

A nagyüzemi gazdálkodás kérdései

Dr. Tóth József
Dr. Varga Károly

Takarmányadagok
optimalizálása
egyszerűen

Akadémiai
Kiadó
Budapest

TAKARMÁNYADAGOK OPTIMALIZÁLÁSA EGYSZERŰEN

(A nagyüzemi gazdálkodás kérdései)

A könyv egyszerű, gyors és olcsó eljárást ismertet a takarmányadagok optimalizálására. A módszer előnye, hogy jelentősebb számolás nélkül, grafikus eljárást alkalmazva teszi lehetővé sokféle takarmányadagváltozat megvizsgálását, összehasonlítását, és az adott feltételek között legmegfelelőbb olcsó takarmányadag megtervezését.

A takarmányadagok célszerű összeállításával jelentősen csökkenthetők az állattartási költségek, amelyek 50—70%-át a takarmányköltségek képezik.

A könyvben ismertetett eljárás alkalmazásához nem kellenek számítógépek, sem pedig magasabb matematikai ismeretek. Egyszerűségénél fogva a mezőgazdasági vállalatok jól használhatják, és ezáltal jelentős takarmányköltséget takaríthatnak meg. A grafikus módszer mellett a szerzők a könyv utolsó fejezetében áttekintést adnak a lineáris programozás alkalmazásáról is.



AKADÉMIAI KIADÓ
BUDAPEST

TAKARMÁNYADAGOK OPTIMALIZÁLÁSA EGYSZERŰEN

A NAGYÜZEMI GAZDÁLKODÁS KÉRDÉSEI

SZERKESZTI

AZ AGRÁRGAZDASÁGI KUTATÓ INTÉZET

DR. TÓTH JÓZSEF — DR. VARGA KÁROLY

TAKARMÁNYADAGOK OPTIMALIZÁLÁSA EGYSZERŰEN



AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1974

Szerzők

DR. TÓTH JÓZSEF

a mezőgazdasági tudományok kandidátusa,
a Gödöllői Agrártudományi Egyetem tanára

DR. VARGA KÁROLY

a Debreceni Agrártudományi Egyetem adjunktusa

Lektorok

DR. JANKÓ JÓZSEF

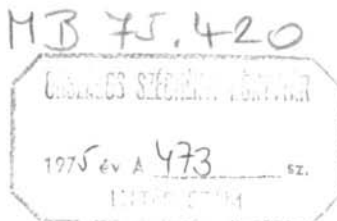
a közgazdasági tudományok kandidátusa,
a Keszthelyi Agrártudományi Egyetem
Mosonmagyaróvári Mezőgazdasági Kara egyetemi tanára

DR. CSÁKI CSABA

a közgazdasági tudományok kandidátusa,
a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem docense

DR. VARGA GYULA

a mezőgazdasági tudományok kandidátusa,
az Agrárgazdasági Kutató Intézet osztályvezetője



ISBN 963 05 0389 1

© AKADÉMIAI KIADÓ, BUDAPEST 1974

Printed in Hungary

TARTALOMJEGYZÉK

Bevezetés	7
I. A takarmányadagok tervezésének általános problémája	11
II. A takarmányadagok optimalizálása analitikus módszerrel	23
III. Takarmányadagok tervezése életfenntartó és termelő alap- variánsokkal	33
IV. A módszer kiterjesztése	41
V. A grafikus lineáris programozás felhasználása a takarmány- adagok optimalizálására	48
VI. A grafikus lineáris programozás alkalmazásának kiterjesz- tése	52
VII. Több takarmány egyidejű kezelésének lehetősége	62
VIII. Egy gyakorlati alkalmazás ismertetése	76
IX. A lineáris programozás alkalmazásáról	98
Jegyzetek	117
Irodalom	121

BEVEZETÉS

A fehérje termelésének, s ezen belül különösen az állati fehérje termelésének fokozása távlatilag is a mezőgazdasági termelés egyik fontos feladata. Az állati termékek iránti növekvő kereslet kielégítésének egyik alapvető feltétele — a tenyésztési és a tartási technológiák javítása mellett — az ésszerű takarmányellátás. Egyrészt azért, mert nagyobb mennyiségű állati termékek előállításához sem a takarmánytermelés területi kiterjesztésére, sem a takarmányimport jelentős fokozására nincs nagy lehetőség, másrészt pedig a takarmányköltségek csökkentése alapvető fontosságú, ha az állati eredetű termékeket olcsóbban kívánjuk megtermelni.

Az állattenyésztés, illetve az állati termékek termelése során megoldandó legfontosabb feladat az ésszerű takarmánygazdálkodás.

A takarmánygazdálkodás racionalitása számos tényezőtől függ; attól, hogy milyen agrotechnikai eljárásokat alkalmazunk, milyen a talaj és a talajerő-gazdálkodás, az öntözéses termesztés aránya, milyen bő termésű takarmányfajták állnak rendelkezésre, milyen korszerű állattenyésztési és tartási technológiákat alkalmazunk, hogyan tervezzük és szervezzük meg a takarmányok termelését és felhasználását.

E helyütt nem foglalkozunk sem a takarmányok termesztési problémájával, sem pedig az állattenyésztés és -tartás kérdéseivel, csupán a takarmányfelhasználás tervezésének és szervezésének problémájára kívánjuk ráirányítani a figyelmet. E tekintetben sem törekszünk most teljességre, hiszen a vonatkozó szakirodalom sokoldalúan tárgyalja.¹

Könyvünkben kizárólag a takarmányadagok tervezésével foglalkozunk. A takarmányadagok tervezéséhez viszonylag megbízható adatok állnak rendelkezésre, különösen, ha a takarmányok laboratóriumi vizsgálatának eredményeivel rendelkezünk. A takarmány-

adagok tervezésének ma általánosan alkalmazott módszerei mégis nehézkesek, és nem alkalmasak arra, hogy segítségükkel a takarmányadagokat az adott állat táplálóanyag-igényének megfelelően, de emellett a lehető legolcsóbban állítsuk össze.

A takarmányadagok összeállításának jelenleg a gyakorlatban általánosan alkalmazható, legfejlettebb módszere a lineáris programozás. Az ezzel kapcsolatos eljárások *Tóth József* hivatkozott könyvében ismertetésre kerültek. Tekintve azonban, hogy a lineáris programozás alkalmazásának feltételei nincsenek meg jelenleg sok mezőgazdasági vállalatnál, ezért annak gyakorlati alkalmazása még vállalati szinten problematikus. Ezt közbeeső módszerek kidolgozásával enyhíteni lehet.

Könyvünk egyszerű eljárást mutat be a takarmányadagok összeállítására, tervezésére. Eljárásunk módszertani alapja a lineáris programozás, de azt egyszerűbb matematikai eljárásokkal kombináltan alkalmazzuk. A módszer *egyszerű, gyors és olcsó eljárás, és azokban a gazdaságokban is alkalmazható, amelyekben a lineáris programozás alkalmazásának feltételei még hiányoznak.*

Egyszerű módszerre törekedtünk, amely alkalmas arra, hogy segítségével — különösebb matematikai ismeret nélkül — gyorsan, sokféle takarmányadagot tudjunk összeállítani. Módszerünk — tekintve, hogy a lineáris programozást és az egyszerűbb eljárásokat együttesen alkalmazza — nem minden esetben vezet optimális eredményhez, de az optimumot jól megközelíti.

Az eljárás ismertetése során egyszerűségekre törekszünk, és ahol csak lehet, mellőzzük a matematikai formulákat. Így módszerünk elsajátítása nem igényel magasabb matematikai képzettséget, csupán az elemi matematika ismeretét tételezi fel. *Fontosnak tartjuk azonban módszerünk logikai és gazdasági tartalmának megértetését,* mert ez mindenképpen szükséges a gyakorlati alkalmazáshoz.

A könyv első fejezetében a takarmányadagok összeállításának jelenleg a gyakorlatban alkalmazott módszeréből kiindulva, egyszerű példán keresztül mutatjuk be a takarmányadagok egzakt módon történő tervezésének logikáját és az egzakt tervezés alkalmazásának hatékonyságát. A továbbiakban kerül sor az általunk kidolgozott eljárás analitikus megoldásának ismertetésére, majd bemutatjuk a grafikus programozás alkalmazásának módját és lehetőségét, végül

pedig egy konkrét gazdaság példáján módszerünk alkalmazásának eredményességét.

Módszerünk kifejtése során didaktikai szempontból az egyszerűbbtől a bonyolult felé haladunk. Ez szükségessé teszi, hogy kezdetben a problémát nagyon leegyszerűsítsük. A IV., VII. és VIII. fejezetben jutunk el módszerünk komplexebb alkalmazásának kifejtéséhez, majd a IX. fejezetben röviden foglalkozunk a lineáris programozással is, hogy a figyelmet a fejlettebb módszerek iránt felkeltsük.

Mindvégig megfelelő példaanyag bemutatására törekszünk, ezzel is megkönnyítve módszerünk lényegének és gazdasági hatékonyságának megismerését. Remélhetőleg azok, akik eljárásunkat sikerrel alkalmazzák a gyakorlatban, kedvet és indítékot kapnak fejlettebb módszerek, köztük a lineáris programozás alkalmazására is.

I. A TAKARMÁNYADAGOK TERVEZÉSÉNEK ÁLTALÁNOS PROBLÉMÁJA

A takarmányadagok tervezése során az a feladat, hogy a rendelkezésre álló takarmányokból valamely állat vagy állatcsoport számára olyan adagot tervezzünk meg, amely az adott állat vagy állatcsoport táplálóanyag-szükségletét kielégíti, megfelel az állat biológiai igényeinek és a gazdaság adottságainak, s emellett a lehető legolcsóbb. Az adag összeállításának különböző módszerei ismeretesek. Könyvünkben egyszerű példán kétféle módszert mutatunk be és hasonlítunk össze: az egyik a jelenleg általánosabban alkalmazott logikai kalkulációs módszer, a másik egy egzaktabb eljárás, a lineáris programozás. A módszerek bemutatására egyszerű feladatot vizsgálunk meg.

Legyen feladatunk egy 600 kg-os élő súlyú tehén alaptakarmányadagjának összeállítása, amely életfenntartásához és 10 liter tej termeléséhez elegendő táplálóanyagot tartalmaz. Ez az egyszerű feladat is nagyon sok problémát vet fel: az adott állatnak milyen táplálóanyagokra, s ezekből mennyire van szüksége; milyen takarmányok állnak rendelkezésre vagy szerezhetők be; milyen a rendelkezésre álló takarmányok táplálóanyag-tartalma, azok milyen módon etethetők, milyen a különböző takarmányok költsége, a takarmányok és az etetési módok milyen kombinációja elégíti ki minden táplálóanyagból a szükségletet úgy, hogy biológiailag is megfelelően az állat igényének, de emellett a legkevesebb költséggel járjon.

A számítási munkák csökkentése végett, az egyszerűség kedvéért, csak két táplálóanyagból (keményítőértékből és fehérjéből) elégítsük ki a szükségletet a szabvány szerinti mennyiségben. Azaz olyan takarmányadagot kívánunk előállítani, amely

5,7 kg keményítőértéket és
0,88 kg fehérjét

tartalmaz. Egyszerűsítsük le a problémát úgy, hogy csak kétféle takarmányt etethetünk, mégpedig a lucernaszénát és silókukoricát, s mindegyiket egyféle módon. (Gyakorlati vizsgálatoknál természetesen többféle anyagot: szárazanyagot, keményítőértéket, fehérjét, ásványi anyagokat, esetleg vitaminokat, aminosavakat és többféle takarmányt, illetve egy-egy takarmánynál többféle etetési módot is figyelembe vehetünk, de a feladat ilyen kiterjesztése most csak a számítási munkát növelné és a módszer ismertetését nehezítené).

A feladat megoldásához mindenekelőtt ismerni kell a takarmányok egységnyi mennyiségében (1 kg-jában) levő táplálóanyag-tartalmat és az egységnyi takarmányköltségeket. Legyenek ezek a következők²:

		Lucerna- széna	Siló- kukorica
1 kg takarmány keményítőérték-tartalma	kg	0,295	0,150
1 kg takarmány fehérjetartalma	kg	0,111	0,008
1 kg takarmány költsége ³	Ft	1,50	0,30

Határozzuk meg, hogy a lucernaszéna és a silókukorica milyen kombinációját kell etetni ahhoz, hogy az adott állat táplálóanyag-szükségletét kielégítsük.

Oldjuk meg a feladatot először hagyományos módszerrel. Ez abban áll, hogy először összeállítunk — tapasztalat alapján — egy adagot, majd kiszámítjuk és a szükséglettel összevetjük annak beltartalmát. Ha az így összeállított adag (adagvariáns) tartalma nem egyezik meg a szükséglettel (ha attól jelentősen eltér), az egyes takarmányok mennyiségeit változtatva, újabb és újabb adagvariánsokat állítunk össze mindaddig, amíg az adag beltartalma a szükséglettel egybe nem esik (vagy azt kellő pontossággal meg nem közelíti).

Legyen első adagvariánsunk:

4 kg lucernaszéna,
25 kg silókukorica.

Számítsuk ki ennek beltartalmát és költségét.

Ha 1 kg lucernaszéna 0,295 kg keményítőértéket tartalmaz, akkor 4 kg lucernaszéna keményítőérték-tartalma

$$0,295 \cdot 4 = 1,180 \text{ kg.}$$

Ha 1 kg silókukorica keményítőérték-tartalma 0,150 kg, akkor 25 kg silókukorica

$$0,150 \cdot 25 = 3,75 \text{ kg}$$

keményítőértéket tartalmaz, azaz az adag keményítőérték-tartalma

$$1,180 + 3,75 = 4,93 \text{ kg.}$$

A takarmányadag keményítőérték-tartalmát tehát megkapjuk, ha a különböző takarmányokból adott mennyiségeket szorozzuk azok keményítőérték-tartalmával, s a szorzatokat összeadjuk, azaz:

$$0,295 \cdot 4 + 0,150 \cdot 25 = 1,18 + 3,75 = 4,93 \text{ kg.}$$

Hasonlóképpen számítjuk ki az adag fehérjetartalmát:

$$0,111 \cdot 4 + 0,008 \cdot 25 = 0,444 + 0,2 = 0,644 \text{ kg;}$$

és az adag költségét:

$$1,50 \cdot 4 + 0,3 \cdot 25 = 6,0 + 7,5 = 13,5 \text{ Ft.}$$

Foglaljuk táblázatba az első adagválozatot, és vessük össze a szükséglettel (1. táblázat). Adagunk mind keményítőértékből, mind fehérjéből jelentős hiányt tartalmaz.

1. táblázat. A hagyományos módon előállított első adagválozat

Megnevezés	A takarmányok mennyisége, kg	Beltartalom, kg		Költség, Ft
		keményítő-érték	fehérje	
Lucernaszéna	4	1,18	0,444	6,00
Silókukorica	25	3,75	0,200	7,50
Összesen	—	4,93	0,644	13,50
Szükséglet	—	5,70	0,880	—
Többlet	—	—	—	—
Hiány	—	0,77	0,236	—

Változtassuk meg az adagot úgy, hogy a lucernaszéna mennyiségét emeljük fel 6 kg-ra, a silókukorica mennyiségét pedig 27 kg-ra. Második adagvariánsunk tehát a következő:

6 kg lucernaszéna,
27 kg silókukorica.

Ennek beltartalmát a szükséglettel összehasonlítva a 2. táblázat tartalmazza.

2. táblázat. A hagyományos módon előállított második adagváltozat

Megnevezés	A takarmányok mennyisége, kg	Beltartalom, kg		Költség, Ft
		keményítőérték	fehérje	
Lucernaszéna	6	1,77	0,666	9,00
Silókukorica	27	4,05	0,216	8,10
Összesen	—	5,82	0,882	17,10
Szükséglet	—	5,70	0,880	—
Többlet	—	0,12	0,002	—
Hiány	—	—	—	—

A második adagvariánsunk 3,60 Ft-tal drágább, mint az első volt. A fehérjeszükségletet csaknem pontosan fedezi, keményítőértékből azonban 0,12 kg többletünk van. Most ismét változtathatunk az adagon úgy, hogy a silókukorica mennyiségét csökkentjük 26,5 kg-ra. Ekkor a 3. adagvariánshoz jutunk, amelyet a szükséglettel a 3. táblázatban hasonlítunk össze.

A harmadik adagvariánssal legjobban megközelítettük a táplálóanyag-szükségletet, s mindössze 0,045 kg-os keményítőérték-többletünk és 0,002 kg-os fehérjehiányunk van. Ne változtassuk tovább az adagot a hagyományos módszerrel, hanem próbáljuk a problémát más úton megoldani. Először azonban foglaljuk össze eddigi eljárásunk logikáját.

Kiindulásként találomra (természetesen gyakorlati tapasztalatok birtokában) összeállítottunk egy takarmányadagot. A költségeket itt legfeljebb csak nagy általánosságban tudjuk figyelembe venni, ha

3. táblázat. A hagyományos módon előállított harmadik adagváltozat

Megnevezés	A takarmányok mennyisége, kg	Beltartalom, kg		Költség Ft
		keményítőérték	fehérje	
Lucernaszéna	6,0	1,770	0,666	9,00
Silókukorica	26,5	3,975	0,212	7,95
Összesen	—	5,745	0,878	16,95
Szükséglet	—	5,700	0,880	—
Többlet	—	0,045	—	—
Hiány	—	—	0,002	—

törekszünk arra, hogy az adagban az olcsóbb takarmányok nagyobb arányban szerepeljenek. Ezután kiszámítottuk az így összeállított adag tartalmát és költségét. Ez nem volt nehéz, mivel ismertük a különböző takarmányok beltartalmi és költségadatait, valamint azt, hogy ezek milyen mennyiségekkel szerepelnek az adagban. Például a harmadik adagvariáns esetén:

keményítőérték	$0,295 \cdot 6,0 + 0,150 \cdot 26,5 =$	5,745,
fehérje	$0,111 \cdot 6,0 + 0,008 \cdot 26,5 =$	0,878,
költség	$1,5 \cdot 6,0 + 0,3 \cdot 26,5 =$	16,95.

Ha az adag tartalmát a szükséglettel egybevetve eltérést találunk, változtatva az adagban szereplő takarmányok mennyiségeit, újabb és újabb adagváltozatokat állítunk elő mindaddig, amíg olyan változathoz nem jutunk, amelynek beltartalma a szükséglettel megegyezik (vagy azt a kívánt mértékben megközelíti). A folyamat annál nehezebb és annál több időt vesz igénybe, minél többféle takarmányt és többféle táplálóanyagot veszünk figyelembe.

Ha ismerjük a különböző takarmányok beltartalmát (szabvány-táblázatból vagy a takarmányok laboratóriumi vizsgálata alapján) és azt, hogy azok milyen mennyiségben szerepelnek az adagban, akkor — mint láttuk — az adag tartalmát könnyen ki tudjuk számítani. *A gyakorlatban azonban a kérdés úgy vetődik fel, hogy ismerjük a takarmányok beltartalmát és azt, hogy a különböző táplálóanyagokból mennyit kell az adagnak tartalmaznia* (mennyi az állat szükséglete),

de nem ismerjük, hogy a különböző takarmányokból mennyit kell az adagnak tartalmaznia ahhoz, hogy annak beltartalma a szükséglettel megegyezzen. Feltételezzük, hogy ha a különböző takarmányokat megfelelő — egyelőre ismeretlen — mennyiségben tartalmazza az adag, akkor annak táplálóanyag-tartalma a szükséglettel megegyezik. Jelöljük a j -edik takarmány egyelőre ismeretlen mennyiségét — amelyet az adagban kell szerepeltetni — x_j -vel, azaz konkrét példánkban a lucernaszéna mennyiségét x_1 , a silókukorica mennyiségét pedig x_2 -vel. Most írjuk fel az előbbi egyenletrendszernek a táplálóanyagokra vonatkozó egyenleteit (a két első egyenletet) úgy, hogy a takarmányok mennyiségeit egyelőre ismeretlennek tekintjük, azaz a lucernaszéna mennyiségét x_1 , a silókukorica mennyiségét x_2 -vel jelöljük, s az egyenletek jobb oldalán a tényleges szükséglet szerepeljen:

keményítőérték	$0,295 x_1 + 0,150 x_2 = 5,70,$
fehérje	$0,111 x_1 + 0,008 x_2 = 0,88.$

Meg kell tehát határozni az x_1 és x_2 (lucernaszéna és silókukorica mennyiségek) olyan értékeit, amely az adott beltartalmi értékek mellett olyan takarmányadagot eredményez, amely pontosan a szükséglettel megegyező keményítőértéket és fehérjét tartalmazza. Ezekből az egyenletekből x_1 és x_2 értékei könnyen meghatározhatók.

Mi azonban a gazdaságosság elvét is szem előtt kívánjuk tartani, azaz a táplálóanyag-szükségletet a lehető legkevesebb költséggel szeretnénk kielégíteni. Figyelembe kell tehát venni a megoldásnál a költségegyenletet is. De milyen értéket írjunk annak jobb oldalára? Hány forintos költséggel kívánjuk az állatot takarmányozni? Nyilvánvalóan a gazda erre azt mondaná, hogy a lehető legkevesebb költséggel, tehát minimális költséggel. Írjuk tehát fel a költségegyenletet úgy, hogy annak jobb oldalára — jelezve azt a szándékunkat, hogy minimális költségre törekszünk — a minimum szót tegyük:

$$\text{költség } 1,50 x_1 + 0,30 x_2 = \text{minimum.}$$

Konkrét feladatunk tehát matematikailag a következőképpen fogalmazható meg: keressük a

$$1,50x_1 + 0,30x_2$$

függvény minimumát,⁴ miközben ki kell elégítenünk a

$$0,295x_1 + 0,150x_2 = 5,70$$

$$0,111x_1 + 0,008x_2 = 0,88$$

egyenleteket és azt a követelményt, hogy az x_1 és x_2 nem vehetnek fel negatív értékeket, azaz

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Ez utóbbi a mezőgazdának természetes, hiszen elképzelhetetlen, hogy valamely takarmányból negatív mennyiséget etessen (pl. – 5 kg-ot), de nem ilyen természetes ez a matematikában, ahol adott feladatok negatív értékekhez is vezethetnek, hacsak ezt külön előírás nem tiltja. Az adott probléma jellege viszont megkívánja, hogy az x_1, x_2 negatív értékeinek lehetőségét kizárjuk.

Oldjuk most meg az így megfogalmazott feladatot a matematikában kevésbé járatos ember számára is követhető módon.⁵ E célból az előbbi egyenletrendszert a 4. táblázatba foglaltuk.

4. táblázat. A feladat megoldásának kiinduló táblázata

Megnevezés	x_1	x_2	Szükséglet
Keményítőérték	0,295	0,150	5,70
Fehérje	0,111	0,008	0,88
Költség	1,50	0,30	0

A táblázat első oszlopa a sorok megnevezését tartalmazza. Jelenleg azt tünteti fel, hogy az adagnak tartalmaznia kell keményítőértéket és fehérjét, és hogy felmerülnek bizonyos költségek. A második és harmadik oszlopban a fejrova tartalmazza az egyes takarmányok mennyiségi szimbólumait, azaz a modell változóit. Ezek alatt találjuk a megfelelő sorokban az 1 kg takarmány beltartalmát és költségét. Az utolsó oszlop mutatja, hogy az adagnak az első oszlopban található anyagokból mennyit kell tartalmaznia. A költségadat helyén, az utolsó oszlopban, egyelőre 0 szerepel, hiszen még nincs adagunk, ezért annak költsége sem merült fel.

Most tegyük fel a kérdést: melyik az a takarmány, amelyet első-sorban etetni kívánunk? Mivel a legolcsóbb adagra — minimális költségre — törekszünk, nyilvánvaló, hogy elsősorban a legolcsóbb takarmányt kívánjuk etetni. Ha a takarmányok költségadatait szem-ügyre vesszük (a 4. táblázat utolsó sora), azonnal látjuk, hogy a siló-kukorica az olcsóbb takarmány. Hány kg-ot etessünk ebből a takarmányból? Ennek meghatározására yégezzünk el egy egyszerű számí-tást.

Ha 1 kg silókukorica 0,15 kg keményítőértéket tartalmaz, akkor 5,7 kg keményítőérték biztosításához $5,7 : 0,15 = 38,0$ kg silókuko-rica lenne szükséges. Ugyanígy a 0,88 kg fehérjét $0,88 : 0,008 = 110,0$ kg silókukoricával tudnánk biztosítani.

Nem kell nagy matematikai ismeret és sok számolás annak belátá-sához, hogy amennyiben az adott tehén 110,0 kg silókukoricát kapna, akkor annak fehérjeszükségletét pontosan fedeznénk ($0,008 \cdot 110,0 = 0,88$), de keményítőértékből csaknem a szükséglet háromszorosát adnánk ($0,15 \cdot 110,0 = 16,50$), és a takarmányozás is igen költséges lenne ($0,3 \cdot 110,0 = 33,0$ Ft).

Ha viszont 38,00 kg silókukoricát adagolunk, akkor pontosan fe-dezzük az állat keményítőérték-szükségletét ($0,15 \cdot 38,0 = 5,70$), de fehérjéből csak 0,304 kg-ot adunk, tehát 0,576 kg hiányunk van ($0,88 - 0,008 \cdot 38,0 = 0,88 - 0,304 = 0,576$), s az adag költsége 11,4 Ft ($0,3 \cdot 38,0 = 11,4$).

Ez utóbbi megoldás olcsóbb, de fehérjehiányunk van, amelyet lucernaszénával fedezhetünk.

Most szerkesszünk egy új táblázatot, ahol a keményítőérték he-lyébe x_2 -t írunk, jelezve, hogy a silókukoricát már bevontuk az adagba. Töltsük ki a táblázat utolsó oszlopát a következőképpen (5. táblázat):

Az első adat helyébe írjuk a silókukorica adagolandó mennyiségét, 38,0-at. Tudjuk, hogy ezt $5,7 : 0,15 = 38,0$ formában számoltuk ki.

A második adat helyébe írjuk azt a fehérje-mennyiséget, amely a 38,0 kg silókukorica adagolása után még hiányként jelentkezik, azaz $0,88 - 38,0 \cdot 0,008 = 0,576$.

Végül az utolsó adat helyébe írjuk a 38,0 kg silókukorica etetésé-nek költségét, azaz $0 - 38,0 \cdot 0,3 = -11,4$ (a mínusz előjelet itt ki-adásként fogjuk fel).

5. táblázat. Az első adagvariáns

Megnevezés	x_1	x_2	Az adag tartalma
x_2			38,00
Fehérje			0,576
Ft			— 11,40

Az 5. táblázat egy olyan takarmányadagot mutat, amelynek tartalma 38,0 kg silókukorica, és kielégíti az adott állat keményítőérték-szükségletét, de a fehérje-szükségletében 0,576 kg hiány mutatkozik. Az adag költsége 11,40 Ft.

Fehérjehiányunk azonban az adagban nem maradhat, ezért első adagváltozatunkat javítani kell. Ezt megtehetjük további takarmányok bevonásával. Ha azonban biztosítani kívánjuk, hogy adagunk ne tartalmazzon a szükségesnél több keményítőértéket, akkor a további takarmányok bevonásával egyidejűleg megfelelő mértékben kell csökkenteni az adagba már bevont takarmányok mennyiségét.

Példánkban lehetőség van lucernaszéna etetésére. Mivel azonban nem kívánjuk, hogy az adagban keményítőértékből felesleg legyen, a lucernaszéna bevonásával egyidejűleg csökkenteni kell az adag silókukorica-tartalmát, mégpedig a két takarmány keményítőérték-tartalmának arányában. Ezek szerint minden kg lucernaszéna etetése lehetővé teszi, hogy az adag silókukorica-tartalmát $0,295 : 0,15 = 1,967$ kg-val csökkentsük. Az 1,967 kg silókukorica azonban $1,967 \cdot 0,008 = 0,016$ kg fehérjét is tartalmaz, aminek következtében 1 kg lucernaszéna amellet, hogy 0,111 kg fehérjét biztosít, a silókukorica csökkentése révén $0,008 \cdot 1,967 = 0,016$ kg fehérje elvesztését is előidézi, vagyis minden kg lucernaszéna a valóságban csak $0,111 - 0,016 = 0,095$ kg fehérjével járul hozzá a szükséglet kielégítéséhez.

Hasonló a helyzet a költség vonatkozásában is. 1 kg lucernaszéna egyrészt 1,50 Ft-tal növeli, másrészt viszont az 1,967 kg silókukorica csökkentés révén $1,967 \cdot 0,3 = 0,59$ Ft-tal csökkenti a költségét, azaz a valóságban csak $1,50 - 0,59 = 0,91$ Ft költségnövekedést eredményez.

Az így kiszámított adatokat írjuk be az 5. táblázatba az x_1 (lucerna) oszlopába (5/a táblázat), a következő módon:

Az első adat helyébe írjuk, hogy 1 kg lucernaszéna bevonása az adagba mennyivel csökkentené annak silókukorica-tartalmát ($0,295 : 0,15 = 1,967$).

A második adat helyébe írjuk be, hogy 1 kg lucernaszéna hány kg fehérjével járulna hozzá a szükséglethez, ha nem kívánjuk, hogy az adag keményítőértékből felesleget tartalmazzon ($0,111 - 1,967 \cdot 0,008 = 0,095$).

Az utolsó adat helyébe írjuk be, hogy 1 kg lucerna hány Ft-tal emeli az adag költségét, ha a fehérjeszükségletet úgy kívánjuk kielégíteni a lucerna etetésével, hogy a keményítőérték felesleges felhasználását elkerüljük ($1,50 - 1,967 \cdot 0,30 = 0,91$).

5/a táblázat. Az első adagváltózat befejező számításai

Megnevezés	x_1	Az adag tartalma
x_2	1,967	38,000
Fehérje	0,095	0,576
Ft	0,91	- 11,40

Természetesen, ha a lucernán kívül más takarmányokat is figyelembe vennénk, ezek adatait is az előbbi módon átalakítanánk.

