

HELIOCENTRIKUS ISKOLÁK
Gravitátor, 1990. Budapest
ALAP-, KÖZÉP- és FELSŐFOK

HELIOCENTRIKUS
VILÁGMODELLEK

FELSŐ FOK

**LABORATÓRIUMBAN ELŐÁLLÍTOTT
GRAVITÁCIÓS
JELENSÉGEK VIZSGÁLATA**

Ozsgyáni László

O. Pipó Margit

HELIOCENTRIKUS KIADÓ
BUDAPEST
1996

HELIOCENTRIKUS ISKOLÁK

Gravitátor, 1990. Budapest
ALAP-, KÖZÉP- ÉS FELSŐFOK

Ozsgyáni László
igazgató

H-1064 Budapest
Podmaniczky u. 71
Bp. 62. POB. 541.
H-1397 HUNGARY

Tel./Fax.: 00 36 1 217 1701

Copyright 1996

HELIOCENTRIKUS KIADÓ
Budapest

HELIOCENTRIKUS
VILÁGMODELLEK

ISSN 1218-4705

FELSŐFOK

LABORATÓRIUMBAN ELŐÁLLÍTOTT GRAVITÁCIÓS
JELENSÉGEK VIZSGÁLATA

ISBN 963 85254 4 4

A szöveg egészének vagy részének utánnomással, fotózással
vagy bármi más módon történő reprodukálása és terjesztése
csak a szerző előzetes írásbeli hozzájárulásával lehetséges.
Egyetemi hallgatók, tanárok, kutatók részére.

TARTALOMJEGYZÉK

Laboratóriumban előállított gravitációs jelenségek vizsgálata	
1. Az atommag energiája.....	8
1.1 Kötési energia, tömegcsökkenés.....	10
1.2 Atommag mérete	12
1.3 Fermi-gáz modell. A mag kinetikus energiája	14
1.4 Potenciális energia	22
1.5 Felületi energia.....	25
1.6 Coulomb energia	28
1.7 Párenergia.....	30
1.8 Félelméleti kötési energia képlet	31
2. Az energia gravitációs hatása	
2.1 Tömeg energia ekvivalencia	33
2.2 Átmenet az Általános Relativitás- elméletbe.....	38
2.3 A gravitáció néhány asztrofizikai vonatkozása	44

3. A gravitációs együttható meghatározásának elemzése	
3.1 A tehetetlenség és a súlyosság	49
3.2 Torziós ingával végzett mérések.....	51
3.3 Mérleggel végzett mérések	55
3.4 Egyéb módszerrel végzett vizsgálatok.....	59
3.5 Folyamatban lévő vizsgálatok.....	60
3.6 Különböző tényezők, amelyek befolyásolják a gravitációs együttható értékét.....	62
3.6.1 A gravitációs együttható függése az anyag minőségétől	
3.6.2 A gravitációs együttható függése a tömegek hőmérsékletétől	
3.6.3 Gravitációs kölcsönhatás függése egyéb tömegek jelenlététől	
3.7 Állásfoglalás a gravitációs együtthatóval kapcsolatban	66

4. A különböző rendszámú atommagokban lévő nukleonok kinetikus energiája gravitációs hatásának vizsgálata	73
4.1 Az egykristályban lévő atomok számának meghatározása	74
4.2 Az ingán lévő egykristály és a kitérítő egykristály közötti távolság meghatározása.....	79
4.3 A nukleonok tehetetlen tömegének meghatározása a különböző A-tömegszámú atomokban	82
4.4 Becslés a kinetikus energia gravitációs hatására vonatkozóan	86
Irodalom	98

BEVEZETÉS

Az utóbbi években, a nemzetközi természettudományos kutatási szférában néhány új gondolat jelent meg a gravitáció és az atomi részecskék közötti kapcsolatok értelmezéséről. Mindezekkel együtt megállapítható, hogy a jelenségkör kutatása ma is aktuális, több tisztázatlan kérdés vár megoldásra.

Jelen kiadvány a szerzőknek azon megfontolásait tartalmazza, amelyeket a '60-as évek végén és a '70-es évek elején állítottak össze azzal a céllal, hogy a kutatásban együttműködő szakemberekkel tudjanak konzultálni. Jellemző tekintve előzetes, közelítő becslések a vizsgált effektusok kísérleti vizsgálatának a lehetőségére, a minőségi és a mennyiségi összefüggések pontosabb, a valóságnak jobban megfelelő feltárhatóságára. Ma is szükségesnek, alapvető fontosságúnak tartjuk a kísérletek, mérések során használt makroszkópikus méretű testek mikrostrukturájának a vizsgálatát szilárdtestfizikai módszerekkel, valamint a testeket alkotó atomok magjainak energia viszonyait kvantumfizikai módszerekkel vizsgálni. Szükséges továbbá a gravitáció ma elfogadott elméletének az Általános Relativitáselméletnek azt a részét áttekinteni, melyszerint minden energifajtához gravitációs tulajdonság rendelhető. A konkrét vizsgálatok során természetesen a legújabb kutatási eredményeket is figyelembe kell venni.

Budapest, 1996. október.

Laboratóriumban előállított gravitációs
jelenségek vizsgálata

Laboratóriumban előállított gravitációs jelenségeken azokat a jelenségeket értjük, amelyek laboratóriumi méretű tömegek egymással való gravitációs kölcsönhatásának eredményei és ezen jelenségeket a makroszkópikus méretű tömeg atomjaira, nukleonjaira vonatkoztatva értelmezzük. Ezen vizsgálatok közben a Föld, Nap és egyéb égitestek gravitációs és mindenféle egyéb hatását háttérként kezeljük.

Induljunk ki az Általános Relativitáselméletnek abból a megállapításából, hogy a gravitációs kölcsönhatást a rendszer teljes belső energiája határozza meg. Értelmezzük a tömegnek mint atomokból álló rendszernek a belső energiáját, az egyes atomok energia állapotaiból kiindulva. Mivel az egész atom által reprezentált energia tulnyomó része az atommagban van koncentrálnva, ezért elsősorban az atommag energia viszonyait kell vizsgálnunk.

1. Az atommag energiája

Az atommag részecskéit összetartó erő nem értelmezhető egyik klasszikus-gravitációs, elektromos és mágneses erőtipus alapján sem. A magban egymástól 10^{-13} cm nagyságrendű távolságban keringő neutronok és protonok gravitációs kölcsönhatási energiája $\sim 10^{-36}$ MeV-nek adódik, amely 36 nagyságrenddel kisebb mint a magban lévő energiaszintek. Ezzel az indokkal a gravitációs kölcsönhatás a magfizika és elemirész fizika számára elhanyagolhatóvá válik, mondván, hogy ebben az esetben egy új, korábban nem ismert erőtérrel a magerők terével állunk szemben.

Mi éppen ezt az eddig elhanyagolt gravitációs hatást vizsgáljuk. A gravitációs vizsgálatoknál használt anyagok atomokból állnak, következésképpen az atomok tulajdonságai valamilyen formában jelen vannak a gravitációs tér kialakításában. Szükséges tehát, hogy a gravitáció finomszerkezetének vizsgálata közben az atomoknak, atommagoknak és elemi részecseknek mint kvantumfizikai rendszereknek a tulajdonságaival is foglalkozzunk. Amint azt korábban már említettük,

abban a tudatban nyultunk a gravitáció vizsgálatához, hogy ezzel az elemi részek problematikáját közelítsük meg azok gravitációs tulajdonságán keresztül. S mivel ezt nem csupán elméleti meggondolások formájában kívántuk megtenni, hanem a gyakorlatban is ellenőrizhető módon, ezért volt szükség a kísérleti be-
rendezésnek a létrehozására.

Azt a "hidat" kellett kiépítenünk, amelyen keresztül a tudomány mai állásának megfelelő egzakt-
sággal lehetőség nyílik az elemi részek gravitációs tulajdonságainak laboratóriumi vizsgálatához. Vagy másszóval, amelyen keresztül a gravitációs jelenség-
től, elvont gondolkodás útján, közelebb juthatunk a gra-
vitáció lényegéhez.

Ebből a célból az alábbiakban áttekintjük az atommag legjellemzőbb kvantumfizikai paramétereit:

- 1/ Kötési energia
- 2/ Az atommag mérete
- 3/ A mag kinetikus energiája a Fermi-gáz modell alapján
- 4/ A mag potenciális energiája
- 5/ A felületi energia
- 6/ A Coulomb energia
- 7/ A párenergia
- 8/ A félelméleti kötési energia,

valamint a különböző energiafajtákra vonatkozó legfontosabb összefüggéseket.

1.1 Kötési energia, tömegcsökkenés

Azt az energiát, amely akkor szabadul fel, ha valamely atommagot szabad nukleonokból rakunk össze a mag kötési energiájának nevezzük. A hidrogénmagoknak hélium magokká való egyesülésekor felszabaduló kötési energia biztosítja a Nap energiapótlását és ez az energia szabadul fel a Földön előidézett ^Rtermonukleáris folyamatokban.

A mag tömege M - és kötési energiája E_k - között

$$M = NM_n + ZM_p - \frac{E_k}{c^2} \quad 1.1.1$$

összefüggés áll fenn, ahol

N - az M_n -tömegű neutronok száma

Z - a M_p -tömegű protonok száma

c - a fénysebesség.

EINSTEIN alapvető tétele értelmében ugyanis E (erg) energia - legyen az mechanikai, elektromos vagy más természetű - mindenkör $m = E/c^2$ gramm tömeggel egyenértékű. A mag M -tömege tehát kisebb, mint N -neutron és Z -proton össztömege, mivel az E_k -kötési energia E_k/c^2 -tömegcsökkenést eredményez.

1.2 Az atommag mérete

Az atommag kiterjedésére vonatkozó első kísérleteket RUTHERFORD végezte 1911-ben α -részecskék vékony aranyfólián való szóródásával. Azóta különböző módszerekkel vizsgálták a mag sugarát. A legpontosabb egymással jól egyező magsugar értékeket az elektronszórás kísérletek és müon-atomok megfigyeléséből nyerték. A mag töltéseloszlásának ekvivalens sugarára a müon-atomok röntgenszinkképének megfigyeléséből

$$R = (1,2 \pm 0,03) \cdot 10^{-13} \text{ A}^{1/3} \text{ cm}$$

adódott.

Ennek felhasználásával a maganyag sűrűségére a proton $1,7 \cdot 10^{-24}$ gr tömegével

$$\rho = 6 \cdot 10^{14} \text{ gr/cm}^3$$

érték adódik.

Az atommag különböző tulajdonságait valamilyen magmodell alapján szokásos vizsgálni. Az elméleti magfizika [2] mai állása szerint korántsem lehet azt mondani, hogy a mag szerkezete minden részletében feltárt. Ma általában használt modell az egyesített magmodell, amely a leginkább képes számot adni a törzs

nukleonjainak kollektív mozgásáról, a törzshöz, illetve a külső nukleonokhoz tartozó kollektív ill. individuális szabadsági fokok kölcsönhatásáról, a korábbi héjmodell és az azt megelőző cseppmodell elemeit egyesíti magában: a külső nukleonokról - a héjmodellhez hasonlóan - feltételezi, hogy a törzs terében meghatározott kvantumpályákon keringenek, ugyanakkor a magtörzs rezgését, forgását egy folyadéksepp mozgásformáival állítja párhuzamba. Ugyanakkor azonban a "magfolyadéksepp" jellemző adatainak periódikus változásával maga is a kvantummechanika által megszabott héjszerkezetet tükrözi.

Az egyesített magmodell a törzs nukleonsűrűségének aszimmetriája által érthetővé teszi a mag kvadrupolmomentumának a héjmodell szempontjából érthetetlen nagy értékét. Ezenkívül a mag mágneses momentumához is szolgáltat járulékot. A mag egyéb tulajdonságai más modellekkel egyszerűbben és viszonylag jó eredménnyel tárgyalhatók.

Az atommagok mérhető adatai közül a kötési energia az, amelynek magról-magra való változása / 1. ábra/ a legkönnyebben felismerhető szabályosságokat mutatja. E szabályosságok tanulmányozása a magerőkre vonatkozó értékes felismerésekhez vezetett. Az egy nukleonra eső kötési energiának a kezdeti gyors növekedését Wigner

Jenő a magerők rövid hatótávolságu jellegével hozta összefüggésbe. Rögtön a He^4 mag után az $\epsilon_K(A)$ -görbe gyors növekedése lecsökken és periódikus jelleget mutat, amely a magerők telítettségére utal. Az energiatelítettség okainak vizsgálata legegyszerűbben a mag Fermi-gáz-modellje alapján végezhető.

1.3 Fermi-gáz-modell. A mag kinetikus energiája

Ennél a modellnél olyan egyszerűsítő feltételeket alkalmazunk, hogy a mag belsejében lévő nukleonra a többi nukleon hatását minden oldalról közelítőleg egyenlőnek tekintjük, ezért azok egymás hatását kiegyenlítik. A mag felületén lévő nukleonokra ez a feltevés már nem terjeszthető ki, mivel azokra a többi nukleon hatása már aszimmetrikus. A felület hatásától ezért most eltekintünk, arra később visszatérünk.

Mivel tehát a mag belsejében lévő nukleonra a többi nukleon hatása kiegyenlítődik a nukleon állapotát a $V=0$ erőmentes térre vonatkozó állapotegyenlettel írhatjuk le

$$\frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial t} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) = 0$$

amelynek megoldását a tér és idő koordináták szeparálásával, majd a térkoordináták további szeparálásával

$$\psi = K e^{i(ax + by + cz - Et/\hbar)}$$

alakban állíthatjuk elő ([3], 19).

Ez a megoldás nemcsak az energiának, hanem az impulzuskomponenseknek is sajátfüggvénye. Ha az impulzuskomponens sajátértékeket p_x , p_y , p_z - vel jelöljük, akkor ψ a következő alakban írható:

$$\psi = K e^{\frac{i}{\hbar}(p_x x + p_y y + p_z z - Et)} \quad 1.3.1$$

Az 1.3.1 állapotfüggvénnyel leírt állapotban lévő részecske meghatározott p_x , p_y , p_z impulzusértékkel és ennek megfelelő

$$E = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2\mu}$$

energia értékkel rendelkezik. Az állapotfüggvény a térben meghatározott sebességgel tovahaladó szabad részecskét ír le, amelynek energiája tisztán kinetikus energia. Az állapotfüggvény egy síkhullám formájában tovaterjedő anyaghullámot ír le, amely annak

térbeli λ -hullómhosszu

$$\lambda = \frac{2\pi \hbar}{p} = \frac{h}{p}$$

1.3.2

és időbeli τ -rezgésidőjü

$$\tau = \frac{2\pi \hbar}{E} = \frac{h}{E}$$

jellegét fejezi ki.

Az "anyagsűrűség" értelmezése ebben az esetben eltér annak klasszikus formájától, helyette

$$\rho = \psi^* \psi$$

alakban fejezhető ki. A gravitációs vizsgálatokban további szokatlan eredményre vezet az anyaghullámok szuperpozíciója. A lineáris operátorok alkalmazásának ugyanis közvetlen folyománya, hogy két síkhullám összege, szuperpozíciója is fizikai megoldás. A jelenség érzékeltetésére hadd idézzünk egy példát.

"Egy adott sebességű részecskenyaláb által előállított anyaghullámot valamilyen módon szétválasztunk, majd különböző utak megtétele után újra egyesítjük. A találkozók hullámok hullámhossza és frekvenciája azonos, mozgásuk legyen párhuzamos, a közöttük létrehozott utkülönbséget jelölje d . Ekkor a két hullám szuperpozíciójából adódó megoldás

dás

$$\psi = A e^{\frac{i}{\hbar} [p x - E t]} + B e^{\frac{i}{\hbar} [p(x+d) - E t]}$$

Mi adódik ebben az állapotban a ρ -anyagsűrűsége-re? Legyenek A és B valós számok

$$\rho = \psi^* \psi = A^2 + B^2 + 2AB \cos 2\pi \frac{p d}{h}$$

A két újraegyesített anyaghullám sűrűsége nem egyszerűen az összetevők sűrűségének összege $A^2 + B^2$, hanem attól a harmadik interferencia taggal eltér. Ha még feltesszük, hogy $A = B$ legyen, akkor a d -utkülönbség h/p hullámhossz $(2n+1)/4$ -szerese esetén / n -egész szám/ a két hullám intenzitása összeadódik: $\rho = 2A^2$. Ha az utkülönbség h/p hullámhossz n -szerese, akkor a találkozás az intenzitás négyszeresére vezet: $\rho = 4A^2$. Ha viszont az utkülönbség a hullámhossz $(2n+1)/2$ -szerese, akkor $\rho = 0$, a két anyaghullám találkozásakor kioltja egymást, zérus anyagsűrűséghez jutunk. A klasszikus mechanika szerint részecskék találkozása mindig csak a részecskesűrűség növekedéséhez, összegeződéséhez vezet. Ezzel szemben áll a kvantummechanikai kép, mely szerint az anyaghullámok interferencia útján kiolthatják egymást. Ilyen

kísérleteket végeztek elektronokkal egyéb részecskékkel, de egész atomok esetében is kimutatták az interferenciát. Pontosabban a ρ -nem klasszikus értelemben vett anyagsűrűséget jelent, hanem valószínűsősűrűséget, a részecske térfogategységben való tartózkodása valószínűségének a mérőszámát.

