkrét energia szintjeiknek megfelelő sugárzást bocsátanak ki (színképvonalai úgy azonosítják

az atomot, mint embert a DNS-e), amelyek csak az adott atomra jellemzőek. Ha tehát fehér fényvel megvilágítjuk őket, az elnyelés csak az energiaszinteknek megfelelő lehet, az abszorpciós színképből hiányoznak az elnyelt hullámhosszú sugarak, ha pedig gerjesztjük őket, akkor az elektronátmeneteknek megfelelő hullámhosszú sugárzást bocsátanak ki. Ezeket egy fénytani prizmán át bocsátva különválasztjuk és táblázati értékekkel egybevetve megállapítjuk a kibocsátó kémiai elem típusát.

3. OPTIKAI KÉPALKOTÁS

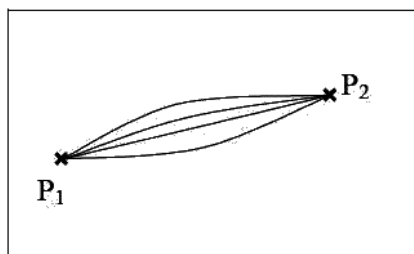
3.1 A képalkotás fogalmai

Képalkotáson egy tárgy képének optikai eszközökkel való létrehozását értjük. A tárgy egy pontját pontszerű fényforrásnak tekintjük. A róla kiinduló sugarak egy része szűk homocentrikus nyalábban az optikai eszközön áthaladva, a különböző fényjelenségek eredményeként irányt változtatva megy át. Az optikai eszközt elhagyó sugarak metszéspontjában keletkezik a tárgy pont képe. Leképezés: a tárgy pontok és képpontok közötti függvénykapcsolattal leírható megfeleltetés.

Az összetartozó tárgy és képpontokat egymás „konjugáltjainak” nevezzük.

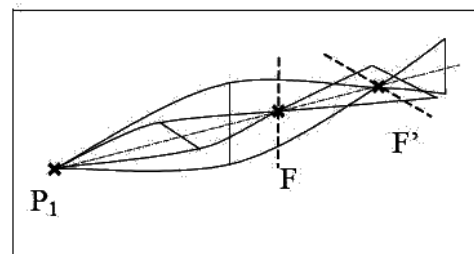
Nyaláb fókuszpontja olyan pont, ahol az azonos tárgy pontból érkező, szomszédos sugarak a képtérben elsőrendben egy pontban metszik egymást.

Amennyiben az optikai eszközt elhagyó nyaláb is egyközpontú, akkor a leképezés



Homocentrikus nyaláb

10.a ábra



Asztigmatikus nyaláb (F és F' egymásra merőleges fókuszvonalak)

10.b ábra

pontszerű vagy *asztigmatikus* (10.a ábra).

Asztigmatikus leképezéskor nincs egyértelmű megfeleltetés tárgypontra és képe között, ilyenkor egy tárgypontra több képpont felel meg. Ezek a képpontok két egymásra merőleges fókuszvonalon helyezkednek el (10.b ábra).

A kép *valódi* amennyiben a sugarak ténylegesen metszik egymást, ekkor az eszköz mögött alkalmasan elhelyezett ernyőn felfogható a kép. Ha a kilépő nyaláb széttartó, akkor sugarainak visszafelé való képzeletbeli meghosszabbításának metszéspontjában látszólagos (virtuális) kép keletkezik. A szemünk a fénysugarak szögviszonyainak megfelelően alkot képet, ezért úgy tűnik mintha ebből a pontból indult volna ki a nyaláb.

Széttartó nyalábnak mindig valódi tárgypontra feleltethető meg, még akkor is, ha a széttartó nyaláb egy másik optikai rendszer látszólagos képpontjából eredt.

Az optikai eszköz számára a rászó összetartó sugárnyaláb látszólagos tárgyat eredményez.

Paraxiális nyaláb esetében a fénysugarak forgástengelytől mért távolsága, illetve a tengellyel bezárt szöge is zéróhoz tart. Az elsőrendű közelítés azt a matematikai approximációt jelenti, hogy a helyzetek és irányok matematikai feldolgozása az első nagyságrendig van figyelembe véve szögek és vonalas méreteket illetően. Például a szinuszfüggvény sorba fejtésének csak az első tagját vesszük figyelembe:

$$\sin i = i - \frac{i^3}{3!} + \frac{i^5}{5!} - \dots$$

tehát paraxiális sugárra $\sin i = i$. [10] Amennyiben a paraxiális feltétel nem teljesül, a következő tagot is figyelembe vesszük, ami harmadrendű megközelítést jelent ez esetben, a második tag hatványkitevő értékének megfelelően.

Egy kiterjedt tárgy felületét alkotó tárgypontraoknak megfeleltetett képpontokból áll a tárgy képe.

Abszolút műszer: olyan optikai rendszer, amely egy tartomány minden pontját szigmatikusán, konstans nagyítással képezi le.

Aplanatikus leképezés: P₂ pont akkor aplanatikus képe P₁-nek, ha P₁ elsőrendűen kicsi körlap alakú környezetének pontjai P₁-el együtt szintén szigmatikusán képződnek le. Ekkor P₁ és P₂-t aplanatikus pontpárnak nevezik.

Meridionális sík: forgásszimmetrikus rendszerben a tengelyt magában foglaló tetszőleges sík.

Tárgytér és képtér a tárgypontraok illetve képpontok végtelen kiterjedésű tere. Mindkettő lehet valódi vagy virtuális, aszerint hogy fizikailag hozzáférhetőek vagy sem. A fizikai térrel, optikai közeggel nem tévesztendő össze. Fedésbe is lehetnek egymással

fényvisszaverő optikai eszközök esetében. A tárgytéri mennyiségeket 1-es, a képtérieket 2-es indexszel jelöljük.

A *lineáris* (transzverzális) vagy *vonalas nagyítás* a kép és a tárgy lineáris méretének aránya:

$$\gamma = \frac{y_2}{y_1} \quad (3.1)$$

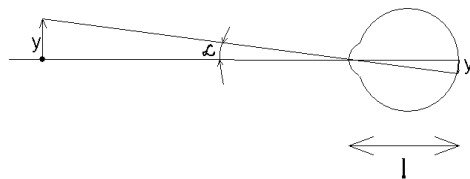
A kép kicsinyített, ha $|\gamma| < 1$ és nagyított $|\gamma| > 1$ esetben. Értéke bármekkora lehet $-\infty$ és $+\infty$ között. A pozitív érték egyenes-, a negatív fordított állású képet jelent.

A *mélyégi* vagy *longitudinális* nagyítás, a tárgy forgástengely mentén vett kis dx_1

$$\mu = \frac{dx_2}{dx_1} \quad (3.2)$$

tárgy- és dx_2 képméreték segítségével értelmezett.

A *szögnagyítást* látszólagos kép esetén célszerű értelmezni. Az optikai eszköz alkotott kép méretével arányosan kicsinyített kép keletkezik a retinánkon (11. ábra).



11. ábra

$y' = l \operatorname{tg} \alpha$ – a szemünkben keletkező kép lineáris mérete $\operatorname{tg} \alpha$ –val arányos mivel l gyakorlatilag állandó. Ha α_2 szög alatt látjuk a tárgy optikai eszköz által alkotott képét, és α_1 alatt a tárgyat szabad szemmel, akkor $y_2 = l \operatorname{tg} \alpha_2$ és $y_1 = l \operatorname{tg} \alpha_1$. Innen

$$y_2/y_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1$$

Amennyiben a tárgy helyzetének változtatása lehetséges, a tárgyat a minimális tisztánlátási távolságba (25 cm) helyezve határozzuk meg a $\operatorname{tg} \alpha_1$ értékét.

Az optikai eszköz G szögnagyítását a

$$G = \frac{\operatorname{tg} \alpha_2}{\operatorname{tg} \alpha_1} \quad (3.2)$$

kifejezés adja.

Tökéletes képalkotás akkor van, ha a leképezés szigmatikus, aplanatikus és a lineáris nagyítás a tárgy bármely részére állandó. Ezek a feltételek maradéktalanul kevés esetben teljesülnek, ilyenkor képi hibák jelennek meg.

3.2 Gauss optika

A geometriai optikának olyan megközelítése, amelyben tökéletes képalkotást feltételezünk. Ilyen idealizált esetekben nem lépnek fel képi hibák, a matematikai leírásmód egyszerű. A jelenségek könnyen szemléltethetők és tárgyalhatók. A líceumi tankönyvekben a geometriai fénytan jelenségeit Gauss féle megközelítésben tárgyalja.

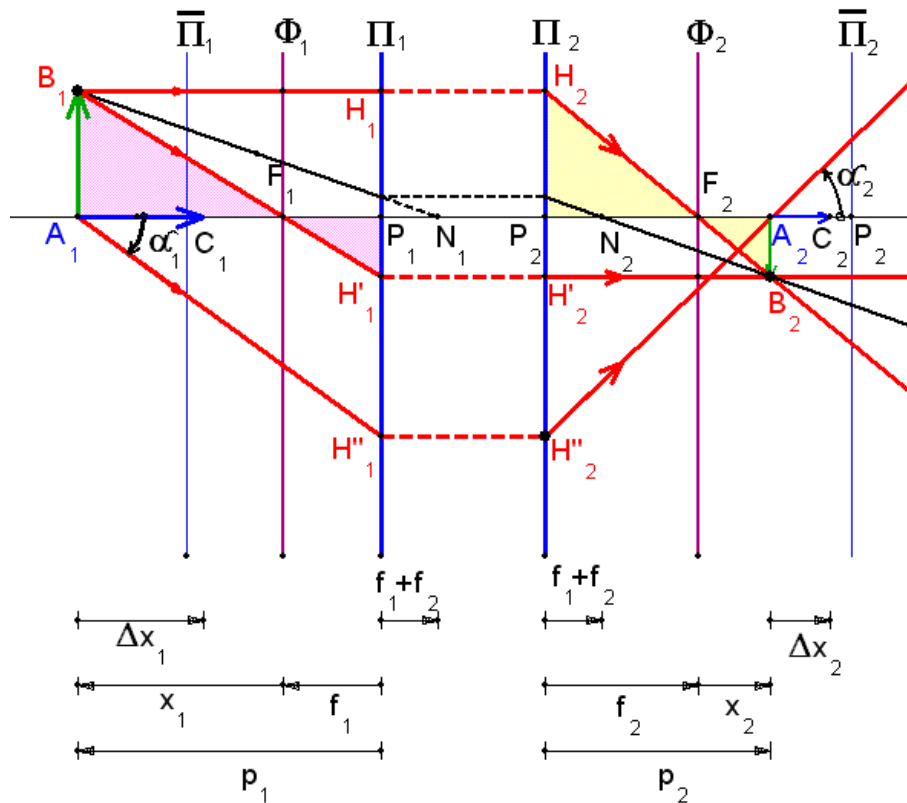
Feltevés:

- a tárgy és képtér homogén
- az optikai műszer forgásszimmetrikus az optikai tengelyre nézve
- elsőrendű közelítés (paraxiális sugarak)
- található legalább egy sugár, amely a tengelyt a tárgy és képtérben is metszi

Következmény: paraxiális közelítésben az optikai rendszer az egész tárgytérrel sztigmatikusan képezi le. Ez azt jelenti, hogy a tárgytér és képtér pontjai egymásnak konjugáltjai.

3.3 Centrált rendszerek

Értelmezés szerint olyan optikai rendszerek, amelyek tengelyszimmetrikus leképezést nyújtanak. Az optikai eszköz szimmetriatengelyét *optikai tengelynek* nevezzük. Az optikai tengely pontjainak képe is az optikai tengelyen van. A tengelyre merőleges tárgysíknak megfelelő konjugált kép-sík is merőleges az optikai tengelyre.



12. ábra

A *kardinális elemek* olyan pontok, egyenesek és síkok halmaza, amelynek kitüntetett szerepe van a leképezésben.

Képpoldali fókuszpont, F_2 az optikai tengellyel a centrált rendszerre párhuzamosan eső sugarak e pontban metszik egymást miután elhagyták az optikai rendszert.

Tárgytérbeli fókuszpont, F_1 az optikai tengely azon pontja, amelynek konjugáltja a képtéri végtelenben van.

Tárgytéri fókusz sík, a tárgytéri fókuszpontban az optikai tengelyre merőleges sík Φ_1 .

Képtéri fókusz sík, a képtéri fókuszpontban az optikai tengelyre merőleges sík Φ_2 .

Fő síkok a $\gamma = +1$ vonalas nagyításnak megfelelő konjugált síkpár Π_1, Π_2 .

Főpontok P_1, P_2 a fő síkok és az optikai tengely metszéspontjai.

$f_1 = P_1F_1$, $f_2 = P_2F_2$ tárgytérbeli-, képtérbeli *fókusz távolságok*.

A következő jelölések lettek bevezetve: $A_1B_1 = y_1$ és $A_2B_2 = y_2$ transzverzális tárgy és kép méret. $F_1A_1 = x_1$, $F_2A_2 = x_2$ a fókusz síkoktól mért tárgy és képtávolság. $P_1A_1 = p_1$ és $P_2A_2 = p_2$ a fő síkoktól mért tárgy és képtávolság, N_1 és N_2 csomópontok.

A 12. ábrán a lila kitöltésű és sárga kitöltésű háromszögek hasonlóságából a vonalas nagyításra

$$\gamma = \frac{y_2}{y_1} = -\frac{f_1}{x_1} = -\frac{x_2}{f_2} \quad (3.3)$$

és ebből az

$$x_1 \cdot x_2 = f_1 \cdot f_2 \quad (3.4)$$

Newton képlet adódik.

Ha referenciának a fősíktól mért távolságokat vesszük, akkor az $x_1 = p_1 - f_1$ és $x_2 = p_2 - f_2$ távolságokat a (3.4)-be helyettesítve, az

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1 \quad (3.5)$$

képpalkotási egyenletet kapjuk.

Az A_1 pontból az optikai tengellyel α_1 szöget bezáró kiinduló sugár az A_2 konjugált pontba az optikai tengellyel α_2 szöget bezárva jut. A G szögnagyításra az $A_1P_1H_1''$ és $A_2P_2H_2''$ derékszögű háromszögekben felírt szögek tangenseinek arányából:

$$G = \frac{\text{tg } \alpha_2}{\text{tg } \alpha_1} = \frac{p_1}{p_2} \quad (3.6)$$

ami kifejezhető a x_1 , x_2 , valamint f_1 és f_2 ismeretében a

$$G = \frac{x_1}{f_2} = \frac{f_1}{x_2} \quad (3.7)$$

összefüggésekkel.

Az optikai tengelyen fekvő A_1C_1 tárgyról A_2C_2 méretű képet alkot az eszköz, a mélységbeli vonalas nagyítása a Newton-képlet differenciált alakjából számítható.

$\Delta x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \Delta x_2 = 0$ és ebből

$$\mu = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = -\frac{x_2}{x_1} \quad (3.8)$$

A fősíktól mért távolságokkal pedig

$$\mu = -\frac{f_1 p_2^2}{f_2 p_1^2} \quad (3.9)$$

képlettel számítható.

A három nagyítás közötti összefüggésünk:

$$\gamma = G \cdot \mu \quad (3.10)$$

A vonalas nagyítás a fősíktól mért távolságokkal:

$$\gamma = -\frac{f_1 p_2}{f_2 p_1} \quad (3.11)$$

A csomópontoknak a megfelelő fókuszponttól mért távolsága P_1N_1 és P_2N_2 és mivel egymásnak konjugáltjai a képalkotási egyenletbe helyettesítve, valamint a (3.6) alapján:

$$P_1N_1 = P_2N_2 = f_1 + f_2 \quad (3.12)$$

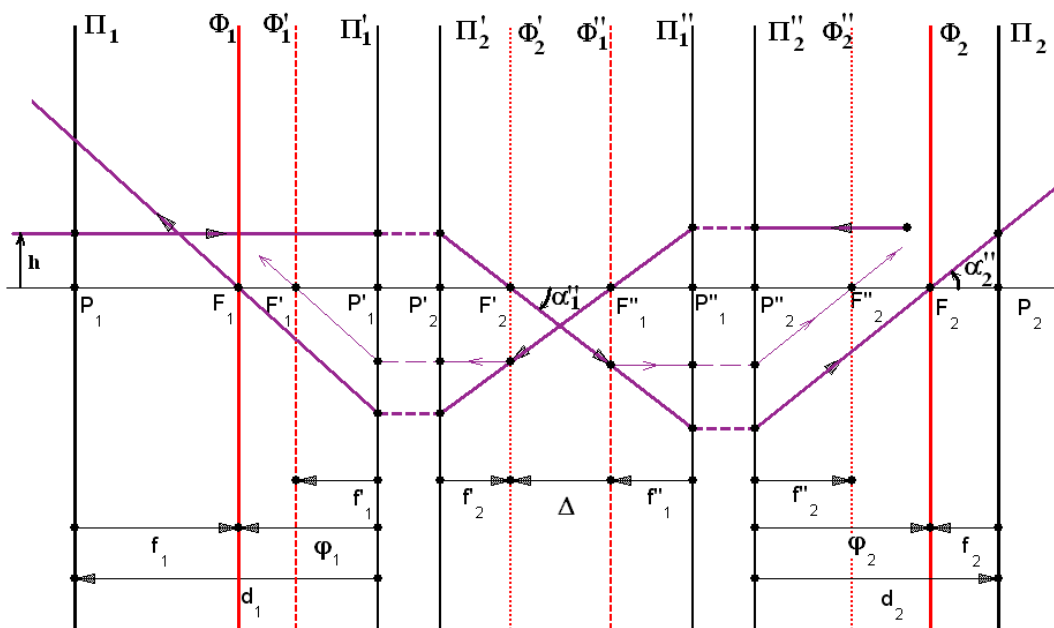
Az eredményeket összefoglalva megállapítható, hogy a centrált rendszer képalkotás tekintetében egyértelműen meghatározott, ha ismert két konjugált síkpárjának a helyzete vagy egy síkpárjának és két fókuszpontjának helyzete.

3.4 Centrált rendszerek egyesítése

Ismert adatú optikai rendszerek egyesítésével új optikai rendszert kapunk. Az első optikai rendszer képtere a második rendszer tárgyterét képezi. Ezt képezi le a második rendszer az egyesített rendszer képtérébe. A részrendszerek kardinális elemeinek ismeretében meghatározhatók az egyesített rendszer kardinális elemei.