A második lépésben megvizsgáltuk, hogy az új helyzetben melyik a leggazdaságosabb takarmány. Nyilván az, amelyiknek a költsége (utolsó adat) a legkevesebb. Példánkban ez csak a lucerna lehet, tekintve, hogy az egyszerűség kedvéért más takarmányokat nem vettünk számításba. Megnézzük tehát, hogy hány kg lucernát kellene az adagnak tartalmaznia ahhoz, hogy az egyes táplálóanyagokból kielégítsük a szükségletet. Példánkban két lehetőség van.

Vagy elvetjük a silókukorica etetését és a keményítőérték-szükségletet lucernaszénával fedezzük; vagy lucernaszéna által biztosítjuk a fehérjeszükségletet úgy, hogy amellettt megfelelően csökkentjük a silókukorica mennyiségét az adagban ahhoz, hogy a keményítőérték-szükségletet pontosan fedezzük.

A keményítőérték-szükségletet $38,0 : 1,967 \cong 19,32$ kg (másként $5,7 : 0,295 = 19,32$) lucernaszéna etetésével lehetne fedezni, ami — könnyen utána számolhatunk — jelentős költséget és fehérjéből túletetést eredményezne. Ezt a változatot tehát elvetjük.

A fehérjeszükséglet fedezése $0,576 : 0,095 = 6,06$ kg lucernát igényel. Természetes, hogy ez utóbbit választjuk.

A 6,06 kg lucernaszéna etetése azonban — mint láttuk — lehetővé teszi, hogy $6,06 \cdot 1,967 = 11,92$ kg-mal csökkentsük a silókukorica mennyiségét az adagban. Így tehát a 6,06 kg lucernaszéna mellett $38,0 - 11,92 = 26,08$ kg silókukoricát kell etetnünk.

A 6,06 kg lucernaszéna etetése az új helyzetben $6,06 \cdot 0,91 = 5,51$ Ft költséget eredményez, vagyis az összes költségünk — $11,4 - 0,06 \cdot 0,91 = -16,91$ Ft (a mínusz előjelet itt is kiadásként fogjuk fel).

Most szerkesszünk egy új táblázatot, amely az 5/a táblázattól abban különbözik, hogy a lucernaszéna szimbólumát (x_1) beírjuk a fehérje helyére, és az előbbieket szerint kiszámoljuk a táblázat utolsó oszlopának adatait (6. táblázat), s máris az optimális adagot kapjuk eredményül.

a) A második adat helyére (x_1 sorába) beírjuk a lucernaszénából adagolandó mennyiséget, 6,06-ot ($0,576 : 0,095 = 6,06$).

b) Az első adat helyébe írjuk az adag silókukorica-tartalmát. Láttuk: $38,0 - 0,06 \cdot 1,967 = 26,08$.

c) Az utolsó adat helyébe beírjuk az adag költségét. — $11,4 - 6,06 \cdot 0,91 = -16,91$.

6. táblázat. Optimális takarmányadag

Megnevezés	Az adag tartalma
x_2	26,08
x_1	6,06
Ft	- 16,91

A 6. táblázat tehát tartalmazza az optimális takarmányadagot. Ennek keményítőérték- és fehérjetartalma pontosan megegyezik a

szükséglettel, s költsége 16,91 Ft. Ezt a következő ellenőrzés is mutatja.

$$6,06 \cdot 0,295 + 26,08 \cdot 0,15 = 1,788 + 3,912 = 5,70$$

$$6,06 \cdot 0,111 + 26,08 \cdot 0,008 = 0,67 + 0,21 = 0,88$$

$$6,06 \cdot 1,50 + 26,08 \cdot 0,30 = 9,09 + 7,82 = 16,91$$

Példafeladatunk igen egyszerű volt. A gyakorlatban sokkal bonyolultabb a feladat. Ezért a takarmányadagok egzakt módszerrel történő összeállítása igen jó szolgálatot tesz, és lehetőséget ad arra, hogy olcsó adagokat állítsunk össze.

II. A TAKARMÁNYADAGOK OPTIMALIZÁLÁSA ANALITIKUS MÓDSZERREL

Az előbbieken láttuk, hogy a takarmányadagok egyenletrendszer (vagy egyenlőtlenségrendszer) megfogalmazásával és megoldásával megtervezhetők. Bemutatott példánk a problémát leegyszerűsítette, hiszen két takarmányt vettünk figyelembe, és vizsgálatunkat csupán a keményítőérték- és a fehérjeshiányosság biztosítására terjesztettük ki. Valójában, mint ismeretes, a takarmányadagok összeállítása során sokszor kettőnél több takarmányt kell figyelembe vennünk, és a feladat nemcsak a keményítőérték- és a fehérjeshiányosság kielégítése, hanem figyelemmel kell lenni az adag szárazanyag-tartalmára, illetve az állat szárazanyag iránti igényére is. Kiterjedhet a feladat az ásványianyag-, esetleg a vitamínhiányosság stb. vizsgálatára is. Másrészt a takarmányadag összeállítása során tekintettel kell lenni a gazdaság takarmánykészletére, a piaci — eladási és vásárlási — lehetőségekre, a takarmányok biológiai hatására is.

A feladat ilyen sokoldalú, mindenre kiterjedő vizsgálata, s e feladatok között a takarmányadagok optimalizálása megoldható a matematikai programozás alkalmazásával, illetve annak legegyszerűbb módjával, a lineáris programozással. A lineáris programozás alkalmazása során lehetőség van arra, hogy sokféle takarmányt és egyszerre több egyenletet és egyenlőtlenséget figyelembe vegyünk a takarmányadagok optimalizálására.⁶

A lineáris programozás alkalmazásának azonban nem mindig vannak meg a feltételei. Módszerünk előnyeit a következőkben összegezzük.

a) Egyszerű és nem igényel sem különösebb matematikai előképzettséget, sem pedig programozási gyakorlatot.

b) Nem igényel elektronikus számítógépet. A feladat megoldása gyors és olcsó.

c) A lineáris programozáshoz hasonlóan lehetővé teszi több adagvariáns gyors elkészítését és megvizsgálását, s ezek közül tudunk gyakorlatilag is alkalmazható adagválozatot kiválasztani.

d) A tervezés logikailag nyomon követhető, így esetleg a szakember jobban bízik annak eredményében.

A lineáris programozás alkalmazásakor a matematikai modell összehasonlítása során a takarmányarányokra, illetve alsó és felső korlátokra vonatkozó előírások nagyon sok szubjektív elemet tartalmazhatnak. E korlátokat már a modell összeállításánál meg kell határozni, amikor még a megoldásra semmiféle információval nem rendelkezünk, s ez hibaforrásokat rejt magában. Ezek később a variánsszámítás során kiküszöbölhetők.

Mint látni fogjuk, egy olyan módszerhez jutunk, amely különösebb költségigény nélkül lehetővé teszi, hogy a takarmányadagot úgy tervezzük meg, hogy azt a tervezés során logikailag állandóan nyomon követhessük és igen gyorsan az adott állat táplálóanyag-szükségletét kielégítő, biológiai igényeinek megfelelő és a gazdaság feltételei között gyakorlatilag alkalmazható takarmányadagot nyerjünk. Módszerünk lehetővé teszi, hogy a költségeket is figyelemmel kísérjük és olcsó, élettanilag is megfelelő takarmányadagokat állítsunk össze.

Kiinduló feltételezésünk szerint első lépésben a takarmányadag összeállítását úgy végezzük, hogy csak a keményítőérték- és a fehérjeszükséglet kielégítését tűzzük ki feladatul, s eltekintünk a szárazanyag-szükséglet, ásványianyag-szükséglet stb. kielégítésétől, illetve azt majd egy következő lépésben vizsgáljuk.

Tegyük fel, hogy egy tehén alaptakarmány-adagját kell összeállítani, amely életfenntartásra és 10 liter tej termelésére elegendő keményítőértéket és fehérjét — azaz 5,7 kg keményítőértéket és 0,88 kg fehérjét — tartalmazzon. Az adott állat táplálóanyag-szükségletét vizsgálva egyszerűen megállapíthatjuk, hogy 1 kg fehérjeszükségletre $5,7 : 0,88 = 6,47$ kg keményítőérték-szükséglet jut, vagyis a keményítőérték-szükséglet úgy aránylik a fehérjeszükséglethez, mint 6,47 aránylik az 1-hez. Jelöljük ezt a továbbiakban a következőképpen: 6,47/1, és nevezzük táparánynak.

Tételezzük fel, hogy az adag összeállításához két takarmány áll rendelkezésre. Két takarmányból a takarmányadag akkor és csakis akkor állítható össze, amennyiben a táplálóanyag-szükséglet pontos kielégítését írjuk elő (tehát sem hiányt, sem felesleget nem engedünk

meg egyik táplálóanyagból sem), ha az egyik takarmányban a táparány nem kisebb, a másik takarmányban nem nagyobb, mint a szükséglet táparánya. Ha például a szükséglet táparányát t_b , az első takarmány táparányát t_1 , a másodikat pedig t_2 -vel jelöljük, akkor a két takarmányból az adag akkor és csak akkor állítható össze, ha a

$$t_1 \geq t_b \quad (2.1)$$

és

$$t_2 \geq t_b \quad (2.2)$$

relációk fennállnak, vagyis az egyik takarmánynál a táparány szűkebb, a másiknál tágabb, mint a szükséglet (vagy azzal egyenlő).

Abban a speciális esetben, amikor a két takarmány táparánya, valamint a szükséglet táparánya pontosan megegyezik, tehát a

$$t_1 = t_2 = t_b \quad (2.3)$$

relációk állnak fenn, az állat táplálóanyag-szükségletét bármelyik takarmánnyal ki lehet elégíteni, illetve a két takarmány bármilyen arányban keverhető.

Ha azonban a

$$t_1 > t_b \quad (2.4)$$

és

$$t_2 < t_b \quad (2.5)$$

relációk állnak fenn, akkor az állat táplálóanyag-szükségletét a két takarmány meghatározott arányú keverésével lehet csak pontosan kielégíteni.

Két táplálóanyagot és két takarmányt figyelembe véve, a lineáris programozási feladat igen egyszerűen fogalmazható meg, hiszen elsőfokú kétismeretlenes, két egyenletből álló rendszert kell csupán leírunk egy célfüggvénnyel. Mivel azonban egyenletekkel dolgozunk, amennyiben a (2.4) és (2.5) relációk állnak fenn, a modell megoldása egyértelmű, és csak egyféle eredményhez vezethet. Ilyenformán a célfüggvény a számítások elvégzése során figyelmen kívül hagyható, vagyis a feladat kizárólag elsőfokú kétismeretlenes, két egyenletből álló rendszer megoldását igényli. Később látni fogjuk, hogy a célfüggvényt sem hanyagoljuk el.

Az előbbi fejezetben közölt példát tekintve láttuk, hogy az állat

napi szükséglete 5,7 kg keményítőérték és 0,88 kg fehérje, vagyis a táparány 6,47/1. Két takarmányból állítottuk össze az adagot. Az egyik a lucernaszéna, amely 1 kg-ban 0,295 kg keményítőértéket és 0,111 kg fehérjét tartalmaz, vagyis a táparány $0,295 : 0,111 = 2,65$, azaz 2,65/1. A másik a silókukorica, amely 1 kg-ban 0,15 kg keményítőértéket és 0,008 kg fehérjét tartalmaz, vagyis a táparány $0,15 : 0,008 = 18,75$, azaz 18,75/1.

A vizsgált két takarmányból az adag összeállítható, hiszen a lucernában a táparány szűkebb $2,65/1 < 6,47/1$, a silókukoricában pedig tágabb $18,75/1 > 6,47/1$, mint a táplálóanyag-szükséglet aránya.⁷

A problémát az előző fejezetben a

$$\begin{aligned} 1,50 x_1 + 0,30 x_2 &= \text{minimum} \\ 0,295x_1 + 0,150x_2 &= 5,70 \\ 0,111x_1 + 0,008x_2 &= 0,88 \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

lineáris programozási feladatban fogalmaztuk meg. Mivel azonban a feladat megoldása egyértelmű, elegendő csupán a

$$\begin{aligned} 0,295x_1 + 0,150x_2 &= 5,70 \\ 0,111x_1 + 0,008x_2 &= 0,88 \end{aligned}$$

két egyenlet megfogalmazása és megoldása, s ezzel a takarmányadagot máris összeállítottuk.

Elsőfokú kétismeretlenes két egyenletből álló feladat megoldása többféle módszerrel lehetséges.⁸ A továbbiakban igen egyszerű, a középiskolából általánosan ismert, illetve könnyen elsajátítható módszert mutatunk be.

Vegyük tehát az előbbiekből is ismert

$$\begin{aligned} 0,295x_1 + 0,150x_2 &= 5,70 \\ 0,111x_1 + 0,008x_2 &= 0,88 \end{aligned}$$

egyenleteket.

Az x_1 -et a második egyenletből kifejezve kapjuk, hogy

$$0,111x_1 = 0,88 - 0,008x_2,$$

illetve

$$x_1 = \frac{0,88 - 0,008x_2}{0,111}.$$

Ezt most helyettesítsük be az első egyenletbe az x_1 helyére, vagyis

$$0,295 \frac{0,88 - 0,008x_2}{0,111} + 0,150x_2 = 5,70.$$

Oldjuk meg ezt az egyenletet, vagyis

$$0,295 (0,88 - 0,008x_2) + 0,111 \cdot 0,150x_2 = 0,111 \cdot 5,70,$$

azaz

$$0,2596 = - 0,002360x_2 + 0,01665x_2 = 0,6327,$$

és innen

$$0,01429x_2 = 0,6327 - 0,2596,$$

és tovább

$$0,01429x_2 = 0,3731.$$

Ebből kifejezzük az x_2 -t, vagyis

$$x_2 = \frac{0,3731}{0,01429} = 26,1.$$

Most az x_2 -t helyettesítsük be az első egyenletbe

$$0,295x_1 + 0,15 \cdot 26,10 = 5,70,$$

és ebből x_1 -et kifejezve kapjuk, hogy

$$0,295x_1 + 3,915 = 5,70,$$

azaz

$$0,295x_1 = 5,7 - 3,915,$$

vagyis

$$0,295x_1 = 1,785$$

és

$$x_1 = \frac{1,758}{0,295} = 6,05.$$

Eszerint tehát

$$x_1 = 6,05,$$

$$x_2 = 26,10.$$

Azonos eredményre jutottunk, mint az előző fejezetben, amikor a lineáris programozást alkalmaztuk. (Az igen kis eltérés kerekítésekből adódik.)

Rövid úton összeállítottunk tehát egy takarmányadagot, amely 6,05 kg lucernaszéna és 26,10 kg silókukorica etetését irányozza elő, pontosan 5,7 kg keményítőértéket és 0,88 kg fehérjét tartalmaz, és ki lehet könnyen számítani ennek költségigényét.

Az előző fejezetben megadott költségadatok szerint az adag költsége

$$\begin{aligned} 6,02 \cdot 1,5 &= 9,075 \text{ Ft} \\ 26,10 \cdot 0,30 &= \underline{7,830 \text{ Ft}} \\ \text{összesen} &= 16,905 \text{ Ft.} \end{aligned}$$

Tegyük fel, azonban, hogy a takarmányadag összeállításánál nem két-, hanem háromféle takarmányt kell figyelembe venni, vagyis a lucernaszéna és a silókukorica mellett mondjuk réti széna is rendelkezésre áll. Tételezzük fel, hogy 1 kg réti szénában 0,340 kg keményítőérték, illetve 0,045 kg fehérje van, vagyis a táparány ez esetben $0,340 : 0,045 = 7,56$, azaz $7,56/1$.

Máris adódik, hogy az adott állat számára szükséges takarmányadag összeállítását a silókukorica — réti széna párosításával nem lehet megoldani, mert mindkét takarmány táparánya tágabb, mint a szükségleté. A réti széna tehát az adott esetben csak lucernaszénával párosítva biztosíthatja a táplálóanyag-szükséglet pontos kielégítését. Most tehát a feladat megoldásához a következő két egyenletet kell felállítanunk:

$$0,295x_1 + 0,340x_2 = 5,70,$$

$$0,111x_1 + 0,045x_2 = 0,88.$$

A két egyenletet megoldva a következő eredményt kapjuk:

$$x_1 = 1,69,$$

$$x_2 = 15,29.$$

Eszerint a réti szénából és lucernaszénából összeállított adag akkor biztosítja az adott állat szükségletét, ha az

15,29 kg réti szénát és

1,69 kg lucernaszénát

tartalmaz.

Természetesen ez az adag gyakorlatilag nem alkalmazható, de ez egyelőre ne zavarjon bennünket. Ennek az adagnak a költsége, ha például a réti széna 1 kg-jának költsége 1 Ft, a következő:

$$\begin{array}{r} 1,69 \cdot 1,5 = 2,54 \text{ Ft} \\ 15,29 \cdot 1,0 = 15,29 \text{ Ft} \\ \hline \text{összesen} = 17,83 \text{ Ft.} \end{array}$$

Rendelkezőnk tehát két takarmányadaggal. Mindkettő kétféle takarmányból tevődik össze, és mindkettő 5,7 kg keményítőértéket és 0,88 kg fehérjét tartalmaz. E két takarmányadagot alternatív optimumként foghatjuk fel, és keverésükkel számos olyan takarmányadag állítható össze, amelynek beltartalma ugyancsak 5,7 kg keményítőérték és 0,88 kg fehérje. Ha pl. az első adagot megszorozzuk a_1 -gyel, a másodikat a_2 -vel, ahol a_1 , illetve a_2 megoszlási viszonyszámok, azaz

$$a_1 + a_2 = 1, \quad (2.6)$$

egy újabb takarmányadag-variáns állítható elő. Ha tehát az első adagot $opt._I$, a másodikat $opt._II$ szimbólummal jelöljük, azokat a

$$\begin{array}{l} a_1 opt._I + a_2 opt._II \\ (a_1 + a_2 = 1) \end{array} \quad (2.7)$$

szerint keverhetjük.

Legyen pl. $a_1 = 0,8$ és $a_2 = 0,2$. Ez azt jelenti, hogy az első adag 80%-át (0,8-szorosát), a második adag 20%-át (0,2-szeresét) vesszük, s ezeket összeadva képezünk egy adagot. Eszerint adagunk a következő lesz:

Az első adagnak vesszük a 0,8-szeresét, vagyis:

lucernaszéna	$6,05 \cdot 0,8 = 4,84$
silókukorica	$26,10 \cdot 0,8 = 20,88$
költség	$16,91 \cdot 0,8 = 13,53.$

A második adagnak vesszük a 0,2-szeresét, tehát:

lucernaszéna	$1,69 \cdot 0,2 = 0,34$
réti széna	$15,29 \cdot 0,2 = 3,06$
költség	$17,83 \cdot 0,2 = 3,57.$

Ezeket összeadva kapjuk, hogy az adag tartalma

lucernaszéna	$4,84 + 0,34 = 5,18$ kg
silókukorica	$20,88 + 0 = 20,88$ kg
réti széna	$0 + 3,06 = 3,06$ kg,

és az adag költsége

$$13,53 + 3,57 = 17,10 \text{ Ft.}$$

Most mérlegeljük az adagot, hogy megfelelőnek tartjuk-e az állat biológiai igénye, a rendelkezésre álló takarmánykészlet,⁹ a költség¹⁰ stb. vonatkozásában. Ha nem tartjuk az adagot megfelelőnek, az a_1 és a_2 értékének változtatásával újabb takarmányadagokat képezhetünk mindaddig, amíg megfelelő eredményre nem jutunk.¹¹

Tegyük fel például, hogy az előbbi adagot nem tartjuk megfelelőnek, mert a szénát soknak tartjuk és a költséget is csökkenteni szeretnénk. A széna mennyiségének csökkentése általánosan érhető el, ha a második adagvariáns mennyiségét csökkentjük. Ha például a_1 -et 0,9-re emeljük és $a_2 = 0,1$ lesz, a következőket kapjuk.

Az első adagot 0,9-cel szorozzuk, azaz

lucernaszéna	$6,05 \cdot 0,9 = 5,45$
silókukorica	$26,10 \cdot 0,9 = 23,49$
költség	$16,91 \cdot 0,9 = 15,22.$

A második adagot 0,1-del szorozzuk:

lucernaszéna	$1,69 \cdot 0,1 = 0,17$
réti széna	$15,29 \cdot 0,1 = 1,53$
költség	$17,83 \cdot 0,1 = 1,78.$

A két szorzatot összeadva kapjuk, hogy az adag a következő:

lucernaszéna	$5,45 + 0,17 = 5,62$ kg
silókukorica	$23,49 + 0 = 23,49$ kg
réti széna	$0 + 1,53 = 1,53$ kg,

és az adag költsége

$$15,22 + 1,78 = 17,00 \text{ Ft.}$$

Most az előzőhöz képest az adagban a széna mennyisége csökkent, s az adag költsége is 0,10 Ft-tal kevesebb. (Hasonlóképpen járunk el más esetekben, pl. valamely anyagból a beltartalom, valamely cél-függvény stb. vizsgálata során.)

Eddig két olyan takarmányadagot kevertünk, amelyek mindegyike két takarmányból tevődött össze, s ezek keverésével egy olyan takarmányadaghoz jutottunk, amelyben háromféle takarmány van. Sőt, ha mindkét alternatív alapvariáns két-két különböző takarmányt tartalmazott volna, vagyis azokban közös takarmány nem lett volna, akkor a keverésükkel kapott adag már négy takarmányból állt volna.

Természetesen nemcsak két alternatív alapvariáns keverhető, hanem a rendelkezésre álló takarmányok mindegyikére kiterjeszthető a vizsgálat, és így sokféle alternatív alapvariáns állítható elő. Ezekből az alternatív alapvariánsokból egyszerűen és gyorsan különböző adagok állíthatók össze, olyanok is, amelyek három, négy vagy több takarmányt tartalmaznak. *Nagy előnye e módszernek, hogy egyszerűsége és gyorsasága mellett lehetővé teszi, hogy a tervezést mindvégig logikailag is nyomon kövessük, s a költségalakulásra, a takarmánykészletre stb. állandóan figyelemmel legyünk.* A takarmánypárokból álló alternatív alapvariánsok ugyanis mind a takarmányokat és azok mennyiségét, mind a költséget tekintve eltérőek. *Ha keverésük során az olcsóbb alapváltozatokat nagyobb arányban vesszük, olcsóbb, ha a drágább variánsokat vesszük nagyobb arányban, akkor drágább adagot kapunk. Ugyanígy lehet figyelemmel kísérni, hogy valamely takarmányból többet vagy kevesebbet kívánunk az adagban etetni.*

Semmi akadálya sincs tehát annak, hogy megvizsgáljuk az alternatív alapvariánsok szárazanyag-tartalmát, ásványianyag-tartalmát, esetleg vitamintartalmát, és azok keverésénél mindezeket figyelembe vegyük. Sőt újabb két anyag figyelembevételével az alternatív alapvariánsokból ismét megszerkeszthetünk kétismeretlenes, két egyenletből álló rendszert és a számításokat eszerint végig megismételhetjük.

Nem mindig könnyű eldönteni, hogy mi legyen a célfüggvény közgazdasági tartalma; a piaci ár, a termelési költség vagy a termeléshez szükséges terület stb. Sőt az is felvetődik, hogy az önköltséget hogyan számítsuk (teljes vagy szűkített önköltséget alkalmazzunk). Módszerünk igen egyszerűen teremti meg annak lehetőségét, hogy több célfüggvényt egyidejűleg vizsgáljunk. Viszonylag egyszerű mó-

don egyidejűleg tudunk tehát tekintettel lenni a takarmányadag beltartalmára, többféle célfüggvényre és más feltételekre. Példafeladatainkban — tekintve, hogy a módszertani kérdésekre irányítjuk a figyelmet — az alapvariánsnak keresését általában tetszőlegesen megválasztott megoszlási viszonzyszámok segítségével végezzük. Hangsúlyozzuk azonban, hogy a gyakorlati alkalmazás során az adag beltartalmára és a célfüggvény értékére vonatkozó kiegészítő számításokat feltétlenül el kell végezni! Ebből is adódóan a bemutatott példák nem gyakorlati javaslatok, hanem kizárólag a módszer szemléltetésére szolgálnak, hiszen a takarmányok beltartalmi és költségadatai gazdaságonként eltérőek lehetnek, s ennek megfelelően eltérő adagokhoz vezetnek. A takarmányadagokat tehát mindig a konkrét viszonyoknak megfelelően kell összeállítani.

A takarmányadagok tervezése a vázolt módszerrel igen egyszerű, nem igényel jelentősebb költséget és időigénye sem nagy. Látni fogjuk azonban, hogy a probléma még tovább egyszerűsíthető.

III. TAKARMÁNYADAGOK TERVEZÉSE ÉLETFENNTARTÓ ÉS TERMELŐ ALAPVARIÁNSOKKAL

Tekintsük példaként a tehén takarmányozását. Táplálóanyag-szükségletét vizsgálva megkülönböztethetjük az életfenntartó és a termelő táplálóanyag-szükségletet. Az életfenntartó szükséglet a test-súlytól függ, a termelő táplálóanyag-szükséglet pedig a termelési eredménytől. Az életfenntartó szükségletben a táparány 10/1 (vagyis például, ha a fehérjeszükséglet 0,3 kg, akkor a keményítőérték-szükséglet 3,0 kg), a tej termeléséhez viszont kb. 4,66/1 táparány (pl. 1 liter tej termeléséhez 0,27 kg keményítőérték és 0,058 kg fehérje) szükséges. (Természetesen ez az arány függ a zsírtartalomtól, de adott tehén esetén, adott időszakban meghatározható.)

Vegyük az előbbi példákban említett 600 kg élősúlyú és naponta 10 liter tejet termelő tehenet. Tegyük fel, hogy életfenntartó-szükséglete 3 kg keményítőérték és 0,3 kg fehérje, és 1 liter tej termeléséhez 0,27 kg keményítőérték és 0,058 kg fehérje szükséges. Tételezzük fel, hogy ismét csak lucernaszéna és silókukorica áll rendelkezésre.

Az előző fejezet alapján az életfenntartó takarmányadagokat a

$$\begin{aligned}0,295x_1 + 0,150x_2 &= 3 \\0,111x_1 + 0,008x_2 &= 0,3\end{aligned}$$

egyenletrendszer, az 1 liter tej termeléséhez szükséges termelő takarmányadagot pedig a

$$\begin{aligned}0,295x_1 + 0,150x_2 &= 0,27 \\0,111x_1 + 0,008x_2 &= 0,058\end{aligned}$$

egyenletrendszer megoldása adja.

Az adott tehén életfenntartó takarmányadagja — a feladatot megoldva — tehát a következő:

lucernaszéna	1,53 kg
silókukorica	17,02 kg.

Egyszerű kiszámítani, hogy ennek költsége az előbbieken alkalmazott árakat alapul véve 7,40 Ft.

A termelő takarmány pedig 1 liter teje a következő:

lucernaszéna 0,45 kg

silókukorica 0,91 kg

ennek költsége 0,95 Ft.

Ha most az adagot úgy kívánjuk összeállítani, hogy az életfenntartásra és 10 liter tej termelésére elegendő táplálóanyagot tartalmazzon, akkor a termelő adagot 10-zel szorozva és az életfenntartó adaghoz hozzáadva kiszámítjuk a teljes adagot:

lucernaszéna	$1,53 + 0,45 \cdot 10 =$	
	$= 1,53 + 4,5$	$= 6,03 \text{ kg}$
silókukorica	$17,02 + 0,91 \cdot 10 =$	
	$= 17,02 + 9,10$	$= 26,12 \text{ kg}$
és az adag költsége	$7,4 + 0,95 \cdot 10 =$	
	$= 7,4 + 9,5$	$= 16,9 \text{ Ft.}$

Az eredmény lényegében ugyanaz, mint amikor az életfenntartó és termelő táplálóanyag-szükségletet együtt határoztuk meg. Az eltérés kizárólag kerekítésekből adódik.

Megvan tehát a lehetősége annak, hogy takarmánypárokból életfenntartó és termelő alternatív adagvariánsokat állítsunk elő és egyrészt ezek kombinálásával további életfenntartó és termelő takarmányadagokat nyerjünk, másrészt az életfenntartó és termelő adagokat kombinálva különböző termelésre képesítő adagokat állítsunk elő egyszerű eljárással.

A feladat tehát a következőképpen vethető fel. A rendelkezésre álló takarmányokból képezzünk az összes lehetséges takarmánypárokból összeállított életfenntartó és termelő alternatív alapadagokat. Ezután ezek kombinálásával — a költséget, az állat biológiai igényét, valamint a takarmánykészletet figyelembe véve — adagkombinációkat készíthetünk.

Az alternatív alapkombinációk, amint láttuk, egyszerűen kiszámíthatók elsőfokú kétismeretlenes egyenletpár megoldásával. Ha azonban sokféle takarmányt kell figyelemmel kísérni és sokféle állat vagy állatcsoport számára kell adagot készíteni, akkor elég sok számítás

elvégzésére van szükség. Ilyenkor elektronikus számítógépet vehetünk igénybe.

Tekintsük a 7. táblázatot. Ez egy lineáris programozási modellt foglal magában, amely kizárólag a keményítőérték- és a fehérjeszükséglet kielégítését tűzi ki célul (a szárazanyagot a modellben feltüntetettük ugyan, de a megoldásban nincs szerepe) és alkalmas tehenek takarmányadagjának összeállítására.

A modell két \mathbf{b} vektort¹² tartalmaz, ahol \mathbf{b}_1 vektor az életfenntartó táplálóanyag-szükségletet írja elő 3 kg keményítőértékben és 0,3 kg fehérjében, a \mathbf{b}_2 vektor pedig az 1 liter tej termeléséhez szükséges táplálóanyagokat határozza meg 0,27 kg keményítőértékben és 0,058 kg fehérjében.

