

# TERMÉSZETTAN

GIMNÁZIUMOK ÉS LEÁNYGIMNÁZIUMOK FELSŐ  
OSZTÁLYAI SZÁMÁRA

I. KÖTET. VII. OSZTÁLY

AZ ÚJ TANTERV ÉS AZ ÚJ UTASÍTÁSOK ALAPJÁN

IRTA

ARATÓ ISTVÁN

ÁRA: 5- PENGŐ

KŐSZEG, 1941

A SZERZŐ KIADÁSA(CÍM: KŐSZEG, ÁRPÁD-TÉR 6. SZ.)

FŐBIZOMÁNYOS : RÓTH JENŐ KÖNYVKERESKEDÉSE, KŐSZEG

ARATÓ ISTVÁN

# TERMÉSZETTAN

## I.

# TERMÉSZETTAN

GIMNÁZIUMOK ÉS LEÁNYGIMNÁZIUMOK FELSZŐ  
OSZTÁLYAI SZÁMÁRA

I. KÖTET. VII. OSZTÁLY

AZ ÚJ TANTERV ÉS AZ ÚJ UTASÍTÁSOK ALAPJÁN

IRTA  
ARATÓ ISTVÁN

KŐSZEG 1941

A SZERZŐ KIADÁSA (CÍM : KŐSZEG, ÁRPÁD-TÉR 6. SZ.)  
FŐBIZOMÁNYOS: RÓTH JENŐ KÖNYVKERESKEDÉSE. KŐSZEG.

Felelős kiadó: Arató István.  
NYOMATOTT GARAB JÓZSEF KÖNYVNYOMDÁJÁBAN, Cegléd.

## ELŐSZÓ.

Viharos történelmi idők napjaiban jelenik meg ez a könyv, sok fáradtság és áldozat árán, nem egy nehézség ellenére. Mi a célja? Csak egy pillérkő szeretne lenni a magyar középiskola tiszteletreméltó szellemi csarnokában.

Nem volt könnyű feladat ép ma, a tudomány gyors fejlődésének napjaiban, az oktatásra és nevelésre vonatkozó elgondolások nagy hullámmzásának idején egy könyv megírásával adni feletetet arra a kérdésre: *Mit tanítsunk és hogyan?* Amikor munka közben a feletetet keresve rostába vettem közel négy évtizedes munkásságomnak részben már sárguló lapokon elém kerülő feljegyzéseit, garmadával vetette ki a rosta a papírfosz-lányokat, a megmaradtakat szőttem most egybe. Bizonyára maradt a rostában olyan is, aminek jobb lett volna kihullania, de talán maradtak benne értékes gondolatokat hordozó lapok is.

A könyv megjelentetésének gondolatát az új Tanterv és az új Utasítások életbelépése vetette fel. A megvalósulást sokak-nak szíves és lelkes segítsége tette lehetővé. Mindnyájuknak e helyen mondok őszintén átérzett, hálás köszönetet.

Különös nehézséget jelentett a közel ötszáz, nagyrészen egészen új rajznak elkészítése a rendelkezésre álló meglehető-sen rövid idő alatt. E munka legnagyobb részét *Trautmann Anna* kartársam volt szíves magára vállalni, amiért neki külön is köszönetet mondok. De különösen hálás vagyok *Bukovszky Ferenc dr.* barátomnak az egész munka gondos átnézéséért, sok értek tanácsáért, egyes részletkérdések kidolgozásáért, s mindenre kiterjedő gondos tevékenységéért. A Példatár össze-állítása javarészen az ő munkája.

A köszönetmondáskor derék tanítványaimra is gondolok, akik sok értékes gondolatot váltottak ki bennem s akikkel együttdolgozva csiszolódtak ki elgondolásaim e könyvben meg-jelenő alakjukra.

Röviden az alábbiakban vázoló a könyv megírásának elvi alapvetését.

Ha keressük egy olyan korszerű természettani tanítás köve-telményeit, aminőt az új Utasítások kívánnak, célszerű a kér-

## VI.

dést három szempontból megvizsgálni: az egyén, a közösség és a tudomány szempontjából.

1. Az egyén érdekében megkívánható követelmények:

a) megfelelő ismeretanyag nyújtása;

b) a tanuló képességeinek minél többoldalú kiképzése.

2. Mivel azonban tanításunkkal a közösség érdekeit is szolgáljuk, az 1. alatti képzést oly módon kell megvalósítanunk, hogy

a) az egyén a közösség minél értékesebb tagja legyen erkölcsi szempontból. Ide tartoznak a helyes világnézet kialakítása és a társadalmi szempontból értékes jellemvonások kifejlesztése;

b) az egyén a közösség minél értékesebb tagja legyen, tudása és képességeinek szempontjából. A hadászat és a mindennapi életben fontos ismeretek tanítására és mindkettő számára hasznos képességek kifejlesztésére gondolunk e helyen.

3. Az 1. és 2. alatti feladatok csak akkor oldhatók meg, ha természettanításunkban az alábbi tudományos szempontok is érvényesülnek:

a) A tanítás anyagának lépést kell tartania a fizika tudományának haladásával.

b) A tanítás módszerének figyelembe kell venni a korszerű didaktika eredményeit.

Nincs az Utasításokban egyetlen olyan kívánság se, amely ne volna besorozható e hat követelmény valamelyikébe, de, ha az utasítások mindegyikét beosztjuk a megfelelő helyre, a hat kikezdés egyike sem marad üresen.

Az a) alatt felsorolt követelményeket már félszázaddal ezelőtt is figyelembe vette a fizika tanítása, a b) alattiakat ezzel szemben azok a kívánságok, amelyek részben csak a legújabb időben léptek előtérbe s melyeknek fokozott érvényesítése ennek a könyvnek egyik legjellemzőbb alapgondolata.

A fenti, s különösen a b) alatti követelményeket csak akkor tudjuk fokozottabban érvényesíteni, ha nem rendszeres tudományt tanítunk mintegy dióhéjban, hanem a *jelenségekkel való foglalkozásra* tanítjuk meg a tanulót s e célra úgy választjuk ki a tárgyalandó anyagot, hogy tájékozódást kapjon, a tanuló a fizikának mint tudománynak legfontosabb fejezeteiről és azok gyakorlati alkalmazásairól. Ez esetben azonban a tanításnak feladata megtanítani a tanulókat magukkal a jelenségekkel való foglalkozásra is.

A természettannak mint tudományos munkásságnak a legjellegzetesebb mozzanatait a következők:

a) Megfigyeli a testek tulajdonságait és ezek alapján rendezi azokat. Pl.: A testek különböző halmazállapota és az ezek-

nek megfelelő felosztása szilárd, cseppfolyós és légnemű testekre.

b) Megfigyeli a testek tulajdonságaiban végbemenő változásokat és e változások között esetleg mutatkozó *összefüggéseket*. Ennek alapján a változásokat, más szóval jelenségeket, okozati sorrendbe igyekszik rendezni. Pl.: A halmazállapot megváltozása, hő okozta halmazállapotváltozás.

c) A testek tulajdonságait lehetőleg *számokkal* s e tulajdonságokban fellépő változásokat számok *változásával* írja le. Pl.: Hőmérséklet, hőmérsékletváltozás.

d) Számokkal kifejezhető tulajdonságok változásai között felismert összefüggéseket a változó mennyiségek között felállított *egyenlettel* (függvénnyel) igyekszik kifejezni. PL: Az egyenletes mozgásnál a megtett út egyenesen arányos az idővel.

$$s = ct$$

ahol  $s$  a  $t$  idő alatt megtett utat jelenti,  $c$  pedig a sebesség mértékét szolgáló arányossági tényező.

e) A jelenség pontos leírásához *fogalmakat értelmez* és ennek alapján tapasztalati *törvényeket* állapít meg. Pl.: A szabad esés sebességének az időegység alatti változása állandó és a gyorsulással egyenlő.

f) A jelenségeket és a rájuk vonatkozó törvényeket rendszerbe foglalja, elméleteket és elveket állít fel a rendszer átfogó áttekintésére és a további kutatások irányítására. Pl.: Az atom-elmélet, az energia megmaradásának elve.

Ha tehát a fizika tanítását fokozott mértékben akarjuk a *nevelő oktatás* szolgálatába állítani, akkor a tanulókkal nemcsak meg kell ismertetni, nemcsak meg kell értetni, nemcsak meg kell tanultatni a fizikai jelenségeket és törvényeket, hanem a fentieknek megfelelően képezni kell őket a következőkre:

A) A testek tulajdonságainak megfigyelésére és ezek alapján azok rendezésére.

B) A tulajdonságokban végbemenő változások megfigyelésére, e változások közötti összefüggések meglátására s a jelenségeknek okozati sorrendbe való rendezésére.

C) A testek tulajdonságainak számokkal való kifejezésére, a változásoknak számok változásával való leírására.

D) Az egymástól függő fizikai változók közötti összefüggések megállapítására.

E) A jelenségek leírásához szükséges fogalmak értelmezésére és természeti törvények felállítására.

F) A természeti jelenségek rendezésére és az átfogó általános elveknek, elméleteknek megértésére.

A fizikát tehát nemcsak ismeretanyag közlése érdekében, hanem a tanuló képességeinek minél többoldalú kiképzése érdekében is tanítjuk. Így a fizika tanítása a *nevelő oktatás*-

## VIII.

*nak*, más szavakkal, az *alaki képzésnek* egyik legjelentősebb területévé válik. Ilyen értékes nevelőoktatás azonban csak úgy lehetséges, ha az egyik tárgykörrel való foglalkozás közben kifejlesztett képességek és használt eljárási módok kedvezően érvényesülnek és felhasználhatók egy más tárgykörrel való foglalkozás alkalmával is.

A sikeres nevelő oktatás, illetve alaki képzés alapfeltétele, hogy a tanításban használt módszerek *egyéniek, tudatosak* és minél többször *azonosak* legyenek. A tanuló ugyanis azt a módszert sajátítja el a legkönnyebben, amely korának, előképzettségének s egyéb adottságainak megfelel, csak olyan módszeres eljárást képes új területen önállóan is használni, amelyet tudatosan használ és az a módszer lesz számára tudossá, amely tanulmányai során gyakran előfordul.

E feltételek kielégítésére a *grafikus módszer* különösen alkalmas, mert nemcsak a természettan körén belül alkalmazható igen sokszor, hanem egyéb területeken is, szemléltető jellegéből kifolyólag a tanuló számára rendkívül könnyen tudatosítható és nagyon jól megfelel a tanuló korának, valamint előképzettségének. Különös értéke még, hogy sokat felölel az imént, *A—F* alatt felsorolt képzési elemekből.

Ma már hozzátartozik az általános műveltséghez is, hiszen nap-nap után szemünk elé kerülnek újságokban a legkülönbözőbb gazdasági, szociális vagy éghajlati jelenségeket szemléltető grafikonok, amiket jobb magyar szó hiányában *jelenségvonalnak fogunk nevezni*. Így tehát az ismeretközlésre az alaki képzés elmélyítése érdekében választott ez a módszer maga is lényeges eleme annak a műveltségnek, amelyet a középiskola nyújtani kíván.

A természettannak, mint tudománynak fejlődése is amellest szól, hogy fokozzuk a grafikus módszerek használatát a fizikának középiskolai tanításában. Épen most éljük idejét a tudomány oly fejlődésének, amikor már nemcsak mérőeszközöket használunk saját érzékszerveink pontatlanságának helyettesítésére, de már magát az egész megfigyelést is teljesen függetlenné tesszük az észlelő személyétől a grafikus regisztrálás, fényképezés, illetve mozgó fényképezés útján. A tudománynak ily irányú fejlődése folytán különösen gyümölcsözővé válik a grafikus módszer a VIII. osztály anyagának legmodernebb részeiben, pl.: a váltakozó áramok, vagy az elektroncső tárgyalásánál.

Röviden összefoglalva, a grafikus módszer alatt az alábbi eljárást értjük:

A tanár magyarázat közben, vagy a tanuló felelés alatt a tanár vezetésével, esetleg gyakorlatokon egészen önállóan is egy adott jelenségben mutatkozó változóknak összetartozó értékeit *megméri*, táblázatba *rendezi*, ennek alapján mérési adatait koordináta rendszerbe *rajzolja* és a mutatkozó szabályossá-



## IX.

got egy vonal, a *jelenségvonal megvonásával fejezi ki*. Ennek alapján az előforduló változók között, ha a középiskola színvonalán lehet, *egyenletet állít fel*. A jelenség leírásához szükséges *fogalmakat értelmezi* s a rájuk vonatkozó *tapasztalati törvényeket megállapítja*.

A fentebb *A—F* alatt jelzett képzés érdekében azonban ennek a módszernek nemcsak alkalomszerű használatára, hanem elvi érvényesítésére van szükség minden olyan esetben, amelynél az alkalmazásra lehetőséget találunk.

A középiskolai természettanításban gyakrabban csak a következő öt összefüggés fordul elő: *Egyenes arányosság a változóval*, egyenes arányosság a *változó négyzetével*, egyenes arányosság a *változó sinusával*, *fordított arányosság a változóval*, *fordított arányosság a változó négyzetével*.

A *módszer-azonosság* követelményének megfelelően azonos tárgyalási módot használunk minden olyan jelenséggel való foglalkozás alkalmával, amelynél az előforduló változók összefüggése ugyanaz. Így pl. mint egyenes arányosságot tárgyaljuk az egyenletes mozgást, a rugalmas meghosszabbodást, a gyorsulás és az erő összefüggését. Mint fordított arányosságot a kétkarú emelő egyensúlyának feltételét, a Boyle-Mariotte törvényt, a húr hossza és az adott hang magassága közötti összefüggést, a gyorsulás és a tömeg összefüggését és így tovább.

Sok esetben a megszokott tárgyalás némi változtatása után vált egy-egy jelenség alkalmassá azonos tárgyalásra. Pl. ha a fonálingánál kimérjük a hosszúság és a lengési idő összefüggését és az *utóbbit* vesszük független változónak, arra az eredményre jutunk, hogy az egy lengést *T* ideig végző inga hossza a lengési idő négyzetével egyenesen arányos; a fénytörés törvényét úgy tárgyaljuk, mint a beesési szög sinusa és a törési szög sinusa közötti egyenes arányosságot. A gyűjtő tükörnél a tárgy- és a képtávolság fordítottan arányos, ha a távolságokat a Newton-fele összefüggésnek megfelelően nem a tükörtől, hanem a gyűjtőponttól számítjuk.

Sokszor a kísérleti eljárást módosítjuk a grafikus módszer elvszerű általános érvényesítése érdekében. Pl. a lejtőn guruló golyó mozgását nem egy szokásos 100—150 cm. hosszú, hanem 2—3 méter hosszú lejtőn mérjük ki, hogy több mérési adathoz s ennek alapján jobb jelenségvonalhoz (grafikonhoz) jussunk.

Végül egészen új jelenségeket is bevonunk a tanításba, ha elméleti okoskodásokat a jelenséggel való tényleges foglalkozással tudunk helyettesíteni. Ilyen pl. a rúd alakú fizikai inga és az általános gáztörvény kísérleti és grafikus alapon való új tárgyalása. Ez esetekben azonban befejezésül az eddig szokásos tárgyalást is közöljük.

A grafikus módszernek elvi rendszeres alkalmazása lehetővé teszi a tanuló cselekvő munkájának bekapcsolását már a

## X.

magyarázatba is. A jelenségekkel való foglalkozás módszerének elsajátításával a tanuló önálló tevékenysége fokozott mértékben léphet előtérbe. A tanár munkája ilyen esetben a feladat kitűzése, a tanuló munkájának vezetése s befejezésül kevés elmélettel való kiegészítése. A tanuló ilyenkor nemcsak fizikai ismereteket tanul, hanem az 1. b)-nek megfelelően képességei sokoldalú kiképzésében is részesül. Fejlődik a megfigyelő képessége, s ügyessége a mérés, valamint a rajzolás terén. Fantáziájának tevékenysége jut szerephez a feladat megoldásának keresésekor, logikai gondolkodásra nevelődik a feladat megoldásával. De érvényesül a 2. b) is, mert a megfigyelőképesség kiélesítése révén a fiú jobb katonává, a leány jobb betegápolóvá válik az életben. Ezzel értékesebb tagja lesz a családi és a nemzeti közösségnek. Végül kielégítést nyernek a 3. b) alatti követelmények, mert a használt módszer a tanuló egyéni képességeihez mért, a tanuló számára tudatos és igen sok alkalommal azonos.

Tárgyalásaink során a jelenségek és a természeti törvények megismeréséhez kiindulópontul, amikor csak lehetett, mindig egy-egy olyan egyszerű jelenséggel való közvetlen foglalkozást választottunk, amelyet a tanuló könnyen megért. Ezek megfigyeléséből eredő közvetlen tapasztalatainak, méréseinek feldolgozása közben természetesen lépnek fel a tanítandó fizikai fogalmak és a rájuk vonatkozó természeti törvények. Különösen egyszerű a kiválasztott jelenség akkor, ha a jelenséggel való foglalkozás módszerét akarjuk elsajátíttatni. Ezért szokatlanul -kiszélesedik pl. az egyenesvonalú egyenletes mozgás tárgyalása, hogy egyszersmind az egész fizika kutatási és gondolkodási módszerének a bemutatása lehessen. A hajítás és a lengőmozgás ezt követő tárgyalása már ismétlődő alkalom ennek a kutatási és gondolkodási módszernek nemcsak a megismerésére, hanem az elsajátítására is. Hasonlóképpen a szokottnál bővebb teret adunk a rezgő mozgás és az egyenletes körmozgás tárgyalásának, mert erre fogjuk a VIII. osztályban felépíteni a váltakozó áramok kísérleti és grafikus tárgyalását.

Példaként közöljük az egyenletes mozgás tanításának vázlatát. A zárójelben lévő nagybetűk utalások a fentebb tárgyalt azokra a képzési elemekre, amelyek a tanítás illető részében előtérben állanak.

*Bevezetés:* A jelenség előállítása és általános megfigyelése. (A)

*Tárgyalás:* Az összetartozó hely és idő adatainak felvétele és a mozgás felvázolása. (B)

A mozgás leírása menetrend készítésével. A menetrend jellemzése. (C)

A menetrend adatainak feldolgozása grafikusan. A mozgás leírása jelenségvonallal. A jelenségvonal jellemzése. (B, C, D)

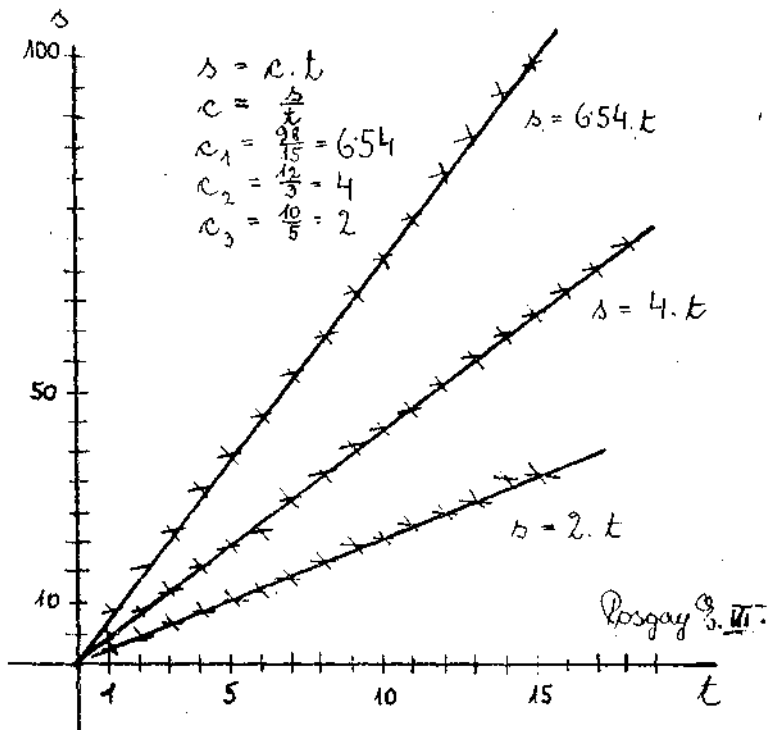
A jelenségvonal alapján a mozgás leírása egyenlettel. A három leírási mód összehasonlító jellemzése. (D)

Három menetrend felvétele különböző hajlásszög mellett. A megfelelő jelenségvonalak felrajzolása és a megfelelő függvények megállapítása. E három mozgásnak és leírásának összehasonlító jellemzése. (Gyakorlatokba való s ezért a könyv ezt a részt nem is tárgyalja.) (A, F)

A sebesség fogalmának általánosítása, a sebesség mint differenciálhányados. (E, F)

*Befejezés:* Összefoglalás. Az egyenletes mozgás értelmezése, függvénytani és grafikus jellemzése. Az egyenletes mozgás törvényei. (A könyv a megfelelő helyeken alkalomszerűen nyújtja ezt az anyagot. A tanítás feladata az összefoglalás.) (E, F)

Alább bemutatom egyik tanítványomnak a Mikola-csőben lévő légbuborék mozgásáról készített rajzát, s megjegyzem,



hogy ritka kivételeket nem tekintve, mindig elegendő a szám-tani füzet szokott beosztása és teljesen felesleges milliméter-papír használata.

## XII.

Bármily egyszerű fizikai jelenség is az egyenletes mozgás, annak a fentiek szerinti végigtárgyalása rendkívül sok értéket jelent nem csupán magának a jelenségnek a megismerése, hanem a bemutatott módszernek rendkívül gyakori felhasználhatósága miatt. A tanuló szerez ugyan fizikai ismereteket is, megismeri az adott jelenséget, az egyenes vonalú egyenletes mozgás fogalmát, a megtett út kiszámításának módját, a sebesség fogalmát és egységét, de emellett az  $A-F$  alatt tárgyalt képzésben is részesül, tanul fizikai gondolkodást és a jelenségek megismeréséhez vezető módszeres eljárást. Éspedig olyat tanul, amely egyrészt teljesen megfelel a tudományos kutatás módszerének, másrészt a gyakorlati élet követelményeinek is. Az utóbbi megvilágítására gondoljunk csupán a beteg gyermeket ápoló szülőkre, akik a betegség folyamán elkészítik az orvos és önmaguk biztosabb tájékoztatása számára a beteg lázgörbéjét.

Bizonyára lesz, akiben aggodalom merül fel, hogy nem lehet az előírt anyagot elvégezni, ha egy ilyen egyszerű kérdéssel ilyen alaposan foglalkozik az ember. Az 5–6 tanítási óra és esetleg két óra gyakorlat azonban, ami ennek a munkának elvégzéséhez többszöri tapasztalatom szerint szükséges, rendkívül gyümölcsözően érvényesül és sok időmegtakarítással jár a későbbi tanulmányok során. Különben jelentékenyen megrövidül a tárgyalás ideje, ha az órán csak néhány összetartozó értéket mérünk meg és a többiek az órát előkészítő feljegyzéseinkből, vagy a tanulók gyakorlatainak eredményeiből, esetért a könyvből vesszük. Magának a jelenségvonalnak a megrajzolása, ha talán az órán már nem maradna rá idő, a legjobb házi feladat.

Természetesen fokozott nevelőoktatásra törekvő tanítás mellett a tanuló feleltetése nemcsak abból áll, hogy kikérdezzük az előző óra anyagát. Egy ilyen, vagy hasonló feladat megoldása elé állítjuk. Felelés közben is fel keli vennie egy mozgás menetrendjét, mérésének adatait fel kell dolgozni grafikusan és egyenlettel, meg kell állapítania az egyenletes mozgás cs sebesség fogalmát, a sebesség egységét és így tovább. Általában a jelenségek és a rájuk vonatkozó törvények ismerete mellett a jelenségek megfigyelését, a bennük mutatkozó változó mennyiségek megmérését, a mérési adatok feldolgozását, a feldolgozásból eredő fogalmak értelmezését s a rájuk vonatkozó természeti törvény levonását is meg kell követelni a tanulótlól, könnyen áttekinthető, egyszerű esetekben. így rendkívül szoros egységbe olvad a tanítás és a feleltetés, valamint a tanítást kiegészítő gyakorlat. Van olyan jelenség is, amelyhez tanári magyarázat alig keli, csupán a felelő irányítása. Fel lehet pl. a tanulóknak adni, ha a jelenséggel való foglalkozás módját el-sajátították, állapítsa meg, hogyan függ a rugó meghosszabbodása a reá akasztott súlytól. A felelő tanuló, akinek erről még

### XIII.

sohasem magyaráztak<sup>^</sup>, aki erre vonatkozó leckét még sohasem kapott, le fogja mérni a különböző súlyoknak megfelelő megfelelő meghosszabbodásokat, a menetrendhez hasonló táblázatba állítja mérésének adatait, készít róluk egy jelenségvonalat, megállapítja, hogy a jelenségvonal egyenes s ennek megfelelően a rugó meghosszabbodása a reá nehezedő súlyokkal egyenesen arányos. Meghatározza az arányossági tényező fizikai jelentését és értelmezi a rugalmassági együttható fogalmát. Teljesen a tanár belátásától függ, miként ossza be a megfigyelés és feldolgozás munkáját előadásszerű tanítás, a tanulókkal az óra alatti foglalkozás, illetve a gyakorlatok alkalmazásával. A feleltetés és a gyakorlatok e könyvnek a fentiekben vázolt használata mellett rendkívül könnyen kapcsolódnak a tanításhoz, mert magában a tanításban is ugyanazok az eljárások és módszerek érvényesülnek, mint a felelés közben, vagy a gyakorlatok alkalmazásával. A tanítást szervesen egészíti ki a felelés és a gyakorlatok munkája. Az utóbbi ne legyen mindig egy menetű, amikor azonos feladaton dolgoznak a tanulók, mert a nevelő oktatás érdekében kívánatos a kapott különböző eredmények összehasonlítása útján a tapasztalati törvényt közös munkával levonni.

Így az együttműködésből, az egymásra utaltságból és az eredmények kölcsönös megbeszéléséből már nemcsak a fizikai tanítás, hanem a *jellem- és a társadalmi nevelés* számára is jelentős értékek adódnak. Ránevelődik a tanuló arra, hogy pontosan végzett munkája az egész osztályközösség munkáját viszi előre s a rosszul teljesített munka hibás eredményeivel akadály a továbbhaladásnak azok számára is, akik jól dolgoztak. Ez a közös munka készíti elő a tanulókat arra, hogy a jelenségek nagy csoportjainak összefoglaló képét is közös megbeszélések keretében lehessen velük kialakítani. Az ilyen irányú munka betetőzése a természet helyes értelmezésén felépült *vallásos világnézet építése és elmélyítése*.

Természetesen a grafikus módszer csak akkor használható, amikor *menyiségi összefüggéseket tanulmányozunk*. Bár a fizika tanításában ezek a részek rendkívül fontos szerepet játszanak, azért vannak kizárólag *minőségi* jellegű területek is. Az ide tartozó jelenségeknek a tárgyalásánál fő célunk az élményszerűség biztosítása. Így pl. mindjárt, az I. fejezetben, mely a tantervnek megfelelően a csillagos ég látszólagos jelenségeinek áttekintése, oly módon választottuk össze az anyagot és állapítottuk meg a feldolgozás módszerét, hogy mindkettő minél többet tartalmazzon a tanuló közvetlen élményeiből. Mivel ma már a tanulók között is igen elterjedt a fényképezés, nemcsak fel- említünk, de tárgyalásaink kiindulásául veszünk oly fényképező eljárásokat, amelyeket a tanulók maguk is elvégezhetnek. Még oly elvont csillagászati adatokat is, mint az azimut és magasság, igyekeztünk szemléletessé és élményszerűvé tenni. A Nap napi

#### XIV.

pályájának megfigyelése egy pálca árnyékának változása útján. oly kísérlet, melyet egyszerűsége és könnyű elvégezhetősége folytán minden tanuló otthon is megcsinálhat.

Az élményszerűség fokozására törekedtünk más fejezetek alkalmas részében is. A fénytánban pl. a sötétkamra, a gömbtükrök és a hasáb tárgyalásánál. A mozgások leírásánál azzal, hogy a tárgyalások élére a tanulók által jól ismert és könnyen előállítható jelenség közvetlen tanulmányozását állítottuk. A mozgások elméleténél pedig az erő, a munka, a munkasebesség fogalmát a tanuló közvetlen élményeire igyekeztünk felépíteni. A hangtant szorosabb összefüggésbe hoztuk a zenével, a hőtant pedig a mindennapi és gyakorlati élet tapasztalataival és követelményeivel.

Az utasítások szellemében adunk teret a mennyiségtannak a tárgyalások folyamán. Az utasítások pl. azt mondják: „A mennyiségtan a függvénytan gondolkodás fejlesztésével támogatja a fizikus tanár munkáját.” Misem szolgálja jobban a mennyiségtanban megalapozott függvénytan gondolkodás fejlesztését, mint a grafikus módszer elvszerű és rendszeres használata. Az utasítások is rámutatnak arra, hogy a törvények kifejezésében nélkülözhetetlen a mennyiségtan nyelve, mint a legrövidebb, a legpontosabb és a legvilágosabb. Igénybe is vettük ezt a nyelvet úgyszólván állandóan. De óvakodtunk attól, hogy a mennyiségtan a megengedettnél nagyobb teret kapjon és ép ezért, bár az új mennyiségtani tanterv szerint a *differentiálszámítás* is belekerült a középiskola tanulmányi anyagába, elejtettük e számítás rendszeres használatát, jóllehet csábított reá a tárgyi kapcsolás elvének érvényesítése. Csak alkalmoszerűleg használtuk a mennyiségtan és fizika szempontjából egyaránt legjellegzetesebb esetekben. De ilyenkor sem hivatkoztunk a mennyiségtanban tanultakra, hanem a felmerült kérdést az infinitezimális számítás módszerével megoldottuk. így az ilyen rész egyformán lehet a mennyiségtani tanítás előkészítése vagy ismétlése.

Az Utasítások szerint a tanítás kárára a fizikai feladatok kidolgoztatása újabban háttérbe szorult s kívánatos volna a feladatok és pedig elsősorban a lényegükben fizikai feladatok kidolgoztatása. Tárgyalásaink jelentékeny része a jelenségek tanulmányozása közben fellépő fizikai jellegű feladatok megoldása s így teljesen megfelel az utasítások szellemének. Többször utaljuk a letárgyalt kérdésekhez hasonló feladatok megoldását, illetve jelenségek tanulmányozását a tanuló önálló munkája körébe.

Rendszeres feladatgyűjteményt adunk a könyvhöz. Ez a példatár is az Utasításokhoz és a könyv szelleméhez alkalmazkodva, nem csapán fizikai tárgyú mennyiségtani példákat tartalmaz, hanem fizikai jellegű feladatokat is nyújt. Ezzel anyagot szolgáltat a gyakorlatok számára is. A feladatokat fejezeten-

ként, a természetüknek megfelelő alábbi négy csoportra osztva adjuk:

*Fizikai jelenségekkel való foglalkozás.* Pl.: Csillagos ég fényképezése. — Függőleges pálca árnyékának megfigyelése. — Tiszta és kormozott üvegedényben levő folyadék lehűlésének megfigyelése, a hőmérséklet és az idő összefüggését kifejező jelenségvonalnak megállapítása.

*Fizikai adatok és állandók meghatározása:* Pl.: Másfél mp. lengési idejű fonálinga készítése. — A hang magasságának meghatározása. — Szemüveg dioptriájának megállapítása. — Tömeg, fajsúly, sűrűség mérése.

*Fizikai tárgyú számítási feladatok.* Pl.: Egy léghajó teherbíró képességének kiszámítása.

Magasabb *színvonalú feladatok*, kizárólag a fizika iránt különösen érdeklődők számára. PL: Hogyan mozog az egyenletesen haladó kocsik kerekének egy pontja. A jelenség előállítása és megfigyelése kerékpáron, a mozgás felvázolása, felbontása két egymásra merőleges összetevőre, az összetevő mozgások jelenségvonalai és egyenletei. (Egészen a mozgások leírása című fejezetben tanultaknak megfelelően.)

Mivel előtérbe állítjuk a jelenségekkel való foglalkozást, sokszor egészen részletes útmutatást adunk magának a jelenségnek előállítására és megfigyelésére. Erre különösen jellemző példa az egyenletes mozgás tárgyalásánál?; kezdetén a Mikolacsó kezelésének, vagy az optikai hasábra vonatkozó megfigyelésnek leírása. Az ilyen részek egyik célja az, hogy egy-egy ügyesebb tanuló gyakorlatok alkalmával ezeket a megfigyeléseket a könyv alapján esetleg már olyankor is elvégezhesse, amikor még a tanítás nem is foglalkozott a kérdéssel. Így a gyakorlat a tanítás előkészítésévé válik s a tanításban, mint kísérletező, bevonható az a tanuló, aki már foglalkozott a gyakorlatban a kérdéssel. Tapasztalásom szerint az ilyen munkát a tanulók rendkívül nagy érdeklődéssel kísérik, mert az ilyen munkában nem a lecke megtanulásának beigazolása áll előtérben, hanem az ismeretlen után kutató szellem lendülete érvényesül.

Termesztésen az ilyen és ezekhez hasonló részeket ismétléskor felesleges újratanulni. Részben ez az oka, hogy a II. kötet végén a középiskolai tanuló színvonalának megfelelő kis értekezések sorozatát adjuk az általános ismétlés és az érettségire való készülés számára. Úgy véljük, hogy ezzel is az Utasítások szellemében járunk el, melyek hangsúlyozzák, hogy az ismétlés nem merülhet ki csupán többszöri újratanulásban, hanem olyan új szempontok szerint kell azt összeállítani és vezetni, amelyek a részletek tanulásakor még nem állhattak rendelkezésre. Már itt jelezzük ilyen felesleges újratanulás helyébe lépő ismétlésnek szánt néhány fejezet

## XVI.

címet: A kerékpár fizikája. — Miként magyarázza meg a nap-közepű világrendszer az ég látszólagos jelenségeit. — Az idő-mérés elmélete és gyakorlati kivitele. — Fizikai törvények és egységek elnevezésében megörökített nevek és emberek. — A fizikai kutatás célja, eszközei és módszerei. — A természet-tan alkotta világkép vallásos elemei.

Ezek után cserkész-köszöntéssel leteszem könyvemet a magyar tanár és diák asztalára:

***JÓ MUNKÁT!***

Kőszeg, 1941. április hó.

*Arató István.*



## I.

# 1. A CSILLAGOS ÉG LÁTSZÓLAGOS JELENSÉGEINEK ÁTTEKINTÉSE.

### A csillagos ég.

A természetben végbemenő változások közül az égbolton tapasztalt jelenségek a legegyszerűbb ember figyelmét is felkeltik s évezredek óta már rendszeres tanulmányozás tárgyai. A falusi ember órája sokszor még ma is a nap járása s a tanulatlan pásztor is ismeri a csillagos ég legegyszerűbb jelenségeit. A csillagok mozgásának rendszeres megfigyelése pedig visszanyúlik a babiloniak évezredekkel ezelőtti letűnt virágzásának korába.

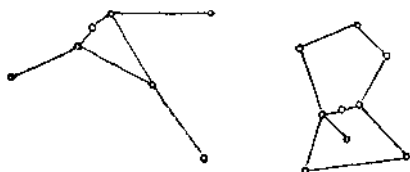
A csillagos égre vonatkozó megfigyeléseink legrégibb gyermekkorunkból származnak. Derült estéken szerzett tapasztalatainkból tudjuk, hogy a csillagok úgy tűnnek fel, mintha a felettünk lévő hatalmas félgömbalakú égen volnának, amelynek mi magunk a középpontjában állunk és amelynek szélét látóhatárunk alkotja. Ezek a csillagok mindig változatlan alakzatot mutatnak. Ezért a nép egy-egy feltűnőbb csoportjukat alakzatának megfelelő névvel látja el. Ilyen csillagcsoport a hét szép csillagból álló *Göncölszekér*, vagy *Nagygöncöl*. A régi görögök nagy kedvvel és képzelőerővel foglaltak össze egy-egy csillagcsoportot csillagképpé s a legkülönbözőbb neveket adva nekik, egy külön világ lakóinak megjelenését látták bennük.



1. kép. A *Nagyöncöl*, a *Kisöncöl* és a *Kassiopeia*.

A Göncölszekér két hátsó kerekét jelölő csillagot összekötve s a távolságot arra féle ötszörösen véve, amerre a szekér rúdja van, egy középfényes csillaghoz jutunk, mely egy hasonló alakzatnak, a kis Göncölnek egyik csillaga, még pedig a rúdjának vége. Külön neve is van: a *Sarkcsillag* (1. kép). A

Sarkcsillagot és a Nagyöncöl rúdjának középső csillagát összekötő egyenes irányában, a Sarkcsillag ellenkező oldalán és nagyjából olyan távolságra, mint a Nagyöncöl, egy W betű



2. kép. Két nem-sarkkörűli csillagzat. A Sas és a Kaszás.

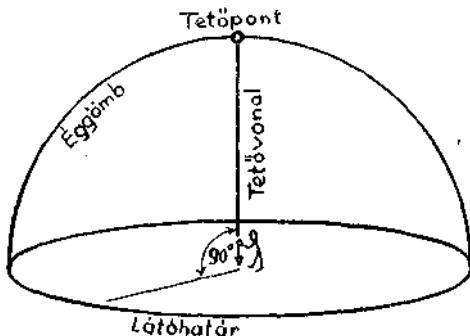
alakot mutató fényesebb csillagcsoportot látunk, ez a *Kassiopeia*. Könnyen megtalálható szeptember hónapban, ha este nyolc óra tájban dél felé nézünk, a *Sas* nevű csillagzat. Még szebb csillagcsoport a februárban hasonló helyen és időben látható *Kaszás*, tudományos nevén *Orion* (2. kép),

Így egyik csillagkép után a másikra áttérve megismerhetjük a többi fontosabb csillagzatokat is. Mindenki ismeri még a *Tejutat*, mint az égnek egy olyan hosszában elhúzóódó részét, amelyen különösen sok csillagot látunk.

Mindezeknek a csillagoknak egymáshoz viszonyított helyzete évezredek alatt sem változik észrevehetően. Olyanok, mintha az égboltra volnának rögzítve. Ezért *állócsillagoknak* nevezzük őket.

### Tájékozódás és helymeghatározás a csillagos égen.

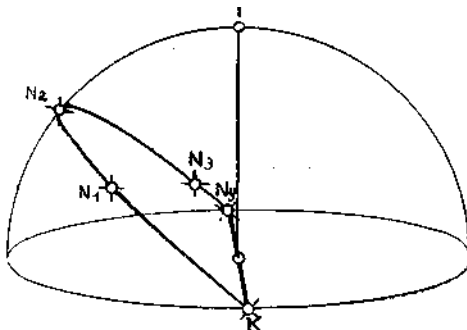
A csillagos ég látszólagos jelenségeinek áttekintése érdekében pontosabb tájékozódás számára a főbb pontokat, vonalakat és síkokat meghatározott névvel jelöljük meg. Az észlelésünk helyén tartott függő ón kijelöli a függőleges irányt (3. kép). Az égnek azt a pontját, amelyben az észlelés helyén emelt függőleges az éggömböt metszi, *tetőpontnak*, (*zenitnek*), magát a függőlegest *tetővonalnak* hívjuk. A tetővonalra a szemlélő helyén merőlegesen fektetett sík az éggömböt a látóhatárban metszi. A látóhatárnak azt a pontját, amelyben a nap márc. 21-én, a napégyenlőség napján felkel, a látóhatár keletpontjának, röviden keletnek nevezzük (4. kép K). Az a pont pedig, ahol a nap márc. 21-én lenyugszik, a látóhatár nyugati pontja, röviden nyugat. A tapasztalás szerint a látóhatár keleti és nyugati pontját (K és Ny) összekötő egyenes keresztül megy az észlelő helyén, a látóhatár középpontján. A csillagos égnek azt a pontját, amelyen



3. kép. A tetővonal kijelölése.

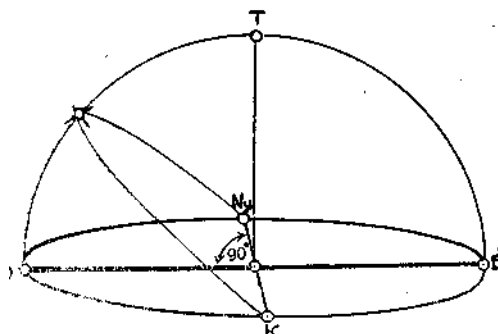
a nap márc. 21-én napkeltekor látszik, tavaszi napéjgyenlőségi pontnak hívjuk.

Ha a kelet- és nyugatpontokat összekötő egyenesre a szemlélő helyén a látókör síkjában merőlegest rajzolunk, ez az egyenes újabb két pontban metszi a látóhatárt. Azt a metszési pontot, amely arrafelé van, ahonnan a nap délben süt, délpontnak, röviden délnak, a másikat északnak nevezzük (5. kép). Maga az egyenes az illető hely délvonala. A délvonalon a látóhatárra merőlegesen álló sík az éggömböt a tetőponton átmenő legnagyobb gömbkörben metszi. Ez a kör az észlelő helyéhez tartozó *délkör*.



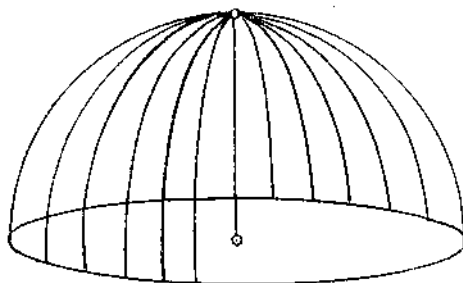
4. kép. A kelet- és nyugatpontok kijelölése.

A nap délben, amikor a látóhatár felett legmagasabban látszik, éppen a délkörön halad át napi mozgása közben. Röviden azt mondjuk: delei. Általában minden csillag akkor delel, amikor a délkörön van.



5. kép. Az észak- és délpontok kijelölése.

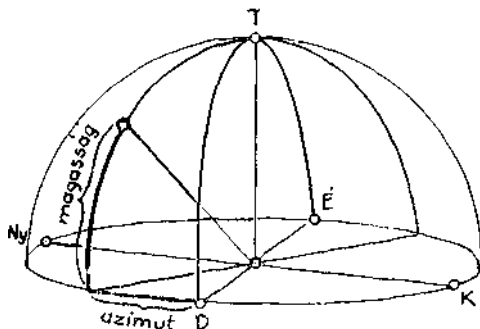
A tetővonalon átmenő minden sík az éggömböt a látóhatárra merőleges körben metszi. Ezeket a köröket *tetőköröknek* hívjuk (6. kép). A délkör tehát egy különleges tetőkör. A tetőkörök alapján bármely csillag helyét az égen két szöggel határozhatjuk meg (7. kép). Az egyik szög, amelyet a csillag *magasságának*



6. kép. Tetőkörök rendszerének egy része.

nevezünk, megadja, hogy a csillag a rajta átmenő tetőkörön mérve milyen magasan van a látóhatár felett. A másik szög pedig, amelyet *azimutnak* hívunk, azt fejezi ki, hogy a csillagon átmenő tetőkör síkja mekkora szöget zár be a délkör síkjával. Az azimutot, mint szöget, déltől nyugat felé számítjuk.

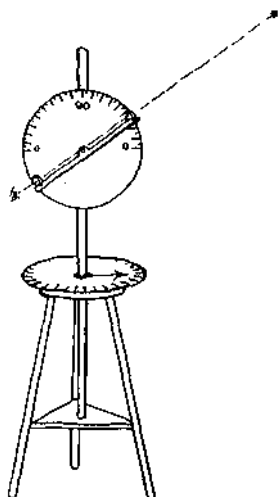
Az azimutról és a magasságról, mint a csillagok helyét meghatározó adatokról a következő módon alkothatunk magunknak szemléletes fogalmat. Válasszunk ki egy jó feltűnő



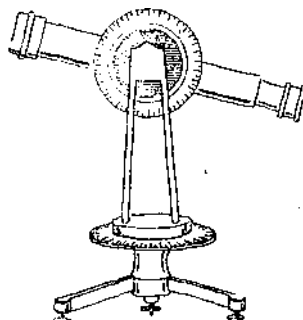
7. kép. A csillag helyének meghatározása a látóhatár felett nyugvónak képzett éggömbön.

csillagot, amelynek azimutját és magasságát akarjuk megsejmlélni. A csillag helyével nem törődve, álljunk fel pontosan dél felé. Ezután sarkunkon jobbfelé forduljunk el addig, míg a csillagot — fejünket sem jobbra, sem balra nem fordítva, legfeljebb kissé hátrahajtva — magunk előtt látjuk. Az elfordulás szöge a csillag azimutja. Emeljük ezután kinyújtott jobbkarunkat annyira, hogy a kiválasztott csillagot a karunk irányában lássuk. Karunk és a vízszintes bezárta szög mutatja a csillag magasságát. Ha megfigyelésünket

pontosabbá akarjuk tenni, készítsük el a 8. képen látható eszközt, amelyen két egymásra merőleges körosztályzaton már fokokban is leolvashatjuk az azimutot és a magasságot.

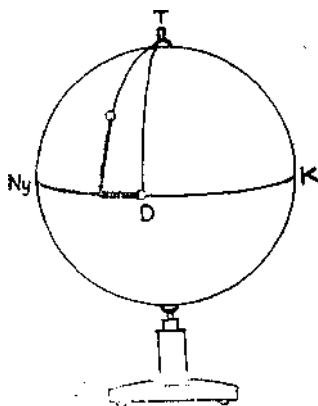


8. kép. Azimut és magasság meghatározása egyszerű szerkezettel.



9. kép. Teodolit az azimut és magasság pontosabb meghatározására.

Az azimut és magasság pontos meghatározására alkalmas a teodolit nevű műszer, amelyet földméréseknél szoktak használni (9. kép). Egy távcsőből áll, mely egy vízszintes és egy függőleges körosztályzat mentén forgatva, ráállítható pontosan a kiválasztott csillagra. A vízszintes körosztályzaton az azimut, a függőlegesen a magasság olvasható le.

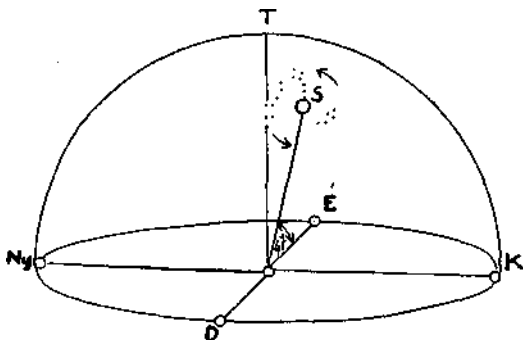


10. kép. Azimut és magasság az éggömbön.

A csillagok helymeghatározó adatai az azimut és a magasság alapján elkészíthető a Földgömbhöz hasonlóan az Éggömb kicsinyített mintája is, a megfelelő helyekre rajzolt csillagokkal (10. kép). A csillagos éggömbnek egyes részeit egy-egy sík lapra is levetítik s így kapják a csillagtérképeket, amelyek segítségével könnyen megtalálhatjuk a két Göncölszekérből kiindulva, a többi csillagzatokat is.

### Az álló csillagok napi látszólagos mozgása.

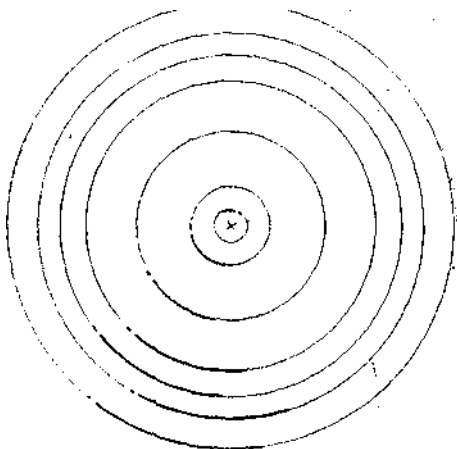
Az álló csillagok, bár egymáshoz viszonyítva mindig ugyanabban a helyzetben vannak, mégis különböző időben megfigyelve, az ég más és más helyén látszanak. Egyszer magasabban, közel az ég fejünk feletti részéhez, máskor meg egész alatt, nem sokkal a látóhatár felett. Kivételt képez a Sarkcsillag, amelyet mindig ugyanazon a helyen találunk meg, észak felé fordulva, a látóhatár felett Budapesten  $47\frac{1}{2}^\circ$ -nyi magasságban (11. kép). A Sarkcsillag megközelítőleg rajta van a szemléltető helyének délkörén, azimutja tehát közel  $180^\circ$ , magassága  $47^\circ$ . Ha fényképezőgéppünket ráállítjuk a Sarkcsillag tájékára és 3 óráig, vagyis egy nyolcad napig exponálunk, a



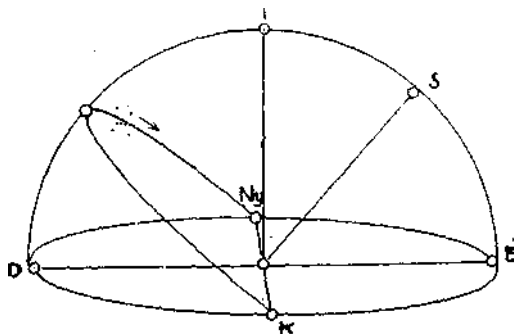
11. kép. A sarkkörüli csillagok látszólagos mozgása a Sarkcsillag körül.

csillagok képei a Sarkcsillag képéhez közeli pont, a sarkpont körül  $45^\circ$ -os ívet, nyolcad köröket írnak le a fényképezőlemezre (12. kép). Egész napi látszólagos pályájuk ennek megfelelően egy teljes kör, melynek síkja merőleges a sarkpontot a szemléltető helyével összekötő egyenesre. Ezt az egyenest *világtengelynek* nevezzük. Az égboltnak a világtengelykörüli forgása miatt látszik a Göncölszekér s általában minden csillag hol magasabban a látóhatár felett, hol alacsonyabban. A csillagok egy része e napi mozgás közben állandóan a látóhatár felett van. Nappal csak a nap vakító fénye miatt nem láthatók.