Ezek után a ([2], 6.b) alapján folytatva a gondolatmenetet megfelelő normálási és ortogonalitási feltételek biztosítása mellett értelmezni lehet az

$$\int_{L^3} \varphi_i^*(\vec{r}) \varphi_j(\vec{r}) d\tau = \delta_{L_i L_j} \quad (\delta_{L_i L_j} = \delta_{l_i l_j} \delta_{m_i m_j} \delta_{n_i n_j})$$

valószínűsősűrűséget, amely megadja annak valószínűségét, hogy a magban kiszemelt nukleon az L -oldalélű kockában tartózkodik. A magban lévő valamennyi $\varphi(\vec{r})$ síkhullám számát a normálási és ortogonalitási feltételekkel összefüggésben a $KL/2\pi$ sugaru gömbben foglalt egész számú koordinátájú pontok számával határozhatjuk meg. Ez azonban a gömbbe írható egységkockák számával, vagyis a gömb térfogatával egyenlő

$$\frac{4\pi}{3} \frac{K^3 L^3}{(2\pi)^3}$$

Mivel az atommag nukleonjai a ν -magtérfogatban, bizonyosan megtalálhatók, ezért legyen $L^3 = \nu$. Ha a nukleonok $1/2$ spinű helyzetéről számotadó függvényeket is figyelembe vesszük, akkor az állapotok számára

$$n(K) = 2 \frac{4\pi}{3} \frac{K^3 \nu}{(2\pi)^3} = \frac{K^3 \nu}{3\pi^2}$$

adódik.

Az atom gravitációs vizsgálatánál nagyon lényeges, hogy a mag minden nukleonja alapállapotban legyen - vagyis a Pauli-elv által megengedett lehető legkisebb energiájú állapotot foglalja el. A neutronok ill. protonok a $k = 0$ tól egy maximális hullámszámig, a $k = K_n$ ill. K_p -ig terjedő állapotokban foglalnak helyet, mindegyikben egy neutron ill. egy proton. A nagyobb hullámszámú $k \geq K_n$ ill. K_p állapotok viszont legyenek üresek. Egyuttal ez azt is jelenti, hogy a K_n ill. K_p -nél kisebb hullámszámú állapotok száma egyező kell legyen a neutronok ill. protonok számával. Ez azért lényeges, mert a gravitációs mérés időtartama alatt az egyes atomok nem változtathatják energiaállapotukat, ez viszont csak az alap vagy stabil állapotban biztosítható. Ha ugyanis a mag valamelyik nukleonja gerjesztett állapotban lenne,

akkor a gerjesztési nivóhoz tartozó bomlási sebességgel spontán változtatná energiaállapotát, amely a gravitációs mérés meghamisításához vezetne. Ennek megfelelően írhatjuk:

$$n(K_n) = \frac{K_n^3 \nu}{3\pi^2} = N, \quad K_n = \left(\frac{3\pi^2 N}{\nu}\right)^{1/3}$$

1.3.3

$$n(K_p) = \frac{K_p^3 \nu}{3\pi^2} = Z, \quad K_p = \left(\frac{3\pi^2 Z}{\nu}\right)^{1/3}$$

Ennek alapján most már meghatározhatjuk a mag neutronjainak ill. protonjainak T_n ill. T_p összes kinetikus energiáját. Egy nukleon $\frac{\hbar^2 k^2}{2M}$ kinetikus energiáját megszorozzuk a $(k, k+dk)$ közbeeső neutron ill. proton állapotok számával, majd integrálunk az összes betöltött nukleonállapotra. Az integráció felső határa tehát az 1.3.3 alatti K_n ill. K_p maximális hullámszám lesz:

$$T_n = \int_0^{K_n} \frac{\hbar^2}{2M} k^2 \frac{\nu}{\pi^2} k^2 dk = \frac{3\hbar^2}{10M} K_n^2 N = \frac{3}{10} \left(\frac{3\pi^2}{\nu}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{M} N^{5/3}$$

$$T_p = \int_0^{K_p} \frac{\hbar^2}{2M} k^2 \frac{\nu}{\pi^2} k^2 dk = \frac{3\hbar^2}{10M} K_p^2 Z = \frac{3}{10} \left(\frac{3\pi^2}{\nu}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{M} N^{5/3}$$

Fejtsük sorba a mag nukleonjainak $T = T_n + T_p$ összes kinetikus energiáját az $(N-Z)/A$ ($\ll 1$) relatív neutrontöbblet szerint /a másodrendű tagokig/:

$$T = T_n + T_p = \frac{3}{10} \left(\frac{3\pi^2}{v} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{M} (N^{5/3} + Z^{5/3}) \approx$$

1.3.4

$$\approx \frac{3}{10} \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{M} A \left[1 + \frac{5}{9} \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] = T_0 + T_s$$

ahol $\rho = A/v$ a nukleonsűrűség a magban. A T - kinetikus energia első tagja T_0 , az $A = 2N = 2Z$ szimmetrikus mag kinetikus energiájával egyenlő

$$T_0 = \frac{3}{10} \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{M} A = \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{M} K^2 A$$

ahol $K^3 = \frac{3\pi^2 \rho}{2}$

Az $N \neq Z$ magok esetén a T_0 -hoz még hozzá kell adnunk a T_s -szimmetria energiát

$$T_s = \frac{1}{6} \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{M} \frac{(N-Z)^2}{A} = \frac{1}{6} \frac{\hbar^2}{M} K^2 \frac{(N-Z)^2}{A}$$

1.4 A potenciális energia

A továbbiakban vegyük figyelembe az atommagban lévő nukleonok között ható magerőket és vizsgáljuk meg, hogy azok potenciális energia formájában mekkora járulékos taggal vesznek részt az atom teljes energiájában. Az ilyen jellegű feladatok megoldását a Schrödinger-féle perturbáció számítással szokás elvégezni, amelyhez nulladik közelítésű sajátfüggvényeknek az $\alpha(s), \beta(s)$ spinfüggvényeket is tartalmazó ([2] 6.4) síkhullámokat leíró $\psi(\underline{r}, s)$ sajátfüggvényeket választjuk.

Egyelőre annyit tételezünk fel a V kétnukleonpotenciálról, hogy az tisztán vonzó jellegű, rövid hatótávolságú erőktől származik és kizárólag a két nukleon $r = |\underline{r}_1 - \underline{r}_2|$ távolságától függ:

$$V = V_w(r) \leq 0$$

A magban a nukleonfajta és a spinállások figyelembevételével négyféle típusu nukleonpárt különböztethetünk meg. Az azonos fajta nukleonpároknál figyelembe kell venni a Pauli-elvnek a Dirac-féle megfogalmazását is, mely szerint azonos fajtájú feles spinű ré-

szecekkék állapotfüggvényének mindig antiszimmetrikusnak kell lenni. Így tehát:

$$A., \Psi_{ij}(1,2) = \begin{Bmatrix} \alpha(s_1) \alpha(s_2) \\ \beta(s_1) \beta(s_2) \end{Bmatrix} \frac{\varphi_i(\underline{r}_1) \varphi_j(\underline{r}_2) - \varphi_i(\underline{r}_2) \varphi_j(\underline{r}_1)}{\sqrt{2}}$$

$$B., \Psi_{ij}(1,2) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\alpha(s_1) \beta(s_2) \varphi_i(\underline{r}_1) \varphi_j(\underline{r}_2) - \alpha(s_2) \beta(s_1) \varphi_i(\underline{r}_2) \varphi_j(\underline{r}_1) \right]$$

A különböző fajtájú nukleonokból álló párokra:

$$C., \Psi_{ij}(1,2) = \begin{Bmatrix} \alpha(s_1) \alpha(s_2) \\ \beta(s_1) \beta(s_2) \end{Bmatrix} \varphi_i(\underline{r}_1) \varphi_j(\underline{r}_2)$$

$$D., \Psi_{ij}(1,2) = \alpha(s_1) \beta(s_2) \varphi_i(\underline{r}_1) \varphi_j(\underline{r}_2)$$

A mag teljes U_0 -potenciális energiájának a ψ_{ij} állapotú nukleonpártól származó $U_{ij}^{(w)}$ járulékát a perturbáció-számítás szabályai szerint úgy kapjuk, hogy képezzük a két nukleon $V_w(r)$ kölcsönhatási potenciáljának várható értékét a ψ_{ij} állapotfüggvénnyel. Figyelembevéve a spinfüggvények normált és ortogonális voltát $[(\alpha, \alpha) = (\beta, \beta) = 1; (\alpha, \beta) = 0]$ eredményül kapjuk:

$$U_{ij}^{(w)} = (\psi_{ij}, V_w(r), \psi_{ij}) = \int [|\varphi_i(\underline{r}_1)|^2 |\varphi_j(\underline{r}_2)|^2 -$$

A.,

$$- \varphi_i^*(\underline{r}_1) \varphi_j(\underline{r}_1) \varphi_i(\underline{r}_2) \varphi_j^*(\underline{r}_2)] V_w(r) d v_1 d v_2$$

B,C,D

$$U_{ij}^{(w)} = (\psi_{ij}, V_w(r), \psi_{ij}) =$$

$$= \int |\varphi_i(\underline{r}_1)|^2 |\varphi_j(\underline{r}_2)|^2 V_w(r) d v_1 d v_2$$

Ha figyelembe vesszük a síkhullámot leíró $\varphi_i(r)$ állapotfüggvények tényleges alakját, továbbá relatív koordinátákat és impulzusokat vezetünk be, akkor

$U_{ij}^{(w)}$ -re a következő adódik:

A.,

$$U_{ij}^{(w)} = \frac{1}{v} \int (1 - \cos 2 \underline{k} \underline{r}) V_w(r) d v$$

$$B, C, D \quad U_{ij}^{(w)} = \frac{1}{v} \int V_w(\tau) d\tau$$

A magerők teljes U_0 potenciális energiája az egyes nukleonpárok $U_{ij}^{(w)}$ járulékának összegeként adódik:

$$U_0 = \sum_{i < j=1}^A U_{ij}^{(w)}$$

1.5 Felületi energia

Ha egy merev falu doboz közepében elhelyezünk egy lokalizált nukleont, akkor az idő múlásával a nukleont jellemző hullámcsomag egyre nagyobb térrészre folyik szét és rövid idő alatt eléri a doboz falait. Ha a doboz fala nem lenne merev, akkor a hullámcsomag az idő múlásával egyre nagyobb térrészre folyna szét. Ha ez a spontán szétfolyási folyamat nem mehet végbe, ennek valamilyen merev fal

utját állja, mint pl. a mag esetében a többi nukleon magerőinek a hatása, akkor a nukleonok nagyobb hullámszámu de Braglie-hullámhosszu állapotokba kényszerülnek, amelyek nagyobb kinetikus energiának felelnek meg. Így a teljes kinetikus energiának a nagyobb k -ju állapotokba kényszerült nukleonoktól származó járuléka arányos kell legyen a mag f -felületével.

Az ilyen fizikai folyamat a háromváltozós parciális differenciál-energia-sajátérték egyenlet megoldásaként nyert energia sajátfüggvénnyel ([3] 11.9) írható le:

$$\varphi(\pm) = \left(\frac{2}{L}\right)^{3/2} \sin k_1 x \cdot \sin k_2 y \cdot \sin k_3 z$$

Mint hogy a K -nál kisebb „ k ” hullámszámok számának meghatározásánál fizikai tartalommal csak a pozitív számhármassok rendelkeznek, ezért a KL/π sugaru gömb térfogatának a nyolcadát kell venni. Mivel a vantummechanika törvényei nem engedik meg, hogy a véges térfogatba zárt tömegpontnál zérus kinetikus energiájú állapot valósuljon meg, ezért ebből le kell vonni az $l=0, m=0, n=0$ koordinátájú pontokat tartalmazó, egységnyi vastagságu, KL/π sugaru három gömbréteg együttes köbtartalmát. Eszerint a $k \leq K$

hullámszámhoz tartozó függvények száma:

$$\frac{1}{8} \left(\frac{4\pi}{3} \frac{K^3 L^3}{\pi^3} - 3 \frac{K^2 L^2}{\pi} \right) = \frac{4\pi}{3} \frac{K^3 \nu}{(2\pi)^3} \left(1 - \frac{3\pi f}{8K\nu} \right)$$

ahol $\nu = L^3$ a térfogat, $f = 6L^2$ a felület.

A kétféle spinbeállítás miatt a protonok ill. neutronok állapotainak száma

$$n(K) = \frac{K^3 \nu}{3\pi^2} \left(1 - \frac{3\pi f}{8K\nu} \right)$$

A K - és a ρ - nukleonsűrűségnek a kapcsolatára a merev fal hatásának figyelembevétele mellett adódik:

$$K^3 = \frac{3\pi^2 \rho}{2}$$

Ezek után kiszámíthatjuk a mag $T = T_n + T_p$ teljes kinetikus energiáját, felhasználva a

$$dn = n(k+dk) - n(k) = \frac{\nu k^2 dk}{\pi^2} \left(1 - \frac{\pi f}{4k\nu} \right)$$

kifejezést;

$$T = 2T_n = 2T_p = 2 \int_0^K \frac{\hbar^2}{2M} k^2 dn =$$

$$= 2 \int_0^K \frac{\hbar^2}{2M} k^2 \frac{\nu}{\pi^2} k^2 \left(1 - \frac{\pi f}{4k\nu} \right) dk =$$

$$= 2 \int_0^K \frac{\hbar^2}{2M} k^2 \frac{\nu}{\pi^2} \left(1 + \frac{3\pi f}{8k\nu} \right) k^2 \left(1 - \frac{\pi f}{4k\nu} \right) dk = T_0 + T_F$$

ahol

$$T_F = \frac{1}{80\pi} \frac{\hbar^2}{M} \cdot K^4 \cdot f \quad 1.5.1$$

A teljes kinetikus energia tehát a felületi és szimetriakorrekciókkal együtt

$$T = T_0 + T_F + T_S$$

1.6 Coulomb energia

Az atommagban lévő protonok azonos elektromos töltésük miatt egymást taszítják, ez a magerők vonzó hatása ellenében dolgozik. A tömegdefektust csökkentő Coulomb energiát azzal a feltevéssel számíthatjuk ki, hogy a Z proton töltése az atommag - mint gömb - térfogatában egyenletesen oszlik el. Jelöljük

$\rho(r)$ -el az eloszlást leíró sűrűségfüggvényt, akkor egy kiszemelt proton potenciális energiája a mag töb-

bi protonjának elektrosztatikus terében

$$V_c(\underline{r}) = e^2 \int \frac{\eta_1(\underline{r}')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} d^3v'$$

A mag teljes U_c elektrosztatikus energiáját az $\int V_c(\underline{r}) \eta(\underline{r}) d^3v$ integrál 1/2-szerese adja:

$$\begin{aligned} U_c &= \frac{1}{2} \int V_c(\underline{r}) \eta(\underline{r}) d^3v = \\ &= \frac{3Z(Z-1)e^2}{8\pi R^4} \int_0^R \left[\frac{3}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] 4\pi r^2 dr = \\ &= \frac{3Z(Z-1)e^2}{5R} \end{aligned}$$

Ha figyelembe vesszük a Pauli-elv antiszimetria követelményét, szemléletesen kifejezve a párhuzamos spinű protonok kerülnek egymást, akkor a töltéseloszlásban a kiszemelt proton körül "lyuk" keletkezik, amely a Coulomb energiát csökkenti. Ennek figyelembevételével írhatjuk:

$$U_c = \frac{3Z(Z-1)e^2}{5R} - 0,46 Z^{4/3} \frac{e^2}{R}$$

További korrekciók is léteznek még, de azoktól itt eltekinthetünk.

1.7 Párenergia

Az intenzív vonzó magerők két proton vagy neutron között akkor tudnak erős kötést létesíteni, ha kettőjük tartózkodási valószínűsége feddi egymást. Egy páros N -el és páros Z -vel jellemzett /un. páros-páros, rövid: $ps-ps$ / magban az összes nukleon ilyen erősen kötött párokba csoportosulva található. Ha viszont N is Z is páratlan / $pn-pn$ mag, akkor találunk páratlan nukleont is a magban, amelyek kötése lazább. Ezért a kötési energiának A -tól és Z -től folytonosan függő tagjai mellett kell legyen olyan tagja, amely különböző értékeket vesz fel $ps-ps$ ill. $pn-pn$ magok esetén. E tagot Fermi nyomán az

$$U_p = \frac{C_p}{A^{3/4}} \delta ; \quad \delta = \begin{array}{l} 1 \text{ ha } N, Z \text{ } ps-ps \\ 0 \text{ ha } A \text{ } pn \\ -1 \text{ ha } N, Z \text{ } pn-pn \end{array}$$

alakunak vehetjük.