Oldjuk meg a modellt számítógépen. A megoldásként olyan takarmányadagot kapunk mind az életfenntartó-, mind a termelőszükségletre, amely általában két takarmányból áll, mégpedig az egyik a szükségletnél tágabb, a másik szűkebb táparányú, és természetesen a lehető legolcsóbb.¹³

Most a két takarmány közül egyik etetését mellőzzük (elhagyjuk a modelltől vagy „letiltjuk”), s oldjuk meg újra a modellt. Ismét kapunk egy adagot, de most a letiltott takarmány helyett egy másik takarmány szerepel az adagban. Tiltsuk le most ezt az újabb takarmányt is. Ismét más takarmánypárból nyerünk adagot. Ezt az eljárást mindaddig folytatjuk, míg az összes lehetséges takarmánypár-kombinációt végig nem vizsgáljuk, amelyekből az adott szükséglet kielégíthető. (A számítás időigénye néhány perc.) Ezután az így nyert alternatív alapváltozatokat tetszés szerint kombinálva állíthatunk össze takarmányadagokat.

A 7. táblázatban szereplő modell megoldásával kapott alternatív alapváltozatokat az életfenntartó-szükségletet tekintve a 8. táblázat, a termelőszükségletet tekintve a 9. táblázat tartalmazza.¹⁴

A 8. és 9. táblázatban mindazok a takarmányadag-alapkombinációk szerepelnek — takarmánypárokból képezve —, amelyek lehetővé teszik, hogy az adott életfenntartó, illetve termelő táplálóanyag-szükségletet pontosan kielégítsük. Látható, hogy összesen 22 életfenntartó alapalternatívát kaptunk, amelyeket A_1, A_2, \dots, A_{22} szimbólumokkal jelöltünk, és az 1 liter tej előállításához összesen 40 féle alapalternatívát határoztunk meg, amelyeket B_1, B_2, \dots, B_{40} szimbólumokkal jelöltünk.

7. táblázat. Modell az alternatív alapvariánsok összeállításához

Megnevezés	Takar- mány- búza x_1	Kuko- rica x_2	Lucer- na- széna x_3	Lucer- na- liszt x_4	Lucer- nagra- nulátum x_5	Siló- kuko- rica x_6
Száranyanyag	0,870	0,850	0,840	0,900	0,900	0,280
Keményítőérték	0,730	0,791	0,295	0,601	0,600	0,150
Emészthető fehérje	0,102	0,074	0,111	0,180	0,184	0,008
Célfüggvény (Ft/kg)	2,57	2,80	1,50	2,95	3,50	0,30

Ne tévesszük szem elől, hogy az A_1, A_2, \dots, A_{22} életfenntartó alapvariánsok nem alaptakarmány-variánsok, épp úgy, mint ahogyan a B_1, B_2, \dots, B_{40} termelő alapvariánsok nem pótabrakvariánsok, hanem majd ezek kombinálásával fogjuk mind az alaptakarmányt, mind pedig a pótabrakadagokat előállítani. Az alapvariánsok tehát kizárólag azt fejezik ki, hogy milyen takarmánypár-variációkkal lehetne az életfenntartás, illetve 1 liter tej táplálóanyag-szükségletét — természetesen csak a keményítőértéket és a fehérjét tekintve — kielégíteni.

Az alapvariánsok alkalmasak arra, hogy különböző alaptakarmány- és pótabrak-adagokat állítsunk össze. Nézzünk erre néhány példát.¹⁵

Tételezzük fel, hogy alaptakarmány-adagot kívánunk összeállítani életfenntartásra és 10 liter tej termeléséhez. Tegyük fel, hogy négyféle takarmány áll rendelkezésünkre, mégpedig silókukorica, lucernaszéna, réti széna és kukorica. Az első feladat, hogy kikeressük azokat az életfenntartó és termelő alapvariánsokat, amelyekben kizárólag a fenti takarmányok szerepelnek (8. és 9. táblázat).

Ilyenek:

A_1 alapvariáns silókukorica lucernaszéna költsége	17,1099 kg 1,4696 kg	7,34 Ft
A_3 alapvariáns silókukorica réti széna költsége	8,1886 kg 5,2109 kg	7,67 Ft

8. táblázat. Életfenntartó takarmányadag-alapalternatívák

Sor-szám	Megnevezés	A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅	A ₁₆	A ₁₇	A ₁₈	A ₁₉	A ₂₀	A ₂₁	A ₂₂	
1.	Takarmánybúza	—	—	—	—	—	—	—	—	2,2199	—	—	—	0,5739	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.	Kukorica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3,1624	3,2631	3,5459	3,7062	3,6739	3,6796	3,6779	3,7430	3,6309	3,7489	3,7686	
3.	Lucernaszéna	1,4696	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2319	—	—	—	—	—	—	—	
4.	Lucernaliszt	—	0,9463	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,1563	—	—	—	—	—	—	
5.	Lucernagranulátum	—	—	—	—	—	—	0,9211	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,1513	—	—	—	—	
6.	Siló	17,1099	16,2085	8,1886	13,3011	18,2459	16,3616	16,3158	18,4419	9,1966	15,1235	19,1171	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
7.	Réti széna	—	—	5,2109	—	—	—	—	—	—	—	—	1,4662	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	
8.	Fűsiló	—	—	—	9,2186	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,7905	—	—	—	—	—	—	—	—	
9.	Lucernasiló	—	—	—	—	—	7,6867	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,2595	—	—	—	—	—	
10.	Korpa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,5432	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2699	—	—	
11.	Extrahált napraforgó-dara	—	—	—	—	—	—	—	0,4565	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0676	—	
12.	Szójadara	—	—	—	—	0,3485	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0521	—	—	—	
13.	Halliszt	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,2708	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0389	
	Célfüggvény	7,337	7,654	7,667	7,678	7,826	7,982	8,118	8,248	8,463	8,549	8,808	10,321	10,611	10,645	10,725	10,748	10,806	10,827	10,832	10,868	10,899	10,996	

9. táblázat. Takarmányadag-alapvariánsok 1 liter tej termeléséhez (kg)

Sor- szám	Megnevezés	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆	B ₇	B ₈	B ₉	B ₁₀	B ₁₁	B ₁₂	B ₁₃	B ₁₄	B ₁₅	B ₁₆	B ₁₇	B ₁₈	B ₁₉	B ₂₀
1.	Takarmánybúza	—	—	—	0,2525	—	—	—	—	0,1960	—	—	—	—	0,3076	—	—	—	—	0,2066	—
2.	Kukorica	—	—	—	—	0,1949	—	—	—	—	0,1404	—	—	—	—	0,2572	—	—	—	—	0,1500
3.	Lucernaszéna	0,4577	0,3094	0,1104	0,2905	0,3926	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.	Lucernaliszt	—	—	—	—	—	0,2947	0,2216	0,0932	0,2111	0,2645	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.	Lucernagranulátum	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6.	Siló	0,8999	—	—	—	—	0,6192	—	—	—	—	—	—	1,2537	—	—	—	—	0,6669	—	—
7.	Réti széna	—	0,5257	—	—	—	—	0,4023	—	—	—	—	0,6496	—	—	—	—	0,4252	—	—	—
8.	Fűsiló	—	—	2,1782	—	—	—	—	1,9634	—	—	2,3373	—	—	—	—	2,0088	—	—	—	—
9.	Lucernasiló	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,7189	1,7666	2,2939	1,6784	2,1319
10.	Korpa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
11.	Extrahált napraforgódara	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12.	Szójadara	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0202	0,0651	0,1085	0,0603	0,0882	—	—	—	—	—
13.	Halliszt	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	Célfüggvény (Ft)	0,956	0,989	1,037	1,084	1,134	1,055	1,056	1,060	1,126	1,173	1,071	1,088	1,108	1,197	1,316	1,091	1,131	1,157	1,202	1,272

		B ₂₁	B ₂₂	B ₂₃	B ₂₄	B ₂₅	B ₂₆	B ₂₇	B ₂₈	B ₂₉	B ₃₀	B ₃₁	B ₃₂	B ₃₃	B ₃₄	B ₃₅	B ₃₆	B ₃₇	B ₃₈	B ₃₉	B ₄₀
1.	Takarmánybúza	—	—	0,2035	—	—	—	—	—	0,3157	—	—	—	0,3413	—	—	—	0,1054	—	—	—
2.	Kukorica	—	—	—	0,1471	—	—	—	—	—	0,2673	—	—	—	0,3006	—	0,0675	—	—	—	—
3.	Lucernaszéna	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.	Lucernaliszt	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.	Lucernagranulátum	0,2129	0,2868	0,2024	0,2561	0,0875	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
6.	Siló	—	0,6526	—	—	—	—	—	1,3148	—	—	—	—	—	—	1,5250	—	—	0,2813	—	—
7.	Réti széna	0,4185	—	—	—	—	—	0,6682	—	—	—	—	0,7272	—	—	—	—	—	—	0,2114	—
8.	Fűsiló	—	—	—	—	1,9957	2,3577	—	—	—	—	2,4173	—	—	—	—	—	—	—	—	1,4231
9.	Lucernasiló	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
10.	Korpa	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,4569	0,4074	0,4806	0,4180	0,2424
11.	Extrahált napraforgódara	—	—	—	—	—	0,0254	0,0836	0,1422	0,0773	0,1144	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
12.	Szójadara	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
13.	Halliszt	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,0133	0,0466	0,0427	0,0658	0,0844	—	—	—	—	—
	Célfüggvény Ft	1,163	1,199	1,231	1,308	1,104	1,094	1,165	1,240	1,270	1,429	1,1182	1,2555	1,3618	1,5891	1,4148	1,3771	1,3299	1,3339	1,2982	1,1994

Réti széna x_7	Fűsiló x_8	Lucernasiló x_9	Korpa x_{10}	Extra-hált napraforgó x_{11}	Szójadara x_{12}	Hal-liszt x_{13}	Reláció	b_1	b_2
0,840	0,300	0,300	0,870	0,890	0,900	0,890			
0,340	0,109	0,071	0,474	0,512	0,755	0,489	=	3,00	0,270
0,045	0,021	0,022	0,116	0,334	0,442	0,543	=	0,30	0,058
1,00	0,40	0,40	2,60	5,95	6,75	11,35	→	min.	min.

<i>A₁₂ alapvariáns</i> kukoricadara réti széna költsége	3,1624 kg 1,4662 kg	10,32 Ft
<i>A₁₅ alapvariáns</i> kukoricadara lucernaszéna költsége	3,7062 kg 0,2319 kg	10,73 Ft
<i>B₁ alapvariáns</i> lucernaszéna silókukorica költsége	0,4577 kg 0,8999 kg	0,96 Ft
<i>B₂ alapvariáns</i> lucernaszéna réti széna költsége	0,3094 kg 0,5257 kg	0,99 Ft
<i>B₅ alapvariáns</i> lucernaszéna kukorica költsége	0,3926 kg 0,1949 kg	1,13 Ft

Rendelkezünk tehát négy életfenntartó és három termelő alapvariánssal, amelyeket kombinálhatunk. Az alapvariánsoknál feltüntettük azok költségeit is, így a további számítások során a költségadatokat is mérlegelni tudjuk.¹⁶

Az életfenntartó alapvariánsok közül az A_1 -es, a termelő alapvariánsok közül pedig a B_1 -es a legolcsóbb. Ha minimális költséggel

kívánjuk az adagot összeállítani, akkor az A_1 és B_1 alapvariánsokat lenne célszerű kombinálni.

Tegyük fel tehát, hogy az életfenntartás táplálóanyag-szükségletét az A_1 alapváltozattal, a 10 liter tej termeléséhez szükséges táplálóanyag-szükségletet pedig a B_1 alapváltozattal elégítjük ki, azaz az

$$A_1 + 10 B_1 \quad (3.1)$$

takarmányadagot képezzük. Eszerint tehát az alaptakarmány-adag a következő lesz:

silókukorica	$17,1099 + 10 \cdot 0,8999 = 26,1089$ kg,
lucernaszéna	$1,4696 + 10 \cdot 0,4577 = 6,0466$ kg,
és az adag	
költsége:	$7,34 + 10 \cdot 0,96 = 16,94$ Ft.

Olcsó takarmányadaghoz jutottunk ugyan — amelyben biztosított a szárazanyag-tartalom is (12,39 kg) —, de egyrészt az adagban csak tömegtakarmányok szerepelnek, másrészt az csak kétféle takarmányból áll, holott az adagot négyféle takarmányból kívántuk összeállítani.

Ha például tetszőlegesen választott viszonyszámokkal a

$$0,5 A_1 + 0,5 A_3 + 10 B_5 \quad (3.2)$$

kombinációt képezzük,¹⁷ alaptakarmány-adagunk a következő lesz:

silókukorica	$0,5 \cdot 17,1099 + 0,5 \cdot 8,1886 + 10 \cdot 0$	$= 12,65$ kg,
lucernaszéna	$0,5 \cdot 1,4696 + 0,5 \cdot 0 + 10 \cdot 0,3926$	$= 4,66$ kg,
régi széna	$0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 5,2109 + 10 \cdot 0$	$= 2,60$ kg,
kukoricadara	$0,5 \cdot 0 + 0,5 \cdot 0 + 10 \cdot 0,1949$	$= 1,95$ kg,
költség:	$0,5 \cdot 7,34 + 0,5 \cdot 7,67 + 10 \cdot 1,13$	$= 18,80$ Ft.

Most olyan takarmányadagot kaptunk, amelyben mind a négy takarmány szerepel.

Az adag szárazanyagtartalma 11,30 kg.

Egy másik alaptakarmány-adagváltozatunk életfenntartásra és 10 liter tej termelésére lehet például a következő:

$$\frac{1}{4} A_1 + \frac{1}{4} A_3 + \frac{1}{4} A_{12} + \frac{1}{4} A_{15} + \frac{10}{3} B_1 + \frac{10}{3} B_2 + \frac{10}{3} B_5 \quad (3.3)$$

vagyis mind az életfenntartó, mind a termelő alapvariánsokat egyenlő arányban keverjük. Eszerint adagunk a következő:

silókukorica

$$0,25 \cdot 17,11 + 0,25 \cdot 8,19 + 3,33 \cdot 0,9 = 9,32 \text{ kg,}$$

lucernaszéna

$$0,25 \cdot 1,47 + 0,25 \cdot 0,23 + 3,33 \cdot 0,46 + \\ + 3,33 \cdot 0,31 + 3,33 \cdot 0,39 = 4,29 \text{ kg}$$

réti széna

$$0,25 \cdot 5,21 + 0,25 \cdot 1,47 + 3,33 \cdot 0,53 = 3,43 \text{ kg,}$$

kukoricadara

$$0,25 \cdot 3,71 + 0,25 \cdot 3,16 + 3,33 \cdot 0,20 = 2,38 \text{ kg,}$$

költség:

$$0,25 \cdot 7,34 + 0,25 \cdot 7,67 + 0,25 \cdot 10,32 + \\ + 0,25 \cdot 10,73 + 3,33 \cdot 0,96 + 3,33 \cdot 0,99 + 3,33 \cdot 1,13 = \\ = 19,27 \text{ Ft.}$$

Az így kapott adag drágább, mint az előbbi, és szárazanyag-tartalma is csak 10,45 kg. Az adagban viszonylag kevés a silókukorica és sok a széna.

Ismét más kombináció lehet a következő:

$$A_1 + 10 B_5 \quad (3.4)$$

Ez esetben adagunk:

silókukorica	17,11 kg,
lucernaszéna	5,40 kg,
kukoricadara	1,95 kg,
költség	18,64 Ft.

Az adag szárazanyag-tartalma most 10,5 kg.

Különböző variánsokat állíthatunk elő a B_1 — B_{40} alapváltozatok keverésével az 1 liter tej termeléséhez állandó pótabrak-adagokra is. Ebben az esetben szorzótényezőként megoszlási viszonyszámokat kell alkalmazni, amelyek összege = 1.

Például a

$$0,2 B_9 + 0,2 B_{10} + 0,2 B_{14} + 0,2 B_{15} + 0,2 B_{30} \quad (3.5)$$

a következő adatokhoz vezet:

takarmánybúza	0,101 kg,
kukoricadara	0,133 kg,
szójadara	0,030 kg,
extrahált napraforgódara	0,023 kg,
lucernaliszt	0,095 kg,
és az adag költsége:	1,25 Ft.

Természetesen olcsóbb pótabrak-adag is összeállítható, ha nem ragaszkodunk ahhoz, hogy azt ötféle takarmányból keverjük. Például a

$$0,5 B_9 + 0,5 B_{10} \quad (3.6)$$

kombináció esetén az alábbi adagot kapjuk:

takarmánybúza	0,098 kg,
kukoricadara	0,070 kg,
lucernaliszt	0,238 kg,
költség	1,15 Ft.

Végül tegyük fel, hogy az alaptakarmányt 7 liter tejre állítjuk össze. Az

$$A_1 + 7 B_1 \quad (3.7)$$

kombinációval például alaptakarmány-adagunk:

silókukorica	23,40 kg,
lucernaszéna	4,67 kg,
költség	14,06 Ft.

Ha most pótabrakként a (3.5) szerinti kombinációt adjuk, akkor a 10 liter tejet adó tehén napi takarmányozási költsége $14,06 + 3 \cdot 1,25 = 17,81$ Ft, a 15 liter tejet adó tehén napi takarmányozási költsége 24,06 Ft, illetve 20 liter esetén 30,31 Ft.

Ezek szerint a takarmánypárokból álló alapvariánsokból igen egyszerűen lehet különböző takarmányadagokat összeállítani. Lehetőségünk van arra is, hogy az adag összeállítását logikailag mindvégig nyomon kövessük, s közben a költséget, valamint a rendelkezésre álló takarmánykészletet, az állat élettani igényeit, vagy különböző gazdasági vagy más megfontolásokat is figyelembe vegyünk.

IV. A MÓDSZER KITERJESZTÉSE

Az előbbi fejezetekben egyszerű módszert ismertünk meg, amelynek segítségével két takarmányból egyszerűen és gyorsan tudunk olyan takarmányadagokat megtervezni, amelyek adott állat keményítőérték- és fehérjeszükségletét kielégítik. Az így előállított, takarmánypárokból álló adagokat alapváltozatoknak tekintettük és már eddig is utaltunk arra, hogy segítségükkel egyszerűen és gyorsan több takarmányból álló, gyakorlatilag is célszerűen felhasználható takarmányadagokat tudunk megtervezni. Ebben a fejezetben módszerünk kiterjesztéseként néhány gyakorlati fogást mutatunk be. Példaképpen a továbbiakban is egy 600 kg-os élő súlyú tehén alaptakarmány-adagjának összeállítását tekintjük feladatnak, amely életfenntartáshoz és 10 liter tej termeléséhez elegendő táplálóanyagot, vagyis 5,7 kg keményítő-értéket és 0,88 kg fehérjét tartalmaz.

Kiindulásképpen tegyük fel, hogy a feladatot az A_1 életfenntartó adag alapvariáns és a B_5 -ös, 1 liter tej termelésére képesítő alapvariáns keverésével kívánjuk megoldani. A 8. táblázatból az A_2 alapvariáns már ismert, s beltartalmi és költségadatait a 10. táblázatban mutatjuk be.

10. táblázat. Az A_1 alapvariáns beltartalmi és költségadatai

Megnevezés	Az adag tartalma				Költség, Ft
	mennyiség	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
	kilogramm				
Lucernaszéna	1,47	1,23	0,43	0,16	2,20
Silókukorica	17,11	4,79	2,57	0,14	5,13
Összesen	—	6,02	3,00	0,30	7,33

Mint látjuk, az A_1 alapvariáns pontosan egy 600 kg-os élőszűlyű tehén napi keményítőérték-szükségletét (3 kg) és napi fehérjeszükségletét (0,3 kg) fedezi.

A B_5 -ös alapváltozatot a 9. táblázatban találjuk, ennek beltartalmi és költségadatait a 11. táblázat részletezi.

11. táblázat B_5 alapvariáns beltartalmi és költségadatai

Megnevezés	Az adag tartalma				Költség, Ft
	menyiség	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
Kukoricadara	0,20	0,17	0,15	0,014	0,54
Lucernaszéna	0,39	0,33	0,12	0,044	0,59
Összesen	—	0,50	0,27	0,058	1,13

Ez az alapvariáns — mint látjuk — pontosan 1 liter tej termeléséhez elegendő keményítőértéket (0,27 kg-ot) és fehérjét (0,058 kg-ot) tartalmaz.

Tegyük fel tehát, hogy az A_1 és a B_5 -ös alapváltozatokból olyan takarmányadagot kívánunk összeállítani, amely egy 600 kg-os tehén életfenntartásához és 10 liter tej termeléséhez elegendő, 5,7 kg keményítőértéket és 0,88 kg fehérjét tartalmaz. Ezt az alaptakarmányt úgy állítjuk össze, hogy az A_1 -es változathoz hozzáadjuk a B_5 -ös változat tízszeresét (10 liter tejre), vagyis

$$A_1 + 10 B_5. \quad (4.1)$$

Az így előállított alaptakarmány-adag, annak beltartalmi és költségadatai a 12. táblázat szerint alakulnak.

12. táblázat. $A_1 + 10 B_5$ kombináció

Megnevezés	Az adag tartalma				Költség, Ft
	menyiség	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
Lucernaszéna	5,40	4,53	1,59	0,60	8,09
Silókukorica	17,11	4,79	2,57	0,14	5,13
Kukoricadara	1,95	1,66	1,54	0,14	5,46
Összesen	—	10,98	5,70	0,88	18,68

Adagunk tehát valóban életfenntartáshoz és 10 liter tej termeléséhez elegendő keményítőértéket és fehérjét tartalmaz.

Tételezzük fel, hogy most hasonló módon az A_9 , B_2 és B_{24} alapvariánsok segítségével is összeállítjuk az előbbi 5,7 kg keményítőértéket és 0,88 kg fehérjét tartalmazó alaptakarmány-adagot, mondjuk az

$$A_9 + 5 B_2 + 5 B_{24} \quad (4.2)$$

szerint.

A 8. táblázatból vesszük az A_9 -es alapvariánst. Ennek beltartalma és költsége a 13. táblázat szerint alakul.

13. táblázat. A_9 -es alapvariáns beltartalmi és költségadatai

Megnevezés	Az adag tartalma				Költség, Ft
	menyiség	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
	kilogramm				
Takarmánybúza	2,22	1,93	1,62	0,226	5,71
Silókukorica	9,20	2,58	1,38	0,074	2,76
Összesen	—	4,51	3,00	0,300	8,47

A B_2 -es alapvariáns beltartalmát és költségét a 14. táblázat,

14. táblázat. B_2 -es alapvariáns beltartalmi és költségadatai

Megnevezés	Az adag tartalma				Költség, Ft
	menyiség	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
	kilogramm				
Lucernaszéna	0,31	0,26	0,091	0,034	0,46
Réti széna	0,53	0,44	0,180	0,024	0,53
Összesen	—	0,70	0,271	0,058	0,99

a B_{24} -es variáns beltartalmát és költségét pedig a 15. táblázat mutatja.

15. táblázat. B_{24} -es alapvariáns beltartalmi és költségadatai

Megnevezés	Az adag tartalma				Költség, Ft
	menyiség	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
	kilogramm				
Kukoricadara	0,15	0,13	0,12	0,011	0,41
Lucerna- granulátum	0,26	0,23	0,15	0,047	0,90
Összesen	—	0,36	0,27	0,058	1,31

Készítsük el tehát az

$$A_9 + 5 B_2 + 5 B_{24}$$

keverésével adagunkat. Ennek beltartalmát és költségét a 16. táblázat sorolja fel.

16. táblázat. $A_9 + 5 B_2 + 5 B_{24}$ kombináció

Megnevezés	Az adag tartalma				Költség, Ft
	menyiség	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
Takarmánybúza	2,22	1,93	1,62	0,226	5,71
Silókukorica	9,20	2,58	1,38	0,074	2,76
Lucernaszéna	1,55	1,30	0,45	0,170	2,30
Réti széna	2,65	2,20	0,90	0,120	2,65
Kukoricadara	0,75	0,65	0,60	0,055	2,05
Lucerna- granulátum	1,30	1,15	0,75	0,235	4,50
Összesen	—	9,81	5,70	0,880	19,97

Most tehát két olyan alaptakarmány-adaggal rendelkezünk, amelyek mindegyike egy 600 kg-os élő súlyú tehén számára életfenntartáshoz és 10 liter tej termeléséhez elegendő keményítőértéket (5,7 kg-ot) és fehérjét (0,88 kg-ot) tartalmaz. Tudjuk, hogy ez a két adag tet-

szés szerint megválasztott megoszlási viszonyszámok szerint keverhető, s keverésükkel ismét csak olyan adagot nyerünk, amely 5,7 kg keményítőértéket és 0,88 kg fehérjét tartalmaz. (Emlékeztetünk, hogy a megoszlási viszonyszámok összege mindig 1). Mielőtt azonban a keverést elvégeznénk, írjuk a két adagot egymás mellé, *opt.*_I-gyel az először, *opt.*_{II}-vel a másodszor összeállított adagot jelölve (17. táblázat).

17. táblázat. Két optimális kombináció

Megnevezés	<i>opt.</i> _I	<i>opt.</i> _{II}
	kilogramm	
Lucernaszéna	5,40	1,55
Silókukorica	17,11	9,20
Kukoricadara	1,95	0,75
Takarmánybúza	—	2,22
Lucernagranulátum	—	1,30
Réti széna	—	2,65

Tételezzük fel, hogy a két alaptakarmány-adagot az a_1 , a_2 megoszlási viszonyszámok alapján kívánjuk keverni ($a_1 + a_2 = 1$), de a viszonyszámokat úgy kívánjuk megválasztani, hogy az új adag pontosan 4 kg lucernaszénát tartalmazzon.¹⁸ Könnyű belátni, hogy most a következő kétismeretlenes két egyenletből álló rendszert kell megoldani:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 1 \\ 5,4 a_1 + 1,55 a_2 &= 4. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Az első egyenletből a_1 -et kifejezve kapjuk, hogy

$$a_1 = 1 - a_2.$$

Ezt a második egyenletbe behelyettesítjük, tehát

$$5,4 (1 - a_2) + 1,55 a_2 = 4,$$

és innen

$$5,4 - 5,4 a_2 + 1,55 a_2 = 4,$$

és tovább

$$3,85 a_2 = 1,4,$$

s végül

$$a_2 = \frac{1,4}{3,85} = 0,364.$$

Mivel

$$a_1 + a_2 = 1,$$

ezért

$$a_1 = 1 - a_2,$$

vagyis

$$a_1 = 1 - 0,364 = 0,636.$$

Ezek szerint tehát az új adagunkat a

$$0,636 \text{ opt.}_I + 0,364 \text{ opt.}_{II}$$

szerint állítjuk elő, vagyis a következő adagot nyerjük:

lucernaszéna	4,00 kg
silókukorica	14,23 kg
kukoricadara	1,51 kg
takarmánybúza	0,81 kg
lucernagranulátum	0,47 kg
réti széna	0,97 kg
ennek költsége	19,15 Ft.

Láttuk tehát, hogy az adagok keverése során olyan kívánalmakat is figyelembe tudunk venni, hogy valamely takarmányból az adag adott mennyiséget tartalmazzon.¹⁹

Térjünk vissza az előbbi két adag (opt._I és opt._{II}) vizsgálatára. Láttuk, hogy az opt._I alaptakarmány-adag szárazanyagtartalma 10,98 kg, az opt._{II} alaptakarmány-adag szárazanyagtartalma viszont csak 9,81 kg. Tegyük fel, hogy olyan adagot kívánunk keverésükkel előállítani, amelynek szárazanyagtartalma pontosan 10,5 kg.

A feladat megoldásához ismét az a_1 és a_2 értékét kell meghatározni (azaz a keverés megoszlási viszonyait). Ehhez a következő két-ismeretlenes két egyenletből álló rendszert kell megoldani:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= 1 \\ 10,98 a_1 + 9,81 a_2 &= 10,5. \end{aligned} \tag{4.4}$$

A feladatot megoldva kapjuk, hogy a keveréshez az

$$a_1 = 0,59$$

$$a_2 = 0,41$$

megoszlási viszonyszámokat (vagyis 59% és 41%-os arányt) kell választani, s akkor alaptakarmány-adagunk a következő lesz:

lucernaszéna	3,82 kg
silókukorica	13,77 kg
kukoricadara	1,46 kg
takarmánybúza	0,91 kg
lucernagranulátum	0,53 kg
réti széna	1,09 kg
az adag költsége	19,21 Ft.

Az adag beltartalma pedig:

szárazanyag	10,50 kg
keményítőérték	5,70 kg
fehérje	0,88 kg.

Az így kialakított adag tehát az állat napi táplálóanyag-szükségletét pontosan fedezi, és szárazanyagtartalma pontosan az előírt mennyiség.

Eszerint az egyszer már kialakított takarmányadag-variánsok újabb táplálóanyagot figyelembe véve keverhetők. *Ilyenformán tehát nemcsak két táplálóanyagot (keményítőértéket és fehérjét) vehetünk figyelembe a takarmányadagok összeállítása során, hanem akárhány anyagot (több lépésben), s mint láttuk, az adagok tartalmára, a különböző takarmányokra is előírhatunk feltételeket. Az is kitűnt az eddigiekből, hogy a takarmányadagot nemcsak két takarmánykomponensből, hanem akárhány komponensből előállíthatjuk.*

Természetesen a takarmánykomponens vagy újabb táplálóanyag szerint történő keverés is az alapváltozatok előállítására ismertetett módszerekkel elvégezhető.

A III. fejezettől kezdődően különválasztva vizsgáltuk az életfenntartó és termelő táplálóanyag-szükségletet. Hangsúlyozni kívánjuk azonban, hogy e szétválasztás egyáltalán nem szükségszerű, hanem — mint azt a II. fejezetben láttuk — az életfenntartó és termelő szükséglet az alapvariánsok előállítása során is együtt, összesítve vizsgálhatók.