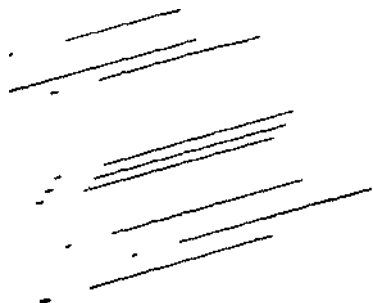
Ezek a sarkkörüli csillagok. Másoknál a körpályának csak egy része van a látóhatár felett. Ezek a látóhatáron egy meghatározott időben úgy bukkannak fel, mint a felkelő nap s a látóhatár felett lévő íven mozogva, amikor a szemlélő helyének délkörén mennek át, eléri a legmagasabb pontjukat, ezután a látóhatárhoz közelednek és megfelelő idő elteltével a látóhatár alá buknak, mint a lenyugvó nap (13. kép). Ilyenek pl. a Sas és a Kaszás csillagai. A Sas csillagai szeptember hónapban, a Kaszás csillagai február hónapban, esti 8



12. kép. Sarkkörüli csillagok látszólagos mozgása fénykép alapján. A pontok a Kisebrcöl csillagainak képei 1 perces, a  $45^\circ$ -os ívek e csillagok képei 3 órák kinttartással, a vékony vonalak pedig ezek kiegészítő ívei egy teljes körre.



13. kép. A Kaszás látszólagos mozgása a világtengely körül.

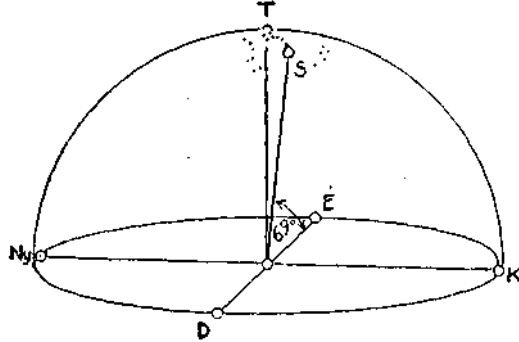


14. kép. A Kaszás látszólagos mozgása fénykép alapján. A rövid vonalak csillagok képei 1 perces, a hosszú vonalak 60 perces kinttartással.

óra tájban delelnak s így ekkor délfelé fordulva, jól láthatók. Közel  $90^\circ$ -ra vannak a Sarkcsillagtól s ezért igen nagy köröket írnak le, melyeknek az egy órai kinttartással fényképezett rövid darabjai egyenes vonalakban jelennek meg a fényképezőlemezen (14. kép).

### A sarkmagasság a Föld különböző helyein.

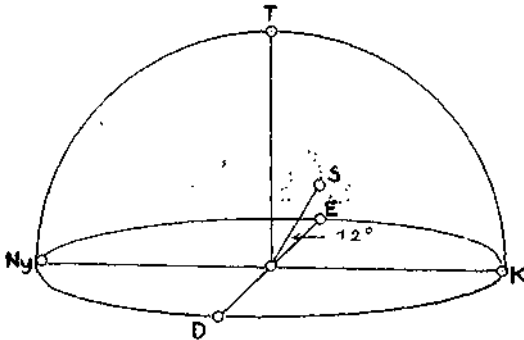
A Föld különböző helyein az égboltozat csillagainak ez a mozgása némi változást mutat. Észak felé haladva, a Sarkcsillag magassága egyre nagyobb, a világtengely a látóhatár síkjával nem  $47^\circ$ -ot, hanem ennél nagyobb szöget zár be. Egyre merőlegesebben áll a látóhatár síkjára s ennek folytán a sark-körűli csillagok vidéke növekszik (15. kép). Magán az északi sarkon a Sarkcsillag, illetőleg a sarkpont pontosan a fejünk felett látszik s az égboltozat forgási tengelye merőleges a látóhatár síkjára. Az egész északi éggömb állandóan látható.



15. kép. A Sarkcsillag és a körülötte lévő csillagok látszólagos helye Tromsőben (Norvégia).

Nincs felkelő és lenyugvó csillag, mert mindegyik napi sark-körűli látszólagos mozgása közben a látóhatárral párhuzamos köröket ír le.

Ép ellenkezőt tapasztalnak azok, akik a mi vidékünkhöz képest délebbre utazva szemlélik a csillagos eget. A Sarkcsillag egyre közelebb látszik a látóhatárhoz, az égboltozat látszólagos mozgásának forgási tengelye egyre kisebb szöget zár be



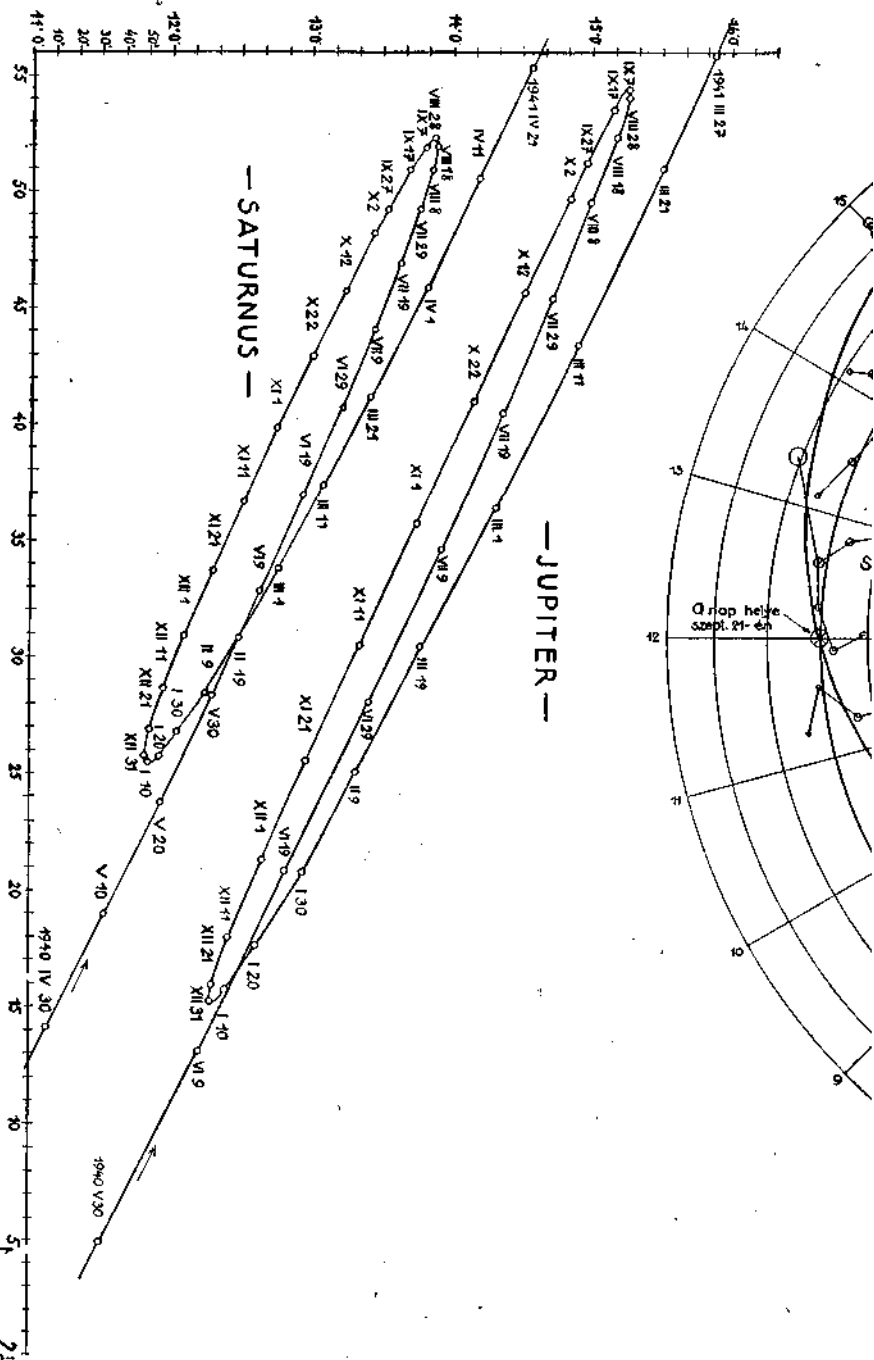
16. kép. A Sarkcsillag és a körülötte lévő csillagok látszólagos helye Adenben.

a látóhatár síkjával. A mindig látható csillagok száma egyre csökken, mindig több és több csillag válik felkelő és lenyugvó csillaggá (16. kép).

Magán az egyenlítőn a Sarkcsillag magassága megközelítően 0. Állandóan látható sark-körűli csillagok nincsenek. Minden csillag csak a nap egy

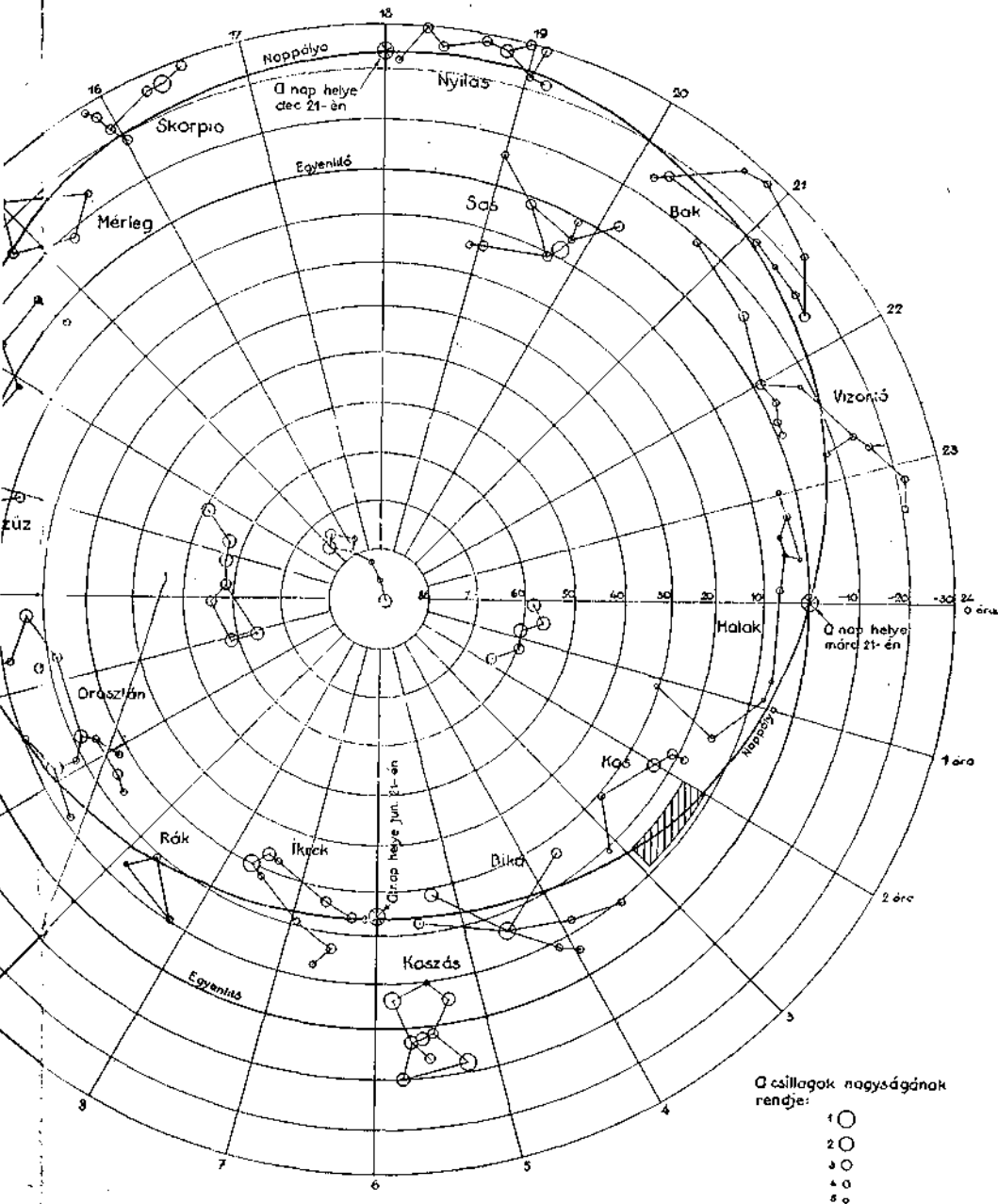
részében van a láthatár felett, valamennyi naponként felkel és lenyugszik.

Tovább haladva a Földön délfelé, a Sarkcsillag a körülötte lévő csillagokkal a látóhatár alatt eltűnik és soha nem látható



22. kép. A Jupiter és Saturnus látszólagos évi pályája az 1940–41. évi hosszú ideig tartó találkozásuk idején. Az ének azt a helyét, ahol ez a találkozás történt a 25. képen bevonalkázott jelöltük meg. Ilyen találkozás nagyon ritka, legközelebb 2238–39-ben lesz. A vízszintes tengelyen az egyenes emelkedés van, a függőlegesen az elhajlás. A pályák mellett a számok hónapokat és napokat jelentenek. (Dr. Kulán György rajza).





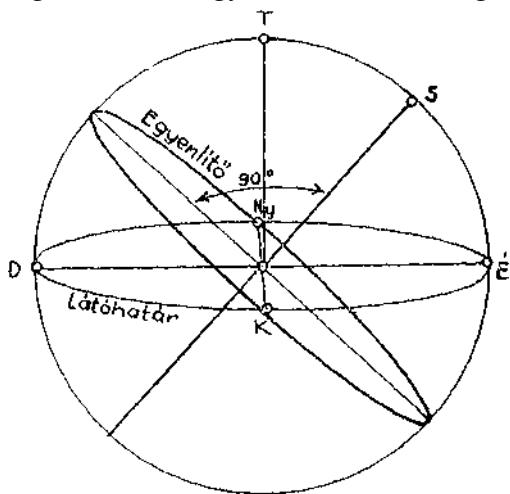
25. kép. A csillagos ég térképe azokkal a csillagokkal, amelyek az első fejezetben előfordulnak. A Kos csillagzat közelében bevonalkázott négyszög a Jupiter és Saturnus 1940–41. évi találkozásának a helye. Lásd a 22. képet.

Az ég ellenkező peremén, tehát délen, olyan csillagképek jelennek meg, amelyek az égboltozat egy pontja, a déli sark körül ép úgy forognak, mint az északi félgömbön látható csillagok egy része az északi sark körül. Az egyenlítőtől dél felé távolodva ez a déli sarkpont egyre emelkedik, az égboltozat forgási tengelye egyre nagyobb szöget zár be a látóhatár síkjával. Mindig több állandóan a látóhatár felett mutatkozó csillag jelenik meg, amelyeket déli sarkkörű csillagoknak nevezünk. Magán a déli sarkon az ég forgási tengelye ismét merőlegesen áll a látóhatár síkjára s a csillagok a látóhatárral párhuzamos köröket írva le, mindig a látóhatár felett vannak.

A Föld északi és déli sarkán látható két félgömbből tevődik össze az egész Éggömb, amelynek a Föld egyes helyein mindig csak a látóhatár feletti része látható.

### Helymeghatározás a forgó éggömbön.

A csillagoknak a világtengelykörüli látszólagos forgása miatt az egyes csillagok azimutja és magassága folyton változik. De még a napi látszólagos forgást nem tekintve is, a Föld északabbra vagy délebbre fekvő helyein a Sarkcsillag magassága és ezzel együtt a többi csillag magassága is különböző.

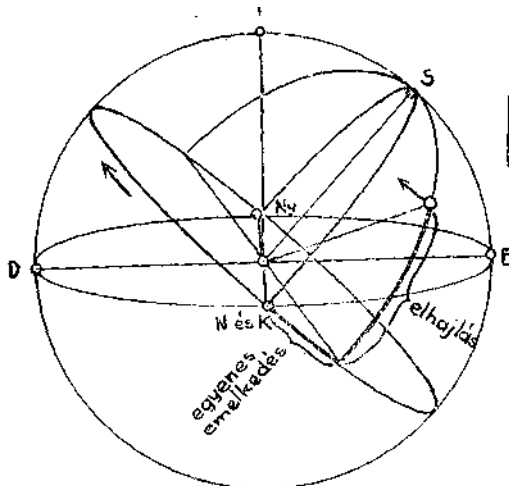


17. kép Az égi egyenlítő.

világtengelyre merőleges (17. kép). Ezt a kört égi *egyenlítőnek* hívják. A világtengelyen átmenő valamennyi sík az egyenlítő síkjára merőleges és az éggömböt az egyenlítőre merőleges körökben metszi. Ezeket a köröket délköröknek nevezzük. A csillag helyének meghatározására (18. kép) megadjuk, hogy a csillagon átmenő délkörön mérve, milyen magasan van a csillag az egyenlítő felett, ez az *elhajlás* szöge, és megmondjuk, milyen szöget zár be a délkör síkja a tavaszi napéjegyenlőségi

Kíváncsi ezért a csillagok olyan helymeghatározása is, amely a megfigyelés idejétől és helyétől független. A sarkmagasságok különbözőségét azzal küszöbölhetjük ki, ha a tetővonal helyett a világtengelyt tesszük a helymeghatározás kiindulásává. Ennek megfelelően a látóhatár szerepét az éggömbön az a kör veszi át, amelynek síkja a szemlélő pontján megy át és a

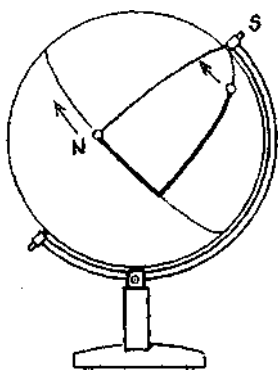
ponton átmenő délkör síkjával. Ezt az utóbbi szöget a csillag *egyenes emelkedésének* nevezzük s a Sarkcsillagról nézve a tavaszi napéjegyenlőségi ponttól az óramutató járásával ellenkező irányban számítjuk. Mivel a napéjegyenlőségi pont ép úgy résztvesz az églátszólagos mozgásban, mint maga a csillag, az egyenes emelkedés független az időtől (19. kép). De az elhajlás is független az időtől, mert az egyenlítő síkja, merőleges lévén a világtengelyre, a világtengelykörüli forgása közben saját síkjában mozdul el és így forgása közben az elhajlás nem



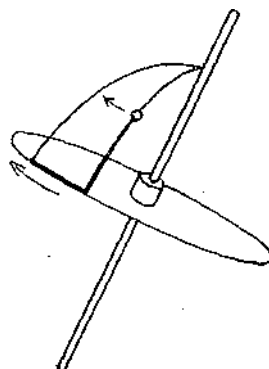
18. kép. A csillag helyének meghatározása a világtengely körül forgó éggömbön. N tavaszi napéjegyenlőségi pont az éggömbbel együtt forog, de március 21-én napkeltekor, amely pillanatra a kép vonatkozik, ép a lálóhatár K keletpontján halad át.

változik meg. Az égi egyenlítőnek a saját síkjában való forgását jól szemléltethetjük a 20. képen látható kis szerkezettel, amelyet mindenki maga is könnyen elkészíthet s amely a tengely körül forgatva szemlélteti, hogy az elhajlás és egyenes emelkedés a forgás közben nem változik.

A csillagok itt ismertetett helymeghatározását *egyenlítői rendszer* szerinti meghatározásnak hívják.

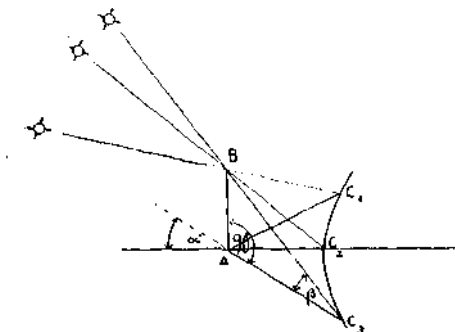


19. kép. Egyenes emelkedés és elhajlás az éggömbön.



20. kép. Az egyenlítő és egy csillag világtengely körüli forgásának szemléltetése.

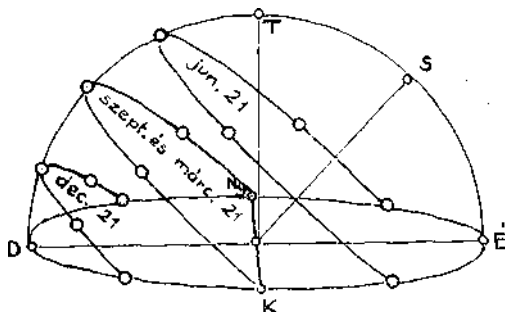
Az árnyékvonalnak az észak-déli iránnyal alkotott szöge pedig déltől nyugat felé mérve a megfelelő azimut. Ha a pálca hossza  $p$ , az árnyéka  $a$ , akkor  $p = a \operatorname{tg} b$ , ahol  $b$  a magasságot jelenti. Oráról-órára kimérve a magasságot és az azimutot, egy gömbfelületre könnyen rárajzolhatjuk a Nap megfelelő helyzeteit.



23. kép. A nap árnyékának megfigyelése. AB a pálca, AC<sub>1</sub>, AC<sub>2</sub>, AC<sub>3</sub> a pálca árnyéka reggel, délben és este.

Az így kapott helyeket egy vonallal összekötve, megkapjuk a Nap látszólagos pályáját. Tanulságos a megfigyelést az év különböző napjain elvégezni. Az eredmények összehasonlításából megállapítható, hogy márc. 21-én a Nap az égi egyenlítőn végzi napi mozgását, hogy márc. 21-től szept. 21-ig az északi félgömbön, az egyenlítővel párhuzamos körökön, szept. 21-től márc. 21-ig ugyanígy, de a déli félgömbön.

Miként a bolygók, a Nap is változtatja helyét az állócsillagok között az év folyamán. Eltérőleg azonban a bolygóktól, látszólagos évi pályája, vagyis az állócsillagok gömbjén azoknak a helyeknek az összessége, melyeken naponként megjelenve végzi napi mozgását, rendkívül egyszerű. Egy olyan kör, mely az ég egyenlítőjével 23° 30'-es szöget zár be. A Nap soha nincs a nagy vagy kis Göncöl tájékán. Ha ilyen sarkkörű csillag lenne, állandóan látszana. Azok a csillagképek, melyek tájékán a Nap az év egy-egy hónapján keresztül látszik, a következők:



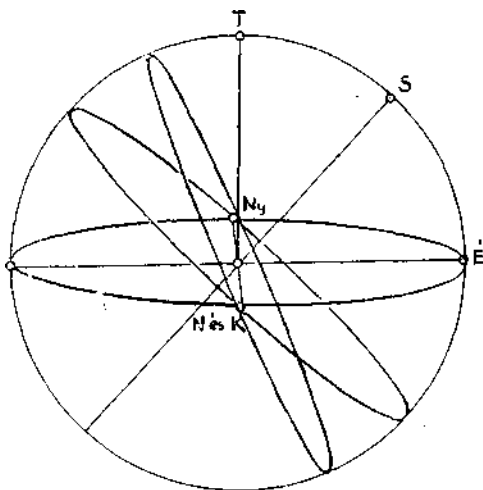
24. kép. A Nap pályája december 21-én, szept. és márc. 21-én, valamint jún. 21-én.

Kos, Bika, Ikrek, Rák, Oroszlán, Szűz, Mérleg, Skorpió, Nyilas, Bak, Vízöntő, Halak.

Mivel ezek a csillagképek legnagyobbbrészt állatokról vannak elnevezve, az égnek azt a részét, melyet elfoglalnak, *állatövnek* nevezik. Tehát a Nap látszólagos évi mozgása közben nem a sarkkörű csillagok között jelenik meg napról-napra más és más helyen, hanem az állatövben (25. kép).

A Nap évi pályájának az állócsillagok közt húzódó vonalát *ekliptikának* nevezik.

Az év különböző hónapjaiban a Nap majd hosszabb, majd rövidebb ideig van az égen egy-egy 24 óra alatt. Innen vannak nyáron a hosszú nappalok és rövid éjszék s télen megfordítva. Ez azt jelenti, hogy nyáron a Nap az éggömbön a Sarkcsillaghoz közelebb látszik, télen távolabb. A kettő közötti átmenetet azok a napok képezik, mikor a nappalok és éjszék egyenlők, márc. 21-én és szept. 21-én. Ilyenkor a Nap a látóhatár felett nontosan egy oly félkört ír le nappal az égen, amelynek minden pontja az éggömbön a sarkponttól  $90^\circ$ -ra van.



26. kép. A látóhatár, egyenlítő és ekliptika helyzete március 21-én napkeltekor. K kelet-pont a láthatáron. N tavaszi napéjegyenlőségi pont a forgó éggömbön van.

A Nap évi látszólagos pályája, az ekliptika, tehát egy olyan kör az égboltozaton, amely az égi egyenlítőt márc. 21. és szept. 21. napoknak megfelelő két pontban metszi s a nyári hat hónapnak megfelelő része az éggömb északi, a téli hat hónapnak megfelelő része az ég déli félgömbjén húzódik.

A Nap járásában is érdekes változás mutatkozik, ha a Földön észak felé haladunk. A nyári nappalok egyre hosszabbak lesznek, a téliek pedig rövidebbek. Az északi sarkhoz közeli vidéken a jún. 21-i nappal 22–23 órára nő, s a leg-rövidebb nappal dec. 21-én, csak 1–2 óráig tart. Június 21-én alig, hogy lenyugszik este 11 óra után s már éjfél után ismét felkel. Ez az északi vidéken *éjfél napnak* nevezett jelenség.

A Napnak az évi látszólagos mozgásával függ össze a tavasz, nyár, ősz és tél váltakozása.

### A csillagos ég ritkább jelenségei.

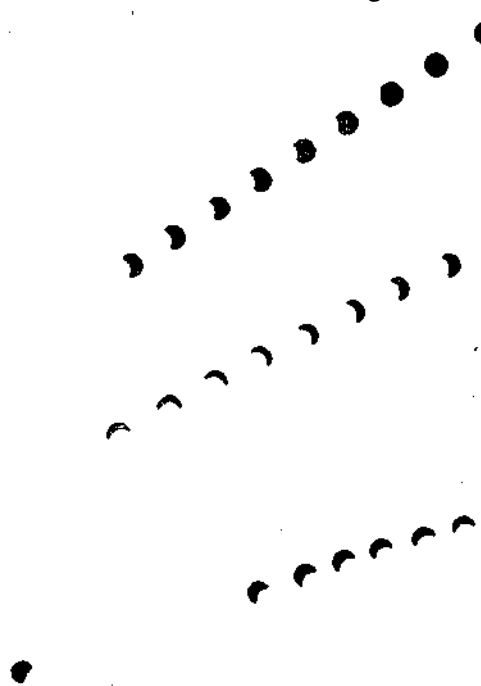
Ezek mellett a naponként, hónaponként és évenként megismétlődő és így jól ismert jelenségek mellett vannak rendszertelenül, vagy igen ritkán feltűnő s ezért az emberek érdeklődését különösen lekötő égi jelenségek is.

Ilyenek a *hulló csillagok*, a világűrből a Földre eső vas- és kődarabok, amelyek a levegővel való súrlódástól felmelegszenek, izzásba jönnek s ezért egy hirtelen fényes vonalat írnak

le az égen. Olyanok, mintha egy-egy csillag hullana alá.

Másik ritka jelenség egy-egy új csillagnak, *üstökösnek* feltűnése az égen, sokszor farokszerű, világító csóvával. Az ilyen üstökösök megjelenésük után ismét eltűnnek az égről, némelyek soha többé nem válnak a Földön lakók számára láthatóvá, mások pedig évek multával visszatérnek.

A ritkább égi jelenségek közül különösen érdekesek a *Nap-és Holdfogyatkozások*. Ugy tűnnek fel, mintha a Nap, illetőleg a Hold elé egy átlátszatlan sötét korong húzódna s azt többé-kevésbé elfödne. Ha csak részben sötétedik el a Nap, illetőleg a Hold tányérja, akkor részleges Nap-, illetőleg Holdfogyatkozásról beszélünk. Ha esetleg az elsötétülés az egész korongra



27. kép. Napfogyatkozás. Dr. Visnya Aladár közönséges fényképező géppel készült felvétele után. Az alsó sor felhősödés miatt hiányos.

kiterjed, akkor teljes a Hold-, illetve Napfogyatkozás. Ez a jelenség néhány óráig szokott tartani. A Napnál megtörténhetik, hogy közben beáll egy olyan helyzet, amelyben a Nap középső része egy kör alakú sötét foltta változik, míg széle világít. Ezt a meglehetősen ritka jelenséget hívják gyűrűs napfogyatkozásnak. Nagyobb mértékű napfogyatkozások ideje alatt, amikor erősebb elsötétedések lépnek fel, láthatóvá válnak a csillagok, amelyek nappal is az égen vannak, a Nappal együtt forognak a világtengely körül és csak a Nap erős fénye miatt nem láthatók.

### A csillagászat mint tudomány.

A csillagos ég jelenségeinek megismerése közvetlen tapasztalás és megfigyelés útján történik. A jelenségek rendszeres megfigyeléséből alakult ki a csillagászat tudománya.

A tudományos értékű megfigyeléseket a csillagvizsgáló-intézetekben végzik. Két ilyen intézetünk van, Ógyallán és Budapesten. Az ógyallai *Konkoly-Thege Miklós* jeles csillagászunk magántulajdona volt, aki intézetét a magyar nemzetnek adományozta.

## II.

# GEOMETRIAI FÉNYTAN.

### 2. A fény egyenesvonalú terjedése.

A testeknek egyik igen sajátos tulajdonsága, hogy láthatók. Némelyik, mint pl a Nap, a tűz lángja, az izzó parázs, közvetlenül önmagában látható. Az ilyen testeket világító testeknek, vagy *fényforrásoknak* nevezzük. A legtöbb test azonban csak akkor válik láthatóvá, ha ilyen világító test van jelen.

A világító testeket a belőlük kisugárzó fény, a nem világító, más szóval sötét testeket az általuk visszavert fény szemünkben keltett hatása révén látjuk.

#### A fény terjedése.

A világító testek minden oldalról láthatók, tehát minden irányba bocsátanak ki fényt. Ha azonban szemünk és a világító test közé vastag papírt vagy fémlamezt helyezünk, a fényforrást nem látjuk.

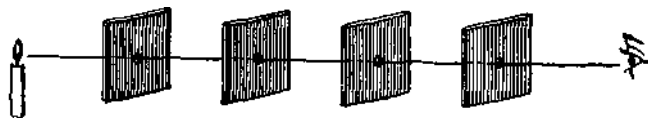
Vágjunk a fényt elfedő lemezen egy kis nyílást. Ezen keresztül a gyertya lángját csak akkor látjuk, ha a láng, a



28. kép. Fényforrás megfigyelése egy átlátszó lapon vágott kis nyíláson keresztül.

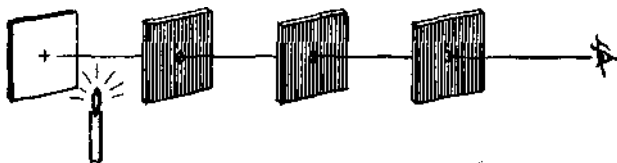
nyílás és szemünk egy egyenesben vannak (28. kép). Egy második, harmadik, negyedik ugyanilyen, lemezt közbeiktatva csak akkor látjuk a gyertyát, ha a nyílásokat ennek az egyenes-

nek mentén helyezzük el (29. kép). Ha a gyertya mellett cérnaszálát erősítünk meg s a lemezek nyílásain keresztül a gyertyából kiinduló fénynyaláb mellett egészen a szemünkig kihúzzuk, a következő tapasztalathoz jutunk: Akármilyen irányban állítottuk fel a lemezeket, a fénynyaláb mindig az egyenesre kifizített cérnaszál mentén halad. *A fényforrás minden irányban fényt bocsát ki magából és a fény minden irányban egyenes vonalban terjed.*



29. kép. Fényforrás megfigyelése több átlátszatlan lapon vágott kis nyílásokon keresztül.

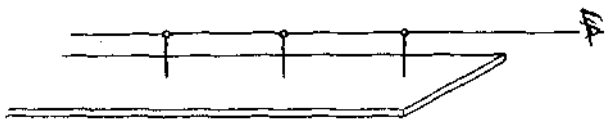
Hasonlóak a viszonyok valamely sötét test által visszavert fény esetében is (30. kép).



30. kép. Megvilágított test megfigyelése több átlátszatlan lapon vágott kis nyílásokon keresztül.

Egymást elfedő gombostűk is alkalmasak a fénynyaláb menetének kijelölésére (31. kép).

Keskeny fénynyalábot röviden *fény sugarának* nevezünk.



31. kép. Egymást elfedő gombostűk is mutatják a fény egyenesvonalú terjedését.

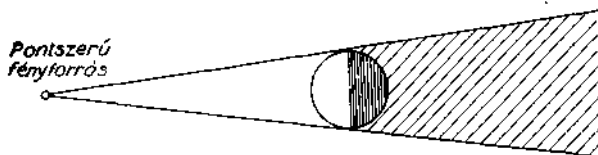
### Átlátszó, átlátszatlan és áttetsző testek.

Vannak olyan testek (üveg, víz stb.), amelyek a fényt csaknem csökkentés nélkül átbocsátják. Ezek az *átlátszó testek*. Mások, pl. a fémlemezek, a fényt nem bocsátják át, tehát *átlátszatlanok*. A vékony világos papír átmenetet képez a kettő között, keresztül ugyan nem lehet rajta látni, mint az üvegen, de azért bocsát át fényt. Az ilyeneket nevezzük *áttetsző testeknek*. Ilyen test pl. a homályos, vagy tejüveg is. Nagy vastagság esetében az átlátszó testek is átlátszatlanokká válnak s az átlátszatlan testek vékony lemezei is lehetnek legalább áttetszők.

### Árnyék.

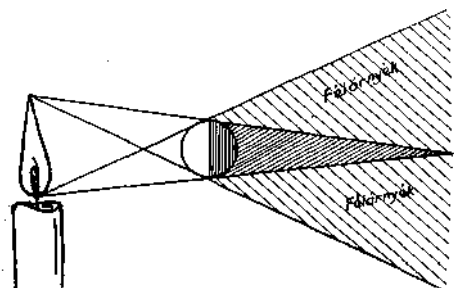
Mivel a fény egyenes vonalban terjed, az átlátszatlan testek mögött sötét tér, *árnyék* keletkezik. Az árnyék alakja a világító test és az árnyékot vető test nagyságától és kölcsö-





32. kép. Árnyék keletkezése pontszerűnek tekintett fényforrásnál.

nös helyzetétől függ. Ha a világító test pontszerű (32. kép), az árnyék széle éles, ha pedig a fényforrás kiterjedt, az árnyék



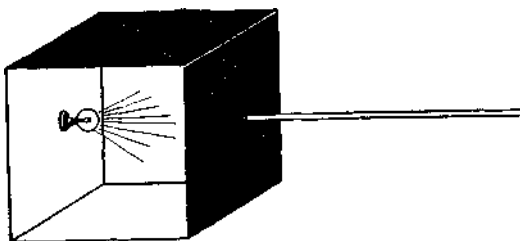
33. kép. Teljes és félszárnyék keletkezése.

széle részben megvilágított félszárnyék (33. kép). Az árnyék tehát térbeli alakzat és amit mi közönségesen árnyéknak nevezünk, az csupán ennek a térbeli alakzatnak síkmet-szete.

Tanulságos egy világító gömb esetében egy másikat, sötét gömb árnyékának megfigyelése és le-rajzolása.

### A sötétkamra.

A fény egyenesvonalú terjedését jól megfigyelhetjük, ha a fényforrást körülzárjuk és csak egy kis nyíláson, esetleg két

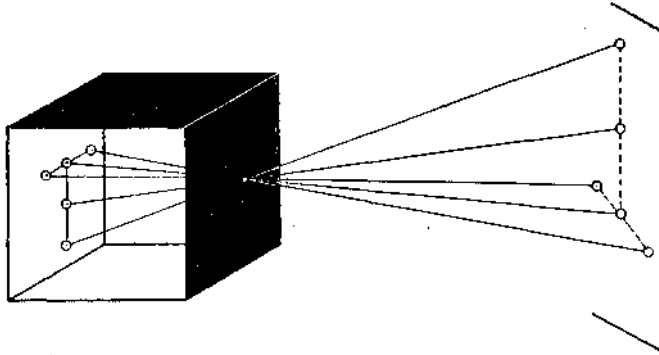


34. kép. Körülzárt fényforrás tereből kilépő fénynyaláb.

egymás mögötti nyíláson engedjük ki fényt sötét szobába (34. kép). A fénynyaláb a levegőben lévő kis porszemeket megvilágítja s így láthatóvá válik az egyenesvonalú terjedés. Előnyös a kísérlethez füstöt használni.

Ha a fényforrás tagozott alakú, pl. apró lámpákból összeállított betű (35. kép), a fény egyenesvonalú terjedése folytán a sötét szoba falán a betű fordított alakját látjuk.

Ugyanez a jelenség észlelhető akkor is, ha a villanylámpa fényét egy rajzlappal elzárjuk (36. kép) s csak a lapon hagyott kis nyíláson engedjük át. Az asztalon, vagy padlón megjelenik fordított helyzetben a lámpa világító szála. Hasonló módon



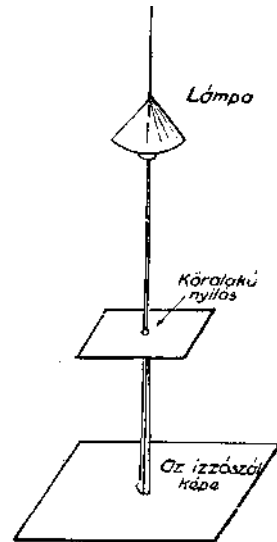
35. kép. Körülzárt tagozott fényforrás teréből kilépő fénynyalábok a külső sötét térbe kívülítik a fényforrás alakját.

keletkezik a földön a Napnak sok kör-alakú képe a lombos fák alatt, a levelek között maradt kis nyílások révén.

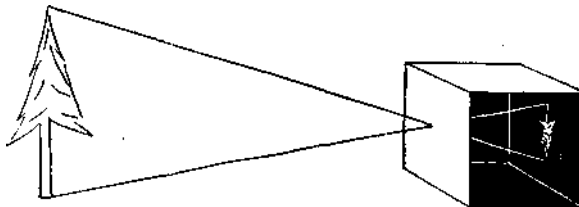
Az olyan szobát, teret, amelybe csak egyetlen kis nyíláson át juthat be fény, *sötétkamrának* (*camera obscura*) nevezzük.

Szobánkat nemcsak a fényforrás körülzárásával, hanem úgy is sötétkamrává alakíthatjuk, hogy a külső fényt csak egyetlen nyíláson bocsátjuk be a szobába. Ebben az esetben a külső tárgyak képe fordított helyzetben jelenik meg a nyílással szemközi falon.

Szoba helyett egy kis doboz is sötétkamra, ha abba csak egyetlen kis nyíláson juthat be a fény (37. kép). Ha egy ilyen sötét doboznak a nyílással szemközi falára fényérzékeny lemezt helyezünk, ezen megrögzíthetjük a nyílás előtt lévő tárgyak képét. Ez a leg-egyszerűbb fényképező készülék.



36. kép. Villanykörte izzószálának vetítése keskeny nyíláson át.



37. kép. Képetkezés sötét kamrában.

### 3. Fényvisszaverődés, sík- és gömbtükrök.

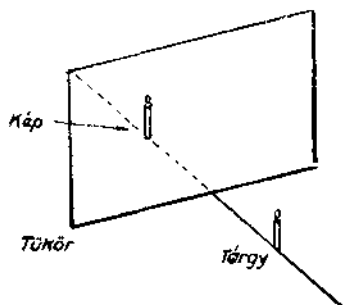
#### Fényszóródás és tükrözés.

Ha egy sötét szobában gyertyát gyújtunk, maga a gyertya mint fényforrás közvetlenül látható, a szoba többi tárgyai pedig azért láthatók, mert felületükön visszaverik a fényforrásból rájuk eső fényt. Egészen különös jelenséget figyelhetünk meg, ha a szobában tükör van. Itt nem a tükör felületét látjuk, hanem a gyertyát, meg az általa megvilágított bútorokat és falakat. A fényvisszaverődés első módját, amikor a visszaverő felület látható, *fényszóródásnak*; a másodikat, amikor nem a visszaverő felület, hanem a fényforrás, esetleg a körülötte lévő tárgyak láthatók, *tükrözésnek* nevezzük.

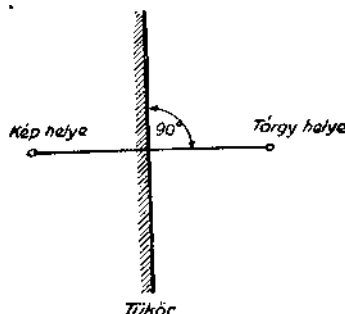
Tükröző felületek a nyugvó víz, higany felszíne, sima felületű üveg vagy fém és ezekhez hasonlóak. A közönséges tükrök készítésekor higanyt kennek fel alkalmas eljárással az üveg hátsó oldalára.

#### Síktükör.

Vegyünk elő egy üvegtáblát és állítsunk eléje gyertyát (38. kép). Ha arról az oldalról nézünk az üvegtáblára, amelyik oldalon a gyertya áll, úgy látjuk, mintha egy gyertya a tükör mögött is volna. Meg is jelölhetjük ennek a látszólagos gyer-



38. kép. Képeketkezés sík-tükörnél.



39. kép. Alaprajz a síktükör és tárgy helyzetéről.

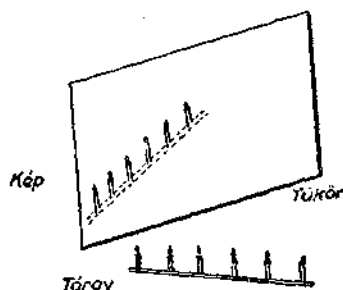
tyának, a tükörben keletkezett képnek a helyét úgy, hogy egy nem égő gyertyát állítunk a kép helyére. Ha összekötjük a tárgy és kép helyét az asztalon és egy vonallal megjelöljük a tükör helyét, megkapjuk az összeállítás alaprajzát (39. kép), amiről az alábbi tapasztalati törvényt állapíthatjuk meg.

*A kép a tárgyról a tükörré húzott merőleges egyenes mentén látszik a tükör mögött olyan távolságban, amilyen távol van a tárgy a tükör előtt.*

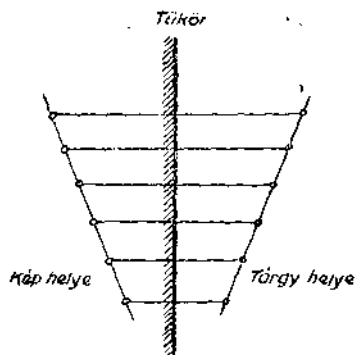
Egy lécre állított gyertyasor képét is ugyanígy figyelhetjük (40. kép) és szerkeszthetjük meg (41. kép).

A tárgy és tükörképe szimmetrikus.

Magunk belenézve a tükörbe és jobb kezünket mozgatva megállapíthatjuk, hogy a tükörképen a jobb baloldallá válik és



40. kép Összetettebb tárgy képének keletkezése síktükörnél.



41. kép. Tükör, tárgy és kép alaprajza.

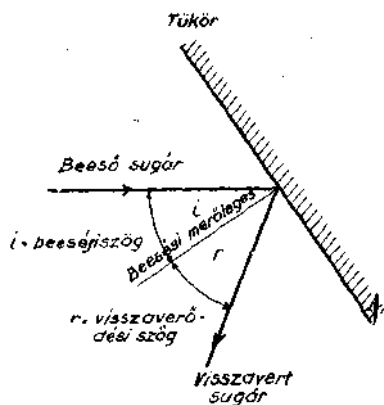
megfordítva. Jobb kezünk képe a tükörben balkéz. Hasonló megfigyelést tehetünk, ha egyes betűk, vagy egész írás tükörképét nézzük.

Ugyanezekből a kísérletekből és megfigyelésekből következtethető, hogy a tükörkép ugyanolyan nagy, mint a tárgy és mindig egyenes állású. Ez utóbbi azonban csak arra az esetre szól, ha a tükör és a tárgy párhuzamosak. Ha a tükör és tárgy egymásra merőlegesek, akkor a kép fordított állású, mint a vízparton álló ember, vagy fa vízben keletkezett tükörképe mutatja.

Könnyen előállíthatunk ilyen helyzetet gyertyával és tükörrel, vagy egyszerű üveglappal.

A síktükörrel való foglalkozás befejezésül figyeljük meg egy keskeny fénynyaláb visszaverődését síktükör felületén (42. kép). Ha a tükörnek azon a helyén, ahol a beeső fénysugár a tükröt éri, a tükör síkjára merőlegeset állítunk, azt tapasztaljuk, hogy ez a *beesési merőlegesnek* nevezett egyenes a *beeső* és *visszavert sugárral* mindig egy síkban van.

Első kísérletezés közben is összefüggést látunk a beeső sugár és a visszavert sugár iránya között. A beeső sugár és a beesési merőleges által bezárt szöget *beesési szögnek* nevezzük és  $i$ -vel jelöljük; a visszavert sugár és a beesési merőleges



42. kép. Fénysugár visszaverődése síktükörnél.

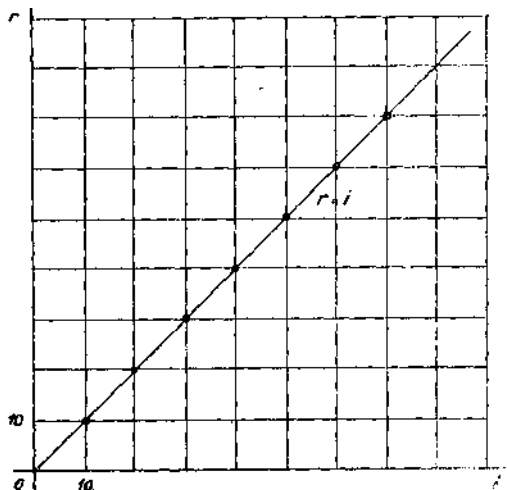
közi szöget pedig visszaverődési szögnek hívjuk és  $r$ -rel jelöljük. Felvetjük a kérdést, hogyan függ a visszaverődés szöge a beesés szögétől, vagyis az  $r$  az  $i$ -től. Kísérleteink eredménye szerint:

Beesési szög,  $i$  fok                      0, 10, 20, 30, 40 ...

Visszaverődési szög,  $r$  fok            0, 10, 20, 30, 40 ...

amiből következik, hogy a visszaverődés szöge egyenlő a beesés szögével:  $r = i$

A mérési adatokból nem látható mindig így közvetlenül a kérdéses mennyiségek közötti összefüggés. Ilyen esetben a le-

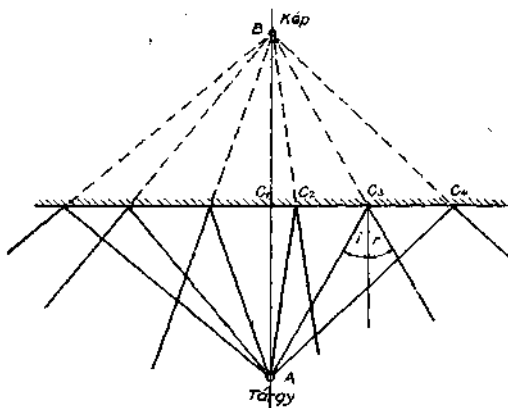


43. kép. A síktükör visszaverődésének törvényét kifejező jelenségvonal.

mért mennyiségeket egy  $(x, y)$ , jelen esetben egy  $(i, r)$  derékszögű koordináta-rendszerbe rajzoljuk bele úgy, hogy minden összetartozó  $(i, r)$  értéknek egy-egy pont, a közöttük lévő összefüggésnek pedig a pontok általános menétét lehetőleg jól kifejező vonal felel meg (43. kép). Az ilyen vonalat, amely valamely jelenségben szereplő változó mennyiségek közötti összefüggést fejezi ki, jelenségvonalnak fogjuk nevezni.

A két változó közötti egyenlőséget egy, az abszcisszával 45 fokot bezáró olyan egyenes fejezi ki, mely keresztül megy a kezdőponton.

A visszaverődés  $i=r$  törvényéből geometriai úton következik, hogy egy pontból kiinduló fénysugarak a tükörről úgy verődnek vissza, mintha a tükör mögötti oly pontból indulnának ki, mely a fénysugarakat kibocsátó pontból a tükörrre bocsátott merőlegesen a



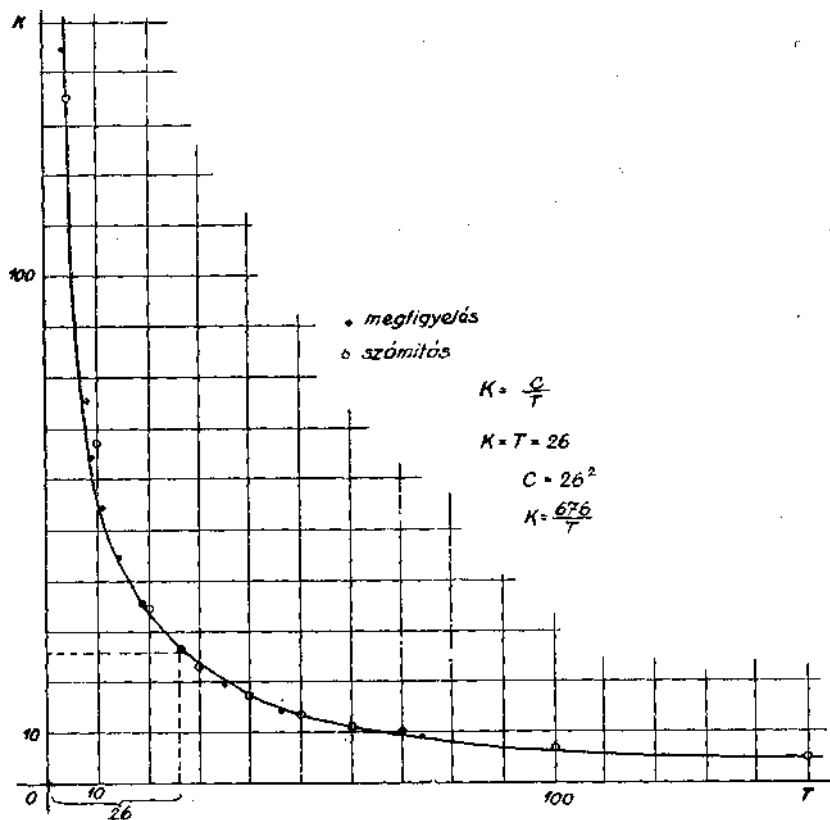
44. kép. Pontszerű tárgy képének szerkesztése a tükrözés törvénye alapján.

távolság és a megfelelő képtávolság összetartozó értékeit s a következőket kapjuk:

Tárgytávolság a gyújtóponttól,  $T$  cm: 4, 8, 9, 11, 14, 19, 22, 26, 35, 46, 74, 159.