Az itt szereplő $C_p/A^{3/4}$ azonos nukleonokból álló pár kölcsönhatási energiája, a párenergia.

1.8 A félelméleti kötési-energia képlet

Az atommag alapállapotának a teljes E_0 energiája tehát - amely az E_k kötési energia (-1) szeresével egyenlő - az előzőkben áttekintett energiatípusokból

tevéődik össze: a T_F -felületi és a

T_S -szimmetria-energiát is magában foglaló

T -kinetikus energiából

U_0 -potenciális energiából

U_c -Coulomb kölcsönhatás energiájából és az

U_p -párenergiából.

$$-E_k = T_0 + T_F + T_S + U_0 + U_c + U_p$$

Ha az U_0 potenciális energiát, a ([2] 6.32) értelmében megengedhető egyszerűbb formában írjuk fel:

$$U_0 = \frac{A}{2} \rho \int V_w(r) dv$$

akkor az E_k kötési energia kifejezését, mint $A(=N+Z)$ és Z függvényét

$$E_k(A, Z) = \left[-\frac{1}{2} \rho \int V_w(r) dv - \frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{M} K^2 \right] A -$$

$$- \frac{1}{20} \frac{\hbar^2}{M} K^4 \tau_0^2 A^{2/3} - \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{\tau_0 A^{1/3}} -$$

$$- \frac{1}{6} \frac{\hbar^2}{M} K^2 \frac{(N-Z)^2}{A} - \frac{C_p}{A^{3/4}} \cdot \delta$$

vagy

$$E_K(A, Z) = C_T A - C_F A^{2/3} - C_C \frac{Z^2}{A^{2/3}} - C_S \frac{(A - 2Z)^2}{A} - C_P \frac{d}{A^{3/4}} \quad 1.8.1$$

alakban írhatjuk fel.

Itt felhasználtuk a magsugár $R = r_0 A^{1/3}$, a magfelület $f = 4\pi R^2 = 4\pi r_0^2 A^{2/3}$ kifejezést. Ha tekintetbe vesszük, hogy a $\rho = A/v$ nukleonsűrűség, s a vele együtt meghatározott K -maximális hullámszám, állandó érték akkor láthatjuk, hogy a 1.8.1 kifejezésben szereplő együtthatók állandóak. Ezzel tehát előállítottuk az atommagok E_K kötési energiáját, mint az A tömegszám és a Z rendszám függvényét. Anélkül, hogy részletekbe bocsátkoznánk, csupán megemlítjük, a magsűrűség telítettségének továbbá a héjmodellnek és az egyesített magmodellnek figyelembevételével az egyes értékek még finomíthatók. A konkrét gravitációs kísérleti eredmények magfizikai értelmezése során természetesen a lehető legpontosabb elméleti közelítés a kívánatos.

2. Az energia gravitációs hatása

2.1 Tömeg-energia ekvivalencia

Az előző rész-ben áttekintettük az atom-magban előforduló főbb energiafajtákat, a továbbiakban vizsgáljuk meg azt, hogy ezek az energiafajták hogyan jelentkeznek az atomok által kialakított gravitációs tér tulajdonságaiban. Ez az átmenet célszerűen két fokozatban végezhető; először meghatározzuk a Speciális Relativitáselmélet értelmében az energiához rendelt tehetetlen tömeget, majd a tehetetlen és a súlyos tömeg ekvivalenciáján keresztül az Általános Relativitáselmélet értelmében eljutunk az energiának a gravitációs térrel való összefüggéséhez.

Az energia és a tehetetlen tömeg ekvivalenciáját Einstein 1905-ben fogalmazta meg először [4] dolgozatában, amelyben azt vizsgálta, hogy függ-e egy test tehetetlensége a benne lévő energiától. Einstein azt találta, hogy igen függ, amely az alábbi módon látható be: a történelmi hűség kedvéért a mai szokásos jelölésektől kissé eltérően Einstein eredeti jelöléseit használjuk.

Legyen a sík fényhullám energiája az (x, y, z) koordinátarendszerhez viszonyítva l - és az iránya /a hullámfront normálisa/ képezzen a X - tengellyel φ - szöget. Ha bevezetünk egy új koordinátarendszert (ξ, η, ζ) amely az előzőhöz viszonyítva az X - tengely irányában v - sebességgel egyenesvonalú egyenletes mozgást végez, akkor a fent említett fény energiája a (ξ, η, ζ) rendszerben mérve, az alábbi módon fejezhető ki:

$$l^* = l \frac{1 - \frac{v}{V} \cos \varphi}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}}$$

ahol V - a fény sebessége. A következő probléma vizsgálatánál ezt a transzformációs egyenletet fogjuk felhasználni. Nyugodjon az (x, y, z) koordinátarendszerben egy test, melynek energiája E_0 . Ugyanennek a testnek az energiája a (ξ, η, ζ) rendszerhez viszonyítva, mely mint fent v - sebességgel mozog, legyen H_0 .

Bocsásson ki ez a test az X - tengellyel φ - szöget bezáró irányban L/z energiájú sík fényhullámot /az (x, y, z) - rendszerhez viszonyítva mérve/ és egyidejűleg ugyanekkora fény mennyiséget bocsásson ki az ellenkező irányba. Közben e test nyugalomban marad az (x, y, z) rendszerhez viszonyítva. Az energia megmaradás törvénye a relativitáselmélet értelmében mindkét rendszerben érvényes. Ha a fény kibocsátás után a test energiáját

E_1 -el jelöljük az (x, y, z) rendszerhez és H_1 -el a (ξ, η, ζ) rendszerhez viszonyítva, akkor felhasználva a fenti összefüggést írhatjuk:

$$E_0 = E_1 + \left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2}\right)$$

$$H_0 = H_1 + \left[\frac{L}{2} \frac{1 - v/V \cos \varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} + \frac{L}{2} \frac{1 + v/V \cos \varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} \right] =$$

$$= H_1 + \frac{L}{\sqrt{1 - (v/V)^2}}$$

Vonjuk ki az első kifejezést a másodikból

$$(H_0 - E_0) - (H_1 - E_1) = L \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} - 1 \right)$$

Ebben a kifejezésben mind a két $H-E$ különbség egyszerű fizikai tartalommal rendelkezik. A H -és E -mennyiségek egy és ugyanazon testnek az energiaértékét jelölik két koordinátarendszerhez viszonyítva, amelyek egymáshoz viszonyítva mozognak, miközben a test nyugalomban van az (x, y, z) rendszerben.

Ilyen módon világos, hogy a $H-E$ különbség a test K -kinetikus energiájától, a másik rendszerhez viszonyítva $\left[(\xi, \eta, \zeta) \text{-rendszer} \right]$ csak valamilyen additív C állandóban különbözhet, amely függ a H és E energiák kifejezésében önkényesen választott additív állandóktól. Következésképpen írhatjuk

$$H_0 - E_0 = K_0 + C$$

$$H_1 - E_1 = K_1 + C$$

mivel a C - állandó a fény kibocsátása közben nem változik.

Ilyen módon kapjuk

$$K_0 - K_1 = L \left(\frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} - 1 \right)$$

A test kinetikus energiája a (ξ, η, ζ) - rendszerhez viszonyítva csökken a fény kibocsátása következtében, a test tulajdonságaitól független mértékben. Ezen kívül a $K_0 - K_1$ különbség pontosan úgy függ a sebességtől, mint az elektron kinetikus energiája.

Elhanyagolva a negyed és magasabbrendű mennyiségeket írhatjuk

$$K_0 - K_1 = \frac{L}{V^2} \cdot \frac{v^2}{2}$$

Ebből az egyenletből közvetlenül adódik, hogy ha a test sugárzás formájában kibocsát L - energiát, akkor a tömege L/v^2 mértékben csökken. Egyébként nyilvánvalóan lényegtelen, hogy a testből eltávozó energia egyenesen átmegy sugárzási energiába, úgyhogy sokkal általánosabb következtetést is levonhatunk.

A test tömege a benne lévő energiának a mértéke; ha az energia L - mértékben megváltozik, akkor a tömege ennek megfelelően $L/9.10^{20}$ mértékben változik, ahol

az energiát erg-ekben, a tömeget gr-okban mérjük.

Nincs kizárva, mondja Einstein - annak a lehetősége, hogy ezt az elméletet ellenőrizni lehet az olyan anyagokra, amelyeknek az energiája nagymértékben változik /pl. rádium sókra/.

Ha az elmélet megfelel a valóságnak, akkor a sugárzás tehetetlenséget visz át a sugárzó testből az elnyelő testbe.

A relativitáselmélet és következményeit vizsgáló dolgozat [5] IV. fejezet 11. pontjában többek között ez található: A vizsgált fizikai rendszer energiájának a sebességfüggése úgy viselkedik, mint egy M -tömeggel rendelkező anyagi pont, amelynél M - függ a rendszer E_0 - energiájától az

$$M = \mu + \frac{E_0}{c^2}$$

formulának megfelelően.

Ez az eredmény rendkívül fontos elméleti jelentőséggel bír: az utóbbi formulában a fizikai rendszer tehetetlen tömege és energiája egynemű mennyiségként jelentkezik. A μ -tömeg ekvivalens tehetetlen értelemben a μc^2 -energia mennyiséggel. Eddig hallgatólagosan feltételeztük, hogy az

$$M = \mu + \frac{E_0}{c^2}$$

formula érvényes nemcsak a tehetetlen tömegre, de a súlyos tömegre is. Vagy másszóval a rendszer tehetetlensége és súlyossága szigorúan arányos. Ez az arányosság fennáll kivétel nélkül minden testre az eddig elért pontossággal, úgyhogy a jövőben is fel kell tételeznünk ennek általánosságát, egészen addig, amíg az ellenkezője be nem igazolódik.

2.2 Átmenet az általános relativitáselméletbe

A ([5], 17.) pontban már a gyorsított vonatkoztatási rendszer és a gravitáció kapcsolata található:

Vizsgáljunk két vonatkoztatási rendszert Σ_1 és Σ_2

A Σ_1 - mozogjon a saját X - tengelye irányában időben állandó γ - gyorsulással. Tegyük fel, hogy

Σ_2 nyugszik de homogén gravitációs térben van, amely minden testnek $-\gamma$ gyorsulást ad az X - tengely irányában. Mint ismeretes, a Σ_1 re vonatkoztatott fizikai törvények nem különböznek a Σ_2 -re vonatkoztatott fizikai törvényektől; ez azzal függ össze, hogy a gravitációs térben minden test egyformán gyorsul.

Emnek a feltevésnek a rendkívüli jelentősége abban van, hogy lehetővé teszi a homogén gravitációs tér helyettesítését egyenletesen gyorsuló rendszerrel, amely

elméletileg tanulmányozható. Az E - energiának tehát megfelel egy E/c^2 nagyságú tömeg, amely nemcsak a tehetetlen, de a súlyos tömegre is érvényes.

Az Általános Relativitáselmélet és a gravitáció elméletének tervezetében [6] amelyet M. Grossmannal együtt 1913-ban közölt Einstein, már azt a meggyőződését fejezte ki, hogy általános esetben a gravitációs tér, tiz téridő függvénnyel jellemezhető, amelyek a metrikus tenzor tagjaiként szerepelnek

$$\begin{array}{cccc}
 g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\
 g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\
 g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\
 g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44}
 \end{array}
 \quad (g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu})$$

Ennek persze feltétele a súlyos és tehetetlen tömeg ekvivalenciája, amely csak kísérleti úton dönthető el, olyan kiindulási alap, amely semmiféle elméleti megfontolásból nem következtethető. Ebben a dolgozatban hivatkozik Einstein először a fundamentális jelentőségű Eötvös kísérletekre.

Az egyes g_{ik} komponensek jelentésének tisztázásához tételezzünk fel tetszőleges gravitációs teret, amely térben és időben változhat [7].

Az inerciarendszerben érvényes Minkowski-féle koordinátákkal kifejezett ivellemnégyszet

$$\begin{aligned}
 ds^2 &= dX^1{}^2 + dX^2{}^2 + dX^3{}^2 - dX^4{}^2 = \\
 &= G_{ik} dX^i dX^k
 \end{aligned}$$

ahol

$$G_{ik} = \begin{cases} 0 & \text{ha } i \neq k \\ 1 & \text{ha } i = k \end{cases} \quad \text{és} \quad = -1 \quad \text{ha } i = k = 4$$

Mivel a Gauss-féle koordináta vonalak a geodetikus szekrénykét is behállózzák ez szükségképpen kifejezhető a Gauss-féle koordináták differenciáljaival is.

$$dX^1 = A_1^1 dx^1 + A_2^1 dx^2 + A_3^1 dx^3 + A_4^1 dx^4 = A_r^1 dx^r$$

Általában

$$dX^i = A_r^i dx^r \quad \text{és} \quad dX^k = A_s^k dx^s$$

Ezeket behelyettesítve ds^2 kifejezésébe adódik

$$ds^2 = G_{ik} A_r^i A_s^k dx^r dx^s = g_{rs} dx^r dx^s$$

ahol

$$g_{rs} = G_{ik} A_r^i A_s^k$$

Az ivelemnégyszet tehát a következő alakban írható:

$$ds^2 = g_{ik} dx^i dx^k$$

A g_{ik} együtthatók általában szintén függvényei a négy x^k -koordinátának és szimmetrikusak $g_{ik} = g_{ki}$. Ezzel előállítottuk az ivelemnégyszet kovariáns alakját, amely

az Általános Relativitáselméletnek alapvető invariáns skalárja.

Egyszerűség kedvéért kétdimenziós térre, vagyis görbe felületre szorítkozva, az ivelemnégyzet kiírva

$$ds^2 = g_{11} dx^{1^2} + 2g_{12} dx^1 dx^2 + g_{22} dx^{2^2}$$

Képzeljünk a felületre koordinátagörbéket ([7] 11. ábra) a balról jobb felé haladókon csak X^1 -változik, a felfelé menőkön csak X^2 . A szomszédos P, Q pontok távolsága

$$PQ^2 = g_{11} dx^{1^2}, \quad PQ = \sqrt{g_{11}} dx^1$$

Ezzel analóg módon

$$PQ' = QP' = \sqrt{g_{22}} dx^2$$

Ezzel megkaptuk az egyenlő indexű g_{ik} -k jelentését. A két koordináta vonal által bezárt α_{12} -szögnek a koszinusz tétel alapján történő meghatározásából kapjuk

$$\cos \alpha_{12} = \frac{g_{12}}{\sqrt{g_{11} g_{22}}}$$

A egyes indexű g_{ik} -k tehát arányosak a megfelelő koordináta vonalak által bezárt szög koszinuszával.

Végül határozzuk meg a $PQ, P'Q'$ - parallelogramma területét

$$t = PQ \cdot PQ' \sin \alpha_{12} = \\ = \sqrt{g_{11}} dx^1 \cdot \sqrt{g_{22}} dx^2 \sqrt{1 - \frac{g_{12}^2}{g_{11} g_{22}}} = \sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2} dx^1 dx^2$$

A négyzetgyök alatt a kvadratikus formájú g - determinánsa áll:

$$g = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix}$$

Tehát $t = \sqrt{g} dx^1 dx^2$, vagyis a területet úgy foghatjuk fel, mint két ívelem által kifeszített kétdimenziós alakzat térfogatát. Analóg módon értelmezhetjük a négyes tér g_{ik} -komponenseivel a megfelelő mennyiségeket.

A valóságban a gravitációs teret a jelenlévő anyag és annak mechanikai állapota határozza meg. Nem fogadhatjuk el többé Newton álláspontját - mondja Einstein - hogy a gravitációért csak a nyugalmi tömeg felelős. A tömeg és az energia azonossága alapján állíthatjuk, hogy a mozgó vagy a deformált testnek nagyobb az energia-tartalma, tehát nagyobb a gravitációs hatása is. Ezért az anyagot kimerítően csak a T_{ik} -energia-impulzus-tenzora jellemzi, és ezért azt várjuk, hogy ez a tenzor az, amely a gravitációt kifejező Riemann-féle teret létrehozza. Az energia-impulzustenzort mérésekkel meghatározott, ismert fizikai tenzornak tekintjük. Ha már most lehetséges a g_{ik} -ből és differenciálhányadosaiból egy ugyancsak szimmetrikus G_{ik} -tenzort alkotni,

akkor a feltételezett

$$G_{ik} = \kappa T_{ik}$$

egyenlet-ek, ahol

$$\kappa = - \frac{8\pi k}{c^4} = -2,07 \cdot 10^{-48} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^{-1} \text{ s}^2$$

melyben $k = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ g}^{-1} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-2}$

annyi kovariáns differenciálegyenletet jelentenek, mint amennyi az ismeretlen g_{ik} -függvények száma. Ez volt Einstein alap gondolata, ez alkotja a gravitációs egyenletek általános skémáját.