Optikai köznek vagy *tubushossznak* nevezzük a részrendszerek egymáshoz viszonyított távolságát. Ezt a második rendszer tárgyteré- és az első rendszer képtéri fókuszpontjai között mérjük:

$$\Delta = F_1''F_2' \quad (3.13)$$



13. ábra

A 13. ábra alapján meghatározhatók az egyesített rendszer kardinális adatai. Az alábbi jelöléseket vezettük be: 1 tárgyterre, 2 képterre vonatkozó adatok, ' az első-, '' a második rendszerre vonatkozik. φ_1, φ_2 az egyesített rendszer fókuszsíkjai az első rendszer tárgyteri-, illetve a második rendszer képtéri fősíkjához képest, $d_1=P_1'P_1, d_2=P_2''P_2$ az egyesített rendszer fősíkjainak a helyzete az első rendszer tárgyteri fősíkjához valamint a második rendszer képtéri fősíkjához képest.

Az optikai tengellyel párhuzamosan h magasságban belépő sugár végül F_2 -ben metszi az optikai tengelyt. Ahhoz, hogy meghatározhassuk F_2 helyét segédszerkesztést végzünk. Az F_2' -en áthaladó sugár és a második rendszer tárgyteri fókuszsíkjának metszeti pontjából az optikai tengellyel párhuzamos sugarat húzunk, ez a sugár a második rendszer képtéri fókuszán megy át. Mivel a fókusz sík egy pontjából kiinduló sugarak a rendszer túlsó oldalán párhuzamosak, ezért vele párhuzamos lesz a rendszert elhagyó sugár. Fordított sugármennettel analóg módon határozzuk meg F_1 helyzetét.

A második rendszerre vonatkoztatva F_2 és F_2' egymásnak konjugáltjai és Δ valamint $F_2'F_2$ szakaszokra felírható Newton-képletből:

$$\Delta \cdot F_2'F_2 = f_1'' \cdot f_2''$$

meghatározható a Φ_2 gyújtósík helyzete.

$$F_2'F_2 = \frac{f_1'' \cdot f_2''}{\Delta} \quad (3.14)$$

A második rendszer szögnagyítása az α_1 alatt belépő és α_2 szög alatt kilépő sugárra

$$G'' = \frac{\text{tg } \alpha_2''}{\text{tg } \alpha_1''} = \frac{-\frac{h}{f_2}}{-\frac{h}{f_2}} = \frac{\Delta}{f_2''}$$

ahonnan

$$f_2 = \frac{f_2' \cdot f_2''}{\Delta} \quad (3.15)$$

A fénymenet megfordíthatóságának elvéből a következő transzformációkkal: $1 \leftrightarrow 2, ' \leftrightarrow ''$, $\Delta \leftrightarrow -\Delta$ megkapható a tárgyteri fókusz sík helyzete is:

$$f_1 = -\frac{f_1' \cdot f_1''}{\Delta} \quad (3.16)$$

Nagy gyakorlati jelentősége van a $\varphi_1, \varphi_2, d_1, d_2$ távolságok ismeretének.

$$\varphi_1 = -f_1' \frac{f_2' - \Delta}{\Delta} \quad (3.17)$$

$$\varphi_2 = f_2'' \frac{f_1'' - \Delta}{\Delta} \quad (3.18)$$

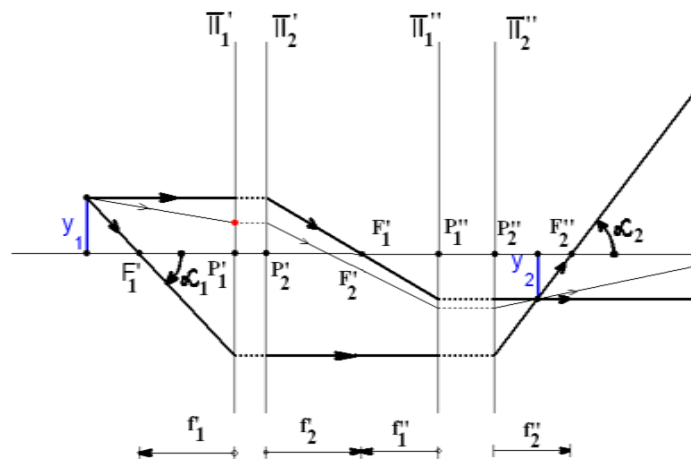
$$d_1 = f_1' \frac{f_1'' - f_2' + \Delta}{\Delta} \quad (3.19)$$

$$d_2 = f_2'' \frac{f_1'' - f_2' + \Delta}{\Delta} \quad (3.20)$$

Az egyesített rendszer nagyításai a részrendszerek nagyítóképességeinek szorzataként adhatók meg:

$$\mu = \mu' \cdot \mu'' \quad \gamma = \gamma' \cdot \gamma'' \quad G = G' \cdot G'' \quad (3.21)$$

Afokális vagy *teleszkopikus* optikai rendszernek a $\Delta = 0$ tubushosszúságú rendszert nevezzük. Az ilyen rendszernek végtelenben vannak a fókuszpontjai, tehát párhuzamos nyalábot párhuzamos nyalábra képez le (14. ábra). Teleszkopikus mert a teleszkópokra jellemző ez a sajátosság.



14. ábra

Állandó nagyításokkal dolgozik, a tárgy helyzetétől függetlenül.

$$\gamma = \frac{y_2}{y_1} = \frac{f_1''}{f_2''} \quad (3.22)$$

$$G = \frac{\text{tg } \alpha_2}{\text{tg } \alpha_1} = \frac{-\frac{h}{f_2''}}{-\frac{h}{f_1}} = \frac{f_1'}{f_2''} \quad (3.23)$$

$$\mu = \frac{\gamma}{G} = \frac{f_1'' \cdot f_2''}{f_2' \cdot f_1'} \quad (3.24)$$

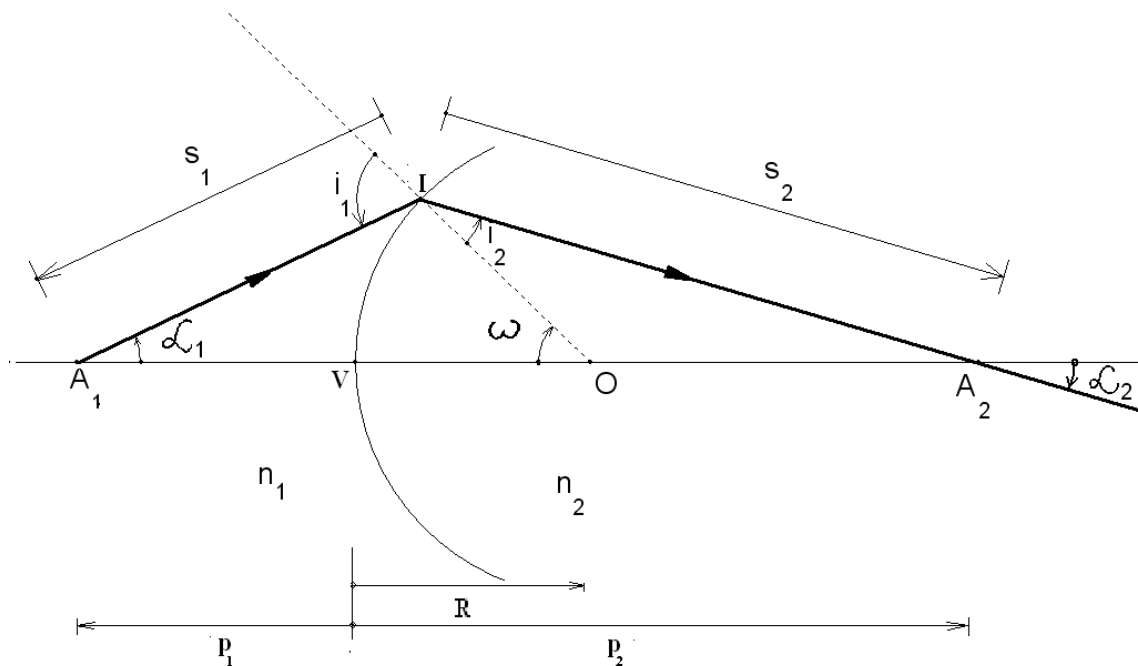
A fenti egyenleteket úgy kaptuk, hogy behelyettesítettük a (3.21)-be a részrendszerek nagyításaira kapott összefüggéseket.

4. OPTIKAI RENDSZEREK

A fejezetben különböző optikai rendszerek képalkotási sajátosságai kerülnek bemutatásra.

4.1 Gömb törőfelület

Két egymással egy gömbfelszín (gömbfüveg) mentén határos homogén törésmutatójú optikai közegpárból álló egyszerű optikai rendszer. A két közeg törésmutatója n_1 és n_2 értékű. R a gömbfelszín sugara, V a tetőpont, A_1 tárgy pont és adott i beesési szög mellett a neki megfelelő A_2 képpont (15. ábra).



15. ábra

A gömbfelszín forgási szimmetriája miatt végtelen számú optikai tengely értelmezhető, emiatt a tárgyponthoz a felszín görbületi középpontjával összekötő képzeletbeli egyenest optikai főtengelynek nevezzük és hozzá képest adunk meg szög és távolság adatokat.

Az optikai főtengellyel α_1 szög alatt érkező sugár a törőfelületet az I beesési pontban metszi és i_1 szöget zár be az I-re állított beesési merőlegessel. A törési szöget i_2 jelöli. ω a beesési merőleges főtengellyel bezárt szöge. A megtört sugár a főtengellyel α_2 szöget zár be. A $p_1 = VA_1$ és $p_2 = VA_2$ a tárgy- és képpont tetőponttól mért távolsága. $s_1 = IA_1$ és $s_2 = IA_2$ a beesési ponttól mért szagittális tárgy- és képtávolság.

Előjelszabály: jobbról balra mutató távolságok és az óramutató járási irányában mért szögek negatívak.

A 15. ábra alapján a háromszögek területei között fennálló

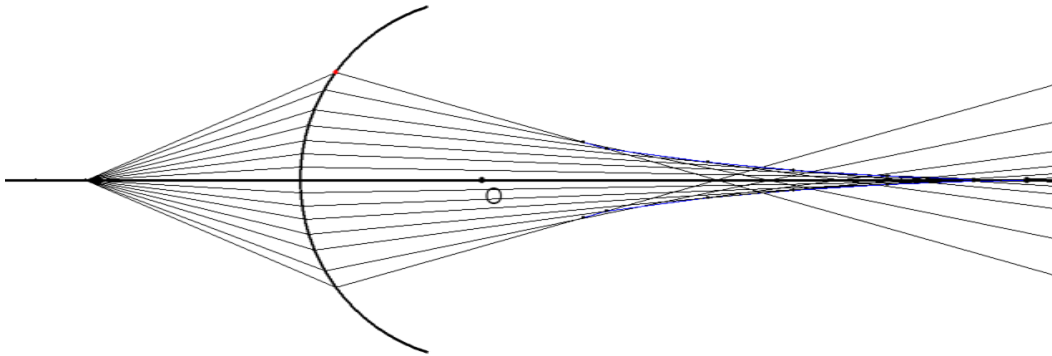
$$T_{A_1IA_2} = T_{A_1IO} + T_{OIA_2} \quad (4.1)$$

összefüggésből és az általános ABC háromszög területképletéből ($T_{ABC} = a \cdot b \cdot \sin C / 2$) valamint a szakaszok és szögek előjeles behelyettesítéséből adódik a gömb törőfelület szagittális képalkotási egyenlete:

$$\frac{n_1}{s_1} - \frac{n_2}{s_2} = \frac{1}{R} (n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2) \quad (4.2)$$

Az egyenlet és a forgásszimmetria alapján belátható, hogy az A_1 -ből i_1 szög alatt beeső sugarak egy $2 \alpha_1$ nyílásszögű s_1 hosszú alkotótőjű és A_1 csúcú kúpfelszínre képeznek és egy A_2 csúcú $2 \alpha_2$ nyílásszögű, s_2 alkotótőjű kúpfelszínbe képződnek le.

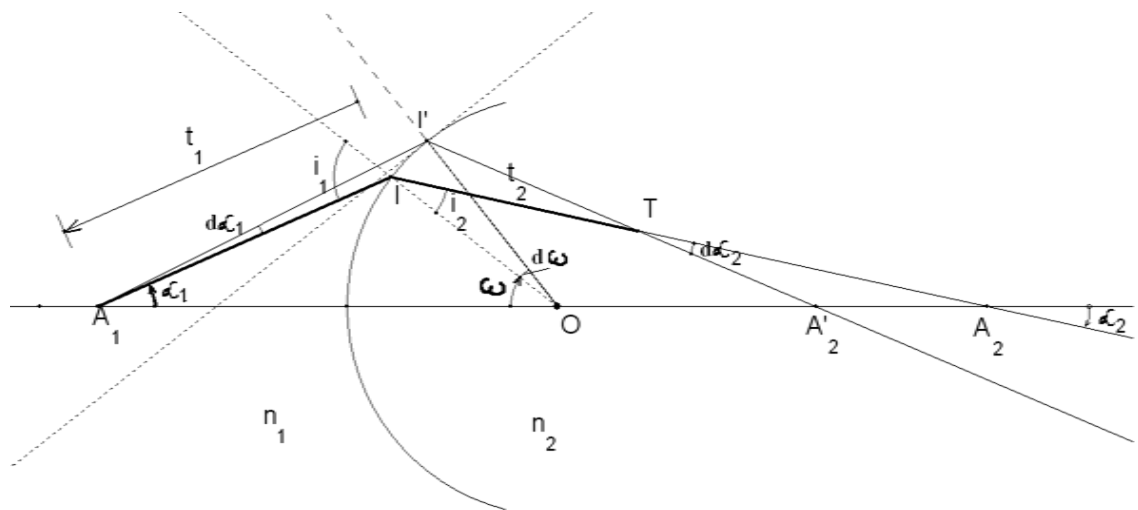
A leképezés nem szigmatikus, A_1 -nek megfelelő szagittális képpontok a főtengely mentén a beesési szög függvényében helyezkednek el (16. ábra).



16. ábra

A baloldali tárgy pont képe a megtört szomszédos sugarak metszéspontjaiból álló forgásfelvén lesz. A 16. ábrán kék színnel lett ez a felület megjelölve. Ezt a felületet nevezzük tangenciális képnek.

A tangenciális képalkotás egyenletéhez tartozó mennyiségek a 17. ábrán szemléltethetők meg.



17. ábra

$$\frac{n_1 \cos^2 i_1}{t_1} - \frac{n_2 \cdot \cos^2 i_2}{t_2} = \frac{1}{R} (n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2) \quad (4.3)$$

ahol $t_1=A_1I$, $t_2=IT$ a tangenciális tárgy- és képtávolság. Az A_1 pontból $d\alpha_1$ elemi nyílásszögű nyaláb indul ki és törés után a T pontban képezi le A_1 -et.

A szagittális képszakasz és a tangenciális képfelület a beeső nyaláb $2\alpha_1$ nyílásszögének csökkentésével érhető el. Ha a nyaláb nyílásszögét nagyon picire csökkentjük, akkor már a paraxiális nyaláb jó képet ad.

Gauss féle megközelítésben $i_1 \approx 0$, valamint $s_1=t_1=p_1$ és $s_2=t_2=p_2$ a képalkotási egyenletek az alábbi formára egyszerűsödnek:

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = \frac{n_1 - n_2}{R} \quad (4.4)$$

Ebben az esetben a képtávolság csak a törésmutatóktól, a görbületi sugártól és a tárgytávolságtól függ.

$p_1 = \infty$ -re megkapjuk a képtéri fókusz távolságot:

$$f_2 = \frac{n_2 \cdot R}{n_2 - n_1} \quad (4.5)$$

$p_2 = \infty$ -re pedig az f_1 tárgytéri fókusz távolság adódik:

$$f_1 = -\frac{n_1 \cdot R}{n_2 - n_1} \quad (4.6)$$

Visszahelyettesítve (4.4)-be a fókusz távolságokat kapjuk a képalkotási egyenletet:

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1 \quad (4.7)$$

Összeadva a 4.5 és 4.6 paraxiális esetben levezetett összefüggéseket kapjuk, hogy:

$$f_1 + f_2 = R \quad (4.8)$$

Az f_1 és f_2 arányára pedig igaz, hogy:

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2} \quad (4.9)$$

A csomópontok helyzete a 3. és 4.8 összefüggések alapján:

$$P_1N_1 = P_2N_2 = f_1 + f_2 = R \quad (4.10)$$

A gömb törőfelület nagyításai:

$$\gamma = -\frac{f_1 \cdot p_2}{f_2 \cdot p_1} = \frac{n_1 \cdot p_2}{n_2 \cdot p_1} \quad (4.11)$$

$$\mu = -\frac{f_1 \cdot p_2^2}{f_2 \cdot p_1^2} = \frac{n_1 \cdot p_2^2}{n_2 \cdot p_1^2} \quad (4.12)$$

(4.9) alapján a törőfelület átellenes oldalain található a fókuszpontok.

A törőfelület gyűjtő, ha $f_2 \geq 0$, ez két esetben is fenn áll:

- a) $R > 0$ és $n_2 > n_1$ a ritkább közeg felől domború a törőfelület
- b) $R < 0$ és $n_2 < n_1$ a tárgyoldali sűrűbb közeg felől homorú törőfelületre esik a fény .

4.2 Gömbtükrök

Gömbfelületű fényvisszaverődést eredményező optikai rendszerek. A fényvisszaverődés törvényéből az $i_1 = -i_2$ összefüggést a Snellius – Descartes töréstörvénybe helyettesítve kapjuk, hogy $n_1 = -n_2$. Ezzel a törésmutató értékpárral formálisan fénytörésként kezeljük a fénytörést és felhasználva a gömb törőfelületre kapott összefüggéseinket kapjuk a

(4.2) \Rightarrow

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = \frac{2 \cos i}{R} \quad (4.13)$$

(4.3) \Rightarrow

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{2}{R \cdot \cos i} \quad (4.14)$$

(4.4) \Rightarrow

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{2}{R} \quad (4.15)$$

(4.5) \Rightarrow

$$f_1 = f_2 = f = \frac{R}{2} \quad (4.16)$$

A gömbtükör paraxiális nyálábra vett fókuszpontjai a tetőponttól a sugár felének megfelelő távolságra vannak.