Képtávolság a gyújtóponttól,  $K$  cm: 124, 75, 64, 54, 44, 34, 29, 26, 19, 14, 9, 4.

Jelenségvonalat készítve a mérési adatok alapján az alábbi görbét kapjuk (48. kép):



48. kép. Homorú tükörnél a tárgy- és képtávolságot kifejező jelenségvonal  
Mérések alapján.

Ezen a vonalon olyan pontok vannak, amelyeknek koordinátái fordítottan arányosak, ami algebrailag kifejezve a

$$K = \frac{C}{T}$$

egyenletet adja. A  $C$  arányossági tényező meghatározására ezt az egyenletet arra az esetre alkalmazzuk, amikor a tárgy és a kép a görbületi középpontban vannak, tehát mindkettő távolsága a gyújtóponttól  $r/2 = f$ . Ez esetben

$$f = \frac{C}{f}$$

innen

$$C = \left(\frac{r}{2}\right)^2 - f^2$$

Az egyenletbe behelyettesítve

$$K = -\frac{\left(\frac{r}{2}\right)^2}{T} = -\frac{f^2}{T}$$

A képtávolság tehát fordítottan arányos a tárgytávolsággal és az arányossági tényező a gyújtótávolság négyzete, ha a kép- és tárgytávolságot a gyújtóponttól mérjük.

Elméleti számítások szerint ez az összefüggés akkor is fennáll, ha a tárgy a gyújtópont és a tükör között, látszólagos képe pedig a tükör mögött van. Tehát általában

$$K = -\frac{f^2}{T}$$

ahol a  $T$  változik  $-f$ -től  $\infty$ -ig (49. kép), mert a tükör a gyújtóponttól  $-f$  távolságra van.

Szokásos a kép- és tárgytávolságot a gyújtópont helyett a tükörtől mérni (50. kép). Ha ezeket  $k$ -val és  $t$ -vel jelöljük, akkor

$$k = K + f, \quad K = k - f, \\ t = T + f, \quad T = t - f$$

Behelyettesítve a

$$K = -\frac{f^2}{T}$$

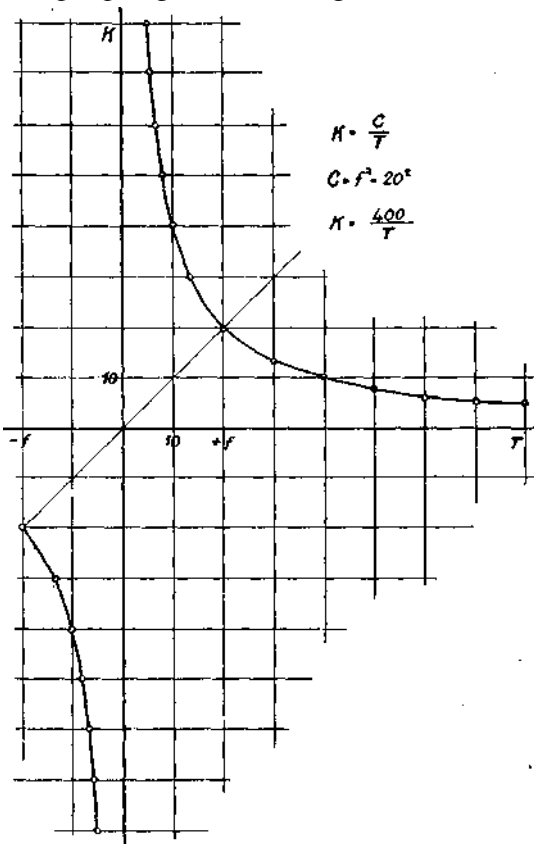
egyenletbe:

$$k - f = -\frac{f^2}{t - f}$$

Átalakítás után:

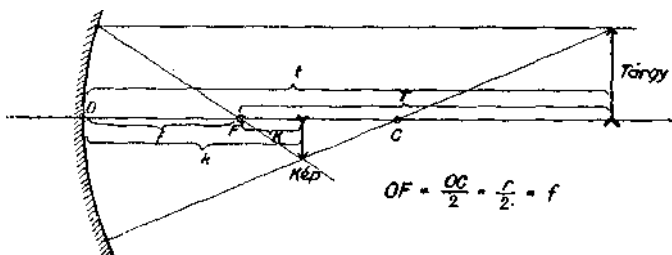
$$(k - f) \cdot (t - f) = f^2 \\ kt - ft - fk + f^2 = f^2 \\ ft + fk = kt$$

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{t} = \frac{1}{f}$$



49. kép. A homorú tükörnél a tárgy és képtávolság közötti összefüggést kifejező jelenségvonalszámítás alapján.

Ezek az összefüggések csak arra az esetre érvényesek, ha a tükör nyílása kicsi és a tárgy szélső pontjai is közel vannak az optikai tengelyhez. Ha e feltétel nincs kielégítve az egyenletek nem állanak fenn és eltorzult képek jönnek létre.



50. kép. A fókuszról, illetőleg a tükörtől mért tárgy-, illetve képtávolság, T tárgytávolság a gyújtóponttól, t tárgytávolság a tükörtől, K képtávolság a gyújtóponttól, k képtávolság a tükörtől.

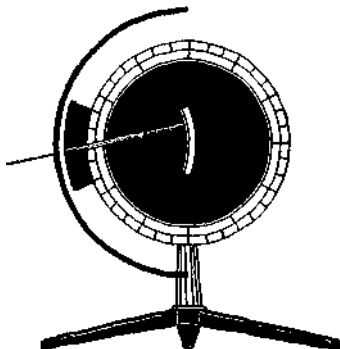
*Domború* tükörbe nézve, vagyis olyanba, amelynek a gömb külső oldala van tükröző felületté kiképezve, mindig kicsinyített látszólagos és egyenes állású képet kapunk, akár milyen közről, vagy távolról nézünk is a tükörbe. Ilyen gömbtükrök például kertekben a rózsák karóira tűzött színes üveggömbök.

### Fényvisszaverődés gömbtükrőnél.

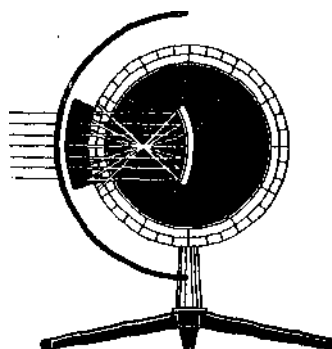
Miként a síktükörnél tettük, itt is figyeljük meg egy keskeny fénynyaláb visszaverődését. A kísérletre alkalmas berendezés a mellékelt rajzon látható fénytani korong, melyen a következő jelenségek figyelhetők meg.

*Homorú tükrőknél:*

a) görbületi középponton átmenő sugár saját irányba verődik vissza (51. kép);



51. kép. A görbületi középponton átmenő keskeny fénynyaláb visszaverődése homorú tükrőnél.



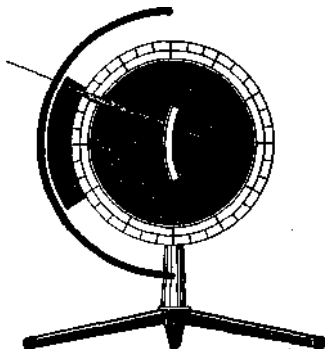
52. kép. Párhuzamosan haladó keskeny fénynyalábok visszaverődése homorú tükrőnél.



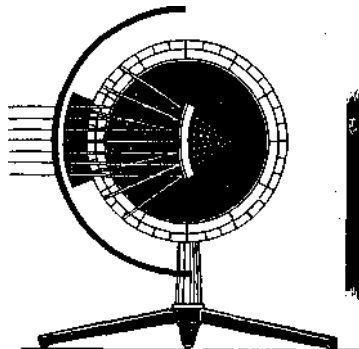
b) az optikai tengellyel párhuzamos sugarak megközelítőleg az optikai tengelyen a görbületi középpont és a tükör közötti távolság felező pontjának, tehát a gyújtópontnak irányába verődnek vissza. Ezért a tükröt gyűjtőtükörnek is hívják, összegyűjti a párhuzamos sugarakat (52. kép).

*Domború tükörnél:*

a) a görbületi középpont felé tartó sugár saját irányában verődik vissza. A sugár nem mehet át a középponton, mert az a tükör mögött van (53. kép);



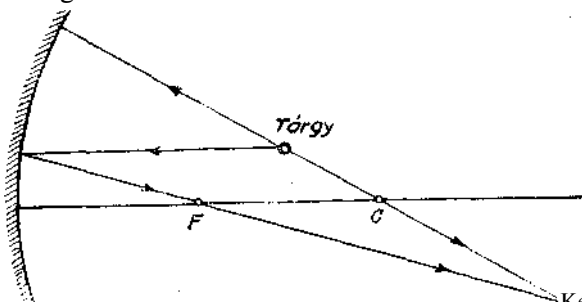
53. kép. A görbületi középpont felé tartó keskeny fénynyaláb visszaverődése domború tükörnél.



54. kép. Az optikai tengellyel párhuzamosan haladó keskeny fénynyalábok visszaverődése domború tükörnél.

b) a tengellyel párhuzamos sugarak úgy verődnek vissza, mintha a tükör mögül az optikai tengelyen a sugár felező-pontjából indulnának ki. Ezt a pontot *látzólagos gyűjtőpontnak* nevezzük (54. kép).

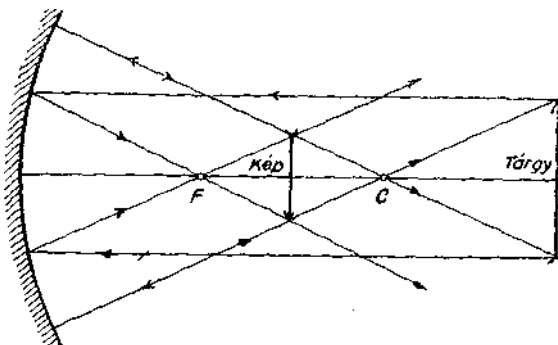
Mivel a párhuzamos sugarak széttartókká válnak, a domború gömbtükröt szórótükörnek is nevezzük.



55. kép. Az optikai tengelyen kívül lévő pontszerű tárgy képének megszerkesztése homorú tükörnél.

A gömbtükrökön visszaverődő sugarak menetének e törvényei alapján meg is szerkeszthetjük egy, az optikai tengelyen kívül lévő pontszerű tárgynak a képét (55. kép). A

tárgyról két sugarat bocsátunk a tükörre, egyet az optikai tengellyel párhuzamosan, egyet, melynek iránya átmegy a görbületi középponton. Megrajzoljuk e sugarakat a visszverődés után, ahol metszik egymást, ott lesz a tárgy képe.



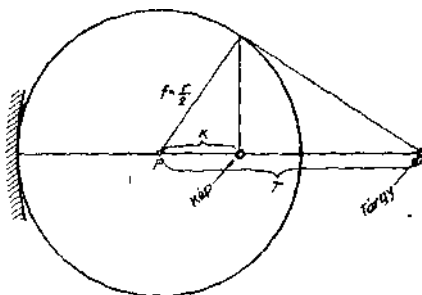
56. kép. Kiterjedt tárgy képének megszerkesztése homorú tükörnél.

Egy nem pontszerű tárgynak a képét egyes jellegzetes pontjainak megszerkesztése és az így kapott képeknek megfelelő összekötése után kaphatjuk (56. kép).

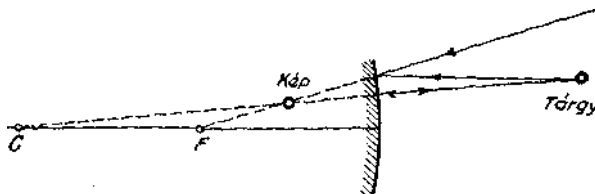
Az optikai tengelyen lévő pontot a

$$K = \frac{f^2}{T} = -\left(\frac{r}{2}\right)^2 \frac{1}{T}$$

egyenlet alapján szerkesztjük (57. kép). Rajzoljunk a gyújtópont körül egy  $\frac{r}{2}$  sugarú kört. E körhöz a tárgytól érintőt húzunk. Az érintési pontból az optikai tengelyre húzott merőleges talppontja a kép helye. A geometria szerint ugyanis



57. kép. Az optikai tengelyen lévő pontszerű tárgy képének megszerkesztése homorú tükörnél.



$$K : \frac{r}{2} :: \frac{r}{2} : T$$

tehát

$$K = \frac{\left(\frac{r}{2}\right)^2}{T} = \frac{f^2}{T}$$

58. kép. Az optikai tengelyen kívül lévő pontszerű tárgy képének megszerkesztése domború tükörnél.

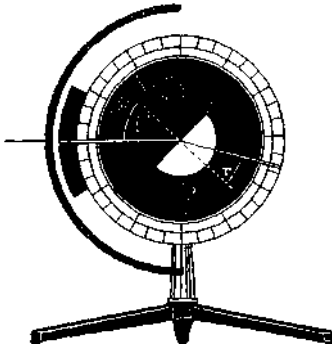
Domború tükörnél a tengelyen kívül lévő pont képének megszerkesztését mutatja az 58. kép.

## 4. Fénytörés, hasábok és lencsék.

### Fénytörés.

Ha a fény új átlátszó közeg határához ér, pl levegőből átmegy üvegbe, egyes kivételes eseteket nem tekintve az új közegben más irányban halad tovább, mint a régiben. Irányváltozást szenved, megtörik. Ez a *fénytörés* jelensége.

Jól megfigyelhetjük a fénytörést a már használt fénytani korongon, ha egy lapos félhenger sík felületére ott bocsátjuk



59. kép. Fénytörés levegő és üveg határfelületén.

rá a sugarakat, ahol a henger tengelye van. A sugár egy része a tükrözés törvénye szerint visszaverődik, egy része pedig új irányt véve, behatol az üvegbe. A megtört sugár és a beesési merőleges közötti szöget *törési szögnek* nevezzük. A beesési szög itt is úgy értendő, mint a visszaverődésnél értelmeztük.

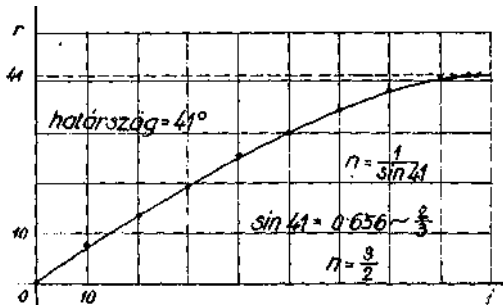
Első durva megfigyelésekből megállapíthatjuk, hogy a törési szög nagysága a beesési szög nagyságától függ. Mérjük ki 10 fokonként a beesési és a megfelelő törési szögek összetartozó értékeit

és készítsünk jelenségvonalat a kapott adatok felhasználásával. Az abszcissa tengelyen legyenek az  $i$ , az ordináta tengelyen az  $r$  értékei (60. kép).

Beesési szög,  $i$ : 0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 85

Törési szög,  $r$ : 0, 7, 13, 19, 25, 30, 34, 38, 40, 41

Az eredményül kapott vonal olyan, amelyet felismerni nem tudunk, s így ennek alapján nem vagyunk képesek az  $i$



60. kép. A beesési és törési szög jelenségvonala.

és  $r$  között valaminő egyenletet felállítani. Ennek ellenére is megállapíthatjuk a jelenségvonalból azt, hogy a törési szög nem lehet nagyobb  $41^\circ$ -nál. Ez tehát a törési szögek értékeinek felső határa, amiért *határszögnek* is nevezzük (60. kép).

A képen közölt ösz-

szefüggésekről később lesz szó.

Jól ismert vonalat kapunk azonban, ha egy táblázatból ki-

írjuk a lemerített szögek sinusait és ezek között keresünk összefüggést.

A beesési szög sinusa,  $\sin i$ : 0, 0.17, 0.34, 0.5, 0.64, 0.76, 0.87, 0.94, 0.98, 0.96,

A megfelelő törési szög sinusa,  $\sin r$ : 0, 0.12, 0.22, 0.32, 0.87, 0.94, 0.98, 0.99,

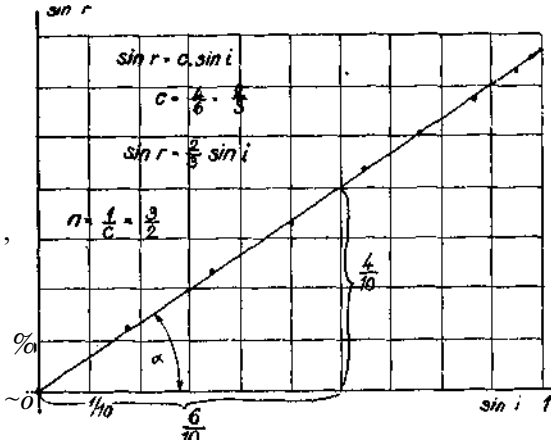
A sinusokkal készített jelenségvonal egyenes (61. kép). Tehát a törési szög sinusa egyenesen arányos a beesési szög sinusával

$$\sin r = c \cdot \sin i$$

Ezt az egyenletet rendszerint ebben az alakban szokták írni:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{1}{c} = n$$

ahol a  $c$  arányossági, tényező reciprok értékét  $n$ -nel jelöljük és *törésmutatónak* hívjuk. Ezt az összefüggést első megállapítóik után *Snellius-Descartes törvénynek* hívják.\* Ez az  $n$  az utolsó jelenségvonalból könnyen meghatározható.



61. kép. A beesési szög sinusának és a törési szög sinusának összefüggését kifejező jelenségvonal.

$$n = \frac{1}{c} = \cotg \alpha = \frac{3}{2}$$

Ha  $h$  a határszög és  $r = h$ , akkor  $i = 90^\circ$ ,  $\sin i$  pedig 1, tehát

$$n = \frac{1}{\sin h} \text{ és } c = \sin h$$

A  $c$  arányossági tényezőnek ezt a fizikai jelentését felhasználva a fénytörés egyenlete így is írható:

$$\sin r = \sin h \cdot \sin i$$

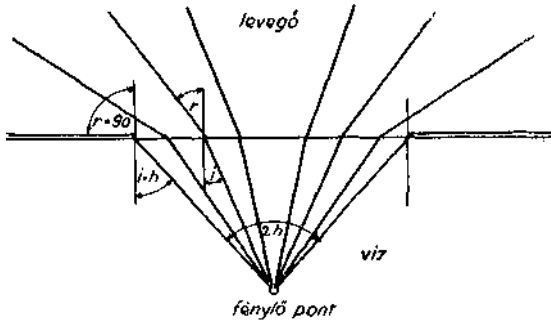
ahol  $i$  a beesési szög,  $r$  a törési szög,  $h$  pedig a határszög.

Hasonló módon vizsgálható meg a megfordított eset, amikor üvegből megy a fénysugár a levegőbe s tanulságos e két tárgyalás eredményének összehasonlítása, amiből kitűnik, hogy ha üvegből lép levegőbe a fénysugár, akkor a törésmutató  $2/3$ .

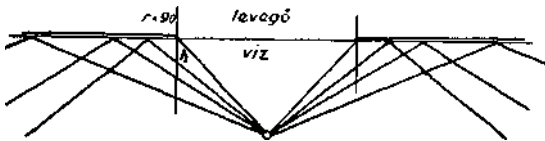
\* Descartes René híres francia filozófus, matematikus és fizikus (1596-1650). Snellius Willebrord holland fizikus (1591-1626).

### Teljes visszaverődés.

Ha üvegből vagy vízből megy át a fénysugár levegőbe, általában, ha sűrűbb közegből lép át ritkább közegbe, a törési szög mindig nagyobb, mint a beesési szög, és ha a beesési szög egyenlő a határszöggel, a törési szög eléri a  $90^\circ$ -ot. Sűrűbb

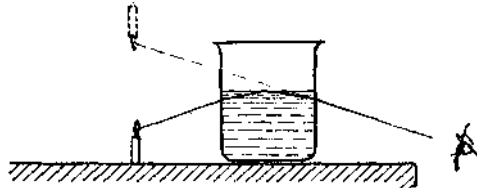


62. kép. Egy pontból kiinduló fénysugaraknak csak egy része tud a vízből a levegőbe átlépni.



63. kép. Egy pontból kiinduló fénysugaraknak az a része, mely nem képes vízből levegőbe átlépni.

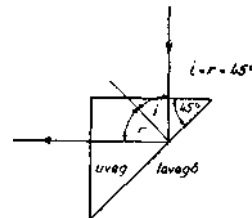
közegből ritkább közegbe tehát egy pontszerű fényforrásból kiinduló fénynek csak az a része tud átlépni, mely a pontból a beesési merőleges körül vont  $2h$  nyílású kúpon belül van. Az ezen kívül eső sugarak, melyeknél a beesési szög nagyobb, mint a határszög, nem lépnek át a ritkább közegbe, hanem a határfelületen a tükrözés törvényének



megfelelően vissza- 64. kép. A teljes visszaverődés megfigyelése. verődnek (62, 63. kép).

Az ilyen visszaverődést, mivel a beeső sugárnak egy legkisebb hányada sem hatol az új közegbe, *teljes visszaverődésnek* nevezzük. Ilyen visszaverődés tehát akkor jön létre, ha átlátszó közeg határfelületére a sűrűbb közegből a fénysugár a határszögnél nagyobb beesési szög alatt, (üveg-levegő esetében tehát  $41^\circ$ -nál nagyobb szög alatt) éri a határfelületet.

A teljes visszaverődés alkalmával a határfelület úgy tűnik fel, mint egy fémes tükröfelület. Jól megfigyel-

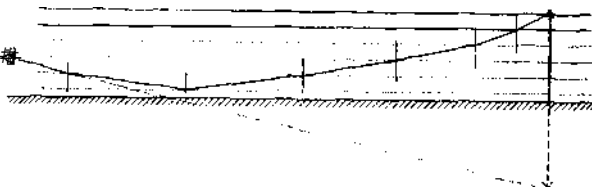


65. kép. A teljes visszaverődés egyenlőoldalú derékszögű üveghasábnál.

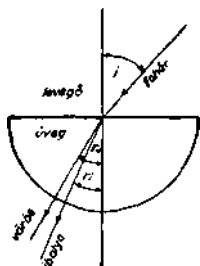
hetjük a jelenséget, ha egy pohárban a víz felületét ferdén alulról nézzük (64. kép).

A teljes visszaverődéssel magyarázható az alföldi vidéken meleg, szélmentes időben látható délibáb. Meleg, szélmentes időben az alsó levegőrétegek a felsőbbekhez képest fokozatosan melegebbek és ritkábbak, a magasabb légrétegekből jövő

66. kép. A délibáb az alsóbb és ritkább levegőrétegen fel-lépő teljes visszaverődés útján jön létre.



fénysugár mindig a merőlegetől törik s így a következő réteg-nél a beesési szög egyre nagyobb lesz. Ha e növekedés közben a határszögnél nagyobb értéket ér el, az alsóbb, ritkább rétegekbe nem tud átlépni, hanem teljesen visszaverődik. Ha ez a visszavert sugár valakinek a szemét éri, az illető a tárgyak oly tükörképét látja, aminő a vízfelületen keletkezik (66. kép).



67. kép. A fehér fény töréskor színeire bomlik.

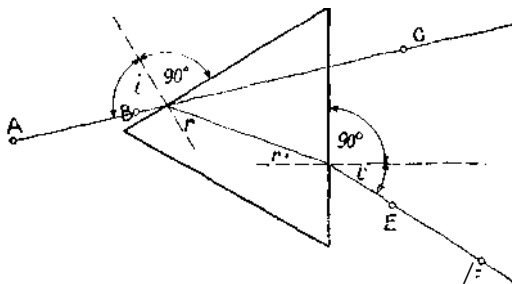
### Színszóródás.

Gondosan megfigyelve, a közönséges (fehér) fény megtörésekor nemcsak irányt változtat az új közeg határán, hanem felbomlik a szivárvány színeire. Legerősebben törlik meg az ibolya színű, legkevésbé a vörös színű része a sugárnak. Ez a *színszóródás* jelensége, amivel a II. kötetben fogunk részletesen foglalkozni.

### A fénytörő hasáb.

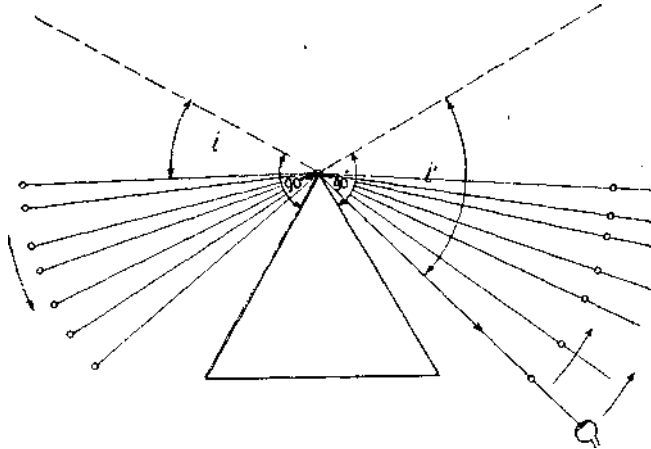
Áttérünk ezek után a fénytörésnek arra az esetére, amikor nem egy, hanem két sík felületen törlik meg a fénysugár s ezután ismét az eredeti közegbe tér vissza. Ilyen jelenség jön létre, ha a fény üveghasábon megy keresztül.

A gombostű módszerrel tájékozódhatunk az itt létrejövő jelenségekről. Vegyünk elő egy sima deszkát, szegezzünk rá fehér papírost és tűzzünk ki egy meghatározott irányba



68. kép. Üveghasábon megtört fénysugár útjának kijelölése gombostűkkel.

nézve egymást elfedő 3 gombostűt (68. kép)  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Állítsunk egy üveghasábot  $B$  és  $C$  közé,  $B$ -hez közelebb. Rajzoljuk meg a papíron pontosan a hasáb helyét. Ha most is egymás mögött akarjuk látni a hasábon keresztül nézve az  $A$  és  $3$  tűket, szemünket más helyzetbe kell hozni. Ha ezt a helyzetet megtaláltuk, tűzzünk két újabb  $E$  és  $F$  gombostűt a hasáb és szemünk közé úgy, hogy ezek egymást és az  $A$  és  $B$  tűket is elfedjék. Az  $A$  gombostűről az  $A-B-C$  irányban haladó fénysugarat a hasáb eltérítette az  $E-F$  irányba. Távolítsuk el a hasábot meg a gombostűket és rajzoljuk meg a beeső és a kilépő sugarakat. A fénysugár belépési és kilépési pontját összekötő egyenes adja a fénysugár irányát az üvegben.



69. kép. Üveghasábon megtört fénysugár útjának kijelölése gombostűkkel.

A hasáb tehát kétszeri törés révén eredeti irányából jelentékenyen eltéríti a fénysugarat. Mindkét törés ugyanabba az irányba téríti el a sugarat és pedig mindig a hasáb vastagabb része felé.

Ugyanazon hasábnál a kilépés szöge  $i'$  az eredeti sugár irányától, vagyis az  $i$  beesési szögtől függ. Ha ez összefüggést akarjuk tanulmányozni, az  $A$  gombostű helyzetét egy köríven változtatjuk és pl. egy  $60^\circ$ -os üveghasábot úgy helyezünk el, hogy a  $60^\circ$ -os szög éle a kör középpontjában álljon. Azokat a sugarakat figyeljük meg, amelyek közvetlenül emellett az él mellett elhaladva töretnék meg. Ez esetben a  $B$  és  $E$  gombostűkre nincs is szükség, az  $F$  jelzésű tűt úgy kell leszúrni, hogy az  $A$  tű, a hasáb említett éle és az  $F$  tű fedjék egymást.

A hasáb és a tűk eltávolítása után a 69 képen látható rajzot kapjuk. Megrajzolva a beesési merőlegeseket (--- vonal) lemérhetjük az  $i$  és  $i'$  szögek összetartozó értékeit:

$$\begin{aligned} i &= 31, 35, 43, 47.5, 55, 61, 69 \\ i' &= 75, 66, 56, 50, 43, 39, 34 \end{aligned}$$

## Lencsék.

Különösen fontos esete a fénytörésnek, amikor a törő közeget pl. üveget két gömbfelület, vagy egy sík és egy gömbfelület határolja. Az ilyen fénytörő eszközöket *lencséknek* nevezzük. Hat féle fajtájuk van:

kettős domború (két domború gömbfelület);

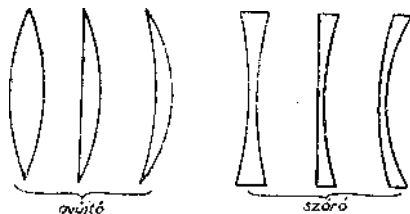
síkdomború (egy sík- és egy domború gömbfelület);

homorú-domború (egy homorú és egy domború gömbfelület, melynél a lencse a közepén vastagabb, mint a szélén);

kettős homorú (két homorú gömbfelület);

síkhomorú (egy sík- és egy homorú gömbfelület).

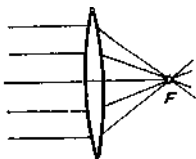
domború homorú (egy domború és egy homorú gömbfelület, melynél a lencse a közepén vékonyabb, mint a szélén).



73. kép. Különböző alakú lencsék keresztmetszetei.

### Gyűjtő és szóró lencsék.

Ha a 73. képen feltüntetett három első lencse bármelyikére a Nap párhuzamos sugarait bocsátjuk, az ellenkező oldalon a Napnak pontszerű képe keletkezik. Ezek a lencsék a sugarakat összegyűjtik, azért *gyűjtőlencséknek* nevezzük őket (74. kép).



74. kép. Domború lencse a párhuzamos sugarakat egy pontban gyűjti össze.

Az ilyen gyűjtőlencsék közepén vastagabbak, a szélük felé vékonyodnak. Ha valamilyen könnyen gyúló anyagot helyezünk arra a pontra, amelyben a lencse a Nap sugarait gyűjti, az anyag meggyullad. A lencse nemcsak a fény sugarait gyűjti össze, hanem a hősugarakat is. Azért ezt a pontot *gyűjtőpontnak*, *focus-nak* nevezzük.

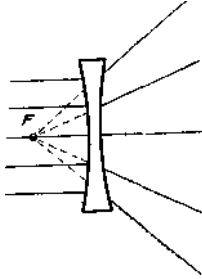
Ha ellenben a lencsék fenti csoportjából az utolsó három valamelyikére bocsátjuk a Nap párhuzamos sugarait, akkor a másik oldalon kilépő sugarak a lencse területénél nagyobb területet világítanak meg. A lencse a sugarakat szétszórja, még pedig úgy, mintha nem a végtelen távol lévő Napról indulnának ki, hanem egy olyan közeli pontból, amely a lencsének ugyanazon az oldalán van, mint a Nap (75. kép). Ezt a pontot *látszólagos gyűjtőpontnak*, az ilyen lencsét pedig szóró *lencsének* nevezzük.

Ez a kísérlet mindkét fajta lencsével megismételhető úgy is, hogy a lencsének a másik oldalát fordítjuk a Nap felé. Ezért a gyűjtő- és szórólencsének is két-két gyűjtő, illetőleg látszó-



lagos gyújtópontja van, amelyek a lencse két különböző oldalán a lencsétől egyenlő távolságra vannak.

Azt az egyenest, amely a lencsét határoló két gömbfelület középpontját összeköti, illetve a gömbfelület középpontján átmenve, merőleges a síkfelületre, a lencse optikai tengelyének nevezzük.



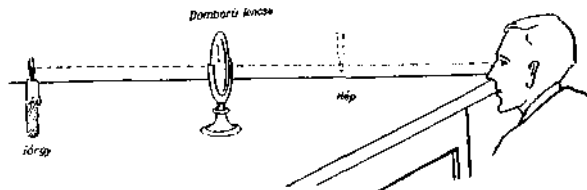
75. kép. A homorú lencse a párhuzamos sugarakat úgy szórja szét, mintha a lencse előtti pontból indulnának ki.

Kísérletek tanúsága szerint a gyújtópontok az optikai tengelyen vannak. Nem szigorúan vett pontok, hanem egy pont körüli kisebb teret alkotnak, mely annál kisebb, pontszerűbb, minél vékonyabb a lencse.

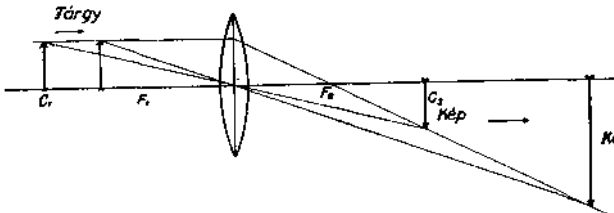
Ha egy kettősdomború lencsén keresztül a lencséhez közel eső tárgyat nézünk, pl. egy égő gyertyát, a kép egyenes állású nagyított és látszólagos lesz. Növeljük a tárgy és a lencse távolságát, a kép egyenes állású és látszólagos jellegét megtartva nagyobbodik, egy meghatározott távolságban elmosódik. Ha még tovább növeljük a tárgytávolságot, fordított állású, a lencse előtt lebegő valódi képet fogunk kapni. Szemünket távolabb kell vinni, és tekintetünket élesen erre a fordított képre kell szegeznünk, mert csak így vesszük észre, hogy a kép a lencse előtt van.

Ezt a fordított valódi képet könnyen fel lehet egy fehér

76. kép. Valódi kép megfigyelése domború lencsénél.



lapon fogni s ez úton helye pontosan is meghatározható. A valódi kép egyenlő nagy a tárggyal, ha a tárgy a lencsétől számítva a focustávolság kétszeresén van. Ha a tárgy ebből a helyzetből a lencséhez közeledik, a kép távolodik és nő (77. kép), ellenkező esetben éppen megfordítva viselkedik.

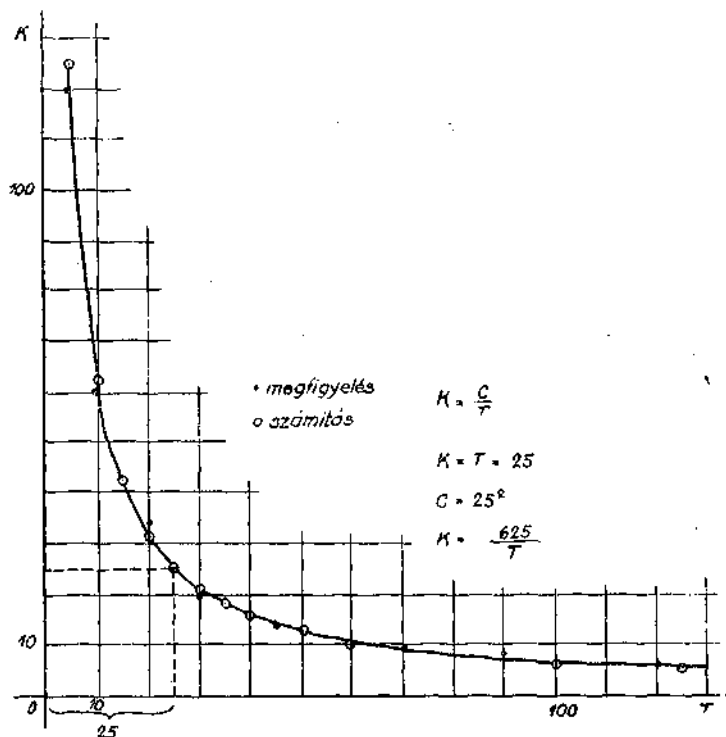


77. kép. Tárgy és kép kölcsönös helyzetének változása.

Pontosan ki is mérhetjük a kép- és tárgytávolságot, mindig az előre megállapított gyújtópontoktól mérve a távolságokat.

Mérési adatok:

tárgytávolság a focustól,  $T$  cm.: 5, 10, 20, 30, 45, 90, 120  
képtávolság a focustól,  $K$  cm.: 130, 60, 34, 20, 15, 8, 6



78. kép. A gyújtópontoktól mért tárgy- és képtávolság összefüggését kifejező jelenségvonal.

Ezeket az adatokat feldolgozva oly jelenségvonalat kapunk (78. kép), amilyent a homorú tükör tárgyalásából már ismerünk.

Eszerint

$$K = \frac{c}{T} = \frac{f^2}{T}$$

A fókuszról mért képtávolság fordítva arányos a másik fókuszról mért tárgytávolsággal s az arányossági tényező a gyújtótávolság négyzete. A homorú tükörtől eltérően a fókuszról mért tárgytávolság itt nem egyenlő a határoló gömbfelület sugarának a felével. Az elméleti számítások szerint

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

ahol  $f$  a gyújtópont távolsága a lencsétől,  $n$  a törésmutató,  $r_1$  és  $r_2$  a lencsét határoló gömbök sugarai.

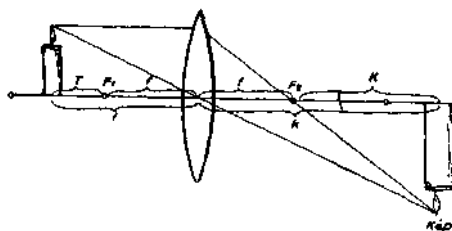
Az  $f$  egy tetszésszerűen összetartozó  $K$  és  $T$  értékpár alapján is meghatározható, mert

$$f = \sqrt{K \cdot T}$$

ami azt jelenti, hogy a fókusz távolság a gyújtóponttól mért tárgytávolság és az ugyanígy mért képtávolság mértani közép-arányosa.

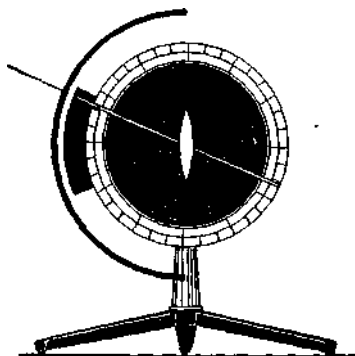
Ha a tárgy-, illetve képtávolságot nem a gyújtóponttól hanem a lencsétől számítjuk (79. kép) és a lencse vastagságát elhanyagoljuk, akkor a  $K = \frac{f^2}{T}$  egyenlet ép úgy átalakítható, mint a homorú tükörnél.

$$\begin{aligned} k &= K + f \\ t &= T + f \\ k - f &= \frac{f^2}{t - f} \\ kt - ft - fk + f^2 &= f^2 \\ ft - fk &= kt \\ \frac{1}{k} + \frac{1}{t} &= \frac{1}{f} \end{aligned}$$

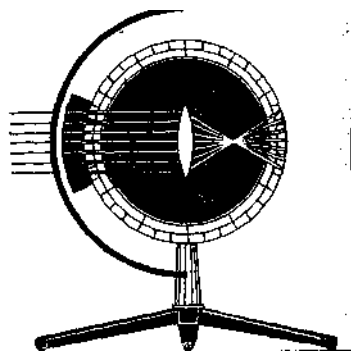


79. kép. A gyújtópontoktól, illetőleg a lencsétől mért távolság és képtávolság.

$$K = \frac{f^2}{T} \quad \text{vagy} \quad \frac{1}{k} + \frac{1}{t} = \frac{1}{f}$$



80. kép. Domború lencse középpontján áthaladó sugár nem szenved irányváltozást.



81. kép. Domború lencse a tengellyel párhuzamos sugarakat egy pontban gyűjti össze.

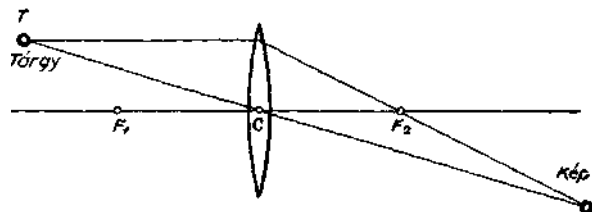
összefüggés akkor is fennáll, ha a tárgy a gyújtóponton belül van és a kép látszólagos.

Egy elkülönített fénynyalábnak a kettős domború lencsén való áthaladását a fénytani korongon figyelhetjük meg. A lencse középpontján átmenő sugár nem szenved törést. Saját irányában halad a lencse túlsó oldalán tovább (80. kép). Az opti-

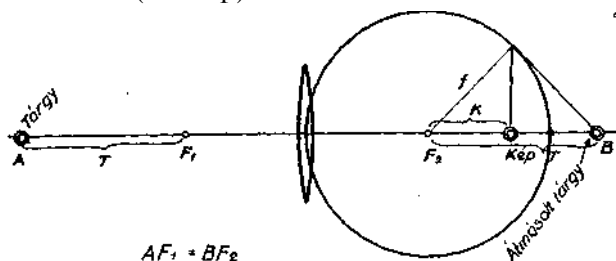
kai tengellyel párhuzamos sugarak pedig megtörés után nagyjából egy ponton mennek keresztül (81. kép).

A két törvény alapján megszerkeszthetjük az oly pontnak a képét, mely az optikai tengelyen kívül van (82. kép).

82. kép. A tengelyen kívüli tárgy képének megszerkesztése domború lencsénél.

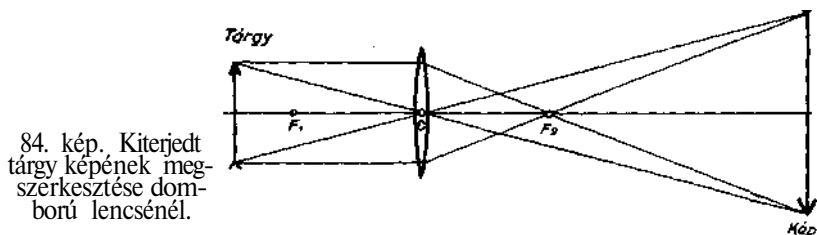


A tengelyen lévő pont valódi képét a  $K$ .  $T=f$  egyenlet alapján úgy szerkesztjük, mint a homorú gömbtükrőnél, de először a tárgyat átmásoljuk arra az oldalra, amelyiken a kép keletkezik (83. kép).



83. kép. A tengelyen lévő pont képének megszerkesztése domború lencsénél.

Több pontból álló tárgy képét az egyes jellegzetes pontok képeinek a fentiek szerinti megszerkesztése és megfelelő összekötése útján nyerjük (84. kép).



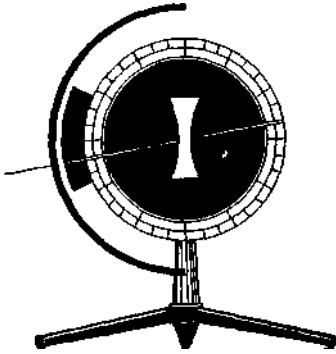
84. kép. Kiterjedt tárgy képének megszerkesztése domború lencsénél.

A fénytani korongon megállapíthatjuk a kettős homorú lencsére nézve is egyes elkülönített sugarak menetét.

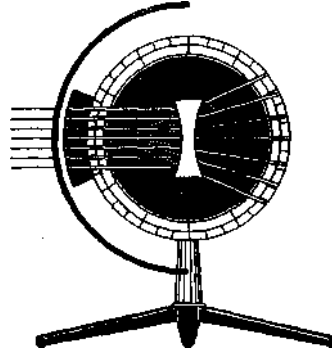
A lencse középpontján áthaladó sugarak irányváltozás nélkül mennek át a homorú lencsén is (85. kép).

Párhuzamos sugarak a megtörés után úgy lépnek ki a lencséből, mintha megközelítőleg a tengely egyik olyan pontjából indulnának ki, amely azon az oldalon van, ahol a párhuzamos sugarak a lencsét érik (86. kép). Ezt a pontot látszólagos gyújtópontnak nevezzük.

Ennek alapján homorú lencsénél is meg tudjuk szerkeszteni egy adott tárgy képét. A kép a homorú lencsénél mindig látszólagos, bárhol van is a tárgy.



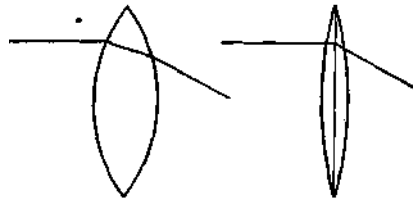
85. kép. Homorú lencse közép-pontján áthaladó sugár nem szenved irányváltozást.



86. kép. Homorú lencse a tengellyel párhuzamos sugarakat úgy szórja szét, mintha egy közeli pontból indulnának ki.

Pontosan véve, a lencsénél két fénytörés keletkezik éppen úgy, mint a hasábnál, egy a sugár belépésekor és egy a kilépéskor. Vékony lencsét tételezve fel, a képszerkesztésnél a vastagságot elhanyagolhatjuk (87. kép).

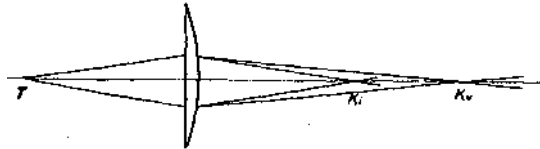
A valóságban, illetve ha nagyobb pontosságra törekszünk, a lencse vastagsága nem hanyagolható el. Ilyen vastag lencsék esetében azonban a sugarak törésének lényegesen bonyolultabb törvényei vannak.



87. kép. A lencsén áthaladó fénysugár kétszer törik meg, de vékony lencsénél a két megtörés megközelítőleg egynek tekinthető.

A lencsékben megtört fénysugárnál is fellép a színszóródás, ezért a lencsében keletkezett képek széleiken szivárványszíneket mutatnak (83. kép). Többfajta üvegből készíthető olyan összetett lencse, amely ilyen színszóródást, más szóval *chromatikus eltérést*, nem mutat. Ezeket a lencsákat *achromatikus* lencséknek hívják.

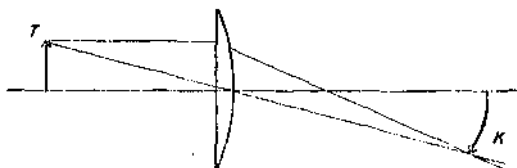
88. kép. Chromatikus eltérés a lencsénél.  $K_r$  a vörös,  $K_i$  az ibolya színű sugarak találkozásának helye.



Másik hibája a közönséges lencséknek, hogy a tárgyon egy síkban lévő pontok a képen egy görbe felületen vannak (89.

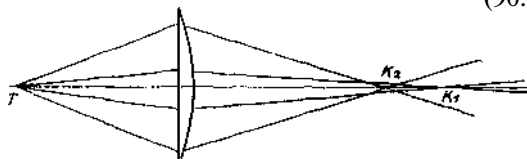
kép). Ezt a hibát is több, megfelelő görbületű lencséből készült összetett lencsével igyekeznek kiküszöbölni. Az olyan lencsét, mely a hibától mentes, *aplanatikusnak* szokás nevezni.

A lencséknek más tökéletlensége, hogy a tengely egy pontjából kiinduló sugarak törés után nem találkoznak egy pontban s így csak elmosódott kép jön létre. Ezt a hibát *gömbi eltérésnek* nevezik és úgy csökkentik, hogy egy lencse helyett megfelelő görbületű, több lencséből álló összetett lencsét alkalmaz-



89. kép. Képdomborodás a lencsénél.

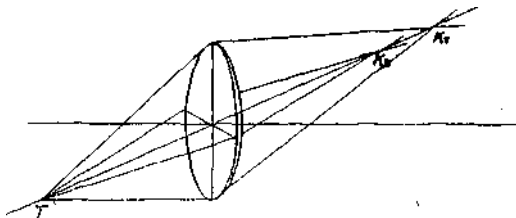
nak. A gömbi eltérésnek az az oka, hogy a lencsében jobban megtörnek a lencse szélén átmenő sugarak, mint azok, amelyek a tengelyhez közel haladnak (90. kép).



90. kép. Gömbi eltérés a lencsénél.

Még nagyobb eltérés mutatkozik a tengelyen kívül fekvő pontból kiinduló sugaraknál, mert ezeknél az egymásra merőleges különböző síkokban haladó sugarak a lencse mögött, különböző helyeken találkoznak (91. kép).

Ezt a jelenséget *asztigmatizmusnak* hívják s az ilyen hibától mentes, összetett lencsék az *anasztigmatok*.



91. kép. Asztigmatizmus.

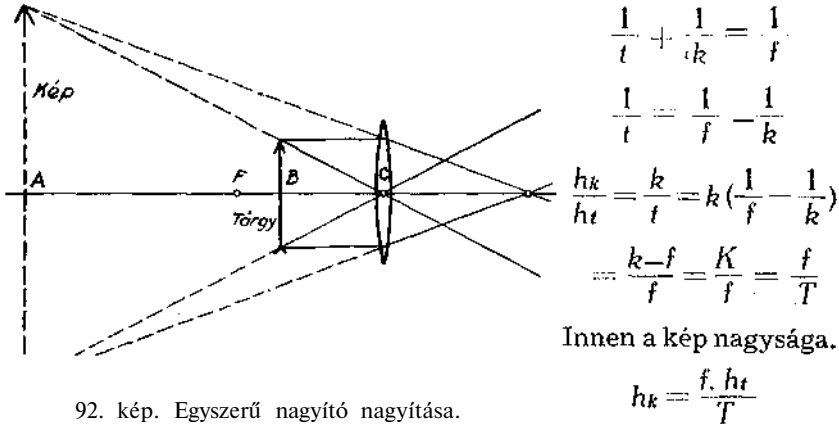
Ezek a hibák annál erősebben jelentkeznek, minél nagyobb a lencse nyílása. Ha tehát egy megadott lencsénél akarjuk e hibákat csökkenteni, a lencsének csak a tengely körüli kis részét használjuk, a többit elfedjük. Az ilyen elfedő szerkezetet, különösen, ha a sugarak áthaladására meghagyott nyílást változtatni lehet, *írisznek* nevezzük.