Ez a forma fizikai tartalmat csak a G_{ik} -tenzor konkrét meghatározása útján nyer. Ennek érdekében legcélszerűbb a g_{ik} -ből és differenciálhányadosaikból felépíteni egy invariáns skalárt. Ezt az invariáns mennyiséget Lagrange függvénynek használva g^{ik} -szerint variálni. Így a δg^{ik} -együtthatói szolgáltatják a keresett szimmetrikus G_{ik} -tenzorkomponenseket.

A negyedrendű Riemann-féle görbültségi tenzorból kontrakcióval előállítható az Einstein nevét viselő másodrendű tenzor, amelyből g^{ik} -val való szorzással skalárt állíthatunk elő

$$R = R_{ik} g^{ik}$$

A skalár neve: invariáns Riemann-féle görbület.

Ezek felhasználásával a gravitációs egyenletek:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \kappa T_{ik} \quad 2.2.1$$

alakban adhatók meg.

Ezek sztatikus közelítésben kiadják a Newton elmélet alakját.

A gravitációs egyenletek első egzakt megoldása Schwarzschildtől származik, amely a kísérlettel jól egyező eredményt ad pl. a Merkúr perihélium precessziójára.

2.3 A gravitáció néhány asztrofizikai vonatkozása

A kvazárok felfedezésével /1963/ olyan jelenségek tárultak fel az ember előtt, amelyek értelmezése a jelenlegi elméletek alapján eddig még nem vezetett eredményre ([8].13). Jelenleg a kvazároknak még valamilyen meggyőző elmélete sem létezik. Ez a körülmény nagyon serkentően hat a gravitáció elméletének további fejlődésére is. A 3C 273 kvazár tömege $M = 3 \cdot 10^9 M_{\odot}$ amely $L \approx 3 \cdot 10^{47}$ erg/sec energiát sugároz. Ennek az energiaáramnak a magyarázatára már több kísérlet történt, de a mag-energetikai próbálkozások nem vezettek eredményre. A mag-energetika maximális lehetséges energiahozama $\sim 8 \cdot 10^{-3} mc^2$, ugyanakkor a

gravitációs energia hozama elvileg lehetséges $\sim mc^2$.

A kvazárok szinképében erős vöröseltolódás tapasztalható: a 3C 273-nál $\mathcal{Z} = \Delta\lambda/\lambda = 0,158$ de van, amelyiknél \mathcal{Z} -még nagyobb. Már ismeretes nyolc olyan forrás, amelynél $\mathcal{Z} > 2$. Ez az eltolódás nem lehet a gravitáció következménye, márcsak azért sem, mert a maximális lehetséges gravitációs eltolódás, a stacionárius csillag felületén $\mathcal{Z} \approx 0,4$. Következésképpen a vöröseltolódást az objektum óriási sebességű távolodása okozhatja. A kvazárok energiaárama kb. két nagyságrenddel nagyobb, mint a legfényesebb galaktikáké.

További érdekes problémaként jelentkezik a relativisztikus kollapszus kérdése.

A kollapszus folyamatában a csillag felületén lévő részecske szabadon esik az M -tömeg gravitációs térében. Mikor az összenyomódás következtében mérete eléri a gravitációs sugarat,

$$r_g = 2GM/c^2$$

a Nap esetében 2,96 km

a Föld esetében 0,443 cm

akkor a felületén szabadon eső részecskére a gyorsulás végtelenné válik.

Schwarzschild térben a ($v \ll c$) sebességű részecske gyorsulása az r - sugarú égitesten

$$F = \frac{GM}{r^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)^{1/2}}$$

ebből látható, hogy $r=2GM/c^2$ esetén a nehézségi erő végtelenné válik.

A folyamat további része már csak a helyi megfigyelő számára hozzáférhető, mert sem foton sem egyéb részecske az objektumot nem hagyja el.

Van olyan elképzelés, hogy bekövetkezhet a téridő végtelen nagy görbülete, az anyag egy részében a sűrűség végtelenné válhat. Kimutatható, hogy a görbület kritikus értékénél $C \approx 1/(10^{-33} \text{ cm})^4$, $(\rho \approx 10^{93} \text{ gr/cm}^3)$ az Általános relativitáselmélet már nem érvényes, mivel belépnek a kvantumozott effektusok. Erős gravitációs terek kvantumelmélete egyelőre nem létezik, s hogy mi lesz ilyen görbületek elérése után, ezt egyelőre nem lehet megmondani.

Az Általános relativitáselméletet Einstein nem tekintette teljesnek abban az értelemben, hogy az elegendő módon csak a gravitációs térre alkalmazható, de nem valamennyi térre. Einstein véleménye így foglалható össze: előttünk eddig ismeretlen milyen matematikai apparátust kell alkalmazni valamennyi tér leírására és milyenek azok az általános invariancia elvek,

amelyeknek alá van rendelve ez a tér. Minden bizonynyal egyben meg lehetünk győződve, a relativitás általános elmélete szükséges és hatásos fegyvernek minősül az egytér-elmélet probléma megoldásában.

A Kvantumelméletben a különböző részecske fajtákat különböző terekkel írjuk le: - fény kvantumokat elektromágneses térrel, a $\overline{\Pi}, K$ - mezonokat a magerók terével, a neutrínók és antineutrínók szintén két fajtához tartoznak, stb.

Ezekből kiindulva a fizikusok többsége azon a véleményen van, hogy az Einstein-i értelemben vett egytér elmélet, vagyis a természettörvényeknek az Általános Relativitáselméletből való származtatása nem keresztülvihető.

A fizikusok többsége azt a következtetést vonja le, hogy az elemi részek elmélete, továbbá az elemi részek tömegének elmélete - nincs kapcsolatban a gravitáció elméletével és valami teljesen más /egyelőre ismeretlen/ alappal rendelkezik. Igaz, vannak olyanok is, akik azt vallják, hogy az elemi részek elméletének mélyen fekvő alapjaiban mégis csak a gravitáció és a részecskék tömege fekszik.

Ezen rövid kitérő után az alábbiakban foglalkozunk az

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \kappa T_{ik}$$

gravitációs egyenletekben szereplő χ - együttható
konkrét mérési problémáival.

3. A gravitációs együttható meghatározásának elemzése

3.1 A tehetetlenség és a súlyosság

Newton I. axiómaként mechanikai rendszere legelejére helyezte a tehetetlenség törvényét, mely szerint minden test megmarad a nyugalomnak vagy egyenes vonalú egyenletes mozgásnak az állapotában, míg a rá ható erők állapotának megváltoztatására nem kényszerítik.

Ezek szerint tehát a testeknek azt a tulajdonságát, hogy külső befolyás hiányában sebességüket, ill. nyugalmi állapotukat változatlanul megtartják, tehetetlenségnek szokás nevezni. Ez a testnek mintegy természetes mozgásállapota, melynek fenntartásához külső befolyásra nincs szükség. Az olyan vonatkoztatási rendszert, amelyet éppen az I. axiómával definiálunk, tehetetlenségi vagy inerciarendszernek nevezzük. Eddigi tapasztalataink szerint az állócsillagokhoz rögzített rendszer inerciarendszernek tekinthető és a mechanika törvényeit erre vonatkoztatjuk. Az I. axióma értelmében valamely pontszerű testnek az inerciarendszerben fellépő gyorsulását más testek hatásának kell tulajdonítanunk.

Ha tehát egy pontszerű testnek az inerciarendszerben gyorsulása van, ezt mindig más test hatása hozza létre, a testek erőt gyakorolnak. Ilyen értelemben egy

test gyorsulásának közvetlen okát erőnek nevezhetjük, de figyelembe kell vennünk, hogy - az erő a gyorsulás oka - kijelentés csak formális. A test gyorsulásának valóságos okát a testet környező többi anyagi test geometriai és fizikai tulajdonságaiban kell keresnünk.

A környező testek hatásukat pl. mechanikus, elektromágneses, magerők vagy éppen gravitációs kölcsönhatáson keresztül hozhatják létre. A mechanikában azonban nem szokás az erők eredetét vizsgálni csak a hatásukat.

Az erő és a gyorsulás kapcsolatában kell szerepelnie egy a testre jellemző fizikai mennyiségnek mint arányossági tényezőnek, amelyet a test - tömegének - pontosabban tehetetlen tömegének nevezünk.

Ha tehát a tömeget M_t -el az erőt F -el jelöljük, akkor a II. axióma alakja

$$F = M_t \cdot a \quad 3.1.1$$

A testeknek egy másik, az eddigiektől eltérő, attól teljesen független tulajdonsága abban jut kifejezésre, hogy egymásra gravitációs kölcsönhatáson keresztül hatást gyakorolnak. Ez a tulajdonság a testek M_s -súlyos tömegével arányos. Ezt a kölcsönhatást klasszikus formában a Newton-féle tömegvonzás törvénye fejezi ki

$$F = -f \frac{M_s M_s}{r^2} \frac{r}{r} \quad 3.1.2$$

ahol $f = 6,67 \cdot 10^{-8}$ cgs a gravitációs együttható.

Az M_s -súlyos tömegnek tehát nincs köze a 3.1.1 alapján értelmezett gyorsuláshoz, az M_t -tehetetlen tömegnek pedig nincs köze a 3.1.2 alapján értelmezett gravitációs kölcsönhatáshoz.

A továbbiakban az ilyen módon értelmezett gravitációs együttható meghatározására vonatkozó kísérleteket tekintjük át [9] alapján.

A gravitációs együttható meghatározására eddig összesen 18 mérést végeztek, ebből 11 mérést torziós ingával, 3 mérést mérleggel és 4 mérést egyéb módszerrel.

3.2 Torziós ingával végzett mérések

A torziós ingával végzett mérések további két részre bonthatók:

a/ Statikus módszer.

Ennél a módszernél az ingarúdon lévő M_s -tömeg és az r -távolságban mellé helyezett M_s -tömegek közötti gravitációs kölcsönhatásból származó erő az általa megcsavart torziós szál rugalmassági nyomatékával tart egyensúlyt, a

$$\tau(\varphi - \varphi_0) = f \cdot \frac{M_s \cdot M_s}{r^2}$$

összefüggés szerint. Ebben az f -ismeretlen a többi mérés útján meghatározott mennyiség.

b/ Dinamikus módszer.

Ennél a módszernél a M_s - tömeget két különböző helyzetben állítják az ingarúd mellé és mérik mindkét helyzetben az inga saját lengésidejét. A lengésidek változásából az f - meghatározható az alábbi összefüggés szerint, amelyet Eötvös alkalmazott:

$$\pi^2 \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right) = 13,427 \cdot \rho \cdot f (1 - \varepsilon')$$

ahol T_1, T_2 - a két különböző helyzetnek megfelelő lengéside

ρ - a használt anyag sűrűsége

ε' - az ingarúd méreteitől és a kitérítő tömeg méreteitől függő korrekciós tag.

Itt szintén csak f - ismeretlen.

Ezeknél a méréseknél is természetesen törekedtek minél nagyobb érzékenység elérésére. Az érzékenység jellemezhető a lengő rendszer saját lengésidejével. Az érzékenység növelése a torziós szál hosszának növelésével és az átmérőnek a csökkentésével volt növelhető. Azonban a szál átmérőjének a csökkentését korlátozza a szakítószilárdság. Sőt, a szál elég nagy szilárdsági tartalékkal kell rendelkezzen és enyhén feszített állapotban kell legyen. Ellenkező esetben nem lehet azzal számolni, hogy az elcsavarodáskor keletkező

rugalmas deformációk követik Hook lineáris törvényét, amelyet egyébként minden kísérlet elméletében felhasználáltak. Ezen kívül a szálban lévő nagy feszültségek maradandó deformációt hozhatnak létre, melynek következtében az idő múlásával megváltozik a torziós rendszer kiindulási egyensúlyi állapota.

Az eddigi mérések főbb jellemző adatai az 1. táblázatban láthatók. E táblázatban felüntettük az egyes mérésekben szereplő tömegekre vonatkozó kinetikus energia járulékok súly szerinti mennyiségét is. Látható továbbá az is, hogy a dinamikus módszerek kerülnek előtérbe a sztatikussal szemben. A dinamikus módszernek van olyan előnye a sztatikussal szemben, hogy az érzékenység növelhető a surlódás szerepének csökkentése által.

1. Táblázat

Szerző és a kísérlet helye	Közlés éve	Ingarud hossza (cm)	Ingarud lévő tömeg anyaga és súlya (gr)	Kinetikus energia súlya (gr)	Kitérttömeg anyaga formája és súlya (kg)	Kinetikus energia súlya (kg)	Saját lengésidő (sec)	Légnymás az inga belsejében (Hg mm)	Módszer sztat. din.
Cavendisch H. [45] Clephen, Anglia	1798	182	Pb; 730	18,85	Pb, gömb 158	4,08	430 890	760	sz
Reich F. [46][47] Freiburg Német	1838 1852	202	Pb, Zn, Bi, Fe; 484	12,50	Pb, gömb 45 Fe; gömb 30	1,16	400-500 800	760	sz d
Baille J. [48] Tavistok, Plaic Anglia	1843	196	Pb; 158 Pt, Zn; 116	39,7	Pb; gömb 172,4	4,45	98,5 550	760	sz
Cornu A. Baille Paris	1873 1878	50	Cu; 109	2,86	Hg; 12	—	400	760	sz
Boys C.V. Oxford Anglia	1895	2,3	Au; 1,32	—	Pb; gömb 7,4	0,19	80	hidrogén 760	sz
Eötvös 32 Budapest	1895	—	—	—	Pb; hasdó 600	15,5	$\frac{120}{750}$ *	760	d
Braun C. Marienschain Ausztria	1897	24,6	Cu; 54	1,41	Hg; gömb 9	—	$\frac{46}{1200}$ *	4 17	sz d
Heyl P. R.. USA	1930	20,6	Au, Pt, üveg; 50	—	Acél, henger 56	—	$\frac{327}{1920}$ *	2	d
Heyl P. R. Chrzanowski P. USA	1942	20	Pt; 87	—	Acél, henger 66	—	$\frac{720}{2560}$	0,5	d

* $\frac{\text{lengésidők különbsége}}{\text{közepes lengésidő}}$

Azonban adinamikus módszernél felmerül az idő pontos mérésének problémája. Az idő mérésének a nehézsége abban áll, hogy a torziós rendszer lengő mozgása folyamán lassan mozog. Heyl és Chrzanowski kísérletében pl. a legnagyobb sebességnél 1 sec alatt 10 mikront mozdult el, következésképpen ha az ingarúd végének a helyzetét 1μ - pontossággal tudjuk regisztrálni, akkor az időpont 0,1 sec pontossággal mérhető. A gravitációs együttható meghatározásához a kitérítő tömeg kétféle helyzetéhez tartozó lengésidők különbségét 10^{-5} relativ pontossággal kell meghatározni. Ilyen pontossággal meghatározni a lengésidők különbségét dinamikus módszereknél nem egyszerű feladat, mivel növekednek a nehézségek a gravitációs kölcsönhatásban lévő tömegek közötti távolság pontos meghatározásában.

A legpontosabb eredmény a legutóbbi 1942-es mérésből származik:

$$f = 6,673 \pm 0,003 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg sec}$$

3.3 Mérleggel végzett mérések

A gravitációs együttható meghatározásánál a gravitációs kölcsönhatásban lévő tömegek közötti erőhatást kell mérni, amelynek a mérése valamilyen erővel való összehasonlítás alapján történik. A torziós ingával

végzett kísérleteknél összehasonlításként a torziós szál rugalmas ereje szolgált. Egyébként erre a célra akármilyen jellegű erő alkalmazható, amely elegendő stabil az idő függvényében. Ilyen összehasonlítási erőként pl. szolgálhat maga a nehézségi erő is. Ilyen módon végezte kísérleteit Jolly Ph. aki a müncheni Egyetem által rendelkezésre bocsátott torony felső szintjén helyezte el mérlegét. A mérlegen négy tányérral alkalmazott, amelyek közül kettő $h = 21$ m-el lejjebb volt mint a felső. A vizsgálathoz 2 db Hg-al töltött 5 kg-os üveggömböt és két üres üveggömböt használt. A méréseket olyan módon végezte, hogy mindkét Hg-gömböt a felső, a két üres gömböt az alsó tartóba helyezte, s a mérleget kiegyensúlyozta. Utána egyik Hg-gömböt áthelyezte az alsóra az üres gömböt a felsőre. Ennek következtében az egyensúly eltolódott, a visszaállításhoz $P = 31,686$ mg súlytöbblet volt szükséges. Ezt követően az alsó Hg-gömb alá elhelyezett egy $M = 5775,2$ kg tömegű Pb-gömböt. Az egyensúlyi helyzet ismét eltolódott, amelynek visszaállításához további $Q = 0,589 \pm 0,007$ mg tömeg volt szükséges. A felső Hg-tömegre gyakorolt hatás a nagy távolság miatt elhanyagolható.