(4.7) \Rightarrow

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f} = C \quad (4.17)$$

gömbtükrök képalkotására érvényes összefüggéseket

Nagyításai:

(4.11) \Rightarrow

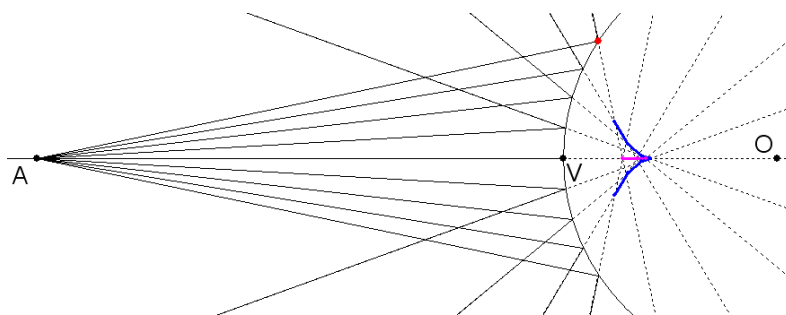
$$\gamma = -\frac{p_2}{p_1} \quad (4.18)$$

(4.12) \Rightarrow

$$\mu = -\frac{p_2^2}{p_1^2} = -\gamma^2 \quad (4.19)$$

A mélységi nagyítás modulusa a vonalas nagyítás négyzetével egyenlő, ami a kép erős torzulására utal.

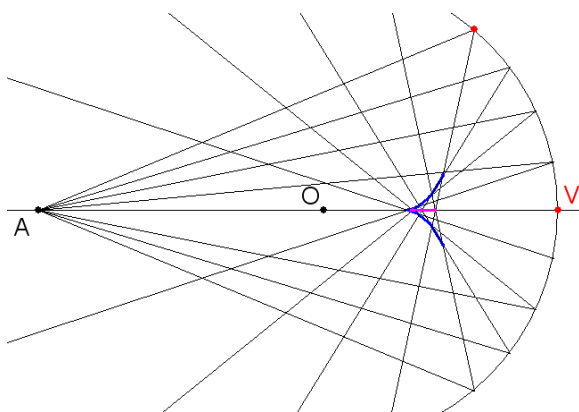
A gömbtükör lehet domború és homorú aszerint, hogy milyennek tűnik a tárgytérből nézve.



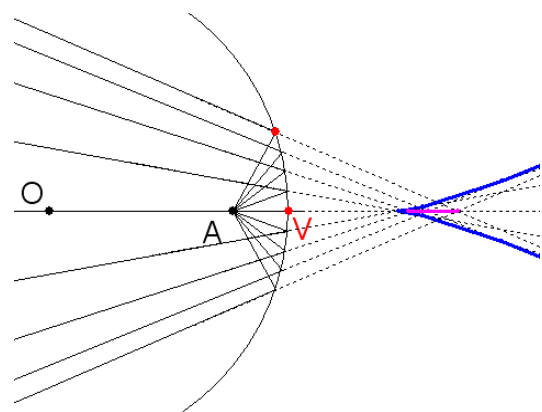
18. ábra

A 18. ábra alapján a domború tükör szór, általános esetben nem alkot sztigmatikus képet, a lila szakaszban keletkezik az A pont szagittális képe, a kék vonalak a tangenciális kép optikai tengelyt tartalmazó síkmetszetét szemlélteti.

Paraxiális megközelítésben fedésbe kerülnek a képek. Mivel a végtelenben levő tárgyat a fókusz síkba képezi le és ez $R/2$ távolságra van, gyakorlatilag a képtér mélysége $R/2$. Ez a tulajdonság teszi lehetővé a domború



19.a ábra



19.b ábra

gömbtükörök visszapillantó tükörként való alkalmazását személygépkocsik esetében, áruházakban a termékek láthatóságát biztosítja a biztonságiak számára. A mélységi erős

torzulás valamint a jelentős kicsinyítés miatt a visszapillantó tükörben a távolság becslése pontatlan, emiatt a jármű távolabbinak tűnik.

A homorú gömbtükör gyűjt és valódi képet alkot (19.a ábra), amennyiben a tárgytávolság $+\infty$ és $f=R/2$ között van, illetve szór és látszólagos képet alkot (19.b ábra), ha a tárgy a fókuszpont és a V tetőpont között található.

4.3 A sík törőfelület

A gömb törőfelület egyenleteiből kapjuk $R = \infty$ -t behelyettesítve. A szagittális képződés egyenlete:

$$\frac{n_1}{s_1} - \frac{n_2}{s_2} = 0 \quad (4.20)$$

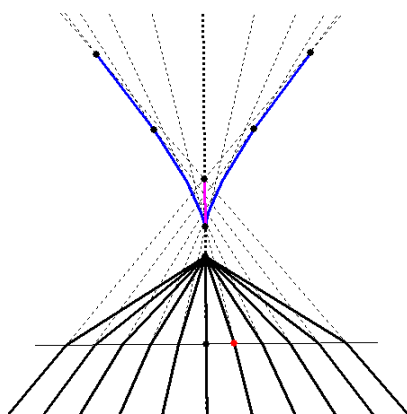
A tangenciális kép egyenlete:

$$\frac{n_1 \cos^2 i_1}{t_1} - \frac{n_2 \cdot \cos^2 i_2}{t_2} = 0 \quad (4.21)$$

(4.4) alapján:

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = 0 \quad (4.22)$$

és mivel $n_1/n_2 = p_1/p_2 > 0$, következik, hogy kép és tárgy a törőfelület ugyanazon oldalán helyezkedik el. Valódi tárgyról látszólagos képet alkot és a fénymenet megfordíthatóságából adódóan látszólagos tárgyról valódi képet. A ritkább optikai közegben levő tárgy távolsága a törőfelülettől kisebb, mint a képtávolság. Sűrűbb közegben levő tárgypont képe viszont ritkább közegből szemlélve közelebb látszik. Ezért például a vízzel telt medencében levő tárgy a felszínhez közelebb látszik, a hatás a nagyobb mélységekre szembetűnőbb.



20. ábra

A 20. ábrán megfigyelhető, hogy általános esetben nem szigmatikus a leképezés. A ferdébben beeső sugarakra nagyobb a tárgy – kép távolsága. A sík törőfelület (vízszintes szakasz) a felső ritkább közeg egy pontjának egy szagittális képszakaszt és egy tangenciális forgásfelszínnel rendelkező képet feleltet meg.

A lilával ábrázolt szagittális képszakasz a tárgy-

pontból a határfelületre merőleges optikai tengelyen van.

A tangenciális képet az optikai tengelyt tartalmazó síkmetszetben kék színű vonalak szemléltetik.

4.4 Síktükrök

A képképzésre vonatkozó összefüggéseket a sík törőfelület egyenleteibe való $n_1 = -n_2$ és $i_1 = -i_2$ behelyettesítéssel nyerjük:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} = 0 \quad s_1 = -s_2 \quad (4.23)$$

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = 0 \quad t_1 = -t_2 \quad (4.24)$$

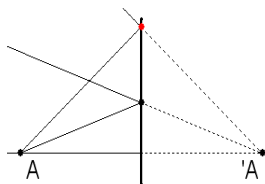
paraxiális megközelítésre:

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = 0 \quad p_1 = -p_2 \quad (4.25)$$

Nagyításai:

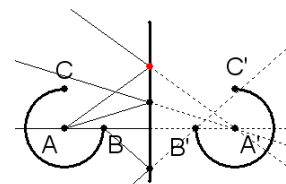
$$\gamma = -\frac{p_2}{p_1} = +1, \quad \mu = -\frac{p_2^2}{p_1^2} = -1, \quad G = \frac{p_1}{p_2} = -1 \quad (4.26)$$

Az A tárgy pont és A' képe a síktükörtől azonos távolságra helyezkedik el (21.a ábra).



21.a ábra

A tárgyról egyenes állású, mélységben fordított képet alkot. Mivel γ és μ modulusa egyenlő a kép nem torzított, a leképezés szigmatikus és aplanatikus (21.b ábra).

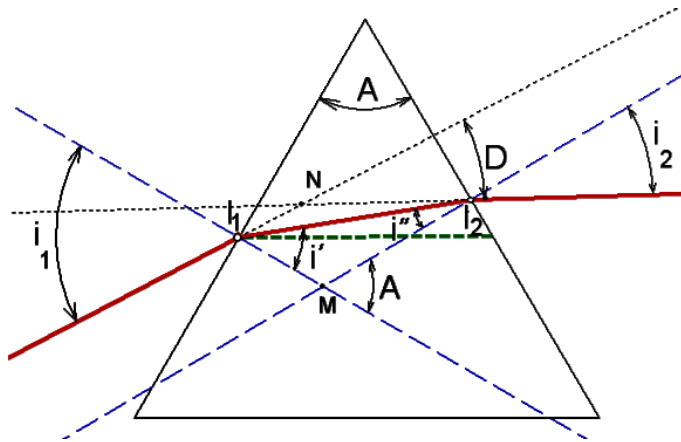


21.b ábra

4.5 Prizmák

Két egymással szöget bezáró sík törőfelület alkotja. Optikai prizma anyaga átlátszó. Jellemzőik az n törésmutató és az A törőszög, ez utóbbi a két törőfelület által bezárt laphoz. A törőfelületek metszévonalát *törőélnek* nevezzük. A törőélre merőleges sík és a prizma keresztmetszetéből származik a prizma főmetszetét jelentő háromszög. A

prizma főmetszetének síkját és monokromatikus fényt használunk a prizma képalkotásának tárgyalásához (22. ábra).

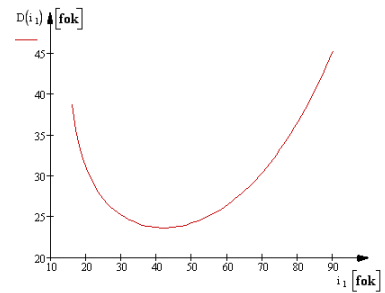


22. ábra

A Snellius – Descartes töréstörvényét rendre mindkét törőfelületre felírva i_1 beesési szögre meghatározható i_2 értéke, valamint a D eltérítési szög. NI_1I_2 háromszögben D külső szög és értéke $D=(i_1-i_1')+(i_2-i_2')$. Ugyanakkor MI_1I_2 háromszögben A külső szög értéke $A= i_1'+ i_2'$. E két összefüggés értelmében az eltérítési szög értéke:

$$D = i_1 + i_2 - A \quad (4.27)$$

Az eltérítési szög adott törésmutató és törőszög mellett csak a beesési szög függvénye. A 23. ábra $A=60^\circ$ és $n=4/3$ értékre szemlélteti ezt a függvényt. Az ábra alapján 42° -os beesési szög mellett a $D_{\min}=23.321^\circ$



23. ábra

A gyakorlatban a legkisebb eltérítési szögnek van jelentősége, ez adott n , A értékek mellett egyetlen beesési szög értékre teljesül, éspedig amikor a prizma belsejében terjedő fénysugár merőleges a törőszög szögfelezőjére. Ebben az esetben $i_1' = i_2' = A/2$. Ez viszont $i_1 = i_2$ esetben valósulhat meg. Megállapítható, hogy minimális eltérítéskor a fénymenet szimmetrikus a törőszög szögfelezőjével. A beesési szög értéke ez esetben:

$$i_{1m} = \frac{D_{\min} + A}{2} \quad (4.27)$$

Az értéke viszont az eltérítési szög ismerete nélkül is meghatározható, mert $\sin i_{1m} = n \cdot \sin(A/2)$, innen pedig:

$$i_{1m} = \arcsin \left[n \cdot \sin \left(\frac{A}{2} \right) \right] \quad (4.28)$$

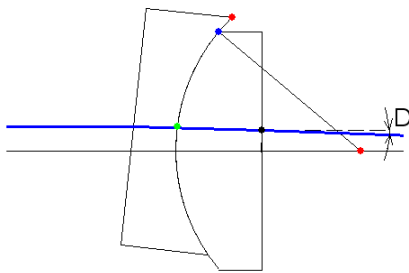
Ha egyenlővé tesszük a 4.27 és 4.28 -as összefüggések jobboldalait észrevehető hogy megoldás kínálkozik a törésmutató meghatározására:

$$n = \sin \left[\frac{D_{min} + A}{\sin \left(\frac{A}{2} \right)} \right] \quad (4.29)$$

Ismeretlen anyag törésmutatójának meghatározásához csiszolhatunk belőle egy A törőszögű prizmat, monokromatikus fényt bocsátunk rá olyan beesési szög mellett, hogy szimmetrikus fénymenet adódjon, ekkor megmérjük az eltérítési szöget és (4.29) –be behelyettesítve kiszámoljuk a törésmutatót. Mivel szigmatikus leképezés csak paraxiális nyalábra áll fenn, ezért a szinképelemző készülékre eső nyalábot egyszer párhuzamosítják.

Optikai ékek azok a prizmak, melyek törőszöge nagyon kicsi, általában $0 < A < 10^0$ értékhatárok között változtatható. Kis beesési szögekre $\sin i_1 = i_1$ (rad). A töréstörvény az első törőfelületen $i_1 = n' i'$, a másodikon $i_2 = n i''$ alakra egyszerűsödik. Ezeket összeadva: $i_1 + i_2 = n(i' + i'')$ ahonnan (4.27) alapján $D + A = n \cdot A$. Az optikai ék eltérítési szöge kis beesési szögek esetén:

$$D = A \cdot (n - 1) \quad (4.30)$$

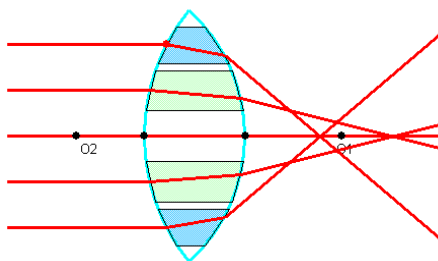


24. ábra

A legtöbb optikai közegre $D < A$, ez lehetővé teszi az optikai ékek felhasználását a sugármenet finom elforgatására és kis eltolására. Az eltérítés fokmásodperces pontossággal beállítható. A 24. ábra görbült felületük mentén érintkező, azonos görbületi sugarú, egymáshoz képest elcsúsztatható síkhomorú és síkdomború lencse által alkotott

változtatható törőszögű éket szemléltet.

4.6 Lencsék



25. ábra

Két törőfelület által határolt optikai rendszer, amelyből legalább egyik gömb törőfelület.

Forgástest melynek szimmetriatengelye az optikai tengely. Amennyiben a forgástengellyel egyenközű párhuzamos síkokkal metszenénk, a szomszédos síkmetszetek közötti elemi prizmak halmazaként lehetne felfogni. Az elemi prizmak

törőszöge csökken a tengelytől távolodva. Az optikai tengellyel párhuzamosan beeső

sugarak a tengelytől való távolság függvényében más-más törőszögű elemi prizamára esnek (23. ábra). Nagyobb törőszögűek a tengelytől távolabbi elemi prizmák. A nagyobb törőszögnek viszont nagyobb eltérítési szög felel meg, ezért a lencse a csúcsához közeli sugarakat erősebben téríti el.

Geometriájuk alapján a középén vastagabbak gyűjtő- (konvex), a középén vékonyabbak pedig szóró (konkáv) lencsék. Általános esetben az n törésmutatójú lencse törőfelületei n_1 , illetve n_2 törésmutatójú közegekkel határosak. A törőfelületek görbületi sugarait pozitívnak vesszük, amennyiben görbületi középpontjaik a tetőpontjuktól jobbra vannak. A $V_1V_2=e$ távolság a lencse optikai tengely menti vastagsága. A centrált rendszereknél levezetett összefüggések értelmében ' tárgyoldali-, '' képoldali mennyiségre utal.

A lencse fókusztávolságaira fennálló összefüggések:

$$f_1 = -\frac{f_1' \cdot f_1''}{\Delta} = -\frac{\left(-\frac{n_1}{n} f_2'\right) \cdot \left(-\frac{n}{n_2} f_2''\right)}{\Delta} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{f_2' \cdot f_2''}{\Delta} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot f_2$$

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2} \quad (4.31)$$

A 4.31 es összefüggés értelmében a lencse fókusztávolságainak aránya független a lencse anyagának törésmutatójától. Ha mindkét törőfelületét ugyanaz a közeg veszi körül, akkor a fókusztávolságok csak előjelben különböznek, ami azt jelenti, hogy a lencse átellenes oldalán van a két fókuszpont.

Vékony lencse esetében $e \approx 0$, gyakorlatilag egybeesnek a fősíkok. Ha mindkét oldalról ugyanazzal a közeggel határos, akkor a lencse fókusztávolsága

$$f = \frac{R' \cdot R''}{(n-1)(R''-R')} \quad (4.32)$$

Ha egyik oldala, például a tárgy felőli, sík törőfelület, akkor $R' \rightarrow \infty$ és f előjele $-R''$ előjelével egyenlő, emiatt a síkdomború lencsének valódi-, a síkhomorúnak pedig lát-szólágos a képtéri fókusztávolsága.

Képkalkotási egyenletei:

$$x_1 \cdot x_2 = -f^2 \quad (4.33)$$

$$-\frac{1}{p_1} + \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f} = C \quad (4.34)$$

Nagyításai:

$$\gamma = \frac{p_2}{p_1} \quad (4.35)$$

$$\mu = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 = \gamma^2 \quad (4.36)$$

4.7 Lencserendszerek

Közös optikai tengely mentén elhelyezkedő lencséből áll. Az egyesített centrált rendszerekre vonatkozó összefüggések értelmében az egymástól d távolságra levő f' és f'' képtéri fókusz távolságú vékonylencse-rendszer optikai köze:

$$\Delta = f'' - d + f' \quad (4.37)$$

Képtéri fókusz távolsága:

$$f = \frac{f' f''}{f' + f'' - d} \quad (4.38)$$

Tárgyoldali gyújtósíkjának távolsága a tárgyfelőli lencse fősíkjától:

$$\varphi_1 = O'F_1 = -f_1' \frac{f_2' - \Delta}{\Delta} = -\frac{f'(f'' - d)}{f' + f'' - d} \quad (4.39)$$

A képoldali fókusz sík távolsága a második lencsétől

$$\varphi_2 = O''F_2 = f_2'' \frac{f_1'' + \Delta}{\Delta} = \frac{f''(f' - d)}{f' + f'' - d} \quad (4.40)$$

Fősíkjainak a helyzete:

$$d_1 = f_1' \frac{f_1'' - f_2' + \Delta}{\Delta} = \frac{f' d}{f' + f'' - d} \quad (4.41)$$

$$d_2 = -f_2'' \frac{f_1'' - f_2' + \Delta}{\Delta} = -\frac{f'' d}{f' + f'' - d} \quad (4.42)$$

Afokális lencsepárra $d = f' + f''$.