## 5. Optikai eszközök.

A tükröknek, hasáboknak és lencséknek rendkívül sok és gyakran összetett tudományos és gyakorlati alkalmazásuk van. A belőlük összeállított berendezéseket optikai eszközöknek nevezzük. Ilyen optikai eszközök a következők.

### Nagyító.

Az egyszerű nagyító nem más, mint egy kettősdomború, vagy általában domború lencse. Ha a tárgy a gyújtópont és a lencse között van, látszólagos képe egyenes állású és nagyított. A nagyítást (92. kép) a kép és a tárgy két-két megfelelő pontja közötti távolság viszonya adja meg. Ezt a viszonyt a következőképp számítjuk ki:  $T$ ,  $K$  és  $t$ ,  $k$  tárgy- és képtávolságok a szokott értelemben,  $h_k$  és  $h_t$  a kép, illetve tárgy hosszúsága.



92. kép. Egyszerű nagyító nagyítása.

Az egyszerű nagyítónál tehát a látszólagos kép nagysága egyenesen arányos a tárgy nagyságával, fordítva arányos a tárgynak a gyújtóponttól mért távolságával s az arányossági tényező a gyújtótávolság.

Maga a gyújtótávolság a lencse anyagának optikai minőségétől, azaz a törésmutatótól és a határoló felületek sugaraitól függ.

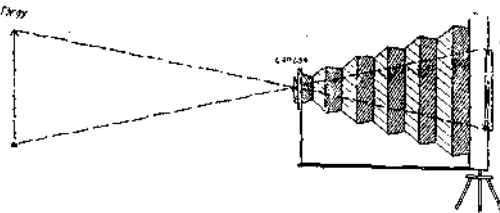
Az egyszerű nagyító használatánál nem szokott lényeges bajt okozni, ha a tárgynak a nagyítón át nézett látszólagos és nagyított képe a fénytörés miatt színeződik, vagy egy kis torzítást mutat. Ezért egyszerű nagyításhoz nem kellenek drága, különleges lencsék.

### Fényképező gép.

A fényképezőgép az egyszerű gyűjtőlencsének és a sötét kamrának együttes alkalmazása. A tárgyaknak a lencse által adott fordított állású és rendszerint kicsinyített képe a sötét kamrában elhelyezett fényérzékeny lemezen keletkezik és ezen kémiai eljárással megrögzíthető. E kémiai eljárás után a lemeznek erősen megvilágított részei sötétek, a gyengén világított részek, melyek a tárgy sötét helyeinek felelnek meg, világosak lesznek. Az ilyen képet *negatívnak* nevezzük. Ha ezt a negatívot egy fényérzékeny papírra helyezzük és a negatívon

át a fényérzékeny papírt kellő ideig és megfelelő fényerősséggel megvilágítjuk, megkapjuk a valóságnak megfelelő *pozitív* képet.

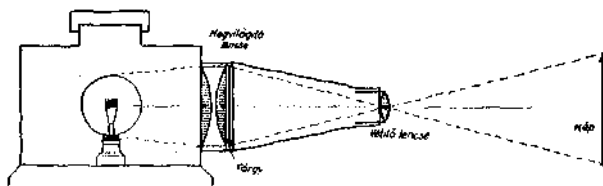
A fényképezésnél már igen fontos a képnek lehető legpontosabb kialakulása. Ezért a jobb gépekben különleges achromatikus, anasztigmatikus és aplamatikus lencsákat használnak. Az ilyen lencsék teszik értékessé és drágává az egyébként talán teljesen egyszerű külsővel bíró fényképezőgépet.



93. kép. Fényképezőgép lemezén valódi fordított kép keletkezik.

### Vetítőgép.

Fizikai szempontból a fényképezőgépnek mintegy megfordítottja a *vetítőgép*. Itt egy gyűjtőlencse adja valamely jól megvilágított képnek mint tárgynak falon, vagy vászonernyőn felfogott fordított, nagyított valódi képét azért, hogy egyszerre

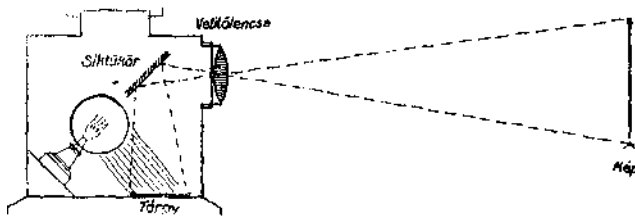


94. kép. Diapozitív vetítőgép.

sokan szemlélhessék. Az ilyen gépbe a vetítendő képeket mindig fordítva kell elhelyezni, mert így a valódi kép, mint a fordított kép fordítottja, egyenes állású lesz.

A vetítendő kép lehet üveglemezre készült átlátszó, ú. n. *diapozitív* kép, vagy át nem látszó. Mindkét esetben egy erős

95. kép. Episzkopikus vetítőgép.



fényforrással kell a képet megvilágítani, mert különben gyenge lesz a nagy kivetített kép. E cél elérését szolgálja még egy külön megvilágító lencse, vagy gyűjtő tükör, amely a fényforrásnak lehetőleg sok fényt gyűjt rá a vetítendő képre. At nem látszó tárgyak vetítésekor síktükrök segítségével viszik a



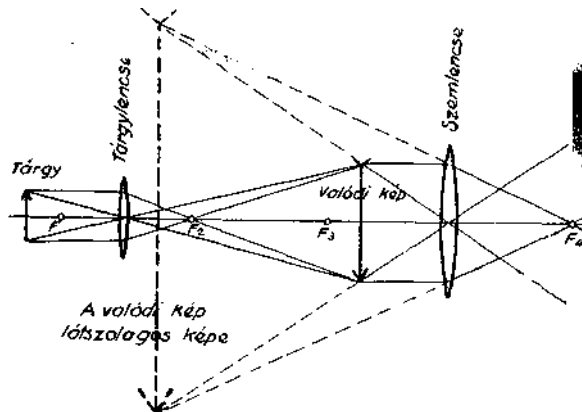
képről jövő sugarakat a vetítő lencse optikai tengelyének irányába (95. kép).

A mozgófénykép vetítő gépe a diapozitív vetítő géppel elvileg azonos, a különbség csak az, hogy gyors egymásutánban vetít ki olyan képeket, melyek egy mozgásnak rövid időközökben felvett képei s amelyek gyors egymásutánban megjelenve a vetítő vásznon, egymásba folynak és a mozgás érzetét váltják ki bennünk. Természetesen mozgófénykép-vetítőhöz a felvételeket is különleges fényképezőgéppel kell felvenni.

### A mikroszkóp.

Az összetett nagyító, a *mikroszkóp*, elvileg két gyűjtőlencséből, gyakorlatilag két lencserendszerből áll. Az első lencse a tárgy fordított, nagyított, valódi képét állítja elő s ezt a nagyított képet mint tárgyat, a második lencsén, mint egyszerű nagyítón át nézzük. Ennek megfelelően a tárgylencse létrehozta valódi képnek a szemlencsénél a gyújtópont és a lencse közé kell esnie, mert csak így kaphatunk látszólagos képet. Lehetőleg a gyújtópont közel kell esnie, mert így kapunk erősen nagyított képet. Hogy már az első lencse által létrehozott valódi kép is nagyított legyen, a tárgynak az első lencse fókuszán kívül és hozzá közel kell lennie. A lencsék és képek helyzete az összetett nagyítóban a 96. képen látható.

96. kép. Az összetett nagyító nagyítása.



Az ilyen összetett nagyítónál már fontos a képek élessége és színtelenítése, ezért itt már egészen különleges, összetett lencsét kell alkalmazni. Erősebb nagyításoknál a tárgyat igen jól meg kell világítani, mert különben a kép homályos. A jól megvilágított kép érdekében a tárgyról jövő fényből lehetőleg soknak kell a lencsébe jutni és a lencséknek minél kevesebbet szabad a tárgyról jövő fényből elnyelni. Ez ismét különleges lencseszerkezetet kíván. Így a jó mikroszkópoknál mind a tárgylencse, mind a szemlencse helyén igen

bonyolult lencserendszerekre van szükség. Ezért drágák a nagyobb teljesítményű mikroszkópok. A tárgy mellett lévő lencsét tárgylencsének, a szem előtt lévő szemlencsének hívjuk.

Az összetett nagyító nagyítása a következőképp számítható ki az egyes lencsék nagyításából: Legyen a tárgy hossza  $h_t$ , a tárgylencse által adott valódi fordított kép hossza  $h_k$ , a szemlencse által adott látszólagos kép hossza  $H$ ;  $T$ , és  $K$ , a fókusz-tól mért tárgy-, illetve képtávolság a tárgylencsénél  $T_2$  és  $K_2$  a szemlencsénél,  $f_1$  a tárgylencse,  $f_2$  a szemlencse gyújtótávolsága.

$$h_k = \frac{K_1}{f_1} h_t \quad H - f_2 \frac{h_k}{T_2} = \frac{K_2}{f_2} h_k$$

$$H = \frac{K_1}{f_1} \frac{K_2}{f_2} h_t$$

$K_1$  megközelítőleg a gyújtópontok távolsága, ha a valódi kép a szemlencse gyújtópontja mellett van. Mivel a gyakorlati kivitelben a fókusz-távolságok kicsik, ez a  $K_1$  nagyjából a tárgy- és szemlencse távolsága  $l$ . Ha  $H$  a tisztalátás távolságában jelenik meg, akkor  $K_2 = 25$  cm. Tehát

$$H = \frac{25 \cdot l}{f_1 f_2} \cdot h_t$$

*Az összetett nagyítóban a kép nagysága fordítva arányos a gyújtótávolságokkal.*

A mikroszkópban látott kép a tárgyhöz képest fordított helyzetű, mert a tárgylencse által adott valódi kép fordított s ezt a szemlencse ugyanilyen állásban nagyítja meg.

### Messzelátók.

A csillagászati messzelátó olyan optikai szerkezet, amely-nél a nagyon távol lévő tárgynak egy gyűjtőlencse gyújtópont-jában keletkezett kis képét a szemlencsével, mint egyszerű nagyítóval nézzük. A gyakorlatban a tárgy- és a szemlencse szerepét itt is összetett lencserendszerek képezik. A sugarak menete a 97. képen látható.

Optikai jelentősége a távcsőnek abban van, hogy a messze lévő tárgy kis látószögét megnagyítja. A nagyítás mértéke tehát a látószögek aránya. Mivel e szögek a valóságban igen kicsinyek, megközelítőleg a tangensükkel vehetők egyenlőknek:

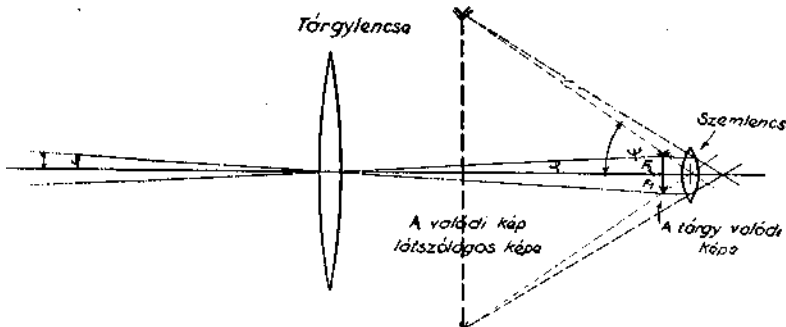
$$\frac{\psi}{\varphi} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi} \approx \frac{f_1}{f_2}$$

ahol  $f_1$  a tárgylencse,  $f_2$  a szemlencse gyújtótávolsága.

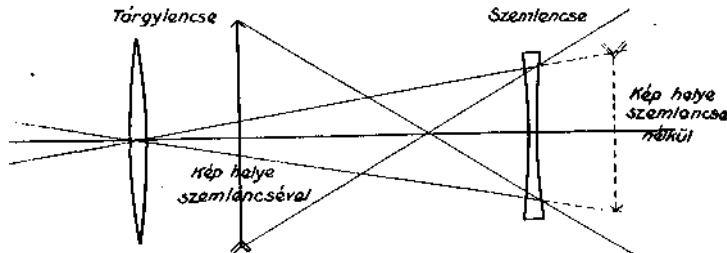
A nagyítás tehát egyenesen arányos a tárgylencse gyújtó-távolságával és fordítottan arányos a szemlencse gyújtótávolságával.

A csillagászati távcsőben megjelenő kép az eredetihez képest fordított.

A csillagászati távcső nemcsak a nevének megfelelő körben, hanem térképfelvételeknél, földek fölmérésénél is használható. Ilyenkor egy vízszintes és függőleges tengely körüli forgatással minden irányba beállítható s a függőleges és a vízszintes körosztályzatokon a megfelelő szögek leolvashatók.



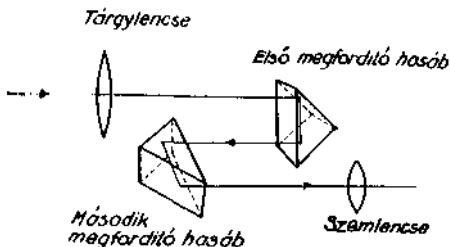
97. kép. A csillagászati messzelátó nagyítása.



98. kép. A színházi messzelátó működésének vázlata.

Ebben a kivételben a csillagászati távcső neve *teodolit* (9. kép). Nem zavar, hogy a kép fordított helyzetben jelenik meg, mert nem a tárgyak szemlélésére, hanem a szögek lemérésére szolgál.

Földi tárgyak szemlélésére oly messzelátók alkalmasak,



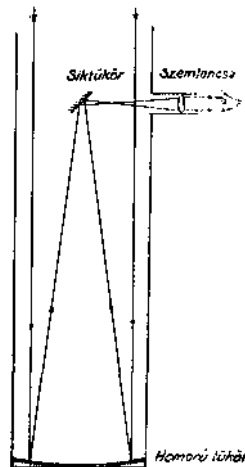
99. kép. A Zeiss-féle prizmás messzelátó működésének vázlata.

amelyek ügyes fogással a szemlencsébe nézve egyenes állású képet adnak. Két elterjedt alakjuk van, A *Galilei-féle*, vagy *színházi* és a *prizmás messzelátó*. A színházi messzelátónál a szemlencse a valódi kép keletkezése előtt elhelyezett szórólencse. A tárgylencséből a sugarak

a valódi kép helyének megfelelően összetartó sugarakként lépnek fel. Ez összetartó sugarakat, mielőtt találkoznának, a szórólencse oly széttartókká változtatja, amelyek a szemlencséből úgy lépnek ki, mintha a szemlencse előtt, kialakuló egyenes állású képről jönnének. A sugarak menete a 98. képen látható.

Az egyenes állású kép előállításának másik módját a *Zeiss-féle prizmás messzelátónál* találjuk. Itt két, a sugarakat teljesen visszaverő,  $45^\circ$ -os hasáb van a szem- és tárgylencse közé iktatva. Az egyik visszafordítja a képet a tárgy állásába, a másik pedig a valódi kép jobb és bal oldalát cserélve meg, eredeti irányukba tereli a sugarakat (99. kép).

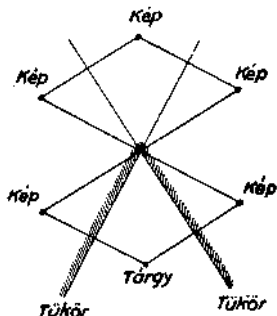
Csillagászati megfigyelésekre még oly messzelátókat is használnak, amelyeknél a tárgy valódi képét nem gyűjtőlencse, hanem homorú tükör adja. A valódi kép keletkezése előtt egy síktükör a sugarakat oldalra vetíti, a szemlencse irányába (100. kép).



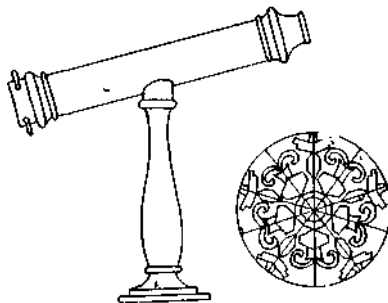
100. kép. A tükrös csillagászati távcső működésének vázlata

### Szögtükrök.

Két, egymást hegyes szög alatt metsző síktükör a köztük helyezett tárgyról a tükrök síkjaira szimmetrikus helyzetekben megjelenő több képet ad. Ha egy  $60^\circ$ -os ilyen szögtükör közé a középére gyertyát állítunk, egy szabályos hatszög csúcspont-



101. kép. Képletkézés a szögtükörnél.

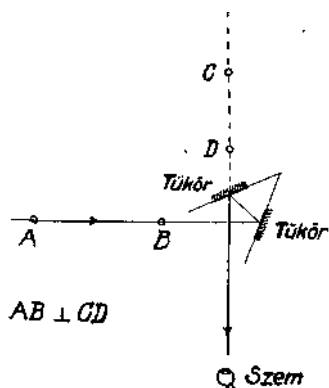


102. kép. Kaleidoszkóp és a benne látható kép.

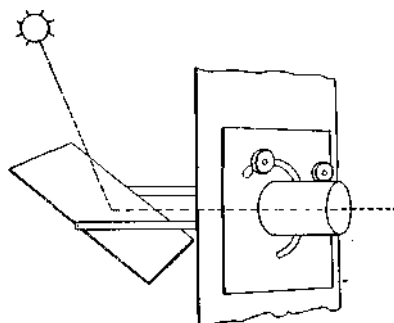
jain elhelyezett öt képet fogjuk látni, mert az egyik tükrőben megjelenő kép a másik tükrőképre nézve tárgyként szerepel (101. kép).

Ezen a jelenségen alapszik a *kaleidoszkóp* (102. kép), amelynél a háromoldalú  $60^\circ$ -os hasáb belül tükröző felület s

a hasáb alapján egy külső homályos s egy belső átlátszó üveg között a legkülönbözőbb színű és alakú apró üvegdarabok vannak. Belenézve a tengely irányában egy ilyen hasádba, a szögtükör hatása folytán a rendezetlen, színes üvegdarabok szimmetrikusan megismétlődve látszanak s igen szép alakzatokat mutatnak. Íla egy kis rázással megváltoztatjuk az üvegdarabok helyzetét, azonnal megváltozik a kép is. Ezt a szerkezetet szövőgyárakban használják új minták tervezésénél. Egyszerű kivitelben minden diák elkészítheti.



103. kép. Derékszögű szögtükör.



104. Napállító.

Van a szögtükörnek egy másik alkalmazása is: a derékszögű szögtükör. Ezzel adott pontban adott irányra merőleges irányt lehet kijelölni. Az ilyen szögtükör tükörlapjai  $45^\circ$ -ot zárnak be, működését a 103. kép mutatja. Ezt az eszközt földmérésnél, derékszögű földterületek kijelölésénél szokták használni.

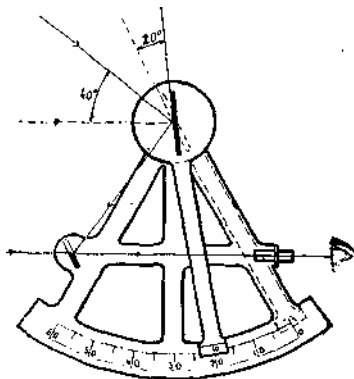
### A napállító.

A síktükör egyik legegyszerűbb alkalmazása a *napállító*, egy olyan szerkezet, mely a nap sugarait a tükrözés törvénye szerint a szabadból egy kísérletező terembe vezeti. A tükör két egymásra merőleges tengely körül forgatható s e révén a Nap tovahaladásának megfelelően a tükör is mindig úgy állítható, hogy a Nap sugarai tükrözés után a kívánt irányba tereltesse. Vannak óraszerkezettel ellátott napállítók is, melyek önműködően követik a Nap járását.

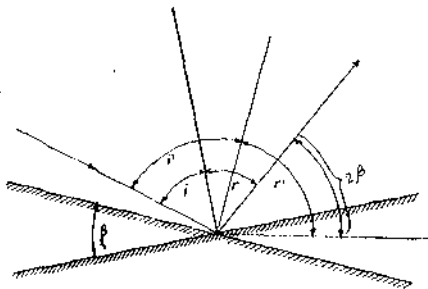
### A szeksztáns.

A látószög meghatározására szolgál a *tükörseksztáns*, mely nevét onnan nyerte, hogy az eszköz részei egy fókuszállyal ellátott  $60^\circ$ -os körcikkre vannak szerelve. Használatkor a tárgy látószögét alkotó sugarakat a mozgatható egyik tükör segítségével egyirányba hozzuk (105. kép). A körcikk középpontjában elhelyezett tükör elfordításának kétszerese a keresett látószög, mert ha egy síktükör  $\alpha$  szöggel elfordul

a változatlan irányból beeső sugár visszavert sugara  $2b$  szöggel fordul el (106. kép). Egyrészt nagyobb lesz a beesési szög  $b$ -val, másrészt az új beesési merőleges is elfordul ( $b$ -val, tehát a visszavert sugárnak  $2b$  szöggel kell elfordulni, hogy a beesési és visszaverődési szögek a tükör elfordulása után is egyenlők legyenek.



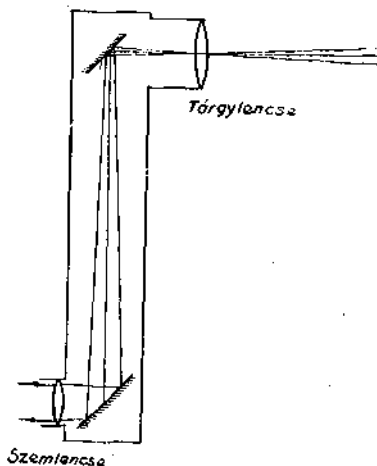
105. Szeosztáns.



106. kép. Siktükör elfordulásakor a visszavert fény sugar a tükör elfordulási szögének kétszeresével fordul el.

### Periszkop.

*Periszkopnak* nevezzük az olyan tükrös szerkezetet, mely lehetővé teszi, hogy a tárgyakat úgy szemlélhessük, mintha néhány méterrel magasabban volna a szemünk. Működését a 107. kép mutatja. Különösen fontos szerepe van a tenger-alattjárókon, mert kis mértékben a víz alá merülve, segítségével még mindig végigtekinthető a tenger felszíne. Tulajdonképpen két helyen derékszögben megtört messzelátó, amelyben két tükör egyszerű tükrözés, vagy két derékszögű hasáb teljes visszaverődés révén gondoskodik arról, hogy az optikai tengely és az irányában haladó sugarak eredeti irányuktól két ízben  $90^\circ$ -kal elforduljanak. Hasonló szerkezet az elvileg két ilyen periszkópból álló, széles és mély terep áttekintésére szolgáló ollóstávcső.



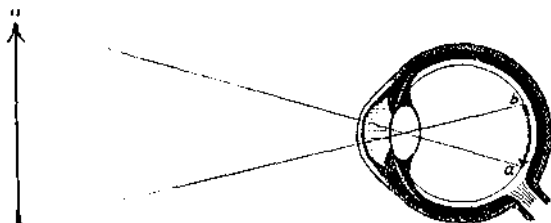
107. kép. Periszkop működésének vázlatja.

## 6. A szem és a látás.

### A szem mint fénytani eszköz.

Szemünk fénytani szempontból elvileg a fényképezőgépnek felel meg. Gyűjtőlencsével ellátott sötétkamra. A szemgolyóba csak a *szembogárnak* (*pupilla*) nevezett kis kerek nyíláson át juthat fény. A pupilla mögött van a *szemlencse*, mely a szem előtt lévő tárgyaknak kicsinyített, fordított, valódi képét vetíti az ideghártyára, a látóidegnek a szemgolyó belsejében elterülő folytatására (108. kép). Ezt ingerii a külső tárgyaknak odavetődő valódi képe s ez az inger váltja ki bennünk a fény érzetét.

A kettősen domború lencsénél a fókuszról számított tárgy-, illetve képtávolság egymással fordítottan arányosak. Tehát a közeli tárgy képe messzebb, távoli tárgy képe közelebb esik a szemlencséhez. Nincs azonban módunkban a szemgolyó ideg-



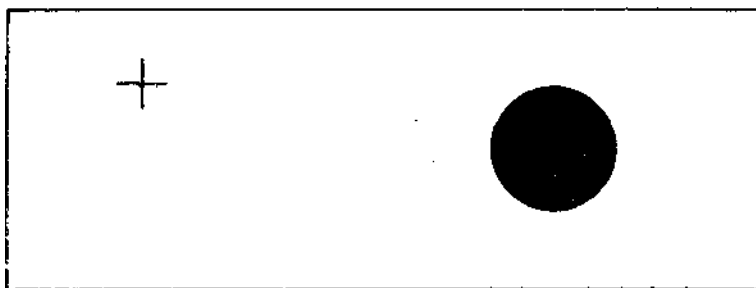
108. kép. Az emberi szem működésének vázlata.

hártyáját hol közelebb, hol messzebb vinni a szemlencséhez aszerint, hogy távoli, vagy közeli tárgyat nézünk, ahogyan a fényképezőgép beállításánál a lemezt a lencséhez közelebb, vagy távolabb visszük. A szemlencse domborulata (görbületi sugara) változik meg, s így alkalmazkodva a különböző távolságokhoz, éles kép keletkezik az ideghártyán.

Bár a szemben keletkező kép fordított, a tárgyakat mégis egyenes állásban látjuk. Ez csak a megszokás eredménye.

A szem olvasás közben ide-oda jár, szinte minden egyes betűk megfelelően elmozdul. Ez azért van így, mert az ideghártyának azzal a részével látunk csak élesen, amely a szem optikai tengelyének irányába esik. Az ideghártyának ezt a részét *sárga folt*nak nevezik. Olvasás és általában minden más nézés közben a szem tengelyét pontosan arra a helyre fordítjuk, ahol a figyelmünket lekötő tárgy pl. az éppen olvasott betű van. Az előttünk lévő többi tárgyat is látjuk, de korántsem olyan határozottsággal. Nézés közben a szemünk az optikai tengely megfelelő beállítása érdekében rendkívül finom és élénk mozgást végez. Eközben észre sem vesszük, hogy van az ideghártyának olyan helye, ahol az ideg teljesen érzéketlen a látásra, mert az említett finom mozgással mindig elkerüljük, hogy a nézett tárgy képe erre a helyre essék. Ezt a helyet *vak-*

*foltnak* nevezzük. Ott terül el, ahol a szemideg a szemgolyóba lép. A vakfoltot az alábbi kísérlettel mutathatjuk ki. A 109. képen lévő rajzot tartsuk jobb szemünk elé arcunkkal párhuzamosan kb. 20 cm távolságban. Most hunyjuk be bal szemünket és jobb szemmel nézzünk nyugodtan a bal oldalon lévő keresztre míg a jobb oldali kör eltűnik, mert képe éppen a vakfoltra esik. A kísérletet 3 m távolságból, a táblára megfelelő arányban rajzolt ábrával megismételve, egy emberi fej nagyságú rész marad ki a látótérből.

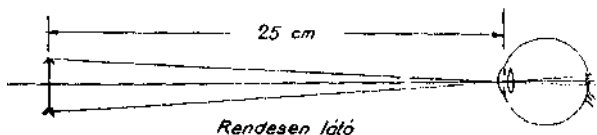


109 kép. A vakfolt kimutatására alkalmas kép.

### Rendes, rövid-, illetve messzelátó szem.

Rendes szemű emberek olvasás közben nagyjából 25 cm. távolságra tartják az olvasott szöveget. Ez a rendes szem számára a *tiszta látás távolsága*. Ennél nagyobb távolságra már csak a nagyobb tárgyakat látjuk tisztán, kisebb távolságnál pedig erőltetni kell szemünket. Rendes szemű embernél a nyugodt szem előtt 25 cm távol lévő tárgyak képe az ideghártyán alakul ki (110. kép).

110. kép Képeletkezés a tiszta látás távolságában lévő tárgyról rendes szemnél.

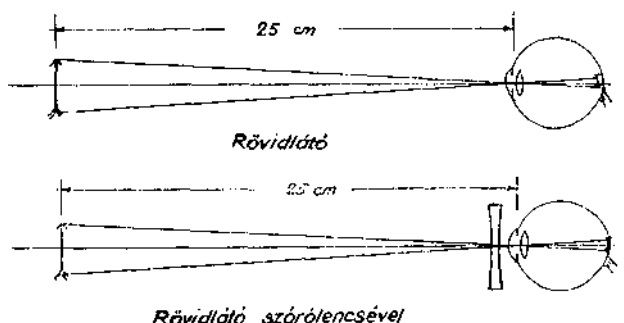


A szemlencse alkalmazkodó képessége sokszor megromlik. Ilyen szemű emberek a rendes nagyságú nyomtatott szöveget a tiszta látás távolságának megfelelő 25 cm-nél közelebb hozzák, vagy távolabb tartják. Előbbieket rövidlátóknak, utóbbiakat messzelátóknak hívják.

Ha a tisztalátás 25 cm távolságánál közelebb hozva látjuk tisztán a betűket, ez azt jelenti, hogy a 25 cm távolságra lévő betűk képe nem esik pontosan az ideghártyára. A tárgyat, jelen esetben a betűket, a szemlencséhez közelítve a kép távolodik a szemlencsétől. Tehát a szemben létrejött kicsinyített valódi fordított kép, ha a tárgy a tisztalátás távolságában van. túl közel van a szemlencséhez. Az ideghártya előtt keletkezik

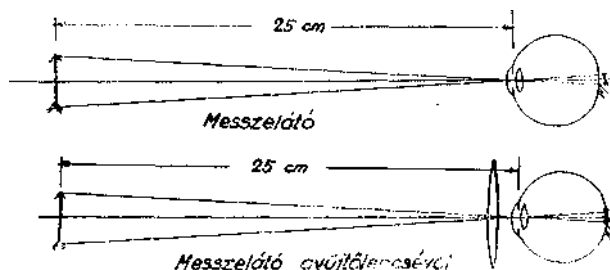


(111. kép). Az ilyen rövidlátó szem tehát akkor lát tisztán a rendes 25 cm távolságból, ha a szemlencsén megtört sugarak kevésbé összetartók s ezért kicsit távolabb, az ideghártyán találkoznak. Ezt a változást egy szórólencse útján lehet elérni. A rövidlátó ember szeme tehát egy szórólencsével kiegészítve lát tisztán a tiszta látás távolságában.



111. kép. Képetkeztetés a rövidlátó szemben.

Ellenkező az eset az olyanoknál, akik akkor látják a rendes nagyságú betűket tisztán, ha azok jóval messzebb vannak, mint 25 cm. Az ilyeneknél tehát a tisztalátás távolságában lévő tárgy képe az ideghártyán túl keletkezik (112. kép). E túlnagy képtávolságot kisebbre kell tenni, hogy a kép az ideghártyára essék. Ez vagy úgy történik, hogy a tárgytávolságot növeljük, az olvasott betűket messzebb tartjuk, vagy úgy, hogy a szem elé egy gyűjtőlencsét teszünk, amely összetartóbbá teszi a szemlencséből kilépő s az ideghártya felé tartó sugarakat.



112. kép. Képetkeztetés a messzelátó szemben.

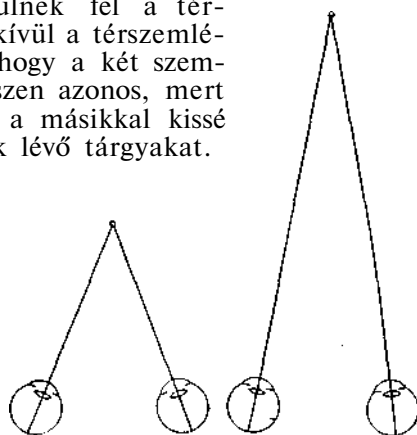
A szemüvegek erősségét a méterben kifejezett gyűjtőtávolság reciprok értékével fejezik ki és *dioptriának* nevezik.  $1/2$  dioptria azt jelenti, hogy a gyűjtőlencse fókusz-távolsága 2 méter. A szórólencsénél a dioptriát negatívnak veszik.

### Két szem együttes használata.

Két szem használata a tárgyak térbeli elhelyeztettségének felfogásánál játszik jelentős szerepet. A szemet mozgató izmok a szem tengelyét mindig abba az irányba állítják be, amelyben a figyelemmel nézett tárgy van. A két szem tengelye tehát

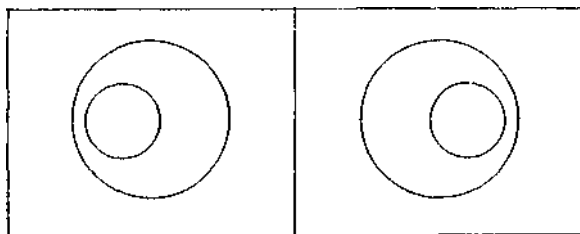
kisebb, vagy nagyobb szöget zár be aszerint, hogy távoli, vagy közeli tárgyat nézünk (113. kép). A szemizmoknak így előálló különböző feszültségeiből épülnek fel a térszemlélet egyes elemei. Ezen kívül a térszemléletet nagyban elősegíti az is, hogy a két szemben keletkezett kép nem egészen azonos, mert az egyik szemmel kissé jobb, a másikkal kissé baloldaltól nézzük az előttünk lévő tárgyakat.

Ha pontosan az egyik szem helyére, azután a másiknak megfelelő helyre tesszük a fényképező lensét és két felvételt készítünk ugyanarról a tárgyról, a kapott képek nem teljesen azonosak. Különösen feltűnő a különbség, ha a tárgynak közeli és távoli, jól elkülönített részei vannak, pl. kisebbik körlap-



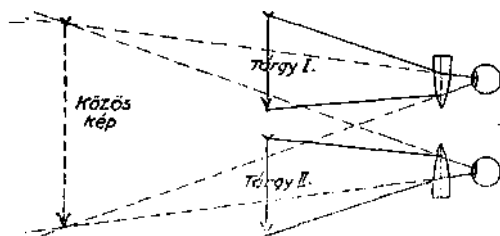
113. kép. Két szem tengelyének beállítása különböző távolságra.

jával felénk néző csomakúp (114. kép), vagy ha a képen közeli és távoli tárgyak egész sora van.



114. kép. Sztereoszkópikus kép, mely sztereoszkópban nézve csomakúp-nak látszik.

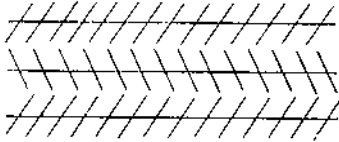
Az ilyen kettős képet, melynek elkészítéséhez a két szemnek megfelelően egymás mellé szerelt kettős fényképezőgépet használnak, *sztereoszkópikus* felvételnek nevezik. Ha az ilyen képet szemünk elé helyezett üveghasábokon át nézzük (115. kép), a képen lévő tárgyat a síkból kiemelkedve, térbeli elosztódásban látjuk. Az ilyen szerkezetet *sztereoszkóp*-nak nevezzük.



115. kép. A sztereoszkóp működésének vázlata.

### Optikai csalódások.

Geometriai alakzatok sokszor egészen más benyomást keltenek bennünk, mint amilyenek a valóságban. A 116. képen a hosszabb vonalak párhuzamosak, de a rájuk rakott rövidebb vonalak zavaró hatása miatt nem látszanak ilyeneknek. Ezekre a jelenségekre az építészeknek kell figyelniük, nehogy a háza-

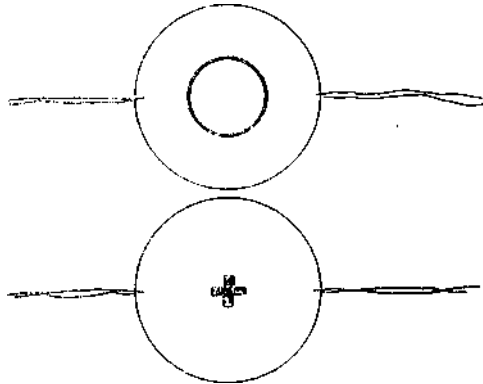


116. kép. Optikai csalódások.

kon lévő vonalas beosztások miatt a házak ferdén állóknak tűnjenek fel. Ez az optikai csalódás fellelhető e könyv 250. képén, ahol az álló csillagról jövő sugár metszi a Nap sugarait.

### Mozgó és utóképek.

A szemnek egy kép felvétele után kb. 1/10 mp-re van szüksége, hogy egy újabb képet elkülönítve tudjon felfogni. Ennél gyorsabban egymást követő képek egybefolynak. Vágjunk ki egy körlapot kemény papírból és rajzoljunk egyik oldalára kört, a másik oldalára megfelelő helyen egy keresztet és oldalára erősített zsineg segítségével forgassuk meg. A képeket úgy fogjuk látni, mintha a körbe volna rajzolva a kereszt. Egy mozgás gyors egymásutánban felvett képeinek megfelelő gyors egymásutánban való szemlélésekor a képek összefolynak s a mozgás érzetét váltják ki bennünk. Ezen alapszik a mozgófénykép.



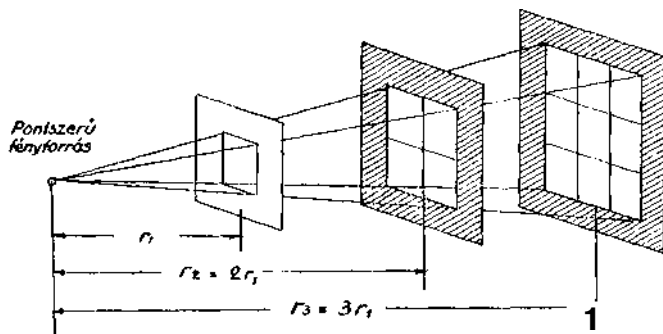
117. kép. Gyors egymásutánban megjelenő képek egymásba fonódását kimutató eszköz.

Különösen erősfényű képek az inger megszűnése után is elég soká hatnak (pl. egy pillanatra a Napba nézünk, aztán behunyjuk szemünket,) mert a szemnek időre van szüksége, míg a kapott erős hatás alól felszabadul. Ezt a jelenséget nevezzük *utóképnek*.

## 7. Fényerősségmérés.

### A fényforrás és a megvilágítás erőssége és mérése.

A sötét testek csak akkor láthatók, ha egy fényforrásról jövő sugarak megvilágítják. Mindennapi tapasztalataink szerint a megvilágítás a fényforrás erősségétől függ. A Nap jobban megvilágítja a testeket, mint a Hold, a villanylámpa jobban, mint egyetlen gyertyaszál s ez ismét jobban, mint az égő gyufa. Ennek alapján az egyik fényforrást erősebbnek, a másikat gyengébbnek mondjuk. Ha egy meghatározott felületet, pl. egy könyvnek éppen olvasott lapját figyeljük meg, azt tapasztaljuk, hogy még ugyanazon fényforrás mellett is erősebb a megvilágítás, ha közelebb van a fényforrás, vagy ha fénysugarak merőlegesen érik a megvilágított felületet.



118. kép. A megvilágítás a távolság négyzetével fordítva arányos.

Figyeljük meg, hogyan nő egy pontszerű fényforrás által megvilágított terület a távolság növelésével. A 118. képen vázolt kísérlet szerint kétszer távolabb lévő felületen a fény négyszer nagyobb, háromszoros távolságban lévõn kilenceszer nagyobb területet világít meg. Ennek megfelelően a *megvilágítás erőssége (E) fordítottan arányos a távolság négyzetével*, mert ahányszor nagyobb felületen oszlik el a fény, annyszor gyengébb a megvilágítás. Képletben felírva:

$$E = \frac{c}{r^2}$$

ahol  $c$  az egységnyi távolságban lévő felületnek a megvilágítása. Ezt a fényforrás erősségére jellemző adatot rendszerint  $I$ -vel jelölik. Így

$$E = \frac{I}{r^2}$$

Ez az összefüggés azonban csak akkor érvényes, ha a fénysugarak merőlegesek a felületre. Mert, ha a felület a fénysugarakkal  $\alpha$  szöget zár be, akkor a fénynek  $\cos \alpha$ -SZOROSA jut

csak a felületre és így a megvilágítás is ilyen arányban változik (119. kép). A megvilágítás erőssége eszerint

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha$$

lesz.

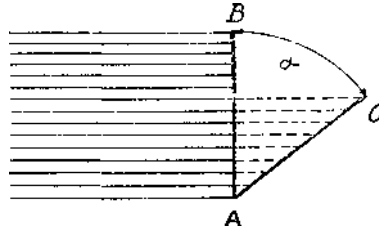
Ez összefüggés alapján a különböző fényforrások erősségét az általuk adott megvilágítás összehasonlításával lehet megmérni. Ha két  $I_1$  és  $I_2$  erősségű fényforrás  $r_1$  és  $r_2$  távolságról ugyanazon hajlásszög mellett ugyanakkora megvilágítást ad, akkor

$$E = \frac{I_1}{r_1^2} \cos \alpha = \frac{I_2}{r_2^2} \cos \alpha$$

vagy

$$I_1 : I_2 = r_1^2 : r_2^2$$

*Egyenlő megvilágítások esetén tehát a fényforrások erősségei úgy aránylanak, mint a távol-*



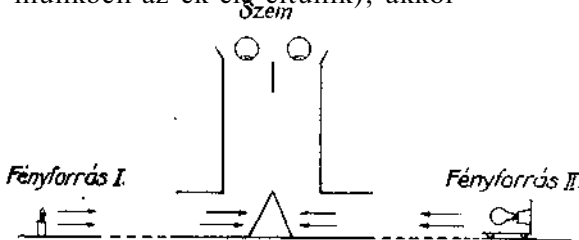
119. kép. A megvilágítás a hajlásszög cosinusával egyenesen arányos.

ságok négyzetei. Ezen alapszik a fénymérés (fotometria). Ha egy éknek fehér lapjait (120. kép) két különböző erősségű egy színű fényforrással úgy világítjuk meg, hogy a megvilágítás erőssége ugyanaz legyen (amit arról tudunk meg, hogy szemünkben az ék éle eltűnik), akkor

$$I_1 : I_2 = r_1^2 : r_2^2$$

tehát

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot r_2^2}{r_1^2}$$



120. kép. Ékfotométer.

Még csak a fényforrás erősségének az egységét kell megválasztani, hogy a mérés végrehajtható legyen. Egységül egy pontosan kivitelezett gyertyának, a *Hefner-gyertyának* a fényerősségét veszik. Ha  $I_1$  éppen 1 ilyen Hefner-gyertya, akkor

$$I_2 = \frac{r_2^2}{r_1^2} \text{ Hefner-gyertya erősségű.}$$

A megvilágítás erősségének egysége az

$$E = \frac{I_1}{r_1^2} \cdot \cos \alpha$$

egyenlet alapján az a megvilágítás, amelyet 1 Hefner-gyertya az 1 méter sugarú gömb középpontjából a, gömbfelületnek vízszintes irányban ad. Ilyenkor  $I=I$ ,  $\cos \alpha = 1$ ,  $r_1 = 1$ , tehát

$E_{is} = 1$ . A megvilágításnak ezt az egységét 1 *lux-nak* nevezzük. Az újabb fotométereket ilyen egyméteres sugarú gömbalakban készítik, amelynek középpontjában van az egységnyi erősségű fényforrás. A megméréendő fényforrás  $I_2$  pedig a gömböt kívülről  $r_2$  távolságból világítja meg. Ha a gömb felületén a külső és belső megvilágítás egyenlő, ami egy áttetsző lapon lévő zsírfolt eltűnésében nyilatkozik meg, akkor, mivel

$$I_1 = 1, r_1 = 1$$

az

$$I_2 = \frac{I_1 \cdot r_2^2}{r_1^2}$$

egyenlet alapján

$$I_2 = r_2^2$$

A méterekben kifejezett  $r_2$  távolság számértékének négyzete megadja az  $I_2$  fényerősséget Hefner-gyertyákban.

Azt a fénymennyiséget, amely az egységnyi erősségű fényforrásból kiindulva az 1 méter távolságban lévő 1 m<sup>2</sup> területen az időegység alatt áthalad, 1 *lumen-nak* nevezik. Ujabban vilnylámpák teljesítőképességét lumenekben, illetve a lumen tízszeresében, *dekalumenben* szokták kifejezni.

### III.

## MECHANIKA.

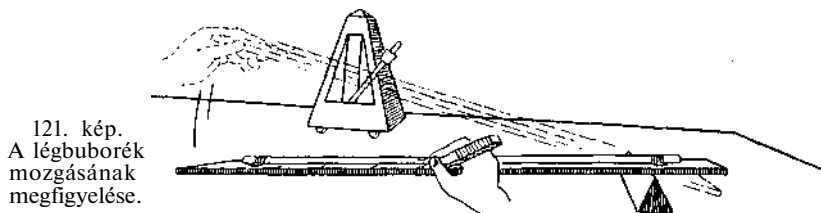
### A) A MOZGÁSOK LEÍRÁSA (KINEMATIKA).

#### 8. Egyenletes mozgás.

Légbuborék mozgása folyadékkal telt üvegcsőben.

##### A jelenség előállítása és megfigyelése-

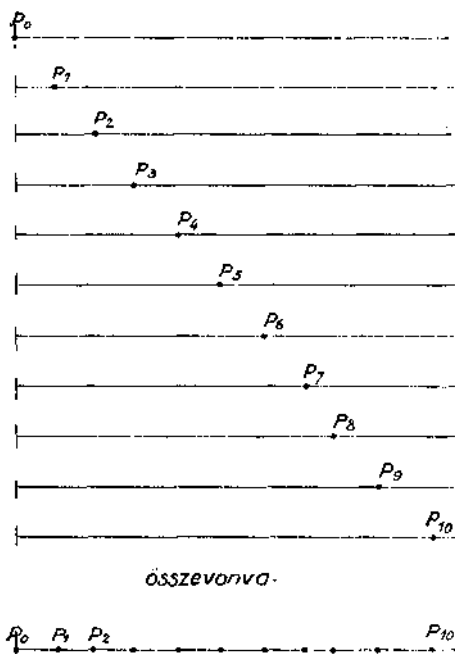
Egy légbuborékot is tartalmazó, vízzel telt üvegcsőben, melyet röviden *Mikola-csőnek*\* fogunk nevezni, a buborék az alacsonyabb részből a magasabb felé mozog. Ha meg akarjuk



ismerni a buborék mozgását, meg kell állapítanunk, mikor hol van. Erősítsük egy lécre a csövet és a zenéből ismert ütemmérőnek, egy erősen ketyegő óraszerkezetnek szabályozóját állítsuk be másodpercekre. Tartsuk bal kezünkkel a csövet a 121. képen pontozva jelzett helyzetben. Az ütemmérő egy koppanásakor hirtelen tegyük le a cső felemelt végét az asztalra. A buborék mozogni kezd. Jobb kezünkbe vett krétával az ütemmérő minden egyes koppanásának pillanatában egy krétavonással jelöljük meg a lécen a mozgó buborék helyét.

\* *Mikola Sándor*, a budapesti ev. gimnázium kiváló fizika-tanára, utóbb az intézet igazgatója, használta ezt az összeállítást az egyenletes mozgás tanításánál s ajánlotta tanárképzőintézeti előadásában.

### A megfigyelt mozgás felvázolása.



122. kép. A légbuborék mozgásának felvázolása.  $P_0$  a pont helyzete az elinduláskor,  $P_1$  egy,  $P_2$  két mp múlva és így tovább.

Rajzoljuk fel vázlatosan a csövet egy egyenessel és a buborék helyét jelöljük egy  $P$  ponttal. Az elindulás legyen 0 időpillanatban, akkor a pont helyzetei az elinduláskor, illetőleg 1, 2, 3, 4 mp. múlva a következők (122. kép).

Idő $t$ mp.	Megtett út $s$ cm	
0	0	
1	8	
2	15	
3	23	
4	32	4
5	40	
6	49	
7	57	
8	62	
9	71	
10	82	

Ezek a rajzok szemléletesen adják meg a feleletet arra a kérdésre, mikor hol van a mozgó pont.

### Menetrend készítése.

Mérjük le a mozgó buborék, vagy az azt helyettesítő  $P$  pont távolságát a kezdőhelyzettől.

Ez a táblázat már számokban ad feleletet arra a kérdésre, hogy a mozgó pont hol van. Az idő és az út összetartozó értékeinek ily táblázatos összeállítását a vonatok mozgását hasonló módon megadó Menetrend után a mozgás *menetrendjének hívjuk*. A menetrend is megadja, hogy a mozgó pont mikor hol van, de már jóval tökéletesebben, mint a helyzetek lerajzolása, mert az időt és az idővel változó helyzetet számokkal, illetve számok változásával fejezi ki.

### Jelenségvonala rajzolása.

Egy lépéssel tovább haladunk kísérleti adataink feldolgozásában, ha az így nyert összetartozó idő-út értékpárokat egy derékszögű koordináta-rendszer síkjában egy-egy ponttal ábrázoljuk (123. kép).

Minél több a megfigyelésünk, annál több ilyen pontot



kapunk, amelyek, mint látjuk, nem összevissza, hanem szabályos rend szerint helyezkednek el. Ha képesek volnánk végtelen sok megfigyelésre, e pontok végtelen szorosan követnék egymást s egy vonallá sűrűsödnének. Ezt a vonalat azonban végtelen sok megfigyelés nélkül is megvonhatjuk, ha egy olyan vonalat húzunk, amely anélkül, hogy minden egyes ponton tényleg áthaladna, lehető legjobb megközelítéssel kifejezi a pontok elhelyezkedésének általános jellegét.

Az  $s$  út és a  $t$  idő összefüggését kifejező ez a jelenségvonal, szintén megadja a feleletet arra a kérdésre, mikor hol van a mozgó pont. Megadja azonban nemcsak a kísérlettel megállapított egyes időpillanatokban, hanem minden más időben is, mert kimérhető belőle minden  $t$  időnek megfelelő  $s$  távolság. Pl ha

$$t = 7.5 \text{ mp.}$$

$$s = 60 \text{ cm}$$

A jelenségvonal tehát minden időpillanatra nézve megadja, hogy hol van a mozgó pont, de csak a rajz lemérésével járó pontatlansággal.