V. A GRAFIKUS LINEÁRIS PROGRAMOZÁS FELHASZNÁLÁSA A TAKARMÁNYADAGOK OPTIMALIZÁLÁSÁRA²⁰

Célunk az, hogy a takarmányadagok összeállítására minél egyszerűbb eljárást vagy eljárásokat dolgozzunk ki, amelyek azonban lehetővé teszik, hogy optimális takarmányadagokat állítsunk össze, vagy legalábbis az optimumot jól megközelítsük. Az előző fejezetekben analitikus módszerrel oldottuk meg ezt a feladatot. A takarmánypárok-ból álló alapváltozatok kiszámítása sok takarmány esetén tetemes számolási munkával járhat. Ez nagyrészt elkerülhető és a feladat gyorsan megoldható, ha a grafikus lineáris programozást alkalmazzuk.

A grafikus módszert szinte minden — a lineáris programozás alapjaival foglalkozó — szakkönyv vagy tankönyv ismerteti az analitikus eljárás geometriai szemléltetésére. Nézzük tehát a grafikus programozás módszerét. Legyen feladatunk a következő kétismeretlenes, két egyenletből álló rendszer megoldása:

$$\begin{aligned}0,791x_1 + 0,601x_2 &= 0,270, \\ 0,074x_1 + 0,180x_2 &= 0,058.\end{aligned}$$

Példánkban tulajdonképpen arról van szó, hogy össze kell állítani egy pótabrak-adagot, amely 1 liter tej termeléséhez elegendő táplálóanyagot biztosít (0,270 kg keményítőértéket és 0,058 kg fehérjét). Az adag összeállításához kétféle takarmány áll rendelkezésre, a kukoricadara és a lucernaliszt.

Egyszerűen belátható, hogy ha a keményítőérték-szükségletet kizárólag kukoricával kívánnánk fedezni, akkor

$$0,27 : 0,791 = 0,34 \text{ kg,}$$

illetve ha a fehérje-szükségletet kívánnánk kizárólag kukoricával kielégíteni, akkor

$$0,058 : 0,074 = 0,78 \text{ kg}$$

kukoricát kellene feleltetni.

Ha viszont kizárólag lucernaliszttel kívánjuk megoldani a takarmányozást, akkor a keményítőérték-szükséglet kielégítéséhez

$$0,27 : 0,601 = 0,45 \text{ kg,}$$

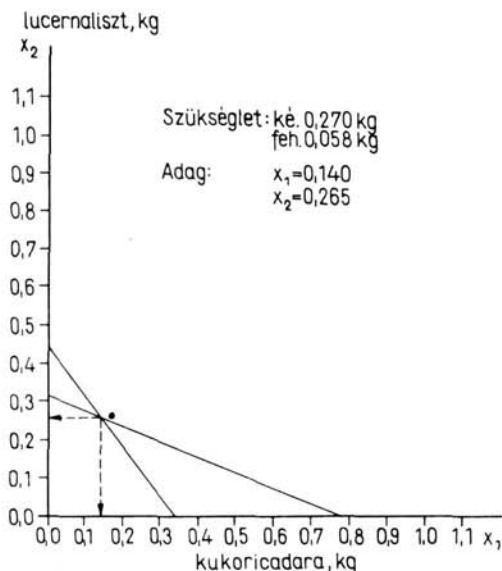
illetve a fehérjeszükséglet fedezéséhez

$$0,058 : 0,18 = 0,32 \text{ kg}$$

lucernalisztra volna szükség.

Szerkesszünk egy koordinátát, ahol az x_1 tengely a kukorica, az x_2 tengely a lucernaliszt mennyiségét ábrázolja (1. ábra).

Ahhoz, hogy a keményítőérték-szükségletet kielégítsük, 0,34 kg kukoricára, vagy 0,45 kg lucernalisztra lenne szükség, ha kizárólag egyik takarmányt etetnénk. Kössük össze az 1. ábrán egy egyenessel az x_1 tengelyen megjelölt 0,34-es és x_2 tengelyen megjelölt 0,45-ös



1. ábra. Pótabrak összeállítása grafikus módszerrel

pontokat. A fehérjeszükséglet kielégítése 0,78 kg kukorica, vagy 0,32 kg lucernaliszt feletetését kívánná, ha csak az egyik takarmányt etetnénk. Most az előbbihez hasonlóan kössük össze az $x_1 = 0,78$ és $x_2 = 0,32$ pontokat egy egyenessel. Jelöljük meg azt a pontot, ahol a két egyenes metszi egymást. E ponthoz tartozó koordináták $x_1 = 0,14$, $x_2 = 0,265$ azt jelentik, hogy az adott feltételek között a takarmányadagot úgy kell összeállítani, hogy az 0,14 kg kukoricadarát és 0,265 kg lucernalisztet tartalmazzon. Ez az adag 1 liter tej termeléséhez elegendő (0,27 kg) keményítőértéket és (0,058 kg) fehérjét tartalmaz. Természetesen a grafikonon a leolvasás pontossága a grafikon méretétől függ. Példánkban két számjegyet pontosan le tudunk olvasni, a harmadik számjegyet pedig megbecsüljük. A grafikont milliméterpapíron célszerű elkészíteni, mert ez ad lehetőséget a pontos leolvasásra és szerkesztésre.

Ilyen grafikont viszonylag egyszerű szerkeszteni, és segítségével takarmánypárokból alapváltozatokat állíthatunk elő gyorsan, bonyolultabb számítások nélkül. Ha a grafikon belső vonalait nagyon halványan rajzoljuk meg, az kitörölhető, és az ábra sokszor felhasználható. De megoldható a feladat a vonalak megrajzolása nélkül is két vonalzó, vagy két kifeszített húr segítségével is.

Ha egy vállalat e módszer alkalmazására kíván berendezkedni, elképzelhető lenne a következő megoldás.

Megfelelő nagyságú vaslemez táblára milliméter-hálózatot készítünk, illetve milliméterpapírt ragasztunk fel. Különböző hosszúságú cérnaszálak két végét kis mágnesdarabkákhöz erősítjük, s ezek szolgálják a húrokat. A hurok különböző hosszúsága (3—4 féle méret) azért szükséges, hogy a tábla bármely pontján használhatók legyenek. A mágnesdarabkákat azután úgy illesztjük a táblára, hogy a hurok a két koordinátát a megfelelő ponton metsszék. Két húr metszéspontjának koordinátái ismét takarmánypár alapváltozatokat adnak eredményül.

Ez nagyon olcsó, sokszor felhasználható, gyors eljárás. Mindössze a koordináta pontokat kell kiszámítani, ami azt jelenti, hogy minden takarmányadag elkészítése során négy osztást kell végeznünk. Egy szorzó-osztó nomogram vagy egy osztó táblázat segítségével ez a probléma is egyszerűen megoldható.

Célszerű két mágnes táblát elkészíteni, az egyiket a koordináta-tengelyeket úgy skálázni, hogy 1 cm = 0,1 legyen, a másikat pedig



úgy, hogy $1\text{ cm} = 1$ osztás legyen. Most aztán a 0,1 skálabeosztású táblázatot olyankor tudjuk felhasználni, amikor koncentráltabb takarmányokból kell valamilyen adagot összeállítani, és az egyes komponensek az adagban viszonylag kisebb mennyiségekkel szerepelnek. Itt nagyobb pontosságot tudunk elérni egy négyzetméteres mágnestáblán is.

A másik táblát akkor tudjuk használni, ha kevésbé koncentrált tömegtakarmányokból kell az adagot összeállítani. Ez esetben a leolvasás pontossága is kisebb, hacsak nem kívánunk igen nagy táblát készíteni.

Ha két táblát készítünk, úgy viszonylag kisméretű táblák is megfelelőek (kb. 1×1 m-esek), míg ha csak egy táblát kívánunk felhasználni, akkor vagy nagyméretű táblára van szükségünk, vagy pedig a leolvasás pontossága nem lesz megfelelő.

VI. A GRAFIKUS LINEÁRIS PROGRAMOZÁS ALKALMAZÁSÁNAK KITERJESZTÉSE

Az V. fejezetben megismerkedtünk a grafikus lineáris programozással. Láttuk, hogy segítségével két takarmányból igen egyszerűen és gyorsan tudunk összeállítani olyan takarmányadagot, amely két táplálóanyagból pontosan kielégíti a vizsgált állat szükségletét.

Az előbbieket során mi általában két táplálóanyagot vizsgáltunk és azt tekintettük feladatként, hogy ezekből az állat szükségletét pontosan kielégítsük. E probléma — mint láttuk — két egyenletből álló elsőfokú kétismeretlenes feladathoz vezetett.

Lehetséges azonban, hogy nem ragaszkodunk ahhoz, hogy az állat szükségletét pontosan kielégítsük a vizsgált táplálóanyagokból, hanem csak azt kívánjuk meg, hogy a vizsgált anyagokból az adag legalább vagy legfeljebb egy meghatározott mennyiséget tartalmazzon. Másrészt nem mindig elégszünk meg kizárólag két táplálóanyag vizsgálatával, hanem a vizsgálatot több anyagra is ki kívánjuk terjeszteni. Lehetséges az is, hogy az adagban korlátozzuk egyik-másik takarmány mennyiségét. Ilyen esetben az előbbieken ismertetett módszerekkel csak több lépésben tudunk eredményt elérni. A grafikus lineáris programozás alkalmazásával a feladatot egy lépésben is megoldhatjuk. Lássuk ezt egy példa segítségével.

Tegyük fel, hogy most is egy tehén alaptakarmány-adagját kívánjuk összeállítani két takarmányból, silókukoricából és lucernaszénából. Követelményünk az adaggal szemben, hogy az legalább 12 kg szárazanyagot, legalább 5,7 kg keményítőértéket és legalább 0,88 kg fehérjét, vagyis 600 kg élősúly és 10 liter tej termeléséhez elegendő táplálóanyagot tartalmazzon, de az adag szárazanyag-tartalma ne haladja meg a 14 kg-ot (tekintve, hogy még pótabrakot is kívánunk etetni). Természetesen az adagot úgy kell összeállítani, hogy annak költsége a minimális legyen.

A 7. táblázatból ismerve a lucernaszéna és a silókukorica beltar-

talmi és költségadatait, az előbbi probléma megoldására a következő lineáris programozási feladatot írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} 0,84 x_1 + 0,28 x_2 &\leq 14 \\ 0,84 x_1 + 0,28 x_2 &\geq 12 \\ 0,295x_1 + 0,15 x_2 &\geq 5,7 \\ 0,111x_1 + 0,008x_2 &\geq 0,88 \\ 1,5 x_1 + 0,3 x_2 &= \text{minimális.} \end{aligned}$$

Most tehát négy egyenlőtlenségből álló kétismeretlenes rendszerünk van, amelyet úgy kell megoldani, hogy közben egy célfüggvényt minimalizálunk. Az első feltételünk felső korlátos formában van megfogalmazva (a baloldal nem nagyobb, mint a jobboldal), s azt írja elő, hogy az adag szárazanyag-tartalma nem haladhatja meg a 14 kg-ot. A második, harmadik és negyedik feltételt viszont alsó korlátos formában fogalmaztuk meg, azaz követelményünk, hogy az adag legalább 12 kg szárazanyagot, legalább 5,7 kg keményítőértéket, legalább 0,88 kg fehérjét tartalmazzon. Az x_1 — mint ismeretes — a lucernaszéna, az x_2 pedig a silókukorica mennyiségét mutatja az adagban.

Határozzuk meg most az x_1 és az x_2 koordinátáit a négy feltételt tekintve (2. ábra).

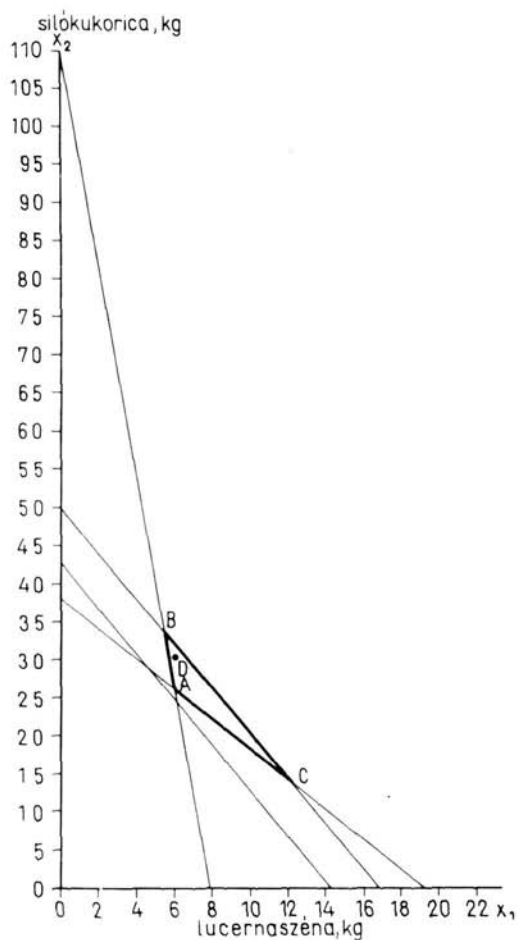
Ahhoz, hogy az adag szárazanyag-tartalma ne haladja meg a 14 kg-ot, legfeljebb $14 : 0,84 = 16,67$ kg lucernaszéna, vagy legfeljebb $14 : 0,28 = 50$ kg silókukorica etethető. A 2. ábrán az x_1 tengelyen megjelöljük a 16,67 pontot és az x_2 tengelyen megjelöljük az 50 pontot, és azt kössük össze egy egyenessel.

Ahhoz azonban, hogy az adag szárazanyag-tartalma ne legyen 12 kg alatt, legalább

$$\begin{aligned} 12 : 0,84 &= 14,3 \text{ kg lucernát és legalább} \\ 12 : 0,28 &= 42,85 \text{ kg silókukoricát kellene etetni.} \end{aligned}$$

Most az x_1 tengelyen megjelölt 14,3 és az x_2 tengelyen megjelölt 42,85 pontokat kössük össze egy egyenessel.

Előírtuk, hogy az adag legalább 5,7 kg keményítőértéket tartalmaz. Ezt vagy $5,7 : 0,295 = 19,32$ kg lucernaszéna etetésével, vagy pedig $5,7 : 0,15 = 38$ kg silókukorica etetésével tudnánk fedezni. Kö-



2. ábra. Takarmányadag grafikus programozása négy feltétel esetén

sük tehát össze az x_1 tengely 19,32 és az x_2 tengely 38 pontját egy egyenessel.

Végül követelményünk volt, hogy az adag fehérjetartalma ne legyen kevesebb, mint 0,88 kg. Ennek fedezésére vagy $0,88 : 0,111 = 7,9$ kg lucernaszénát, vagy $0,88 : 0,008 = 110$ kg silókukoricát kellene az állattal feltétetni. Most ismét kössük össze az x_1 tengely 7,9 és az x_2 tengely 110 pontjait egy egyenessel.

Tekintsük most a 2. ábrát. Az A, B, C pontokat összekötő egyenesek által határolt — az ábrán vastagabb vonallal jelölt — háromszög valamennyi pontja olyan takarmányadagot mutat — ha a megjelölt pontból kivetítünk a koordináta tengelyre — amelynek a szárazanyagtartalma 12—14 kg között van, keményítőérték-tartalma és fehérjetartalma pedig nem kevesebb, mint 5,7 kg, illetve 0,88 kg. Vegyük például a D pontot, amely a háromszögnek egy belső pontja. E szerint adagunk 30 kg silókukorica és 6 kg lucernaszéna lenne. Ennek az adagnak a szárazanyagtartalma, mint az a 2. ábrából látható, megközelíti a 14 kg-ot (pontosan 13,44 kg), keményítőérték-tartalma nem kevesebb 5,7 kg-nál (pontosan 6,27 kg), és fehérjetartalma nem kevesebb 0,88 kg-nál (pontosan 0,906 kg).

Az A, B, C pontokat összekötő egyenesek által határolt háromszög bármely pontja által meghatározott takarmányadag kielégíti a szárazanyagra, keményítőértékre és fehérjére előírt követelményeinket. Azt is leolvashatjuk az ábráról, hogy az egyik takarmány adott — a háromszögön belül levő pontokban meghatározott — mennyisége esetén a másik takarmány milyen értékeket vehet fel. Ha például a lucernaszéna mennyiségét 6 kg-ban írjuk elő, akkor a silókukorica mennyisége — mint az az ábrából leolvasható — körülbelül 26 kg-tól 33 kg-ig terjedhet. 26 kg silókukorica etetése mellett az adag szárazanyag-tartalma valamivel 12 kg felett volna, keményítőérték-tartalma pontosan 5,7 kg, fehérjetartalma pedig pontosan 0,88 kg volna. (Természetesen a leolvasás pontossága szerint). Ahogyan a silókukorica mennyiségét emelnénk, úgy távolodnánk el a keményítőérték- és a fehérjesszükséglet alsó határától (5,7 kg, illetve 0,88 kg-tól). Az ábra azt is mutatja, hogy a keményítőérték vonalától nagyobb mértékben távolodunk — vagyis különösen a keményítőérték-többlet etetése növekszik —, míg a fehérje vonalától még 33 kg silókukorica etetésénél is kisebb mértékben távolodunk csak el. Ha 33 kg silókukoricát etetünk — a 6 kg lucernaszéna mellett —, akkor az adag szárazanyag-

tartalma eléri a 14 kg-ot, tehát ha annak túllépését nem engedjük meg, akkor a silókukorica mennyiségét az adagban tovább nem növelhetjük.

Térjünk vissza kiinduló feladatunkhoz. Nemcsak az volt a követelményünk, hogy az adag a különféle táplálóanyagokat bizonyos határok között meghatározott mennyiségben tartalmazza, hanem az is, hogy egyúttal a lehető legolcsóbb is legyen.

Láttuk, hogy a lucernaszéna 1 kg-jának költsége 1,5 Ft, a silókukoricáé 0,3 Ft. A lucernaszéna fajlagos költsége tehát a silókukorica fajlagos költségének ötszöröse, vagyis ötször annyi silókukorica kerül ugyanannyiba, mint amennyibe adott mennyiségű lucernaszéna kerül. Tehát

1 Ft-ért $1 : 1,5 = 0,66$ kg lucernaszéna, vagy

$1 : 0,3 = 3,30$ kg silókukorica,

2 Ft-ért $2 : 1,5 = 1,33$ kg lucernaszéna, vagy

$2 : 0,3 = 6,60$ kg silókukorica,

3 Ft-ért $3 : 1,5 = 2,00$ kg lucernaszéna és

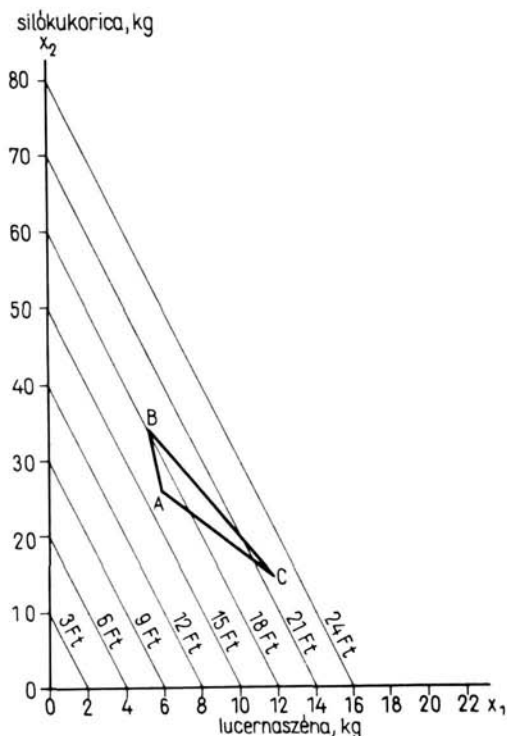
$3 : 0,3 = 10,00$ kg silókukorica etethető, és

így tovább.

Ha most a koordináta-rendszerben egy egyenessel kötjük össze az x_1 tengely 0,66 és x_2 tengely 3,3 pontját, a kapott egyenes pontjai olyan takarmányadagokat mutatnak, amelyek költsége pontosan 1 Ft. Hasonlóképpen rajzolhatjuk meg az előbbi számításaink alapján a 2 Ft, a 3 Ft stb. költségvonalakat is. A 3. ábrán megrajzoltuk a költségvonalakat — a túlzúfoltságot elkerülendő, 3 Ft-onként — és kiemelten megrajzoltuk az A, B, C pontok által határolt háromszöget is, amelyet a 2. ábrából vettünk át.

A 3. ábra szerint a legolcsóbb takarmányadagot akkor kapjuk, ha azt az A pontban határozzuk meg. Ez esetben az adag tartalma —, mint az ábrából az leolvasható — kb. 26,1 kg silókukorica és 6,05 kg lucernaszéna. Ekkor adagunk keményítőérték-tartalma kb. 5,7 kg, fehérjetartalma 0,88 kg, szárazanyag-tartalma pedig valamivel 12 kg felett van. Az adag költsége — mint a 3. ábra mutatja — 15—18 Ft között van, kb. 16,50 Ft felett valamivel (pontosan 16,90 Ft).

Ha olyan adagot kívánunk összeállítani, amely pontosan 14 kg szárazanyagot tartalmaz, akkor a B—C egyenes valamely pontját



3. ábra. A takarmányadag optimuma

kell kiválasztanunk. Ez az adag akkor lesz a legolcsóbb, ha a B pontot választjuk; akkor a költség alig haladja meg a 18 Ft-ot. Ha viszont a C pontot választjuk, akkor adagunk már igen drága, kb. 22 Ft lesz. Az adag a B pontból a C pont felé haladva végig az egyenesen, egyenletesen drágul.

Természetesen az előbbi elveket követve, a grafikus lineáris programozás bárhány egyenlőtlenség mellett alkalmazható, ha az ismeretlenek száma kettő. Ily módon bármennyi adag figyelembe vehető a takarmányadag optimalizálása során, mégpedig egyidejűleg.

Aligha szorol bizonyításra — ezért részletesebb tárgyalásától eltekintünk — hogy az ismertett módszer bármely két takarmányból

lehetővé teszi alapvariánsok előállítását (ha a feladat egyáltalán megoldható). Az ily módon kapott — két-két takarmányból álló — alapvariáns viszont a már előzőekben megismert módon, megosztási viszonyszámok segítségével keverhető. A keverésükkel kapott adagok szintén megfelelnek az előírt feltételeknek, ha e feltételek az alapvariánsok előállítása során megegyeztek.

Annak sincs akadálya, hogy egy ábrán két alapvariáns (esetleg több alapvariáns lehetősége is fennáll, ha az ábra nem lesz nagyon áttekinthetetlen) programozását is elvégezzük. Vegyük példaként a lucernaszéna—silókukorica és a lucernaszéna—réti széna alapvariáns összeállítását. A lucernaszéna—silókukorica alapvariánst már az előbb programoztuk, ennek adatait csak be kell rajzolni új ábránkba (4. ábra).

A lucernaszéna—réti széna alapvariáns előállítása során feltételünk most is az, hogy az adag keményítőérték-tartalma legalább 5,7 kg, fehérjetartalma pedig legalább 0,88 kg legyen. Most azonban a szárazanyag felső korlátot emeljük fel 16 kg-ra, hogy megoldható feladatot kapjunk (ugyanazt tesszük a silókukorica — lucerna alapvariáns esetén is a 4. ábrán).

Feladatunk tehát a következő lineáris programozási modellhez vezet:

$$\begin{aligned} 0,84 x_1 + 0,84 x_2' &\leq 16 \\ 0,84 x_1 + 0,84 x_2' &\geq 12 \\ 0,295x_1 + 0,34 x_2' &\geq 5,7 \\ 0,111x_1 + 0,045x_2' &\geq 0,88 \\ 1,5 x_1 + 1,0 x_2' &= \text{minimum!}, \end{aligned}$$

ahol:

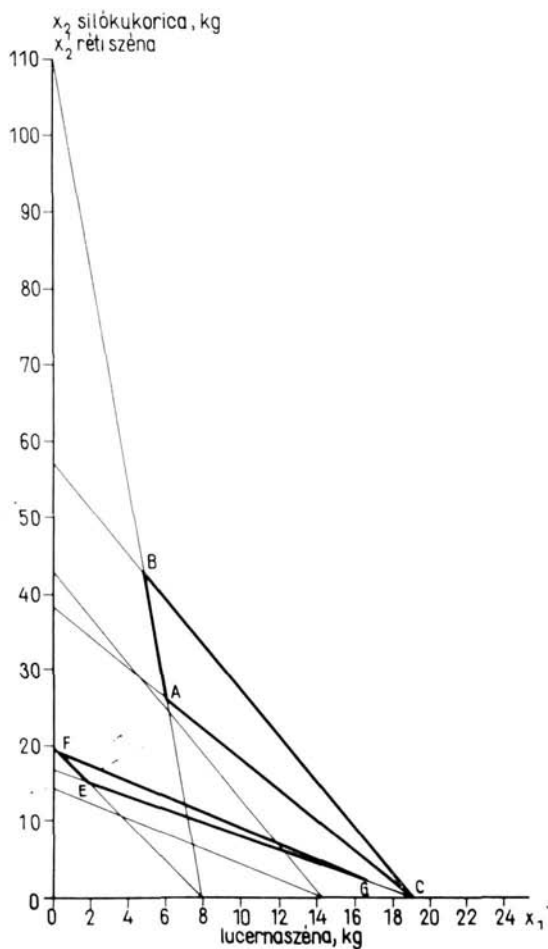
x_1 a lucernaszéna

x_2' a réti széna egyelőre ismeretlen mennyisége az adagban.

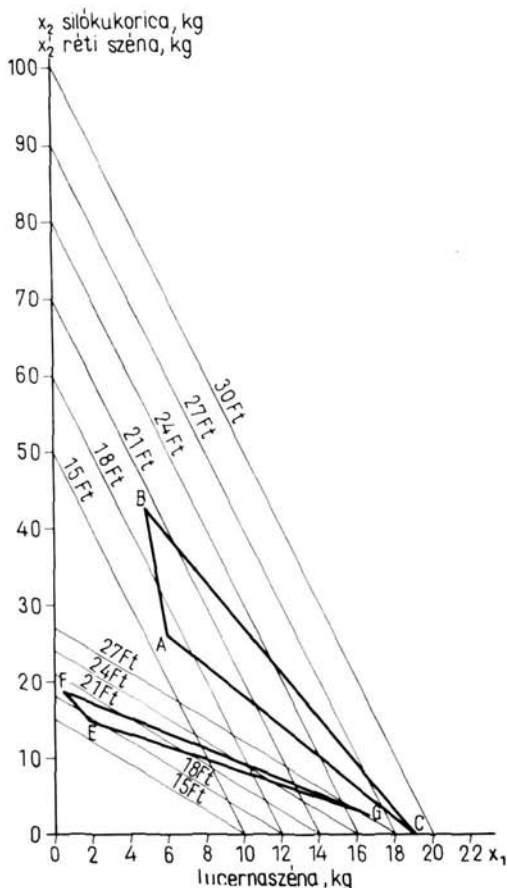
Képezzük a koordinátákat:

$$\begin{array}{ll} 16 : 0,84 = 19,05 & 16 : 0,84 = 19,05 \\ 12 : 0,84 = 14,30 & 12 : 0,84 = 14,30 \\ 5,7 : 0,295 = 19,32 & 5,7 : 0,34 = 16,76 \\ 0,88 : 0,111 = 7,9 & 0,88 : 0,045 = 19,56. \end{array}$$

Rajzoljuk be a koordináta pontokat összekötő egyeneseket a 4. ábrába.



4. ábra. Két alapvariáns egyidejű programozása



5. ábra. Két alapvariáns optimuma

Most szintén egy háromszöget kaptunk, amelyet az E, F, G pontokat összekötő egyenesek határolnak.

Az A, B, C és az E, F, G háromszögek bármely pontjában olyan takarmányadag-variánst kapunk, amely a meghatározott feltételek-

nek (12—16 kg szárazanyag, 5,7 kg keményítődérték és 0,88 kg fehérje alsó korlát) megfelel. Az ezek keverésével kapott adagok — ha a keverést megoszlási viszonyyszámok segítségével végeztük — szintén kielégítik az előírt feltételeket.

Most az 5. ábrán rajzoljuk be a költségvonalat is mindkét alapvariánsra. Elegendő természetesen — a zsúfoltságot kerülendő — csupán azokat a költségvonalat az ábrába rajzolni, amelyek az A, B, C és E, F, G pontok összekötésével megrajzolt háromszöget metszik, vagy azokat megközelítik (5. ábra).

A könnyebb áttekintés kedvéért a 4. ábrából csak a háromszögeket emeljük ki. A második adagvariáns költségvonalaik kiszámításánál a lucernaszénát szintén 1,5 Ft/kg, a réti szénát pedig 1 Ft/kg fajlagos költséggel számoljuk. Ez esetben pl. 3 Ft-ért 2 kg lucernaszéna vagy 3 kg réti széna etethető fel, vagyis az arány 2 : 3 lesz.

Az 5. ábráról leolvasható, hogy a legolcsóbb alapvariánst az A és az E pontok adják. Ezeket célszerű tehát alkalmasan megválasztott megoszlási viszonyyszámok szerint keverni.

VII. TÖBB TAKARMÁNY EGYIDEJŰ KEZELÉSÉNEK LEHETŐSÉGE

Az előző fejezetben bemutattuk a grafikus lineáris programozás alkalmazási lehetőségét. Két egyenlet helyett több egyenlőtlenséget tartalmazó kétismeretlenes rendszert vizsgáltunk, s ennek alapján a takarmánypárokból álló alapvariánsok összeállítása során többféle anyagot is figyelembe vehettünk, mégpedig egyenlőtlenség formájában.

Most egy lépéssel tovább megyünk és megkíséreljük bemutatni egyszerre több takarmány figyelembevételével az adag összeállítását, továbbra is törekedve természetesen a módszertani eljárás egyszerűségére.