Poynting J.H. kísérletei során a mérlegen két db 21,6 kg Pb-tömeget használt. A két szint közötti

távolság 48 cm volt, ezért figyelembe vette az alúhelyezett 153,4 kg-os Pb-gömbnek mindkét tömegre gyakorolt hatását, sőt ezen kívül korrekcióba vette a mérleg karjával való kölcsönhatást is.

König A. és Richarz F. a mérlegen két db 1 kg-os aranyozott Cu gömböt használt, amelynek súlyát Párisban a Bureau peid et mesures-ben határozták meg. A kitéritő Pb-tömeget a felső és alsó szint között helyezték el, így a mérleg két karján keletkező forgatónyomatékok eredőjeként az asszimetria miatt azok összege hatott. Ezzel az érzékenységet növelték.

2. Táblázat

Szerző és a kísérlet helye	Közlés éve	Mérleg rud hossza (cm)	Mérleg tömegei szint-kül.-e (cm)	Mérlegen lévő tömegek anyaga, formája, súlya (kg)	Kinetikus energia súlya (kg)	Kitéritő tömeg anyaga, formája, súlya (kg)	Kinetikus energia súlya (kg)
Jolly München	1878	60	2100,5	Hg, üveg gömbben 5		Pb, gömb 5775,2	149
Poynting Birmingham Anglia	1891	123,26	48	Pb, gömb 21,6	0,56	Pb, gömb 153,4 \ 76,5	3,95 \ 1,97
König A. Richarz F. Spandau Citadella Német	1898	23,32	226	Cu, gömb 0,9467 ± ± 0,01 mg	0,0208	Pb, hasáb 211,1 × 211,1 × × 200,5 cm 100536,8	2580

A mérleg nullhelyzete időben stabilabbnak látszott mint a torziós ingáé. Azonban a mérlegnek egyik hátránya, hogy a mérlegen lévő tömegek és az odahe-
lyezett kitérítő tömegek közötti gravitációs kölcsön-
hatást, amely nagyon kicsiny, két nagyon nagy erőha-
tás különbségeként kell meghatározni. Ezenkívül alap-
vető nehézségek merülnek fel a mérleg támaszkodó élé-
nek és a támasztó lapnak az érintkezési helyén. Mint
ismeretes, bármilyen gondosan készítjük is el a tá-
masztó élet és a támasztó lapot, az messze nem ideá-
lis, az élnek van valami görbületi sugara, ezért a
forgástengely valamivel az él fölé esik. Továbbá a
vékony él óriási nyomást hoz létre a kontaktus helyén,
ezért a surlódási viszonyok nagyon változók. Minden
arretálás után az újból való ráhelyezésnél a kontakt
felület formája és mérete megváltozik, amely a sur-
lódási viszonyok megváltozását vonja maga után.

Összevetve a torziós ingákkal azonos méretű
tömegek esetén a mérleges módszer érzékenysége jóval
kisebb.

A mérleges vizsgálatok néhány adata a 2. táb-
lázatban látható.

3.4 Egyéb módszerrel végzett vizsgálatok

Wilsing J. /1889/ fizikai ingát használt a vizsgálataihoz. Az inga egy méter hosszú, 4,15 cm átmérőjű rézcsőből készült, a két végén 540 gr-os réztömegekkel, a támasztó él közepén volt, a súlypontja néhány század mm-rel volt az él alatt, ezért a lengésideje viszonylag nagy volt. Kitéritő tömegként két 325 kg-os öntött acél hengert használt, amelyeket aszimmetrikusan az alsó és a felső tömegek mellett helyezett el. A gravitációs együttható a lengésidők különbségéből volt számolható.

Laska W. /1889/ szintén fizikai inga használatát tervezte, amelynek az alsó végén volt a tömeg a felső végén egy sík-domború lencse, amellyel monokromatikus fénnel interferencia gyűrűket állított elő, s ezzel indikálta az inga helyzetét. A kitéritő tömeget egy mellette üveggömbben lévő Hg képezte. A kísérletet nem hajtották végre.

Burgess G.K. 1902 Sorbonne Fizikai Laboratóriumában Hg-on úszó torziós ingát készített, karja 12 cm, két végén egy-egy két kg-os Pb-tömeeggel. Így a 35 cm hosszú 30μ -os torziós szálra az 5,5 kg lengőből mindössze 5-10 gr esett. Vonzó tömegként két 10 kg-os Pb-gömböt használt.

Tangl K. 1926 Budapest - vizen úszó torziós ingót használt, 12 cm hosszú doboz alakú ingával 250 gr-os tömegekkel 25μ -os torziós szállal, a szálat 15 gr terhelte. Nem vizsgálta a gravitációs együtthatót, gravimetriai méréseket végzett. Az érzékenységnek ilyen módon való növelése azonban nem látszik célszerűnek, mert a műszer stabilitása nem kielégítő.

Ezek a vizsgálatok az előzőkhöz viszonyítva nem hoztak semmi érdemleges fejlődést.

3.5 Folyamatban lévő vizsgálatok

A gravitációs vizsgálatok újból való aktualizálódása érezteti hatását a gravitációs együttható vizsgálatával kapcsolatban is. A törekvés jelenleg a 10^{-3} - 10^{-4} relatív pontosság elérésére irányul.

Renner J. Budapest, a kísérlet elvi alapjait Eötvös torziós ingával végzett dinamikus módszere képezi. Az ingarúd 21 cm, két végén 16 gr Pb-gömbökkel, a kitérítő tömegek két db 17,5 kg-os Hg-al töltött fémhenger. Ennél a kísérletnél is mint általában a dinamikus módszereknél a lengésidő pontosabb mérése okoz nagy problémát. A módszer fejlesztése folyamatban van.

Szagitov M.U. Moszkva, a vizsgólatot torziós ingával dinamikus módszerrel végzik a kitérítő tömegek nagy pontossággal megmunkált acélhengerek. A lengésidő mérése modern elektronikus berendezéssel történik.

Marussi A. Trieszt. Az érzékenység növelése érdekében 100 m hosszú torziós szálra függesztett 10 kg-os Cu tömegeket használ az ingarúd két végén. A kitérítő tömegek hengeres alakúak egyenként 500 kg. A kísérletet egyik Trieszt melletti stabil hőmérsékletű barlangban végzik. A regisztráláshoz laser sugarat alkalmaznak.

Beams J.W. USA [10]. Torziós szálra függesztett vízszintes Cu-hengert használ, amely a tömeget is és az ingarudat is képviseli, hossza (cm): $3,9649 \pm 0,0004$
 átmérő (cm): $0,19824 \pm 0,0004$
 súlya (g^+): $4,0512 \pm 0,0001$
 kinetikus energia súlya (g^+): $0,106$

A kitérítést két db Wolfram gömb hozza létre. A gömbök adatai:

	1 gömb	2 gömb
súlya /kg/.....:	10,489980	: 10,490250
	$\pm 0,00007$	$\pm 0,00007$
kinetikus energia súlya /kg/.....:	$\sim 0,2$: $\sim 0,2$
Átmérő /cm/.....:	10,165072	: 10,165108

Távolság a tömeg-
középpont és a geo-
metriai középpont
között /cm/.....: $4,610 \cdot 10^{-4}$: $7,569 \cdot 10^{-4}$
Excentricitás /cm/...: $12 \cdot 10^{-6}$ $12 \cdot 10^{-6}$

A W-gömbök és a Cu-henger közötti gravitációs kölcsönhatás mértékét a torziós rendszer elfordulásában megjelenő gyorsulás mérése útján határozzák meg. A gyorsulás meghatározása elektrooptikai és elektronikus rendszer alkalmazásával történik.

3.6 Különböző tényezők, amelyek befolyásolhatják a gravitációs együttható értékét

A gravitációs együttható meghatározása során azonnal felmerül a kérdés: hogy a gravitációs kölcsönhatásban lévő testek milyen jellemző tulajdonságai hogyan befolyásolják a kölcsönhatást? Továbbá a környezet különböző jellemzői vannak-e befolyással a kölcsönhatásra? Ezekkel kapcsolatban az alábbiak találhatóak az irodalomban.

3.6.1 - A gravitációs együttható függése az anyag minőségétől. - Ezzel kapcsolatban Newton is végzett vizsgálatokat. Fizikai ingára rézből és fából készült tömegeket helyezett és azt találta, hogy 10^{-3} pontossággal egyezik a földdel való gravitációs

kölcsönhatásuk. Newton mélyen meg volt győződve abban, hogy a nehézségi erő csak a tömegek nagyságától függ és a minőségüktől nem. Newton kísérleteit megismételte Bessel, aki $1,6 \cdot 10^{-5}$ relatív pontosságot ért el. Poynting és Gray [11] torziós ingával vizsgálták két kvarckristály gravitációs kölcsönhatásának függését az orientáció függvényében. Analóg vizsgálatokat végzett Mackenzie [12]. Heyl [13] a Föld nehézségi erőteréhez viszonyítva különböző kristályorientációknál mérte a súlyukat. Southern [14] radioaktív tömegek közötti gravitációs kölcsönhatást vizsgált. Braginszki [15] a gravitáció spin anizotrópiáját vizsgálta polarizált atomok esetén. Ezekben a kísérletekben kisebb vagy nagyobb pontossággal, de semmiféle függést nem tudtak kimutatni.

Szagitov ([9] 26) véleménye szerint a gravitációs együttható anyagi minőségtől való függésének ilyen módon való vizsgálata nem célszerű.

3.6.2 - A gravitációs együttható függése a tömegek hőmérsékletétől. - Speciális kísérleteket végzett erre vonatkozóan Poynting és Phyllips 1905-ben [16] akik 266,17 gr, 187 gr és 58 gr-os acélhengerek súlyát mérték + 100 C° és folyékony levegő hőmérsékletén. Azt találták, hogy ha van

függés a hőmérséklettől az nem haladja meg a 10^{-9} értéket 1°C hőmérsékletváltozásra. Southern 1906-ban, [17] árammal fűtött platinahuzal súlyát mérte, hőmérsékletfüggést nem talált. Shaw és Davy 1916, 1922 [18], [19] torziós ingán lévő ezüst tömegek és mellé helyezett Pb-tömeg gravitációs kölcsönhatását vizsgálták $0^{\circ} - 250^{\circ}\text{C}$ között, függést nem találtak.

3.6.3 - Gravitációs kölcsönhatás függése egyéb tömegek jelenlététől. - A gravitációs hatás árnyékolhatóságára vonatkozó kísérletek viszonylag nem régi keletűek az 1919-30 években Maiorana vizsgálatai voltak a jelentősebbek. Az 50-60-as években ezeket a modernebb technikával megismételték. Ezenkívül vizsgálatokat végeztek a napfogyatkozással és az árapály jelenségekkel összefüggésben is.

A Maiorana [20] kísérletnek és ismétléseinek [21], [22] a lényege röviden abban áll, hogy a mérlegen lévő 10 kg-os réztömeg alatt a mérleg saját frekvenciájával megegyező frekvenciával forgattak egy 10 cm vastag árnyékoló acélkvadránst. Ha az árnyékoló tömeg periodikusan befolyásolta volna a mérlegen lévő tömeget és a Föld gravitációs kölcsönhatását, akkor a mérleg egyensúlyi helyzetének meg kellett volna változnia. Ilyen effektust a kölcsönhatás $5 \cdot 10^{-12}$ arányában

nem találtak. A gravitáció árnyékolhatóságát vizsgálta Eötvös is [23] a gravitációs kompenzátorral. Ennek érdekében a kvadránsokat $\psi = 45^\circ$ helyzetbe állította és így vizsgálta különböző α -azimutoknál az inga helyzetét. Kimutatható effektust 10^{-10} pontossággal nem talált.

Az árapály erőkön és napfogyatkozásokon keresztül vizsgálják a kérdést a [24], [25], [26], [27], [28], [29] és [30] dolgozatok. Ezek eredményeit összefoglalva azt mondhatjuk, hogy ha „ λ ” jelöli a gravitációs árnyékolási együtthatót, akkor $\lambda < 10^{-13} - 10^{-15} \text{ cm}^2/\text{gr}$ értékek adódnak.

Élénk diszkusszió tárgyát képezi továbbá a gravitációs együtthatónak a változása az Univerzum korának függvényében, amelyet Dirac vetett fel. A kérdésnek egyaránt vannak támogatói és ellenzői. A diszkusszió egyelőre elméleti síkon folyik, mivel a kísérlet számára nehezen hozzáférhető. A feltételezett évi változás ugyanis 10^{-10} nagyságrendű.

Hasonlóan megoszlanak a vélemények a Mach elvvel kapcsolatban, mely szerint a tömegek tehetetlensége a környező tömegek, az Univerzum tömegével való gravitációs kölcsönhatással lenne összefüggésben. A jelenség kísérleti vizsgálata egyelőre nem kezdődött el.

3.7 Állásfoglalás a gravitációs együtthatóval kapcsolatban

Áttekintve a gravitációs együttható meghatározására végzett és folyamatban lévő méréseket, azokkal kapcsolatban az alábbiakban foglaljuk össze véleményünket.

A mérések metodikai része a különböző korok mérés technikai szintjének megfelelően fejlődött. A gravitációs kölcsönhatásban lévő anyagok belső szerkezetére vonatkozó újabb tudományos eredmények azonban - szilárdtestfizikai, atomfizikai és elemirész fizikai eredmények - még nem nyertek alkalmazást.

Itt elsősorban a 1.8.1 kifejezésben szereplő

$$E_{\kappa}(A, Z) = C_T A - C_F A^{2/3} - C_C \frac{Z^2}{A^{2/3}} - C_S \frac{(A - 2Z)^2}{A} - C_P \frac{J}{A^{3/4}}$$

különböző energiafajtákra gondolunk. Ezeknek az energiafajtáknak ugyanis a 2.2.1

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \kappa T_{ik}$$

értelmében szerepük van a tömegek gravitációs kölcsönhatásának a kialakításában. Vagyis a XX. század két igen nagy vívmányának a Kvantumelméletnek és a Relativitáselméletnek a hatása még nem tükröződik a gravitációs együttható meghatározásában. Ugy gondoljuk, hogy ezeket az elméleteket ma már nem lehet figyelmen kívül hagyni a különböző gravitációs vizsgálatok során.

Ha viszont ezeket is figyelembe vesszük, akkor szembekerülünk a 3.1.2 egyenlet

$$F = -f \frac{M_s m_s}{r^2} \frac{r}{r}$$

azon megállapításával, hogy a gravitációs kölcsönhatásban csak a súlyos tömegek vesznek részt /per definíciónem/ és abban a 3.1.1 kifejezés

$$F = m_t \cdot a$$

által definiált tehetetlen tömegnek semmi szerepe nincs. Ugyanis az atommagban lévő nukleonok kinetikus energiáját kifejező 1.3.4 és 1.5.1 egyenletekben

$$T \cong \frac{3}{10} \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2} \right)^{2/3} \frac{\hbar^2}{M} A \left[1 + \frac{5}{9} \left(\frac{N-Z}{A} \right)^2 \right] \cong T_0 + T_s$$

$$T_F = \frac{1}{80\pi} \frac{\hbar^2}{M} \cdot K^4 \cdot f$$

$$T = T_0 + T_s + T_F$$

a nukleonok tehetetlen tömege szerepel.

A 1.8.1 félelméleti kötési energia-képlet akkor adja a legjobb egyezést a kötési energiák kísérleti értékeivel, ha a C-együtthatók értékeit, amelyeket a kísérleti adatokkal való összehasonlítás alapján határoztak meg, így választjuk:

$$C_T = 15,75 \text{ MeV}, \quad C_F = 17,8 \text{ MeV} \quad C_c = 0,710 \text{ MeV}$$

$$C_s = 23,7 \text{ MeV}, \quad C_p = 34 \text{ MeV}$$

A kinetikus és potencialis energia járuléka a C_T , C_F , C_S együtthatókhoz:

	kin.energ. Mev	pot.energ. Mev
- C_T -ből	19,76	-35,51
C_F "	7,61	10,19
C_S "	10,98	12,72

Igy a nukleonok tehetetlen tömege a kinetikus energián keresztül bekerül a rendszer teljes belső energiáját kifejező T_{ik} energia-impulzus tenzorba, amely meghatározza a gravitációs teret. Vagyis a nukleonok kinetikus energiájának is van súlya. Ezek nem elhanyagolhatóan kicsiny mennyiségek, a teljes súlynak kb. 2%-át teszik ki. A gravitációs együttható meghatározása során használt anyagokra az 1. és 2. táblázatokban feltüntettük a kinetikus energia súlyát. Ezek nagysága jelentős mértékben meghaladja a mérés pontosságát. Nem lehet közönbös számunkra, hogy ennek hatását belemérjük-e a gravitációs együttható értékébe, vagy sem.