*A légbuborék mozgásának jelenségvonala a koordináta-rendszer kezdőpontján átmenő egyenes.*

### Egyenlet felállítása.

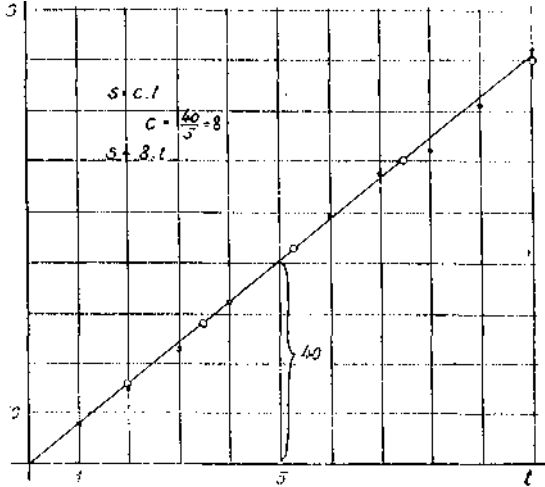
Ilyen egyenesen oly pontok vannak, amelyeknek koordinátái között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$y = c \cdot x$$

illetve a változók fizikai jelentését is kifejezésre juttatva,

$$s = c \cdot t$$

Ez az egyenlet azt jelenti, hogy a megtett út az idővel egyenesen arányos. Kétszer nagyobb időnek kétszer, háromszor nagyobb időnek háromszor nagyobb út felel meg. Megfordítva, ha a mozgás ideje 2-szer, 3-szor, 4-szer kisebb, a megtett út is 2-szer, 3-szor, 4-szer kisebb lesz.



123. kép. A légbuborék mozgásának jelenségvonal. A pontok a kísérlet mérési adatainak, a körök számításnak felelnek meg.

64.

Az olyan mozgást, amelynél a megtett út az idővel egyenesen arányos, *egyenletes mozgásnak*, ha egyenes vonalon halad, *egyenesvonalú egyenletes mozgásnak* nevezzük. A légbuborék mozgása tehát egyenesvonalú egyenletes mozgás.

Ha  $t = 1$   
akkor  $s = c$

a  $c$  szorzószám tehát egyenlő az első mp-ben megtett út nagyságával. Erre a jelentőségére utalva,  $s_1$ -gyel is szoktuk jelölni. Kimérve nagyságát a jelenségvonalból

$$c = s_1 = s$$

tehát  $s = c \cdot t = s_1 \cdot t = 8 \cdot t$

Ez az egyenlet számítás útján teljes pontossággal adja meg, mikor hol van a mozgó pont. Pl.

ha $t =$	0.5	2	3.5	5.2	7.5	8.75	10
akkor $s =$	4	16	28	41.6	60	70	80
							cm

Ilyen számított értékeket berajzolva a jelenségvonalba, megláthatjuk, pontosan megfelel-e az egyenlet a jelenségvonalnak (123. kép).

Ha egy jelenségvonal felvételénél és a hozzátartozó egyenlet megállapításánál a megfigyelésből és a számításból eredő pontok nagyon eltérnek egymástól, akkor vagy jobb és több megfigyelés alapján igyekszünk a jelenségvonalat pontosabban felvenni, vagy a jelenségvonalhoz tartozó egyenletet igyekszünk úgy meghatározni, hogy az egyenletből kiszámított értékek jobban megközelítsék a kísérletből eredő méréseket. Esetleg mindkét eljárást alkalmazzuk. Nem szabad azonban e munka közben soha elfelejteni, hogy a mérés mindig tökéletlen s így csak megközelítő pontossággal adhatja a mért mennyiségeket.

### A sebesség fogalma, mértéke és egysége.

Ha két egyenesvonalú egyenletes mozgást összehasonlítunk, legtöbbször azt tapasztaljuk, hogy az egy másodperc alatt megtett út a mozgásnál nem egyenlő. Ilyen különböző mozgásokat a Mikola-csónél az üvegcső meredekségének változtatásával állíthatunk elő. Azt a mozgást, amelynél az időegység alatt megtett út nagyobb, gyorsabb mozgásnak, vagy nagyobb sebességű mozgásnak nevezzük, azt, amelyiknél az időegység alatt megtett út kisebb, lassúbb, kisebb sebességű mozgásnak hívjuk.

Ennek alapján a sebesség az egyenes vonalú egyenletes mozgásoknak az a tulajdonsága, mely abban jut kifejezésre, hogy az időegység alatt különböző nagyságú utakat tesznek meg.

*A sebesség számszerű kifejezéséül, más szóval mértékéül az időegység alatt megtett út nagyságát használjuk.*

A légbuborék  $t = 5$  sec alatt  $s = 40$  cm utat tett meg, (123. kép) tehát az egy mp alatt megtett út nagyságát a cm-ben mért hosszúságot kifejező és a sec-ban mért időt kifejező számok hányadosa, vagyis

$$\frac{40 \text{ cm}}{5 \text{ sec}} = 8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

adja meg. A 8 azonban sem nem cm, sem nem sec, hanem cm secundumonként, vagy emlékeztetve a műveletre, amely az 8-hoz vezetett cm per sec, illetve  $\text{cm. sec}^{-1}$ . Szavakban: nyolc centiméter secundum a minus egyedik hatványon. Ez jelképes beszéd, amely arra emlékeztet, hogy a sebesség mértékszámát cm-ben mért hosszúság mértékszámának és sec-ban mért idő mértékszámának a hányadosa. A mozgás sebessége tehát:

$$c = 8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} = 8 \text{ cm sec}^{-1}$$

Ennek megfelelően annak a mozgásnak lesz  $1 \text{ cm sec}^{-1}$ , vagyis egységnyi sebessége, amely *másodpercenként egy cm utat tesz meg*. Ilyen egységnyi sebességű mozgást könnyen elő lehet állítani a Mikola-csővel, ha a cső hajlásszögét úgy választjuk meg, hogy a buborék minden mp-ben egy cm utat tegyen meg.

Rendkívül sok előnnyel jár, hogy a cm-ből és sec-ból származtatott sebességegység:  $1 \text{ cm sec}^{-1}$ , kifejezi azt a számítási eljárást, amely a sebesség mértékszámát az út és az idő mértékszámából megállapítja. Ha a cm és sec jelzésekkel úgy számolunk, mintha algebrai számok volnának, akkor a fizikai mennyiségek közötti egyenlet jobb- és baloldala azonos egységekhez vezet. Pl.

$$s = c \cdot t$$

$$\text{cm} = \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \cdot \text{sec} \quad \text{vagy} \quad \text{cm} = \text{cm sec}^{-1} \cdot \text{sec}$$

$$\text{cm} = \text{cm}$$

Későbbi bonyolultabb esetekben ennek kettős hasznát látjuk. Ellenőrizhetjük a fizikai mennyiségek között felállított egyenletek helyességét, vagy tájékozódást szerezhetünk az egyenletben szereplő olyan adat fizikai jellegéről, amelyet nem ismerünk. Az alapegységek jelképes hatványaiból képezett ezeket a jelképes szorzatokat, amelyek a belőlük származtatott egységek elnevezéseit is szolgáltatják, a leszámaztatott egység *dimenziójának* nevezik s ezekkel az egységekkel az algebrai műveleteknek megfelelő jelképes számításokat *dimenzió-számításnak* hívják. Pl.

$$t = \frac{s}{c}$$

egyenlet is helyes fizikai tartalommal bír s ennek megfelelően

út és sebesség mértékszámának hányadosa időt fejez ki, amit a dimenziószámítás is igazol.

$$\frac{\text{cm}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1}} = \text{sec}$$

*A sebesség egysége annak az egyenletes mozgásnak a sebessége, amely az időegység alatt a hosszúság egységnek megfelelő utat tesz meg.*

Lehet az utat, valamint az időt és ennek megfelelően a sebességet is más egységekben mérni, nem csupán cm-ben és sec-ban. Ha pl. egy gyorsvonat óránként 72 km utat tesz meg, a sebessége:

$$72 \frac{\text{km}}{\text{óra}} \quad \text{vagy} \quad 72 \text{ km óra}^{-1}$$

Átszámítva

$$72 \frac{\text{km}}{\text{óra}} = 72 \frac{100000 \text{ cm}}{3600 \text{ sec}} = \frac{72000 \text{ cm}}{36 \text{ sec}} = 2000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

A gyorsvonat tehát 2000-szer nagyobb sebességgel mozog, mint az üvegcsőben a légbuborék akkor, amikor minden mp-ben 1 cm utat tesz meg.

Mivel a sebességet a hosszúság és az idő egységére vezettük vissza és így ezekből származtattuk, a hosszúság és az idő egységeit *alapegységeknek*, a sebesség egységét pedig ez alapegységekből *leszármaztatott egységnek* nevezzük.

### A sebesség és a mozgás egyenlete.

Megállapításunk szerint

$$\begin{aligned} s &= c \cdot t \quad \cdot f \\ \text{innen, ha} \quad t &= 1 \\ s &= c = s_1 \end{aligned}$$

és így a c mint szám, az első másodpercben megtett út nagyságát fejezi ki. Ezért jelöljük sokszor  $s_1$ -gyel is. A megtett út azonban az idővel egyenesen arányos lévén,

$$\begin{aligned} \text{a két} \quad \text{mp alatt megtett út} \quad 2s_1 &= 2c \\ \text{a három} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{„} \quad 3s_1 &= 3c \end{aligned}$$

ami azt jelenti, hogy a második, a harmadik stb. mp-ekben megtett út is  $s_1$  illetve  $c$ . Általában az időegység alatt megtett út az egyenletes mozgásnál a mozgás bármely szakaszában ugyanaz és nagysága a sebesség mértékszám.

### A sebesség és a mozgás jelenségvonala.

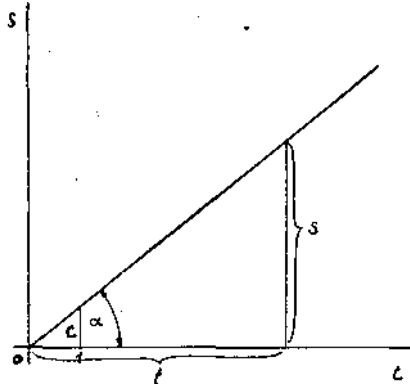
Mivel az  $s = ct$  egyenlet alapján, ha  $t = 1$ ,  $s = c$ , a mozgás jelenségvonalában a  $t=1$  abszcissához tartozó ordináta adja meg a sebességet. Mivel pedig általában

$$c = \frac{s}{t}$$

kimérhetjük úgy is a jelenségvonalból a sebesség nagyságát, hogy lemérjük két összetartozó  $s$  és  $t$  értékét és ezeket egymással elosztjuk (124. kép). Ez a hányados azonban az  $\alpha$ -SZÖG tangense. Tehát

$$c = \operatorname{tga}$$

Innen következik, hogy nagyobb sebességű egyenletes mozgás nagyobb hajlásszögű egyenest ad, kisebb sebességű kevésbé meredeket. A sebesség különbözősége te-



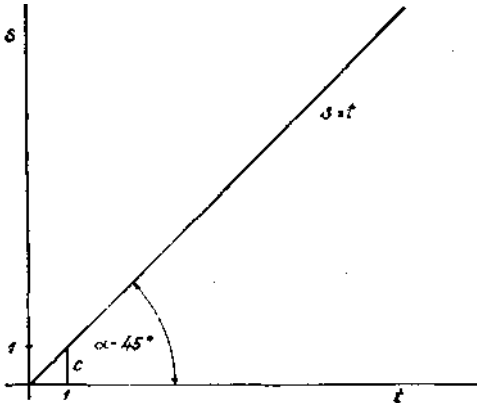
124. kép A sebesség kimérése jelenségvonalból.

hát az egyenes meredekségében jut kifejezésre. Egységnyi sebességű mozgás egyenlete  $s = 1 \cdot t$  lévén

$$c = \operatorname{tga} = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

vagyis az egységnyi sebességű mozgás jelenségvonala a + X tengelyhez  $45^\circ$  alatt hajló egyenes (125. kép).



125. kép. Egységnyi sebességű mozgás jelenségvonala.

### A sebesség általános meghatározása.

Eddig a megtett utat mindig a mozgás kezdetétől számítottuk. Számíthatjuk azonban a megtett utat nemcsak a mozgás kezdetétől, hanem egy tetszőszerinti  $t_1$  időpillanattól kezdve egy tetszőszerinti  $h$  nagyságú időn át, vagyis a  $t_2 = t_1 + h$  időpillanatig (126. kép).

Akkor a  $t_1$  időpillanatig megtett út  $s_1 = c \cdot t_1$

a  $t_2$  " " " " "  $s_2 = c \cdot t_1 + c \cdot h$

tehát a  $t_2 - t_1$  idő alatt megtett út

$$s_2 - s_1 = ct_1 + ch - ct_1 = c \cdot h$$

Az út és az idő hányadosát ebben az esetben tehát két különbségnek, differenciának a hányadosa adja

$$\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{ch}{h} = c = \operatorname{tga}$$

A változók ily különbségeit röviden  $\Delta s$ ,  $\Delta t$  szokás

jelölni, s a hányadosukat *differentia-hányadosnak* nevezni. Eszerint

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = c$$

a *sebesség az út és az idő differentia hányadosával egyenlő.*

A végtelen kis időtartamra vonatkoztatott sebességet *pillanatnyi sebességnek* nevezzük. A pillanatnyi sebességre nézve a  $h$  végtelen kicsi, tehát

$$t_2 - t_1 = h \text{ végtelen kicsi}$$

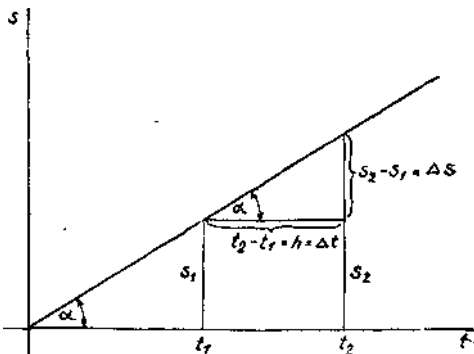
$$s_2 - s_1 = ch \text{ is végtelen kicsi}$$

de e két végtelen kis különbségnek a hányadosa, melyet  $\frac{ds}{dt}$ -vel szokás jelölni és *differentiál-hányadosnak* neveznek, nem végtelen kicsi, hanem  $c$ ,

$$\frac{ds}{dt} = \frac{ch}{h} = c$$

Az egyenes vonalú egyenletes mozgásánál tehát az útnak az idő szerinti differentiál-hányadosával megadott pillanatnyi sebesség is mindig állandó, s nagyságra nézve  $c$ -vel egyenlő.

Sebesség mértéke alatt általában ezt a végtelen kis időre vonatkoztatott pillanatnyi sebességet értjük. A *sebesség mértéke* tehát az útnak az idő szerinti differentiál-hányadosa.



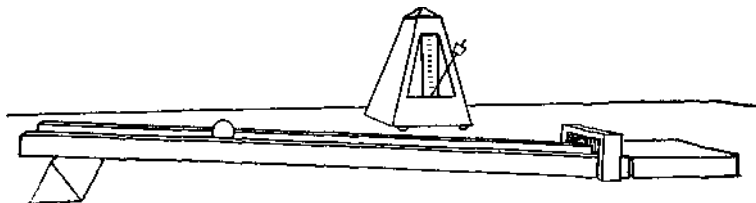
126. A jelenségvonal és a differentia-hányados.

## 9. Esés a lejtőn. Egyenletesen változó mozgás.

A lejtőn guruló golyó mozgása.

**A jelenség előállítása, megfigyelése és felvázolása.**

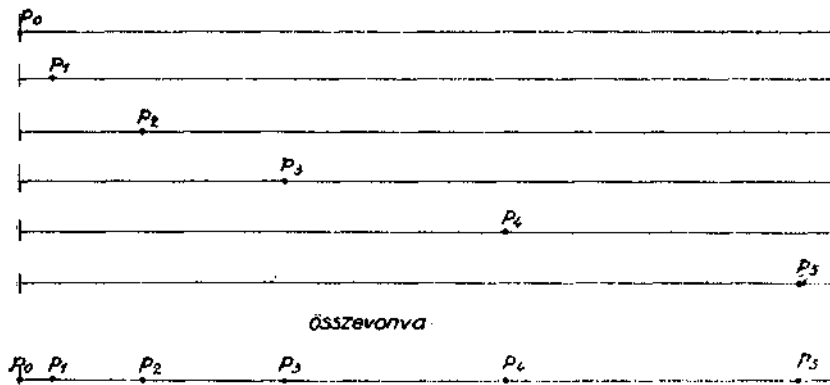
Lejtő gyanánt egy 2 m hosszú deszkalapot használunk, amelyen egyenesvonalú mélyedés adja a guruló golyó pályáját (127. kép).



127. kép. A lejtőn guruló golyó mozgásának megfigyelése.

Az ütemmérőt ismét másodpercre szabályozva megindítjuk. A nem meredek lejtő felső végén az ütemmérő egy koppanásakor eleresztjük a golyót. Úgy mint a légbuborék mozgásánál, — bár most kissé nehezebben megy a mozgás gyors lefolyása miatt, — az egyes koppanások pillanatában krétával megjelöljük a mozgó golyó helyét. Néhány begyakorlásra szánt kísérletezés után elérhetjük, hogy a messzebből figyelt golyó, ha jól indítjuk, elég pontosan azokon a helyeken megy át egy-egy koppanáskor, melyeket megjelöltünk.

A deszkába vágjt mélyedést egy vonallal, a mozgó golyót egy ponttal jelöljük és felrajzoljuk másodpercenként a golyó helyét (128. kép).



128. kép. A lejtőn guruló golyó mozgásának felvázolása.

Máris megállapíthatjuk, hogy ez a mozgás nem egyenletes, mert itt az egymásutáni másodpercekben megtett utak nem egyenlők, hanem növekvők. Az ilyen mozgást *gyorsuló mozgásnak* nevezzük.

### Menetrend, jelenségvonal és a mozgás egyenlete.

A mozgás menetrendje az összetartozó idő- és távolság-adatok alábbi táblázatos összeállítása:

idő $t$ mp:	0	1	2	3	4	5
távolság $s$ cm:	0	7	24	52	96	154

A mozgás jelenségvonala a 129. képen látható görbe vonal.

Az ilyen görbe vonalon oly pontok vannak, amelyek koordinátái között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$y = c \cdot x^2$$

vagy utalással a változók fizikai jelentésére

$$s = c \cdot t^2$$

Ha  $t = 1$ , akkor  $s = c$ , vagyis  $c$  az első mp-ben megtett út mértékszámát jelenti, ily értelemben  $s_1$ -gyel is szoktuk jelölni.

Nagysága megmérhető mint az egysegnyi abszcisszához tartozó ordináta. Ennek alapján  $c = 6$  s így a mozgás egyenlete

$$c = 6 \cdot t^2$$

Ez egyenlettel néhány összetartozó idő- és útértéket számítás útján is meghatározunk,

ha	$t$	1	2	3	4	5
akkor $s$		6	24	54	96	150

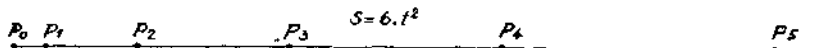
Ha ez értékeknek megfelelő pontokat is megrajzoljuk, megállapíthatjuk, hogy az egyenlet jól kifejezi a megfigyelt mozgást.

Az  $y = c \cdot x^2$  egyenlettel megadott görbevonalat parabolának nevezzük. Ez a parabola tehát olyan síkgörbe, amelynél bármely pont ordinátája arányos az abszcissa négyzetével. Ha tehát a független változó 2-szer, 3-szor, 4-szer nagyobb vagy kisebb lesz, az ordináta  $2^2=4$ -szer,  $3^2=9$ -szer,  $4^2=16$ -szor lesz nagyobb, illetve kisebb.

A lejtőn guruló golyónál tehát a megtett út az idő négyzetével egyenesen arányos.

### A gyorsulás fogalma, mértéke és egysége.

Vázoljuk fel most pontosan, vagyis megfigyelési és egyéb hibák nélkül az  $s = 6 \cdot t^2$  egyenletnek megfelelő mozgást (130. kép).

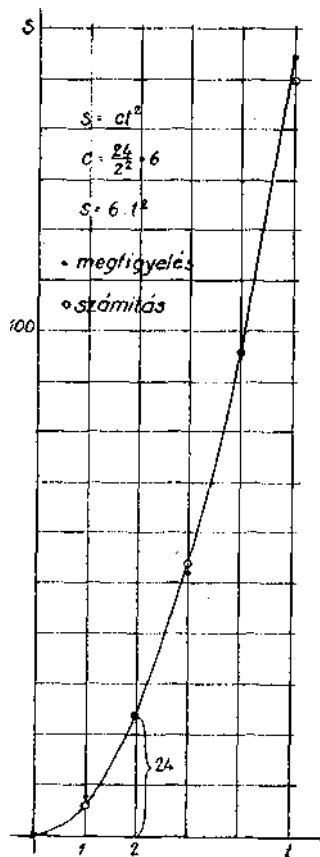


130. kép. Az  $s = 6 \cdot t^2$  egyenletnek megfelelő mozgás lelvázolása.

Rajzoljuk ki külön-külön az egymásutáni időegységekben megtett utakat (131. kép).

Ez az összeállítás nemcsak azt fejezi ki, hogy az egymásutáni időegységekben az utak nőnek, hanem azt is, hogy a növekedés mindig ugyanaz, mégpedig az első mp-ben megtett út kétszerese (132. kép). Ezt az állandó útnövekedést  $a$ -val jelöljük, tehát  $a = 2s_1$ .

Az ilyen mozgást, amelyben az egymásutáni időegységek-



129. kép. A lejtőn guruló golyó mozgásának jelenségvonala.



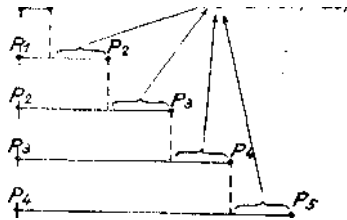
ben az utak mindig nagyobbodnak és ez a növekedés állandó, *egyenletesen gyorsuló* mozgásnak nevezzük.

az első	mp-ben megtett út:	$P_0 \rightarrow P_1$
a második	" " "	$P_1 \rightarrow P_2$
a harmadik	" " "	$P_2 \rightarrow P_3$
a negyedik	" " "	$P_3 \rightarrow P_4$
az ötödik	" " "	$P_4 \rightarrow P_5$

131. kép. Az egymásutáni időegységekben megtett utak.

A lejtőn guruló golyó mozgása tehát egyenesvonalú, egyenletesen gyorsuló mozgás.

Különböző, egyenletesen gyorsuló mozgásokat összehasonlítva tapasztaljuk, hogy az első másodpercben megtett út és ezzel az egymásutáni időegységekben mutatkozó útnövekedés is egyiknél nagyobb, a másiknál kisebb. Ha nagyobb, akkor azt mondjuk, hogy a test nagyobb gyorsulással mozog, ha kisebb, akkor a test gyorsulását tekintjük kisebbnek.



132. kép. Az egymásutáni időegységekben megtett utak növekedése állandó.

A gyorsulás tehát az egyenletesen gyorsuló mozgásoknak az a tulajdonsága, mely abban nyilvánul meg, hogy az idő-

egységekben tapasztalható állandó útnövekedés az egyes mozgásoknál különböző.

A gyorsulás számszerű kifejezésül az egymásutáni időegységekben jellemző útnövekedést használjuk. Ennek alapján

$$a = 2 s_1 = 2 \cdot 6 = 12$$

Tehát a mozgás egyenlete így is írható:

$$s = \frac{a}{2} t^2$$

Ez egyenletből a gyorsulás:  $a = \frac{2s}{t^2}$

A gyorsulást tehát cm-ben kifejezett hosszúságnak és időt kifejező szám négyzetének a hányadosa adja. Ebből kifolyólag egysége  $1 \text{ cm sec}^{-2}$ . Ilyen gyorsulása van annak az egyenletesen gyorsuló mozgásnak, mely az első mp-ben  $\frac{1}{2}$  cm utat tett meg.

Az egyenletesen gyorsuló mozgásnál a megtett út arányos az idő négyzetével s az arányossági tényező a gyorsulás fele.



$$\frac{ds}{dt} = at_1$$

A pillanatnyi sebesség tehát attól függ, mekkora a  $t_1$ . Mivel  $t_1$  értéke bármely  $t$  lehet, azt mondhatjuk, hogy a pillanatnyi sebesség függ az időtől, még pedig azzal egyenesen arányos

$$\frac{ds}{dt} = v(t) = at$$

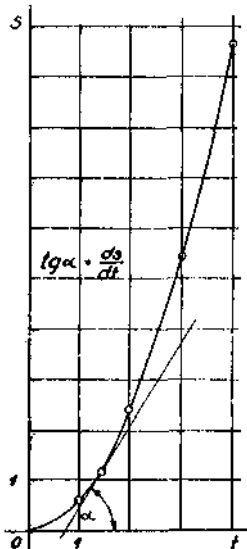
Az arányossági tényező a gyorsulás.

$$\text{Ha } \begin{matrix} t = 0, 1, 2, 3, \\ v = 0, a, 2a, 3a, \end{matrix}$$

a gyorsulás tehát nem más, mint a sebességnek az időegység alatti növekedése.

A jelenségvonalon (134. kép), amikor  $h$  végtelen kicsi, a szelő érintő lesz  $s$  így a  $t_1$  abszcissájú ponthoz tartozó érintő hajlásszögének tangense adja meg a  $t_1$  pillanatban a sebességet.

$$\frac{ds}{dt} = v(t) = at_1 = \operatorname{tg} \alpha$$



134. kép. A pillanatnyi sebesség és a jelenségvonal összefüggése.

$$v = a \cdot t$$

$$a = \frac{v}{t}$$

összfüggés alapján akkor egységnyi a gyorsulás, ha a mozgás a sebessége 1 sec alatt 1 cm sec<sup>-1</sup> nagysággal nő. A gyorsulás a pillanatnyi sebességnek az időegység alatti növekedése. A lejtőn guruló golyó pillanatnyi sebessége tehát

- az 1. mp. végén 12 cm sec<sup>-1</sup>
- a 2. mp. végén 24 cm sec<sup>-1</sup>
- a 3. mp. végén 36 cm sec<sup>-1</sup>

mert a gyorsulása 12 cm sec<sup>-2</sup>, s így a sebesség mp.-ként 12 cm sec<sup>-1</sup> sebességgel nő.

Előbb már megállapítottuk, hogy akkor van az egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgásnak egységnyi gyorsulása, ha az első mp-ben 1/2 cm utat tett meg. Ilyenkor ugyanis

$$a = 2s, = 2 \times 1/2 = 1 \text{ cm sec}^{-2}$$

Ilyen gyorsulású mozgást a lejtőn nehéz előállítani, mert túl lassú. Ha azonban az első mp-ben megtett út pl. Va dm, ami már könnyen megvalósítható, a gyorsulás  $a = 1 \text{ dm sec}^{-2}$ . A gyorsulás egysége, 1 cm sec<sup>-2</sup> nagyságú gyorsulás, az ilyen mozgás gyorsulásának a tizedrésze.

A gyorsulás, mint a sebesség differenciálhányadosa.

Ha egy  $t_1$  pillanatnak megfelelő sebesség  $v_1$ , a  $t_2 - t_1 = h$  idő alatt a sebesség-változás  $v_2 - v_1 = a \cdot h$  tehát

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{ah}{h} = a$$

s mivel ez az összefüggés végtelen kis  $h$  időtartamra is fennáll, amikor  $\Delta v$  és  $\Delta t$  végtelen kicsinyek:

$$\frac{dv}{dt} = a$$

A gyorsulás eszerint a sebesség differenciálhányadosa.

A sebesség azonban maga is az útnak idő szerinti differenciálhányadosa

$$v = \frac{ds}{dt}$$

azért

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\left(\frac{ds}{dt}\right)}{dt}$$

s így a gyorsulás az útnak az idő szerint vett második differenciálhányadosa.

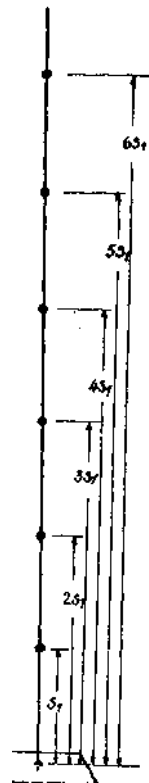
Ha egy golyót lejtőn felfelé gurítunk, mozgása egyenletesen *lassuló* lesz. Az ilyen egyenletesen lassuló mozgás gyorsulása, mivel itt a sebesség nem nő, hanem fogy, negatív. Az egyenletesen gyorsuló és egyenletesen lassuló mozgásokat összefoglalva *egyenletesen változó mozgásoknak* nevezzük.

## 10. A szabadesés.

### A jelenség leírása, megfigyelése és jellegének megállapítása.

Az elengedett és nem felfüggesztett, sem alátámasztott tárgyak függőlegesen esnek. Ez a szabadesés jelensége. Eddigi megfigyelési módszerünk a szabadesés tanulmányozására nem alkalmas, mert a szabadesés még sokkal rövidebb ideig tart, mint a gurulás a lejtőn. Lehetetlen kívánság volna egy fal mellett leeső test helyzeteinek megjelölése az ütemmérő koppanásainak pillanataiban. Ezért egészen különleges berendezésekre és pontos mérőeszközökre volna szükségünk, ha a szabadesésre nézve az idő és az út összefüggését ki akarnók mérni.

Ilyen mérések helyett végezzük el az alábbi kísérletet. Kössünk (135. kép) egy fonálra az alsó végétől  $s_1, 2s_1, 3s_1 \dots$



135. kép. Egyenlő távolságban felfüggesztett golyók szabadesése.



136. kép.  $s_1$ ,  $4s_1$ ,  $9s_1$ ,  $16s_1$  távolságokban felfüggesztett golyók szabad-  
esése.

távolságban kis golyókat. Az  $s_1$  tetszésszerű távolság lehet. Feszítsük meg a fonalat függőlegesen és hirtelen elengedve, adjunk lehetőséget arra, hogy a golyók szabadon essenek. Figyeljük meg, egyenlő időközökben koppannak-e az egymásután a padlóra érkező golyók. A tapasztalás azt mondja, hogy a koppanások nem egyenletesen, vagyis nem egyenlő időközökben, hanem a későbbi koppanások időben sűrűsödve hallatszanak. E tapasztalás szerint a szabadesés nem egyenletes, hanem gyorsuló mozgás.

Vajjon egyenletesen gyorsul-e a mozgás, ezt úgy figyelhetjük meg, hogy a golyókat a fonál alsó végétől  $s_1$ ,  $4s_1$ ,  $9s_1$ ,  $16s_1$  távolságra kötjük fel (136. kép). Az ilyen távolságból leeső golyók egyenlő időközökben koppannak, tehát a kétszer, háromszor, négyszer hosszabb idő alatt megtett utak négyszer, kilenceszer, tizenhatszor nagyobbak. Úgy nőnek, mint a számok négyzetei.

E megfigyelés alapján a szabadesés egyenletesen gyorsuló mozgás.

#### A szabadesés egyenlete és gyorsulása.

Ha időegységnek az egyes koppanások közötti időt tekintjük, akkor a kísérlet szerint

az első időegység alatt megtett út:  $s_1$   
 a első két " " " "  $4s_1 = 2^2 s_1$   
 az első három " " " "  $9s_1 = 3^2 s_1$   
 az első négy " " " "  $16s_1 = 4^2 s_1$   
 általában a  $t$  idő alatt megtett út:

$$s = s_1 \cdot t^2$$

Az első mp-ben megtett utat a következő módon határozzuk meg. Lemérjük stopperórával, mennyi idő alatt esik le egy kavicsdarab 15–20 méter magasságból. 20 méteres magasság esetében körülbelül 2 mp-et fogunk mérni. Tehát:

ha  $s = 20 \text{ m}$

akkor  $t = 2 \text{ sec}$

amiből az egyenlet alapján

$$s_1 = \frac{s}{t^2} = \frac{20 \text{ m}}{4 \text{ sec}^2} = 5 \text{ m sec}^{-2}$$

Tehát szabadesésnél az első mp-ben megtett út 5 méter. Pontos mérések szerint 4.9 méter. Ennek alapján a szabadesés gyorsulása

$$a = 2s_1 = 9.8 \text{ m sec}^{-2} = 980 \text{ cm sec}^{-2}$$



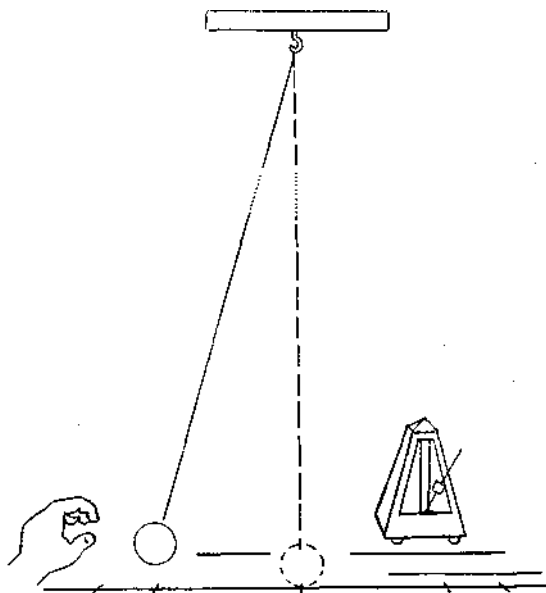
és a levegő ellenállásának a különböző mértékű befolyásából ered. Ennek igazolásául tegyünk egy kerek papírdarabot, mely valamivel kisebb, mint a pénzdarab, elejtés előtt a pénz fölé. Az így elhelyezett papír a pénzdarabbal egyszerre éri a földet. Ha egy hosszú csőből eltávolítjuk a levegőt, a benne lévő fém-, papír, vagy akár pehelytoll is, egyszerre fognak benne esni (137. kép). E kísérlet alapján kimondhatjuk, hogy a szabadesés gyorsulása légüres térben független a test alakjától és anyagától, minden testre nézve ugyanaz:  $g = 980 \text{ cm. sec}^2$ .

## 11. Rezgőmozgás. Ingamozgás.

### A fonálinga mozgása.

#### A jelenség előállítása és megfigyelése.

A fonálinga vékony szálra felfüggesztett, lehetőleg kis-méretű, de minél nehezebb test. Pl. vas-, vagy ólomgolyó (138. kép). Egy ilyen fonálinga, ha függőleges nyugalmi helyzetéből kimozdítjuk és elengedjük, a nyugalmi helyzetén át ide-oda leng. Ezt a mozgást hívjuk ingalengésnek. Pontosabban az alábbi módon figyelhetjük meg: A mennyezetre akasztunk egy 4 méter hosszú ingát. A hosszúságát a gömb középpontjából mérjük. Az ingát nyugalmi helyzetéből kb 40 cm-re kimozdítjuk és az ütemmérő egy koppanásával egyidejűleg elengedjük. Az inga egy kevésbé hajlott köríven mozog. Ez ívnek megfelelően a

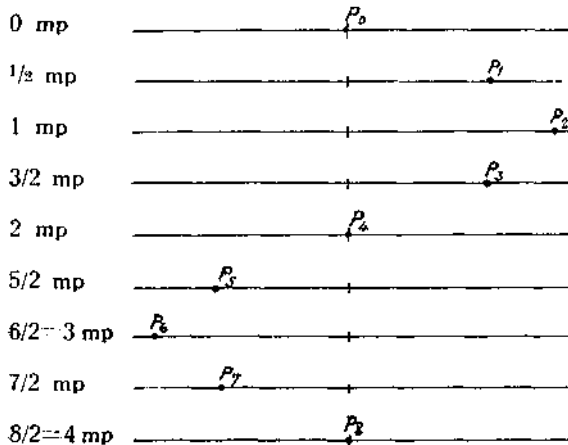


138. kép. Az ingalengés megfigyelése.

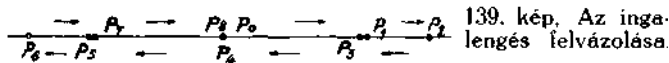
padlón egyenes vonalat húzunk és megközelítőleg úgy tekintjük, mintha az inga ezen a vonalon mozogna. Az ütemmérőt  $1/2$  mp-re állítjuk be, balkezünkkel kiemeljük az ingát nyugalmi helyzetéből és lengésnek eresztjük. Megjelöljük  $1/2$  mp-enként a helyét az egyenesen. Eközben a következőket tapasztaljuk: az inga nem egyenletesen mozog. Amikor a nyugalmi helyzete felé halad, mozgása gyorsul, amikor attól távolodik, a mozgás lassul.

### A mozgás felvázolása.

Felvázoljuk a mozgást az eddig használt módszerrel, de úgy, hogy csak attól a pillanattól kezdjük a megfigyelést, amikor a golyó a nyugalmi helyzetén áthaladva, jobb felé mozog, s addig folytatjuk, amíg ebbe a helyzetbe bal oldalról visszatér (139. kép). Az ezalatt végbemenő mozgást egy teljes lengésnek nevezzük.



összevonva



### Menetrend készítése és a mozgás egyenlete.

Célszerű a távolságokat a nyugalmi helyzettől mérni s a jobboldaliakat  $+$  a baloldaliakat  $-$  jellel ellátni. Az így készült menetrend a következő:

Idő, $t$ sec :	0	$1/2$	1	$3/2$	2	$5/2$	3	$7/2$	4
Távolság, $s$ cm :	0	$+$ 27	$+$ 40	$+$ 26	0	$-$ 26	$-$ 38	$-$ 25	0

Az összetartozó idő- és távolságadatokat alapján készült jelenségvonal egy hullámvonal (140. kép).

Egy következő lengésnél, ha figyelmen kívül hagyjuk a ki-  
mozdulásoknak a levegő ellenállásából származó csökkenését,  
ugyanazok a helyzetek állanak elő. A jelenségvonal ennek meg-  
felelően a fent kapott hullámvonal megismétlésével bővül (141.  
kép).

Egy ilyen hullámvonalon olyan pontok vannak, amelyek-  
nek koordinátái között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$y = c \cdot \sin x$$

Az ilyen összefüggést szavakban így fejezhetjük ki: a független  
változó ( $y$ ) a függő változó ( $x$ ) sinusával egyenesen arányos.



Csak hogy  $x$  nem jelentheti közvetlenül az időt, hanem egy olyan változót, amely

$t = 0$ -nál,	vagyis a mozgás kezdetekor	0	
$t = 1$ -nél,	„ egy negyed lengés után	$90^\circ$ vagy $\frac{\pi}{2}$	
$t = 2$ -nél,	„ egy fél lengés	$180^\circ$ „ $\pi$	
$t = 3$ -nál,	„ háromnegyed lengés	$270^\circ$ „ $3\frac{\pi}{2}$	
$t = 4$ -nél,	„ egy teljes lengés	$360^\circ$ „ $2\pi$	

értékeket vesz fel.

Ennek megfelelően  $x$  helyére

$$\frac{360^\circ}{4} \cdot t$$

vagy általában  $\frac{2\pi}{T} \cdot t = \omega t$

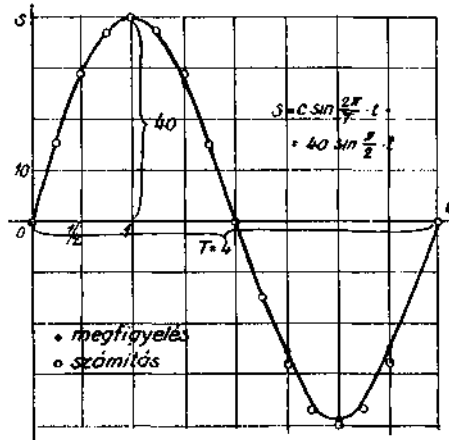
értéket kell tennünk, ahol  $T$  egy teljes lengés ideje,  $s$  ekkor

$$y = s = c \cdot \sin \omega t$$

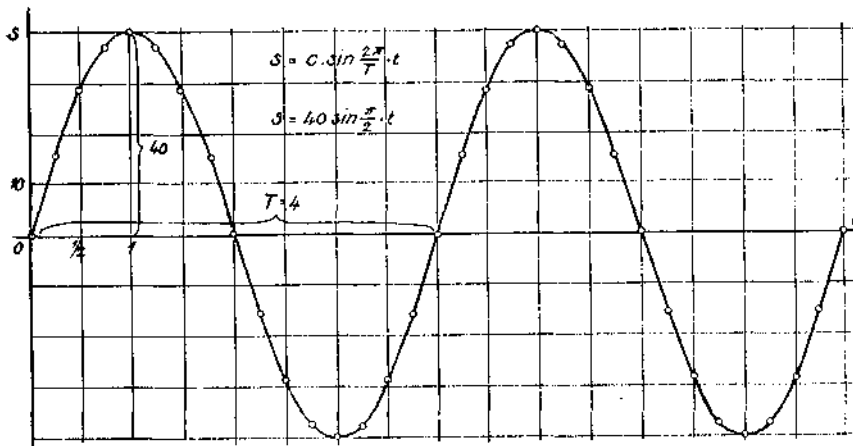
Innen a  $c$  értékét kiszámíthatjuk. Ha  $t = \frac{T}{4}$

$$s = c \cdot \sin 90^\circ = c = 40 \text{ cm.}$$

Tehát  $c$  a nyugalmi helyzet-től számítva elért legnagyobb elmozdulás, amit a kilengés nagyságának, vagy amplitudójának nevezünk.



140. kép. Az ingalengés jelenségvonala.



141. kép. Két ingalengés jelenségvonala.

A mozgás egyenlete ezek után, mivel  $c = 40$ ,  $T = 4$

$$s = 40 \cdot \sin \frac{360}{4} \cdot t = 40 \cdot \sin 90^\circ \cdot t$$

illetve  $s = 40 \sin \frac{\pi}{2} t$

Ha innen számítjuk ki a távolságokat

$$t = 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}, 4$$

időértékekre, a jelenség megvalósításának és a megfigyelésnek tökéletlenségeit kiküszöbölő alábbi értékeket kapjuk:

$$s = 0, 16, 28, 40, 28, 0, -28, -40, -28, 0$$

Berajzolva ez összetartozó  $i$  és  $s$  értékeket a jelenségvonalba, meglátjuk a megfigyelt és számított adatok közötti kapcsolat pontosságát.

### A rezgő mozgás értelmezése.

Az olyan mozgást, amelynél egy megadott nyugalmi helyzettől mért elmozdulás az idő sinusával, illetőleg az idő és egy állandó szám szorzatának sinusával egyenesen arányos, az ingára gondolva, lengő mozgásnak, vagy attól függetlenül, *rezgő mozgásnak* nevezzük.\* A rezgő mozgásnak két meghatározó adata van, a kirezgés nagysága és a rezgési idő. A nem túlságosan kimozdított fonálinga lengése tehát rezgőmozgás.

Ha a kirezgés általában  $a$ , a rezgési idő pedig  $T$ , a rezgő pontnak a nyugalmi helyzettől mért távolságát az

$$s = a \sin \frac{360}{T} t = a \sin \frac{2\pi}{T} t = a \sin \omega t$$

egyenlet adja meg.

A rezgőmozgás jelenségvonalja egy ismétlődő hullámvonal (141. kép), amelyben az  $a$  mint a hullámvonalnak a  $t$  tengelytől mért legnagyobb távolsága,  $T$  pedig, mint a hullámvonal hosszúsága mérhető le.

### A pillanatnyi sebesség és a gyorsulás

Ha a  $t_1$  időpillanatnak megfelelő elmozdulás  $s_1 = a \sin \omega t_1$ ;  $t_2 = t_1 + h$  időpillanatnak megfelelő elmozdulás  $s_2 = a \sin [\omega (t_1 + h)]$ , akkor a  $h = t_2 - t_1$  idő alatt megtett út

$$s_2 - s_1 = a \sin \omega (t_1 + h) - a \sin \omega t_1,$$

Az átlagos sebességet tehát a

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \frac{a \sin \omega (t_1 + h) - a \sin \omega t_1}{h}$$

differentiahányados, illetve a jelenség vonalon a megfelelő szelő iránytangense adja meg (142. kép).

\* Ha  $\omega = 1$ , akkor  $\sin \omega t = \sin t$  tehát a kimozdulás az idő sinusával arányos. A későbbiekben ezt az egyszerűbb szövegezést használjuk abban az esetben is, ha  $\omega$  nem 1.

Innen a pillanatnyi sebességet úgy kapjuk meg, hogy a  $h$  időtartamot végtelen kicsire vesszük. Ez esetben

$$\frac{ds}{dt} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a \sin \omega t_1 \cos \omega h + a \cos \omega t_1 \sin \omega h - a \sin \omega t_1}{h}$$

Ha  $h$  nagyon kicsiny, akkor

$$\cos \omega h = 1$$

$$\sin \omega h = \omega h$$

tehát

$$v = \frac{ds}{dt} = a \cdot \omega \cdot \cos \omega t$$

A sebesség az idő cosinusával arányosan változik.

A gyorsulást hasonló módon számíthatjuk ki, mint az igen kis időre vonatkoztatott sebességváltozásnak és megfelelő időnek hányadosát.

$$t_1 \text{ időpillanatnak megfelelő sebesség } v_1 = a \cdot \omega \cdot \cos \omega t_1$$

$$t_2 = t_1 + h \quad " \quad " \quad " \quad v_2 = a \cdot \omega \cdot \cos \omega t_2$$

Így a sebesség változása  $h$  idő alatt

$$v_2 - v_1 = a \cdot \omega \cos \omega (t_1 + h) - a \cdot \omega \cdot \cos \omega t_1$$

és ebből az időegység alatti sebességváltozást  $h$ -val való osztás útján kapjuk,

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{a \omega \cos \omega t_1 \cos \omega h - a \omega \sin \omega t_1 \sin \omega h - a \omega \cos \omega t_1}{h}$$

Ha  $h$  végtelen kicsi, akkor

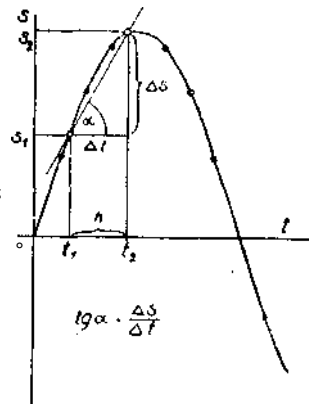
$$\sin \omega h = \omega h$$

$$\cos \omega h = 1$$

és így

$$a \cdot \frac{dv}{dt} = -a \cdot \omega^2 \cdot \sin \omega t_1 = -\omega^2 \cdot s$$

A rezgőmozgás gyorsulása az idő sinusával, illetve a nyugalmi helyzettől mért elmozdulással egyenes arányosan változik. A negatív előjel fizikailag azt fejezi ki, hogy amikor az elmozdulás növekszik, a gyorsulás kisebbedik és megfordítva, amikor az elmozdulás csökken, a gyorsulás nagyobbodik. Ingamozgás esetében a gyorsulás akkor fogy, amikor az inga távolsága az egyensúlyi helyzettől nő és akkor növekszik, amikor az ingának az, egyensúlyi helyzettől mért távolsága kisebbedik.

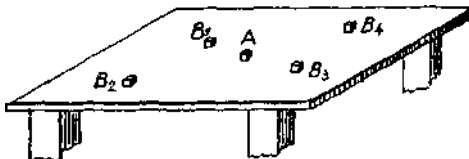


142. kép. Rezgőmozgás átlagos sebessége, a megfelelő szelő hajlásszögének tangense.

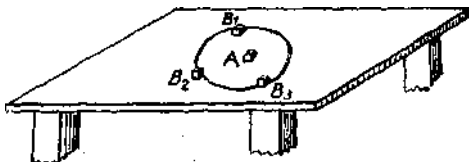
## 12. Vektorok összetétele és szétbontása.

### Az elmozdulás mint vektor.

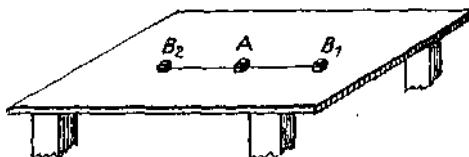
Ha azt a feladatot kapjuk, hogy az asztalon fekvő krétadarabot  $A$ -val jelölt helyéről mozdítsuk el az asztal másik helyére, akkor akármilyen úton, az asztal bármely pontjára helyezzük a krétát, a feladatot megoldottuk (143. kép). Ha azonban az a feladatunk, hogy az asztalon a krétát 50 cm-nyire mozdítsuk el, akkor már a megoldások száma korlátozódik azokra a pontokra, amelyek az  $A$  ponttól 50 cm-nyire vannak. Ezek a pontok az  $A$  körül írt 50 cm sugarú kör pontjai.



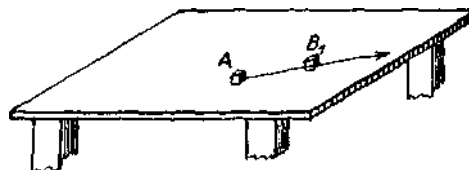
Ha még azt a feltételt kötjük ki, hogy az asztal hosszának irányában mozdítsuk el a krétát 50 cm-rel, akkor már csak két megoldás lehetséges, egy jobbra és egy balra.



Végül, ha azt kívánjuk, mozdítsuk el a krétadarabot egy előre meghatározott irányba 50 cm-rel, akkor már csak egyetlen egy megoldást találunk.



Az elmozdulás nem a mozgás *lefolyását*, hanem annak csupán *eredményét* fejezi ki. Az elmozdulás, mint egy tetszőleges mozgás eredménye, akkor van egyértelműen meghatározva, ha nemcsak a nagyságát, hanem az irányát is ismerjük.

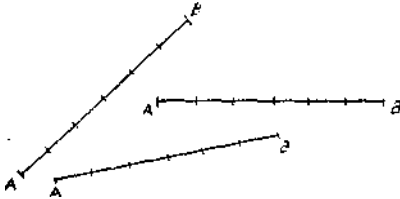


*Az olyan mennyiségeket, melyeket csak a nagyságuk és irányuk megadása után ismerünk teljesen, irány-, vagy vektormennyiségeknek, röviden vektoroknak nevezzük.*

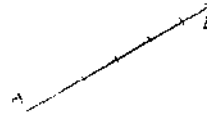
Valamely testnek a köbtartalmát, hőmérsékletét egyetlen pusztá számmal is tökéletesen jellemezhetjük. Az ilyen mennyiségek az előbbiekkal szemben a *léptékes* vagy *skalár* mennyiségek.