A rendszer törő képessége:

$$C = C' + C'' - dC'C'' \quad (4.43)$$

Illesztett vékonylencse-párra, $d=0$.

$$C = C' + C'' \quad (4.43)$$

5. KÉPHIBÁK

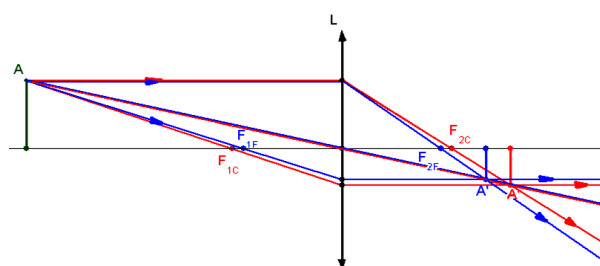
Az egyszerű optikai rendszerek tanulmányozása során láttuk, hogy sztigmatikus leképezésre csak a síktükör alkalmas. A tökéletes leképezéstől való eltérést nevezzük képhibáknak. A képhibák két csoportba sorolhatók: *színi hibák* és *geometriai hibák*.

A színi hibákat a diszperzió okozza, emiatt a tükrök mentesek e hibától, mivel a fényvisszaverődés független a fény hullámhosszától.

A geometriai képhibákat a sugármenet és az optikai rendszer geometriai sajátosságai okozzák. Láttuk, hogy többnyire csak paraxiális megközelítésben lehet elfogadható képet létesíteni.

5.1 Színi hibák

A különböző hullámhosszaknak megfelelő, eltérő törésmutatókhoz más-más fókusztávolság tartozik, ami a képképzési összefüggések alapján eltérő helyzetű és méretű



25. ábra

képeket eredményez.

A képek *helyzeti színi hibáját* a C és F színeképvonalaknak megfelelő fókusztávolságok $F_{2c}F_{2f}$ különbségén keresztül értelmezzük. A 9. ábra alapján a törésmutatók különbsége körülbelül 0,15-0,2, ez mintegy 11-15%-nak felel

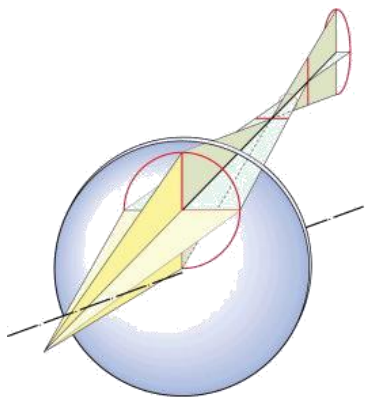
meg üveg esetében, ekkor a fókusztávolságok közötti eltérés 10% körüli. A 25. ábra vékony lencse képképzésén keresztül szemlélteti a helyzeti színi hibát. Megfigyelhető, hogy kék színben nagyobb a vonalas nagyításunk. A nagyításban való eltérést *nagyítási színi hibának* nevezzük. Az F_{2f} gyújtópontban az optikai tengelyre merőleges ernyőn kék folt vörös körvonallal, illetve az F_{2c} -be hasonló módon helyezett ernyőn vörös folt kék szegéllyel jelenik meg. A színi hiba csökkentése illesztett lencsepárok (szóró- és gyűjtő lencse ellentétes irányítású színi hibát eredményez) segítségével és a hasznos nyaláb nyílásszögének szűkítésével.

5.2 Geometriai képhibák

5.2.1 A nyíláshiba

Az optikai tengellyel párhuzamosan beeső sugarak a rendszerből kilépve más-más helyen metszik azt, tehát a gyújtótávolság a tengelytől való távolság függvénye. Az ebből adódó leképezési hibát nevezik *nyíláshibának* vagy *gömbi eltérésnek*. A vastaglencsék-nél megfigyelt képalkotásból kitűnt, hogy ez a hiba a görbületi sugár csökkenésével növekszik és lencse anyagának relatív törésmutatójával is együtt nő.

5.2.2 Az asztigmatizmus



26. ábra

Az optikai tengellyel viszonylag nagy szöget bezáró szűk nyílásszögű nyaláb leképezése okozza az asztigmatizmust. Egy tárgypontról két egymásra merőleges síkban haladó optikai rendszerre eső sugaraknak más-más képpontok felelnek meg. A 26. ábrán megfigyelhető, hogy a meridionális síkban (a főtengely és a tárgy pont által meghatározott) levő fonálkereszt függőleges-, valamint a meridionális síkra merőleges síkban fekvő vízszintes szakasza különböző képtávolságra és ebből adódóan különböző nagyítással képeződik le.

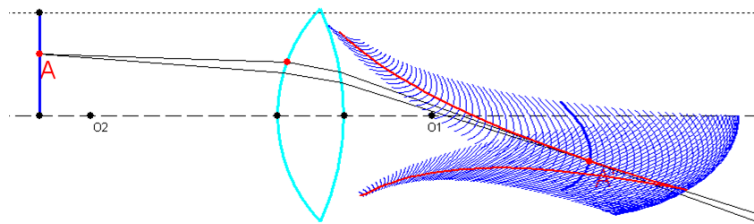
5.2.3 A képgörbület

Abban nyilvánul meg, hogy egy síkfelületet görbe felületbe képez le az optikai rendszer. A vastaglencse meridionális síkjában levő kék tárgyszakaszról alkotott görbe vonalú kép a 27. ábrán figyelhető meg.

5.2.4 A torzítás

Egy tárgy felületén a szomszédos pontok által meghatározott szakaszokra eltérő vonalas nagyítás adódik a nyíláshiba következményeként, ez a kép torzulását vonja maga

után. A 26. ábra vastaglencse képalkotási hibáit szemlélteti az optikai tengelyt és a rá

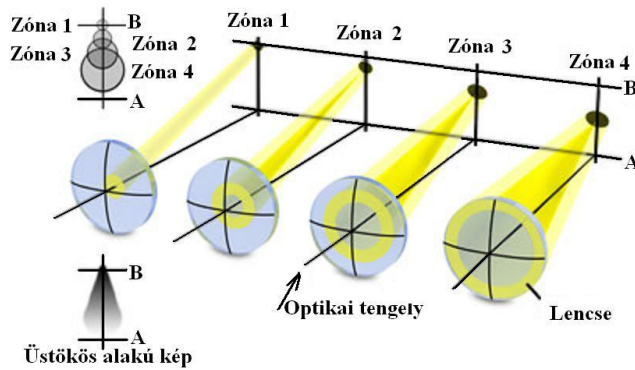


27. ábra

merőleges tárgyat magába fogláló meridionális síkban. A tárgyat jelentő szakasz képe erősen görbült. Itt a torzítás azért olyan nagymértékű, mert az optikai tengellyel nagy szöget

bezáró A-ból kiinduló szűk nyílásszögű nyaláb hozta létre. A képtérben a piros görbe vonal az A pont képének mértani helye, miközben A-ból (r) kiinduló szűk nyílásszögű nyalábbal pásztáztuk a lencsét. A kék görbesereg a lencse különböző tengelytől mért távolságra levő részeinek tárgyról alkotott képe. A lencse felső széle által alkotott kép a felső térrészben keletkezik, kicsinyített és a lencséhez közel van. A legtávolabbi és legnagyobb képet a lencse közepe alkotja. Észrevehető hogy a tárgy talppontjának a képe csak a lencse közepére eső nyaláb esetében van az optikai tengelyen. Egy négyzet képe hordó alakú, ezért *hordó alakú torzításról* beszélünk. Fordított képmenetet alkalmazva és figyelembe véve, hogy a lencse közepe fele egyre nagyobb a nagyítás a négyzet képe párna alakú lesz, ez a *párna alakú torzítás*. A torzítást százalékban fejezik ki: $\Delta\gamma/\gamma \cdot 100\%$.

5.2.5 A kóma



28. ábra

magyarázatot. A tengelyre merőlegesen elhelyezett ernyőn a képzeletben négy szomszédos zónára osztott lencserészek leképezése látható. Az ernyő az 1-es zóna fókusz síkjával csaknem egybeesik. A lencse közepétől távolodva a rendre következő külsőbb zónák fókusz síkjai közelebb vannak, emiatt elmosódottabb, nagyobb, az optikai tengelyhez közelebbi foltok felelnek meg nekik.

Üstökös alakjához hasonlatos képhiba. Az optikai tengellyel nagy hajlásszöget bezáró, nagy nyílásszögű nyaláb leképezésekor jelenik meg. A 28. ábra az optikai tengellyel nagy szöget bezáró párhuzamos sugárnyaláb leképezésekor létrejövő kóma létrejöttére ad szemléletes

III. SZÁMÍTÓGÉPES SZIMULÁCIÓK A GEOMETRIAI OPTIKÁBAN

A számítógépes szimulációk lényegében olyan modellek, amelyek segítségével bizonyos jelenségek lényegi elemeinek, paramétereinek függvényében lehetővé válik egy rendszer várható viselkedésének tanulmányozása. Tágabb értelemben véve szimulálni annyit tesz, mint másolatot készíteni a rendszer lényegéről, anélkül, hogy a rendszert vagy tevékenységet ténylegesen érintenénk. Minél jobb a modell, annál pontosabban írja le a valódi jelenséget.

Manapság a számítógépes modellezés a technikai fejlesztésnek legalapvetőbb eljárása. Számítógépeink sebessége olyan mértékben megnőtt, hogy hamarabb elvégeznek egy műveletet, mint amennyi idő alatt monitorunkról szemünkbe jut a fény. Egy 3GHz-es processzor egy elektronikus mikrokapcsoló $3 \cdot 10^9$ nyitogatására képes másodpercenként, míg a fény 10 cm-es távolságot tesz meg egy kapcsoló nyitogatásnyi idő alatt. Így rengeteg idő takarítható meg.

A fizika oktatásában jelentősen megnövekedett a szerepük, mert lehetővé teszik a tanteremben, laboratóriumban be nem mutatható jelenségek, el nem végezhető kísérletek modellezését. Magreakciókat például csak szimulációkon keresztül láttathatunk.

A számítógépes modellezést szoftverek teszik lehetővé. Ezek a programok három csoportba oszthatók:

- a) *szabadon letölthető* korlátozott ideig vagy megszorításokkal használható *shareware*-ek, licenz azaz használati jogdíj megvásárlásával a korlátozás feloldódik
- b) ingyenesen letölthető nem korlátozott *freeware*-ek
- c) weblapon megtekinthető, ott futtatható, de nem letölthető programok.

Könnyű belátni, hogy jogtiszta felhasználás érdekében otthoni alkalmazásra a leginkább a *freeware* típusúak alkalmasak.

6. SZIMULÁCIÓK A FIZIKA ÓRÁN

Az oktatásban általánosan elfogadott álláspont szerint a legeredményesebb oktatási stratégia az aktív módszerek használata. Az aktív módszer ismérve, hogy a diák feldolgozója, értelmezője az elsajátítandó ismereteknek, tanári útmutatás mellett újra felfedezze, feltárja a jelenségek ok-okozati törvényszerűségeit. A fizika órán alkalmazható aktív módszerek közül a leghatékonyabb a kísérletezés. A *demonstrációs kísérlet* tanár által

bemutatott, a *tanulói kísérletet* a diákok végzik tanári felügyelet mellett. Típusát tekintve mindkettő lehet *kvalitatív* vagy *kvantitatív*.

A kvalitatív kísérlettel egy fizikai jelenség megfigyelése, elemzése és minőségi összefüggéseinek feltárása valósítható meg.

Kvantitatív kísérletezéskor méréseket végzünk, a mérési eredmények közötti összefüggések alapján új mennyiségeket értelmezünk, törvényeket fogalmazunk meg.

A kísérletezés alkalmazható új tananyag feldolgozásában, elsajátított ismeretek elmélyítésében.

A számítógépes modellezés, szimuláció kiegészítheti a kísérletezést, vagy lehetőséget ad olyan jelenségek bemutatására, amelyre nem kínálkozik kísérletezési lehetőség.

Amennyiben a kísérletezés lehetősége adott, azt mindenképpen el kell végezni. A laboratóriumi felszerelésben a drágább eszközök (oszilloszkóp, jelgenerátor, légpárnás mechanikai kísérletek) korlátozott számú előfordulása csak demonstratív kísérlet bemutatását teszi lehetővé. A geometriai optikában is adódnak hasonló helyzetek, optikai táblából és párhuzamos nyalábú lézer fényforrásból mindössze egy van, így például a lencsékkel korrigálható szemhibák csak demonstratív kísérletezéssel mutathatók be. A demonstratív kísérlet kiegészíthető az informatika teremben vagy akár otthon elvégzett szimulációval.

A szimuláció egyedülállóan használható olyan jelenségek tanulmányozására, amikor egyáltalán nincs lehetőség kísérleti feldolgozásra a kísérleti eszköz hiánya, a jelenség veszélyessége és nem utolsósorban a jelenség lejátszódási időtartamának nagyon kicsi vagy éppenséggel nagyon nagy volta miatt. Szimulálhatunk például láncreakciót, rövidzárlatot, spektroszkópiát, Brown-féle hőmozgást, kondenzátor feltöltődést – kisülést, elektrolízist stb.

A számítógépes szimuláció feldolgozható:

- a) demonstratív módon, tanár által bemutatva
- b) tanulók által frontálisan az informatika teremben
- c) otthon

6.1 Tanár által bemutatott demonstratív szimuláció

Demonstratív bemutatás történhet vetítővászonra vagy interaktív táblára való vetítéssel. A számítógép kijelzőjén megjelenő tartalom egy digitális projektoron keresztül kivetítjük így az egész osztály számára megfigyelhető lesz a szimuláció. A szimuláció

előtt hipotézisek megfogalmazására készítjük a diákokat, ezáltal biztosítjuk az aktív részvételt.

Egyszerű vetítő vászon esetében a tanár a szimulációt a számítógépen keresztül irányítja, magyarázattal egybekötöttten szemléltet, megfigyelési szempontokat ad meg. Figyelem irányító eszközként használhatjuk az *egérmutatót*. A tanár az osztállyal szemben helyezkedjen el, ez növeli a magyarázat hatékonyságát és biztosítja az azonnali visszacsatolást.

6.2 Tanulók által frontálisan végzett szimuláció

A frontálisan végzett szimulációk színhelye az informatika terem, AEL terem lehet.

A tananyag feldolgozás szempontjait megadja a tanár, a diákok saját ritmusuknak megfelelően haladhatnak. A tanári beavatkozás egyénre szabott lesz. Feladatlappal egybekötve ajánlott a szimulációt végezni. A feladatlappal visszajelzést kapunk a feldolgozás szintjéről és elkerülhetjük, hogy a diák rendszertelenül, felületesen dolgozzon vagy egyébfel foglalkozzon.

Az AEL platform kivételt képez a feldolgozás módját illetően. Úgy dolgozták ki, hogy egy tanítási egységen belül kis lépésekben egyéni ritmusban halad a diák, viszont tanítási egységet tanári beavatkozást követően egyszerre váltanak. Így frontális magyarázattal egybeköthető a tanítási egység feldolgozása.

A visszacsatolást biztosíthatja maga a program is. Általában feleletválasztásos úrlappal mérhető a megértés szintje. Jó válasz esetén továbbléphet a diák, hibás válasz esetén visszaküldik a dokumentálás helyére.

6.3 Otthon végzett szimulációk

Egyéni kísérletezésre, szimulációra azért van szükség, hogy a meglévő ismereteinket felelevenítsük, alkalmazási szintre fejlesszük. A megértés és alkalmazás sok esetben nagyon távol esik egymástól. Amit értünk nem feltétlenül tudjuk is. A tudás igazi záróköve az alkalmazás.

Ingyen letölthető szimulációs programokkal fejleszthetjük tudásszintünket, a többféle modell lehetőséget nyújt összehasonlításra, analízisre. A vektorgrafikai szimulációk

programozási ismeretek nélkül is lehetőséget kínálnak új modellek kidolgozására a geometriai fénytan tárgykörében.

A szimuláció segíthet házi dolgozat elkészítésében, feladat megoldásában. A tanár számára is lehetőséget kínál érdekes feladatok megfogalmazására. A kvantitatív és kvalitatív szimulációk gyorsan elkészíthető, egyénre szabott feladat kidolgozásokat tesznek lehetővé, ezzel a differenciált oktatás igénye is kielégíthető.

A szimuláció pozitív hozadékai:

- a matematikai modell csak a jelenség szempontjából lényeges elemeket tartalmaz
- a paraméterek külön-külön változtatásával a törvényszerűségek jobban megfigyelhetők
- a szimulációban használt színekkel kihangsúlyozhatóak az összefüggések
- mennyiségi összefüggések (kvantitatív modell) azonnal leolvashatók
- aktív tananyag feldolgozást feltételez.

7. MATEMATIKAI FÜGGVÉNYEK A FIZIKAI JELENSÉGEK MODELLEZÉSÉBEN

A szimulációk matematikai modelleket használnak. Minél komplexebb egy jelenség, annál több paraméter szükséges a leírására. A paraméterek változásait matematikai függvények írják le. A legegyszerűbb dinamikai modellben csak egy paraméter változik egy másik függvényében. Az egyenesen arányos mennyiségek elsőfokú polinomiális függvényekkel leírhatók. Ilyen egyváltozós lineáris függvény számos fizikai jelenséget leíró törvényben megjelenik. Egyenes vonalú egyenletes mozgás esetén például az út-idő függvényét az $x(t) = x_0 + v(t-t_0)$, egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnál a sebesség-idő függvényét a $v(t) = v(t_0) + a(t-t_0)$ *egyenes* egyenlete írja le.

A centrális erőterben mozgó test pályáját leíró matematikai függvény egy kúpszelet *egyenes, kör, ellipszis, parabola, hiperbola* egyenlete lehet.