A magfizika, elemirészfizika legújabb eredményeinek tükrében vizsgálva a kérdést, a kinetikus energia rész-aránya még bizonytalanabban állapítható meg $\sim 2\% \sim 98\%$ is lehet, attól függően, hogy a

protonok neutronok összetételére és szerkezeti felépítésére vonatkozóan milyen feltevésekből indulunk ki. Ez a körülmény véleményünk szerint még indokoltabbá teszi az elemirész problematikának a gravitációs tulajdonságon keresztül való megközelítését.

A gravitációs együtthatóval kapcsolatban a kérdést tehát úgy tesszük fel, hogy annak numerikus meghatározása előtt az eddigieknél egzaktabb kísérleti módszerrel tisztázni kell, hogy a különböző energiafajták a valóságban résztvesznek-e a gravitációs kölcsönhatásban, vagy sem. Numerikus értékének meghatározására csak azután lehet rátérni, amikor már tisztán áll előttünk, hogy az anyag gravitációs kölcsönhatása az anyagnak milyen tulajdonságától függ egyáltalán és milyen tulajdonságaitól független.

Ha megtaláltuk azokat a tulajdonságokat, jellemzőket, amelyektől függ a gravitációs kölcsönhatás, csak akkor tehetjük fel a következő kérdést, hogy hogyan függ? Csak ilyen előzetes vizsgálatok után térhetünk át az összefüggések kvantitatív analízisére. A vizsgálatok első fázisában a kísérleteket tehát úgy kell kialakítani, hogy azokban a gravitációs együttható numerikus értékére ne legyen szükség.

Kell, hogy legyen legalább egy olyan kísérleti elrendezés, amelyben a különböző energiafajták gravitációs hatása vizsgálható az együttható használata nélkül. Egy ilyen lehetséges kísérleti elrendezést az alábbiakban ismertetünk, amely egyúttal további kutatásaink részét is képezi.

Nézzük meg, hogy ezen előzetes vizsgálatok során célszerű-e a tömegek mennyiségét azok súlyával jellemezni? Véleményünk az, hogy nemcsak nem célszerű, de nem is szabad. A tömegek súlya ugyanis a Földdel való gravitációs kölcsönhatáson keresztül jön létre. A nehézségi erőter potenciálja viszont egyrészt az

egyenlet értelmében

$$U = - \left[f \int_M \frac{dm}{r} + \frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) \right].$$

a Föld gravitációs tulajdonsága és forgása miatt, másrészt pedig a 1.3.4 és a 1.5.1 valamint a 2.2.1 értelmében az anyag atomjain belüli különböző energiafajták miatt, tartalmazza mind a súlyos mind a tehetelen tömeg hatását. Ezért tehát annak a vizsgálatában, hogy a különböző energiafajtáknak egyáltalán van-e gravitációs hatása, nem szabad a tömeg súlyát használni annak mennyiségi jellemzésére.

Nem célszerű úgy feltenni a kérdést, hogy vegyünk egy grammnyi anyagot, határozzuk meg a gravitációs tulajdonságát, majd vegyünk 2, 3, ... grammnyi anyagot, határozzuk meg annak is a gravitációs tulajdonságát és ebből vonjunk le következtetést az anyag gravitációs tulajdonságára vonatkozóan. Mert ilyen módon az anyag gravitációs tulajdonságát az anyag mennyiségének a meghatározásában is kihasználjuk és felhasználjuk természetesen a gravitációs tulajdonság vizsgálatában is. Az anyag mennyiségét oly módon kell meghatározni, hogy abban a gravitációs tulajdonsága ne vegyen részt. A gravitációs tulajdonságot csak egyszer, magának a gravitációs tulajdonságnak a vizsgálata során vehetjük igénybe.

Ha azt mondjuk, hogy vegyünk az anyagból egy atomnyit 2, 3 ... atomnyit ebben a mennyiségi meghatározásban a gravitációs tulajdonság már nem szerepel, de még mindig nem egészen kielégítő, mert egy atomnyi

menyiségű anyag különböző mennyiséget jelent a rendszám függvényében.

De menjünk tovább az atom belseje felé és tegyük fel úgy a kérdést, hogy vegyünk egy elemirésznyi anyagot, határozzuk meg a gravitációs tulajdonságát, utána változtassuk meg az elemirész valamilyen jellemző paraméterét, pl. a kinetikus energiáját és ismét határozzuk meg a gravitációs tulajdonságát. Ha ezen paraméter változtatása mellett a gravitációs tulajdonsága nem változott, akkor levonhatjuk azt a következtetést, hogy az elemirész gravitációs tulajdonsága a kinetikus energiától független. Ha pedig közben a gravitációs tulajdonsága is megváltozott, akkor azt állapítjuk meg, hogy a kinetikus energiától függ a gravitációs tulajdonsága.

A különböző rendszámú atomokban szerencsére stabil állapotban megtalálhatók a különböző kinetikus energiával rendelkező elemirészek, ezért nem kell mást tenni, csupán a különböző rendszámú atomokban lévő elemirészek gravitációs tulajdonságát vizsgálni. Erre vonatkozó mérési elrendezést röviden az alábbiakban ismertetjük.

4. A különböző rendszámú atommagokban lévő nukleonok kinetikus energiája gravitációs hatásának vizsgálata

Ahhoz, hogy a nukleonok kinetikus energiájának gravitációs hatását vizsgálhassuk, szükségünk van az atomok Z -rendszámára, A -tömegszámára, amely a kiválasztott állapotú nukleont tartalmazza. Szükségünk van továbbá az atomok N - számára, amelyek a makroszkópikus méretű tömeget alkotják.

Az atomok számának meghatározása szempontjából célszerű a kiválasztott anyagot egykristály formájában alkalmazni, mivel ebben az esetben az atomok száma N , megegyezik a rácspontok számával, a rácspontok száma pedig az elemi rács állandó α , és a rácscsövek számának ismeretében meghatározható.

Helyezzük tehát az inga-
rudak végeire a tömegeket egykristályok formájában.
A kitérítő tömegeket szintén egykristályokból állít-
suk elő.

Torziós
ingával mérjük ezen egykristályok gravitációs köl-
csönhatását.

Mivel ismerjük az atomok számát N , és az egyes atomok tömegszámát A , meghatározhatjuk a mért gravitációs kölcsönhatásnak egy nukleonra eső hányadát. Első közelítésben dolgozhatunk csak a nukleonok számával az elektronok több nagyságrenddel kisebb hatásától eltekintünk.

4.1 Az egykristályban lévő atomok számának meghatározása

Az atomok számának meghatározása tehát - mint láttuk - a kristályban lévő rácspontok meghatározását jelenti. A rácspontok számát viszont az elemi kristály cella adataiból és a rácssíkok számából meghatározhatjuk meg. Tekintsük át röviden az elemi cella jellemző adatait és a rácssíkok száma meghatározásának főbb kérdéseit.

Az elemi cella jellemzői

Az első egykristály példányok kiválasztásánál olyan szempontok is szerepet játszottak, hogy viszonylag könnyen és nagyon nagy tisztasággal előállíthatók legyenek. Így a választás a Si és a Ge-ra esett, mivel ezeknek az egykristályoknak a félvezető technikában való alkalmazásuk miatt előállítási és tisztítási technológiája igen fejlett.

Kristályszerkezetükre jellemző, hogy atomrácst alkotnak, s a kötések létrehozásához mint általában a 4 vegyértékű elemek rácsában, amilyen a C, Si, Ge mindkét atom 4-4 vegyértékelektronnal járul hozzá. Így ezekben a kötésekben $109^{\circ}28'$ vegyértékszöggel tetraédes koordináció jön létre. Ez a koordináció a gyémánt rácsszerkezetre jellemző, amely a kovalens szerkezetek legtipikusabb képviselője. Ennek megfelelően tehát a szabályos rendszerű, gyémánt típusú, lapon centrált kockarács, 8 atomot tartalmaz. Másszóval az elemi cella a C, Si, Ge atomok két lapon centrált kockarácsának $1/4$ testátlóval történő egymásba siklatásával állítható elő. Ebben a rendszerben minden egyes atomot tetraédesen négy atom koordinál, melyben a C-C távolság $1,54 \text{ \AA}$

Si-Si	"	2,35 "
Ge-Ge	"	2,43 "

A lapon centrált elemirács 8 kockára osztható, ahol minden másodiknak a középpontjában 1-1 atom foglal helyet.

A megmunkálás szempontjából nem lényegtelen az egykristályok keménysége, ezért azokat is feltüntetjük.

C - C	karcolási keménység	10 /gyémánt/
Si - Si	"	" 7
Ge - Ge	"	" 6

Az atomok számát tehát ezeknél az egykristályoknál az elemi rácskockák számának a 8-szorosa szolgáltatja. Az elemi cellák mérete a szokásos Debye-Scherrer töntgendiffrakciós módszerrel határozható meg, amely a Si esetében végzett mérés során az irodalmi értékkel jól megegyező $\alpha_0 = 5,43007 \text{ \AA}$ -nek adódott.

Rácscsillók számának meghatározása

A rácscsillók számának meghatározásához olyan módszert kell választani, amely az elemi rácskockák méreteinek megfelelően legalább $1 \cdot 10^{-8}$ cm felbontóképességgel rendelkezik. Ilyen módszerhez jutunk, ha a 1.3.2 egyenletet a szabad elektronra alkalmazzuk

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Ez képezi alapját az elektronmikroszkópnak. Az elektronnyaláb hullámhossza tetszés szerint kicsivé tehető, ehhez csak az elektronok impulzusát kell megnövelnünk. Ha V -voltokban jelöli azt a gyorsítófeszültséget, amelynek a befutása után az elektron p -impulzussal rendelkezik, akkor

$$\lambda = \left(\frac{150}{V} \right)^{1/2}$$

összefüggés Angströmökben adja a λ hullámhosszat. Ezek szerint 100 V nagyságrendű gyorsító feszültség esetén 1 \AA nagyságrendű hullámhosszat kapunk. Az elektronnyalábbal dolgozó elektronmikroszkóp által

vizsgálható tárgyak méreteinek nincs alsó határa. Működnek olyan berendezések, amelyekkel molekulák és atomok, sőt a 10^{-12} - 10^{-13} cm átmérőjű atommagok is vizsgálhatók.

A vizsgálandó anyagból ezekhez a vizsgálatokhoz $\sim 10^{-3}$ mm vastagságú réteget szoktak használni. Ennél vastagabb anyagok oly módon vizsgálhatók, hogy az elektronnyalábot a vizsgálandó tárgy élszerűen kiképzett szélére ejtjük. Ilyen módszerek az irodalomban ismeretesek.

Legyen az általunk választott egykristály parallelepiped alakú. A

három különböző hosszúságú egy csúcsban összefutó élek mentén a rácssíkok száma legyen N_x, N_y, N_z , akkor az elemi kristálycellák száma

$$N_E = N_x \cdot N_y \cdot N_z$$

A gyémántrács esetében - mint láttuk - egy elemi kockában 8 atom van, az atomok száma tehát

$$N = 8 N_E$$

Nézzük meg ezek szerint 1cm^3 -es Si-egykristályban közelítőleg hány atom van.

A Si-esetében az elemi kocka éle

$$a_0 = 5,43007 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

hosszúságú, ennek megfelelően a térfogata

$$a_0^3 = 1,59 \cdot 10^{-22} \text{ cm}^3$$

Az 1cm^3 -ben lévő elemi kockák száma tehát

$$\frac{1}{\alpha_3} = 6,3 \cdot 10^{21} = N_E$$

Ebből a Si-atomok száma

$$N_{\text{Si}} = 8 N_E = 5,03 \cdot 10^{22}$$

Az egykristályban lévő nukleonok számának meghatározásánál az atomok számán kívül figyelembe kell venni a természetes stabil izotópok arányának eloszlását is. A természetes radioaktív izotópokat is tartalmazó anyagok nem alkalmasak ilyen vizsgálatokra, mivel azoknál a bomlás következtében a nukleonok száma időben változik. Ezenkívül a fellépő szekundér ²termikus és elektromos jelenségek a mérést előnytelenül befolyásolják.

A Si-atom rendszáma $Z = 14$, tehát tartalmaz 14-protont. Tömegszáma $A = 28$, tartalmaz 14-neutront ez az izotóp teszi ki a természetes Si-nak 92,21 %-át. Ezenkívül azonban tartalmaz még $A = 29$ tömegszámú izotópot is 4,70 %-ban és $A = 30$ izotópot 3,09 %-ban. Ezek az izotópjai stabilak. Mesterségesen előállítottak már Si 25, Si 26, Si 27, Si 31 és Si 32 izotópokat is, ezek radioaktívak, viszonylag rövid a felezési idejük és természetes Si-ban nem fordulnak elő.

Az egykristályban előforduló, a választott Z -rendszámtól eltérő rendszámú atomok száma neutronaktivációs analizissel méréseink szerint kielégítő, 10^{-15} relatív pontossággal meghatározható.

4.2 Az ingán lévő egykristály és a kitéritő egykristály közötti távolság meghatározása

Az atomok, nukleonok számának meghatározásán kívül a következő mennyiség amit méréssel kell meghatározni az ingán lévő egyes atomok és a kitéritő atomok közötti távolság. A gravitációs kölcsönhatást oly módon értelmezzük, hogy a kitéritő kristály minden atomja kölcsönhat az ingán lévő kristály minden atomjával. A makroszkópikus méretű hatást ezek eredője hozza létre, tehát a kölcsönható tömegek távolságát nagy pontossággal kell meghatároznunk. Ezt célszerűen úgy végezhetjük, ha az egyes atomok helyzetét a két kristálynak a szemben lévő lapjaira, mint bázisokra vonatkoztatjuk és mérjük ezen bázissikok távolságát.

A bázissikok távolságát

optikai regisztrálóval mérjük.

A mérés oly módon történik, hogy rögzítjük a regisztrálónak azt az állapotát, amikor a bázissikok egybeesnek, vagyis a két szemben lévő kristálylap éppen érintkezik. Azt követően az ingán lévő bázislap eltávolodik a kitérítő bázislaptól. Az eltávolodás

ΔS -arányos az inga szögelfordulásával $\Delta \varphi$ -amit regisztrálunk.

$$\Delta S = l \cdot \Delta \varphi$$

Legyen a szögelfordulást regisztráló rendszer felbontóképessége

$$\Delta \varphi \approx 10^{-8}; 10^{-9} \text{ rad} \quad \text{nagyságrendű. Ekkora}$$

szögelfordulás a

$$\Delta S \approx 2,5 \cdot 10^{-7}; 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ cm} \quad \text{lineáris elmozdulásnak}$$

felel meg. Tehát ilyen pontossággal tudjuk a bázissikok távolságát meghatározni. Ha a bázissikok távolsága nem haladja meg a regisztráló mérési tartományát, akkor a módszer minden további változtatás nélkül alkalmazható. Ha a távolság a mérési tartományt meghaladja, akkor először

durván,

$\sim 10^{-5}$ rad pontossággal mérjük meg a bázissikok távolságát. Az így kapott értékkel közel megegyező de $\sim 10^{-8}$ cm pontossággal meghatározott ΔS_1 - méretű hosszúság-etalont helyezünk a bázissikok közé.

Majd ezt követően megismételjük a nagyfelbontóképességű regisztráló ütközési állapotának a rögzítését és eltávolodásakor a ΔS_2 távolság meghatározását. Ebben az esetben a bázissíkok távolságát a

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

adja.

Az előzetes tájékoztató jellegű vizsgálatok a Si-al azt mutatták, hogy az egykristályok gravitációs kölcsönhatása 10^{-2} rad nagyságrendű elfordulást hoz létre. Ezek alapján a gravitációs kölcsönhatás mértékét 10^{-6} ; 10^{-7} relatív pontossággal tudjuk meghatározni.