143. kép. Krétadarab elmozdítása.

A léptékes mennyiségeket egyszerűen egy oly távolsággal lehet kifejezni, amely annyi hosszúságegységet tartalmaz, ahány egység van az illető mennyiségben (144. kép). Bármilyen irányú és 6 egységnyi hosszú  $AB$  távolság kifejezhet 6 percet, 6 litert, 6 fokot aszerint, milyen mennyiség jellemzésére használjuk.



144. kép. Léptékes mennyiségek ábrázolása.



145. kép. Iránymennyiség ábrázolása.

Az elmozdulást azonban csak olyan távolság fejezheti ki, melynek hosszúsága a választott egységgel megadja az elmozdulás nagyságát, iránya pedig megegyezik az elmozdulás irányával (145. kép).

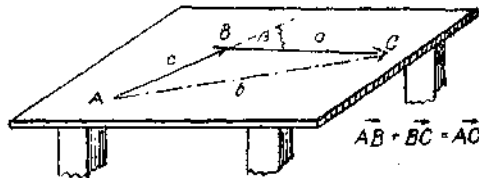
Az  $AB$  távolságot már nem vehetem akármilyen irányú egyenesen, vagy megfordítva B-ből A-ba, mert az már egészen más elmozdulást jelentene. Általában így lesz ez későbbi tanulmányaink során előforduló minden más iránymennyiségnél is.

Az  $AB$  távolsággal és iránnyal megadott iránymennyiséget így jelöljük:  $\vec{AB}$ .

### Elmozdulások összetevése és szétbontása.

Mozdítsuk el a krétadarabot az A helyzetből először B-be, azután B-től C-be. Az első elmozdulás irány és nagyság szerint  $AB$ , a második  $BC$  (146. kép).

Helyettesítsük most ezt a két elmozdulást egy elmozdulással. Nyilvánvaló, hogy az  $AC$  elmozdulás ugyanarra az eredményre vezet, mint az  $AB$  és  $BC$  együttesen. Ezért az  $AC$  elmozdulásra azt mondjuk, hogy az  $AB$  és  $BC$  elmozdulások összege. Az  $AB$  és  $BC$  összeadandókat vektorok esetében összetevőknek, az  $AC$  összeget pedig eredőnek nevezzük.



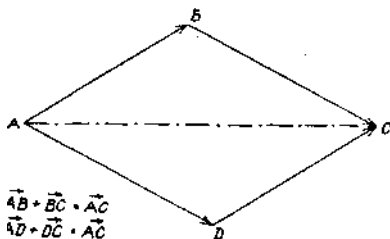
146. kép. Elmozdulások összetevése.

Az eredő nagyságát a cosinus tétel segítségével számíthatjuk ki. Ha a két vektor által bezárt szög  $\beta$ , a vektorok alkotta háromszög oldalai  $a$ ,  $b$  és  $c$ , akkor

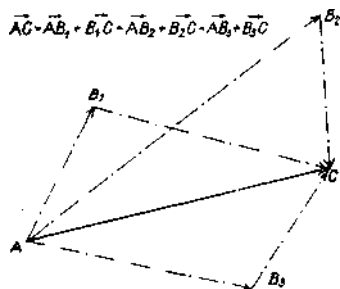
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos (180 - \beta)$$

Geometriailag az eredő a két összetevővel képezett paralelogramma átlója (147. kép).

Bontsunk fel most egy adott elmozdulást két összetevő elmozdulásra (148. kép). Ha  $\vec{AC}$  az elmozdulás irány és nagyság' szerint, akkor bármely az  $A$ -n és  $C$ -n kívül eső  $B$  pont meghatároz két oly elmozdulást,  $\vec{AB}$ -t és  $\vec{BC}$ -t, melyeknek eredője  $\vec{AC}$ . Tehát feladatunknak végtelen sok megoldása van. Adott vektor végtelen sokféleképpen bontható fel két másik vektor összegére.



147. kép. Az eredő mint az összetevőkből alkotott paralelogramma átlója.



148. kép. Iránymennyiség felbontása két-két összetevőre.

Egyértelmű lesz a feladat megoldása akkor, ha megadjuk a két összetevő irányát. Leggyakoribb eset az, amikor megadjuk az egyik összetevő irányát és kikötjük, hogy a másik összetevőnek az elsőre merőlegesnek kell lenni.

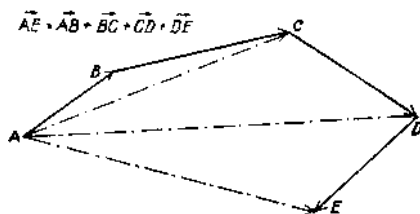
Ebben az esetben, ha az első összetevő az adott vektorral a szöget zár be,

$$\begin{aligned} \text{és} \quad AB &= AC \cdot \cos \alpha \\ BC &= AC \cdot \sin \alpha \\ AC^2 &= AB^2 + BC^2 \end{aligned}$$

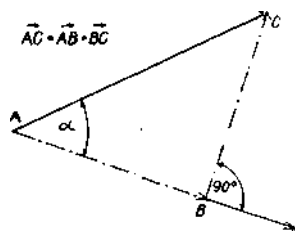
Két oly vektort, melyeknek az iránya ellentétes, nagysága azonban megegyezik, egymástól úgy különböztetünk még, hogy az egyiknek pozitív, a másiknak negatív előjelet adunk.

Három, vagy több vektort úgy teszünk össze, hogy először kettőt teszünk össze, ezek eredőjéhez tesszük a harmadikat, az így nyert eredőhöz a negyediket és így tovább.

Rajzban:



150. kép. Több iránymennyiség összetevése.



149. kép. Iránymennyiség felbontása derékszögű összetevőkre.

### A sebesség mint vektor.

Bevezető kísérletül elővesszük a Mikola-csövet és mindent úgy rendezünk el, mint a légbuborék mozgásának megfigyelésekor, azzal a különbséggel, hogy a csövet a lécről egészen leveszszük, vagy olyan lécre helyezzük, amely a cső hosszában ki van vágva, és a cső fölé jó magasan egy lámpát helyezünk el.

Ha a buborék mozog a csőben, árnyéka is mozog az asztalon.

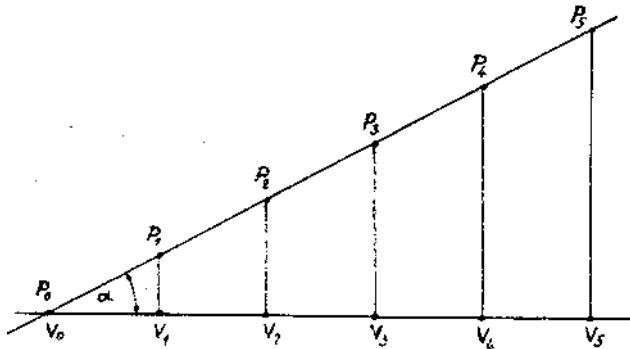
Az asztalon lévő árnyékot, ha a lámpa pontosan a buborék fölött függőlegesen van, a buborék *vetületének*, a vetület mozgását pedig az eredeti *mozgás vetületének* nevezzük.

Állapítsuk meg, hogyan mozog ez a vetület. Miután már ismerjük a légbuborék mozgását, a reá vonatkozó fizikai és mennyiségtani ismereteink alapján is megoldhatjuk a feladatot anélkül, hogy az árnyék mozgását a szokott módon megmérnők.

A légbuborék mozgásának egyenlete:

$$s = c \cdot t$$

Egymásutáni mp-ek végén a  $P$  buborék és  $V$  vetületének helyzetei a 151. képen láthatók.



151. kép, Az egyenesvonalú egyenletes mozgásnak vetülete egy egyenesre szintén egyenesvonalú egyenletes mozgás.

A  $V$  vetületi pontok megfelelő helyzeteket megkapjuk, ha a  $P$  pontokból az egyenesre merőlegeseket bocsátunk. Miután  $H$  mozgás egyenletes,

$$P_0 P_1 \sim P_1 P_2 \sim P_2 P_3 \sim \dots$$

s ennek alapján

$$V_0 V_1 \sim V_1 V_2 \sim V_2 V_3 \sim \dots$$

Ez azt jelenti, hogy a vetületi mozgás is egyenletes, tehát egyenlete

$$s = c_v \cdot t$$

ahol

$$c_v = c \cdot \cos \alpha$$

ha  $\alpha$  a két egyenes hajlásszögét jelenti.

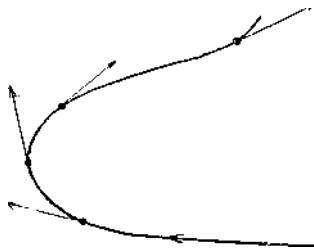
Egyenesvonalú egyenletes mozgás vetülete oly egyenesre,, mely a mozgás pályájával a szöget zár be, szintén egyenesvonalú egyenletes mozgás. A vetületi mozgás sebességét az eredetiből úgy kapjuk, hogy az eredeti mozgás sebességét a hajlásszög cosinusával megszorozzuk.

Ez az eredmény azt mutatja, hogy célszerű az egyenletes mozgás sebességének nemcsak nagyságot, hanem irányt is tulajdonítani és irányának mindig az elmozdulás irányát venni. Az eredeti mozgás sebessége  $\vec{P_0 P_1}$ . A  $\vec{P_0 P_1}$  hossza a sebesség nagyságát, iránya pedig a sebesség irányát fejezi ki. A vetületi mozgás sebessége ugyanilyen értelemben  $\vec{V_0 V_1}$ .

Ezek szerint a *vetületi mozgás sebessége az eredeti mozgás sebességének mint iránymennyiségnek a vetülete.*

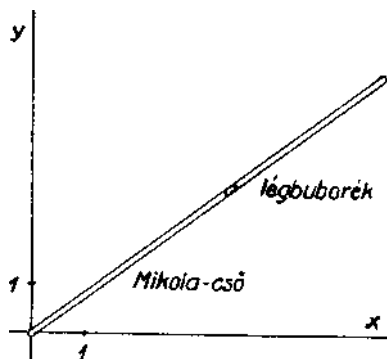
Görbevonalú pályán a sebesség iránya a pillanatnyi elmozdulásnak, a görbe érintőjének az iránya. Ilyen esetben a sebesség iránya változó (152. kép).

Az egyenesvonalú egyenletes mozgás tehát olyan mozgás, amely-nél a sebesség (annak iránya és nagysága is) állandó. Megfordítva, ha a sebesség, mint iránymennyiség állandó, a mozgás egyenesvonalú egyenletes mozgás. A sebesség irányának állandósága biztosítja a pálya egyenesvonalúságát, a nagyság állandósága pedig azt, hogy az egyenlő sebességének irányja változó, idők alatt megtett utak egyenlők, tehát a mozgás egyenletes.



### Az egyenesvonalú egyenletes mozgás szétbontása és összetevése.

Egészen új és az eddigieknél mélyebb fizikai ismeretekhez jutunk, ha a légbuborék mozgását nem a cső, azaz a mozgás pályája mentén, hanem egy  $x$ ,  $y$  koordinátatengelyekkel megadott síkban figyeljük meg úgy, mint a mellékelt 153. kép mutatja. Egyszerűség kedvéért a csövet egy egyenessel, a buborékot pedig egy ponttal jelöljük (154. kép).



153. kép. A síkkoordináta-rendszerben elhelyezett Mikola-cső.

Felvetjük a következő kérdést: Hogyan változik a  $P$  pont helyzete az  $x$ ,  $y$  síkban, ha  $P$  pont az  $E$  egyenesen egyenletesen mozog? A kérdésre úgy adhatunk feleletet, hogy megállapítjuk, miként változik a  $P$  pont távolsága az  $y$ , illetve  $x$  tenge-



lyektől. A  $P$  pont távolságát az  $y$  tengelytől az  $x$  koordináta, az  $x$  tengelytől az  $y$  koordináta adja meg. Azt kell tehát megállapítanunk, milyen értékeket vesz fel a  $P$  pont  $x$  és  $y$  koordinátája, ha

$$s = c \cdot t$$

ahol  $c$  a pont sebessége az  $E$  egyenes mentén.

A  $P$  pont az  $y$  tengelytől mindig ugyanolyan távol van, mint az  $x$  tengelyre vonatkoztatott vetülete (155. kép). Ennek a vetületi pontnak a sebessége azonban (156. kép)

$$c_x = c \cdot \cos \alpha$$

tehát

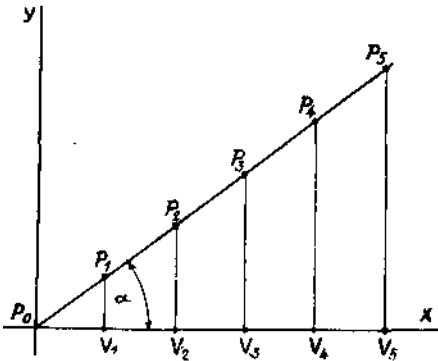
$$x = (c \cdot \cos \alpha) \cdot t$$

Hasonlóképp a  $P$  pont távolsága az  $x$  tengelytől mindig ugyanakkora, mint az  $y$  tengelyre vonatkoztatott vetületének a távolsága (157. kép). Ennek a vetületi pontnak a sebessége

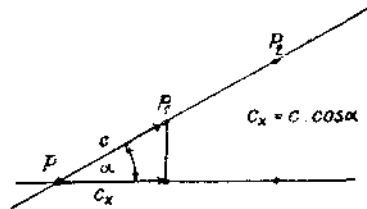
$$c_y = c \cdot \cos (90 - \alpha) = c \cdot \sin \alpha$$

tehát

$$y = (c \cdot \sin \alpha) \cdot t$$



155. kép. A mozgás vetítése az  $x$  tengelyre.



156. kép. A vetületi mozgás sebessége az eredeti mozgás sebességének a vetülete.

A  $P$  pont mozgását az  $x$ ,  $y$  síkban így jellemezhetjük: A  $P$  pont  $c_x = c \cdot \cos \alpha$  a sebességgel egyenletesen távolodik az  $y$  tengelytől és  $c_y = c \cdot \sin \alpha$  a sebességgel egyenletesen emelkedik az  $x$  tengely fölé. Mozgását úgy tekinthetjük, mintha két mozgásból volna összetéve, az  $y$  tengelytől való egyenletes távolodásból és az  $x$  tengely fölé való egyidejű egyenletes emelkedésből.

Ezt az eljárást, amikor egy mozgást úgy tekintünk, mint két másik mozgás egyidejű elvégzésének eredményét, a mozgás *összetevő mozgásokra való szétbontásának* hívjuk. Az  $x$  tengelyen lévő vetületi mozgás az egyik, az  $y$  tengelyen lévő a másik összetevője a  $P$  mozgásának. Az első összetevő mozgás

sebessége:  $c_x = c \cdot \cos \alpha$  egyenlete:  $s = c_x \cdot t$   
a második

sebessége:  $c_y = c \cdot \sin \alpha$  egyenlete:  $s = c_y \cdot t$

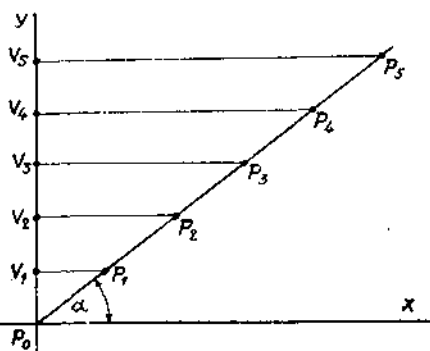
A most megoldott feladatot meg is fordíthatjuk a következőképpen:

Egy  $x, y$  koordináta rendszer síkjában a  $P$  pont  $c_x$  sebességgel távolodik az  $y$  tengelytől és  $c_y$  sebességgel távozik az  $x$  tengelytől. Milyen a mozgása az  $x, y$  síkban?

A feladat szerint a  $P(x, y)$  pont  $x$  és  $y$  koordinátái

$$x = c_x \cdot t$$

$$y = c_y \cdot t$$



157. kép. Vetítés az  $y$  tengelyre.

Innen a  $t$  időt kiküszöbölve,

$$y = \frac{c_y}{c_x} x$$

ami azt jelenti, hogy a  $P$  pont egy oly egyenesen mozog, amelyre nézve

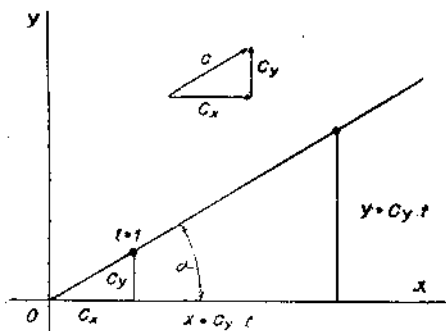
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c_y}{c_x}$$

Mivel  $c_y$  és  $c_x$  ismertek, innen meghatározható az  $\alpha$ .

Ha  $t=1$ , akkor

$$x = c_x$$

$$y = c_y$$



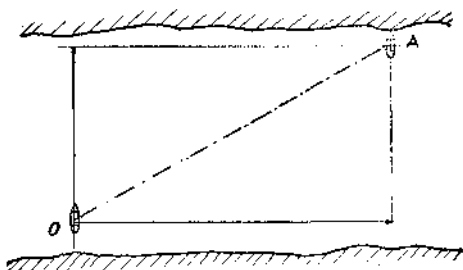
158. kép. Egymásra merőleges egyenletes mozgások összevetése

tehát a  $P$  pontnak az időegység alatti elmozdulása pályája mentén

$$c = \sqrt{c_x^2 + c_y^2}$$

Az eredő mozgás sebességét tehát úgy kapjuk meg, hogy az összetevő mozgások  $c_x$  és  $c_y$  sebességeit, mint iránymenyiségeket összetesszük (158. kép).

A gyakorlati életben is előfordul a mozgásoknak ily összevetése. Ha pl. egy folyón átkelő csónak a folyó irányára merőlegesen



159. kép. Az átkelés a folyón két mozgás összevetésének az eredménye.

halad  $c_y$  sebességgel  $s$  ezzel egyidejűleg a víz sodorja  $c_x$  sebességgel, akkor a csónak a két mozgás összetevéséből származó eredő mozgással mozog és a mellékelt rajzon  $A$ -val jelzett helyen ér partot (159. kép).

### 13. Hajítás.

A kiömlő vízszugár mozgása.

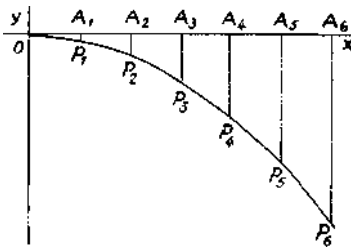
#### A jelenség előállítása és megfigyelése.

Egy függőlegesen állított rajztábla előtt vékony nyílású üvegcsővön át már előre megrajzolt koordináta rendszer vízszintes  $x$  tengelyének irányában vízszugarat lövelünk ki. A vízszugár a tábla előtt, de a táblához lehetőleg közel haladjon. A vízszintes irányban meginduló vízszugár nem tartja meg eredeti irányát, hanem lehajlik (160. kép).

A kérdés az, hogyan mozog a kilövelt vízszugár egy-egy részecskéje. Ennek 160. kép. A vízszugár pályájának felvétele.

megállapítása érdekében rárajzoljuk a vízszugár menetét a rajztáblára, vagy egy rajta lévő rajzlapra s az így kapott vonalból, a mozgó vízcseppek pályájából következtetünk a mozgás törvényeire.

Levesszük a rajzlapot és minél gondosabban megrajzoljuk a vízszugár pályáját. A kezdőpont a cső nyílása, az  $x$  tengely vízszintes, az  $y$  tengely a szokott módon reá merőleges. A kapott görbe vonal a koordináta-rendszer IV. negyedében van (161. kép).



161. kép. A vízszugár pályája.

A mozgás felbontása két összetevő mozgásra.

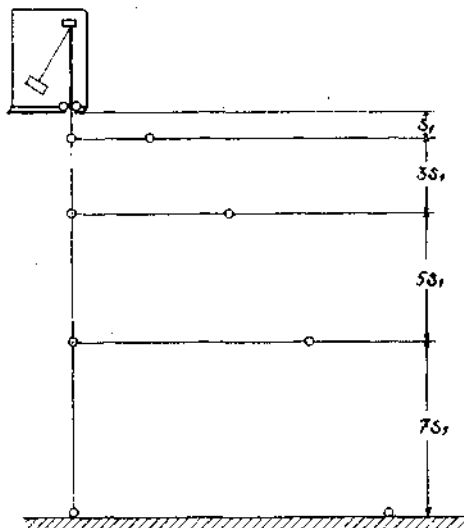
Mérjük az  $x$  tengelyre egyenlő távolságokat és rajzoljuk meg a felvett görbe ez  $x$  értékeihez tartozó pontjainak  $y$  koordinátáit. Azt látjuk, hogy a vízszugár egy-egy cseppje mozgása közben, mialatt az  $y$  tengelytől  $OA_1$  nagysággal eltávolodik, ugyanazon idő alatt az  $x$  tengely alá süllyed  $A_1P_1$  nagysággal (161. kép). Mialatt a mozgó vízcsepp  $OA_2=2 \cdot OA_1$  távolságra jut az  $y$  tengelytől, az alatt  $A_2P_2=4 \cdot A_1P_1$  távolsággal távolodik el a vízszintes  $x$  tengelytől. Vagyis  $4 \cdot A_1P_1$  távolsággal esik füg-

gőleges irányban lefelé. Hasonló módon továbbhaladva megállapíthatjuk, hogy míg

$$OA_3 = 3OA_1 \quad \text{addig} \quad A_3P_3 = 9A_1P_1$$

$$OA_4 = 4OA_1 \quad \text{„} \quad A_4P_4 = 16A_1P_1$$

A további következtetés számára közbeiktatjuk az alábbi kísérletet: A 162. képen látható berendezéssel vízszintesen el-



162. kép. A szabadon eső test és a vízszintesen elhajított test egyenlő gyorsulással távolodnak el a vízszintestől.

hajítunk egy golyót s egyidejűleg egy másikat szabadon leejtünk. Tapasztalat szerint a két test egyszerre koppanik a padlón, bármily magasról történik is az esés. Ez azt jelenti, hogy a vízszintesen elhajított test esése a hajításától független. Függőleges elmozdulásai ugyanazok, mint a szabadon leeső testé.

Ennek alapján azt mondhatjuk, hogy a mozgó vízcsepp a szabadesésnek megfelelő egyenletesen gyorsuló mozgással esik az  $x$  tengely alatt és egyidejűleg egyenletes mozgással távolodik a függőleges  $y$  tengelytől. Mozgása tehát egy vízszintes irányú egyenesvonalú

egyenletes mozgásból és egy függőleges irányú, egyenletesen gyorsuló mozgásból tehető össze. Eszerint a mozgó vízcsepp koordinátái:

$$x = c \cdot t$$

$$y = -s_1 \cdot t^2 = -\frac{g}{2} t^2$$

A felvett pálya az a görbe vonal, amelynek pontjai e két egyenletet kielégítik. A  $t$  kiküszöbölése után

$$y = -\frac{s_1}{c^2} x^2 \quad y = C x^2 \quad C = -\frac{s_1}{c^2}$$

Ez egyenlet szerint a vízszög pályája a negatív  $y$  tengely felé fordított parabola, mert az  $y$  koordináta arányos az  $x^2$ -tel s az arányossági tényező negatív.

Még csak az egyenletes mozgás  $c$  sebességének meghatározása van hátra. Az az idő, amíg egy vízcsepp a  $P_4$  pontba jut, az

$$-y = \frac{g}{2} t^2$$

illetve az ennek megfelelő

$$A_1 P_1 = 490 \cdot t^2$$

egyenlet alapján

$$t = \sqrt{\frac{A_1 P_1}{490}}$$

A vízszintes irányú távolodás sebessége pedig az  $x = c \cdot t$  egyenlet alapján

$$c = \frac{x}{t} = \frac{OA_1}{\sqrt{\frac{A_1 P_1}{490}}} = OA_1 \sqrt{\frac{490}{A_1 P_1}}$$

A vízszögárban lévő egy-egy csepp ezek szerint egyenletesen távolodik ezzel a  $c$  sebességgel a függőlegestől és egyidejűleg egyenletesen gyorsuló mozgással és  $g$  gyorsulással távolodik a vízszintestől, azaz szabadon esik.

Ezek alapján a ferde irányban kilövelt vízszögár mozgását is visszavezethetjük egy, a ferde iránynak megfelelő egyenletes mozgásra és szabadesésre.

#### Hajítás tetszésszerű irányban.

Készítsünk fából egy oly derékszögű koordináta rendszert, amelyen az origó körül forgatható egy tetszésszerű irányú egyenest képviselő rúd (163. kép). Állítsuk a forgatható egyenest az  $x$  tengelyre s kössünk rá  $OA_1, OA_2, OA_3, OA_4$  távolságnak megfelelő pontokon

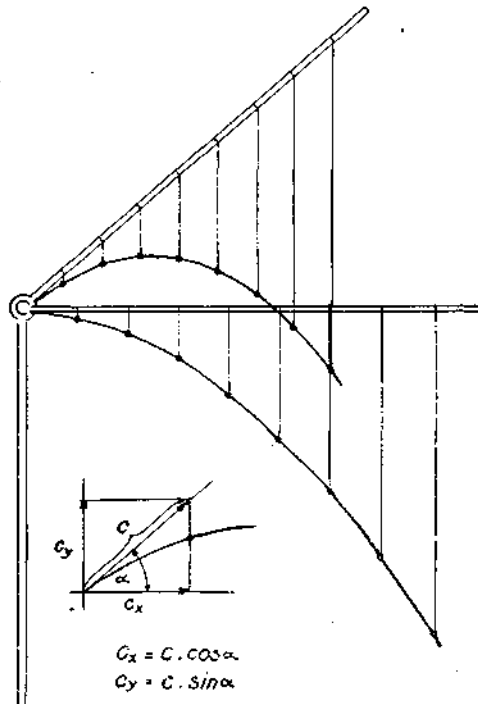
$$A_1 P_1, A_2 P_2 = 4 A_1 P_1,$$

$$A_3 P_3 = 9 A_1 P_1, \dots$$

hossúságú fonalakat és ezek végeire kis golyókat, melyek a fonalat megfeszítik.

Emeljük e forgatható egyenest tetszés szerinti helyzetbe s ugyanily irányba löveljük ki a vízszögárat. Ha a víz nyomása közben nem változott meg, a golyók vonala ismét megadja a vízszögárban mozgó minden egyes csepp pályáját.

A ferde irányban kilövelt vízcsepp tehát egye-



163. kép. A vízszintes és a ferdén elhajított test pályája.

nesvonalú egyenletes mozgást végez a kilövelés irányában képzelte egyenes irányában és egyidejűleg szabadon esik függőleges irányban.

Ez összetevő mozgások egyenletei a következők: A mozgó pont  $x$  tengelyre vonatkoztatott vetületének mozgása egyenletes és sebessége

$$c \cdot \cos \alpha$$

tehát a mozgás egyenlete:

$$x = (c \cdot \cos \alpha) t$$

Az  $y$  tengely irányában mért elmozdulás egyrészt az  $x$  tengelytől való egyenletes távolodásból, másrészt a szabadesésből áll.

$$y = (c \cdot \sin \alpha) \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

Készült modellünkkel, de magával a vízszaggárral is kimutathatjuk a következőket: A kilövelt vízszaggár legmesszebbre jut az  $x$  tengely irányában, ha  $45^\circ$  a hajlásszög, s minden távolság az  $x$  tengelyen elérhető két oly hajlásszöggel, amelyek egymásnak pótszögei. Egy magas ívelésű pályával és egy alacsony ívelésűvel. Ezek a kísérleti eredmények a mozgás egyenletei alapján ki is számíthatók.

Hasonló módon értelmezhetjük a függőlegesen lefelé vagy felfelé irányuló hajítást is. Ezeknél a két mozgásból adódó elmozdulások egy egyenesen vannak. A függőleges felfelé hajításnál tehát a megtett út

$$y = c \cdot t - \frac{g}{2} \cdot t^2$$

a lefelé hajításnál

$$-y = c \cdot t + \frac{g}{2} \cdot t^2$$

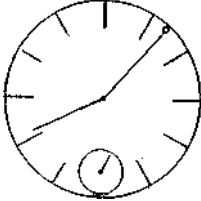
Ugyanily törvények szerint mozog egy elhajított, körülhatárolt szilárd test is, csak azt nem követik azonos mozgást végző hasonló részek, amelyek egy sugárra összefonódva szemléltetnék a mozgás pályáját.

A hajított testek mozgásának ismerete különös jelentőségű a puskák és ágyúk lövedékeinek mozgásánál, repülőgépeknél a postaszakok és a bombák ledobásánál. A lövedékek és a ledobott bombák pályája a levegő ellenállása folytán nem parabola, hanem attól eltérő, úgynevezett *ballisztikus görbe*.

A lövedékek mozgásával foglalkozó külön tudományt *ballisztikának* hívják. A ballisztikus pályára nézve is áll az a törvényszerűség, hogy egy meghatározott pont egy alacsony és egy magasabb ívelésű pályával, tehát két különböző beállítási irány mellett érhető el. Ennek a törvénynek különösen a lövegeknél van nagy jelentősége.

## 14. Egyenletes körmozgás

Az óramutató mozgása.



164. kép. Az óra mutatóinak mozgásai egyenletes mozgások.

### A jelenség előállítása és megfigyelése.

Az óramutató járása a mindennapi életből jól ismert és mindig élénken előttünk álló jelenség. Ezért felesleges a mutatók időnkénti helyzetét külön megfigyelni és felvázolni, hanem legcélszerűbb mindjárt a menetrend felvételével kezdeni a mozgás le-

### A mozgások menetrendjei, jelenségvonalai és egyenletei.

Bármely mutató helyzetét nem a megtett út, hanem egy kezdeti helyzettől számított szögelfordulás fejezi ki legjobban. Legyen a kezdő helyzet a nagy- és kismutatónál a XII-ös, a másodpercmutatónál a 60-as. A mozgás menetrendje az elfordulás szögére nézve a következő:

#### a) Nagymutató.

Idő, perc: 0, 60, 120, ...

Szögelfordulás, fok: 0, 360, 720, ...

#### b) Kismutató.

Idő, perc: 0, 60, 120, 180, ...

Szögelfordulás, fok: 0, 30, 60, 90, ...

#### c) Másodpercmutató.

Idő, perc: 0, 1, 2, 3, ...

Szögelfordulás, fok: 0, 360, 720, 1080, ...

Mindhárom mutató mozgásának menetét rajzoljuk meg ugyanabban a koordináta rendszerben. A 165. sz. képen látható jelenségvonalakat kapjuk.

A közvetlen megfigyelés szerint és mivel a jelenségvonalak egyenesvonalúak, az elfordulás szöge egyenesen arányos az idővel. Tehát ha  $a$  a szögelfordulás,  $t$  az idő,  $c$  az arányossági tényező, akkor

$$a = c \cdot t$$

ahol a  $c$  értéke a nagymutatóra: 6

a kicsire:  $\frac{1}{2}$

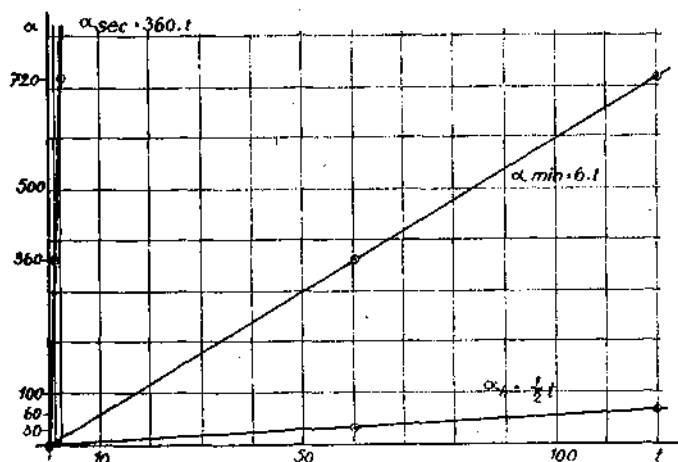
a másodpercmutatóra: 360

Tehát nagymutatón a kismutatón a másodpercmutatón

$$a = 6 \cdot t \quad a = \frac{1}{2} \cdot t \quad a = 360 \cdot t$$

ahol  $t$  az idő percekben,  $a$  a leírt szög fokokban kifejezve.

Mind a három mutató mozgása egyenletes forgás, mert 2, 3, 4, ...-szer nagyobb idő alatt az elfordulás szöge 2, 3, 4, ...-szer nagyobb. A különbség csak az elfordulás szögének növekedésében van.



165. kép. Az óramutatók forgásának jelenségvonalai.

### A szögsebesség fogalma, mértéke és egysége.

A szögsebesség az egyenletesen forgó mozgásoknak az a tulajdonsága, mely abban jut kifejezésre, hogy a különböző egyenletes forgások az időegység alatt különböző szögeket írnak le. Ennek alapján a szögsebesség mértéke, más szóval a szögsebesség számszerű kifejezése az időegység alatt leírt szög. Ha  $t$  idő alatt leírt szög  $\alpha$ , akkor az időegységnek megfelelő szög

$$\frac{\alpha}{t} = c$$

tehát a  $c$  arányossági tényező adja a szögsebesség mértékét. Mint szögsebességet rendszeren a görög  $\omega$  betűvel jelöljük.

$$\omega = c = \frac{\alpha}{t}$$

A szögsebesség egysége annak a forgásnak szögsebessége, amely az időegység alatt egységnyi szöget ír le. Ebben a tárgykörben a szög egységéül azt a szöget szokták venni, amelynek ívé a kör sugarával egyenlő. Ilyen egységben a teljes szög mértékszáma  $\frac{2\pi r}{r} = 2\pi$ , egy foké pedig ennek 360-ad része, tehát

$$\frac{2\pi}{180}$$

Mivel így a szögeket pusztán számok fejezik ki, a szögsebességet úgy kapjuk, ha egy pusztán számot időt kifejező, tehát pl. min-okat, vagy sec-okat jelentő számmal osztunk. A szög-



sebesség egysége ennek alapján  $\frac{1}{\text{sec}}$ , vagy  $\text{sec}^{-1}$ . Egységnyi akkor lesz az egyenletes körforgás szögsebessége, ha az időegység alatt akkora szöget ír le, amelynek szárai között az egységnyi sugarú körből 1 cm hosszú ív fér el.

Ennek figyelembevételével az óramutatók forgásának egyenletei és szögsebességei:

$$\text{nagymutató : } \alpha = \frac{\pi}{30} t \quad \omega = \frac{\pi}{30}$$

$$\text{kismutató : } \alpha = \frac{\pi}{360} t \quad \omega = \frac{\pi}{360}$$

$$\text{másodpercmutató : } \alpha = 2\pi t \quad \omega = 2\pi$$

A szögsebességet a keringési idővel is kifejezhetjük. A  $T$  keringési időnek a teljes szög felel meg, tehát a szögsebesség  $\frac{2\pi}{T}$ . A nagymutató keringési ideje 60 min, a kismutatóé 12.60 = 720 min, a másodpercmutatóé pedig 1 min, tehát a megfelelő szögsebességek:

$$\omega = \frac{2\pi}{60} = \frac{\pi}{30}, \quad \omega = \frac{2\pi}{720} = \frac{\pi}{360}, \quad \omega = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$$

#### Az óramutató egyetlen pontjának mozgása.

Ha nem az egész mutató, hanem csak a mutató egy pontjának mozgását figyeljük meg, akkor az egyenletes körmozgás megismeréséhez jutunk.

Ragasszunk a nagymutató végére egy kis fehér körlapot, tekintsük ezt megközelítőleg egy pontnak és rajzoljuk meg helyzeteit 5 percenként.

A körpályán megtett út arányos az idővel:

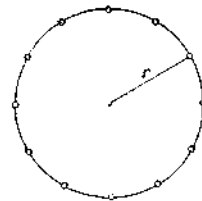
$$s = c \cdot t$$

és mivel egy keringés  $T$  idejének a kör kerülete felel meg mint út,

$$2r\pi = c \cdot T$$

$$c = \frac{2r\pi}{T}$$

Ezt a sebességet *kerületi sebességnek* nevezzük és  $v$  betűvel jelöljük.



166. kép. Az óramutató egy pontja egyenletes körmozgást végez.

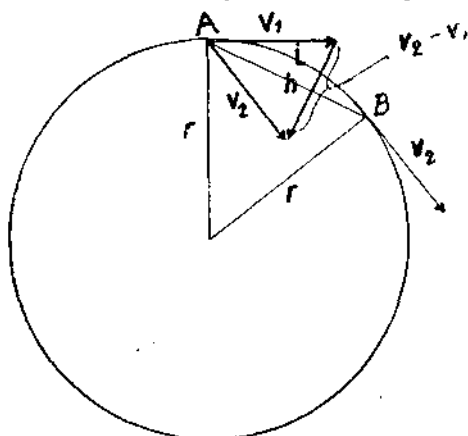
#### Az egyenletes körmozgás sebessége és gyorsulása.

Az egyenletes körmozgásnál a kerületi sebesség nagysága állandó  $v = \frac{2r\pi}{T} = \omega \cdot r$ , iránya azonban a mellékelt rajznak megfelelően, folyton változik.

Legyen  $k$  hosszúságú idő kezdőpillanata  $t_1$ , végsőpillanata

$t_2 = t_1 + k$ . A sebességnek  $t_2 - t_1 = k$  idő alatti változását olyan iránymennyiség fejezi ki, amely a  $t_1$  időpillanat sebességéhez irány és nagyság szerint hozzáadva a  $t_2$  pillanatnak megfelelő sebességet adja irány és nagyság szerint.

Legyen a sebesség  $t_1$  időpillanatban  $v_1$  s egy kis idő múlva  $t_2 = t_1 + k$  időpillanatban  $v_2$ . A  $v_1$  és  $v_2$  vektorok közötti különbséget megkapjuk, ha a  $v_2$ -t önmagával párhuzamosan eltoljuk oda, ahol  $v_1$  kezdőpontja van s megrajzoljuk azt a vektort, amelyet  $v_1$ -hez adva  $v_2$ -öt eredményezi. Háromszögek hasonlósága alapján



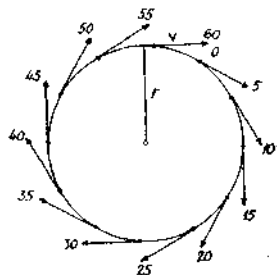
168. kép. Egyenletes körmozgás gyorsulása a sebesség irányváltozásából adódik.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{v_1}{rk} = \frac{v_1 k v_1}{rk} = \frac{v_1^2}{r} = \frac{v^2}{r}$$

mert a  $t_1$  időpillanat, bármily  $t$  lehet s így a neki megfelelő sebesség  $v_1$  helyett  $v$ .

Tehát a gyorsulás nagysága egyenesen arányos a kerületi sebesség négyzetével és fordítva a sugárral. A gyorsulás iránya pedig  $t_1$  időpillanatban, vagyis végtelen kis  $k$  időköz esetén a középpont felé mutat. Ezért középponti gyorsulásnak hívjuk.

Az egyenletes körmozgásnak tehát a középpont felé irányuló  $v^2/r$  nagyságú gyorsulása van. A gyorsulás nagysága állandó, iránya azonban úgy változik, hogy mindig a középpont felé mutat. A kerületi sebesség



167. kép. Az egyenletes körmozgás sebességének nagysága állandó, de iránya változó.

$$(v_2 - v_1) : v_1 = h : r$$

ahol a  $h$  a rajzon látható húrt jelenti.

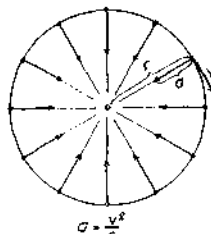
Ha  $t$  kicsi, akkor a húr helyett a neki megfelelő ívet vehetjük

$$(v_2 - v_1) : v_1 = i : r$$

innen

$$v_2 - v_1 = \frac{i \cdot v_1}{r}$$

A gyorsulást, mint az időegység alatti sebességváltozást úgy kapjuk, ha ezt az eredményt az idővel elosztjuk. Mivel a  $t_2 - t_1$  időköz  $k$ , a gyorsulás



169. kép. Egyenletes körmozgás gyorsulásának nagysága állandó, de iránya változó.

iránya mindig az érintő, a középponti gyorsulása pedig mindig a sugár irányával azonos, egymásra mindig merőlegesek.

### Az egyenletes körmozgás összefoglaló jellemzése.

A pontnak a körpályán haladó oly mozgását, melynél a megtett út (körív) arányos az idővel, *egyenletes körmozgásnak* hívjuk. Ilyen mozgásra nézve a  $t$  idő alatt leírt ív:

$$s = c \cdot t$$

ahol a  $c$  arányossági tényező a kerületi sebesség ( $v$ ). Ha egy körülforgás ideje  $T$ , akkor ez a sebesség  $v = \frac{2\pi r}{T}$ , ahol  $r$  a kör sugara. A sebesség nagysága tehát állandó, iránya azonban, mivel mindig összeesik a kör érintőjének az irányával, egyenletesen változó. Ebből következik, hogy az *egyenletes körmozgás gyorsuló mozgás*. A gyorsulás mindig a középpont felé irányul a nagysága  $\frac{v^2}{r}$ .

A ponthoz tartozó sugár egyidejűleg egyenletesen forog  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  szögsebességgel.

A kerületi és a szögsebesség összefüggését a  $v = \omega r$  egyenlet fejezi ki.

## 15. Az egyenletes körmozgás szétbontása összetevőkre.

### Gondolati kísérlet.

Eddig valamely jelenség megismerésénél mindig a kísérletből indultunk ki. Most csak elgondoljuk a jelenséget és annak alapján keresünk reá vonatkozó új ismereteket. Kellő előtanulmányok után ez is igen hasznos útja a fizikai megismerésnek.

Vegyünk fel az  $x, y$  koordináta tengelyekkel meghatározott síkban egy kört. A középpontja az origóban legyen. Mozogjon ezen a körök a pozitív  $x$  tengellyel összeeső pontból kiindulva, az óramutató járásával ellenkező irányban egy pont egyenletes körmozgással s egy körülkeringés ideje  $T$  legyen 8 mp.

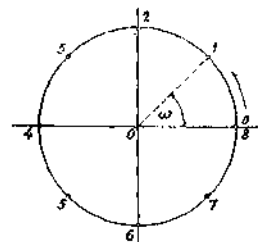
### Az elgondolt jelenség felvázolása és vetítése a tengelyekre.

Rajzoljuk meg a pont helyét 1, 2, 3, ...8 mp elteltekor. A helyzeteket az 1, 2, 3, ... 8 számokkal jelölt pontok mutatják.

Azt a kérdést vetjük fel, hogyan mozog a pont a síkban. A körpályán a mozgását már ismerjük, egyenlő idők alatt egyenlő íveket ír le, mp-ként a kerület nyolcad részét. Mozgását a síkban nagyjából így jellemezhetjük: A körön egyenletesen mozgó pont az első két mp-ben távolodik az  $x$  tengelytől és egy-

idejűleg közeledik az  $y$  tengelyhez. 2 mp után megváltozik a mozgásnak ez a jellege s a pont az  $y$  tengelytől távolodik és egyidejűleg az  $x$  tengelyhez közeledik. Az 5. és 6. mp-ben ismét távolodik az  $x$  tengelytől, de ellenkező irányban, mint a mozgás kezdetekor s közeledik az  $y$  tengely felé s a 7. és 8. mp-ben az  $y$  tengelytől távolodik s az  $x$  tengely felé közeledik az elindulással ellentétes oldalról.

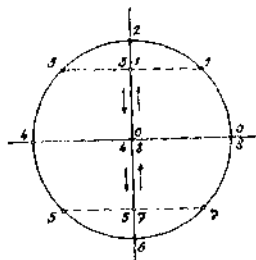
A mozgó pont úgy távolodik az  $x$  tengelytől, miként az  $y$  tengelyre vonatkoztatott vetülete, tehát  $y$  koordinátája.



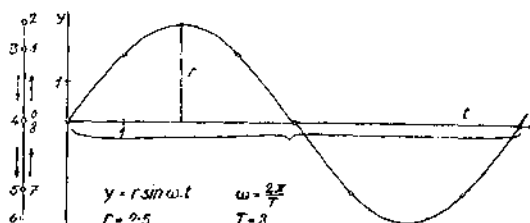
170. kép. Az egyenletes körmozgás felvázolása.

$$y = r \cdot \sin \omega t = r \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

ahol  $\omega$  az egy másodperc alatt leírt szöget, vagyis a körön mozgó pont szögsebességét jelenti. Ennek a mozgásnak jelenségvonala a 172. képen látható.



171. kép. Az egyenletes körmozgás vetülete az  $y$  tengelyre.



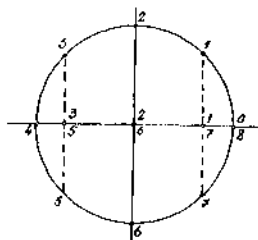
172. kép. Az egyenletes körmozgás  $y$  tengelyre vonatkoztatott vetületének jelenségvonala.

A vetületi pont mozgása oly rezgőmozgás, melynek rezgési ideje ugyanaz, mint a kör kerületén mozgó pont keringési ideje, amplitúdója a kör sugara, a sinus függvény változója pedig a szögsebesség és az idő szorzata.

A körön egyenletesen mozgó pont tehát az  $x$  tengelyre merőleges irányban rezeg. Ezzel egyidejűleg azonban hol közeledik az  $y$  tengelyhez, hol távolodik attól. Legközelebbi feladatunk ennek az  $y$  tengelyhez viszonyított mozgásnak pontos meghatározása.

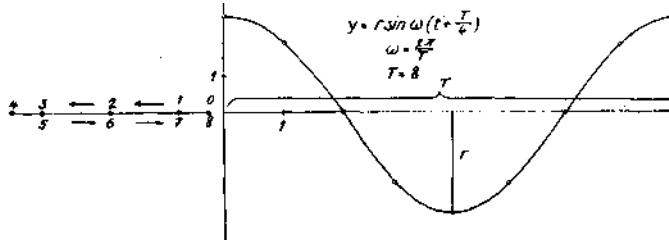
A keringő pont távolságát az  $y$  tengelytől megadja az  $x$  tengelyre vonatkoztatott vetület távolsága az  $y$  tengelytől. Ennek alapján a mozgó pont  $x$  koordinátája

$$x = r \cdot \cos \omega t = r \sin \left( \frac{\pi}{2} + \omega t \right) = r \cdot \sin \left[ \omega \left( t + \frac{\pi}{2\omega} \right) \right] = r \cdot \sin \left[ \omega \left( t + \frac{T}{4} \right) \right]$$



173. kép. Az egyenletes körmozgás vetülete az  $x$  tengelyre.

Az x tengelyre vetített pont mozgásának jelenségvonalát a 174. kép mutatja.



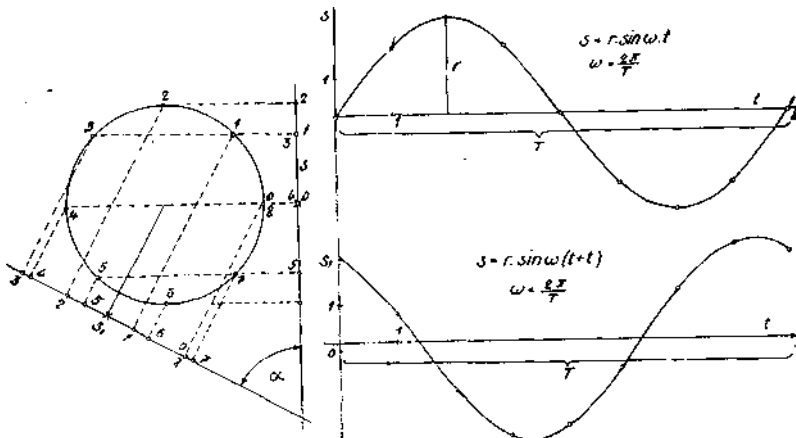
174. kép. Az egyenletes körmozgás  $x$  tengelyre vonatkoztatott vetületének jelenségvonala.

Az  $x$  tengelyre vonatkoztatott vetület mozgása ugyanolyan rezgőmozgás, mint az  $y$  tengelyre vonatkozó vetületi pontté, azzal a különbséggel, hogy minden mozgási állapot  $\frac{T}{4}$  idővel korábban következik be. A rezgés  $\frac{T}{4}$  idővel előre van, az  $y$  tengelyre vonatkoztatott vetület mozgásához képest.

A koron egyenletesen mozgó pont tehát egyidejűleg két egymásra merőleges rezgőmozgást végez. Mindkét rezgés amplitúdója és rezgési ideje ugyanaz, de az  $y$  tengelyre vonatkoztatott rezgés egy negyed rezgéssel előbbre van, mint az  $x$  tengelyre vonatkoztatott.

## A mozgási állapot (fázis) értelmezése és mértéke.

Most vetítsük a körmozgást két egymással a szöget bezáró tetszőszerinti egyenesre (175. kép). A vetületi pontok mozgásai



175. kép. Az egyenletes körmozgás vetülete két tetszésszerű egyenesre és a vetületi mozgások jelenségvonala.

most is rezgések. E rezgőmozgások amplitudója a kör sugara, rezgési ideje a körön mozgó pont keringési ideje és a sinus függvény változója a keringő pont szögsebességének és az időnek szorzata. A különböző irányú egyenesekre vonatkoztatott vetületi mozgások csak abban különböznek, hogy a mozgási állapotok más-más időpillanatban következnek be, az egyiké pl.  $t$ , a másiké  $t + \tau$  időben. Egyenleteik tehát  $s = r \sin \omega t$ , illetőleg  $s = r \sin \omega(t + \tau)$ . Röviden ezt így mondjuk: más a *mozgási állapot* (fázis). A mozgási állapot (fázis) számszerű mértékéül a sinus függvény változója szolgál. Jelen esetben tehát az egyik rezgés fázisa  $\omega$ , a másiké  $\omega(t + \tau)$ . A két mozgás fáziskülönbsége tehát

$$\omega(t + \tau) - \omega t = \omega \tau$$

A  $\tau$  idő a  $\tau : T = \alpha : 2\pi$

arányból kiszámítva

$$\tau = \frac{\alpha T}{2\pi} = \frac{\alpha}{\omega}$$

Ennek alapján a fáziskülönbség  $\omega \tau = \alpha$ . A fáziskülönbség mértéke tehát a két egyenes hajlásszöge. A koordináta tengelyekre vonatkoztatott vetületeknél a fáziskülönbség

$$\left(\frac{\pi}{2} + \omega t\right) - \omega t = \frac{\pi}{2}$$

a két tengely hajlásszöge.