Legyen feladatunk a mindvégig vizsgált 600 kg-os tehén alaptakarmány-adagjának összeállítása. Az adag életfenntartásra és 10 liter tej termelésére elegendő táplálóanyagot tartalmaz. Követelményünk, hogy az adag szárazanyag-tartalma 14—16 kg legyen, keményítőértékből legalább 5,7 kg-ot, fehérjéből pedig legalább 0,88 kg-ot tartalmazzon.

Tegyük fel, hogy háromféle takarmány áll rendelkezésünkre az adag összeállításához. Ezek beltartalmi és költségadatait a 18. táblázat tartalmazza.

18. táblázat. Beltartalmi és költségadatok

Megnevezés	1 kg takarmány beltartalma, kg			Költség, Ft/kg
	szárazanyag	keményítő- érték	fehérje	
Lucernaszéna	0,84	0,295	0,111	1,5
Réti széna	0,84	0,340	0,045	1,0
Silókukorica	0,28	0,150	0,008	0,3

Az adagra előírjuk, hogy réti szénából pontosan 3 kg-ot tartalmazzon.

A feladat most a következő lineáris programozási modellhez vezet:

$$\begin{aligned} 0,84 x_1 + 0,84 x_2 + 0,28 x_3 &\leq 16 \\ 0,84 x_1 + 0,84 x_2 + 0,28 x_3 &\geq 12 \\ 0,295x_1 + 0,34 x_2 + 0,15 x_3 &\geq 5,7 \\ 0,111x_1 + 0,045x_2 + 0,008x_3 &\geq 0,88 \\ &x_2 = 3 \\ 1,5x_1 + x_2 + 0,3 x_3 &= \text{minimum!} \end{aligned}$$

Most tehát három ismeretlent, négy egyenlőtlenséget és egy egyenletet tartalmazó rendszerünk van, s a célfüggvényt minimalizáljuk.

Mivel a réti széna mennyiségét pontosan előírtuk, azt eleve adott-nak tekinthetjük. A 3 kg réti széna tartalmaz 2,52 kg szárazanyagot, 1,02 kg keményítőértéket és 0,135 kg fehérjét. Ezt a szükségletből levonva megkapjuk, hogy a silókukorica és lucernaszéna mennyiségét az adagban úgy kell meghatározni, hogy együttes szárazanyag-tartalmuk 9,48—13,48 kg között legyen, együttes keményítőérték-tartalmuk 4,68 kg-nál, illetve fehérjetartalmuk 0,745 kg-nál kevesebb ne legyen. Most tehát a 3 kg réti széna levonása után a következő feladatot kapjuk:

$$\begin{aligned} 0,84 x_1 + 0,28 x_3 &\leq 13,48 \\ 0,84 x_1 + 0,28 x_3 &\geq 9,48 \\ 0,295x_1 + 0,15 x_3 &\geq 4,68 \\ 0,111x_1 + 0,008x_3 &\geq 0,745 \\ 1,5x_1 + 0,3 x_3 &= \text{minimum!} \end{aligned}$$

E feladatot, mint az előbbi fejezetből ismeretes, a grafikus lineáris programozás alkalmazásával könnyen megoldhatjuk (ha van megoldása!).

Megoldható a probléma analitikus módszerrel, pl. behelyettesítéssel is. Ez esetben a feladatot ismét kétismeretlenes, két egyenletből álló rendszerre kell redukálni. Tételezzük fel, hogy ha a vizsgált két takarmányból sikerül olyan adagot összeállítani, amely pontosan 4,68 kg keményítőértéket és 0,745 kg fehérjét tartalmaz, annak szárazanyagtartalma 9,48—13,48 kg között lesz. Eszerint feladatunk a következő:

$$\begin{aligned}0,295x_1 + 0,15x_3 &= 4,68 \\ 0,111x_1 + 0,008x_3 &= 0,745.\end{aligned}$$

Megoldásként kapjuk, hogy

$$\begin{aligned}x_1 &= 5,2, \\ x_3 &= 21,13.\end{aligned}$$

A 21,13 kg silókukorica és 5,2 kg lucernaszéna együttesen 10,28 kg szárazanyagot tartalmaz, tehát a kapott adag a szárazanyagtartalom szempontjából megfelel. Ha együttes szárazanyagtartalmuk 9,48 kg-nál kevesebb volna, és azt semmiképpen nem engedhetjük meg, akkor a két egyenlet egyike a szárazanyag kell hogy legyen. Megvizsgáljuk tehát a problémát úgy, hogy egyik táplálóanyag helyett (vagy a keményítőérték vagy a fehérje helyett) a szárazanyagot vizsgáljuk. A megoldás után megnézzük, hogy a most nem vizsgált táplálóanyagból a két takarmány tartalmazza-e a szükségletet. Ha igen, a feladatot megoldottuk, ha nem, akkor ennek a táplálóanyag-nak és a szárazanyagnak a segítségével ismét két egyenletet képezünk, s a problémát megoldjuk. Mint látjuk, itt már egy kicsit bonyolultabb a feladat.

Most tehát a három takarmányból összeállított alapvariánsunk a következő:

lucernaszéna	5,20 kg,
réti széna	3,00 kg,
silókukorica	21,13 kg,
az adag költsége	17,14 Ft.

Az adag beltartalma pedig a következő:

szárazanyag	12,80 kg,
keményítőérték	5,70 kg,
fehérje	0,88 kg.

Ha réti szénára például 3 kg helyett 2 kg-ot írunk elő, akkor a következő adagot kapjuk:

lucernaszéna	5,50 kg,
réti széna	2,00 kg,
silókukorica	22,65 kg,
az adag költsége	17,05 Ft.

Az adag beltartalma:

szárazanyag	12,64 kg,
keményítőérték	5,70 kg,
fehérje	0,88 kg.

Az így kapott — most három takarmányból álló — alapvariánsok az ismert módon szintén keverhetők.

Természetesen a feladat nemcsak három, hanem több takarmány esetén is megoldható, ha két takarmány kivételével valamennyire tudunk egyenletet előírni valamilyen gazdasági vagy biológiai megfontolás alapján. (Itt természetesen tág tere van a szubjektivitásnak is, de ez a lineáris programozás alkalmazása során is fennáll a különböző takarmányokra előírt alsó és felső korlátok megszabásánál.)

Próbáljuk most a vizsgált tehén alaptakarmányát (amely 12—16 kg szárazanyagot, 5,7 kg keményítőértéket és 0,88 kg fehérjét tartalmaz) négy takarmányból (lucernaszénából, silókukoricából, kukoricadarából és lucernalisztből) összeállítani.

A feladat a 7. táblázatból ismert beltartalmi és költségadatokat felhasználva a következő:

$$\begin{aligned}0,84 x_1 + 0,28 x_2 + 0,85 x_3 + 0,9 x_4 &\leq 16 \\0,84 x_1 + 0,28 x_2 + 0,85 x_3 + 0,9 x_4 &\geq 12 \\0,295 x_1 + 0,15 x_2 + 0,791 x_3 + 0,601 x_4 &= 5,7 \\0,111 x_1 + 0,008 x_2 + 0,074 x_3 + 0,18 x_4 &= 0,88 \\1,5 x_1 + 0,3 x_2 + 2,80 x_3 + 2,95 x_4 &= \text{minimális!}\end{aligned}$$

A feladatot szemügyre véve látjuk, hogy két takarmány (a lucernaszéna és a silókukorica) viszonylag olcsó, a másik két takarmány (a kukoricadara és a lucernaliszt) viszonylag drága. Előnyösnek látszana ennek alapján az adagban minél több lucernaszénát és silókukoricát alkalmazni. Gazdasági vagy biológiai megfontolásokból azonban nem tartjuk célszerűnek, ha az adag 4 kg-nál több lucernaszénát, vagy 25 kg-nál több silókukoricát tartalmaz (például a készletből ennyi jut).

Valószínű, hogy ha ezeket a takarmányokat 4 kg, illetve 25 kg-os szinten felülről korlátozzuk, azok az adagban a felső korlát szintjéig, tehát 4, illetve 25 kg-os mennyiségben fognak szerepelni. (Valójában ez nem biztos, ezért e megoldás csak az optimum megközelíté-

sét teszi lehetővé.) E feltételezés alapján előírhatjuk e követelményeket egyenletenként. Feladatunkat tehát az

$$\begin{aligned}x_1 &= 4, \\x_2 &= 25\end{aligned}$$

feltételekkel bővítjük ki. Megvizsgáljuk, hogy mennyi a 4 kg lucernaszéna és 25 kg silókukorica beltartalma, s ezt a szükségletből kivonva megkapjuk, hogy a különböző táplálóanyagokból mennyit kell a kukoricadara és a lucernaliszt felhasználásával fedezni. Eredményünk a következő:

	Szárazanyag	Keményítő- érték	Fehérje
4 kg lucernaszéna	3,36	1,18	0,444
25 kg silókukorica	7,00	3,75	0,200
Összesen	10,36	4,93	0,644

	Szárazanyag	Keményítő- érték	Fehérje
Szükséglet	12—16	5,70	0,880
Hiány, illetve még biztosítandó	1,64	0,77	0,236

Most a kukoricadarából és lucernalisztből állítjuk össze az adagot, hogy a hiányt fedezzük. Tehát

$$\begin{aligned}0,791x_3 + 0,601x_4 &= 0,77 \\0,074x_3 + 0,180x_4 &= 0,236.\end{aligned}$$

A számításokat elvégezve (vagy grafikus lineáris programozást alkalmazva) kapjuk, hogy

$$\begin{aligned}x_3 &= 0,03, \\x_4 &= 1,30,\end{aligned}$$

vagyis a kukoricadarát 0,03 kg-mal, a lucernalisztet 1,3 kg-mal kell az adagban szerepeltetni. Ezek együttes beltartalma:

szárazanyag	1,20 kg,
keményítőérték	0,80 kg,
fehérje	0,236 kg.

A keményítőértéknél a kis eltérés kerekítésből adódik. A szárazanyag az alsó határ alatt marad 0,44 kg-mal. Ez gyakorlatilag nem okoz problémát, illetve ha ez megengedhetetlen lenne, a szárazanyaggal kellene a számítást megismételni. Ha elfogadjuk a kapott eredményt, akkor adagunk a következő:

lucernaszéna	4 kg,
silókukorica	25 kg,
kukoricadara	0,03 kg,
lucernaliszt	1,30 kg,
az adag költsége	17,42 Ft.

Az adag beltartalma:

szárazanyag	11,56 kg,
keményítőérték	5,73 kg,
fehérje	0,88 kg.

Az adag természetesen most is felfogható alapvariánsként, és más alapvariánssal vagy alapvariánsokkal keverhető.

A takarmánypárokból álló alapvariánsok keverése, vagy ugyanazon feltételeket kielégítő takarmányadag-variánsok keverése — mint láttuk — igen egyszerűen, alkalmas módon megválasztott, vagy valamilyen új feltétel teljesítését előíró egyenletek megoldásával, meghatározott megoszlási viszonyszámok segítségével elvégezhető. Nem biztos azonban, hogy első megközelítésre sikerül a megoszlási viszonyszámokat úgy megválasztani (vagy a számítások során olyan megoszlási viszonyszámokat kapni), hogy segítségükkel gyakorlati felhasználásra is alkalmas adagokat nyerjünk. *Esetleg több keverési lehetőséget kell végigvizsgálni ahhoz, hogy gyakorlati hasznosításra alkalmas adagot állítsunk elő. Ilyenkor — tekintve, hogy minden kombinációnál végig kell számolni, vajon a keveréssel nyert adagban*

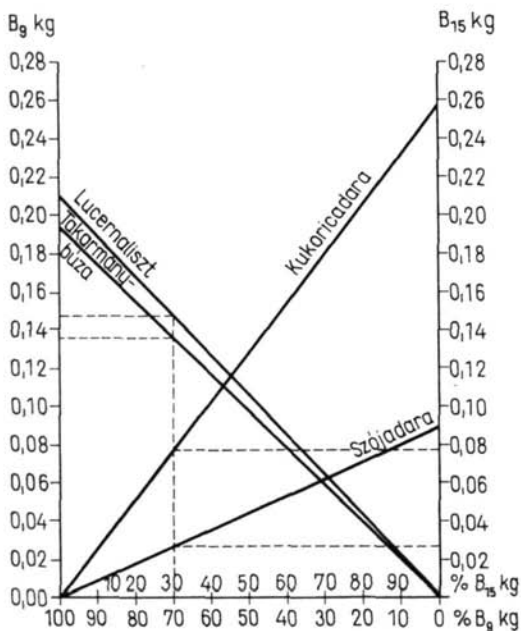
mennyi a különféle takarmánykomponensek mennyisége, az adag szárazanyag-, keményítő- és fehérjetartalma és költsége — már jelentős számolási munkát kell végeznünk. Ezt a számolási munkát azonban elkerülhetjük és gyorsan, sok lehetőséget megvizsgálva meg-alapozott döntéshez juthatunk, ha a továbbiakban kifejtett grafikus módszert alkalmazzuk.

Állítsunk össze a 9. táblázatból már ismert B_0 -es és B_{15} -ös alapvariáns keverésével pótabrakot 1 liter tejre. A B_0 -es alapvariáns 0,196 kg takarmánybúzából és 0,211 kg lucernalisztból, a B_{15} -ös alapvariáns pedig 0,257 kg kukoricadarából és 0,088 kg szójadarából áll. Mindkét alapvariáns azonosan 0,27 kg keményítőértéket és 0,058 kg fehérjét tartalmaz. A B_0 -es alapvariáns szárazanyag-tartalma 0,361 kg, a B_{15} -ös alapvariáns szárazanyag-tartalma 0,297 kg. A B_0 -es alapvariáns költsége 1,126 Ft, a B_{15} -ös alapvariáns költsége pedig 1,316 Ft.

Szerkesszünk milliméterpapíron egy olyan koordináta-hálózatot, amelynek két függőleges tengelye van, s a köztük levő távolság pontosan 10 cm. A függőleges tengelyeken a mennyiségi skálát szerkeszszük meg úgy, hogy a két adagban az egyes komponensek mennyiségét és szárazanyag-tartalmát be tudjuk rajta jelölni. Az egyik függőleges tengelyen a B_0 -es, a másikon a B_{15} -ös alapvariánst jelöljük meg. A vízszintes tengelyen jelöljük a keverési arányt úgy, hogy a B_0 -esre vonatkozó skálán annál a függőleges tengelynél, amelyen a B_0 -es alapvariánst jelöljük, 100-at írunk, s innen 1 cm = 10% beosztással csökken a keverési arány mindaddig, amíg a másik tengelyhez érünk, ahol nullát kapunk. Ugyanígy — csak fordított irányban szerkesszük meg a B_{15} -ös alapvariáns keverési arányát (6. ábra).

Most a B_0 függőleges tengelyen jelöljük meg a 0,196 (takarmánybúza mennyisége) és a 0,211 (lucernaliszt mennyisége) pontokat, s mindkettőt kössük össze a B_0 vízszintes tengely 0 pontjával. Az így kapott vonalak pontjait a B_0 vízszintes és B_0 függőleges tengelyre kivetítve megkapjuk, hogy ha a vízszintes tengelyen mért százalékos arányt követjük, mennyi lesz a B_0 alapvariáns komponenseinek mennyisége az adagban.

Most a függőleges B_{15} tengelyen jelöljük meg a 0,257 (kukoricadara mennyisége) és a 0,088 (szójadara mennyisége) pontokat, s



6. ábra. A B_9 és B_{15} alapvariánsok keverése

kössük azokat össze a vízszintes B_{15} tengely nulla pontjával. Az így kapott vonalakat az előbbihez hasonlóan értelmezzük.

Tegyük fel, hogy a $0,7 B_9 + 0,3 B_{15}$ keveréket akarjuk előállítani, vagyis a B_9 -es alapvariáns 70%-át és a B_{15} -ös alapvariáns 30%-át alkotja az adagnak. Megkeressük az ábrán a $B_{15} = 30$, illetve $B_9 = 70$ pontokat (ezek összetartoznak), s ebből egy merőleges egyenest húzunk a koordináta-hálózatra. E merőleges egyenes és a takarmányegyenese metszéspontjait valamelyik függőleges tengelyre kivetítve (az ábrán szaggatott vonalak) kapjuk, hogy a $0,7 B_9 + 0,3 B_{15}$ keveréssel kapott adagban az egyes takarmánykomponensek milyen mennyiségben szerepelnek. Az eredményt a táblán leolvassuk a következő adaghoz jutunk:

takarmánybúza	0,137 kg,
lucernaliszt	0,149 kg,
kukoricadara	0,076 kg,
szójadara	0,026 kg.

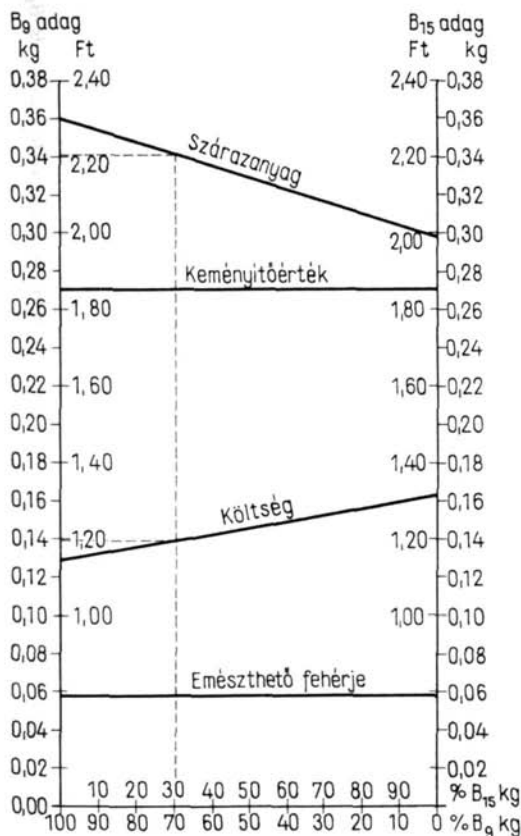
A keverési arányt jelző függőleges egyenes mozgatóásával számtalan keverési lehetőséget tudunk gyorsan megvizsgálni, s a legkedvezőbb pontot tudjuk kiválasztani. Egyszerűen nyomon tudjuk követni azt is, hogy pl. esetünkben a keverési arány vonalának jobbra történő mozgatóásával az adagban csökken a lucernaliszt és a takarbúza, növekszik a kukorica- és a szójadara mennyisége.

Ha az előbbi módon megszerkesztett koordináta-rendszerben a függőleges tengelyeken nem azt tüntetjük fel, hogy az alapvariánsokban az egyes takarmányok milyen mennyiségben szerepelnek, hanem az alapvariánsok beltartalmi értékeit, s ezeket összekötjük, az ábrából gyorsan leolvashatjuk a kapott keverék beltartalmi értékeit (7. ábra).

Látjuk, hogy $0,7 B_9 + 0,3 B_{15}$ keverés esetén az adag szárazanyag-tartalma 0,34 kg. A keményítőérték természetesen most is 0,27 kg, illetve a fehérje most is 0,058 kg, mivel ez a két alapvariánsnál megegyezett. A szárazanyaghoz hasonlóan rajzolhatjuk meg a költség-vonalat.²¹ Ennek skáláját a függőleges tengelyek belső felére jelöltük be. Látjuk, hogy a $0,7 B_9 + 0,3 B_{15}$ keverése esetén a költség 1,18 Ft.

A keverési arány vonalának mozgatóásával most azt is nyomon tudjuk követni, hogy hogyan változik az adag beltartalma és költsége stb. A szárazanyaghoz hasonlóan tehát bármilyen más anyag szerint is vizsgálható a keverék. Láttuk, hogy például az a_1 , a_2 keverési értékek kiszámíthatók, ha előírjuk a keverék szárazanyag-tartalmát, vagy más anyagtartalmát, vagy valamely takarmánykomponens mennyiségét. Ugyanezt most grafikusán, számítások nélkül megoldhatjuk (8. ábra).

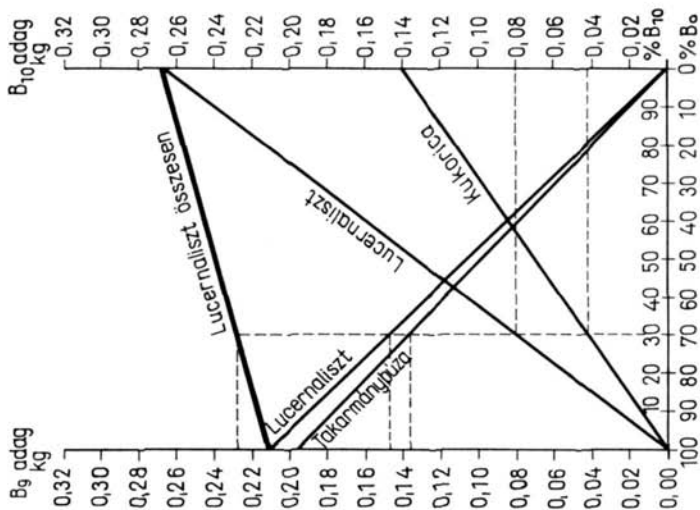
A 8. ábrán a B_9 -es és B_{10} -es alapvariánsok keverését mutatjuk be. E feladat jellegzetessége, hogy az egyik takarmánykomponens (lucernaliszt) mindkét alapvariánsban szerepel. A lucernalisztre tehát két vonallal rendelkezünk, a leolvasás során két mennyiségi értéket kapunk, s ezeket összegezni kell. Ezt kiküszöbölhetjük, ha most a két alapvariáns lucernalisztre vonatkozó — a függőleges tengelyeken meg-



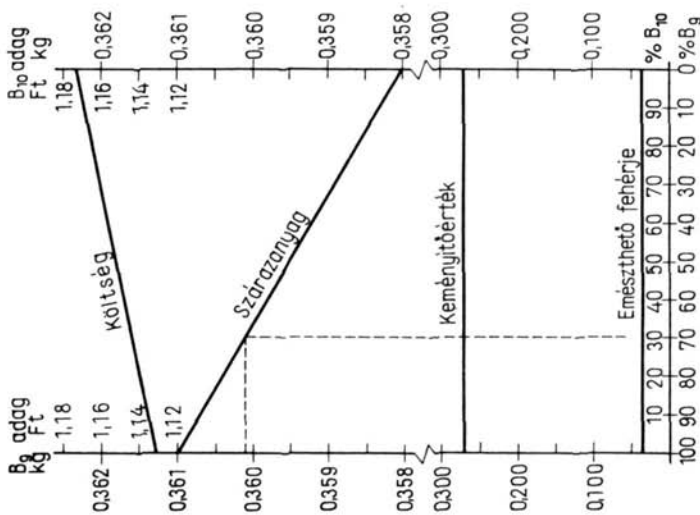
7. ábra. A beltartalom és költség változása B₉ és B₁₅ keverése esetén

jelölt — pontjait kötjük össze. Ezt ábránkon vastagabb vonallal jelöljük. Szaggatott vonallal bejelöltük a $0,7 B_9 + 0,3 B_{10}$ keverés leolvasásához szükséges vonalakat.

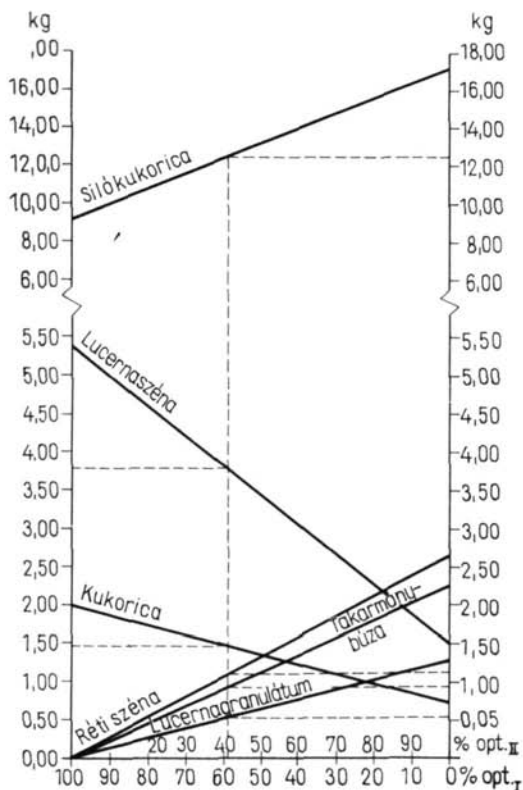
A B₉-es és B₁₀-es alapvariánsok keverésének vizsgálatához a szárazanyag-tartalom vonalát és a költségvonalat a 9. ábrán szemléltetjük, itt is berajzolva a $0,7 B_9 + 0,3 B_{10}$ keverés esetét (9. ábra).



8. ábra. A B_9 és B_{10} alapvariánsok keverése



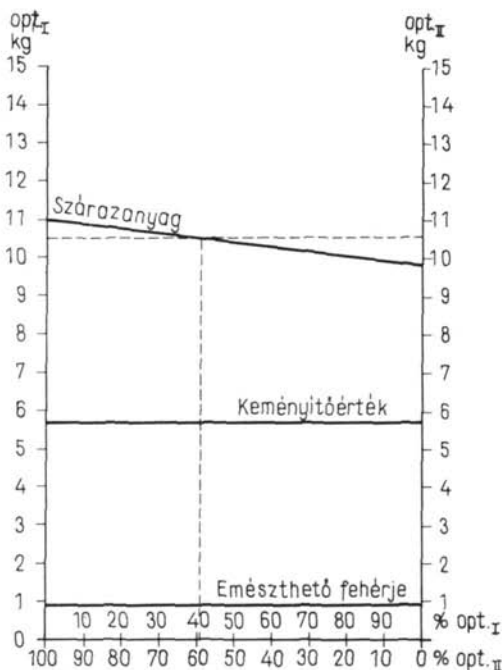
9. ábra. A beltartalom és költségváltozása B_9 és B_{10} keverése esetén



10. ábra. Opt._I és opt._{II} adagok keverése

A 10. ábra a már ismert opt._I és opt._{II} takarmányadagok keverési lehetőségeinek vizsgálatára alkalmas. Itt már egy három takarmánykomponensből és egy öt takarmánykomponensből álló alaptakarmány adag keverését vizsgáljuk. Az ábrán szaggatott vonallal a 0,59 opt._I + 0,41 opt._{II} esetet jelöljük.

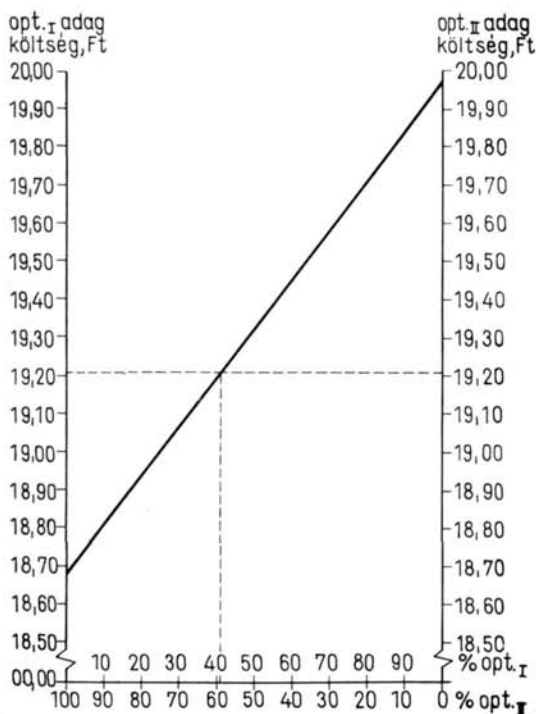
Az opt._I és opt._{II} alaptakarmány-adagok keveréséhez tartozó beltartalmi értékeket a 11. ábra, a költségadatokat pedig a 12. ábra mutatja. Ezeken is bejelöltük szaggatott vonallal a 0,59 opt._I + 0,41 opt._{II} helyzetet.



11. ábra. A beltartalom változása opt._I és opt._{II} keverésével

Az ismertetett eljárásnak egyszerűsége mellett legfontosabb sajátossága, hogy lehetővé teszi, hogy gyorsan végigvizsgáljunk sokféle keverési lehetőséget, s. e keverési lehetőségek hatásait szemléletesen is tudjuk tenni. Természetesen az ismertetett grafikus keverési módszer egyszerre mindig csak két takarmány keverését teszi lehetővé. Több lépésben, páronként lehetséges több alapvariáns keverési lehetőségének vizsgálata is. Vastáblán mágnes segítségével kifeszített húr most is jól alkalmazható, ha a koordináta-tengelyt milliméterpapírra elkészítjük, és a vastáblára ragasztjuk.

Könyvünkben mindvégig a tehén takarmányozását használtuk fel példaanyagként. Ezt azért láttuk célszerűnek, mert alkalmat adott az életfenntartó és termelő takarmány összefüggésének vizsgálatára is. Természetesen az ismertetett módszerek bármely állat takarmányadagjának összeállítására alkalmasak.



12. ábra. A költség változása opt. I és opt. II keverésével

A takarmányadagok előre történő megtervezésével, majd összeállításával a takarmánytermelés szerkezete is megtervezhető. Az állatállomány évi igényét, vagy időszakonkénti igényét egy-egy takarmányadagként is felfoghatjuk, s így viszonylag egyszerűen megtervezhetjük a takarmánytermelést és -vásárlást. Ennek részletes ismertetésétől e helyütt el kell tekintenünk, csupán azt jegyezzük meg, hogy lényegében az e könyvben kifejtett módszerek és a Tóth József által „globális módszer”-nek nevezett eljárás összekapcsolásáról van szó.²²

VIII. EGY GYAKORLATI ALKALMAZÁS ISMERTETÉSE

A továbbiakban bemutatjuk módszerünket egy állami gazdaság tehenészeti telepére alkalmazva. Példánk arra is módot ad, hogy rámutassunk az alkalmazás néhány speciális lehetőségére és problémájára.