4.3 A nukleonok tehetetlen tömegének meghatározása a különböző A -tömegszámú atomokban

A nukleonok tehetetlen tömegét oly módon határozzuk meg, hogy tömegspektrográffal nagy pontossággal megmérjük az A -tömegszámú atom tehetetlen tömegét M_A , és ennek vesszük az egy nukleonra eső hányadát

$$M_t = \frac{M_A}{A}$$

Atommagok tehetetlen tömegének pontos mérése dublet módszerrel

A tömegspektrográfban mint ismeretes, az ionizált állapotban lévő M_A -tehetetlen tömegű atom e - elektromos töltéssel és v - sebességgel, merőlegesen lép be a H - erősségű mágneses térbe, ahol a Lorentz erő

$$M_A \cdot a = \frac{e}{c} (\underline{v} \times \underline{H})$$

hatásra olyan r -sugarú körpályán mozog, amelyen a centrifugális erő egyensúlyt tart a Lorentz erővel:

$$\frac{M_A \cdot v^2}{r} = \frac{e}{c} v H,$$

vagyis

$$r = c \frac{M_A \cdot v}{e H}$$

Ha az atom rövid utat fut be a mágneses térben, vagyis $S \ll r$, akkor az eltérítés szöge

$$\Theta_{MA} \sim \text{tg } \Theta_{MA} \sim \frac{S}{r} = \frac{S}{c} \frac{e H}{M_A v}$$

vagyis az atom impulzusával fordítva arányos. Az eltérítés szögének és az atom sebességének mérésével tehát az M_A - tehetetlen tömeg meghatározható. Ezzel a módszerrel az atomok tehetetlen tömegét kb. 10^{-3} pontossággal lehet mérni. A felbontóképesség növelése érdekében erősebb mágneses teret alkalmaznak amelyek általában már inhomogének. A pontosság növelése viszont az elektromos és mágneses tér valamint az atom pályájának a pontosabb ismeretét teszi szükségessé. Az inhomogén H -tér miatt azonban ezek az értékek a kívánt pontossággal nem határozhatók meg. Ezért a pontosságnak 10^{-6} körüli értékre való növelése érdekében bevezették a dublet módszert [31].

A dublet-módszer lényege a következő: a tömegspektrográffal mindig két olyan atom /illetve atomcsoport/ tömegének a különbségét mérjük, amelyeknek az atomsúlya közel megegyezik. Az egyik ilyen atom az $O^{16} = 16.000$ amelyet kiindulásul választunk. Mivel nem találunk még egy olyan atomot, amelynek az atomsúlya 16 volna, ezért a $C^{12} H_4^1$ -metén molekulával párosítjuk, amelynek a molekulásúlya 16.

A tömegspektrográffal ezrelék pontossággal megmérjük az egyszeresen ionizált O^{16} -atomok és $C^{12} H_4^1$ -molekulák tehetetlen tömegének a különbségét:

$$M(C^{12} H_4^1)^+ - M(O^{16})^+ = c = (36,369 \pm 0,021) \cdot 10^{-3} \text{ T.E.}$$

Ebből természetesen még nem kapjuk meg sem a C^{12} , sem a H^1 atom pontos tehetetlen tömegét. Ehhez további dubletekre van szükség, amelyek C^{12} -t és H^1 -et tartalmazzák. Két további dublet segítségével olyan egyenletrendszer állíthatunk fel, amelyből a szereplő atomok tehetetlen tömege pontosan kiszámítható az oxigén tehetetlen tömegének és a dubletek tehetetlen tömegkülönbségének az ismeretében. A második dublet párt, a három H^2 deutron atomból álló egyszeresen ionizált H_3^2 molekula és a kétszeresen ionizált C^{12} -atomból állíthatjuk elő.

A mérések szerint

$$M(H_3^2)^+ - M(C^{12})^{++} = b = (42,228 \pm 0,019) \cdot 10^{-3} \text{ T.E.}$$

A harmadik dubletet a kétatomos hidrogén molekula és a deutérium atom alkotják:

$$M(\text{H}_2^1) - M(\text{H}^2) = \alpha = (1,538 \pm 0,0021) \cdot 10^{-3} \text{ T.E.}$$

Értelemszerű átalakítás után:

$$2 M(\text{H}^1) - M(\text{H}^2) = \alpha,$$

$$3 M(\text{H}^2) - \frac{1}{2} M(\text{C}^{12}) = \beta,$$

$$M(\text{C}^{12}) + 4 M(\text{H}^1) - 16,0000 = \gamma.$$

Ebből

$$M(\text{H}^1) = 1 + \frac{1}{16}(6\alpha + 2\beta + \gamma) = 1,008136 \pm 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ T.E.}$$

$$M(\text{H}^2) = 2 + \frac{1}{8}(-2\alpha + 2\beta + 2\gamma) = 2,0147252 \pm 5,7 \cdot 10^{-6} \text{ T.E.}$$

$$M(\text{C}^{12}) = 12 + \frac{1}{4}(-6\alpha + 2\beta + 3\gamma) = 12,003895 \pm 19 \cdot 10^{-6} \text{ T.E.}$$

A neutronok tehetetlen tömege ilyen módon nem állapítható meg, mivel szabad állapotban csak rövid ideig fordulnak elő.

A vizsgálathoz mindig valamilyen magreakcióból állítják elő és az egyes paramétereit általában közvetett úton határozzák meg. A neutron tehetetlen tömegét a paraffinban létrehozott (n, p) reakcióban keletkező protonok kinetikus energiájának a mérése útján

határozták meg, az alábbi összefüggés értelmében

$$E_p = E_m \cdot \cos^2 \vartheta$$

ahol az E_m -energiájú neutron ϑ -szögben lökte meg a protont.

A neutron ma elfogadott tehetetlen tömege

$$M_m = 1,008\,976 \pm 4 \cdot 10^{-6} \text{ T.E.}$$

Sok esetben célszerű a tehetetlen tömeget 10^6 eV-ban kifejezni, amelyre az áttérés az

$$1 \text{ T.E.} = 931,141 \pm 0,010 \text{ MeV}$$

formula alapján történik.

4.4 Becslés a kinetikus energia gravitációs hatására vonatkozóan

Ezen előkészületek után rátérhetünk a 4-ben feltett kérdés közvetlen vizsgálatára. Nevezetesen, a kinetikus energia rendelkezik-e gravitációs tulajdonsággal, vagy nem?

Ennek eldöntése céljából nyilvánvalóan a nukleonoknak azon állapotait célszerű összehasonlítani, amelyekben a kinetikus energia jelentősen eltér. Ennek leginkább megfelel a nukleonoknak a Be, B, Si, Ge-atomokban kialakult állapotai. Az említettekre és

még néhány közbülső atomra vonatkozó kötési energiákat az alábbi táblázatban tüntetjük fel:

Természetes stabil izotópok	Az atom kötési energiája E_{κ} (keV) [32] [33] alapján	Egy nukleonra eső kötési energia ϵ_{κ} (MeV)
^{10}B	64750 ± 12	6,475
^{16}O	127615 ± 24	8
^{23}Na	186583 ± 38	8,2
^{28}Si	236574 ± 45	8,45
^{40}Ca	342105 ± 80	8,6
^{52}Cr	456367 ± 140	8,7
^{63}Cu	551525 ± 210	8,7
^{72}Ge	628990 ± 250	8,8

Ha a 1.8.1 félelméleti formula alapján

közelítő becslést

végzünk a kinetikus energiára, kapjuk

atom:	^{10}B	^{16}O	^{23}Na	^{28}Si	^{40}Ca	^{52}Cr	^{63}Cu	^{72}Ge
$^A m_{\text{kin}}(\text{MeV}):$		16,67		17,25		17,55		17,75
	16,22		17,1		17,75		17,82	4.4.1

$^A m_{\text{kin}}(\text{MeV})$ a kinetikus energiának megfelelő tömeget jelöli.

A nukleonok nyugalmi tehetetlen tömegét közelítőleg vehetjük 1T.E. -nek. A nukleonok tehetetlen tömegére a különböző atomokban 1.1.1 értelmében kapjuk:

atom:	^{10}B	^{16}O	^{23}Na	^{28}Si	^{40}Ca	^{52}Cr	^{63}Cu	^{72}Ge
Egy nukleon tehetetlen tömege:	924,666	923,141	922,941	922,691	922,541	922,441	922,441	922,341
$^A m_0 + ^A m_{\text{kin}}$ (MeV)								

4.4.2

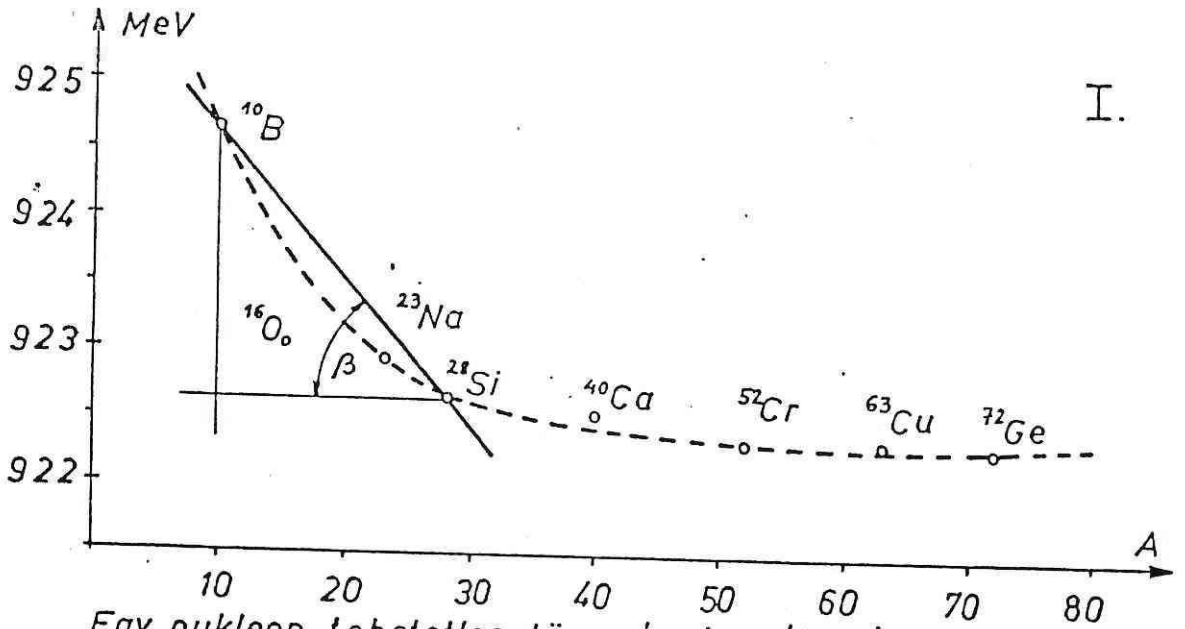
Ezekben az értékekben benne foglaltatik a nukleonok kinetikus energiájának megfelelő tehetetlen tömeg is. Ha ezt kiterjesztjük valamennyi A - tömegszámú atomra, akkor kapjuk a 2. ábra I.görbét, amely azt mutatja, hogy a nukleonok tehetetlen tömege a tömegszám függvényében hogyan változik.

Írjuk fel a nukleonok tehetetlen tömegét a kinetikus energiának megfelelő tömeg nélkül a különböző tömegszámú atomokban 4.4.1 és 4.4.2 alapján:

atom:	^{10}B	^{16}O	^{23}Na	^{28}Si	^{40}Ca	^{52}Cr	^{63}Cu	^{72}Ge
$^A m_0$ (MeV):	908,446	906,471	905,841	905,441	904,791	904,891	904,621	904,591

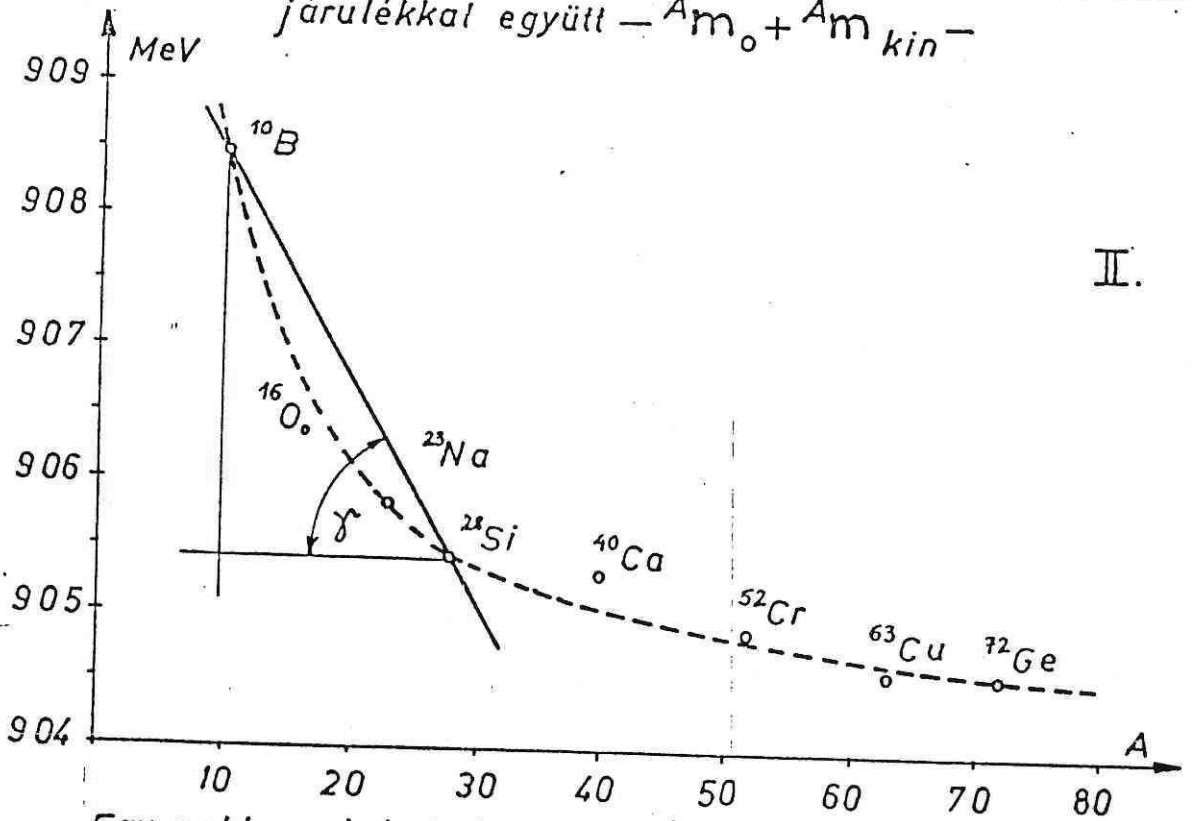
4.4.3

I.



Egy nukleon tehetetlen tömegének változása a kinetikus járulékkal együtt $-Am_o + Am_{kin}$

II.



Egy nukleon tehetetlen tömegének változása a kinetikus járulék nélkül $-Am_o -$

2. ábra

Állítsuk elő ezeket az értékeket is valamennyi A - tömegszámú atomra, az így kapott görbe 2. ábra II, a nukleonok tehetetlen tömegének a változását mutatja, a kinetikus járulék nélkül, a tömegszám függvényében. A 4.4.2 és 4.4.3 értékekből megállapítható, hogy a két görbe menete különböző.

Ez a különbség ad lehetőséget annak eldöntésére, hogy a magon belüli nukleonok kinetikus energiájához tartozik-e gravitációs tulajdonság is, vagy nem. Másszóval az ${}^A m_{\text{kin}}$ -tehetetlen tömeghez hozzá lehet-e rendelni az ${}^A_s m_{\text{kin}}$ -súlyos tömeget, vagy nem.

Megítélésünk szerint a kérdés a tudomány mai állásának megfelelő egzaktsággal olymódon tehető fel, hogy | mérjük egyes nukleonok gravitációs kölcsönhatását, vagy másszóval a nukleonok súlyos tömegét

$${}^A_s m_0 + {}^A_s m_{\text{kin}}$$

a nukleonok olyan állapotaiban, amikor azok különböző kinetikus energiával rendelkeznek.

Vegyük pl. a nukleonoknak azt az energia állapotát, amelyet a ${}^{10}\text{B}$ -atomban lévő nukleonok energia állapotainak középértéke reprezentál. Állapoton a továbbiakban is a nukleonok energia állapotainak középértékét értjük.

Határozzuk meg az ismertetett módon, az ingarúd végén lévő egyetlen nukleon és a tőle egységnyi

távolságban lévő egyetlen kitérítő nukleon gravitációs hatását. A gravitációs kölcsönhatás mértékét jellemezzük az ingarúd szögelfordulásával $\Delta\varphi(^{10}\text{B})$.