## B) A MOZGÁSOK ELMÉLETE. (DINAMIKA.)

### 16. Tömeg, erő súly. Newton mozgási törvényei.

#### A tömeg és a sűrűség értelmezése, mértéke és egysége.

A testeket különböző anyagok alkotják. Ilyen anyagok a vas, üveg, réz, fa, stb. A *testekben lévő anyag mennyiségét nevezzük a test tömegének*. Ugyanazon anyagból álló és egyenlő nagyságú testek, pl. egyenlő nagy téglák, fémkorongok összehasonlításakor már a mindennapi élet arra a megállapításra jut, hogy a bennük lévő anyag mennyisége egyenlő.

Ezt az általános tapasztalatot pontosan így fejezhetjük ki: azonos anyagú testek egyenlő térfogatainak a tömegei is egyenlők. Ebből következik, hogy kétszer, háromszor, négyszer nagyobb térfogatú, azonos anyagú testek tömege kétszer, háromszor, négyszer nagyobb, tehát a tömeg a térfogattal egyenesen arányos. Egyenletben kifejezve:

$$m = c \cdot v$$

ahol  $m$  a tömeget,  $v$  a test térfogatát jelenti,  $c$  pedig egy még meghatározandó arányossági tényező. Ha  $v = 1$ , akkor  $m = c$  a.  $c$  tehát az illető anyagból a térfogategységben lévő tömeg. Ha

sok tömeg van a térfogategységben, vagyis sűrűn van az anyag benne, ez a szám nagy, ellenkező esetben kicsi. Ezért ez a  $c$  szám a *sűrűség mértékszáma*. A sűrűség mértékszáma tehát az egységnyi térfogatban lévő anyag mennyisége. Hogy azonban a tömeget és ennek alapján a sűrűséget mérhessük, meg kell állapítanunk a tömegnek az egységét. Az 1 cm<sup>3</sup> térfogatú, 4 Celsius fokú tiszta víznek a tömegét választjuk egységnek, és egy gramm tömegnek nevezzük el. *1 gramm tömeg eszerint az az anyagmennyiség, amennyi 1 cm<sup>3</sup> 4 Celsius fokú tiszta vízben van.*

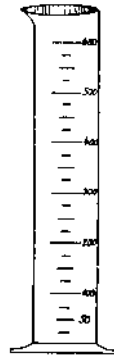
A sűrűséget mindig a tömeg és a megfelelő térfogat hányadosa adja:

$$\text{sűrűség} = c = \frac{m}{v} = \frac{\text{grammokban kifejezett szám}}{\text{cm}^3\text{-ben kifejezett szám}}$$

Ezért a sűrűség egységét 1 gr per cm<sup>3</sup>, vagy 1 gr cm<sup>3</sup>-nak nevezték el.

Ezek szerint 1 gr cm<sup>-3</sup> sűrűsége van annak a testnek, amelynél 1 cm<sup>3</sup> térfogatnak a tömege 1 gr. A tömeg egységének előbbi megállapítása után a víznek a sűrűsége 1 gr cm<sup>-3</sup>.

A víz tömege tehát mindig annyi gramm, ahány cm<sup>3</sup> a térfogata. Ezért gyakran a térfogattól következtetünk magára a tömegre. Vannak oly mérőpoharak (176. kép), amelyekben cm<sup>3</sup> beosztást találunk 5, 10, 50, vagy 100 cm<sup>3</sup>-enként. Ha a beleöntött víz térfogata pl 40 cm<sup>3</sup>, akkor egyszersmind a tömege megközelítőleg 40 gr. Így lehet a víznél általában a folyadékoknál térfogattal mérésrel tömeget megállapítani. Mivel általában  $m = c \cdot v$ , a megmért térfogat és sűrűség szorzata adja meg a tömeget más sűrűségű folyadékok esetében. Néhány anyag sűrűsége gr cm<sup>-3</sup> egységekben kifejezve:



176. kép  
Térfogattmérő  
henger.

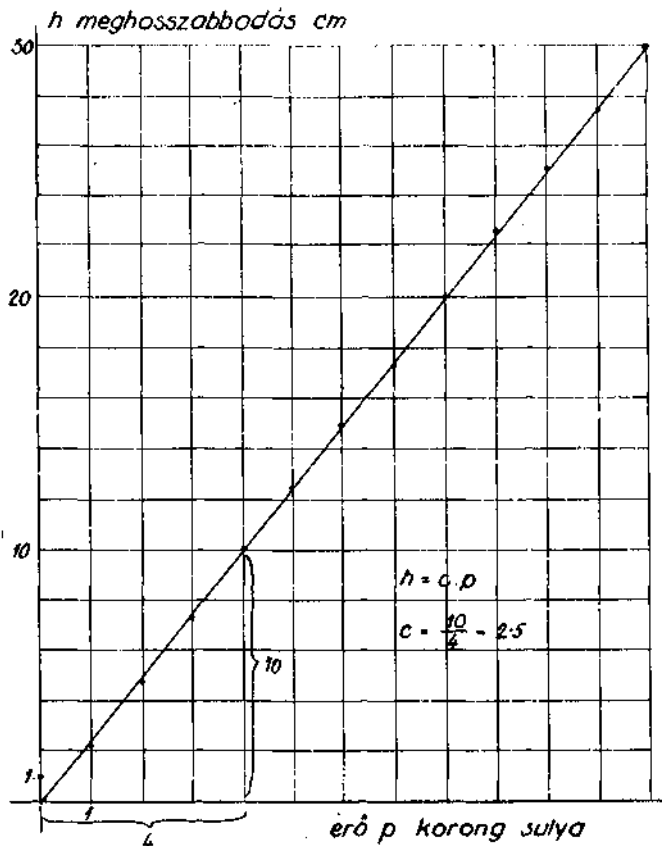
0° víz	0.999	Higany	13.5	Levegő*)	0.00129
4° víz	1.—	Arany	19.25	Hidrogén*)	0.00009
30° víz	0.995	Platina	21.4	Hélium*)	0.00017
Jég	0.92	Szén	1.5		
Ébenfa	1.2	Elefántcsont	1.9		
Tölgyfa	0.8	Üveg	2.5—2.9		
Alumínium	2.7	Gyémánt	3.5		
Vas-acél	7.5—7.8	Benzin	0.7		
Sárgaréz	8.5	Alkohol	0.8		
Vörösréz	8.9	Glicerín	1.26		
Ezüst	10.5				
Ólom	11.3				

\*) 0° Celsius hőmérsékleten. 760 mm légnyomás mellett a tenger színén 45° földrajzi szélességű helyen.

Az arany sűrűsége  $19\frac{1}{4}$  gr  $\text{cm}^{-3}$ . Ez azt jelenti, hogy  $1 \text{ cm}^3$  arany tömege  $19\frac{1}{4}$  gr, vagyis  $1 \text{ cm}^3$  aranyban  $19\frac{1}{4}$ -szer annyi anyag van, mint  $1 \text{ cm}^3$  vízben.

### Az erő értelmezése alakváltoztató hatása alapján.

A testeknek általánosan tapasztalt tulajdonságuk, hogy nehezek. Ha egy téglát fel akarunk emelni, úgy érezzük, hogy karunk izmait meghúzza. Azt az erőt, amely a testeket függőlegesen lefelé húzza, a testek *súlyának* nevezzük. Az 1 gr. tömeget, tehát  $1 \text{ cm}^3$   $4^\circ \text{ C}$  vizet függőlegesen lefelé húzó erőt 1 gr súlynak hívjuk. A testek emeléséből származó tapasztalatunk szerint két egyforma nagy s azonos anyagú test, pl két téglá, kétszer, három ilyen test háromszor nagyobb erővel húzza meg a karunkat. Így tehát a testek súlya, mint izmainkat megfeszítő erő, a tömeggel egyenesen arányos. Nagyon nehéz volna a testek súlyát közvetlenül a karunk izmaira gyakorolt



177. kép. A rúgó meghosszabbodása a rá ható erővel egyenesen arányos.



hatásából közelebből megismerni, ezért izmainkat tőlünk független, egyszerű szerkezettel, egy rugóval helyettesítjük.

Terheljük meg egy ilyen rugót egymásután egyenlő súlyu testekkel, pl. egyforma nagy fémkorongokkal s mérjük le a megfelelő meghosszabbodásokat.

Súly: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 korongsúly  
Meghosszabbodás: 2,2, 4,7, 7,3, 10, 12,4, 14,9, 17,4, 20, 22,5, 25, 27,5, 30 cm.

s készítsünk jelenségvonalat a meghosszabbodás és erő összefüggéséről. A kezdőponton átmenő egyenes vonalat kapunk, ami azt fejezi ki, hogy a meghosszabbodás az erővel arányos (177. kép).

$$h = c \cdot p$$

ahol  $c$  az egy korongnak, a jelen esetben egységsül választott erőnek megfelelő meghosszabbodást fejezi ki.

Ha egy rugóra  $1 \text{ cm}^3 4 \text{ C}^\circ$ -ú tiszta vizet akasztunk (178. kép) pl. úgy, hogy a víznek a tartója rajta van már eredetileg a rugón és a rugó meghosszabbodása 10 mm, akkor az az erő, amely a rugót 50 mm-rel meghosszabbítja a

$$h = c \cdot p$$

egyenlet alapján

$$p = \frac{h}{c} = \frac{50}{10} = 5 \text{ gr. súly}$$

A rugó a gyakorlatban és a tudományos mérésnél gyakran előforduló erőmérő szerkezet, tudományos néven *dinamométer*.



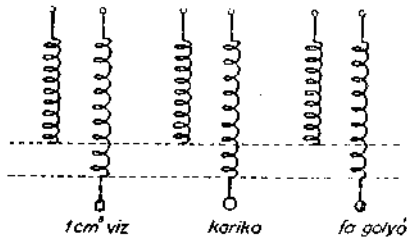
178. kép.  
Egy gr. súly létrehozta rugalmas meghosszabbodás.

### Különböző anyagok egységnyi tömegei.

Mivel a súly a tömegekkel is egyenesen arányos, a rugóval tömegeket is összehasonlíthatunk. Minden oly tömeget, amely pl. a fenti rugót 10 mm-rel meghosszabbítja  $1 \text{ cm}^3$  víz

tömegével egyenlő tömegnek, röviden 1 gr tömegnek tekintünk, függetlenül térfogattól és anyagi minőségüktől (179. kép).

Ily módon jutunk el ahhoz a megállapításhoz, hogy anyagi minőségüktől függetlenül egyenlők azok a tömegek, amelyek ugyanazon a rugón ugyanazon a helyen mérve\* egyenlő meghosszabbodásokat hoznak létre.

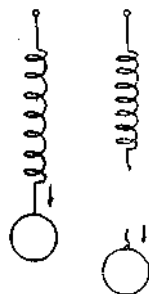


179. kép. Ugyanazon a rugón egyenlő meghosszabbodást egyenlő tömegek hoznak létre.

\* Erre a kiegészítésre azért van szükség, mert a Föld különböző helyein, miként később látni fogjuk, ugyanannak a testnek a súlya kis mértékben változik.

### Az erő, mint a mozgási állapot megváltozásának az oka.

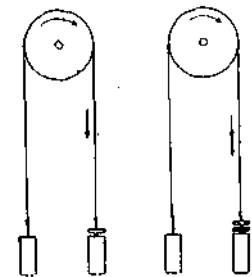
Függesszünk a rugóra egy kisebb bármilyen tárgyat, pl. egy golyót. A tárgy súlyának megfelelően a rugó meghosszabbodik. A súlynak, mint erőnek a hatása tehát mint alakváltoztató hatás jelenik meg. Vágjuk el a testet a rugóhoz függesztő fonalat, a test le fog esni (180. kép). Az erő, mely az előbb, mint alakváltoztató hatás mutatkozott, most a mozgási állapotot változtatta meg. A nyugalmi helyzetben lévő testet mozgatni kezdte s a szabad esését hozta létre. Ilyen szempontból a testek súlya a szabadesést létrehozó erő. Az erő tehát a mozgási állapotban is hozhat létre változást. Pl. itt a súly a nyugalomból szabadesést hoz létre.



180. kép. A súly alakváltoztató és mozgó hatása.

### Az erő mértéke és egysége.

Keressünk összefüggést az erő, az általa mozgatott tömeg és az általa létrehozott gyorsulás között. Kísérleti berendezésünk egy könnyen forgó keréken átvetett zsineg (181. kép), a végére akasztott megfelelő tömegű testekkel. Ha egyenlő súlyú testeket akasztunk fel mindkét oldalon, akkor nem jön létre mozgás, de ha egyik oldalon még megfelelő túlsúlyt is alkalmazunk, mozgás keletkezik. Erről a mozgásról ugyanúgy, mint a lejtőn guruló golyónál, megállapíthatjuk, hogy egyenletesen gyorsuló mozgás. (Lásd a 215. képet.) A gyorsulás a mozgó tömegektől és a mozgatott túlsúly nagyságától függ. Keressük meg, hogyan függ.



181. kép Kísérlet az erő mozgó hatásának tanulmányozására.

a) Vegyük a mozgó tömegeket állandónak és különböző túlsúlyokkal hozzunk létre különböző gyorsulású egyenletesen gyorsuló mozgásokat. Mérjük le egy meghatározott hosszúság, pl. 155 centiméter megtéveséhez szükséges időt, akkor a mozgás egyenletesen gyorsuló, lévén az

$$s = \frac{a}{2} \cdot t^2$$

egyenlet alapján kiszámíthatjuk az egyes gyorsulásokat. A kapott eredményt az alábbi táblázatba rendezzük:

P a mozgó erő :	1	2	3	4	5	6	7	egyenlő súlyú fémlemez
s a megtett út:	155	155	155	155	155	155	155	cm.
t a lement idő:	10	6	4.8	4.2	3.8	3.5	3.2	sec
$a = \frac{2s}{t^2}$ gyorsulás:	3.1	8.6	13.4	17.5	21.4	25.3	30.2	cm sec <sup>-2</sup>

E táblázat alapján jelenségvonalat készítünk és annak egyenes vonalából megállapítjuk, hogy a gyorsulás a ható erővel egyenesen arányos (182. kép).

b) Hasonló eljárással állapítsuk meg ugyanannak a túlsúlynak a hatását különböző tömegekre.

$P$  erő, a mozgó túlsúly állandóan ugyanaz  
 $m$  mozgatott tömeg: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 korong  
 $s$  a meglett út: mindig 155 cm.  
 $t$  a lemért idő: 3.2 3.8 4.2 4.8 5.4 5.6 6 6.7 7.2 7.5 7.7 8 8.5 10 sec  
 $a = \frac{2s}{t^2}$  gyorsulás: 32 21.5 18.1 13.4 10.6 9.9 8.6 6.9 6.5 5.2 4.8 4.3 3.1 cm sec<sup>-2</sup>

A megfelelő jelenségvonal tanulása szerint a gyorsulás és a mozgó tömeg, ha az erő állandó, egymással fordítva arányos (183. kép).

Összefoglalva mindkét kísérlet eredményét: a gyorsulás egyenesen arányos a gyorsulást létrehozó erővel és fordítva arányos a mozgatott tömeggel. Ennek alapján

$$a = C \cdot \frac{P}{m}$$

vagy  $P = c \cdot m \cdot a \quad c = \frac{1}{C}$

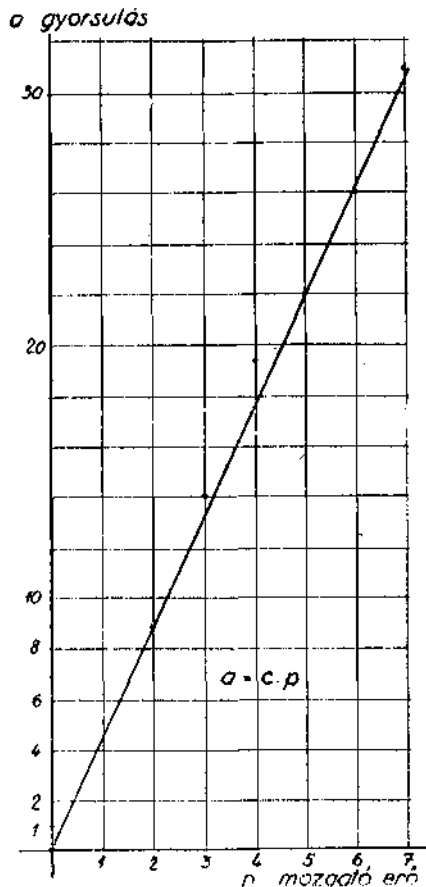
Az erő egyenesen arányos a mozgatott tömeggel és az általa létrehozott gyorsulással.

Ha azt az erőt választjuk egységnyinek, amely 1 gr tömegnek 1 cm sec<sup>-2</sup> gyorsulást ad, akkor a  $P = c \cdot m \cdot a$  egyenletben  $c = 1$ . Ilyen erőegység mellett

$$P = m \cdot a$$

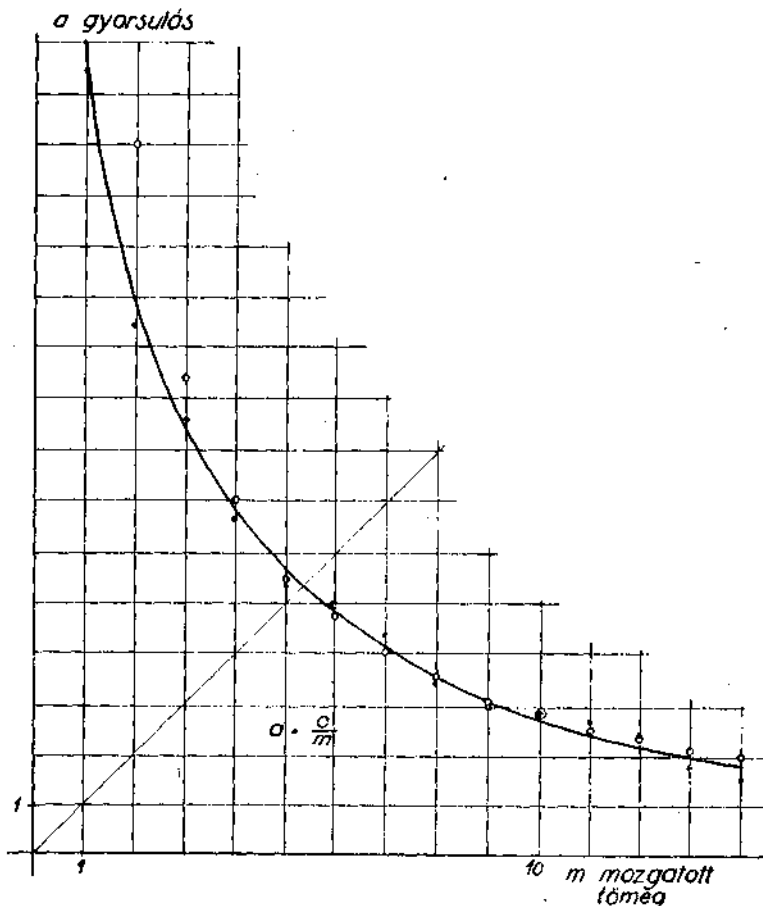
Azt az erőt, amely 1 gr tömegnek 1 cm sec<sup>-2</sup> gyorsulást ad, mivel gr-okat jelentő számnak és cm sec<sup>-2</sup> gyorsulást kifejező számnak a szorzatából adódik, 1 gr cm sec<sup>-2</sup>, vagy 1 cm gr sec<sup>-2</sup> nagyságú erőnek hívjuk. Ennek az erőegységnek rövid neve: *din*.

Az erő meghatározásából az következik, hogy, ha nincs gyorsulás, erőhatás sincs, mert az erő értéke zérus. Tehát nem-



182. kép. A gyorsulás a ható erővel egyenesen arányos, ha a tömeg állandó.

csak nyugalom alkalmával nem hat erő a testekre, hanem akkor sem, ha a test egyenes vonalban, egyenletesen mozog. A test önmagától (erőhatás nélkül) nemcsak nyugalmi állapotát nem képes megváltoztatni, hanem nem képes megváltoztatni egyenesvonalú egyenletes mozgását sem. Nem képes sem gyorsabban, sem lassabban mozogni, vagy az egyenes pályáról letérni. Ezért ezt a megállapítást a *tehetetlenség elvének* nevezzük.



183. kép. A gyorsulás a mozgatott tömeggel fordítva arányos, ha az erő állandó.

Ha arra gondolunk, hogy a rugót a reá függesztett golyó lefelé húzza, a rugó pedig meg akarván tartani rendes hosszúságát felfelé tartja, megérzékelyük az erőhatásoknak egy másik fontos alapelvét, amely szerint minden erőhatásnak egy vele egyenlő nagyságú, de ellenkező irányú ellenhatás felel meg.

, Newton\* a mozgásnak és az erőnek ezeket a legjellegzetesebb alapelveit a következő három tételbe foglalta össze „*Principia mathematica philosophiae naturalis*” című, 1687-ben megjelent munkájában:

1. „*Corpus omne perseverare in statu suo quiescendi vel movendi uniformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur statum suum mutare.*”

Minden test megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, míg külső erő annak megváltoztatására nem kényszeríti.

2. „*Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae et fieri secundum lineam rectam, qua vis illa imprimatur.*”

A mozgás változása arányos a mozgató erővel és azon egyenes mentén történik, melyen az erő hat.

3. „*Actioni contrariam semper et aequalem esse reactionem: sive corporum duorum actiones in se mutuo semper esse aequales et in contrarias partes dirigi.*”

Minden hatással szemben van egy egyenlő nagyságú, de ellenkező visszahatás: azaz két test egymásra való hatása mindig egyenlő, de ellenkező irányú.

A mozgásokra vonatkozó olyan ismereteket, amelyekben már a mozgásnak nemcsak az idő és térbeli lefolyását, hanem a mozgást létre hozó erőt, illetve erőket is figyelembe vesszük, a *mozgások elméletének* nevezzük. (*Dinamika*).

#### Az erő szerepe a tárgyalt mozgásoknál.

##### Erőviszonyok a légbuborék mozgásánál.

Mindennapi tapasztalás szerint a vízben lévő testek könnyebbek. Ez azt jelenti, hogy a függőlegesen lefelé ható súllyal szemben egy felfelé ható erő lép fel. Ez a felfelé ható erő egyes esetekben túlsúlyra is juthat és ilyenkor a test felfelé, a víz színe felé mozog. Ez az eset a légbuboréknál is. A légbuborék ennek a felhajtó erőnek a hatása alatt mozog, de ezzel a mozgató erővel szemben fellép a víz ellenállása és a felhajtó erő mozgató hatását megsemmisíti. Így a mozgás rövid kezdeti szakasza után nincsen a mozgást megváltoztató, tehát gyorsító vagy lassító erő, ezért alakul ki az egyenletes mozgás. Ilyen értelmezéssel ez a jelenség a tehetetlenség elvének, illetőleg Newton első mozgási törvényének felel meg. Pontos megfigyelés azonban arra vezet, hogy a légbuborék mozgása sem tökéletesen egyenletes, aminek oka a cső egyenetlensége.

\* Newton Isac, akinek nevével még többször fogunk találkozni, híres angol fizikus (1642—1727).

### Erőviszonyok a szabadesésnél.

A szabadesést a test súlya hozza létre. Ez az erőhatás abból ered, hogy a testek nehezek, ezért a testek szabadesését okozó erőt nehézségi erőnek is hívjuk. Ha a rugós mérleg végére akasztott testet először a Föld közelében, majd fokozatosan néhány méter magasan egy függőleges vonal mentén megmérjük, súlyát mindenütt egyenlőnek találjuk (184. kép). Súlykülönbségek csak igen nagy magasságkülönbségeknél, vagy különösen érzékeny mérőműszereknél mutatkoznak, amit azonban itt nem veszünk figyelembe. Esés közben tehát, ha nem nagy a magasságkülönbség, a mozgó testre ható nehézségi erő a mozgás minden pillanatában ugyanaz. Newton második törvénye szerint az állandó erő ugyanazon a tömegben állandó gyorsulást hoz létre, mert  $p = m \cdot a$ .

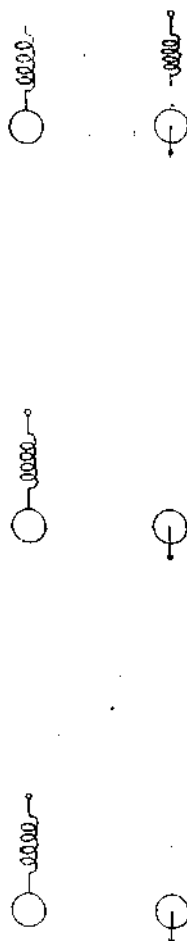
Ezért a szabadesés gyorsulása állandó és a mozgás egyenletesen gyorsuló.

Az 1 gr tömeget szabad esése közben

$$1 \text{ gr súly} = m \cdot a = 1 \text{ gr} \cdot 980 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1} = \\ = 980 \text{ cm} \cdot \text{gr} \cdot \text{sec}^{-1} = 980 \text{ din}$$

erő mozgatja. 1 gr tömeg súlya tehát 980 din. Az 1 din erőegység igen kicsiny. Megközelítőleg egy gramm ezredrészének, a milligrammnak a súlya. Egy milligrammsúly pontosan 0.98 din. Ekkora súlya van egy köbmilliméter víznek. Mivel a szabadesés gyorsulását  $g$ -vel jelöljük, az  $m$  tömegű test súlya  $p = mg$  din, ahol  $g = 980 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}$ .

Newton II. törvénye értelmében a súly iránya függőleges, mert a sebesség változása a függőleges irányban történik.



184. kép. A szabadon eső testet állandó erő mozgatja.

### Erőviszonyok a fonálingánál.

A fonálingánál a nyugalmi helyzettől mért elmozdulás

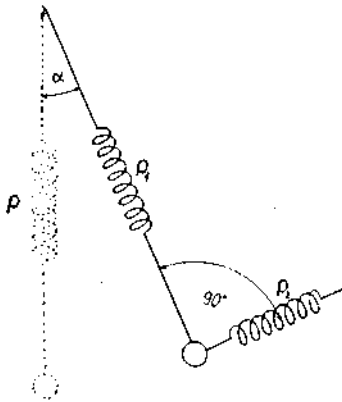
$$s = c \cdot \sin \omega t \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

a mozgás gyorsulása pedig  $a = -\omega^2 s$  tehát a mozgató erő  $m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot s$

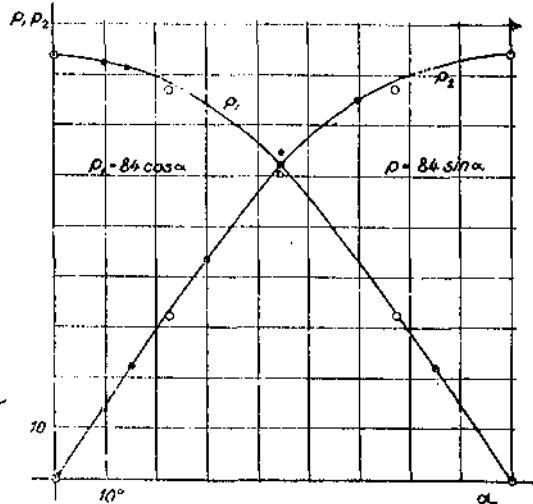
egyenesen arányos az elmozdulással és azzal mindig ellenkező irányú.

A fonálingánál a testre ható nehézségi erőnek, a súlynak csak egy része a mozgató erő. A másik rész hatása a fonál megfeszülésében nyilatkozik meg. Az egyes erők nagyságát és a különböző helyzeteknek megfelelő változását meg is mérhetjük. Egy lehetőleg könnyű rugósmérleget a felfüggesztő fonálba iktatunk, egy másikat erre merőlegesen, a mozgás pályájának irányában (185. kép). Az ingát különböző szögekkel kimozdítjuk és lemérjük a fellépő feszítő és mozgató erők nagyságát. Ugyanazon koordinátarendszerben jelenségvonalat készítünk (186. kép), amely szerint a

feszítő erő:  $p_1 = mg \cos \alpha$   
mozgató erő:  $p_2 = mg \sin \alpha$



185. kép. A fonálingánál fellépő erők.



186. kép. A fonálingánál fellépő erők összefüggése a kilendülés szögével.

Ezekből az egyenletekből négyzetreemelés és összeadás után kapjuk, hogy

$$p_1^2 + p_2^2 = (mg)^2 = p^2$$

Ez azt mutatja, hogy a  $p_1$  és  $p_2$  erők a  $p$  erőnek, mint iránymennyiségnek egymásra merőleges összetevői (187. kép).

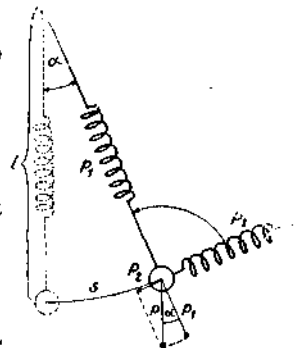
Ha  $\alpha$  kicsi, a mozgató erő

$$p_2 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

kifejezésében  $\sin \alpha$  helyébe az  $\alpha$  szöget tehetjük és ekkor a mozgató erő

$$p_2 = m \cdot g \cdot \alpha = m \cdot g \cdot \frac{s}{l} = \frac{mg}{l} \cdot s$$

arányos a kimozdulással, amint ezt már előbb is megállapítottuk. Ez az oka annak, hogy az ingánál mindig kicsire vesszük az  $\alpha$  szöget.



187. kép. A fonálingánál szereplő erők, mint vektorok.

Ha a mozgató erőnek itt megállapított két alakját

$$p_2 = -m \cdot \omega^2 \cdot s \quad \text{és} \quad p_2 = -\frac{mg}{l} \cdot s$$

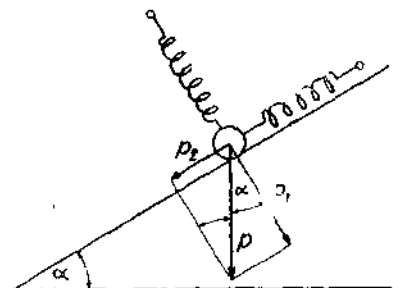
egymással összevetjük, az

$$m \cdot \omega^2 \cdot s = \frac{m \cdot g}{l} \cdot s, \quad \text{vagy} \quad \omega^2 = \frac{g}{l}$$

egyenlethez jutunk. Ebből az egyenletből az  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  helyettesítéssel a lengési idő

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Az inga lengési ideje tehát a hosszúságtól és a nehézségi gyorsulástól függ. Ezt az összefüggést később kísérleti úton részletesen fogjuk tanulmányozni.



188. kép. A lejtőnél fellépő erők mint iránymennyiségek.

#### Erőviszonyok a lejtőn.

Hasonlóak az erőviszonyok a lejtőn guruló golyó mozgásánál. A guruló test  $p$  súlyának a lejtő irányába eső mozgató összetevője  $p_2 = p \sin \alpha$ . A lejtőre merőleges összetevője pedig, mely a lejtőre való ránehezedésben nyilvánul,  $p_1 = p \cos \alpha$ , ahol  $\alpha$  a lejtő hajlásszögét jelenti (188. kép).

#### Erőviszonyok a hajításnál.

A hajított test mozgását úgy tekintettük, mint a hajítás irányában haladó egyenletes mozgás és egyidejű szabadesés eredményét. Az első mozgás megfelel Newton első törvényének. Az elhajítás pillanatában a ható erő megszűnik, a test tehetetlensége folytán egyenes vonalon egyenletesen mozog. Egyidejűleg azonban súlyának megfelelő  $p = m \cdot g$  erő hatása alatt szabadon esik Newton II. törvénye szerint. (189. kép).

#### Erőviszonyok az egyenletes körmozgásnál.

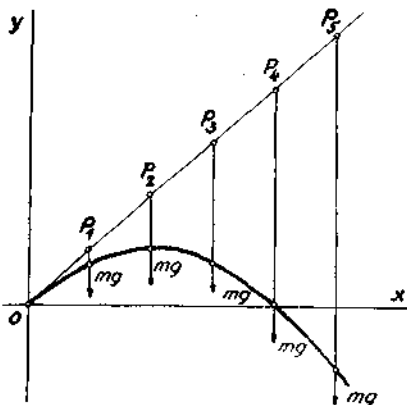
Minden egyenletes körmozgásnak a kör középpontjába irányuló  $v^2/2r$  gyorsulása van. Ennek megfelelően egy  $m$  tömegű test az  $r$  sugarú körön  $v$  sebességgel csak akkor mozoghat, ha hat rá egy, a kör középpontjába irányuló és

$$p = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

nagyságú erő, melyet középponti erőnek nevezünk. Közvetlenül érezzük ezt az erőt, ha zsinigre kötött tárgyat kezünkkel for-



gatunk. Pl. 196. kép. Mihelyt az erő megszűnik, a mozgó test tehetetlensége folytán az erő megszűnésének pillanatában érvényes sebességgel a körpálya érintőjének irányában egyenes vonalon egyenletesen mozog tovább. Úgy tűnik fel, mintha egy erő röpitene ki a körpályáról, pedig csupán a középponti erő megszűntével a tehetetlenség érvényesül. A tehetetlenség a középponti erővel szemben a körmozgásnál úgy érvényesül, mintha a középponti erővel szemben egyenlő nagyságú, de ellenkező irányú erő hatna Newton III. törvényének megfelelően. Ilyen értelemben beszélünk a középponttól távolító (centrifugális) erőről, mint a középponti erő visszahatásáról. Mindkét erő a sugár irányában hat, a középponti a kör középpontja felé, a középponttól távolító pedig ezzel ellentétes irányban.

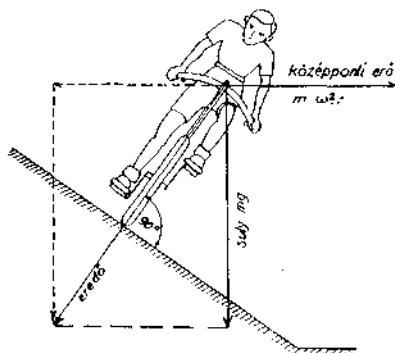


189. kép. Az elhajított testre állandóan hat a nehézségi erő.

A középponti erőt kifejezhetjük a szögsebességgel is. Mivel  $v = r\omega$  a középponti és a középponttól távolodó erő nagysága  $p = m \cdot r \cdot \omega^2$ .

Végül, ha a keringési időt vezetjük be, akkor  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  miatt

$$p = (2\pi)^2 \frac{m r}{T^2}$$



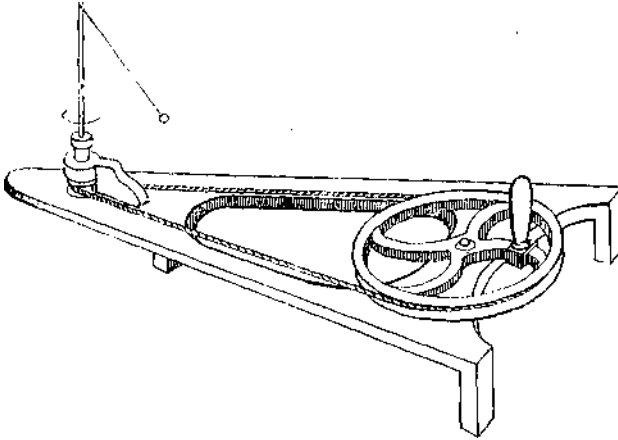
190. kép. Fordulóban haladó kerékpárosra ható erők.

Ha nem áll rendelkezésre  $m \cdot \omega^2 r$  nagyságú, középponti erő, akkor a tehetetlenség érvényesül és a keringő test az érintő irányában elmozdulva, egy olyan nagyobb sugarú körpályára megy át, melynél fellép a megfelelő nagyságú és a középpont felé mutató erő. Ez az oka, hogy a lazán összefüggő részekből álló forgó rendszerek részei a lehető legnagyobb sugarú körpályán helyezkednek el. Ez történik pl. a körhintán láncon lógó ülésekkel és a rajtuk ülőkkel. Ha körben futunk, vagy kerékpáron, kocsin haladva az egyenes irányból elfordulunk, befelé kell dőlnünk, hogy ezt a hatást ellensúlyozzuk. Utak fordulójánál és főleg versenypályákon ezt az ellensúlyozó dőlést befelé a pálya lejtőssé tételével segítik elő (190. kép). Hasonlóak a

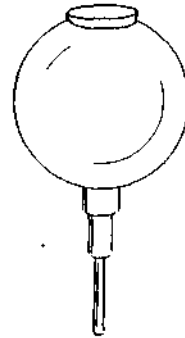
ülésekkel és a rajtuk ülőkkel. Ha körben futunk, vagy kerékpáron, kocsin haladva az egyenes irányból elfordulunk, befelé kell dőlnünk, hogy ezt a hatást ellensúlyozzuk. Utak fordulójánál és főleg versenypályákon ezt az ellensúlyozó dőlést befelé a pálya lejtőssé tételével segítik elő (190. kép). Hasonlóak a

viszonyok, ha vasút halad kanyargó pályán. A külső sínt valamivel magasabbra építik.

E jelenségek megfigyelésére és a fellépő erőviszonyok tanulmányozására szolgál a *centrifugális gép*. Fő része egy megfelelő meghajtással forgásba hozható tengely. Ebbe a tengelybe



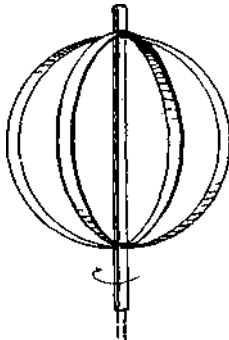
191. kép. Centrifugális gép.



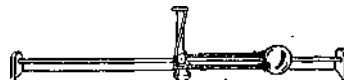
192. kép. Üveg-gömb a centrifugális géphez.

erősíthetők a legkülönbözőbb eszközök, amelyeket tetszés szerint kisebb-nagyobb sebességgel forgathatunk.

Egy forgó üveggömbbe helyezett sörétek forgás közben a lehető legnagyobb távolságra helyezkednek el. Ha folyadékot öntünk az üveggömbbe, ez a forgatás alatt a forgási tengely-



193. kép. Forgás közben az a bronzból készült gömb belapul, ha a tengely felső végén nincs megrögzítve.

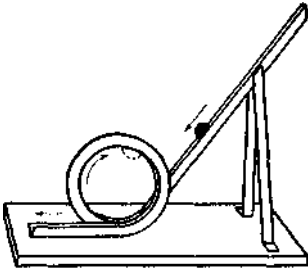


194. kép. A középponti erő mérése.

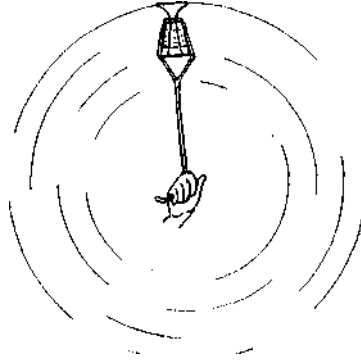
tőli legtávolabb lévő gömb-övön foglal helyet. Különböző sűrűségű folyadékok, pl. higany és víz közül a forgási tengelytől távolabbi gömb-övön a sűrűbb folyadék, a higany helyezkedik el, mert nagyobb a tömege és így reá nagyobb, középponttól távolító erő hat (192. kép). Ugyanilyen, a forgási tengelytől távolodó hatás érvényesül, ha egy olyan a bronzból álló göm-

bőt forgatunk, mely a tengely végén lazán áll. A gömb a forgási tengelynél lévő sarkain belapul (193. kép).

A középponti erőt egy rugóval meg is mérhetjük, ha a mozgó testet tartó fonalon fellépő feszítő erőt egy rugóra viszsűk át (194. kép). Érdekesen érvényesül a középponti erő hatása egy lejtővel induló és aztán egy függőleges körben folyta-



195. kép. Abroncsszerű pályán körülfutó golyó.



196. kép. Forgatott pohárból a víz nem ömlik ki.

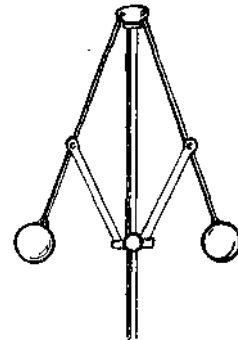
tódó pályán (195. kép). A golyó körül szalad a kör alakú rész belső felületén anélkül, hogy erről a pályáról leessen. Hasonló jelenség az is, amikor egy zsinagra kötött poharat úgy forgatunk körül függőleges síkban, hogy a pohár nyílása a kör középpontja felé mutat (196. kép). Megfelelő sebesség mellett a víz nem folyik ki a pohárból.

A parittya zsinagon körben mozgatott olyan tárgy, amelyet el akarunk hajítani. Ha a forgás egy pillanatában szabadon engedjük a tárgyat, az nagy sebességgel kirepül a pálya érintőjének irányában. Természetesen egyidejűleg szabadon is esik, így a hajítások valamelyik esete áll elő (197. kép).



197. kép. Parittya.

A gőzgépeknél a 198. képen látható szabályozót találunk. Egy forgó tengely végén könnyökszerűen mozgó két rúdon egy-egy vaskörmű van. Forgás közben ezek a körműk eltávolodnak a forgási tengelytől. Ha túl gyors a gőzgép járása és vele együtt ennek a szabályozónak a forgása, akkor a körműket tartó karok erősen szétnyílnak s e mozgásukkal megfelelően szűkebbre állítanak egy szelepet,

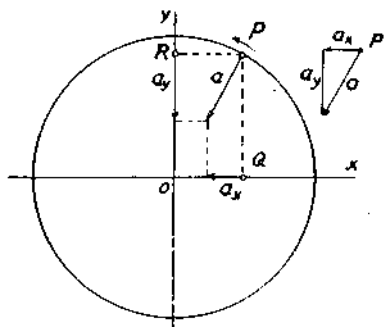


198. kép. Centrifugális szabályozó.

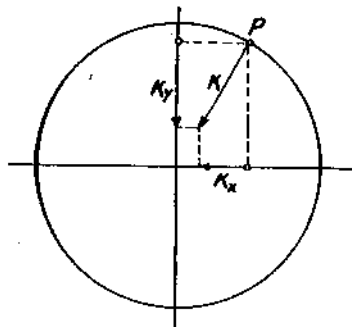
amelyen a gőz áthalad és ezzel lassítják a gép járását. Túllassú járás alkalmával a golyók összébb esnek és éppen ellenkező hatást váltanak ki.

Már megállapítottuk, hogy az egyenletes körmozgás sebességének nagysága állandó, iránya azonban folyton változik. Ebből kifolyólag a mozgás gyorsuló és a középpont felé mutató gyorsulás  $\frac{v^2}{r}$ , ahol  $v$  a kerületi sebességet jelenti az  $r$  sugarú körön. Ezt a gyorsulást Newton II. törvénye értelmében a középpont felé irányuló  $\frac{m \cdot v^2}{r}$  nagyságú erő hozza létre.

Amíg a  $P$  pont a kerületen egyenletesen mozog, az  $x$  tengelyre vonatkoztatott vetülete  $Q$  az  $x$  tengelyen rezgő mozgást végez. O-tól számított elmozdulása tehát (199. kép)



199. kép. Az egyenletes körmozgás gyorsulásának vetületei.



200. kép. Az egyenletes körmozgást létrehozó középponti erő vetületei.

$$x = r \cdot \sin \omega t, \text{ ahol } \omega = \frac{2\pi}{T}$$

gyorsulása pedig

$$a_x = -\omega^2 \cdot x$$

Hasonlóan, ha az  $y$  tengelyre vonatkoztatott vetület  $R$ , akkor e pont elmozdulása

$$y = r \cdot \sin \left( \omega \left( t + \frac{T}{4} \right) \right)$$

gyorsulása pedig

$$a_y = -\omega^2 \cdot y$$

E két vetületi gyorsulás egymásra merőleges. Ha mint iránymennyiséget összeadjuk őket, az eredő gyorsulás

$$\sqrt{\omega^4 x^2 + \omega^4 y^2} = \sqrt{\omega^4 (x^2 + y^2)} = \sqrt{\omega^4 r^2} = r\omega^2 = \frac{(r\omega)^2}{r} = \frac{v^2}{r}$$

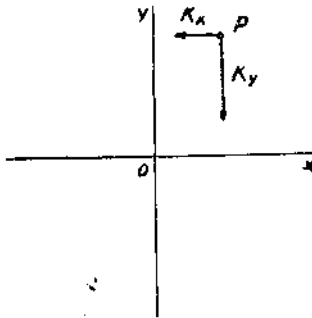
a körön keringő pont középponti gyorsulása. Ezt az eredményt így fejezhetjük ki: a keringő mozgás vetületei oly gyorsulásokkal mozognak, amelyek a középponti gyorsulás vetületeivel egyenlők.

Mivel a mozgató erők gyorsulásai a tömeggel szorozva az erőket adják, ugyanilyen összefüggések állanak fenn az erők között is.

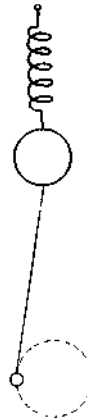
Jelöljük a középpont felé irányuló erőt  $K$ -val, az  $x$ , illetve  $y$  tengelyek irányába eső vetületeit, mondhatjuk így is: összetevőit,  $K_x$ , illetve  $K_y$  -nal, akkor (200. kép)

$$\begin{aligned} K &= m \cdot \omega^2 \cdot r \\ K_x &= - m \cdot \omega^2 \cdot x \\ K_y &= - m \cdot \omega^2 \cdot y \end{aligned}$$

A körön egyenletesen keringő pont mozgását a síkban így jellemeztük. A mozgó pont egyidejűleg két egymásra merőleges rezgő mozgást végez, az  $x$  és  $y$  tengely irányában. Az erőkre gondolva most ezt az eredményt így fejezhetjük ki. A pont két egymásra merőleges olyan erő hatására mozog, amelyek nagysága egyenesen arányos a tengelytől mért távolságaikkal (201. kép).



201. kép. Egyenletes körmozgást létrehozó erők.



202. kép. Az egyenletes körmozgás két egymásra merőleges és a kimozdulásokkal arányos erő hatása alatt is létrejöhet.

Ezt az eredményt kísérletileg is igazolhatjuk. Vegyünk egy néhány kg-os vasgolyót és akasszuk egy olyan rugóra, amelyen, ha kimozdítjuk nyugalmi helyzetéből,  $T$  idejű függőleges rezgéseket végez. Akasszunk erre a golyóra egy megfelelő hosszú kistömegű fonálingát, mely ugyanakkora kilengéssel és ugyancsak  $T$  lengési idővel vízszintesen rezeg. A két mozgás eredménye, ha egyenlő nagy amplitudóval úgy indítjuk el őket, hogy a két rezgés között egy negyed rezgés fáziskülönbség legyen, egyenletes körmozgás.

## 17. Súrlódás és közegellenállás

### A súrlódás és közegellenállás értelmezése és mértéke.

Newton első mozgási törvénye a tehetetlenség elvének pontos megszövegezése. Ennek az elvnek a felismerése jelentősen

előre vitte a természet változásainak helyes megismerését. A mindennapi tapasztalás ezzel ép ellenkező. A testek sohasem mozognak egyenes vonalon egyenletesen, csak többé-kevésbé megközelítik ezt a mozgást. Ezért a régi felfogás szerint magának a mozgásnak az oka az erő, nem pedig mint Newton értelmezte, a mozgási állapot megváltozásának.

Az erőnek, mint a mozgás okának fogalmát már az ókorban megtaláljuk *Aristotelesnél*\* Ez a felfogás azonban nem felel meg a természeti jelenségekben rejlő törvényszerűségeknek s mindaddig nem is tudott a fizika a mozgások elmélete terén előre haladni, míg a mozgás okát és nem a mozgásváltozás okát tartották erőnek. Mikor azonban Galilei és Newton a tehetetlenség elvét és az erő helyes értelmezését megállapították, a fizikának ez a fejezete nemcsak hatalmas fejlődésnek indult, hanem alapjává vált a technika mai felvirágzásának is.

Mivel a mozgások külső erőhatás nélkül is megszűnnek, kell lenni valamilyen oknak, mely ezt a változást létrehozza. Ez az ok a testek súrlódása, illetve annak a közegnek az *ellenállása* (levegő, víz), melyben a mozgás történik. A súrlódás és a közegellenállás a Newton III. törvényének megfelelő olyan erő, amely csak mint visszahatás lép fel. A súrlódás és a közegellenállás nem hoznak létre soha oly mozgásváltozást, melynél a sebesség növekszik, mindig csak olyat, melynél csökken. Ezért a Földön keletkezett minden mozgás fokozatosan nyugalomba megy át. De mielőtt megvalósult a nyugalom, a súrlódás és közegellenállás is semmivé lesz, mert csak mint ellenhatások lépnek fel és nem olyan erők, melyek sebességnövekedést tudnának létrehozni. A súrlódás tulajdonképpen nem is erő, hanem egy mozgást akadályozó oly hatás, amelynek mértékéül egy olyan erőt tételezünk fel, mely a súrlódás létrehozta mozgásváltozást okozna. A súrlódás és közegellenállás minden mozgásnál nemcsak fellépnek, de jelentős akadályai a mozgás létrehozásának és fenntartásának, ezért a gyakorlati életben igen nagy a jelentőségük.

### **A súrlódás kísérleti megfigyelése és mérése.**

Vegyünk egy kisebb sima deszkalapot, s helyezzük rá egy hasonló nagyobb vízszintes felületre. Egy rugós erőmérő közbeiktatásával igyekezzünk a deszkalapot vízszintes irányban mozgásba hozni. A mozgás a legkisebb erőhatásra nem tud megindulni, mert akadályozza a két felület súrlódását. Csak egy aránylag már nagyobb erő kifejtése mellett indul meg a mozgás. Az elcsúsztatott deszkalapra kisebb-nagyobb súlyú tömegeket elhelyezve azt látjuk, hogy a mozgás megindításához szükséges legkisebb erő a csúszó felületre ható megterhelés súlyától függ.