A gazdaság központi telephelyén 615 tehen volt a vizsgálat idején (1972 márciusában). A 615 tehenet a gazdaság kétféle recept szerint takarmányozta. Az egyik recept szerint 108, a másik szerint pedig 507 tehenet takarmányoztak. Mindkét állománycsoportban úgy állították össze az alaptakarmány-adagot, hogy az 550–600 kg élő súlyú tehen életfenntartására és 7 liter 5% zsírtartalmú²³ tej termelésére elegendő táplálóanyagot tartalmazzon. Követelmény volt tehát, hogy az alaptakarmány-adagban 5,275 kg keményítőérték és 0,804 kg fehérje legyen.

A 108 tehénnél alkalmazott alaptakarmány-adagot a 19. táblázatban mutatjuk be. Az adag három komponensből áll, s keményítőértékből is és fehérjéből is jelentős többletet tartalmaz.

19. táblázat. A gazdaság alaptakarmány-adagja 108 tehénre

A takarmány megnevezése	Mennyi- sége, kg	Szár- az- anyag, kg	Kemé- nyítő- érték, kg	Emész- tő fehérje, kg	Ca	P	Az adag költsé- ge, Ft
					g		
Silókukorica	27	7,560	4,050	0,216	83,70	27,00	5,13
Lucernaszéna	4	3,360	1,180	0,444	6,44	2,40	4,84
Lucernaliszt- granulátum	1,5	1,350	0,901	0,270	25,05	7,35	3,75
Összesen		12,270	6,131	0,930	115,19	36,75	13,72
Szükséglet		12—18	5,275	0,804			
Felesleg			0,856	0,126			

Az 507 tehén alaptakarmány-adagját a 20. táblázat szemlélteti. Ezt az adagot négy takarmánykomponensből állították össze. Míg az előbbi adag jelentős többletet tartalmaz mind keményítőértékből, mind fehérjéből, az utóbbinál a táplálóanyagokból jelentős hiány van. Az adag beltartalmának kiszámításánál a takarmányok laboratóriumi vizsgálatának eredményét használtuk fel (lásd a 7. táblázatot).

20. táblázat. A gazdaság alaptakarmány-adagja 507 tehenre

A takarmány megnevezése	Mennyisége, kg	Száranyag, kg	Keményítőérték, kg	Emészthető fehérje, kg	Ca	P	Az adag költsége, Ft
					g		
Kukoricaszilázs	12	3,360	1,800	0,096	3,72	12,0	2,28
Lucernasiló	8	1,696	0,464	0,064	48,80	12,0	2,40
Fűsiló	7	1,897	0,658	0,035	21,70	8,4	1,05
Lucernaszéna	4	3,360	1,180	0,444	6,44	2,4	4,84
Összesen		10,313	4,102	0,639	80,66	34,8	10,57
Szükséglet		10—18	5,275	0,804			
Hiány			1,173	0,165			

A gazdaság mindkét állománycsoportnál azonos pótabrakot alkalmazott oly módon, hogy 1 kg pótabrak 2 liter 5%-os zsírtartalmú tej termelésére képesítse az állatot. Mivel 1 liter 5%-os zsírtartalmú tej termeléséhez 0,325 kg keményítőértéket és 0,072 kg fehérjét számítottunk, az 1 kg pótabrak tartalma 0,650 kg keményítőérték és 0,144 kg fehérje kellene, hogy legyen. A 21. táblázatból — amely a gazdaságban alkalmazott pótabrakot mutatja — kiderül, hogy az adag keményítőérték-tartalma 0,640 kg, fehérjetartalma pedig 0,144 kg. (A pótabrak a táblázat szerint 0,96 kg, azonban 0,04 kg mennyiségben kiegészítőket tartalmaz; takarmánymész, takarmánysó és premixek. Ezek vizsgálatától eltekintünk.) A pótabrak keményítőérték-tartalma valamivel kisebb a szükségletnél, fehérjetartalma pontosan elegendő.

21. táblázat. A gazdaságban etetett pótabrak
(2 liter 5%-os zsírtartalmú tejre)

A takarmány megnevezése	Meny- nyi- sége, kg	Szár- az- anyag, kg	Kemé- nyítő- érték, kg	Emész- tető fehérje, kg	Ca	P	Pót- abrak költsé- ge, Ft
					g		
Kukoricadara	0,30	0,255	0,237	0,022	0,09	1,83	0,60
Búza	0,20	0,174	0,146	0,020	0,26	1,54	0,40
Lucernaliszt	0,04	0,036	0,024	0,006	0,66	0,19	0,11
Korpa	0,18	0,159	0,098	0,021	—	4,41	0,46
Extrahált napraforgódara	0,24	0,216	0,135	0,075	1,17	5,52	1,18
Összesen	0,96	0,840	0,640	0,144	2,18	13,49	2,75

A 22. táblázatban közöljük a különböző takarmányok fajlagos beltartalmi adatait, összehasonlítva a laboratóriumi vizsgálat eredményét a szabvány szerinti táplálóanyaggal. Néhány takarmánynál — mint látható — az eltérés jelentős.

A 23. táblázatban az 1 kh-on megtermelhető táplálóanyagok mennyiségét közöljük. Ezt a tárolási veszteséggel csökkentve is kiszámítottuk. Eszerint 1 kh-on a legtöbb keményítőértéket az adott gazdaságban a silókukorica, majd a kukorica, a legtöbb fehérjét pedig a lucernaszéna szolgáltatta.

Kimutatjuk a 100 Ft költséggel előállítható táplálóanyag-mennyiségeket is a 24. táblázatban, önköltségen számolva.

Mint ismeretes, a teheneknél az életfenntartó táplálóanyag-igényt tekintve a keményítőérték és a fehérje aránya 10/1. A tejtermelésnél (5%-os zsírtartalmú tej esetén 0,325 kg keményítőértéket és 0,072 kg fehérjét számolva) az arány 4,51/l.

A 13. ábrán diagramokkal ábrázoljuk a különböző takarmányoknál a keményítőérték és fehérje arányát. Egyúttal az ábrán folytonos vonallal az életfenntartáshoz, szaggatott vonallal a tejtermeléshez szükséges táparányt is megjelöltük. Az ábra szerint a vizsgált takarmányok közül csak két takarmánynál találunk tágabb táparányt, mint az életfenntartó-szükséglet táparánya. Ebből rögtön adódik a

22. táblázat. 1 q takarmány táplálóanyag-tartalma (kg)

Megnevezés	Száranyag		Keményítőérték		Emészthető fehérje		Ca		P	
	gazdaság	tábla	gazdaság	tábla	gazdaság	tábla	gazdaság	tábla	gazdaság	tábla
Silókukorica	28,0	28	15,0	15,0	0,8	1,2	0,31	0,31	0,10	0,10
Lucernasiló	21,2	20	5,8	6,0	0,8	2,0	0,61	0,61	0,15	0,15
Fűsiló	27,1	27	9,4	12,3	0,5	1,8	0,31	—	0,12	—
Lucernaszéna, közepes	84,0	84	29,5	32,1	11,1	12,9	0,16	2,05	0,06	0,56
Lucernaliszt	90,0	90	60,1	42,0	18,0	13,6	1,67	1,67	0,49	0,49
Kukorica	85,0	85	79,1	79,1	7,4	7,4	0,03	0,03	0,61	0,61
Búza	87,0	87	73,0	73,0	10,2	10,2	0,13	0,13	0,77	0,77
Búzakorpa	87,0	87	47,4	47,4	11,6	11,6	0,20	0,20	2,45	2,45
Extrahált napraforgódara	89,0	89	51,2	51,2	33,4	33,4	0,49	0,49	2,30	2,30
Szójadara	90,0	90	75,5	75,5	42,9	42,9	0,19	0,19	1,19	1,19
Halliszt	89,0	89	48,9	48,9	48,2	48,2	7,50	7,50	7,87	7,87

23. táblázat. 1 kh-on megtermelhető táplálóanyag-mennyiség

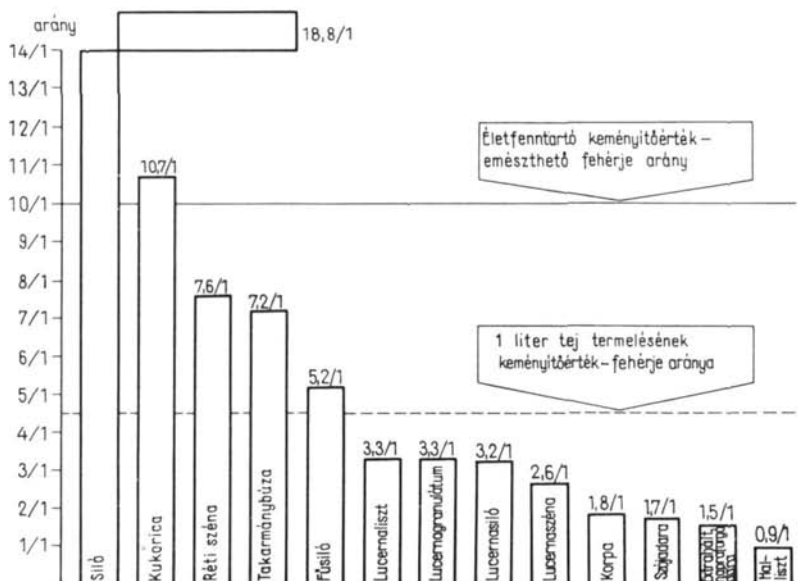
Megnevezés	Termés- átlag, q/kh	1 q takarmány tápláló- anyag-tartalma, kg		1 kh-on előállítható táplálóanyag kg-ban		Tárolási vesztesség, %	Veszteséggel csökkentett táplálóanyag, kg	
		keményítő- érték	emészthető fehérje	keményítő- érték	emészthető fehérje		keményítő- érték	emészthető fehérje
Silókukorica	249,0	15,0	0,8	3735,0	199,2	20	2988,00	159,36
Lucernasiló	40,0	5,8	0,8	232,0	32,0	20	185,60	25,60
Fűsiló	13,0	9,4	0,5	122,2	6,5	20	97,80	5,20
Lucernaszéna, közepes	36,2	29,5	11,1	1067,9	402,0	10	961,11	361,80
Kukorica	34,7	79,1	7,4	2744,7	256,7	—	2744,70	256,70
Búza	21,0	73,0	10,2	1533,0	214,2	—	1533,00	214,20

24. táblázat. 100 Ft önköltséggel előállítható táplálóanyag-mennyiség

Megnevezés	Önköltség, Ft/q	100 Ft költségre jutó mennyiség, q	1 q takarmány tápláló- anyag-tartalma kg-ban				100 Ft költséggel előállít- ható táplálóanyag, kg		
			száraz- anyag	keményítő- érték	emészthető fehérje		száraz- anyag	keményítő- érték	emészthető fehérje
Silókukorica	19	5,20	28,0	15,0	0,8		145,60	78,00	4,16
Lucernasiló	28	3,50	21,2	5,8	0,8		74,20	20,30	2,80
Fűsiló	13	7,60	27,1	9,4	0,5		205,96	71,44	3,80
Lucernaszéna, közepes	121	0,82	84,0	29,5	11,1		68,88	24,19	9,10
Lucernaliszt-granulátum	220	0,45	90,0	60,1	18,0		40,50	27,04	8,10
Kukorica	193	0,51	85,0	79,1	7,4		43,35	40,34	3,77
Búza	241	0,41	87,0	73,0	10,2		35,67	29,90	4,18
Búzakorpa, vásárolt	260	0,38	87,0	47,4	11,6		33,06	17,33	4,40
Extrahált napraforgó- dara, vásárolt	495	0,20	89,0	51,2	33,4		17,80	10,24	6,68
Szójadara, vásárolt	675	0,14	90,0	75,5	42,9		12,60	10,57	6,00
Lucernaliszt	210	0,47	90,0	42,0	13,6		42,30	19,74	6,38

következtetés, hogy ha a táparányt pontosan megkívánjuk az adagban (tehát pontosan kívánjuk biztosítani az adagban a keményítőérték- és a fehérjeszükségletet), akkor két takarmányból álló alapvariánsokat csak úgy képezhetünk, ha az egyik takarmány a silókukorica vagy a kukorica. A 13. ábrán szereplő takarmányokból tehát 22 olyan, két takarmányból képezhető alapvariáns állítható össze, amelyek az életfenntartó táplálóanyag-szükséglet pontos kielégítését teszik lehetővé. Ugyanis mind a silókukorica, mind a kukorica valamennyi, a 10/1 táparány vonal szintjeit meg nem haladó 11 féle takarmánnyal kombinálható az életfenntartó adagban.

A tejtermeléshez szükséges táparány vonala felett ötféle takarmányt találunk. Ezekben tehát a keményítőérték—fehérje aránya tágabb, mint a tejtermeléshez szükséges arány. E vonal alatt viszont nyolcféle takarmány van. Ezekben a táparány szűkebb, mint a tejtermeléshez szükséges táparány. A tejtermeléshez szükséges táparányt tar-



13. ábra. Takarmányok keményítőérték—fehérje aránya

talmazó, két takarmányból összeállított alapvariánsokból tehát összesen 40 féle képezhető, vagyis mindegyik — a szükséglet táparányát jelző — vonal feletti takarmány mindegyik vonal alatti takarmánnyal párosítható.

Ragadjuk ki most a silókukoricát és a lucernát, s készítsünk e két takarmányból egy alapvariánst életfenntartásra (600 kg-os tehén részére). Adagunk a következő lesz:

lucernaszéna	1,47 kg,
silókukorica	17,11 kg,
az adag költsége	5,03 Ft.

Az adag beltartalma a következő:

szárazanyag	6,03 kg,
keményítőérték	3,00 kg,
fehérje	0,30 kg.

Ugyanezen két takarmányból készítsünk olyan alapvariánst is, amely 1 liter tej termeléséhez elegendő táplálóanyagot, azaz 0,325 kg keményítőértéket és 0,072 kg fehérjét tartalmaz. Adagunk a következő lesz:

lucernaszéna	0,57 kg,
silókukorica	1,04 kg,
költség	0,89 Ft,
szárazanyag-tartalom	0,770 kg,
keményítőérték-tartalom	0,325 kg,
fehérjetartalom	0,072 kg.

Vizsgáljuk meg, hogy e két takarmányból az adagot különböző tejhozamra összeállítva, hogyan változik az alaptakarmány-adag. Ezt a 25. táblázatban láthatjuk.

A táblázat szerint 15 liter tej esetén az adag eléri az állat által felvehető szárazanyag maximumát, a 18 kg-ot. Ha tehát az adott tehén 15 liternél több tejet termel (függetlenül most attól, hogy a biológiai határ a felvehető lucernaszéna, a silókukorica mennyiségét tekintve

25. táblázat. Az alaptakarmány-adag változása a tejtermelés függvényében

Megnevezés	Siló- kukorica	Lucerna- széna	Száraz- anyag	Keményítő- érték	Emész- tethő fehérje	Költség, Ft
Életfenntartó						
+ 0 lit. tejre	17,11	1,47	6,03	3,000	0,300	5,03
+ 1 lit. tejre	18,15	2,04	6,80	3,325	0,372	5,92
+ 2 lit. tejre	19,19	2,61	7,57	3,650	0,444	6,81
+ 3 lit. tejre	20,23	3,18	8,34	3,975	0,516	7,70
+ 4 lit. tejre	21,27	3,75	9,11	4,300	0,588	8,59
+ 5 lit. tejre	22,31	4,32	9,88	4,625	0,660	9,48
+ 6 lit. tejre	23,35	4,89	10,65	4,950	0,732	10,37
+ 7 lit. tejre	24,39	5,46	11,42	5,275	0,804	11,26
+ 8 lit. tejre	25,43	6,03	12,19	5,600	0,876	12,15
+ 9 lit. tejre	26,47	6,60	12,96	5,925	0,948	13,04
+ 10 lit. tejre	27,51	7,17	13,73	6,250	1,020	13,93
+ 11 lit. tejre	28,55	7,74	14,50	6,575	1,092	14,82
+ 12 lit. tejre	29,59	8,31	15,27	6,900	1,164	15,71
+ 13 lit. tejre	30,63	8,88	16,04	7,225	1,236	16,60
+ 14 lit. tejre	31,67	9,45	16,81	7,550	1,308	17,49
+ 15 lit. tejre	32,71	10,02	17,58	7,875	1,380	18,38

jóval 15 kg alatt van), a silókukorica—lucernaszéna kombinációt alább kell szállítani. Ugyanis a többlet tejhozamra adott pótabrak szárazanyag-tartalmával együttesen nem haladhatjuk túl a 18 kg-ot. Ha például olyan pótabrakunk van, amelynek szárazanyag-tartalma (1 liter tej termelésére adagolva) 0,4 kg, akkor annyi literrel kell csökkenteni az alaptakarmány szintjét, ahány literrel az állat tejtermelése meghaladja — példánkban — a 15 litert.

Ha például az állat tejhozama 20 liter, akkor az 5 liter tejre adagolandó pótabrak szárazanyag-tartalma 2 kg. Emiatt az alaptakarmány szintjét 13 kg-ra kellene csökkenteni ($16,04 + 2 = 18,04$ kg), így lenne — kis eltéréssel — 18 kg az adag szárazanyag-tartalma. Ez esetben azonban az alaptakarmány kiesése miatt jelentkező 2 liter tejre is pótabrakot kellene adni, ami 0,8 kg szárazanyag. Ha a 18 kg szárazanyagot nem kívánjuk túllépni, ismét csökkenteni kellene az alaptakarmány szintjét, és így tovább. Könnyen belátható azonban,

26. táblázat. Alaptakarmány-adagok 7 liter tej termeléséhez

Sor-szám	Megnevezés	Takarmányadag-variánsok															
		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅	A ₁₆
1.	Takarmánybúza	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.	Kukorica	—	—	—	—	—	2,7079	4,7627	4,8268	5,2803	4,8540	—	—	—	—	—	—
3.	Lucernaszéna	—	5,4864	—	—	—	—	—	—	3,7231	—	—	—	—	1,4709	—	—
4.	Lucernaliszt	—	—	3,5328	—	—	—	2,5087	—	—	—	—	1,0536	—	—	—	—
5.	Lucernagranulátum	—	—	—	3,4386	—	—	—	2,4284	—	—	—	—	1,0120	—	—	—
6.	Silókukorica	10,1576	24,3768	21,0119	21,4123	21,5835	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7.	Réti széna	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10,3530	13,6524	13,7289	14,2385	13,7610	—
8.	Fűsiló	34,4162	—	—	—	—	28,7436	—	—	—	—	16,1007	—	—	—	—	—
9.	Lucernasiló	—	—	—	—	28,6969	—	—	—	—	20,2185	—	—	—	—	8,3979	—
10.	Zöld kukorica	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	11,720
	Önköltség	6,4051	11,2706	11,4117	11,6338	12,1364	8,9641	14,4611	14,6590	14,6967	15,0301	13,4806	17,2289	17,3269	17,4409	17,4873	13,4805

hogy ha lucernaszénából és silókukoricából 1 liter tej termeléséhez szükséges takarmány-alapvariáns 0,77 kg szárazanyagot tartalmaz, ami majdnem kétszerese a pótabrak szárazanyag-tartalmának (szintén 1 liter tejre számítva), akkor az alaptakarmány-szint 1 literrel való csökkentése 2 liter tej termeléséhez elegendő pótabrak feletetését teszi lehetővé ($0,77:0,4 \cong 2$). Ha tehát a tehén termelése 20 liter, akkor az alaptakarmány szintjét $20 - 15 = 5$ literrel kell csökkenteni. Így az alaptakarmányt 10 liter tejre adagoljuk, ez 13,73 kg szárazanyagot tartalmaz, s 10 liter tejre pótabrakot adunk, ami 4 kg szárazanyagot tartalmaz, vagyis a napi adag szárazanyag-tartalma 17,73 kg. E vizsgálat egyébként kiterjeszthető az alaptakarmány és pótabrak arány változása hatásának elemzésére is.

A gazdaságban — mint láttuk — az alaptakarmány-adagot 7 liter tejre állították össze. Ha a 25. táblázatból a 7 liter tej termelésére szolgáló adagot tekintjük, ennek költsége 11,26 Ft. Ez a gazdaságban 108 tehenénél alkalmazott adaghoz képest napi 2,45 Ft költségmegtakarítást jelentene tehenenként, összesen tehát napi 264,60 Ft, évente pedig 96 579 Ft-ot.

Az 507 tehen gazdaságban alkalmazott adagjának költsége 10,57 Ft, vagyis kevesebb, mint a programozott adag költsége, ha azt 7 liter tejre számítjuk. A gazdaság adagja azonban táplálóanyag-hiányos. Megoldottuk a problémát úgy is, hogy olyan takarmányadagot programoztunk, amely ugyanannyi táplálóanyagot biztosít az 507-es állománycsoportban, mint amennyi a gazdaság által összeállított adag tartalma. *Ebben az esetben már ebben az állománycsoportban 605 418 Ft takarítható meg, vagyis a két csoportban az alaptakarmány programozása évi 701 997 Ft költségmegtakarítást tesz lehetővé.*

Vizsgáltuk a gazdaságban a pótabrak-adagot is. Több pótabrak-variánst állítottunk össze programozással. Ezek a gazdaság adagjához képest 0,1–0,3 Ft-os költségmegtakarítást mutattak.

A röviden vázolt vizsgálatok a múltra vonatkoztak. A gazdaságnak viszont az jelent segítséget, ha a jövőre adunk útmutatást. Nehéz azonban előre látni, hogy a jövőben majd milyen takarmányokból mennyi áll rendelkezésre, hogyan változnak az árak stb.

Célszerűbbnek láttuk, ha az alapvető — a gazdaságban előreláthatólag rendelkezésre álló — takarmányokból alapvariánsokat képezzünk, majd a gazdaság takarmánygazdálkodási szakemberét megtanítjuk azok segítségével a takarmányadagok optimalizálására.

Alaptakarmány-alapvariánsokat képeztünk életfenntartásra és 7 liter tejre, életfenntartásra és 9 liter tejre, életfenntartásra és 11 liter tejre, valamint 1 liter tej termeléséhez (26., 27., 28., 29. táblázatok).

Most tehát rendelkezünk háromféle tejhozamszintre megfelelő alaptakarmány-alapvariánsokkal (15-15 féle változatban) és hatféle

27. táblázat. Alaptakarmány-adagok 9 liter tej termeléséhez

Sor-szám	Megnevezés	Takarmányadag-				
		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
1.	Takarmánybúza	—	—	—	—	—
2.	Kukorica	—	—	—	—	—
3.	Lucernaszéna	—	6,63	—	—	—
4.	Lucernaliszt	—	—	4,27	—	—
5.	Lucernagranulátum	—	—	—	4,16	—
6.	Silókukorica	9,26	26,45	22,38	22,87	23,08
7.	Réti-széna	—	—	—	—	—
8.	Fűsiló	41,62	—	—	—	—
9.	Lucernasiló	—	—	—	—	34,70
	Önköltség	7,17	13,05	13,22	13,49	14,10

28. táblázat. Alaptakarmány-adagok 11 liter tej termeléséhez

Sor-szám	Megnevezés	Takarmányadag-				
		A ₁	A ₂	A ₃	A ₄	A ₅
1.	Takarmánybúza	—	—	—	—	—
2.	Kukorica	—	—	—	—	—
3.	Lucernaszéna	—	7,78	—	—	—
4.	Lucernaliszt	—	—	5,01	—	—
5.	Lucernagranulátum	—	—	—	4,88	—
6.	Silókukorica	8,36	28,53	23,76	24,32	24,57
7.	Réti széna	—	—	—	—	—
8.	Fűsiló	48,81	—	—	—	—
9.	Lucernasiló	—	—	—	—	40,70
	Önköltség	7,93	14,85	15,04	15,35	16,06

pótabrak-alapvariánssal. Ezekből azonban további számtalan kombináció képezhető.

Néhány alaptakarmány-alapvariáns keverési lehetőségét feltüntettünk a 30. táblázaton. A keverési lehetőségeket vezérnövényenként előbb a silókukoricát, majd a kukoricadarát, réti szénát, zöldkuko-

variánsok

A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2,47	5,07	5,16	5,73	5,19	—	—	—	—	—
—	—	—	4,72	—	—	—	—	2,28	—
—	3,18	—	—	—	—	1,63	—	—	—
—	—	3,08	—	—	—	—	1,57	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	9,44	14,54	14,66	15,45	14,71
36,44	—	—	—	—	24,92	—	—	—	—
—	—	—	—	25,64	—	—	—	—	12,00
9,50	16,47	16,72	16,77	17,19	13,62	19,42	19,57	19,75	19,82

variánsok

A ₆	A ₇	A ₈	A ₉	A ₁₀	A ₁₁	A ₁₂	A ₁₃	A ₁₄	A ₁₅
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2,23	5,38	5,48	6,18	5,53	—	—	—	—	—
—	—	—	5,72	—	—	—	—	3,08	—
—	3,85	—	—	—	—	2,21	—	—	—
—	—	3,73	—	—	—	—	2,12	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	8,52	15,44	15,60	16,66	15,66
44,15	—	—	—	—	33,74	—	—	—	—
—	—	—	—	31,05	—	—	—	—	17,60
10,04	18,48	18,79	18,85	19,36	13,76	21,61	21,82	22,06	22,16

29. táblázat. Pótabrak 1 liter 5%-os zsírtartalmú tej termeléséhez

Sor- szám	Megnevezés	Pótabrak-variánsok					
		B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆
1.	Takarmánybúza	—	—	—	—	—	0,4077
2.	Kukorica	0,2943	0,1555	0,1641	0,3040	0,3168	—
3.	Korpa	0,1060	—	—	—	—	—
4.	Extrahált napraforgódara	—	—	—	—	0,1454	—
5.	Szójadara	—	—	—	0,1120	—	—
6.	Halliszt	—	0,3361	—	—	—	0,0560
7.	Lucernaliszt	—	—	—	—	—	—
8.	Lucernaliszt- granulátum	—	—	0,3253	—	—	—
	Önköltség	0,8435	1,0059	1,0324	1,3427	1,4764	1,6183

rica-lisztet szerepeltetve mutatjuk be előbb, két, három, majd négy takarmányból álló adag előállításához. (Természetesen a keverési arány igen sokféle lehet attól függően, hogy milyen megoszlási viszonzyszámokat választunk a keveréshez.)

Hasonlóképpen a 31. táblázatban néhány kombinációt mutatunk be a pótabrak-alapvariánsok százalékos keverésére, feltüntetve az így előállított adag költségét is 1 liter tejre. Természetesen a pótabrak-alapvariánsok keverésére is számtalan lehetőség áll rendelkezésre. (A B₆ alapváltozatot, mivel nagyon drága, a keverésnél nem vettük figyelembe).

A gazdaság vezetői, ha csak az általunk kidolgozott takarmányadag-kombinációk közül választanak, akkor is 436 alaptakarmány-adag receptje és ezekhez 39 pótabrak receptje közül választhatnak. Rendelkeznek tehát egy takarmányrecept-tárral, amelynek elemei közül adott esetben a legcélszerűbbet alkalmazhatják, vagy azok keverésével gyorsan és egyszerűen újabb, az adott helyzetben legjobban megfelelő receptet állíthatnak elő.