Periodikus jelenség egyes paramétereinek (helyzet, sebesség, gyorsulás) időbeni változása *sinus, cosinus* trigonometriai függvényekkel fejezhető ki.

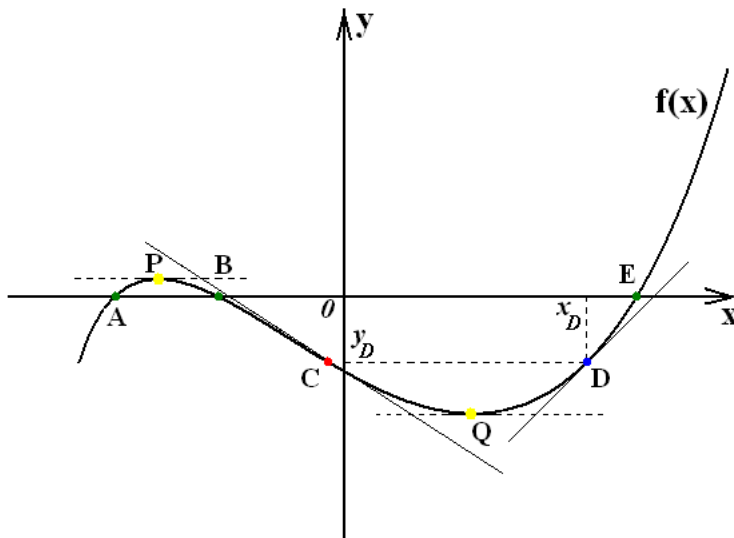
Exponenciális függvények írják le például egy kondenzátor feltöltődését – kisülését.

Logaritmus függvény adja meg például a rakéta, mint változó tömegű rendszer sebességének alakulását tömege függvényében $v = v_{ex} \ln(m_0/m)$.

A függvény adott értelmezési tartományon való viselkedése alapján előrevetíthető a jelenség lejátszásának módja.

A függvényértelmezésben az alábbi matematikai fogalmaknak van jelentős szerepe: *folytonosság, szingularitás, gyökök, szélsőérték, határérték, meredekség, érintő, inflexiós pont*.

Folytonos függvény alatt azt értjük, hogy értelmezési halmazának minden pontjában folytonos, nincs szakadási pontja. Szingularitásai akkor vannak egy függvénynek, ha vannak olyan pontjai, amelyeknek nem felel meg jól meghatározott érintő vagy érintősík. Például az $1/x$ függvény 0-ban szinguláris, mert végtelent ad a nulla behelyettesítési értékére.



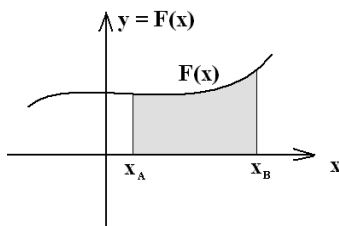
A függvény *gyökei* azok a számok, amelyekre a függvény értéke zero. A mellékelt ábrán az A, B és E-vel jelölt pontokban a függvény értéke zero, tehát x_A , x_B és x_E a függvény gyökei.

Szélsőérték alatt egy függvény lokális minimumát vagy maximumát ért-

jük. A szélsőérték meghatározásához deriváljuk a függvényt és ennek a gyökei adják a függvény szélsőértékét. A függvényhez egy pontba húzott érintőnek a meredeksége jelenti a függvény deriváltját az illető pontban. Amennyiben a derivált értéke itt zero, akkor hozzá vízszintes érintősík tartozik, ez a lokális szélsőérték feltétele folytonos függvényre. A fenti ábrán a P, Q, C és D pontokhoz húzott érintők vannak feltüntetve. P-hez és Q-hoz vízszintes érintő tartozik, P lokális maximum, Q lokális minimum hely. A másodrendű derivált előjele alapján dönthető el, hogy a szélsőérték helyi maximumot vagy minimumot jelent. Ha $f(x)$ az (x_0, y_0) pontban legalább kétszeresen deriválható és x_0 -ra $f'(x_0)=0$ valamint $f''(x_0)<0$, akkor lokális maximuma van a függvénynek $f(x_0)=y_{max}$, viszont ha $f''(x_0)>0$ akkor lokális minimuma, $f(x_0)=y_{min}$. Amennyiben $f''(x_0)=0$ és előjelet vált x_0 környezetében, akkor az $f(x)$ függvénynek x_0 -ban *inflexiós*

pontja van. A fenti ábrán C inflexiós pont, a hozzá tartozó érintő e pontban metszi a függvény képét.

A jelenségek matematikai értelmezése a változásukat leíró függvények segítségével történik. A függvénykapcsolatok sem mindig egyértelműek, a mérési eredmények alapján következtetik ki. Egyik módszer a mérési adatoknak megfelelő függvény megtalálására a *legkisebb négyzetek módszere*. Ez akkor használható, ha ismert a függvény, de a paraméterei nem. Például (x_i, y_i) pontpárok adottak és tudjuk, hogy $y = bx + a$ lineáris kapcsolatban vannak, de a a és b paraméterek nem ismertek. Az a és b paramétereket úgy kell tehát meghatározni, hogy az $y_i - y$ eltérés négyzetének várható értéke minimális legyen, azaz $S = M[(y_i - bx_i - a)^2] = \min$. A $\frac{\partial S}{\partial a} = 0, \frac{\partial S}{\partial b} = 0$ egyenletrendszert megoldva meghatározható a a és b paraméterek értéke.



Határozott integrállal egy folytonosan változó függvény által meghatározott vonalhosszat, területet vagy térfogatot számítunk ki. Ha például az erő változik az x koordináták szerint, akkor az x_A, x_B intervallumon való elmozdulás során végzett munkája az $F(x)$ függvény grafikus képe és az Ox tengely közé eső területtel egyenlő (a mellékelt ábrán a szürke terület), amit az $\int_{x_A}^{x_B} F(x) dx$ integrállal számolunk ki.

Amennyiben egy paraméter több időben változó paraméternek egyidejű függvénye, a jelenség differenciálegyenlet formájában modellezhető. Például a mechanikában, az esőcsepp mozgásegyenlete egy másodrendű differenciálegyenlet: $\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} \frac{dx}{dt} - g = 0$. A súrlódási erő a sebességgel arányos ($k \cdot dx/dt$), tehát a csepp gyorsulása is változik.

A differenciálegyenleteknek végtelen sok megoldása lehet. A kezdeti értékek megadásával és egyéb megkötöttségekkel (kényszerek) viszont konkrét megoldások adódnak. A kezdeti feltételek nagyon érzékennyé teszik a jelenség lefolyásának a módját. Például szabadesés adódik nulla kezdeti sebesség mellett, függőleges hajítás, ha a gyorsulás és sebesség iránya megegyező, ballisztikus hajítás, amennyiben sebesség és gyorsulás iránya nem párhuzamos. Elegendően nagy kezdeti sebességgel elhagyhatjuk a Földet (első kozmikus sebesség), a második kozmikus sebességgel indított test már a Naprendszeret is elhagyja.

Általános esetben a matematikai leírásmód felettébb elbonyolódik az inhomogenitások és soktényezős változások miatt. A légköri jelenségek tanulmányozásához már káoszelméleti ismeretek szükségesek.

Az atomok, szubatomi részecskék kvantumviselkedésű, „furcsa” világában a kvantummechanika, kvantumelektrodinamika sajátos matematikai apparátusa írja le a jelenségeket.

Az iskolai fénytáncoktatásban viszont a felsőbb matematika módszerei integrálok, differenciálegyenletek nem jelennek meg, így homogén optikai közegekre és Gauss-megközelítésben egyszerű matematikai apparátussal számíthatók a képalkotásra jellemző fizikai paraméterek. A geometriai optika területén a vizuális modellek készítésének van kiemelkedő szerepe, amit egyszerű vektorgrafikai alkalmazások is képesek betölteni.

Vektorok

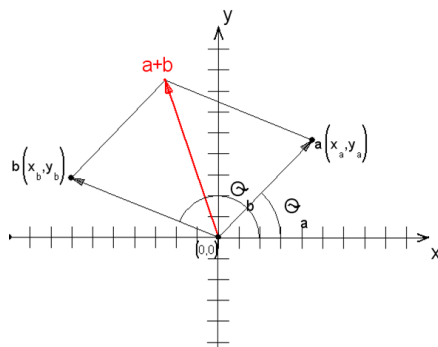
Vektor alatt irányított szakaszt értünk, tehát a vektor egy olyan mennyiség, amelyet

két egymástól független változó határoz meg: *nagyság* és *irányítás*.

xy síkban két \mathbf{a} és \mathbf{b} vektor megadható végpontjaiknak az origótól mért koordinátáik segítségével.

Ha egyik végpontjuk egybeesik az origóval, akkor az (x_a, y_a) és (x_b, y_b) pontpárokkal jellemezhetőek.

\mathbf{a} nagysága (modulusa) $|\mathbf{a}| = (x_a^2 + y_a^2)^{1/2}$, és irányítása a nagyságát jelentő szakasz Ox tengellyel bezárt szögével $\Theta_a = \arctan(y_a/x_a)$ jellemezhető.



29. ábra

Összegüket az $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (x_a + x_b, y_a + y_b)$ csúcs (végpont) koordinátái fejezik ki. Grafikusan két vektor összegzése a paralelogramma-szabály szerint történik. Egyik vektort a másikkal párhuzamosan toljuk, amíg támadópontjuk egybeesik és a két vektor képezi a paralelogramma egymás melletti oldalait és ugyanabból a támadáspontból kiinduló átlója adja az eredő vektort. (29. ábra)

Egy vektort skaláris mennyiséggel szorozni annyit jelent mint koordinátáit a skalárral egyenként beszorozni. Az origóból induló \mathbf{a} vektornak k skalárral való szorzásának eredménye egy új $(k \cdot x_a, k \cdot y_a)$ csúcsú, azonos irányítású, k -szoros nagyságú vektor.

Két \mathbf{a} és \mathbf{b} vektor *skaláris szorzata* skalárt eredményez $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = x_a x_b + y_a y_b$.

Vektorszorzatok eredménye egy olyan vektor, amelynek iránya merőleges a két vektor által meghatározott síkra és irányítását a fűrészsabály adja (az első vektort forgatjuk a második irányába a közrezárt kisebb szög mértékében, ha az óramutató irányába forgatunk az irányítás lefele mutat és fordítva). Ha az \mathbf{xy} síkban voltak a vektorok, akkor a \mathbf{z} tengellyel párhuzamos a vektorszorzatot kifejező vektor. Nagysága $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = |\mathbf{a}'|\mathbf{b}'|\sin(\Theta_b - \Theta_a)$. A vektorok összeadása, skalárral való szorzása, skaláris szorzatok kommutatív, a vektorszorzat viszont antikommutatív ($\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$).

8. VEKTORGRAFIKAI ALKALMAZÁSOK

A vektorgrafikai programok vektoralgebrára támaszkodnak az egyszerű geometriai ábrázolások elkészítésében. Legfontosabb grafikus elemeik a *pont*, *szakasz*, *egyenes*, *kör*, *körív*. Minden grafikai objektum belőlük épül. Külön-külön memóriarészt foglalnak le, ez lehetővé teszi tetszőleges kiválasztásukat a rajzolás későbbi fázisaiban, különböző transzformációk (áthelyezés, átméretezés, elforgatás, színezés, címkézés) alkalmazását rajtuk. Mivel valamennyi objektumot néhány bázispont jellemez, ezeknek módosításai az egész objektumra kihatnak. Két objektum metszeti pontjai vagy transzformációkból származó pontok viszont nem bázispontok.

Vannak olyan vektorgrafikai programok, amelyek lehetővé teszik egy objektumból új leszármaztatott objektum létrehozását bizonyos transzformációk által. Megkülönböztetünk úgynevezett szülő-, illetve leszármazott objektumokat. A leszármazott objektumok a szülőobjektumhoz kapcsolódó transzformációk révén létesültek. A szülőobjektum azon részeinek módosítása, amelyek alapján leszármazottak keletkeztek, maga után vonja a leszármazott módosulását is. Például ha egy négyzet két pontjával értelmezünk egy vektort és ezzel a vektorral eltolunk egy kört, akkor a négyzet átméretezése eltolja a kört a vektorral értelmezett nagyság és irány szerint. Ez az egymásra épülés és kölcsönös összefüggés bonyolult kinematikai modellek elkészítésére alkalmas.

8.1 A KSEG bemutatása

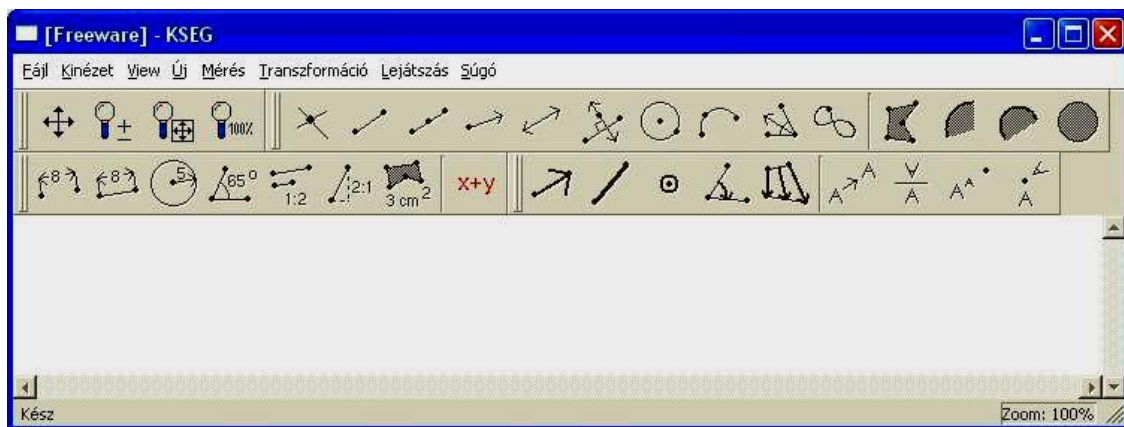
Az iskolában elvégzett szimulációk legtöbb esetben az iskolán kívül nem hozzáférhetőek, ingyen sok esetben csak szerzői jogokat sértő módon lehetne hozzájuk jutni. Ez alól kivételt képez a KSEG vektorgrafikai program.

A KSEG mértani ábrázolásra, szerkesztésekre alkalmas, így kiváló a geometriai fénytán jelenségeinek szemléltetésére. Az euklideszi síkmértan szerkesztéseit teszi lehetővé, ugyanakkor azonnali szög és távolság mérésekre is alkalmas.

A programot Ilya Baran írta 1996-ban saját szórakoztatására, mivelhogy sokallta egy geometriai ábrázolás program 40 dolláros értékét. C++ projektként DOS-ra írta az első verziót, Windows-ra a másodikát és mivel oktató szoftverként is bevált és igény lett rá, Linux-ra is elkészítette.

A vonalzó és körző segítségével készíthető szerkesztéseket helyettesítő program egy új dimenziót adott a mértani ábrázolásnak. A szerkesztések dinamikusak, gyorsan és könnyen elkészíthetők, a változtatásokra azonnali a vizuális visszajelzés.

A program ablakot a 30. ábra mutatja.



30. ábra

8.1.1 Geometriai objektumok

A szerkesztések a következő geometriai objektumokra épülnek:

Pont – jellemzői az (x,y) koordináták. A rajzvászon $(0,0)$ koordinátájú bal felső csúcsától vízszintesen jobbra x és függőlegesen lefele y távolságokkal jellemezhető.

Megkülönböztetünk szabad pontot és kötött pontot. A kötött pont egy vonalhoz (egyenes, görbe) tartozik.

Szakasz – az (x_1, y_1) és (x_2, y_2) végpontokkal értelmezett.

Szakasz felezőpontja – a szakasz végpontjai segítségével értelmezett pont, koordinátái $[(x_1+x_2)/2, (y_1+y_2)/2]$. Szerkesztése a szakasz kiválasztásával válik lehetővé

Félegyenes – kiindulópontja az (x_1, y_1) elsőnek kiválasztott pont, irányítását egy második pont helyzete határozza meg, amelyen keresztül megy és végtelenben végződik.

Egyenes – két pont határozza meg, mindkét vége végtelenben van.

Merőleges egyenes – egy kiválasztott egyenes (félegyenes, szakasz, sugár) egy kiválasztott pontjára állított merőleges.

Kör – az elsőnek kiválasztott pont adja a középpontjának a helyzetét, a másodiknak kiválasztott pont adja a sugarának végpontját.

Körív – három kiválasztott pont határozza meg, az elsőnek és az utolsónak kiválasztott pont jelenti az ív végpontjait.

Szögfelező – három kiválasztott pont alapján szerkesztődik, a másodiknak kiválasztott ponton megy át a szögfelező, az első pont a másodikkal valamint a második a harmadikkal határozza meg a szögcsúcsát.

Mértani hely – egy kiválasztott leszármazott objektum pályáját jelentő vonal, amelyet szülőobjektumának lehetséges mozgása kelt. Feltétele, hogy a szülőobjektum egy kiválasztott pontja egy vonalhoz (egyenes, félegyenes, szakasz, kör) legyen kötve. Megszerkesztéséhez ki kell jelölni a szülőobjektum futópontját és a leszármazottját.

8.1.2 Mérések

A program a következő *mérési lehetőségeket* kínálja:

Távolságmérés:

- két kiválasztott pont egymástól való távolsága,
 - kiválasztott szakasz hossza,
 - kiválasztott kör sugara
 - kiválasztott körív hossza, kör kerülete
- adható meg.

Szögmérés:

Három kiválasztott pont által meghatározott szöget ad meg körüljárásos irány szerint. A második kiválasztott pont a szög csúcsát jelenti. A feltüntetett szög α , amennyi-

ben az első kijelölt ponttól az utoljára kijelöltig a legrövidebb úton az óramutató járásával ellentétes irányban jutunk vagy $360^\circ - \alpha$ ellenkező esetben.

A mérési adatokkal egyszerű matematikai műveletek végezhetők (összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás).

Területmérés

Zárt sokszögek, kör, körcikk, körszelet területét határozhatjuk meg.