Ez a szög-elfordulás vagy a 4.4.2 szerinti

$$\Delta\varphi(^{10}\text{B}) = \frac{({}_{\text{s}}^{10}\text{m}_0 + {}_{\text{s}}^{10}\text{m}_{\text{kin}}) \cdot ({}_{\text{s}}^{10}\text{m}_0 + {}_{\text{s}}^{10}\text{m}_{\text{kin}})}{R^2} = \frac{924,666 \cdot 924,666}{1^2} \quad 4.4.4$$

állapotnak felel meg, ha a kinetikus energiának is van szerepe a gravitációs kölcsönhatásban. Vagy a 4.4.3 szerinti

$$\Delta\varphi(^{10}\text{B}) = \frac{{}_{\text{s}}^{10}\text{m}_0 \cdot {}_{\text{s}}^{10}\text{m}_0}{R^2} = \frac{908,446 \cdot 908,446}{1^2} \quad 4.4.5$$

állapotnak felel meg, ha a kinetikus energiának nincs szerepe a gravitációs kölcsönhatásban. Ebből az egy nukleon súlyos tömegére jellemző, azzal arányos mennyiséget

$${}_{\text{s}}^{10}\text{m}_0 + {}_{\text{s}}^{10}\text{m}_{\text{kin}} = \left[\Delta\varphi(^{10}\text{B}) \right]^{1/2} \quad 4.4.6$$

vagy

$${}_{\text{s}}^{10}\text{m}_0 = \left[\Delta\varphi(^{10}\text{B}) \right]^{1/2} \quad 4.4.7$$

alakban állíthatjuk elő.

Azt, hogy a két lehetőség közül a valóságban melyik áll fenn, ebből az egy mérésből eldönteni nem tudjuk. Ebben az állapotban a nukleonok kinetikus energiája 4.4.1 szerint. $^{10}_5m_{\text{kin}} = 16,22 \text{ MeV}$ volt.

Ezek után változtassuk meg a nukleonok kinetikus energiáját $17,25 \text{ MeV}$ -re. Ezt olyan módon tehetjük meg, ha átmegyünk a $^{28}_{14}\text{Si}$ -atomra, amelynél

$$^{28}_{14}m_{\text{kin}} = 17,25 \text{ MeV}$$

Mérjük meg a nukleonoknak ebben az állapotában is, az egységnyi távolságban kifejtett gravitációs hatását. Az ingarúd szögelfordulását jelöljük $\Delta\varphi(^{28}\text{Si})$ -al, akkor

$$\Delta\varphi(^{28}\text{Si}) = \frac{(^{28}_{14}m_0 + ^{28}_{14}m_{\text{kin}}) \cdot (^{28}_{14}m_0 + ^{28}_{14}m_{\text{kin}})}{R^2} =$$

$$= \frac{922,691 \cdot 922,691}{1^2} \quad 4.4.8$$

értéknek felel meg, ha a kinetikus energiának is van szerepe a gravitációs kölcsönhatásban.

Vagy a

$$\Delta\varphi(^{28}\text{Si}) = \frac{^{28}_{14}m_0 \cdot ^{28}_{14}m_0}{R^2} =$$

$$= \frac{905,441 \cdot 905,441}{1^2} \quad 4.4.9$$

értéknek felel meg, ha a kinetikus energiának nincs szerepe a gravitációs kölcsönhatásban.

Ebből a mérésből egy nukleon súlyos tömegére jellemző mennyiséget

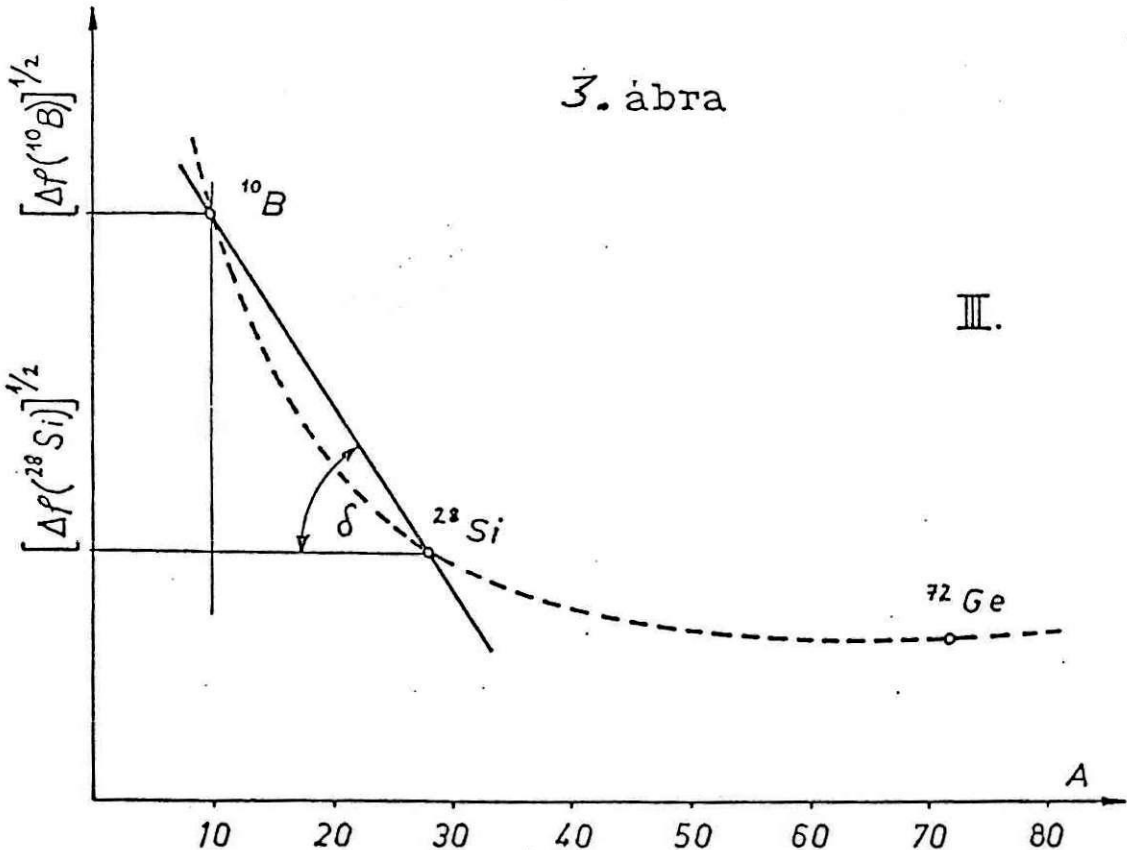
$${}^{28}_5m_0 + {}^{28}_5m_{\text{kin}} = [\Delta\varphi({}^{28}\text{Si})]^{1/2} \quad 4.4.10$$

vagy

$${}^{28}_5m_0 = [\Delta\varphi({}^{28}\text{Si})]^{1/2} \quad 4.4.11$$

alakban írhatjuk fel.

Ha ezt a mérést kiterjesztjük valamennyi gyakorlatilag is hozzáférhető, A -tömegszámú atomra, akkor kapjuk a 3. ábra szerinti III. görbét, amely azt mutatja, hogy a nukleonok gravitációs tulajdonsága vagyis a súlyos tömege, a tömegszám függvényében hogyan változik.



Az atomokban kötött állapotban lévő nukleonok súlyos tömegének függése az $-A-$ tömegszámtól

A görbe menetéről egyelőre annyit tudunk mondani, hogy vagy a 2. ábra I. görbéjével vagy a II. görbéjével lesz azonos, annak megfelelően, hogy a kinetikus energiának van, vagy nincs gravitációs hatása. Ha az összes egyéb körülményeket a valóságnak megfelelően értelmeztük, akkor csak ez a két eset lehetséges. Az ${}^A_S M_{kin}$ léte, vagy nem léte ezek után annak eldöntésére redukálódik, hogy a III-as kísérletileg meghatározott görbe az I-es vagy II-es görbével lesz-e összeegyeztethető. Ennek az eldöntése viszont már semmi nehézséget nem okoz, bármelyik ismert analitikai módszerrel elvégezhető. Egy lehetséges módszer a következő:

Fektessünk mindhárom görbe azonos abszcisszájú pontjain keresztül egyenest, legyenek ezek a pontok pl. a ${}^{10}B$ és ${}^{28}Si$ -nak megfelelő pontok. Ezek az egyenesek a vízszintes tengellyel a β , γ ill. δ hegyesszögeket képezik.

Az I. görbe esetében $\operatorname{tg} \beta = 1,462$

a II. görbe esetében $\operatorname{tg} \gamma = 2,239$

A III. görbe esetében $\operatorname{tg} \delta = ?$

A kérdés tehát annak alapján dönthető el, hogy a $\operatorname{tg} \delta$ - értéke melyik szöggel egyezik meg hibahatáron belül.

Még arra szeretnénk kitérni, hogy ez a különbség a kutató eszközzel felbontható-e.

Miközben az A - tömegszám skálán a ^{10}B -atomtól átmegyünk a ^{28}Si -atomhoz a nukleonok súlyos tömege

$$\left({}^{10}_3m_0 + {}^{10}_3m_{\text{kin}} \right) - \left({}^{28}_5m_0 + {}^{28}_5m_{\text{kin}} \right) \simeq 2 \text{ MeV}$$

értékkel csökken, ha a kinetikus energiának is van súlya.

Ha viszont a kinetikus energiának nincs súlya, akkor

$${}^{10}_3m_0 - {}^{28}_5m_0 \simeq 3 \text{ MeV}$$

a nukleon súlyos tömegének a változása, ugyanazon átmenet esetén. Tehát a különbség $\sim 1 \text{ MeV}$, vagyis a nukleon teljes súlyos tömegéhez viszonyítva 10^{-3} -nagyságrendű.

Méréssel a nukleonok súlyos tömegét 10^{-6} ; 10^{-7} -relativ pontossággal tudjuk meghatározni; ez azt jelenti, hogy az effektus a mérés számára hozzáférhető.

Ezen előzetes vizsgálatok után, amikor már tisztán áll előttünk, hogy az anyag gravitációs tulajdonsága vagyis súlyos tömege, az elemi részek milyen jellemző paramétereitől függ, rátérhetünk annak vizsgálatára, hogy hogyan függ. Ehhez már szükséges lesz a súlyos tömeg valamilyen egységének az értelmezése, amely gravitációs együtthatóként szolgálhat.

Mint ismeretes a SZÉN-12, C-12 atomban lévő 6 db proton és 6 db neutron együttes tömegének az $1/12$ része az atomi tömegegység. A GRAVITÁCIÓ VIZSGÁLAT-ÁNÁL ÉRTELMEZZÜK EZT A TÖMEG TERMÉSZETES EGYSÉGEKÉNT.

Ezt követően az elemi részek kötött állapotaira vonatkozó, a valóságnak jobban megfelelő ismeretek birtokában vizsgálhatjuk az elemi részek szabad állapotaiban lejátszódó folyamatokat, figyelembe véve azok gravitációs tulajdonságait is. Szeretnénk még rámutatni a kísérlet várható eredményeinek további kihatására.

A III.-as kísérletileg meghatározandó görbe menetét illetően mint láttuk, két eset lehetséges.

1. A III.görbe menete az I.görbével lesz összeegyeztethető. Ez azt jelenti, hogy a nukleonok ${}_s^A M_0 + {}_s^A M_{kin}$ súlyos tömege az A -tömegszám függvényében az I. és III.görbék szerint változik.

Ha ez az eset valósul meg, akkor szembe kerülünk Einsteinnek azzal az állításával mely szerint az anyag gravitációs tulajdonsága, az anyag minőségétől, vagyis az A -tömegszámától független.

A másik eset:

2. a III.görbe menete a II.görbével lesz összeegyeztethető.

Ez azt jelenti, hogy a nukleonok ${}^A_s m_0$ -súlyos tömegében a kinetikus energia nem vesz részt, vagyis a kinetikus energiának nincs súlya. A nukleonok súlyos tömege egyébként a II.-III. görbék szerint változik.

Ha ez az eset valósul meg, akkor szembekerülünk Einsteinnek azzal az eredményével, mely szerint a gravitációs tér kialakításában a rendszer teljes belső energiája a T_{ik} -energiaimpulzustenzor vesz részt. Ezenkívül itt is fennáll a nukleonok ${}^A_s m_0$ -súlyos tömegének az A -tömegszámától való függése.

IRODALOM

1. Keszthelyi L. Az atomok és atomi részecskék.
Műszaki Könyvkiadó, Bpest, 1961
2. Györgyi Géza Elméleti magfizika. Műszaki Könyvkiadó
Bpest, 1961
3. Marx Gy. Kvantummechanika. Műszaki Könyvkiadó
Bpest, 1964
4. A. Einstein, Ist die Trägheit eines Körpers von
seinem Energieinhalt abhängig?
Ann. Phys. 1905.18. 639-641.
5. A. Einstein, Über das Relativitätsprinzip und die aus
demselben gezogenen Folgerungen.
Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik,
1907,4, 411-462.
6. A. Einstein mit M. Grossmann, Entwurf einer verallge-
meinerten Relativitätstheorie und
Theorie der Gravitation. Z. Math. u.
Phys. 1913.62. 225-261.

7. Dr. Novobátzky K.: A relativitás elmélete. - Tankönyvkiadó, Budapest, 1963.
8. J.B. Zeldovics- I.D. Novikov: Relativisztikaja Asztrofizika Nauka, Moszkva, 1967.
9. M.U. Szagitov: Posztojannaja tyagotyényija i massa Zemli. Nauka, Moszkva, 1969.
10. J.W. Beams: Finding a better value for G.- Physics Today, May, 1971.
11. Poynting J.H. and Gray P.L.: Experiment in search of a directive action of one quartz crystal on another.
Philos. Trans. 192 /A/, 1899. 245-256.
12. Mackenzie A.S.: The attraction of cristalline and isotropic masses of small distances. - Phys. Rev. 2, 1895, 5-14.
13. Heyl D.R.: What is gravitation? - Sci. Monthly 47, 1938, 114-123.
14. Southern L.: Mass and weight for an radiative substance. Proc. Roy. Soc. of London /A/ 84, 1910, 325-344.
15. Braginskij V.B. - Slabkij L.J. - Martinov V.K.:
Verhnyaja granyica vozmozsnuh spinovih gravitacionnuh effektov. Vestn. MGU, Ast. fiz. No. 2, 1967, 122-124.
16. Poynting J.H. and Phyllips R.: An experiment with the balance to find if change of temperature has any effect upon weight.- Proc. Roy. Soc. of London 76, 1905, 445-457.
17. Southern L.: Experimental investigation as to dependence of gravity on tepmerature.- Proc. Roy. Soc. /A/ 78, 1906, 392-403.
18. Shaw P.E. and Davy N.: Newtonian constant of gravitation as effected by temperature. - Philos Trans. /A/ 216, 1916. 349-392.

19. Shaw P.E. and Davy H.: The effect of temperature on gravitation attraction. Proc.Roy.Soc./A/ 102, 1922, 46-47.
20. Maiorana Q.: Absorption de la gravitation par la matiere. J. de phys. et. radiom 1, 1930. 314-324.
21. Bragninszkij V.B.-Rugyenko V.N. i Rukman G.J.: Eksperimentálnü issledovanyija vlijanyija promezsutocnoj sredü na gravitacionnoe vzaimogyejstvie, ZSETF 43. 1962. 51-58.
22. Bragninszkij V.B. i Martinov V.K.: Issledovanyije vlijanyija promezsutocsnovo tela na gravitacionnoe vzaimogyejstvie V KN.: Problemü gravitácii, Tbilisi, 1965, 263.
23. Eötvös R. Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus, Annalen d.Phys und Chem. N.F. 59. 1896, 354-400.
Eötvös R.: Gesammelte Arbeiten, Budapest, 1953.
24. Kagalnyikova J.J. i Radzievskij V.V.: Opregyelenyie verkhnyevo pregyela koefficienta poglossényija gravitácii po javlenyiju morskikh prilivov. V KN.: Problemü gravitácii, Tbilisi, 1965, 260-262.
25. Tomaschek R.: Tidal gravity measurements in the Shetlands; effect of the total eclipse of June 30 1954, Nature 175. N. 4465, 1955, 937-942.
26. Okuda T.: Gravimetry. - V KN.: Japanese Contribution to the IGJ 1957/8, Vol. 2. Tokyo, 1960. 167-176.
27. Dobrohotov J.Sz: Gravimetricssesskie nablugyenyija v Kieve vo vremja szohyecsnovo zatmenyija 15 fevralja 1961 g. V KN.: Izucsenyije zemñih prilivov, "Nauka", 1964. 31-44.
28. Schlichter L., Caputo M. and Hager C.: An experiment concerning gravitational shielding, Journ, G.R. 70. N 6 1965, 1541-51.
29. Tomaschek R. und Groten E.: Untersuchung von Gravitationswirkungen während der totalen Sonnenfinsterniss am 15 Febr. 1961. Nachrichten aus dem Karten und Vermessungswesen. N 25. 1963.

30. Grusinskij N.P. i Szagitov M.U.: O nablugyenyii szili
tjazsesztyi vo vremja pol-novo szolnyecsnovo
zatmenyija, Vesztn. MGU, Asztr.fiz.,
No. 5, 1962, 46-53.
31. K.T.Bainbridge: Phys.Rev. 81. 146, 1951.
32. A.H.Wapstra: Physica, 21, 367, 385, 1955.
33. J.R.Huizenga: Physica, 21, 410, 1955.