A gazdaság tehenészetében az alaptakarmány- és a pótabrak-recepteket, valamint a hizó marhák takarmányadagját az általunk kidolgozott módszer alapján állították össze. Jelenleg etetési kísérleteket folytatnak velük, s az eredmény igen biztató. Az egzakt mód-

30. táblázat. Az alaptakarmány-adagokból képezhető néhány kombináció

Sor-szám	Az adagban szereplő takarmányok		A kombinálendő takarmány párok		
1.	Silókukorica	— fűsiló		A ₁	
2.	Silókukorica	— lucernaszéna		A ₂	
3.	Silókukorica	— lucernaliszt		A ₃	
4.	Silókukorica	— lucerna-granulátum		A ₄	
5.	Silókukorica	— lucernasiló		A ₅	
6.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernaszéna	A ₁	A ₂
7.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernaliszt	A ₁	A ₃
8.	Silókukorica	— fűsiló	— lucerna-granulátum	A ₁	A ₄
9.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernasiló	A ₁	A ₅
10.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernaszéna	A ₁	A ₂
11.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernaszéna		A ₃
12.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernaszéna	A ₁	A ₄
13.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernaliszt	A ₁	A ₅
14.	Silókukorica	— fűsiló	— lucerna-granulátum	A ₁	A ₄
15.	Silókukorica	— fűsiló	— lucernasiló	A ₁	A ₅
			— lucerna-granulátum	A ₁	A ₄

Sor-szám	Az adagban szereplő takarmányok			A kombinálendő takarmánypárok			
16.	Silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaliszt	— lucerna-	A ₂	A ₃	
17.	Silókukorica	— lucernaszéna	— lucerna-	granulátum	A ₂	A ₄	
18.	Silókukorica	— lucernaszéna	— lucernasiló	— lucernaliszt	A ₂	A ₅	
19.	Silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaliszt	— lucerna-	— lucerna-		
20.	Silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaliszt	granulátum	A ₂	A ₃	A ₄
21.	Silókukorica	— lucernaszéna	— lucerna-	— lucernasiló	A ₂	A ₃	A ₅
22.	Silókukorica	— lucernaliszt	— lucerna-	— lucernaliszt	A ₂	A ₄	A ₅
23.	Silókukorica	— lucernaliszt	— lucerna-	granulátum	A ₃	A ₄	
24.	Silókukorica	— lucerna-	— lucernasiló	— lucernaliszt	A ₃	A ₅	
25.	Silókukorica	— lucerna-	— lucernaliszt	— lucernaliszt	A ₄	A ₅	
26.	Kukoricadara	— lucerna-	— lucernaliszt	— lucernaliszt	A ₃	A ₄	A ₅
27.	Kukoricadara	— lucerna-	— lucernaliszt	— lucernaliszt	A ₆		
28.	Kukoricadara	— lucerna-	— lucernaliszt	— lucernaliszt	A ₇		
29.	Kukoricadara	— lucerna-	— lucernaliszt	— lucernaliszt	A ₈		

Sor-szám	Az adagban szereplő takarmányok		A kombinálandó takarmány párok		
30.	Kukoricadara	— lucernasiló	—	A ₁₀	A ₁
31.	Kukoricadara	— silókukorica	— fűsiló	A ₆	A ₁
32.	Kukoricadara	— silókukorica	— fűsiló	A ₇	A ₁
33.	Kukoricadara	— silókukorica	— fűsiló	— lucerna- granulátum	A ₁
34.	Kukoricadara	— silókukorica	— fűsiló	— lucernaszéna	A ₁
35.	Kukoricadara	— silókukorica	— fűsiló	— lucernasiló	A ₁₀
36.	Kukoricadara	— silókukorica	— fűsiló	— lucernaliszt	A ₆
37.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaliszt	A ₇
38.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaszéna	— lucerna- granulátum	A ₈
39.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaszéna	A ₂	A ₉
40.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaszéna	A ₂	A ₁₀
41.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaliszt	A ₂	A ₆
42.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaliszt	A ₃	A ₇
43.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaliszt	— lucerna- granulátum	A ₈
44.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaliszt	A ₃	A ₉
45.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernaliszt	A ₃	A ₁₀
46.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucerna- granulátum	A ₄	A ₆

Sor-szám	Az adagban szereplő takarmányok			A kombinálendő takarmánypárok		
47.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucerna-granulátum	— lucernaliszt	A ₄	A ₇
48.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucerna-granulátum		A ₄	A ₈
49.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucerna-granulátum	— lucernaszéna	A ₄	A ₉
50.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucerna-granulátum	— lucernasiló	A ₄	A ₁₀
51.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernasiló	— fűsiló	A ₅	A ₆
52.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernasiló	— lucernaliszt	A ₅	A ₇
53.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernasiló	— lucerna-granulátum	A ₅	A ₈
54.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernasiló	— lucernaszéna	A ₅	A ₉
55.	Kukoricadara	— silókukorica	— lucernasiló		A ₅	A ₁₀
56.	Réti széna	— fűsiló			A ₁₁	
57.	Réti széna	— lucernaliszt			A ₁₂	
58.	Réti széna	— lucerna-granulátum			A ₁₃	
59.	Réti széna	— lucernaszéna			A ₁₄	
60.	Réti széna	— lucernasiló			A ₁₅	
61.	Réti széna	— fűsiló	— silókukorica		A ₁₁	A ₁

Sor-szám	Az adagban szereplő takarmányok			A kombinálandó takarmánypárok		
62.	Réti széna	— fűsiló	— silókukorica	— lucernaszéna	A ₁₁	A ₂
63.	Réti széna	— fűsiló	— silókukorica	— lucernaliszt	A ₁₁	A ₃
64.	Réti széna	— fűsiló	— silókukorica	— lucerna-granulátum	A ₁₁	A ₄
65.	Réti széna	— fűsiló	— silókukorica	— lucernasiló	A ₁₁	A ₅
66.	Réti széna	— fűsiló	— kukoricadara	— lucernasiló	A ₁₁	A ₆
67.	Réti széna	— fűsiló	— kukoricadara	— lucernaliszt	A ₁₁	A ₇
68.	Réti széna	— fűsiló	— kukoricadara	— lucerna-granulátum	A ₁₁	A ₈
69.	Réti széna	— fűsiló	— kukoricadara	— lucernaszéna	A ₁₁	A ₉
70.	Réti széna	— fűsiló	— kukoricadara	— lucernasiló	A ₁₁	A ₁₀
71.	Zöldkukoricaliszt	— fűsiló	— silókukorica	— lucernasiló	A ₁₆	A ₁
72.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaliszt	A ₁₆	A ₂
73.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernaliszt	— lucerna-granulátum	A ₁₆	A ₃
74.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucerna-granulátum	— lucernasiló	A ₁₆	A ₄
75.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernasiló	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₅
76.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— fűsiló	— lucernaliszt	A ₁₆	A ₁
77.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— fűsiló	— lucerna-granulátum	A ₁₆	A ₃
78.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— fűsiló	— lucerna-granulátum	A ₁₆	A ₄

Sor- szám	Az adagban szereplő takarmányok			A kombinálandó takarmánypárok				
79.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— fűsiló	— lucernasiló	A ₁₆	A ₁	A ₅	
80.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaliszt	A ₁₆	A ₂	A ₃	
81.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₂	A ₄	
82.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernaszéna	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₂	A ₅	
83.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernaliszt	— lucerna-				
				granulátum	A ₁₆	A ₃	A ₄	
84.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucernaliszt	— lucernasiló	A ₁₆	A ₃	A ₅	
85.	Zöldkukoricaliszt	— silókukorica	— lucerna-					
			granulátum	— lucernasiló	A ₁₆	A ₄	A ₅	
86.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— fűsiló					
87.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucernaliszt	— lucernasiló	A ₁₆	A ₆	A ₅	
88.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucerna-		A ₁₆	A ₇		
			granulátum					
89.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucernaszéna		A ₁₆	A ₈		
90.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucernasiló		A ₁₆	A ₉		
91.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— fűsiló	— lucernaliszt	A ₁₆	A ₁₀		
92.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— fűsiló	— lucerna-	A ₁₆	A ₆	A ₇	
				granulátum				
93.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— fűsiló	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₈	A ₈	
94.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— fűsiló	— lucernasiló	A ₁₆	A ₈	A ₉	
					A ₁₆	A ₈	A ₁₀	

Sor-szám	Az adagban szereplő takarmányok			A kombinálendő takarmánypárok			
95.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucernaliszt	— lucerna-granulátum	A ₁₆	A ₇	A ₈
96.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucernaliszt	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₇	A ₉
97.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucernaliszt	— lucernasiló	A ₁₆	A ₇	A ₁₀
98.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucerna-granulátum	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₈	A ₉
99.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucerna-granulátum	— lucernasiló	A ₁₆	A ₈	A ₁₀
100.	Zöldkukoricaliszt	— kukoricadara	— lucernaszéna	— lucernasiló	A ₁₆	A ₉	A ₁₀
101.	Zöldkukoricaliszt	— rétszéna	— fűsiló	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₁₁	
102.	Zöldkukoricaliszt	— rétszéna	— lucernaliszt	— lucernasiló	A ₁₆	A ₁₂	
103.	Zöldkukoricaliszt	— rétszéna	— lucerna-granulátum	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₁₃	
104.	Zöldkukoricaliszt	— rétszéna	— lucernaszéna	— lucernasiló	A ₁₆	A ₁₄	
105.	Zöldkukoricaliszt	— rétszéna	— lucernasiló	— lucernaszéna	A ₁₆	A ₁₅	

szerek nem mentesítenek ugyanis attól, hogy a takarmányadagokat etetési kísérletekkel ellenőrizzük, s nem mentesítik az állattenyésztőt sem attól, hogy az állatok kondícióját és termelését állandóan figyelemmel kísérje.

A takarmánygazdálkodásban még jelentős tartalékokat lehet fel tárni. Egy-egy nagyobb gazdaságban az egzakt módszerek alkalmazásának eredményeként a takarmánygazdálkodásban elérhető költségmegtakarítás százazrekben vagy milliókban mérhető.

31/1. táblázat. Kombinációs tábla tehéntápok összeállításához
(1 liter 5%-os zsírtartalmú tejre)

Sorszám	A pótabrakban szereplő takarmánypárok %-os aránya					A tehén- tápok költsége, Ft
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
1.	80	5	5	5	5	0,92
2.	75	10	5	5	5	0,93
3.	75	5	10	5	5	0,93
4.	75	5	5	10	5	0,94
5.	75	5	5	5	10	0,95
6.	70	15	5	5	5	0,93
7.	70	5	15	5	5	0,94
8.	70	5	5	15	5	0,97
9.	70	5	5	5	15	0,98
10.	70	10	10	5	5	0,94
11.	70	5	10	10	5	0,95
12.	70	5	5	10	10	0,97
13.	70	10	5	10	5	0,95
14.	70	5	10	5	10	0,96

31/2. táblázat. Kombinációs tábla tehéntápok összeállításához
(1 liter 5%-os zsírtartalmú tejre)

Sorszám	A pótabrakban szereplő takarmánypárok %-os aránya					A pótabrak költsége, Ft
	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	
1.	60	10	10	10	10	0,99
2.	60	15	10	10	5	0,97
3.	60	15	10	5	10	0,97
4.	60	15	5	10	10	0,99
5.	60	5	15	10	10	0,99
6.	60	5	10	15	10	1,01
7.	60	5	10	10	15	1,02
8.	60	15	15	5	5	0,95
9.	60	15	5	15	5	0,98
10.	60	15	5	5	15	1,00
11.	60	5	15	5	15	1,00
12.	60	5	5	15	15	1,03
13.	60	5	15	15	5	0,97
14.	60	20	10	5	5	0,95
15.	60	20	5	10	5	0,97
16.	60	20	5	5	10	0,97
17.	60	10	20	5	5	0,95
18.	60	5	20	10	5	0,97
19.	60	5	20	5	10	0,98
20.	60	5	5	20	10	1,02
21.	60	5	10	20	5	1,00
22.	60	10	5	20	5	1,00
23.	60	10	5	5	20	1,02
24.	60	5	10	5	20	1,02
25.	60	5	5	10	20	1,04

IX. A LINEÁRIS PROGRAMOZÁS ALKALMAZÁSÁRÓL

A takarmánygazdálkodás tervezése és szervezése igen széles területet ölel fel, magában foglalja a takarmánytermelés, a takarmányforgalmazás és a takarmányfelhasználás tervezését és szervezését. Egyszerű módszerünk bizonyos tekintetben alkalmas a takarmánytermelés tervezésének és szervezésének megoldására is. De — amint már utaltunk rá — felhasználása elsősorban ott indokolt, ahol a lineáris programozás alkalmazásának feltételei hiányoznak. Ahol e feltételek megvannak, ott célszerűbb a lineáris programozást alkalmazni.

A lineáris programozásnak a takarmánygazdálkodás tervezésében való alkalmazását — amint arról már szó volt — ismerteti *Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése c. könyve. Mivel azonban e könyv már régen nem kapható a könyvesboltokban, másrészt, hogy az érdeklődést a lineáris programozás iránt felkeltsük — könyvünk lektorainak javaslatára —, e fejezetben röviden foglalkozunk a lineáris programozás alkalmazásával is. Most is törekszünk azonban az egyszerű tárgyalásmódra, bár a matematikai formulákat már nem kerülhetjük meg. A modell megoldása során alkalmazott számítástechnikát nem ismertetjük, hiszen ezt alkalmasabb módon elvégezték már matematikai szakkönyvek²⁴, és e könyv I. fejezetében — a problémát leegyszerűsítve — mi is adtunk egy kis betekintést a számítási eljárásokba. Ehelyett inkább a feladat megfogalmazására, a modellszerkesztésre irányítjuk a figyelmet, hiszen a mezőgazda számára ez a fontosabb, s a megfogalmazott modelleket elektronikus számítógépen meg tudja oldatni.

Valójában már eddig is többször találkoztunk könyvünkben lineáris programozási modellekkel. Hiszen amikor egyenletekkel, vagy (és) egyenlőtlenségekkel írtuk fel a takarmányadagokra vonatkozó követelményeinket, és felírtuk a célfüggvényt, lineáris programozási modelleket foglalmaztunk meg. Igaz, hogy ezek viszonylag

egyszerűek, kisméretűek voltak. Valójában a probléma általában bonyolultabb formában vetődik fel.

Vizsgáljuk meg tehát a lineáris programozás alkalmazását a takarmányadagok optimalizálására.²⁵

Tegyük fel, hogy valamely állat napi takarmányadagját kívánjuk megtervezni lineáris programozással. Ismeretes az állat faja, fajtája, kora, testsúlya és termelése, amelyek alapján — szabványtáblázatból — meghatározzuk annak napi szükségletét a különféle táplálóanyagokból. Tegyük fel, hogy az illető állatnak m -féle táplálóanyagra van szükséges, amelyekből az 1 napra szükséges mennyiségeket jelöljük b_1, b_2, \dots, b_m -mel.

A takarmányadagot n -féle takarmányból kívánjuk összeállítani. A különféle takarmányoknak az adagban szereplő egyelőre ismeretlen mennyiségeit jelöljük x_1, x_2, \dots, x_n -nel. Ismeretes a különböző takarmányok beltartalma is. Jelöljük a j -edik takarmányfajta i -edik mennyiségében levő i -edik táplálóanyag-mennyiséget a_{ij} -vel ($i = 1, 2, \dots, m$ és $j = 1, 2, \dots, n$). Az állat biológiai igényeinek és a különböző takarmányok biológiai hatásának ismeretében megállapíthatjuk az egyes takarmányok feletethető mennyiségét, illetve az adott állatnak a különböző takarmányok vagy takarmánycsoportok iránti igényeit. Jelöljük ezeket q_1, q_2, \dots, q_n -nel. Ismerjük még az egyes takarmányok etetésének ráfordítási igényét, pl. költségigényét. Jelöljük az egyes takarmányok egységnyi feletetésének költségét (pl. piaci árát) p_1, p_2, \dots, p_n -nel.

Most az a feladat, hogy olyan takarmányadagot állítsunk össze, amely fedezi az adott állat napi szükségletét a különböző táplálóanyagokból, élettanilag megfelel az állat igényeinek, és a lehető leggazdaságosabb (pl. a lehető legkevesebb költséggel jár).

Foglalmazzuk meg először az állat táplálóanyag-igényének kielégítésére vonatkozó mérlegfeltételeket. Az állat igénye az egyes táplálóanyagok iránt különbözőképpen adható meg. Követelményünk lehet, hogy a takarmányadag az i -edik táplálóanyagból pontosan meghatározott mennyiséget tartalmazzon. Ez esetben az i -edik táplálóanyagra vonatkozó mérlegfeltételünk a

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \quad (9.1)$$

formában fogalmazható meg. Így pl. előírhatjuk, hogy az adagban pontosan az állat normatív szükségletének megfelelő mennyiségű keményítőértéket vagy fehérjét kell adni. Ilyen szigorú mérlegfeltételt azonban ritkán lehet indokoltan alkalmazni, mivel nem mindig teljesíthető, vagy teljesítése nem mindig gazdaságos. Éppen ezért a táplálóanyagokra vonatkozó mérlegfeltételeket leggyakrabban úgy fogalmazzuk meg, hogy a takarmányadag valamely táplálóanyagból legalább vagy legfeljebb milyen mennyiséget tartalmazzon, azaz:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i, \quad (9.2)$$

illetve

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i. \quad (9.3)$$

A (9.2) feltétel szerint az i -edik táplálóanyagra alsó korlátot írtunk elő, vagyis megszabtuk, hogy abból *legalább* milyen mennyiséget kell tartalmaznia a takarmányadagnak. A (9.2) feltételt alkalmazhatjuk a keményítőértékre, fehérjére, aminosavakra, vitaminokra stb., vagyis mindazon anyagokra, amelyekből az állatnak egy bizonyos mennyiséget legalább meg kell kapnia (alsó korlát), de azt túllépve káros hatástól nem kell tartanunk.²⁶

A (9.3) feltétel szerint azt írjuk elő, hogy a takarmányadag az illető táplálóanyagból *legfeljebb* milyen mennyiséget tartalmazhat. Ez történik olyan anyagok esetében, amelyek egy bizonyos határon túl pl. mérgező hatásúak, így korlátozott mennyiségben adagolhatók, illetve etetésük elhagyása nem hátrányos.

Gyakran szükséges alkalmazni a mérlegfeltételek egy másik típusát is, amikor az adag valamely táplálóanyag-tartalmára vonatkozóan egy intervallumot írunk elő. Így például az állat szárazanyag-igényét a takarmányszükségleti előírások nem meghatározott mennyiségben írják elő, hanem egy alsó és felső érték által meghatározott intervallumban. (Pl. egy 600 kg-os tehén napi szárazanyag-szükséglete 12–18 kg.) Eszerint a takarmányadag szárazanyag-tartalma az adott intervallumon belül bármilyen értéket felvehet. Ha pl. az r -edik táplálóanyagból a takarmányadag tartalmára vonatkozóan egy intervallumot adunk meg, akkor az adag tartalma az r -edik táplálóanyag-

ból (b_r) egyelőre ismeretlen, de nem lehet kevesebb egy alsó határnál, jelöljük ezt b_{ro} -val, illetve nem lehet több egy felső határnál, amit jelöljünk b_r^o -val. (Az alsó o-index az intervallum alsó, a felső o-index az intervallum felső értékét jelöli.) Ez esetben követelményünk:

$$b_{ro} \leq b_r \leq b_r^o, \quad (9.4)$$

és mivel

$$\sum_{j=1}^n a_{rj} x_j = b_r, \quad (9.5)$$

ezért a (9.4) a következő két feltételre bontható fel:

$$\sum_{j=1}^n a_{rj} x_j \geq b_{ro}, \quad (9.6)$$

$$\sum_{j=1}^n a_{rj} x_j \leq b_r^o, \quad (9.7)$$

A (9.4) feltétel szerint természetesen nemcsak az adag szárazanyag-tartalma adható meg, hanem pl. bizonyos állatoknál a keményítő-érték-szükséglet is ilyen formában van előírva. Általában a (9.4) feltételt alkalmazzuk az olyan esetekben, amikor valamely tápláló-anyagból az adott állat számára egy bizonyos mennyiséget feltétlenül biztosítani kell, ez azonban túl is léphető, de csak egy adott határig. (Esetenként a fehérjeszükségletet is így kell előírni.)

A takarmányadagok programozása során az a speciális eset is előfordul, amikor a takarmányadag tartalmára valamely anyagból nem abszolút mennyiséget írunk elő, hanem annak egy másik anyaghoz való viszonyát. Ilyen követelményt támaszthatunk például az adag mész- és foszfortartalmára. Ez esetben általában a foszfor iránti abszolút igény mellett megadjuk a mész és foszfor arányát is. E tekintetben szintén előírhatunk kötött viszonyt (egyenletet), illetve alsó és felső korlátot. Ha például most az i -edik és a k -edik anyag arányát szabjuk meg, előírhatjuk, hogy az adag tartalma az i -edik anyagból pontosan a k -edik anyag γ -szorosával legyen egyenlő (ahol γ egy arányszám, mely megmutatja, hogy a b_i hányszorosa legyen a b_k -nak), vagyis

$$b_i = \gamma b_k. \quad (9.8)$$

Megszabhatjuk az illető két anyag arányát úgy is, hogy az i -edik anyag legfeljebb vagy legalább γ -szorosra legyen a k -adik anyagnak, azaz

$$b_i \leq \gamma b_k, \quad (9.9)$$

illetve

$$b_i \geq \gamma b_k. \quad (9.10)$$

Tekintve, hogy

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = b_i \quad (9.11)$$

és

$$\sum_{j=1}^n a_{kj}x_j = b_k, \quad (9.12)$$

a (9.8) a következőképpen fogalmazható meg:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = \gamma \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j, \quad (9.13)$$

és ebből

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = \sum_{j=1}^n (\gamma a_{kj})x_j. \quad (9.14)$$

Az egyenletet egy oldalra átrendezve kapjuk, hogy

$$\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j - \sum_{j=1}^n (\gamma a_{kj})x_j = 0, \quad (9.15)$$

ami viszont a következő egyszerű alakra hozható:

$$\sum_{j=1}^n (a_{ij} - \gamma a_{kj})x_j = 0. \quad (9.16)$$

Ily módon járhatunk el a (9.9) és (9.10) formulák tekintetében is, ahol egyenlet helyett egyenlőtlenségeket találunk.

A takarmányok táplálóanyag-tartalmára vonatkozó szabvány-táblázatokban az egyes takarmányokra nem a méisztartalmat, hanem csak a mészfelesleg-, illetve mészhiány-adatokat találjuk meg, azaz az $a_{ij} - \gamma a_{kj}$ kifejezések már kiszámolva, táblázatba foglalva vannak meg. Ez egyszerűvé teszi a (9.16) alkalmazását.

Ezzel lényegében áttekintettük azokat a lehetséges mérlegfeltétel-típusokat, amelyekkel a takarmányadagok programozása során a táplálóanyag-szükségletet előírhatjuk. Természetesen a mérlegfeltételek kielégítésére gyári készítmények is figyelembe vehetők.

A rendelkezésre álló takarmányok azonban — amint ismeretes — különböző jellegűek, és biológiai hatásuk is eltérő. E tekintetben a takarmányok különbözőképpen csoportosíthatók. Megkülönböztetünk koncentrált takarmányokat és kevésbé koncentrált tömegtakarmányokat. A tömegtakarmányok is lehetnek pl. zöldtakarmányok, szálas takarmányok és lédús takarmányok. Forrás tekintetében megkülönböztetünk saját termelésű és vásárolt takarmányokat. A saját termelésű takarmányok ismét lehetnek főtermékek, melléktermékek és másodvetésű termékek, vagy más szempontból piaci forgalomban szerepeltethető vagy piaci forgalomban nem levő takarmányok.²⁷

Bizonyos takarmányok tartalmazhatnak mérgező anyagokat, mások lehetnek dugító vagy hashajtó hatásúak stb. Mindezeket figyelembe kell venni a takarmányadagok összeállításánál. *Az adagban a különböző takarmányok olyan mennyiségben, illetve arányban legyenek, hogy az megfeleljen az állat biológiai igényének.*

A matematikai modell összeállításakor a különféle takarmányok mennyiségeire és arányaira vonatkozó, az állat élettani igényeit kielégítő feltételeket is előre meg kell szabni, és azokat a modellbe beépíteni. Az ilyen célú mérlegfeltételeket a következők szerint adhatjuk meg.

Előírhatjuk valamely takarmányból vagy takarmánycsoportból az adagban maximálisan lehetséges mennyiséget (felső korlátot). Ha például a j -edik takarmány legfeljebb q_j mennyiségben szerepelhet az adagban, akkor

$$x_j \leq q_j, \quad (9.17)$$

illetve, ha a j -edik, $j+1$ -edik és így tovább $j+r$ -edik takarmányok együttes mennyisége nem lehet több az adagban, mint q_r , akkor az

$$x_j + x_{j+1} + x_{j+2} + \dots + x_{j+k} \leq q_r \quad (9.18)$$

feltételt építjük be a modellbe.

Hasonlóképpen előírhatunk alsó korlátot is az adott takarmányra vagy takarmányokra az egyenlőtlenség irányának megváltoztatásával, vagy megfogalmazhatjuk a felleltételeket egyenlet formájában is.

Például dugító vagy hashajtó takarmányokra felső korlátot írunk elő, az élettanilag jó hatást kifejtő takarmányokra pedig alsó korlátot. Bizonyos gazdasági indokok alapján is előírhatunk alsó vagy felső korlátot, vagy egyenletet a különböző takarmányokra.

A takarmányok vagy takarmánycsoportok adagban szereplő mennyiségeire vonatkozó feltételeket úgy is megszabhatjuk, hogy ezek tartalmát valamely táplálóanyagból bizonyos mennyiségben írjuk elő alsó vagy felső korlátként, vagy esetleg egyenlőséggel. Így pl. megszabhatjuk, hogy a k -adik takarmány az adagban az i -edik táplálóanyag-szükségletnek legfeljebb hányad részét adhatja, illetve legalább hányad részét kell, hogy adja. Például:

$$a_{ik}x_k \leq \beta b_i, \quad (9.19)$$

ahol β kifejezi, hogy a k -adik takarmány az i -edik táplálóanyag hányad részét adhatja ($0 \leq \beta \leq 1$).

A (9.19) feltételt kiterjesztve a k , $k+1$, ..., $k+r$ -edik takarmányokra, kapjuk a

$$a_{ik}x_k + a_{ik+1}x_{k+1} + \dots + a_{ik+r}x_{k+r} \leq \beta b_i \quad (9.20)$$

formulát.

A takarmányoknak az adagban szereplő mennyiségeire viszonylagos korlátokat is adhatunk. Például meghatározhatjuk, hogy a j -edik takarmány az r -edik takarmánynak legalább μ -szorosa legyen, vagyis

$$x_j \geq \mu x_r. \quad (9.21)$$

A (9.21)-et egy oldalra rendezve kapjuk, hogy

$$x_j - \mu x_r \geq 0. \quad (9.22)$$

Természetesen a (9.21) fordított egyenlőtlenség vagy egyenlet alakjában is megfogalmazható, illetve több takarmányra is kiterjeszthető.

Végül a takarmányok mennyiségeire és arányaira vonatkozó feltételeket úgy is megszabhatjuk, hogy azok az adagban egy meghatározott intervallumban bármilyen értéket felvehetnek. Ha például elő-

írjuk, hogy a k -adik takarmány az adagban legalább q_{r0} és legfeljebb q_r^0 mennyiség mennyiség között lehetséges, akkor feltételünk

$$q_{r0} \leq x_k \leq q_r^0 \quad (9.23)$$

s ezt két feltételre bontva kapjuk, hogy

$$x_k \geq q_{r0} \quad (9.24)$$

és

$$x_k \leq q_r^0 \quad (9.25)$$

A (9.23) természetesen több takarmányra is kiterjeszthető.

Míg a táplálóanyag-igényekre vonatkozó feltételek általában szabványtáblázatban vannak előírva, a takarmányok mennyiségeire és arányaira nincsenek ilyen szabványok. Szakkönyvekben találunk ugyan utalásokat az egyes takarmányokból etetendő kívánatos mennyiségekre (alsó vagy felső korlátokra vagy intervallumokra), ezek azonban nagymértékben függenek attól, hogy milyen más takarmányok vannak az adagban. Más lesz például a lucernából etethető mennyiség, ha az adagban egyéb szálas takarmányok nincsenek, vagy ha egyidejűleg más szálas takarmányokat is etetünk. Hasonlóképpen másként alakul az etethető takarmányrépa mennyisége, ha egyidejűleg répaszeletet is etetünk, vagy ha az utóbbit nem etetjük. Az sem mindig elegendő, ha az azonos típusú takarmányokat együttesen korlátozzuk.

A takarmányok mennyiségeit, illetve arányait meghatározó feltételek számszerűsítését biológiai igények mellett bizonyos gazdasági követelmények is befolyásolják. Ha például valamely takarmányból kevés van, akkor az abból etethető mennyiség felső határát kénytelenek vagyunk a biológiailag etethető felső határ alatt meg szabni. Ha azonban bőven van olyan takarmány, amely piaci forgalomba nem kerül (nem adható el, nem cserélhető), vagyis az ebből fel nem etetett mennyiség tönkremegy, akkor a biológiailag etethető mennyiség határát igyekszünk a lehetséges legmagasabb értékben megadni.

Saját termelésű takarmányoknál azokra, amelyekből viszonylag nagy mennyiség áll rendelkezésre és piaci forgalomban nem szerepeltethetők, az élettanilag megengedhető legnagyobb mennyiségben felső korlátot szabunk meg, de emellett beiktatunk egy indokolt alsó kor-

látot is. Azokból, amelyekből kevés van és nem vásárolhatók, az 1 napra jutó mennyiséget korlátozzuk. Azokat a saját termelésű takarmányokat pedig, amelyek piaci forgalomban szerepelnek (eladhatók és vásárolhatók), a biológiai igény alapján korlátozzuk.

A piaci forgalomban szereplő nem saját termelésű takarmányokat, ha azok korlátlanul beszerezhetők, a biológiai igény szerint korlátozzuk. Ha azonban beszerzésük korlátozott, akkor a feltételek meghatározásánál ezt is figyelembe kell venni.

A kérdés további részletezése nélkül is nyilvánvaló, hogy a takarmányadagok matematikai programjának összeállítása során *a legnehezebb és a legtöbb szakértelmet kívánó probléma éppen a takarmánymennyiségekre, illetve -arányokra vonatkozó feltételek helyes meghatározása*. A kérdés megoldása nagy szakmai felkészültséget és az üzem körülményeinek alapos ismeretét igényli.

A takarmányadagok programozása során a mérlegfeltételek helyes meghatározásához az elmondottak értelmében a következő általános elveket kell szem előtt tartani:

a) A mérlegfeltételek biztosítsák az állat táplálóanyag-igényének és a takarmányok mennyiségeire és arányaira vonatkozó — szakmailag helyes — igényeinek kielégítését.

b) A mérlegfeltételek feleljenek meg az üzem gazdasági adottságainak.

c) A mérlegfeltételek ne legyenek egymásnak ellentmondók (ez esetben ugyanis a program megoldhatatlan).

d) Ha az a) és b) pontban említettek egymásnak ellentmondó feltételekhez vezetnek, a mérlegfeltételeket alapos szakmai és gazdasági mérlegeléssel kialakított kompromisszum alapján kell meg szabni.

e) Lehetőleg tartózkodjunk túl sok és szorosra szabott mérlegfeltétel alkalmazásától (ez ugyanis nagymértékben kihat a takarmányadagok gazdaságosságára), de ez nem mehet a szakmai célszerűség rovására.

A lineáris programozás lehetőséget ad annak vizsgálatára is, hogy az egyes korlátozó feltételek változtatása milyen hatással van az adag gazdaságosságára. Célszerű lehet esetleg ennek vizsgálata is.

f) A mérlegfeltételek meghatározásánál valamennyi állatcsoportra gondoljunk.

g) A takarmányadagok összeállítása, programozása során a mérlegfeltételek kialakításában közömbös, hogy melléktermék, másodtermék, vásárolt takarmány, takarmánykeverék stb. szerepel-e az adagban. Itt tehát kizárólag az általános elveket kell alkalmazni. A takarmánytermelési tervnek takarmányadagok alapján történő összeállításakor ezek nagy nehézséget okoznak.

Az eddigiekben megfogalmazott mérlegfeltételeken kívül teljesülniük kell még a

$$x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (9.26)$$

határfeltételeknek, azaz az adagban negatív takarmánymennyiségek nem szerepelhetnek.

Ezzel megfogalmaztuk a takarmányadagok programozása során előforduló feltételtípusokat.