8.1.3 Transzformációk

A transzformációk teszik lehetővé a dinamikus együttmozgó, együtt változó mennyiségek megjelenítését. Transzformációkkal az eredeti objektumoknak leszarmazottjai jönnek létre. Ezek azonos alakú és méretű példányok, egyedüli kivételt a nagyítás jelent, amikor a méretek arányosan változnak.

Eltolás

Az eltolást egy vektor segítségével értelmezzük. A vektorunkat két kiválasztott pont definiálja. Nagyságát a pontok távolsága, irányítását a kiválasztás sorrendje határozza meg. Például az A és B pontok segítségével értelmezhetünk két vektort:

$$\overrightarrow{AB} \text{ és } \overrightarrow{BA} = -\overrightarrow{AB} \text{ -t.}$$

Valamennyi kiválasztott objektum egyidejűleg eltolható. A kiválasztott objektummal azonos másolat jön létre és ez tolódik el.

Tükrözés

Tükrözéshez egyszer egy szimmetriatengelyt értelmezzünk. Szimmetriatengelyül választható egyenes, félegyenes vagy szakasz. A tükrözés eredményeként a tengely egyik oldalán levő objektumról, a síktükör képalkotásával azonos módon, a tengely túloldalán, attól ugyanakkora távolságra keletkezik egy leszarmazott másolat.

Forgatás

A forгатáshoz egy szöget és egy forgáspontot kell előre kijelölni. A forгатandó objektumról keletkező leszarmazott példány a forgáspont körül a kiválasztott szögnek megfelelő mértékben és irányban fordul el. Szögharmadolás nem valósítható pontosan

meg körző és vonalzó segítségével. A program erre gyors lehetőséget kínál. A választott szöveget elosztjuk 3-mal majd a kiírt eredményt választjuk ki a szögtranszformációhoz.

Nagyítás

A méretarányos nagyítási tényező két kiválasztott hosszúság hányadosa vagy egy tetszőleges matematikai művelettel kapott eredmény is lehet. Ilyen esetben az eredményt és az átméretezendő objektumot választjuk ki a nagyításhoz. Ha az első kiválasztott szakasz hosszabb, akkor méretarányos kicsinyítést, fordított esetben nagyítást eredményez a transzformációnk. Megjegyzendő, hogy azért nem a szülő objektumon következik ez be, mivel annak méretei bármikor szabadon változtathatók kijelölt részének mozgatásával.

A megjelenítés beállítható különböző nagyításokra. Külön ablakokban figyelhetjük meg más-más kinagyított részek viselkedését, úgy hogy minden változtatás minden ablakban egyidejűleg megjelenik. Ez leginkább akkor hasznosítható, amikor fedésbe kerül több objektum, ilyenkor ugyanis a megfelelő objektum kiválasztása nehézkes.

Az objektumok megkülönböztetését megkönnyíti a színek használata, a különböző címkézési lehetőségek, eltérő vonal vastagságok és stílusok. A segédszerkesztések elrejtethetők, ezáltal biztosított az áttekinthetőség. Az elrejtett szerkesztések szükség esetén felfedhetők. Lehetőség van zárt alakzatokat színnel kitölteni.

A program legnagyobb kiaknázási lehetősége az automatizált szerkesztésekben rejlik. Amennyiben úgy véljük, hogy adott szerkesztéseket később is alkalmazni szeretnénk, elkészítjük új szerkesztésként, elmentjük és a Lejátszás menüpontból bármikor meghívhatjuk őket, rengeteg időt megtakarítva. Ajánlott a program megismerését követően elkészíteni gyakran alkalmazott szerkesztések makróit. Ilyen makrók lehetnek például a vetületek körre vagy egyenesre, érintő, felezőpont, de ennél sokkal bonyolultabb szerkesztések is elmakrózhatók, mint például a fénytörés esetében a Weierstrass-szerkesztés.

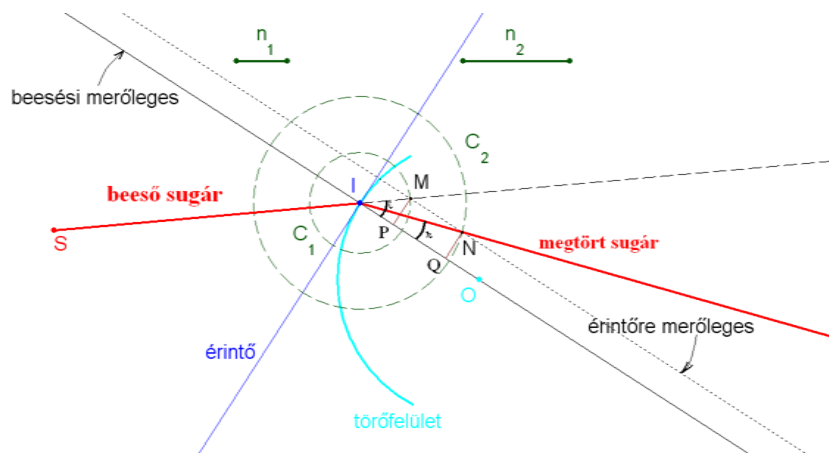
8.1.4 Szerkesztések KSEG-ben

A szerkesztések alapjai a bázispontok. Jobb egérgombos kattintással hozzuk őket létre a munkafelületen. CTRL+DELETE kombinációval törölhető a kijelölt objektum. A program által alapértelmezett szerkesztések a megfelelő kijelölések alapján hozhatók

létre. Például, két kijelölt pontra az eszközsor elvégezhető parancsikonjai aktívvá válnak (szakasz, félegyenes, egyenes, kör, vektor, pontok távolsága). Egy egyenes kijelölése alapján meredekségének kiszámítása aktivizálódik, illetve szimmetriatengelyként választható. Egy pont és egy egyenes együttes kijelöléséből a program lehetőséget ad: a pont egyenestől való távolságának megadására, a pontból az egyenesre merőleges-, vagy a ponton keresztül párhuzamos egyenes szerkesztésére. Két vonal kijelölésére metszeti pontjaiknak feltüntetése válik aktívvá még akkor is, ha nincs közös pontjuk (mozgatásuk során metszhetik egymást).

A Weierstrass-szerkesztés

Az elméleti bevezetőben láttuk, hogy formálisan még a fényvisszaverődés is a fénytörés sajátos eseteként kezelhető. A diszperzió jelensége szintén fénytörésen alapszik. Képkalkotó eszközeink a fénytörés és fényvisszaverődés törvényein alapuló alkalmazások. Egyik legfontosabb szerkesztésünk a képkalkotásban a fénytörésre kidolgozott Weierstrass féle grafikus módszer (31. ábra).



31. ábra

Az n_1 , n_2 törésmutatóknak megfeleltetünk egy-egy szakaszt (tulajdonképpen két pontpárt). Mindkét törésmutató tetszőlegesen változtatható a szakaszok végpontjainak mozgatásával. A határfelületen felvesszük a beesési pontot, e pontban megszerkesztjük az érintőt (görbült felszín) és a beesési merőlegest. A törésmutatók nagyságát sugárként használva (rendre vektorként értelmezzük őket, az I beesési pontot rendre eltoljuk a két vektor által, a beesési ponttal és az eltoló pontokkal rendre köröket szerkesztünk) a be-

esési pont, mint középpont köré két koncentrikus kört C_1 , C_2 rajzolunk. Felveszünk egy S pontszerű fényforrást úgy, hogy ne legyen a határfelületen. Az S fényforráson és az I beesési ponton áthaladó egyenes metszi mindkét koncentrikus kört. Az első törésmutatót jelképező C_1 kört a határfelület mindkét oldalán metszi. A határfelület túlsó oldali M metszéspontjából merőlegest húzunk a beesési pont érintőjére. A merőleges és a második közeget jellemző C_2 kör határfelületen túli N metszéspontján fog a megtört sugár áthaladni.

A szerkesztés helyességének igazolására vetítsük a beesési merőlegesre az M és N pontokat. A vetítés eredménye a P és Q pont. $MP = NQ$ mivel két párhuzamos egyenes közötti távolságot jelölnék. IMP derékszögű háromszögben $\sin i = MP/n_1$, míg INQ derékszögű háromszögben $\sin r = NQ/n_2$. Tehát $MP = n_1 \sin i$ és $NQ = n_2 \sin r$, tehát

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r.$$

A Weierstrass-szerkesztést a gömb törőfelületre szokták megadni. Ahhoz, hogy tetszőleges felület bármely pontjára alkalmazni lehessen célszerűbbnek láttam a beesési pont érintőjét tekinteni lokálisan törőfelületnek.

Ahhoz hogy ezt a továbbiakban alkalmazhassuk, szerkesztésként is elmentjük. A szerkesztésben adottá kell tenni a törésmutatókra jellemző pontpárokat a fényforrást jelölő pontot, a beesési pontot valamint az érintőt. A gyakorlatban tehát úgy alkalmazzuk ezt a szerkesztést, hogy a szerkesztésben adottá tevési sorrendet betartjuk. Ha elsőként az első törésmutatóra jellemző pontpárt tettük adottá, akkor a gyors lejátszásban is elsőként őket válasszuk ki. Mivel hat adott pontunk van (4 a törésmutatókra, 1 a pontszerű fényforrásra, 1 a beesési pontra) ezért a kijelölés sorrendjét szigorúan be kell tartani.

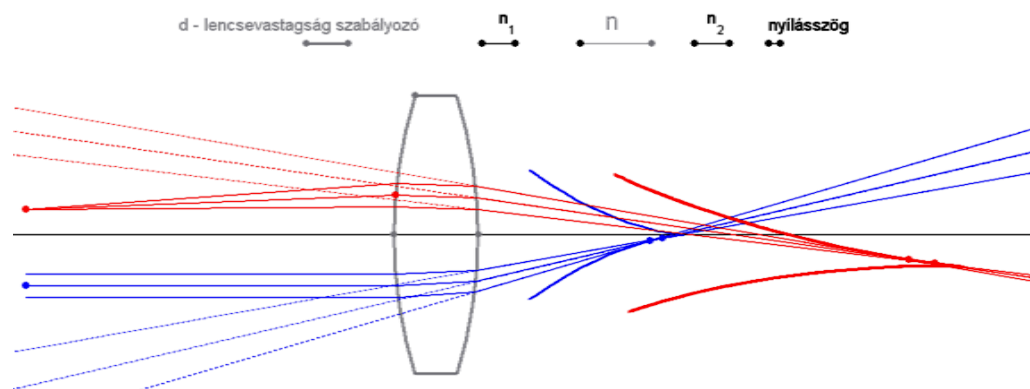
E szerkesztést alapul véve tekintsük meg a vastaglencse képalkotási szimulációjának létrehozási módozatát.

Vastaglencsék képalkotásának szerkesztése

Felveszünk két pontot és az őket összekötő egyenes lesz az optikai tengely. Beállítjuk vízszintesre és elrejtjük a két pontot, ezáltal biztosíthatjuk, hogy az optikai tengely mindvégig vízszintes helyzetű marad.

A lencse baloldali törőfelületét egy körív képezi (32. ábra). A körív szimmetrikusan kell elhelyezkedjen az optikai tengelyhez képest. A körív szerkesztéséhez három pont kell. Ennek elkészítéséhez felveszünk egy pontot a tengely felett, ez lesz a körív (len-

cse) egyik csúcsa (vége). Az optikai tengelyt jelentő egyenest szimmetriatengellyé választjuk. A választás után tükrözzük a tengelyen kívüli pontot, ezzel létrehozuk a körív másik végét (átellenes csúcs). A körív középpontja képezi a lencse V tetőpontját. A tetőpontot azonban nem vehetjük fel tetszőlegesen a tengelyen, mert megtörténhet, hogy a csúcs visszahajlik és nem lesz a törőfelület tengelytől legtávolabbi pontja. Ennek elkerülésére a tetőpontot egy szakaszhoz kötjük. A szakasz megszerkesztésének menete: A két csúcspontot egy egyenessel összekötjük. Az egyenes és az optikai tengely metszéspontját feltüntetjük. Kört rajzolunk, a metszéspont lesz a kör középpontja és az egyik csúcs a sugarát adja. A körnek a tengellyel való metszéspontjai és a kör középpontja két kényszerítő feltételt jelentő szakaszt határoz meg. Elrejtjük az optikai tengelyt, ezáltal biztosak lehetünk, hogy a tetőpontokat a megfelelő szakaszokon veszszük fel. A két tetőpont felvétele után a szakaszokat elrejtjük, majd az optikai tengelyt felfedjük. Immár adott mindkét törőfelület megszerkesztésének lehetősége. A szerkesztésünk alkalmas bármilyen görbületi sugár beállítására. Bármilyen típusú lencsét képezhetünk.



32. ábra

A képszerkesztésünk alapja a Weierstrass-szerkesztés. Ennek érdekében felvesszük a törésmutatókat jelentő három szakaszt. Azért hármat, mert a legáltalánosabb esetben a lencse törőfelületeit különböző közegpárok határozzák meg. Felvesszünk továbbá egy tárgyponzt és egy beesési pontot a tárgyoldali törőfelületen. A beesési pontban érintőt szerkesztünk az *érintő*-makrót meghívva. Kiválasztjuk a közegpárra vonatkozó törésmutatók pontpárait, a fényforrást jelentő pontot, a beesési pontot és a hozzá tartozó érintőt majd meghívjuk a lejátszás menüből az elmentett Weierstrass-szerkesztést. A megtört sugár metszi a második törőfelületet, ez a pont lesz a következő beesési pont.

Meghúzzuk a hozzá tartozó érintőt és újból alkalmazzuk most már a következő közeg-párra a Weierstrass-szerkesztést.

Ahhoz, hogy szabályozható nyílásszögű nyaláb essen a törőfelületre, értelmezünk egy rövid vektort. E vektor segítségével eltoljuk az első beesési pontot. A beesési pont és az eltolással létrehozott pont segítségével egy kört szerkesztünk. A kör és a törőfelület két metszéspontja jelenti a szomszédos sugarak beesési pontjait. Ezekre is hasonlóan járunk el a fénymenet megszerkesztésében. A baloldali piros pontszerű fényforrásból kiinduló három sugármenetet figyelhetünk meg. A lencsét elhagyó, egymás melletti fénysugarak metszéspontjaiban keletkeznek a képek (asztigmatikus leképezés). A tárgyoldali törőfelületen végig futó beesési pontot (szülő-objektum) és egy létrejött képpontot (leszármazott) együtt kijelölünk és az *Új* menüpontból kiválasztva az *új mértani hely* parancsot, megkapjuk a fényforrás tangenciális képét. Ezt a képtérben tölcserű piros görbe szemlélteti.

Amennyiben a fókuszsíkok helyzetét szeretnénk megvizsgálni, akkor az optikai tengellyel párhuzamos fénynyalábot bocsájtok a lencsére. A párhuzamos nyaláb fénymenetét kék vonal szemlélteti az ábrán. A fókuszsíkok mértani helyét a tangenciális kép szerkesztésével analóg módon kapjuk. A fókuszsíkok mértani helyét a kék tölcser mutatja. A tetőpontba érkező nyaláb fókusztávolsága lesz abszolút értékben a legnagyobb. Minél távolabb van az optikai tengelytől a nyaláb, annál közelebbi fókuszsík felel meg neki.

A szimuláció sok érdekes dolgot tár fel miközben a paramétereit változtatjuk. Megfigyelhető, hogyan változik a fókuszsíkok helyzete a görbületi sugarak változásakor, ezt a tetőpontok mozgatásával érzük el. Észrevesszük, hogyan válik gyűjtőlencséből szóró lencsévé, amint a lencse közepén vékonyabb lesz mint a szélein.

A lencse törésmutatóját a közegek törésmutatójánál kisebbnek véve a lencsénk típust vált, gyűjtőből szóróvá vagy szóróból gyűjtővé alakul.

Szemléletesen derül ki továbbá az, hogy ugyanakkora nagyságú és előjelű görbületi sugarakra is véges távolságra vannak a fókuszsíkok, tehát nem végtelenben mint a vékonylencsék paraxiális közelítésében.

Még az optikai tengelyen levő pontok képei is csak a tetőpontba eső, szűk nyílásszögű nyaláb esetében lesznek a tengelyen.

8.2 A program értékelése

Tartalmi kritériumok

A fénytani jelenségek matematikai modellezésében elsősorban a dinamikus képi megjelenítésre alkalmas.

A KSEG-gel készült alkalmazások dinamikus szemléltetők szerepét tölthetik be. Az approximációk nélkül megjelenített modellek, a geometriai optikának teljesebb, mélyebb szintű megismerését teszik lehetővé. Az elmélet gyakorlatba ültetésének kihívásai, nehézségei szembeötlő módon jelennek meg bennük. Számos, csak elméletben megismert jelenségre, az elkészített modellek révén feltárul a lehetséges alkalmazás, ami az ismeret leghatékonyabb rögzülésére ad módot.

A programmal olyan szerkesztések is készültek, amelyek gyakorlati alkalmazásokat mutatnak be, mint például a Pulfrich-refraktométer, a változtatható törőszögű optikai ék, látáshibák korrekciója lencsékkel.

A dolgozatnak a geometriai optika elméleti háttérét tárgyaló fejezetébe beágyazott ábrák túlnyomó többsége KSEG-ben elkészített dinamikus szerkesztés.

Az elkészült alkalmazások többsége nem került a dolgozatba, a cél minden elkészített szerkesztésnek összefoglalása és egy honlapon letölthető formában való közzétételé.

Formai kritériumok

A grafikai objektumok tetszőleges színben megjeleníthetők.

A pontok megjelenítésére három stílus kínálkozik. A vonalak formázásához három méret és három stílus (folytonos, pontozott, szaggatott) adott.

A címkék betűtípusa, mérete beállítható, színe az objektum színével megegyező. A címkék együtt mozognak az objektummal, mozgathatóak az objektum körül, lehetőséget adva a megfelelő elhelyezésre, fedések elkerülésére.

Az áttekinthetőség érdekében elrejtethetjük a segédszerkesztéseket, illetve felfedhetjük őket.

Előnyök

Programozási ismereteket nem feltételez.

A szerkesztések menete könnyen elsajátítható, a transzformációkkal leszármaztatott objektumaink dinamikusan, reálidőben követik a szülő objektum változásait.

Kellően átgondolt szerkesztések makrózásával gyorsan és hatékonyan végezhetünk nagyon bonyolult szerkesztéseket. Példa erre a Weierstrass-szerkesztés.

A mértani szerkesztéseket kiválóan, gyorsan lehet megejteni.

Az elkészített szerkesztés több formátumban is elmenthető, lehetőséget ad különböző képi formátumokban való exportálásra más alkalmazások számára.

Egyszerűbb mennyiségi összefüggések feltárására alkalmas. A mennyiségi összefüggések pontosak, Mathcadban számított értékeknek megfelelők.

A program használata dokumentálódásra kész, például, ahhoz hogy egy kúpszelet egy pontjához érintőt húzzunk, ismernünk kell a kúpszeletet generáló eljárást.

A kreativitást, képi gondolkodást erősen fejleszti. Tanár, diák egyaránt felfedezőnek érezheti magát használata közben.

A geometriai optikában levő jelenségek, képalkotások modelljei pontosan elkészíthetők. Fény derül a megközelítések mértékére a kapott képhibák alapján.

Elméleti ismereteket dinamikus képekhez köthetünk. Megérthetjük például a szem akkomodációját, fényerő szabályozó mechanizmusát, látáshibák korrekcióját, stb.

Hátrányok

Nincs lehetőség megjeleníthető – elrejthető rétegeken dolgozni így megnehezedik, vagy szinte lehetetlenné válik visszanyomozni a szerkesztés menetét. Egy mentést követően nem térhetünk vissza a szerkesztésünk kezdeti fázisaihoz.

Animáció készítésre nincs lehetőség.

Egy objektum helyzetének, méreteinek külső megadása nem engedélyezett. Csak egerrel mozgathatók az objektumok.

A pontok címkézésében alsó- és felső indexek használata nem lehetséges. Ez utóbbi oly módon kerülhető meg, hogy helyette címkézzük az őt tartalmazó görbét és a megfelelő helyre visszük.

Szövegdoboz nincs, a szöveg csak címke formájában jeleníthető meg.

Minden mérési adat képernyő pixelben adott. Emiatt célszerű egy elemi szakasz hosszát mértékegységül venni, így ha vele végig osztjuk mérési eredményeinket hozzá fogható relatív mennyiségeket kapunk.

Egérrel való mozgatással tetszőleges pontosságú mérési eredmény nem állítható be, csak megközelíthető. A pontosság növekszik, ha kinagyítjuk a munkafelület azon részét, ahol a változtatásunk a kívánt eredményhez vezethet.

IV. SZOFTVEREK A FIZIKAOKTATÁSBAN

A fizikaoktatásban a számítógép főbb feladatkörei a *tényanyaggyűjtés* (dokumentálódás), illetve az *adatfeldolgozás*. A digitálisan elérhető tartalmak a tényanyaggyűjtés, adatfeldolgozás idejét lényegesen lerövidítik.

Az oktatószoftverek dokumentálódást, adatfeldolgozást és tudásszint felmérést is biztosíthatnak. Számítógépes tényanyaggyűjtésre az internetes keresőmotorok (Google, Yahoo, AltaVista) a legalkalmasabbak. Az elektronikus formában megjelenő publikációk gyakran megelőzik a nyomtatásban megjelenő tartalmakat. Az elektronikus könyvtárakból szabadon letölthető elektronikus könyvek (e-book), a file-megosztással hozzáférhetővé tett források kimeríthetetlen mennyiségű könyvészetet kínálnak. Az internet keresőmotorjai ezrével hozzák le a keresőkérdéseknek megfelelő találatokat. Az angol nyelvű fizika könyvészet, messzemenően meghaladja az egyéb nyelveken publikáltakat, így az angolt kellő képen nem ismerők, lépéshátrányba kerülhetnek.

Az előző fejezetben bemutatott szimulációs szoftver a KSEG, mellett sok más program is felhasználható. A KSEG hiányosságai ezekkel a programokkal való összehasonlításból adódtak. Igényesebb, de fizetős vektorgrafikai alkalmazások a Geometer's Sketchpad, valamint a magyar fejlesztésű EUKLIDES. Utóbbinak van szabadon felhasználható régi verziója, újabb verziói viszont fizetések.

9. EUKLIDES

Az Euklides program *előnyei* a KSEG-hez képest az alábbiak:

- négyzethálós munkafelület vonalzókkal, a rácsállandónak három lehetséges értékét lehet cm-ben beállítani.
- több réteges munkalehetőség, ki-be kapcsolható láthatósággal
- helyzetek és méretek kiírása a rácsállandó beállításnak megfelelő,
- a bázispont ugorhat objektumhoz, rácsponthoz,
- több beépített szerkesztés: nyilak, érintők, kúpszeletek, transzformációk,
- animálási lehetőség,
- animáció kétirányú lejátszása automatikusan vagy lépésekben,

Hátrányai a KSEG-hez képest:

- a bázispontok lebegnek, nem köthetők csak ideiglenesen adott objektumhoz
- a bázispont mozgásával a kényszerfeltételek, görbéhez kötöttség megszűnik és értelmezhetetlenné teszi a szerkesztést
- animációra orientáltsága nem jelenti a legszemléletesebb lényeg megragadását.

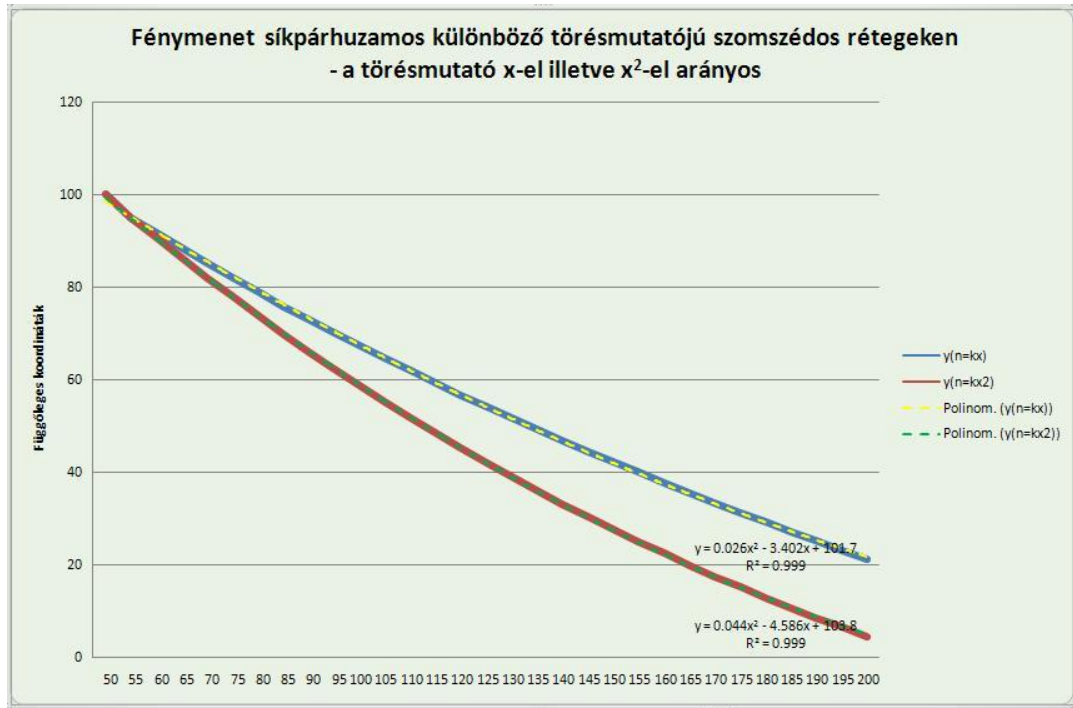
Sok előnye és kevés hátránya mellett nem rá esett a választásom, mert az animáció helyettesíthető a bázispontok tetszés szerinti mozgásával a kényszerítő feltételek megmaradása mellett.

A vektorgrafikai programokat nem számítási feladatok szimulációjára dolgozták ki. Amennyiben sok adat feldolgozását, függvénykapcsolatainak elemzését szeretnénk elvégezni, erre megfelelő lehet a Microsoft Office termékcsalád Excel programja.

10. EXCEL

Számítógépes adatfeldolgozásra is sok szoftver íródott. A Microsoft Office alkalmazásai közül az **Excel** hatalmas adatmennyiség kezelésére, feldolgozására alkalmas. Beépített függvényei számos adatfeldolgozási stratégiát tesznek lehetővé. Az adatok különböző táblázatokba szervezhetők, adatokra épülő kimutatás-diagramokat készíthetünk, függvényeket ábrázolhatunk. Tehetjük mindezt programozási ismeretek hiányában is.

Az alábbi diagram (33. ábra) szemlélteti a programban rejlő matematikai képességeket. A diagram fénymenetet ábrázol, amint egy optikai közeg N darab szomszédos függőleges állású síkpárhuzamos lemezén halad. Változtatható paraméterekként a beesési szöveget és a lemezvastagságot adtam meg. A síkpárhuzamos lemezek törésmutatója az x koordinátával egyenesen arányos a kék vonal esetében és x^2 -tel a piros vonal esetében. A grafikonon egy-egy másodrendű polinomiális közelítésű trendvonal is fel lett véve, a megfelelő grafikonokon fel lettek tüntetve a közelítő függvények polinomiális együttműködésükkel. A grafikonok a kezdeti feltételek módosításával együtt változnak. Minél több pontpárt tüntetünk fel, annál magasabb fokú polinomiális megközelítésű trendvonal illeszkedik hozzá. Az Excel legpontosabb trendvonalát hatodfokú polinom adja. R^2 –a legkisebb négyzetes eltérést jellemzi, minél jobban közelít egyhez, annál pontosabb az illeszkedés. Amennyiben a szomszédos síkpárhuzamos lemezek közötti törésmutató-eltérés kicsi és a fény egyre nagyobb törésmutatójú lemezek fele halad aszimptotikusan közeledik az utolsó lemez beesési merőlegeséhez.



11. CROCODILE PHYSICS

A **Crocodile Physics** fizikára írt, fizetés, szimulációs szoftver. A Crocodile Physics egy nagyobb csomag része, a fejlesztői csoport kidolgozott matematika, technológia, kémia és informatika szoftvert is. A fizika rész az alábbi fejezetekre van osztva:

- mozgás
- erő és gyorsulás
- mozgás és energia
- áramkörök
- elektromos energia
- hullámok
- optika

Az optika rész felépítése a következő:

- A. Előre elkészített funkcionális modellek
- B. Részmodellek

Az előre elkészített szimulációk között megtalálhatók a fényvisszaverődés, fénytörés, sík- és gömbtükrök, lencsék, nagyítás, nagyítók (lupék), fényképezőgép, periszkóp, teleszkóp és ezenkívül több mint 35 alkalmazás.

A részmodelleknél az alábbiakat találjuk: optikai tér, sugárdiagramok (közeli tárgy, távoli tárgy, szem, ernyő), fényforrások (széttartó nyaláb, párhuzamos nyaláb, lézerdoboz), lencsék (konvex, konkáv), tükrök (sík, gömb (konvex, konkáv), parabolikus), átlátszó tárgy (prizma főmetszete, téglalap, félkör), átlátszatlan tárgy (állítható rés, téglalap, körlap, háromszög), mérőeszközök (távolság jelölő, vonalzó, szögmérő).

A program lehetőséget nyújt a részmodellek funkcionális modellé szervezésére. A részmodellek igény szerinti összeillesztésével készíthetők az új modellek, szimulációk. A modellalkotás a lego-játékhoz hasonló. A részekhez paraméterlisták tartóznak, amelyekben keresztül a rész minden lényeges tulajdonsága beállítható, numerikusan megadott értékek vagy begördülő választó listákból való kijelölés alapján. A különböző tulajdonságok változtatását megengedhetjük vagy tilthatjuk. Zárolhatunk helyzetet, méretet, irányítást, tulajdonság szerkesztést. A paraméterek közül a numerikusan beállíthatókat és a választó listásokat a munkafelületre elhelyezhető vezérlőkkel is állíthatjuk a tulajdonság-panel nyújtotta lehetőség mellett.

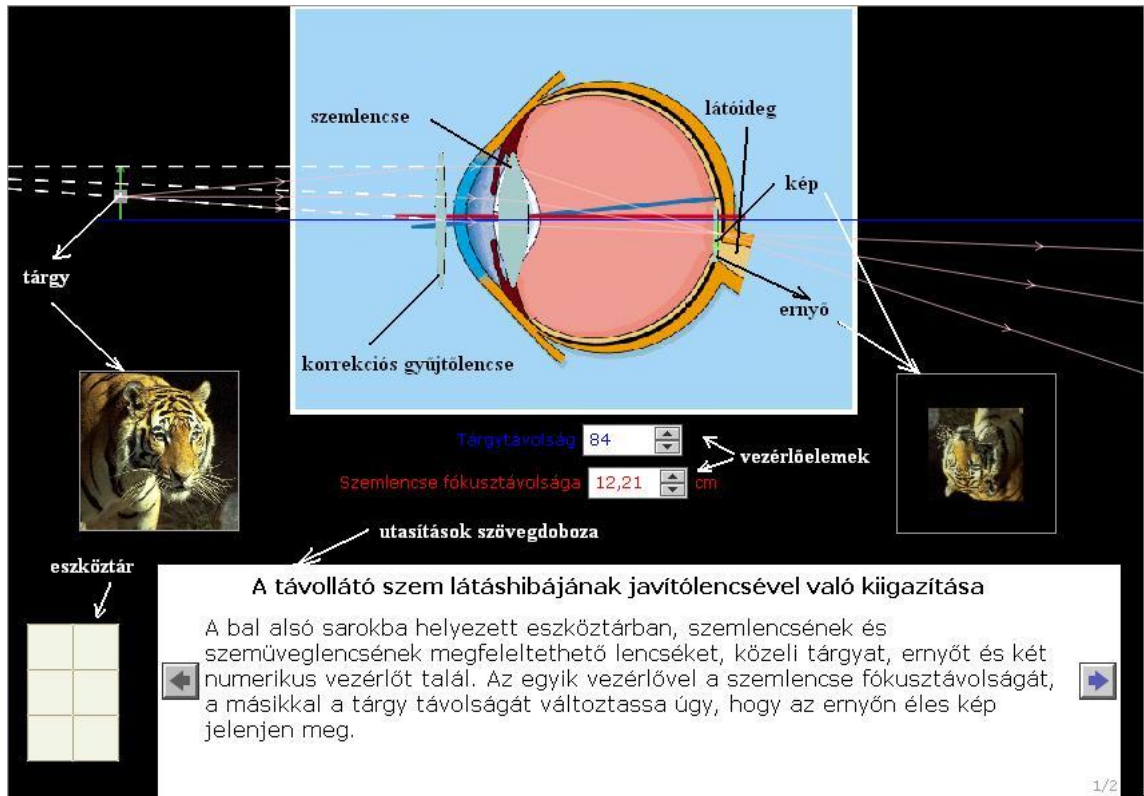
Az új modell létrehozásának a menetének ismertetéséhez létrehozuk a rövidlátás javító lencséjével való korrekcióját bemutató szimulációt (34. ábra).

A modell az alábbi részekből épült fel:

- optikai tér
- szemet ábrázoló kép
- két darab konvex lencse
- közeli tárgy
- ernyő
- két numerikus vezérlőelem
- utasításokat tartalmazó szövegdoboz
- eszköztár: részmodelleket ideiglenesen raktározó (2x3-as) mező.

A modell egy részét előre elkészítjük, a többit a felhasználónak kell összerakni az utasításaink alapján. Először a munkafelületre egerrel behúzzuk az optikai teret jelentő keretet. Elhelyezzük benne a szem illusztrációját, ez egy korábban elmentett kép-file, majd letiltjuk a tulajdonságainak szerkesztési lehetőségét. Elhelyezzük az optikai térben az utasításokat tartalmazó szövegdobozt és az üres eszköztárat, utóbbit feltöltjük a többi

részmodellel. Ezzel lehetőséget kínálunk a felhasználónak a modell sajátkezü összerakására. A modellalkotás első fejezete elkészült.



34. ábra

A második részben utasításainknak megfelelően építi tovább a modellt a felhasználó. Az eszköztárból az optikai térbe a megfelelő helyekre kerülnek a részek. A két numerikus vezérlőelemmel változtatható a közeli tárgy helyzete, illetve a szemlencsét jelképező lencse fókusztávolsága. A retina-látóideg csatlakozási helyére elhelyezett ernyőn megjelenik a tárgy valódi képe. A tárgytávolság és a szemlencse fókusztávolságának változtatásával nem sikerül éles képet létrehozni mindaddig, amíg korrekciós gyűjtőlencsénket nem tesszük közvetlen a szem elé. Ezt követően sikerül az éleslátást beállítani, ami az ernyőhöz csatolt kép minősége alapján szembetűnő.

A közeli tárgynál beállítható, hogy melyik pontjából, hány fénysugár induljon ki. Választhatunk mozgópont, talppont és csúcspont közül (akár az összes pontot egyidejűleg kiválaszthatjuk). A tárgyat jelentő képek egy begördülő listából választhatók (itt tigris lett kiválasztva). A tárgynál bejelölhető az optikai eszközök közbenső képének

megfelelő sugármenet (szaggatott fehér vonalak utalnak a javító lencse által létrehozott képre, itt nem látszik a közbenső kép, mert az ábrán kívülre esik).

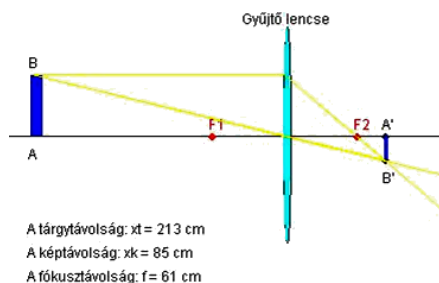
A szimuláció alapján az alábbi következtetések vonhatók le:

- a tárgy közeledésekor a szemlencse törőképségének növekedni kell az éleslátáshoz, ez a szemlencse görbületi sugarának csökkentésével jár,
- a rövidlátó szem látáshibáját úgy javítja a korrekciós lencse, hogy a közeli tárgyról virtuális, egyenes állású, nagyított és távolba vitt közbenső képet alkot, a szem tehát végül ezt a közbenső képet képezi le.