A lineáris programozásnak azonban akkor van igazi értelme, ha a vázolt (9.1—9.26) feltételek nem határozzák meg egyértelműen a takarmányadagokat, hanem azok több adagvariánssal kielégíthetők. Ebben az esetben a lineáris programozás módot ad arra, hogy a lehetséges variánsok közül a számunkra leggazdaságosabbat válasszuk ki.

A matematikai programozás során fontos feladat annak eldöntése, hogy mit tekintünk a gazdaságosság kritériumának, azaz mi legyen a célfüggvény közgazdasági tartalma.

Tekintve, hogy ehelyütt a takarmányadagok tényadatok alapján történő programozását vizsgáljuk, amikor már a takarmánytermelés befejeződött, tehát a termelésről már nem dönthetünk, kézenfekvő, hogy leggazdaságosabbnak tekintjük azt a takarmányadagot, melynek piaci ára a legolcsóbb. Ilyenkor tehát *legcélszerűbb lesz, ha a célfüggvény közgazdasági tartalma a piaci ár*. Természetesen a piaci árba az üzemet terhelő szállítási költséget is beszámítjuk. Ez azt jelenti, hogy vásárolt termékeknel az üzemet terhelő szállítási költséget hozzáadjuk a termék árához, saját termékek esetében pedig levonjuk belőle. Célszerű lehet a piaci árhoz hozzászámítani a takarmányok előkészítésének költségét is, amennyiben az a különböző takarmányoknál igen eltérő, s ennek beszámítása a takarmányok költségárányait módosítja.

Jelöljük a j -edik takarmány piaci árát (beleszámítva a szállítási költséget és esetleg a feldolgozási költséget is) p_j -vel. A takarmány-

adag összeállításakor az a követelményünk, hogy a (9.1—9.25) mérlegfeltételeket és a (9.26) határfeltételeket kielégítsük, de a takarmányadag piaci ára a lehető legkisebb legyen, azaz a célfüggvényünk minimális értéket vegyen fel:

$$P = \sum_{j=1}^n p_j x_j \rightarrow \min, \quad (9.27)$$

ahol P az adagban szereplő takarmányok árösszege.

Az így megfogalmazott célfüggvénnyel kapcsolatban azonban néhány megjegyzést kell tenni. Bizonyos saját termelésű takarmányok nem szerepelnek piaci forgalomban, így nincs tényleges áruk. Ezek célfüggvény-koefficiense lehet valamilyen névleges ár (pl. elszámoló ár) vagy termelési költség, illetve a programozás szempontjából esetleg nulla. Mivel ezek a takarmányok nem adhatók el, s fel nem használásuk esetén tönkremennének, arra törekszünk, hogy a rendelkezésre álló mennyiséget ezekből teljesen felhasználjuk. Ha ezek a célfüggvényben 0 koefficienset kapnak, akkor a mérlegfeltételek adta keretek között nagymértékben szerepelni fognak az adagban.

Ezzel lényegében áttekintettük a takarmányadagok lineáris programozással való összeállításának általános problémáit.

A (9.1—9.27) alatt bemutatott formulák összevontan, mátrix alakban felírva egy általános lineáris programozási modellbe foglalhatók össze, a következő formában:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &\geq \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_1 \mathbf{x} &\leq \mathbf{b} \\ \mathbf{A}_2 \mathbf{x} &\leq \mathbf{q} \\ P &= \mathbf{p}^* \mathbf{x} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (9.28)$$

Meg kell még jegyezni, hogy az \mathbf{A}_1 és \mathbf{A}_2 mátrixok és \mathbf{p}^* vektor komponenseinek összhangban kell lenniük az \mathbf{x} vektorral. Ha például az \mathbf{x} vektor elemei a különböző takarmányok adagban szereplő mennyiségeit kg-ban fejezik ki, akkor az \mathbf{A} mátrixok és \mathbf{p}^* vektor komponensei is 1 kg takarmányra vonatkoznak. Természetesen vonatkozási alapként nemcsak a takarmányok egységnyi mennyiségét, hanem pl. azok 1 kg szárazanyag-tartalmát, keményítőértékét vagy fehérjetartalmát, vagy az 1 Ft-ért vásárolható, 1 Ft termelési költ-

séggel, vagy 1 □-öl terület felhasználásával előállítható mennyiséget is használhatjuk. Ha a modellben az összhangot megteremtettük, mindegy, hogy milyen vonatkozási alapot választunk. Célszerű azonban úgy választani, hogy a koefficiensek minél nagyobb része egységekből vagy kerek számokból álljon, mert így kevesebb hiba adódik a tizedes számok kerekítéseiből, és különösen kézi számítás esetén gyorsabban tudjuk a modellt megoldani.

Áttekintve a lineáris programozás egyedi takarmányadagok tervezésében való alkalmazásának módszertani kérdéseit, hangsúlyozni kívánom, hogy *a programozással kapott eredmény a modell mérlegfeltétel-rendszerének matematikai és mezőgazdasági szempontból helyes összeállításától, a célfüggvény közgazdasági tartalmától és a modell konkrét számadataitól függ.*

A továbbiakban állítsunk össze egy modellt a takarmányadagok optimalizálására.

Állítsuk össze egy tehén alaptakarmány-adagját, amely 600 kg élő súly esetén életfenntartásra és 8 liter tej termelésére elegendő táplálóanyagot biztosít az állatnak. Tételezzük fel, hogy az adag összeállításához ötféle takarmány áll rendelkezésünkre, mégpedig lucernaszéna, réti széna, kukoricasiló, fűsiló és kukoricadara. Az ásványi-anyag-szükséglet kielégítéséhez felhasználható még foszforsavas mész és takarmánymész. Ismerjük a takarmányok beltartalmi értékeit, szárazanyag-, keményítő-, fehérje- és foszfortartalmát, illetve a takarmányokat kifejlett állatokkal etetve, a mészfeleslegre vagy mészhiányra vonatkozó adatokat. Ismerjük a takarmánykészletet és a piaci lehetőségeket is, valamint a takarmányok piaci árát. Mindezen adatokat a 32. és 33. táblázatban foglaltuk össze.

Az állat napi szükségletét, biológiai igényét és a takarmánykészletet, valamint a piaci lehetőségeket ismerve, szerkesztjük meg a következő lineáris programozási modellt:

Előírjuk, hogy a takarmányadag legalább az állat minimális szárazanyag-szükségletét fedezze (mondjuk legalább 11 kg-ot), hogy azok az állatok se érezzenek éhségérzetet, amelyek pótabrakot nem kapnak. Eszerint tehát a következő egyenlőtlenséget foglalmazzuk meg:

$$0,840x_1 + 0,840x_2 + 0,280x_3 + 0,300x_4 + 0,870x_5 + 0,791x_6 + x_7 \geq 11.$$

32. táblázat. A takarmányok beltartalmi adatai

Növény	1 kg takarmányban van					Költsé- g, Ft/kg
	száraz- anyag	keményítő- érték	fehérje	P ₂ O ₅	mész	
	kilogramm			gramm		
Lucernaszéna	0,840	0,295	0,111	5,600	+ 34,400	1,50
Réti széna	0,840	0,340	0,045	4,800	+ 15,400	1,00
Kukoricasiló	0,280	0,150	0,008	1,000	+ 8,500	0,30
Fűsiló	0,300	0,109	0,021	0	0	0,40
Kukoricadara	0,870	0,730	0,102	6,100	— 9,800	2,80

Azt kívánjuk azonban, hogy az adag szárazanyag-tartalma ne haladja meg a 13 kg-ot, hogy a magasabb tejhozamú egyedek pótabrakot is tudjanak fogyasztani. Eszerint az adag szárazanyag-tartalmát felülről korlátozzuk, tehát

$$0,840x_1 + 0,840x_2 + 0,280x_3 + 0,300x_4 + 0,870x_5 + 0,791x_6 + x_7 \leq 13.$$

Az adag szárazanyag-tartalmát tehát 11—13 kg között korlátozzuk.

Az állat napi szükséglete keményítőértékből 5,16 kg. Ezt azonban bizonyos mértékig túlléphetjük. Nem célszerű azonban a szükségletet nagymértékben meghaladó keményítőérték etetése sem, ezért azt — mondjuk — 5,50 kg-ban felülről is korlátozzuk. Eszerint az adag keményítőérték-tartalmát 5,16—5,50 kg között szabjuk meg, s ezt két egyenlőtlenséggel írjuk elő:

$$0,295x_1 + 0,340x_2 + 0,150x_3 + 0,109x_4 + 0,730x_5 \geq 5,16,$$

illetve

$$0,295x_1 + 0,340x_2 + 0,150x_3 + 0,109x_4 + 0,730x_5 \leq 5,50.$$

Hasonlóképpen írjuk elő az adag fehérjetartalmát is. Az állat szükséglete 0,76 kg fehérje, de azt túlléphetjük, mondjuk 0,83 kg-ig,

vagyis az adag fehérjetartalmát 0,76—0,83 kg között korlátozzuk. Az ennek megfelelő két egyenlőtlenség a következő:

$$0,111x_1 + 0,045x_2 + 0,008x_3 + 0,021x_4 + 0,102x_5 \geq 0,76,$$

illetve

$$0,111x_1 + 0,045x_2 + 0,008x_3 + 0,021x_4 + 0,102x_5 \leq 0,83.$$

Az adott állat foszforszükséglete (P_2O_5) szabvány szerint 73,2 g. Ezt elegendőnek tartjuk csak alulról korlátozni, azaz

$$5,6x_1 + 4,8x_2 + x_3 + 6,1x_5 + 325,8 x_6 \geq 73,2.$$

A következőkben a foszfor és mész arányát írjuk elő. Itt alkalmazzuk a (9.16) formulát, de nem egyenlettel, hanem alsó korlát előírásával. Feltételünk tehát — ismerve a mészhiányra, illetve mészfeleslegre vonatkozó adatokat — a következő:

$$34,4x_1 + 15,4x_2 + 8,5x_3 - 9,8x_5 - 300x_6 + 100x_7 \geq 0$$

Az előbbiekhöz hasonlóan építhetnénk be természetesen egyéb anyagokra (pl. vitaminokra, aminosavakra stb.) vonatkozó feltételeket is. Ehhez ismernünk kell az ezekre vonatkozó beltartalmi és szükségleti adatokat.

Bár a lucerna eladására lehetőségünk lenne, biológiai hatásánál fogva célszerűnek tartjuk, ha az állattal naponta legalább 2 kg lucernát feletetünk. Készletünk azonban legfeljebb 4 kg etetését teszi lehetővé, és lucernaszénát vásárolni nem kívánunk, vagy erre nincs is lehetőségünk. Ennélfogva előírjuk, hogy az adag legalább 2 kg lucernát kell hogy tartalmazzon, de a 4 kg-ot ne haladja meg. Tehát beépítjük a modellbe az

$$\begin{aligned} x_1 &\geq 2, \\ x_1 &\leq 4 \end{aligned}$$

feltételeket is.

A réti széna mennyiségét is korlátozzuk az adagban 1—2 kg között, mert mondjuk, így biztosítható, hogy rövidebb vagy hosszabb időtartam alatt a réti szénát (más állatcsoportokat is figyelembe véve) feletetjük, s ebből sem eladni, sem pedig vásárolni nem kívánunk, vagy erre nincs is lehetőségünk. (Megjegyezzük, hogy a takar-

mányozási modell összeállításánál mindvégig tekintettel kell lenni más állatcsoportokra is). Az adag rétiszéna-tartalmára tehát ugyan-csak két egyenlőtlenséget írunk elő:

$$x_2 \geq 1,$$

$$x_2 \leq 2.$$

Tételezzük fel azonban, hogy biológiai szempontból nem tartanánk célszerűnek, ha 5 kg-nál nagyobb mennyiségben etetnénk szénát. Ezért a modellben a lucernaszéna és a réti széna együttes mennyiségét felülről 5 kg-ban korlátozzuk, azaz az

$$x_1 + x_2 \leq 5$$

feltételt is megfogalmazzuk. Eszerint viszont mivel legalább 2 kg lucernaszéna és legalább 1 kg réti széna etetését előírtuk, tehát 3 kg-ot mindenképpen etetünk, a számítások során azt kell majd eldönteni, hogy a további 2 kg széna etetése célszerű-e vagy nem, illetve ezen belül mennyit célszerű etetni, és azt az 1 kg réti széna és 2 kg lucernaszéna lehetőség milyen kombinálásával célszerű megvalósítani.

A kukoricasiló mennyiségét 10–15 kg között, a fűsiló mennyiségét pedig 5–10 kg között korlátozzuk. Ezt — mondjuk — olyan megfontolásból tesszük, hogy ilyen etetéssel (szintén figyelembe véve a többi takarmányozási állatcsoport szükségletét is) biztosítható a siló felhasználása rövidebb vagy hosszabb időtartam alatt. Ha ugyanis például 5, illetve 10 kg alatt etetnénk a fűsilót, illetve kukoricasilót, akkor a készlet feletetése olyan hosszú időtartamra nyúlna ki, ami már nem kívánatos a nagyobb veszteség miatt. Eszerint tehát a következő feltételeket építjük a modellbe:

$$x_3 \geq 10,$$

$$x_3 \leq 15,$$

$$x_4 \geq 5,$$

$$x_4 \leq 10.$$

Szintén biológiai megfontolásból előírjuk azt is, hogy a kukoricasiló és fűsiló együttesen ne haladja meg a 25 kg-ot, azaz

$$x_3 + x_4 \leq 25.$$

Végül a modellben lehetővé tettük a kukoricadara etetését. Ténylegesen azonban etetéséhez nem ragaszkodunk, csak ha erre a táp-

lálóanyag-szükséglet kielégítése szempontjából szükség van, vagy ha a költség tekintetében az előnyös. Korlátozzuk azonban felülről a kukoricadara etetését 2 kg-ban, mert a készlet csak ennyit tesz lehetővé, vásárolni pedig nem kívánunk, illetve a betervezett vásárlást nem kívánjuk növelni, vagy a betervezett eladást nem kívánjuk csökkenteni. Eszerint tehát az

$$x_5 \leq 2$$

egyenlőtlenséget is a modellbe építjük.

Természetesen most is érvényesek az

$$x_j \geq 0$$

nem negativitási feltételek.

A takarmányadagot azonban az adott feltételek között úgy kívánjuk összeállítani, hogy annak piaci áron számított költsége minimális legyen. Célfüggvényünk tehát a következő:

$$1,5x_1 + x_2 + 0,3x_3 + 0,4x_4 + 2,8x_5 + 34,00x_6 + 0,45x_7 \rightarrow \min.$$

Írjuk fel most az előbbieken megfogalmazott feltételeket együtt, és máris egy lineáris programozási modellhez jutunk.

Minimalizáljuk az

$$1,5x_1 + x_2 + 0,3x_3 + 0,4x_4 + 2,8x_5 + 34,00x_6 + 0,45x_7$$

célfüggvényt, miközben kielégítjük a következő mérlegfeltételeket:

$$0,840x_1 + 0,840x_2 + 0,280x_3 + 0,300x_4 + 0,870x_5 + 0,791x_6 + x_7 \geq 11,$$

$$8,840x_1 + 0,840x_2 + 0,280x_3 + 0,300x_4 + 0,870x_5 + 0,791x_6 + x_7 \geq 13,$$

$$0,295x_1 + 0,340x_2 + 0,150x_3 + 0,109x_4 + 0,730x_5 \geq 5,16,$$

$$0,295x_1 + 0,340x_2 + 0,150x_3 + 0,109x_4 + 0,730x_5 \geq 5,50,$$

$$0,111x_1 + 0,045x_2 + 0,088x_3 + 0,021x_4 + 0,102x_5 \geq 0,76,$$

$$0,111x_1 + 0,045x_2 + 0,008x_3 + 0,021x_4 + 0,102x_5 \leq 0,83,$$

$$5,6x_1 + 4,8x_2 + x_3 + 6,1x_5 + 325,8x_6 \geq 73,20,$$

$$34,4x_1 + 15,4x_2 + 8,5x_3 - 9,8x_5 - 300x_6 + 100x_7 \geq 0,$$

$$\begin{aligned}
 x_1 &\geq 2, \\
 x_1 &\leq 4, \\
 x_2 &\geq 1, \\
 x_2 &\leq 2, \\
 x_1 + x_2 &\leq 5, \\
 x_3 &\geq 10, \\
 x_3 &\leq 15, \\
 x_4 &\geq 5, \\
 x_4 &\leq 10, \\
 x_3 + x_4 &\leq 25, \\
 x_5 &\leq 2
 \end{aligned}$$

és az

$$x_j \geq 0$$

határfeltételeket.

33. táblázat. Lineáris programozási modell

Sor-szám	Megnevezés		Lucerna-széna x_1	Réti széna x_2
1.	Szárazanyag	minimum	0,840	0,840
2.	Szárazanyag	maximum	0,840	0,840
3.	Keményítőérték	minimum	0,295	0,340
4.	Keményítőérték	maximum	0,295	0,340
5.	Fehérje	minimum	0,111	0,045
6.	Fehérje	maximum	0,111	0,045
7.	Foszfor (P_2O_5)	minimum	5,600	4,800
8.	Foszfor-mész arány		+ 34,400	+ 15,400
9.	Lucernaszéna	minimum	1	0
10.	Lucernaszéna	maximum	1	0
11.	Réti széna	minimum	0	1
12.	Réti széna	maximum	0	1
13.	Széna	maximum	1	1
14.	Kukoricasiló	minimum	0	0
15.	Kukoricasiló	maximum	0	0
16.	Fűsiló	minimum	0	0
17.	Fűsiló	maximum	0	0
18.	Kukoricasiló és fűsiló	maximum	0	0
19.	Kukoricadara	maximum	0	0
	Költség		1,50	1,00

Foglaljuk az adatokat táblázatba, az ismeretleneket a fejrovatban kiemelve, a célfüggvényt pedig az utolsó sorba írva (33. táblázat).

A táblázat igen áttekinthető formában tartalmazza az adott takarmányadag lineáris programozási modelljét. A mezőgazdasági szakembernek eddig kell eljutni. Ezzel a feladatot megfogalmazta, s annak megoldása már számítógép feladata. Egy ilyen feladat megoldása számítógépen — a géptől függően — legfeljebb 5—10 percet vesz igénybe.

Modellünket számítógépen megoldva, a következő eredményt kapjuk:

x_1	lucernaszéna	3,00 kg
x_2	rétiszéna	2,00 kg

Kukorica-siló x_3	Fűsiló x_4	Kukorica-dara x_5	Foszforsavas mész x_6	Takarmány mész x_7	Reláció	b
0,280	0,300	0,870	0,791	1,0	\geq	11
0,280	0,300	0,870	0,791	1,0	\geq	13
0,150	0,109	0,730	0	0	\geq	5,16
0,150	0,109	0,730	0	0	\geq	5,50
0,008	0,021	0,102	0	0	\geq	0,76
0,008	0,021	0,102	0	0	\geq	0,83
1,000	0	6,100	325,8	0	\geq	73,20
+ 8,500	0	—9,800	—300,0	+ 100	\geq	0
0	0	0	0	0	\geq	2
0	0	0	0	0	\geq	4
0	0	0	0	0	\geq	1
0	0	0	0	0	\geq	2
0	0	0	0	0	\geq	5
1	0	0	0	0	\geq	10
1	0	0	0	0	\geq	15
0	1	0	0	0	\geq	5
0	1	0	0	0	\geq	10
1	1	0	0	0	\geq	25
0	0	1	0	0	\geq	2
0,30	0,40	2,80	34,0	0,45	\rightarrow	min.

x_3	kukoricasiló	15,00 kg
x_4	fűsiló	5,00 kg
x_5	kukoricadara	1,10 kg
x_6	foszforsavas mész	0,077 kg
	az adag költsége	18,67 Ft

Ez az adag 11 kg szárazanyagot, 5,16 kg keményítőértéket, 0,76 kg fehérjét, 73,20 g foszfor-pentoxidot tartalmaz. Mészhiányunk nincs, hanem a viszonylagos mésztöbbletünk 227,69 gramm.

A szárazanyag-, keményítőérték-, fehérje- és foszforszükségletet pontosan kielégítjük, így azokból felesleget nem etetünk. Ezekből az anyagokból tehát a felső korlát modellbe építése tulajdonképpen felesleges volt. Ezt azonban előre nem tudhattuk, hiszen megtörténhet ennek ellenkezője is. Utólag könnyű annak megállapítása is, hogy felesleges volt a lucernaszénát, a fűsilót és a kukoricadarát felülről, a réti szénát, a silókukoricát és a kukoricadarát pedig alulról korlátozni. A felesleges feltételek elhagyásával a modell — a megmaradó feltételek alapján — nyolc feltételre lenne redukálható. Mivel azonban ez előre nem ismert, kénytelenek voltunk 19 feltétellel dolgozni.

E rövid áttekintés is képet nyújtott talán a feladat komplexitásáról. Kitűnt azonban az is, hogy a lineáris programozás lehetővé teszi a feladat viszonylag gyors megoldását. Kissé bonyolultabb a feladat, ha az egész üzem takarmányfelhasználását komplex egészsként fogjuk fel, s így kívánjuk elkészíteni a takarmányfelhasználási tervet. De felvetődik az a probléma is, hogy mi volna a célszerű arány az alap-takarmány és a pótabrak között. Még bonyolultabb a kérdés, ha a takarmánytermelés tervezését kell megoldanunk. Ez esetben is különböző eljárások követhetők. Felvetődhet a takarmánytermelés szakosított termelésének tervezése is. E problémák a lineáris programozás alkalmazásával megoldhatók. Megoldásuk a lineáris programozás alkalmazásával több százezer forintos megtakarítást eredményezhet a mezőgazdasági vállalatok takarmányköltségéből.

JEGYZETEK

1. *Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969.

2. Az adatokat egy gazdaságban végzett takarmányvizsgálatok eredményeként nyertük.

3. A takarmányok költségét számíthatjuk önköltségen, piaci áron stb.

4. Ez a célfüggvény, vagy hatékonysági függvény. Közgazdasági tartalma többféle lehet, pl. a takarmányadagok tervezése során a termelési költség, a piaci ár, a termeléshez szükséges terület, forgóeszköz-szükséglet, állóeszköz-szükséglet stb. Lehetőség van egyidejűleg több célfüggvény vizsgálatára is. Lásd. *Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969.

5. Valójában itt a lineáris programozást mutatjuk be leegyszerűsített formában.

6. Lásd *Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969.

7. A probléma megoldására hasonlóan egyszerű — bár más eljárást követő — módszert találunk *Baintner Károly*: Takarmányadagok gazdaságos összeállítása. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1963. c. könyvében.

8. Lásd *BacsKay Zoltán—Krekó Béla*: Matematikai alapismeretek. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1968, 199—202.

9. A rendelkezésre álló takarmánykészlet fogalmát tágabb értelemben használom, ide értve a gazdaságban ténylegesen meglevő készletet és a beszerezhető takarmánymennyiségeket.

10. A költség fogalmát szintén tágabb értelemben használjuk. Mibe kerül a takarmány? Számításba vehető ez piaci áron, önköltségen stb., vagy vizsgálható az állóeszköz- vagy forgóeszköz-költség, vagy éppen a területáfordítás stb. is.

11. Valójában a megoszlási viszonzyszámok megválasztása és változtatása során számos tényezőt kell vizsgálni. Vizsgálható, hogy az így előállított takarmányadag a különböző anyagokból (ásványianyag, vitaminok, aminosavak stb.) mennyit tartalmaz, a rendelkezésre álló takarmánykészletek szempontjából célszerű-e az adag. Milyen az adag költsége önköltségen és piaci áron számolva, mennyi területet igényel az adag megtermelése, mennyi a forgó- és az állóeszköz-szükséglet stb. A takarmányadag beltartal-

mát a különböző anyagokból, valamint több célfüggvényt egyidejűleg kell és lehet vizsgálni, miközben mérlegeljük a takarmánykészlet és más gazdasági feltétel szempontjából is az adagot.

12. Vektornak nevezzük valamely rendezett számoszlopot vagy számsort. Itt a táplálóanyag-szükségletet feltüntető számoszlopot.

13. Ugyanazt az eredményt kapjuk, ha az általunk ismertetett analitikus módszert, vagy a későbbiekben ismertetésre kerülő grafikus módszert alkalmazzuk. A teljesség kedvéért is célszerűnek tartottuk a számítógép alkalmazási lehetőségének ismertetését. Gazdasági mérlegelés tárgya annak eldöntése, hogy a számításokat egyszerű analitikus módszerrel, kézzel, grafikus módszerrel, vagy számítógéppel végezzük.

14. Hangsúlyozzuk, hogy a 8. és 9. táblázatban bemutatott alapvariánsok nem általános érvényűek, kizárólag a vizsgált körülmények között (adott 600 kg élősúlyú tehén, adott tejhozam és tejminőség, a takarmányok adott beltartalmi értékei és költségadatai stb.) érvényesek, tehát kizárólag a módszer illusztrálására szolgálnak. Minden gazdaságban az adott konkrét körülmények vizsgálata alapján kell az alapvariánsokat meghatározni.

15. Lehetőség van arra is, hogy az alaptakarmány és pótabrak különböző arányaira is vizsgálatokat végezzünk. Lásd *Jankó József*: A takarmányozási költségek csökkentésének lehetőségei és eszközei a tehenészetben. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1962 és *Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969 c. könyveket.

16. Hasonlóképpen vehetnénk figyelembe különböző anyagokat (szárazanyag, ásványi anyagok, vitaminok stb.) és különböző célfüggvényeket.

17. Mint már említettük, gyakorlatilag a megoszlási viszonzyszámokat számos tényező mérlegelése alapján alakítjuk ki.

18. Mert például a gazdaság készlete ennyi lucerna etetését teszi lehetővé.

19. Például jó étrendi hatás érdekében a takarmánykészlet, vagy a beszerzési lehetőségek szerint stb.

20. Grafikus módszert alkalmaz — bár más módon — a takarmányadagok összeállítására *Pósvay Lajos*: Gazdaságos takarmányadagok összeállítása grafikus eljárással c. könyvében, (Akadémiai Kiadó, Budapest, 1961), valamint *Vágsellyei István* a takarmánytermelés területi arányainak meghatározására (lásd *Dobos K.*—*Jankó J.*—*Tóth M.*—*Vágsellyei I.*: Mezőgazdasági Üzemtan. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1965).

21. Hasonlóképpen az adag vitamin-, ásványianyag-, aminosav- stb. tartalmát, vagy a különböző célfüggvény-értékeket.

22. *Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969.

23. A magas sirtartalom abból adódik, hogy Jersey-keresztzett állományról van szó.

24. Lásd *Krekó Béla*: Lineáris programozás. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1966.

25. Az ismertetést *Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969 alapján adjuk közre.

26. A túlzott fehérjeetetésnek is lehet káros hatása, de ettől a programozás során aligha kell tartanunk, mivel a fehérjegazdag takarmányok drágák, s a célfüggvény legtöbbször nem engedi, hogy az adag fehérjetartalma a szükségletet nagymértékben meghaladja.

27. Piaci forgalomban nem levő takarmányokon értjük azokat a takarmányokat, amelyek kis táplálóanyag-koncentrációjuk és nehéz szállíthatóságuk miatt piaci forgalomban általában nem, vagy csak ritkán szerepelnek.

- Baintner Károly*: Takarmányadagok gazdaságos összeállítása. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1963
- BacsKay Zoltán—Krekó Béla*: Matematikai alapismeretek. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1968
- Dobos Károly—Jankó József—Tóth Mihály—Vágsellyei István*: Mezőgazdasági Üzemtan. Mezőgazdasági Kiadó, Budapest, 1965
- Jankó József*: A takarmányozási költségek csökkentésének lehetőségei és eszközei a tehenészetben. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1962
- Krekó Béla*: Lineáris programozás. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1966
- Pósvay Lajos*: Gazdaságos takarmányadagok összeállítása grafikus eljárással. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1961
- Tóth József*: A takarmánygazdálkodás matematikai tervezése. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1969



A kiadásért felelős az Akadémiai Kiadó igazgatója

Felelős szerkesztő: dr. Joltsay Alajos

Műszaki szerkesztő: Erdősi Katalin

Terjedelem: 6,2 (A/5) iv + 2 db melléklet AK 84 k 7477

A szedést a Zrínyi Nyomda készítette

74.00987 Akadémiai Nyomda, Budapest – Felelős vezető: Bernát György

A sorozatban jelenik meg:

KOPCSÓ ISTVÁN

AZ ÉLELMISZERPIAC- SZERVEZÉS NÉHÁNY KÉRDÉSE

A gazdaságirányítás érvényben levő rendszere — mint a szocialista termelési viszonyok továbbfejlődésének bázisa —, továbbá a termelőerők felgyorsult fejlődése teremti meg annak lehetőségét, hogy a marketing, illetve a piacszervezés elméleti és gyakorlati kérdéseivel a tudomány művelői, valamint a gyakorlati gazdasági vezetők behatóan foglalkozzanak.

A szerző a mezőgazdasági, az élelmiszeripari és a kereskedelmi vállalatok, valamint a termékfelhasználók (fogyasztók) közötti piaci kapcsolatok fejlesztési lehetőségeinek vizsgálata során foglalkozik azokkal a piacszervezési módszerekkel, amelyek a marketingnek a szocialista termelési viszonyok közötti alkalmazásakor felmerülnek, de ismerteti a fejlett tőkés országok marketing módszereit is. Feltárja az élelmiszerfogyasztás fejlődésének jellemzőit, a piackutatás, a reklámpropaganda, a vállalati árpolitika lehetőségeit és korlátait a szocialista gazdaságban. Kitér az élelmiszeripari- és kereskedelmi vállalatok nyersanyagbeszerzési és áruterítési, általában termékforgalmazási kérdéseire, valamint a mezőgazdasági vállalatoknak az élelmiszerfeldolgozásban és a kiskereskedelmi forgalomban betöltött növekvő szerepére.

Kb. 110 oldal · Fűzve kb. 12,— Ft