A program nyújtotta lehetőségek bőségesen megfelelnek a geometriai fénytán jelenségeinek modellezésére, mindazonáltal aki magasabb szintű, átfogóbb modelleket szeretne és a programozás nem idegen számára az java programozási nyelvben megírhatja a modelleket. A java objektum orientált lényege, lehetővé teszi a már elkészült (mások által elkészített) objektumok beépítését, felgyorsítva ezáltal a modell megalkotását. A NETBEANS program nagy segítségére lehet a java programozónak. Kidolgozója a Sun Microsystems és teljesen ingyenesen letölthető és korlátozás nélkül használható. A java nyelvet jól ismerőknek a honlapokba ágyazható *applet*-ek a legalkalmasabbak a szimulációk készítésére.

12. APPLLET

Az applet HTML dokumentumokba beágyazható, Java programnyelven megírt alkalmazás. Segítségükkel az internet honlapjai biztosítani tudják a felhasználó számára az interaktivitást. Az interneten rengeteg fizika oktatást-népszerűsítést tartalmazó applet található. Előnyük abból származik, hogy nincs szükség külön szoftverre a lejátszásuk-



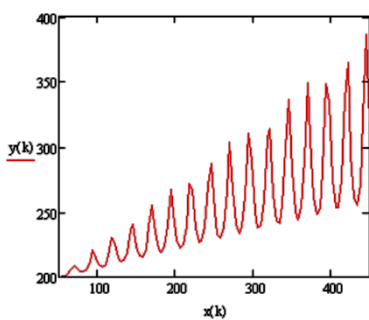
35. ábra

hoz. A böngészők túlnyomó többségébe be lett ágyazva a Java kódok fordítója, a Java Virtual Machine. A hátrányhoz sorolható, hogy a forráskód közzététele hiányában még a programozó sem tudja a modellt módosítani, nem beszélve arról, hogy az átlagos felhasználónak nincsenek programozási ismeretei.

Megfelelő programozási- és fizika ismeretek birtokában a java programozó bármilyen szimulációs feladatot képes kidolgozni.

A 35. ábra egy vékony gyűjtőlencse képalkotását bemutató applet segítségével készült. A szimulációban változtathatjuk a lencse fókusztávolságát valamint a tárgy vonalas méretét és helyzetét. Az applet kiírja az aktuális fókuszs-, tárgy- és képtávolságokat. A képalkotás torzításmentes megközelítésében a mélységbeli nagyítás a vonalas nagyítással egyenlő. Az applet forráskódja a függelékben található.

13. MATHCAD



36. ábra

A Mathcad egy matematikai szoftver. A program képességei nagyon széleskörűek, alapszintű felhasználása nem igényel programozási ismereteket. Vektoralgebrától matematikai analízisig mindent felölel. Egy tetszőleges függvény esetében, pillanatok alatt kiszámítja a gyökeket, deriváltjait, integráljait, határértékeit, faktorizál, Taylor-sorba fejt. A függvényábrázoláshoz csak az értelmezési tartományt kell megadni.

A dolgozatban, a KSEG-ben adódó bonyolultabb matematikai összefüggések helyességét segítségével ellenőriztem, például a prizma eltérítési szögére KSEG-ben és Mathcadban is ugyanaz a megoldás adódott. Animációkat is készíthetünk Mathcadban. Ehhez az szükséges, hogy egy értelmezési tartományban egy úgynevezett FRAME változót iktassunk. A FRAME változón keresztül egy függvény paraméterezhető és ennek a paraméternek megfelelően változik a grafikus képe.

Az alábbi Mathcadban készült animáció (36. ábra) egy szinuszosan változó törésmutatójú szomszédos síkpárhuzamos lemezeken áthaladó fényutat szemléltet. A tömböt N darab síkpárhuzamos lemezre bontottam, a törésmutató lemezenként állandó, két szomszédos lemezé különböző. A törésmutató $2 + \sin(x)$ függvényként értelmezett a példában. A szimulációról avi klipp készült.

V. KÖVETKEZTETÉSEK

Az utóbbi években, hazánkban a természettudományok oktatása háttérbe szorult, afféle mostohagyermekké vált. A rendszerváltást követően, az ipar hanyatlása következtében egyre kevesebb mérnökre lett szükség. A határok megnyitása, az Európai Unióba

való csatlakozás, felértékelte az idegennyelv-ismeretet, talán kissé a természettudományok rovására. A piaci követelmények nem igényeltek sok természettudományos végzettségű munkaerőt.

Azok, akik tudásukkal, tanulmányaikkal, ezekből származó találmányaikkal lényegében mindenkinek az életminőségét javították, a törvényhozásban alul képviseltek, véleményformáló szavaik csak ritkán kerülnek a köztudatba.

Mindemellett mára ez a tendencia megfordulni látszik. A multinacionális cégek letelepedésével, az építőipar, személygépkocsi gyártás dinamikus fejlődésével egyre kevesetebbé válnak a mérnökök. Az oktatási rendszerre hárul a felelősség, hogy jól képzett szakembereket adjon a társadalomnak. Azon megfontolás alapján, hogy egy termék ára leginkább a legyártásához szükséges tudásbázis függvénye, jogosnak tűnik több figyelmet fordítani a természettudományoknak, illetve a természettudományos tartalmak hatékonyabb feldolgozásának.

Dolgozatom a fizika aktív módszereinek a skáláját szeretné népszerűsíteni és kissé kibővíteni. A nagy számok törvénye alapján, minél többen tapasztalják meg a természeti törvények egyszerűségét, szépségét, annál többen fogják alkotó erejüket, kreativitásukat e téren kamatoztatni, illetve szavukat hallatni fizikai környezetünk globális problémáinak megoldásában. A számítógépes szimulációk segítenek felfedni a nehezebben hozzáférhető, észlelhető tartalmakat és a felhasználó számára aktív beavatkozási lehetőséget kínálnak.

A vektorgrafikus megoldású szimulációk legfőbb hozadéka, hogy segítségével tanár, diák egyaránt, programozási ismeretek hiányában is, feldolgozhatja a geometriai fénytant liceumi szintig. Teheti mindezt úgy, hogy letölti a meglévő modelleket vagy maga készíti el őket, otthon, laboratóriumban vagy akár szünetben egy iskolai számítógépen. A modellezés folyamatában ráébredhetünk, mennyire alaposak ismereteink a geometriai fénytant területén, mennyire jók azok a modellek, amelyek immár az agyunkba, gondolkodásunkba beépültek. Az adódó problémák megoldásával az alaposabb tudás ágyát vethetjük meg, így aztán az ily módon rögzült információk sokkal érdekesebb alkalmazásokban fejezhetők ki. Az érdekessé tett tartalmak pedig a fizika népszerűségét növelik.

Könyvészet

1. Angster, E. 2002. *Objektumorientált tervezés és programozás*. Martonvásár. Akadémiai Nyomda.
2. Barter, J. 2005. *Telescopes. The Lucent Library of Science and Technology*. Farmington Hills. Thomson Gale.
3. Born, Max. 1986. *Principles of Optics*. Exeter. Wheaton & Co. Ltd.
4. Cutnell, J.D., Johnson, W. J. 2007. *Physics, 7th Edition*. Wiley, John & Sons, Incorporated.
5. Fhisbane, P., Gasiorowtz, S., Thornton, S. 2005. *Physics for scientists and engineers with modern physics*. New Jersey. Pearson Educational International. Pearson Prentice Hall.
6. Greene, D. 2003. *Light and Dark*. Bristol. IOP Publishing Ltd.
7. Halliday. Resnick. Walker.2007. *Fundamentals of Physics*. Wiley, John & Sons, Incorporated.
8. Johnson, B. K. 1960. *Optics and Optical Instruments*. New York. Dover Publications, Inc.
9. Kovács Kálmán. 1985 . *A fény elméletben és gyakorlatban*. Kolozsvár. Dacia Könyvkiadó.
10. Kovács Zoltán. 1994. *A fizikatanítás módszertana*. Kolozsvár. UBB Cluj.
11. Simonyi Károly. 1998. *A fizika kultúrtörténete*. Budapest, , Akadémiai Kiadó
12. Şteţiu, P. 1979. *Fizică (capitolul Optică)*. Cluj-Napoca. UBB Cluj. (egyetemi jegyzet).

Függelék

Vékony gyűjtőlencse képalkotásának java nyelvű forráskódja

```
import java.awt.*;
import java.awt.event.*;
import javax.swing.*;

public class Gyujtolencse extends JApplet
    implements MouseListener, MouseMotionListener {

    int xF1, yF; // tárgyteri fókusz koordinátái
    int xF2; // képtéri fókusz helyzete
    int xT, yT; // tárgycsúcs helyzete.
    int xL, yL; //lencse középpontja

    /* egerrel való mozgás paraméterei */
    boolean dragging; // igaz, ha folyamatban van a vontatás.
    boolean dragRedSquare;
    int offsetX, offsetY; // egérmutató koordinátái
    // tárgycsúcsra kattintás esetén
    JPanel drawSurface; // a tényleges rajzvászon
    // az applet tartalom panellje
    public void init() {
        // inicializálja az appletet a mozgatható kezdeti értékek
        // beállításával és létrehozza a rajzolási felületet,
        // majd telepíti az applet gyűjtőpaneljeként

        xF1 = 60; // fókuszpont helyzete
        yF = 80;
        xT = 50; //tárgy-csúcs koord
        yT = 75;

        drawSurface = new JPanel() {
            // rajzolási munkaterület létrehozása az applet számára

            public void paintComponent(Graphics g) {

                super.paintComponent(g); // Háttérszínnel kitölt.
                xL=getWidth()/2; //a lencse x,y-helyzete
                yL=getHeight()/4;
                xF2=xL+xL-xF1;
                yF=getHeight()/2;
                if (xT==xF1){xT=xT+1;}
                int xK = xL+(xL-xT)*(xL-xF1)/(xF1-xT); //kep x-koordinata
                int yK = yF+(yF-yT)*(xK-xL)/(xL-xT); //kep y-koordinata
                g.drawOval(xL,yL,6, 2*yL);
                g.drawString("Gyűjtő lencse",xL-35,yL-2);
                g.drawString("A tárgy távolság: xt = "+(xL-xT)+" cm",30,2*yF-100);
                g.drawString("A fókusz távolság: f = "+(xF2-xL)+" cm",30,2*yF-60);
                if(Math.abs(xT-xF1)<5){
                    g.setColor(Color.RED);
                    g.drawString("A kép a végtelenben keletkezik, ha xt=f!",30,yF+40);
                    g.setColor(Color.BLACK);
                }
                if(xT<xF1){
```

```

g.drawString("A képtávolság: xk = "+(-1)*(xL-xK)+" cm",30,2*yF-80);
}
else {
g.drawString("A képtávolság: xk = +(xK-xL)+" cm",30,2*yF-80);
}
g.drawString("A",xT-2,yF+20);
g.drawString("B",xT-2,yT-5);

g.fillOval(xK-2, yF-2, 6, 6); //kép talpa
if (xK<=xL){
g.drawString("A",xK-2,yF+20);
g.drawString("B",xK-2,yK-5);}
else{
g.drawString("A",xK-2,yF-5);
g.drawString("B",xK-2,yK+20);
}
g.fillOval(xK-2, yK-2, 6, 6); //kép csúcsa
// y2=getHeight()/2-30;
g.drawLine(0,getHeight()/2,getWidth(),getHeight()/2);
g.setColor(Color.red);
g.fillOval(xF1-2, yF-2, 6, 6); //tárgytéri fókuszpont
g.drawString("F1",xF1-2,yF-5);
g.fillOval(xF2-2, yF-2, 6, 6); //képtéri fókuszpont
g.drawString("F2",xF2-2,yF-5);
g.setColor(Color.cyan);
g.fillOval(xL,yL,6, 2*yL); //lencse
g.setColor(Color.blue);
g.fillRect(xT, yT, 10, getHeight()/2-yT); //tárgy
if(xK>=xL)
g.fillRect(xK, yF, 10*(xK-xL)/(xL-xT), yK-yF);
if(xK<=xL)//kep
g.fillRect(xK, yK, -10*(xK-xL)/(xL-xT), -(yK-yF));
g.drawLine(xK,yK,xK,yF); //kép vonala
g.setColor(Color.yellow);
g.drawLine(xT,yT,xL,yT);//opt.tg.-el párhuzamos
//g.fillRect(xT, getHeight()/2, 10, yT-getHeight()/2);//

g.drawRect(0,0,getSize().width-1,getSize().height-1);//belső szegély
g.drawLine(xL,yT,xF2,yF); //képtéri fókuszig tartó szakasz
g.drawLine(xF2,yF,xF2+30*(xF2-xL),yF+30*(yF-yT)); //az F2-n átmenő meghosszabbított
X30 sugár
g.drawLine(xT,yT,xL,yF); //tárgycsúcsból lencseközépig
X30
g.drawLine(xL,yF,xL+30*(xL-xT),yF+30*(yF-yT)); //a lencse közepén meghosszabbított

g.drawLine(xK,yK,xT,yT); //virtuális tárgycsúcs-képcsúcs
g.drawLine(xK,yK,xL,yT); // virtuális képcsúcs-párhuzamos-vég

}
};

drawSurface.setBackground(Color.white);
drawSurface.addMouseListener(this);
drawSurface.addMouseMotionListener(this);

setContentPane(drawSurface);

} // end init();

public void mousePressed(MouseEvent evt) {

```

```

// lenyomva tartott egérgombra reagál.
// ellenőrzi, hogy érzékeny terület fölött van
//ha igen, vontatni lehet.

if (dragging) //kilép, ha már van egérvontatási esemény.
    return;

int x = evt.getX(); // kattintás helye.
int y = evt.getY();

if (x >= xT && x < xT+10 && y >= yT-5 && y < yT+5) {
    //tetejétől mozgatható a tárgyat jelölő téglalap
    dragging = true;
    dragRedSquare = false;
    offsetX = x - xT;
}
else if (x >= xF1 && x < xF1+10 && y >= yF && y < yF+10) {
    // akkor a fókuszpont helyzete változtatható.
    dragging = true;
    dragRedSquare = true;
    offsetX = x - xF1;
    offsetY = y - yF;
}
}

public void mouseReleased(MouseEvent evt) {
    // egérgomb felengedésre vontatást abbahagy.
    dragging = false;
}

public void mouseDragged(MouseEvent evt) {
    // Egérhúzásra aktiválódik. Ha nincs az érzékenységi
    // zóna fölött, akkor kilép, ellenkező esetben változtatja a helyzet koordinátáit.

    if (dragging == false)
        return;
    int x = evt.getX();
    int y = evt.getY();
    if (dragRedSquare) { // Fókuszpont mozgatása.
        if(x>2 && x<=getSize().width/2-2)
            xF1 = x ;//- offsetX;
    }
    else { // tárgypontot mozgat.
        if(x>2 && x<=getSize().width/2-2)
            xT = x ;//- offsetX;
        if(y<=getSize().height/2 && y>=yL)
            yT = y ;//- offsetY;
    }
    drawSurface.repaint();
}

public void mouseMoved(MouseEvent evt) { }
public void mouseClicked(MouseEvent evt) { }
public void mouseEntered(MouseEvent evt) { }
public void mouseExited(MouseEvent evt) { }

public static void main(String args[]) {

```

```
JFrame f = new JFrame("Lencse képalkotása"); //keretet ad hozzá, hogy önállóan megjelenjen
Gyujtolencse dTS = new Gyujtolencse();
dTS.init();
dTS.start();
f.add("Center", dTS);
f.setSize(500, 400);
    f.show();
}
}
```

Extras

În lucrare este descris modalitatea folosirii în procesul de predare-învățare a opticii geometrice simulările computaționale, în special cu ajutorul programului de grafică vectorială KSEG. Folosind aceste simulări fenomenele optice pot fi mai bine înțelese, iar prin procesul de folosire și creare a modelelor crește nivelul de asimilare a cunoștințelor respectiv creativitatea elevului și a profesorului.

În primul capitol sunt amintite principalele momente ce marchează dezvoltarea opticii geometrice și s-a accentuat rolul pe care acesta îl are în **procesul cunoașterii și înțelegerii mediului în care trăim**. În capitolul al doilea sunt prezentate bazele opticii geometrice. Capitolul al treilea conține prezentarea simulărilor computaționale prin descrierea programului de grafică vectorială KSEG prin prisma modelelor create cu ajutorul acestuia. În ultimul capitol am descris și alte programe care pot fi folosite în crearea modelelor matematice ce stau la baza simulărilor computaționale.

Prefață

Alegerea temei a fost motivată prin necesitatea de a adâncii nivelul de cunoștință la capitolul optică geometrică și abordarea tematicii acesteia prin metode active de învățare folosind simulații computerizate create în special cu ajutorul programului de grafică vectorială KSEG.

Este cunoscut faptul că în procesul de învățare al fizicii, metodele active precum experimentul și simularea sunt cele mai eficiente. Generația copiilor de azi din ce în ce mai mult se bazează pe metode și modele vizuale în achiziționarea și prelucrarea informațiilor. Din această privință simulările le pot fi de mare ajutor.

În prelucrarea tematicii opticii geometrice profesorul de cele mai multe ori efectuează experimente demonstrative fie din lipsa cuantumului necesar de materiale, fie că nu are laborator dotat, fie că laboratorul este utilizat ca sală de clasă. O soluție ar fi dacă am reuși transformarea calculatorului întrun

minilaborator de fizică, accesibil fie în laboratoare (fizică, informatică, AEL) fie și acasă.

Multitudinea de surse cu conținut de geometrică optică ce pot fi găsite pe internet ne poate ajuta în realizarea acestui deziderat. Un impediment major este însă că programele trebuie achiziționate la un preț destul de costisitor. Pentru prelucrarea conținutului opticii geometrice nu este totuși necesar un program foarte sofisticat, unele programe de grafică vectorială pot face de față cu succes. Folosirea acestora nu presupune cunoștințe de programare, doar niște cunoștințe elementare de geometrie în spațiul euclidian. Pentru elaborarea modelelor de optică geometrică am ales un program *freeware* numit KSEG. Folosirea programului este extrem de ușor. Majoritatea ilustrațiilor incluse în lucrare sunt reprezentările modelelor dinamice create în KSEG.

Recomand abordarea prin prisma simulărilor vectorgrafice a conținutului de optică geometrică tuturor celor care vor să „privească” în adâncimea fenomenelor optice ce îi aparțin.

Mulțumesc pentru îndrumarea acordată profesorului universitar dr. Néda Zoltán.