\* Aristoteles (384—322 Kr. e.) híres görög filozófus és természettudós, akinek rendszere egész az újkorig irányadó volt.

Megmérve ennek az erőnek és a mozgást megindító legkisebb erőnek értékeit, az alábbi táblázatot kapjuk:

Megterhelés,  $q$  dkgr. súly: 20, 30, 40, 60, 70, 80, 100, 110, 120, 130, 140, 150

Húzó erő,  $p$  gr. súly: 9, 12, 14, 22, 26, 28, 37, 41, 48, 50, 53, 55

A mérési adatok alapján jelenségvonalat készítünk és mert ez egyenes, a mozgást elindító legkisebb erő a megterheléssel egyenesen arányos

$$p = c \cdot q$$

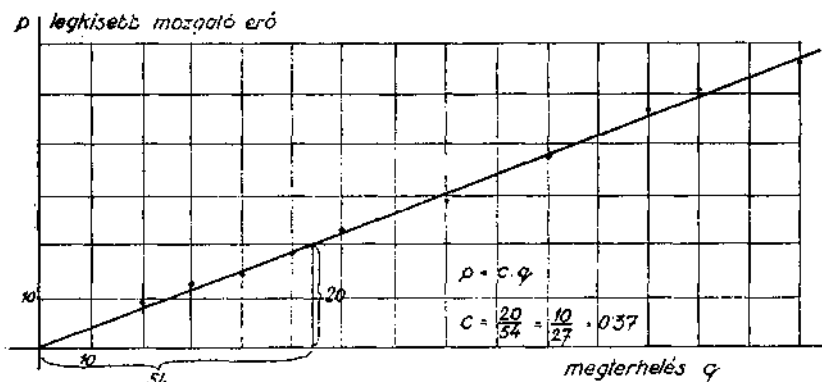
203. kép. A súrlódás kísérleti tanulmányozása,

Ahol  $c$  az egységnyi (dkgr) megterheléskor mozgást létrehozó legkisebb erő

$$c = 0.37$$

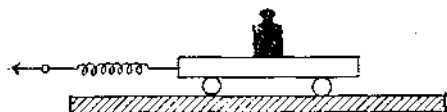
Ilyen esetben a súrlódást *csúszó súrlódásnak*,  $s$  a  $c$  arányossági tényezőt az adott esetre és a használt anyagra vonatkozó *súrlódási együtthatónak* hívják.

Kisebb-nagyobb felületű deszkadarabokkal végzett mérések szerint  $p$  a felülettel is egyenesen arányos, tehát  $p = C \cdot f \cdot q$ .



204. kép. A legkisebb mozgató erő és a megterhelés összefüggését kifejező jelenségvonal.

Egészen mások azonban a viszonyok, ha két hengert teszünk a deszkalap alá (205. kép). A fentihez hasonló kísérletek és mérések arra az eredményre vezetnek, hogy a súrlódási együttható jelentékenyen kisebb. A súrlódás most a vízszintes alátét és a forgó hengerek között lép fel. A súrlódást ilyenkor *gördülő súrlódásnak* nevezzük. Ezt a máris jelentékenyen kisebb súrlódást csökkenthetjük még azáltal, hogy



205. kép. A gördülő súrlódás kisebb mint a csúszó.

nem hosszú, hanem keskeny hengereket, kerekeket használunk, miként az a kocsinál látható, vagy

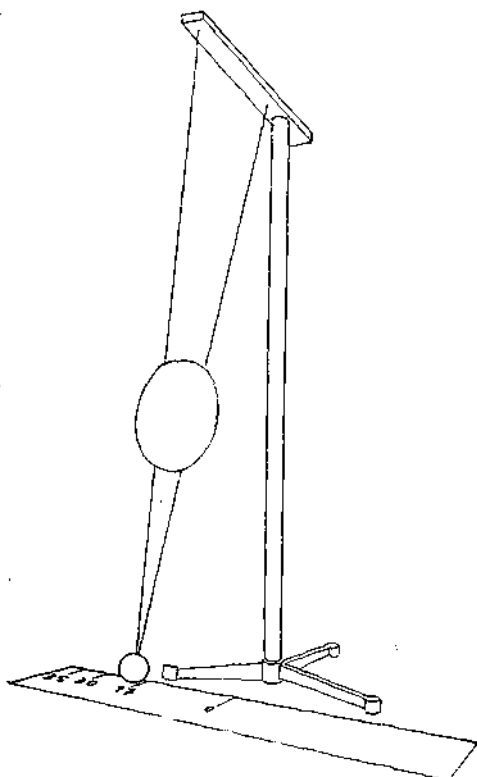
csak golyókat, melyeknek az érintkezése a surlódó felülettel a legkisebb. (Golyós csapágyak.)

**A közegellenállás hatása a fonálingára.  
A csillapított rezgés fogalma.**

A fonálinga lengését megfigyelve azt tapasztalhatjuk, hogy az amplitudók egyre kisebbek lesznek és többkevesebb idő után az inga megáll. Ennek oka a levegő ellenállása, ami ép úgy, mint a surlódás, mozgást megszüntető visszahatás. Mértéke az az erő, amely vele egyenlő mozgásváltozást hoz létre.

Mérjük meg az egymásutáni ingalengéseket egy olyan ingán, amelyet a 206. kép szerint két fonálra függesztünk fel, és a fonalakra helyezett papírlappal fokozzuk a kilengések csökkenését. Mérésünk eredménye a következő:

Idő, féllengési időben	Amplitudó
1	25
2	23
3	20
5	18
5	17
6	15
féllengés	cm.



206. kép. Erősen csillapodó rezgések előállítása fonálingával.

Megrajzolva a mozgás jelenségvonalát, egy olyan hullámvonalat kapunk, amelynél az amplitudó nem független az időtől, hanem az időnek függvénye. Tehát

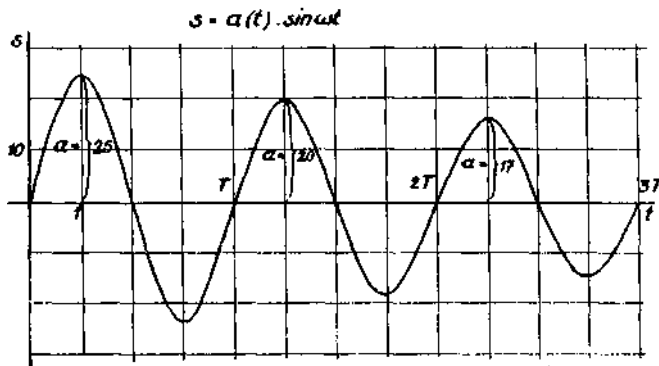
$$s = a(t) \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t$$

Az ilyen rezgést, amelynél az amplitudó nem állandó, hanem az időnek fogyó függvénye, csillapított rezgésnek, az olyan rezgést, melyben az amplitudó állandó, csillapítatlan rezgésnek nevezzük.

Különböző nagyságú papirfelületekkel végzett kísérletek szerint a csillapodás a felület nagyságától és alakjától függ.



A csillapodás főleg a közegellenállás, kisebb részben a fel-függesztésnél fellépő súrlódás eredménye.



207. kép. A csillapodó rezgések jelenségvonala.

## 18. Munka és teljesítmény.

### A munka fizikai értelmezése, mértéke és egysége.

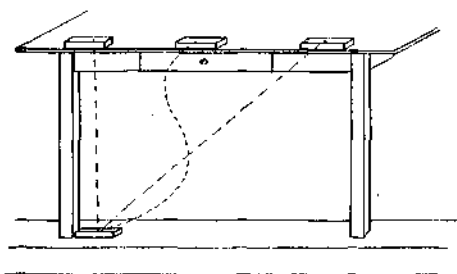
A gyakorlati mindennapi élet megítélése szerint, aki erőt fejt ki, az *munkát végez*. A munka fogalmának fizikai értelemben való pontos meghatározásához jó kiindulás az épülő ház építése közben szereplő munkáknak és azok értékelésének megfigyelése. Ha 100 db téglát fel kell vinni ugyanarra a magasságra, pl. az első emeletre, akkor a téglák súlyával szemben erőt kell kifejteni egy meghatározott hosszúságú úton. Fel kell vinni egy lejtőszerű deszkajárón, vagy függőlegesen kell **fel**-emelni valamilyen gép segítségével, vagy kézzel fel kell dobni. Az építettőnek egészen mindegy, milyen úton jut fel a téglák. Egyformán fog fizetni 100 téglának felhordásáért az első emeletre, akármilyen úton történik is az, de 200 téglának felhordásáért ugyanarra a magasságra már kétszeres fizetés jár. Ez annyit jelent, hogy a végzett munka értékelésénél a téglák súlya és a magasság játszik szerepet. A munka az erővel egyenesen arányos, mert 200 téglák felhordása kétszer többbe kerül, mint 100 tégláé, de ezen kívül még függ a magasságtól is. Kétszeres munkát jelent, ha a téglákat nem az első, hanem a második emeletre kell felhordani. Az az út, amelyen a téglák a magasba kerül, mellékes, csupán a függőleges elmozdulás számít. A nehézségi erő, amellyel szemben függőlegesen felfelé kell az emelésnél az erőt kifejteni, szintén függőleges. Így azt mondhatjuk, a munka az erő irányába eső elmozdulástól függ és azzal egyenesen arányos. A kettőt összefoglalva

$$M = c \cdot p \cdot s.$$

A  $p$  erő kifejtéssel járó  $M$  munka magával az erővel és a létrehozott elmozdulással az erő irányába eső is összetevőjével egyenesen arányos. Ha az elmozdulás az erő irányában, jelen

esetben függőlegesen történik, akkor maga a megtett út az elmozdulás és így közvetlenül az út veendő számításba. Ha azonban az elmozdulás akármilyen más irányú, akkor csak az elmozdulásnak az erő irányába eső összetevője. A fenti példában az első eset áll fenn az emelőgépnél, a második a lejtőn való felhordásnál és felhajításnál.

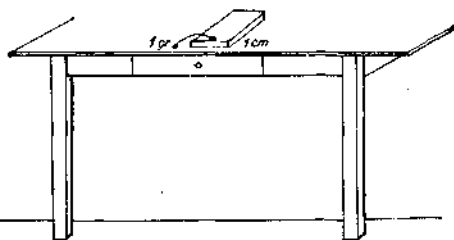
Hasonlóak a viszonyok, ha azt a munkát vesszük szemügyre, amelyet a szobában végzünk, ha a tárgyakat a padlóról az asztalra emeljük (208. kép).



208. kép. A munka egyenlő, mert az erő irányába eső elmozdulás is egyenlő.

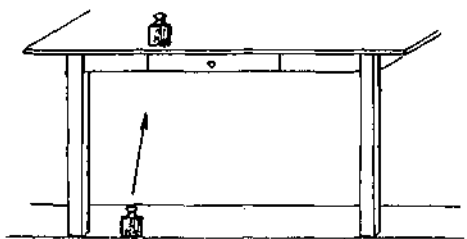
Akár függőlegesen emeljük fel a téglát, akár ferdén, bármilyen úton, a végzett munka csak a téglá súlyától és a függőleges elmozdulástól, vagyis az elmozdulásnak az erő irányába eső összetevőjétől függ. Mindkettővel egyenes arányos az  $M = c \cdot p \cdot s$  egyenletnek megfelelően.

Mivel még nincs a munka számára egység megállapítva, vehetjük az arányossági tényezőt egynek:  $c = 1$ .  $M = p \cdot s$ , aminek alapján egységnyi az a munka, amelyet 1 din erő saját irányában 1 cm úton kifejt. Ezt a munkát 1 din-nek, vagy mivel  $1 \text{ din} = 1 \text{ cm gr sec}^{-2}$ , 1 cm gr  $\text{sec}^{-2}$  munkának, röviden 1 erg-nek hívják.



209. kép. 980 erg munka.

Emeljük fel 1 gr tömeget 1 cm magasra. Pl. egy kisebb gombot az asztalról ráteszünk egy ott fekvő 1 cm vastag



210. kép. Egy méterkilogramm munka, ha a súly 1 kg s az asztal 1 m magas.

könyvre (209. kép). Mekkora ez a munka? A gomb súlyát tömegének és a nehézségi gyorsulásnak szorzata adja, az erő irányába eső elmozdulás 1 cm, tehát a végzett munka  $1 \text{ gr} \cdot 980 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2} \cdot 1 \text{ cm} = 980 \text{ cm}^2 \cdot \text{gr} \cdot \text{sec}^{-2} = 980 \text{ erg}$ .

1 erg tehát ennek a munkának kerekén az ez-

redrésze. Megközelítőleg az a munka, amelyet akkor végzünk, ha  $\frac{1}{1000}$  gr-t, azaz egy milligrammot 1 cm magasra emelünk.

1 kg felemelése 1 cm magasra már 980.000 erg munka, közel egy millió erg. Ha pedig egy kg-ot egy deciméter magasra emelünk, a végzett munka 9.800.000 erg, kerekén 10.000.000 erg =  $10^7$  erg. Ezt a munkát szokták a munka nagyobb gyakorlati egységnek venni *joule\** néven.

Eszerint  $1 \text{ joule} = 10^7 \text{ erg}$ .

Azt a munkát, amelyet akkor végzünk, ha 1 kg tömeget 1 méter magas asztalra emelünk, 1 *méterkilogramsúly* munkának szokták nevezni. Ez a munkának sokszor használt gyakorlati egysége:

$$\begin{aligned} 1 \text{ mkg} &= 100 \text{ cm} \cdot 980000 \text{ gr cm sec}^{-2} \\ &= 98000000 \text{ cm}^2 \text{ gr sec}^{-2} \\ &= 98 \cdot 10^7 \text{ erg} = 98 \text{ joule} \end{aligned}$$

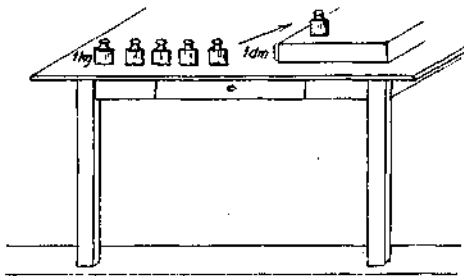
#### A munkasebesség értelmezése, mértéke és egysége.

A gyakorlati életben a munka értéket képvisel és ezért megfizetik. Azonban a gyakorlati életben nemcsak a végzett munka nagyságának van jelentősége, hanem annak is, milyen gyorsan, mekkora sebességgel végezték a munkát. Az építési példára visszatérve, nemcsak az a fontos, hogy a téglát az 1. vagy 2. emeletre felvitessék, hanem az is, hogy az ne hosszadalmasan, hetekig tartson, hanem a gyakorlati követelményeknek megfelelő idő alatt, tehát egy meghatározott munkasebességgel történjen. A munka sebességének mértéke az időegység alatt végzett munka. Egysége tehát vagy

$$1 \frac{\text{erg}}{\text{sec}}, \text{ vagy } 1 \frac{\text{joule}}{\text{sec}}, \text{ vagy } 1 \frac{\text{mkg}}{\text{sec}}, \text{ ahol pl. } 1 \frac{\text{erg}}{\text{sec}} = 1 \text{ cm}^2 \text{ gr. sec}^{-3}$$

Az időegység alatt végzett munkát *teljesítménynek* is szokás nevezni.

Ha valaki 1 kg-os tömegeket mp-kint 1 dm magasra emel, megközelítőleg 1 joule munkát végez mp-kint (pontosan 0.98 joule (211. kép). A munkavégzésnek ezt a sebességét röviden 1 *watt\*\** teljesítménynek nevezik.



$$1 \text{ watt} = \frac{1 \text{ joule}}{\text{sec}} = 10^7 \frac{\text{erg}}{\text{sec}}$$

211. kép. Megközelítőleg 1 watt munkasebesség szemléltetése.

Száz wattnak a neve *hektowatt*, ezer wattot pedig *kilowatt*nak hívunk.

\* Joule James Perscott (1818—1889) angol fizikus emlékére, akinek nevével későbbi tanulmányaink során még többször fogunk találkozni.

\*\* Watt James (1736—1819) angol fizikusnak, a gőzgép feltalálójának emlékére.

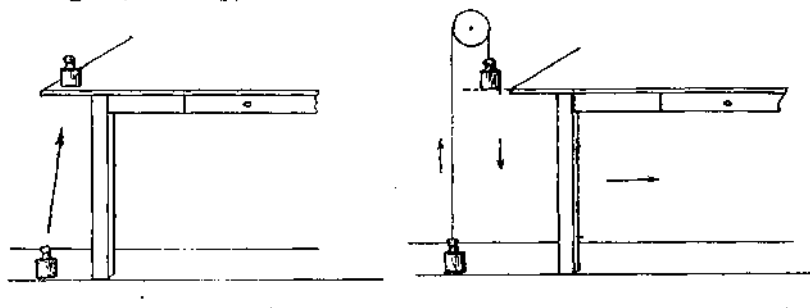
A teljesítménynek egy, a régi időből megmaradt gyakorlati egysége a *lóerő*, jele *HP*.

$$1 \text{ HP} = 1 \text{ lóerő} = 75 \frac{\text{mkgsúly}}{\text{sec}}$$

Abból a téves felfogásból eredt ez a különben gyakorlatilag igen elterjedt egység, hogy egy ló mp-kint 75 kg-ot képes egy méterre emelni.

### A helyzeti energia értelmezése, mértéke és egysége.

Ha 1 méter magas asztalra 1 kg-ot felemelünk, 1 méterkilogramm-súly munkát végzünk. Kössük most rá ezt a felemelt kilogrammot egy csigán átvett zsinegre, s akasszuk ennek a zsinegnek a földre (padlóig) lenyúló végére egy közel 1 kg-os tömeget (212. kép). Ha az asztalt a felemelt 1 kg-os alól kihúzzuk,



212. kép. A helyzeti energia szemléltetése.

zunk, érdekes jelenséget figyelhetünk meg. A közel 1 kg tömeg felemelkedik az asztal magasságára, az 1 kg-os pedig a padlóra ereszkedik alá. Most az először felemelt 1 kg-os tömeg végezte azt a munkát, ami a második, valamivel kisebb tömeg felemelésével jár. Az általunk kifejtett az a munka, amelyet akkor végeztünk, mikor a kg-ot az asztalra emeltük, a felemelt kg-tól némi kis veszteséggel visszanyerhető úgy, hogy a magasabb helyzetét elveszti. A kg-os tömeg tehát az asztalon munkavégzésre kedvező helyzetben van. A munkavégzés képességét *energiának* nevezzük és azt mondjuk, *helyzeti energiája* van. Mi legyen ennek a helyzeti energiának (kedvező helyzetből származó munkavégzés képességnek) a mértéke. Nyilván az a munka, amelyet akkor végeztünk, amikor az 1 kg-ost felemeltük 1 méter magasra, tehát

1 méter kilogrammsúly.

Általában  $h$  magasságra emelt  $m$  tömeg helyzeti energiája, mivel az  $m$  tömeg súlya  $mg$ ,

$$E = m \cdot g \cdot h \quad \text{ahol } g = 980 \text{ cm sec}^{-2}$$

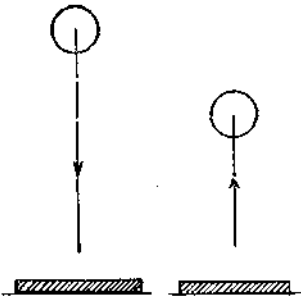
A helyzeti energia egysége erg, joule vagy méterkilogramm, mert az energia tulajdonképpen munka.

Mivel a második felvont tömeg mindig valamivel kevesebb, nem vagyunk képesek az emeléskor kifejtett munkát visszanyerni. Ez egy rendkívül fontos általános elv, mely minden energiaátalakulásnál a később tárgyalásra kerülő esetekben is mindig jelentkezik.

Részben a surlódás az oka annak, hogy az energia átalakulása veszteséggel jár, de még, ha elvonatkozunk is a surlódástól és közegellenállástól, akkor sem képes az 1 kg súly 1 kg-ot ugyanolyan magasra emelni, amilyen magasan volt.

### A mozgási energia értelmezése, mértéke és egysége.

Emeljünk  $m$  tömegű elefántcsontgolyót  $h$  magasságra (213. kép). Ezzel munkát végeztünk és a golyónak  $mgh$  helyzeti energiát adtunk. Ejtsük le a golyót egy márványlapra, a márványlapról visszapattanó golyó magától felemelkedik. Igaz ugyan, hogy nem egészen  $h$ , hanem ennél valamivel kisebb magasságra, de még is jelentősen felemeli a golyó önmagát. Először a golyó felemelése a mi izomerőnk munkája révén jött létre, most vajjon honnan ered a munkavégzés képessége? Onnan, hogy a golyó egy bizonyos sebességgel érkezett a márványlapra. A testek nemcsak kedvező helyzetük révén, hanem abból kifolyólag is képesek munkát végezni, hogy mozognak, nullától különböző sebességük van. A munkavégzés képességének ezt a fajtáját mozgási energiának nevezzük. Mi legyen ennek a mozgási energiának a mértéke? Legcélszerűbben akkor járunk el, ha a helyzeti energiának azzal az értékével vesszük egyenlőnek, amelyet akkor fejtettünk ki, amikor az  $m$  tömegű golyót  $h$  magasra emeltük. Ez a helyzeti energia



213. kép. A helyzeti és mozgási energia egymásba átalakul.

$m \cdot g \cdot h$ .

A golyó leeséskor  $v = \sqrt{2gh}$  sebességet kap, innen

$$gh = \frac{v^2}{2}$$

és

$$mgh = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

Az  $mgh$  helyzeti energiának megfelelően a mozgási energiát

$$\frac{m \cdot v^2}{2}$$

értékűnek kell vennünk. Általában minden  $v$  sebességű  $m$  tömegű test mozgási energiája  $\frac{m \cdot v^2}{2}$

A dimenziószámítás is igazolhatja eljárásunk helyességét.

$\frac{m \cdot v^2}{2}$  dimenziója

$$\text{gr. (cm. sec}^{-1}\text{)}^2 \rightarrow \text{cm.}^2 \text{ gr. sec}^{-2}$$

Ez pedig a munka dimenziója, illetőleg egysége.

Mivel a golyó nem emelkedik egészen  $h$  magasságra, az energia átalakulása közben itt is veszteséget kell megállapítanunk.

## 20. A mechanikai energia megmaradásának elve.

A helyzeti és mozgási energiát együttvéve *mechanikai energiának* nevezzük. Vannak másfajta (pl. hő-, elektromos) energiák is, amelyekkel később fogunk foglalkozni.

A  $h$  magasságra emelt golyó helyzeti energiája esés közben folytonosan kisebbedik, ezzel szemben mozgási energiája folytonosan nő és végeredményben az egész helyzeti energia mozgási energiává alakul át.

A meginduláskor a helyzeti energia  $E_h = m \cdot g \cdot h$ , a földre érkezéskor a mozgási energia  $E_m = \frac{mv^2}{2}$  s mivel a szabad-esésnél

$$\frac{v^2}{2} = g \cdot h$$

$$E_h = E_m$$

ami megfelel a mozgási energia mértékének megállapításakor érvényesített elveknek. Számítsuk ki most a mozgási és a helyzeti energiát tetszőszerinti hosszúságú leesés után, vagyis  $h-x$  magasságban (214. kép).

$$E_h = m \cdot g \cdot (h-x) = m \cdot g \cdot h - m \cdot g \cdot x$$

$$E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot 2 \cdot g \cdot x}{2} = m \cdot g \cdot x$$

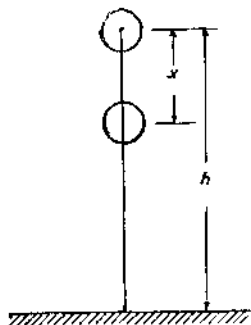
Amennyit a helyzeti energia fogyott, ugyanannyit nőtt a mozgási energia ( $mgx$ ), amiből az következik, hogy bármely helyzetben vagy pillanatban a mozgás közben

$$E_m + E_h = m \cdot g \cdot h$$

A helyzeti és mozgási energia összege az átalakulás közben állandó ( $x$ -től független). A megindulás pillanatában minden energia helyzeti,  $E_h = m \cdot g \cdot h$ ,  $E_m = 0$ , a leérkezéskor minden energia mozgási  $E_h = 0$ ;  $E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h$  és a mozgási energia értéke ugyanaz, mint volt a helyzeti elinduláskor, tehát a kezdő- és végpillanatokban is

$$E_h + E_m = m \cdot g \cdot h$$

az  $x$ -től független, állandó.



214. kép. A helyzeti és mozgási energia összege állandó.

Ez a *mechanikai energia megmaradásának elve*, amely érvényesül mindig, amikor helyzeti energia mozgási energiává, vagy megfordítva alakul át. A valóságban azonban itt is mindig van energiavesztés, a figyelembe nem vett súrlódás és közegellenállás miatt. Az állandóság arra a képzelte, de meg nem valósítható esetre vonatkozik, amikor nincsen sem súrlódás, sem közegellenállás.

Az energia megmaradásának elvéhez hasonló másik általános tapasztalati törvény az anyag megmaradása. Az anyag is csak átalakul, pl. elég hamuvá, szénné, különböző gázok keletkezése közben, de az egyes átalakulási termékek tömegeinek összege, az anyagmennyiség a kémia megállapítása szerint nem változik meg. Átalakul, de nem lesz sem több, sem kevesebb.

A legújabb fizikai felfogás értelmében maga az anyag is tulajdonképpen, energia. Átalakulhat energiává és energiából keletkezik.

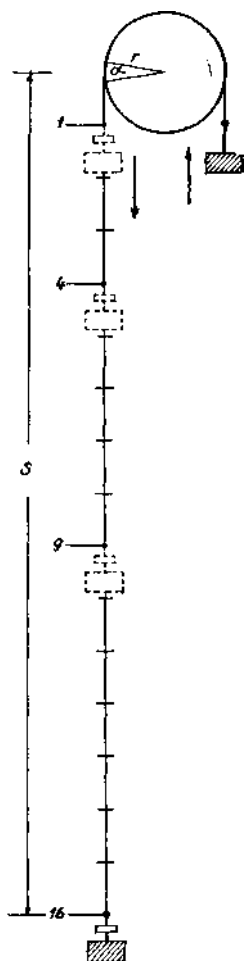
Az energia megmaradásának elvét először *Helmholtz Hermann* (1821–1894) német egyetemi tanár fogalmazta meg szabatosan a múlt század közepén.

## 21. Szöggyorsulás, tehetetlenségi nyomaték és a forgási energia.

### Bevezető kísérlet.

Egy álló csigán átvett fonal két végét terheljük meg egyenlő súlyokkal s az egyik oldalon egy kis túlsúlyt tegyünk rá (215. kép). Ez a túlsúly  $mg$  erővel fogja lefelé húzni függőlegesen a fonalat, s a fonálnak ez a mozgása forgásba hozza a csigát. Mivel a fonálra akasztott tömeg mozgása egyenletesen gyorsuló, a csiga egy-egy pontjának a mozgása egyenletesen gyorsuló forgás lesz. E közben a csiga korongjának kerületi pontja ugyanazzal a sebességgel és gyorsulással mozog a kerületen, mint a fonálon függőlegesen lógó  $m$  tömeg. A közös gyorsulás azonban nem  $980 \text{ cm sec}^{-2}$ , mert a túlsúly nem szabadon esik, hanem jóval kisebb, mondjuk  $a \text{ cm sec}^{-2}$ . A fonal egy pontjának mozgását tehát az

$$s = \frac{a}{2} t^2$$



215. kép. Egyenletesen gyorsuló mozgás előállítás.

egyenlet adja meg, ahol  $s$  a függőleges irányban megtett út,  $a$  a gyorsulás és  $t$  az idő. A csigakorong kerületének egy pontjára nézve azonban, ha  $r$  a csiga sugara,  $\alpha$  pedig az elfordulás szöge,

$$s = r \cdot \alpha$$

$$\text{tehát} \quad r\alpha = \frac{a}{2} \cdot t^2, \quad \alpha = \frac{r}{2} t^2$$

ami azt jelenti, hogy az  $\alpha$  szög nem egyenletesen, hanem egyenletes gyorsulással nő és a szöggyorsulás ( $\gamma$ )

$$\gamma = \frac{a}{r}$$

a kerületi gyorsulás és a sugár hányadosa.

### Forgó mozgás alapegyenletének felállítása.

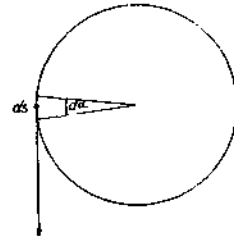
A forgó mozgás alapegyenletének a felállítása érdekében az előbbi kísérletet helyettesítsük az alábbi gondolati kísérlettel. Mozogjon egy pontszerű  $m$  tömeg az  $r$  sugarú körpályának érintője irányában ható  $p$  erő hatása folytán egy végtelen kis  $dt$  idő alatt végtelen  $ds$  úton (216. kép). Ez esetre is érvényesek az imént megállapított egyenletek.

$$ds = \frac{a}{2} \cdot (dt)^2$$

$$ds = r \cdot (d\alpha)$$

$$da = \frac{r}{2} (dt)^2$$

$$\gamma = \frac{a}{r}$$



216. kép. Körpályán mozgó pont elemi elmozdulása  $a$   $p$  erő hatása alatt.

A  $ds$  végtelen kis körívet a  $p$  erő irányába eső egyenesnek is tekinthetjük s ekkor érvényes Newton II. törvénye, amely szerint

$$p = m \cdot a$$

s ha itt a gyorsulás helyett a szöggyorsulást vezetjük be, az  $a = r\gamma$  egyenletből, akkor  $p = mr\gamma$ . Ezt az egyenletet  $r$ -rel szorozott alakjában szokták használni, amikor

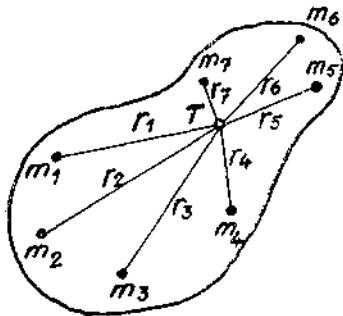
$$p \cdot r = (m \cdot r^2) \cdot \gamma = c \cdot \gamma \quad c = m \cdot r^2$$

Forgó mozgásnál tehát az erőnek és a kör sugarának a szorzata arányos a szöggyorsulással, s az arányossági tényező az  $m$  tömegnek és a forgási tengelytől mért  $r$  távolság négyzetének szorzata. Az elméleti számítások szerint, ha nem egy anyagi pontról, hanem egy kiterjedt testről van szó, akkor az  $m \cdot r^2$  szorzatot a test minden egyes kis anyagi pontnak tekinthető részére kell képezni és ezeket összeadni (217. kép). Ez esetben tehát



$$c = (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots) = \sum_i m_i r_i^2 = K$$

Ezt a más alkalommal is szereplő kifejezést a mozgó test



217. kép Anyagi test pontszerű részei a forgástengelytől mért távolságokkal.

tehetetlenségi nyomatékának nevezik. Természetesen a  $K$  nemcsak a test tömegének eloszlásától, hanem a forgási tengely helyétől is függ, s ezért a  $K$  kifejezés a test tehetetlenségi nyomatéka az adott forgási tengelyre vonatkozólag. Ha megváltozik ugyanarra a testre a forgási tengely, a tehetetlenségi nyomaték is más lesz.

A forgó mozgás egyenlete ennek alapján

$$p \cdot r = c \cdot \gamma$$

$$c = K = \sum_i m_i r_i^2$$

ahol  $p$  a forgató erő,  $r$  a forgató erő irányvonalának távolsága a forgási tengelytől,  $c$  az arányossági tényező,  $\gamma$  a szöggyorsulás és  $K$  a tehetetlenségi nyomaték. A  $p \cdot r$  szorzatot röviden az erő forgatóképességének nevezzük s mint ilyet,  $k$ -val jelöljük. Az egyenletet szavakban így fejezhetjük ki: *a forgó mozgásnál az erő forgató képessége arányos a szöggyorsulással, az arányossági tényező pedig egyenlő a tehetetlenségi nyomatékkal.*

$$k = K \cdot \gamma$$

$$k = p \cdot r$$

$$K = \sum_i m_i r_i^2$$

Összehasonlítva Newton II. törvényét kifejező

$$p = m \cdot a$$

egyenlettel azt találjuk, hogy a forgó mozgás esetében az egyenlet alapjellege változatlan marad, de az erő szerepét a forgatóképesség, a tömegét a tehetetlenségi nyomaték, s a gyorsulását a szöggyorsulás veszi át.

A forgatóképességnek és tehetetlenségi nyomatéknak más tárgykörben is van jelentősége, amire a forgó test mozgási energiájának kiszámításával mutatunk példát.

### Forgó rendszer mozgási energiája.

Számítsuk ki egy forgó rendszernek a mozgási energiáját. Bontsuk fel az egész testet apró elemi

$$m_1, m_2, m_3, \dots, m_i, \dots$$

tömegű részekre (217. kép). Az egyes  $m_i$  tömegek távolsága a forgási tengelytől legyen  $r_i$ . Ha  $\omega$  szögsebességgel forog a test, az egyes  $m$  tömegek mozgási energiája

$$\frac{m_1 r_1^2 \omega^2}{2}, \quad \frac{m_2 r_2^2 \omega^2}{2}, \quad \frac{m_3 r_3^2 \omega^2}{2}, \dots, \frac{m_i r_i^2 \omega^2}{2}, \dots$$

Az egész rendszer mozgási energiáját az egyes részek mozgási energiáinak összege adja meg:

$$E = \frac{m_1 r_1 \omega^2}{2} + \frac{m_2 r_2 \omega^2}{2} + \frac{m_3 r_3 \omega^2}{2} + \dots + \frac{m_i r_i \omega^2}{2} + \dots$$

$$E = \frac{(m_1 r_1 + m_2 r_2 + \dots + m_i r_i + \dots) \omega^2}{2} = \frac{1}{2} (\Sigma m_i r_i^2) \omega^2 = \frac{K \omega^2}{2}$$

ahol  $\omega$  a szögsebesség,  $K = \Sigma m_i r_i^2$  pedig a forgási tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomaték.

Összehasonlítva ezt az eredményt a haladó mozgás  $mv^2/2$  nagyságú mozgási energiájával, azt látjuk, hogy a sebesség szerepét a szögsebesség, a tömeg szerepét pedig a tehetetlenségi nyomaték veszi át.

#### A tehetetlenségi nyomaték néhány egyszerű esetben.

A fonálinga tehetetlenségi nyomatéka (218. kép), ha az inga tömege  $m$ , hosszúsága  $l$ , az inga síkjára merőleges és a felfüggesztési ponton áthaladó tengelyre

$$K = m \cdot l^2$$

Egy vonalszerű karikának a tehetetlenségi nyomatéka (218. kép) egy olyan tengelyre, mely a középponton megy át és a karika síkjára merőleges:

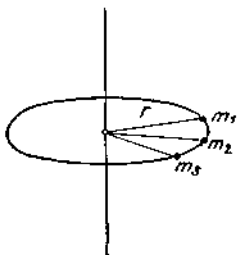
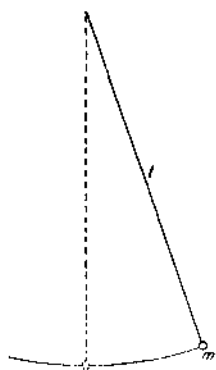
$$\begin{aligned} m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots + m_i r_i^2 \dots \\ = (m_1 + m_2 + m_3 + \dots) r^2 = m r^2 \end{aligned}$$

E számításnál fontos, hogy a karikát vonalszerűen vékonynak gondoltuk és hogy a tengely a karika síkjára merőlegesen a kör középpontján halad át.

Más esetekben a tehetetlenségi nyomaték kiszámítása felsőbb mennyiségtani ismereteket igényel. Ezek segítségével állapítható meg pl., hogy egy tömör golyó tehetetlenségi nyomatéka a középpontján átmenő tetszőleges irányú tengelyre nézve

$$K = \frac{2 \cdot M \cdot r^2}{5}$$

ahol  $M$  a golyó tömegét,  $r$  pedig a sugarát jelenti.



218. kép. A fonálinga és a vonalszerű karika tehetetlenségi nyomatékának kiszámításához.

### Összefoglalás.

A mozgások leírásánál csak annak megállapítására törekedtünk, hogy a mozgás folyamán a mozgó pont mikor hol van. A mozgások elmélete, a dinamika, rendkívül gazdagította a természetre vonatkozó ismereteinket. A dinamikának két fontos alapfogalma van: az erő és a *munka*. Két fontos elve a *tehetetlenségnek* és az *energia átalakulásának elve* és két alap-egyenlete, mely kifejezi az összefüggést az erő és az általa létrehozott gyorsulás, illetve szöggyorsulás között. A mozgások elméletének alapvetése Galileitől\* és Newtontól származik (XVII. és XVIII. század). Galilei a kísérletező úttörő, Newton pedig az átfogó elmélet alapgondolatait állapította meg.

## 22. Az égi testek mozgása, világrendszerek.

### A Földközepű és Napközepű világrendszer.

Az első fejezetben nagy általánosságban leírtuk az égi testek látszólagos mozgását. Ezeket a mozgásokat a babiloniak és egyiptomiak is elég jól ismerték és a görögök összefoglaló elméleteket állítottak fel a Nap, a Hold, a bolygók, állócsillagok mozgásának megmagyarázására. Kr. u. a második században *Ptolemaios* (87–165) foglalta rendszerbe az akkori fel fogást. Eszerint a *Föld* áll a világmindenség középpontjában, körülötte egy óriási gömbön, az éggömbön vannak az állócsillagok és az éggömb a Föld körül mint középpont körül forog. Ezért nevezik *Ptolemaios* világrendszerét *földközepű* (*geocentrikus*) világrendszernek. Mivel a Nap az év különböző napjain az állócsillagok között mindig máshol van, t. i. az állatöv csillagzatainak mindig más és más csoportja mellett végzi napi mozgását, egy külön gömböt kell elképzelni a Nap évi mozgásának megmagyarázására. Hasonlóképpen egy-egy további gömb kellett minden egyes akkor ismert bolygó és a Hold számára is. Ezek a gömbök — sphérák — egymást kereszttül-kasul járva, a hozzájuk tartozó csillagokat mozgatják, gyönyörű, de csupán az égben hallható hangok kíséretében. Innen ered a ma is sokat emlegetett szférák zenéje kifejezés. Csak-hogy igen nehéz volt a gömbök mozgását úgy meghatározni, hogy az égi testek, kiváltképen a bolygók mozgását teljesen megmagyarázzák. Ezért már az ókorban is voltak olyan csillagászok, akik nem azonosították magukat ezzel a fel fogással.

Hosszú, másfél ezredévi rengeteg megfigyelés és kutatás kellett ahhoz, hogy *Kopernikus* (1473–1543) ezzel a régi hagyományok által mintegy megszentelt felfogással szemben „*Az égi testek mozgása*” (*De revolutionibus orbium coelestium*) c. munkájában felállította a *napközepű* (*heliocentrikus*) világ-

\* *Galilei Galileo* (1564–1642) híres olasz fizikus, az újkori kísérletekre felépített fizika megalapítója.

*rendszer*. Eszerint a Föld egyrészt saját tengelye körül forog, másrészt a Nap körül kering s ehhez hasonló mozgásokat végeznek a többi bolygók is a Nap körül, illetőleg a Hold a Föld körül. A Föld saját tengelye körüli mozgása megmagyarázza az égitestek napi látszólagos mozgását, a Földnek és a bolygók-nak a napkörüli keringése, továbbá a Holdnak a földkörüli keringése pedig megmagyarázzák az égitestek évi helyváltozását az állócsillagok között.

Rendkívül heves tudományos és vallási vita indult meg a kérdés körül, amelyben a kor legjelesebb tudósai vettek részt. E vita tudománytörténeti lefolyásának a főbb mozzanatai a következők.

### 23. Kepler törvényei.

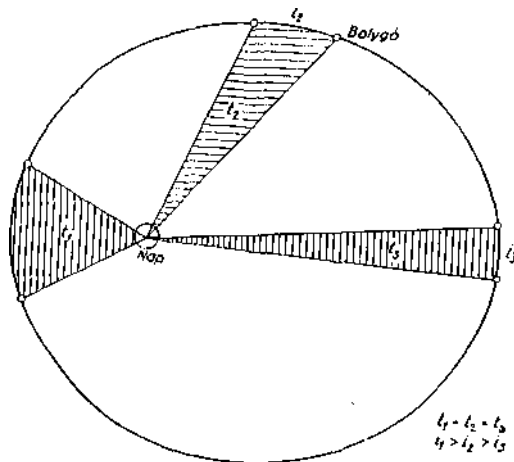
*Keplernek* (1571—1630) sikerült saját és elődeitől átvett rengeteg megfigyelés feldolgozásával a bolygók mozgását már pontosan leírni, a róla elnevezett alábbi törvényekkel:

1. *A bolygók Nap-körüli pályája ellipszis, melynek egyik gyújtópontjában van a Nap.*

2. *A Napot és a bolygót összekötő egyenes (vezérsugár) egyenlő idők alatt egyenlő területeket ír le.* A bolygók tehát napközeiben nagyobb, naptávolban kisebb sebességgel mozognak (219. kép).

2. *A bolygók keringési idejének négyzetei úgy aránylanak, mint a Naptól számított középtávolságuk köbei*

$$t_1^2 : t_2^2 \quad r_1^3 : r_2^3$$



A Naptól való középtávolság alatt a legnagyobb és a legkisebb távolságok számtani középátlóját kell érteni, ami egyenlő az ellipszis nagytengelyének felével.

*Galilei* (1564—1642) felfedezi 1610-ben a *Jupiter holdjait* s ezzel lehetőséget nyújt egy kis naprendszer közvetlen megfigyelésére.

219. kép. A bolygók vezérsugarai egyenlő idők alatt egyenlő területeket írnak le.

## 24. Az általános tömegvonzás.

### Newton elmélete.

Newton (1642—1727) megadja azt az erőt, amely a bolygók mozgását létrehozza, kimondván, hogy a bolygókat, melyek tehetetlenségük folytán magukra hagyva egyenes vonalon egyenletesen mozognának, egy oly erő kényszeríti a Nap körüli keringésre, mely a Nap és a bolygó tömegével ( $m_1$  és  $m_2$ ) egyenesen, az egymástól való távolság ( $r$ ) négyzetével fordítva arányos. Tehát

$$p = k \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

ahol  $k$  az arányossági tényező. Newton egy lépéssel továbbmenve azt is kimondotta, hogy ez a vonzóerő nemcsak az égitestek, hanem általában minden tömeg között fellép. Így a testek esését a Földön is ugyanez az erő okozza. A Föld vonzza a fáról leeső almát s az alma is vonzza ugyanakkora erővel a Földet, de a Föld nagy tömege miatt elenyésző kicsiny gyorsulással s ezért nem észlelhető végtelen ikis elmozdulással mozog az alma felé. A kölcsönös vonzás tehát a tömegeknek általános tulajdonsága, amely alól soha sincs kivétel. A földi testek is ugyanilyen erővel vonzzák egymást, bár ez az erő rendkívül kicsi volta miatt Newton korában kísérletileg még nem volt kimutatható. Ez *Newton általános nehézkedési (gravitációs) elmélete*, illetve *törvénye*.

Newton általános nehézkedési törvénye alapján a Földet körülvevő tér minden pontjában fellép egy

$$p = k \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

erő, ha az illető pontban egy  $m_2$  tömegű testet helyezünk el. Az  $m_1$  a Föld tömegét,  $r$  pedig a Föld középpontjától mért távolságot jelenti.

Ez az erő okozza egyaránt a testek esését a Föld felületéhez közeli térben, ez mozgatja a Holdat a földkörüli pályáján és hasonló erőviszonyok között mozog a Föld a Nap körül.

A Földön a nehézségi gyorsulás  $980 \text{ cm sec}^{-2}$ , a Hold távolsága a Földtől 60 földugár. A nehézségi erő a távolság négyzetével fordítva arányos, s mivel az erő a tömeg és gyorsulás szorzata, a gyorsulás is fordítva arányos a távolság négyzetével. Ha tehát a Hold távolságában a gyorsulást  $g_h$ , akkor

$$g : g_h = (60 R^2) : R^2$$

$$g_h = \frac{g}{60^2} = 0.272 \text{ cm sec}^{-2}$$

ahol  $R$  a Föld sugarát jelenti.

A Hold a Föld körül egyenletes körmozgással kering s így a Föld felé, mint pályája középpontja felé irányuló gyorsulása, ha  $r$  a Hold távolsága a Földtől

$$g_h = \omega^2 r = \frac{4\pi^2 r}{T^2} = \frac{4\pi^2 60 \cdot R}{T^2} \quad r = 60 R$$

$$2\pi R = 4 \cdot 10^9; T = 27^d 7^h 30' 13'' = 2360580 \text{ sec} = 23 \cdot 6 \cdot 10^5 \text{ sec}$$

$$T^2 = 557 \cdot 10^{10}$$

$$4 \cdot \pi^2 \cdot 60 \cdot R = 4 \cdot 10^9 \cdot 6,28 \cdot 60 = 150,7 \cdot 10^{10}$$

$$g_h = \frac{150,7 \cdot 10^{10}}{557 \cdot 10^{10}} = 0,271 \text{ cm sec}^{-2}$$

Newton akkor látta feltevését minden kétséget kizáróan igazoltnak, amikor ezt a számítást elvégezte és látta, hogy az ő feltevéséből, mely szerint a vonzó erő

$$p = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

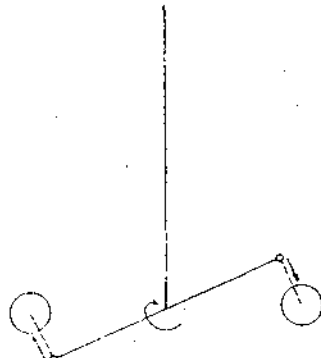
a Holdra nézve ugyanaz a Föld felé irányuló gyorsulás adódik, mint a csillagászati megfigyelések eredményeiből, a keringési időből és távolságból.

#### Cavendish és Eötvös kísérletei.

Cavendish (1731—1810) angol fizikusnak sikerült torziós ingával (220. kép) kimutatni kis tömegek között fellépő

$$p = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

nagyságú vonzó erőt. Kísérleti berendezésének lényege a következő. Egy torziós rugalmasságra alkalmas finom függőleges fonálon, két végén kisebb tömegű golyóval ellátott könnyű rúd lóg vízszintes helyzetben. E golyók közelébe a rajzon látható nagy ólomgolyókat elhelyezve, megfigyelhető a tömegvonzás által létrehozott elfordulás. A másik oldalra elhelyezve a nagy golyókat, ellenkező kitérés észlelhető.



220. kép. Torsziós mérleggel földi tömegek között is kimutatható az általános tömegvonzás.

Eötvös Lórnád báró, (1848—1919) a budapesti egyetem kiváló tanára, tökéletesítette Cavendish torziós mérlegét. Oly érzékenységet ért el, amely lehetővé tette a Föld nehézségi erejében mutatkozó egész kis változások megfigyelését. Műszerének nemcsak tudományos, hanem gyakorlati jelentősége is van, a Föld mélyében lévő anyagok, különösen az olaj felkutatásában.

A nehézségi erő

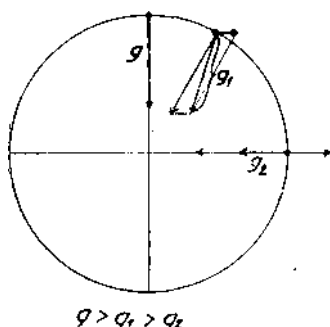
$$p = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

kifejezésében fellépő  $k$  arányossági tényező, mivel  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 1$ ,  $r = 1$  esetben  $p = k$ , azt az erőt jelenti, mely két 1 gr-os tömeg között 1 cm távolságban fellép. Br. Eötvös Lóránd meghatározása szerint

$$k = 665 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

### A nehézségi erő változásai.

A Föld nem tökéletes gömb, hanem sarkain belapult s ezért a nehézségi erő a sarkokon nagyobb mint az egyenlítőn, s a sarkoktól az egyenlítő felé haladva, fokozatosan kisebbedik.



Befolyásolja a Föld felületén a nehézségi erőt a Föld forgásából származó centrifugális erő is (221. kép.) Emiatt is az egyenlítőn a legkisebb a nehézségi erő és fokozatosan nő a sarkok felé. Változik Eötvös megállapítása szerint a nehézségi erő, ha keletről nyugatra, vagy megfordítva mozgó testen figyeljük meg. Első esetben a mozgás révén nagyobb lesz a centrifugális erő és így kisebb a nehézségi erő. Végül változik a tenger feletti magassággal

221. kép. A nehézségi gyorsulás

a Föld forgása következtében az egyenlítő felé csökken.

is a nehézségi erő, mert az erő a távolság négyzetével fordítva arányos.

### A világrendszerek a mai tudományos felfogás megvilágításában.

A földközepű rendszer a Földet, a napközepű pedig a Napot tekinti egy oly mozdulatlan testnek, amelyre a többi égitest mozgását vonatkoztatja. A csillagászat azonban kimutatta, hogy a Nap és vele az egész Naprendszer szintén mozog, sőt az állócsillagok is mozognak. Így nem akadt egyetlen nyugodt pont a világban, amelyre a testek mozgását vonatkoztatni lehelne. Felmerült az a gondolat, hogy a teljesen üres, ú. n. *abszolút tér* nyugalomban van s a mozgások ehez viszonyítandók. Ez azonban csak elgondolás maradt, mert az egészen üres tér nem figyelhető meg. Gyakorlatilag nem lehet az égitestek mozgását rá vonatkoztatni. Így alakult ki aztán a legújabb tudományos felfogás, hogy az égitestek egyikéről sem lévén megállapítható, vájjon nyugalomban van-e, elvileg mindegy, melyikre vonatkoztatjuk a többinek a mozgását. Ha a Földre vonatkoztatjuk földközepű, ha a Napra, napközepű világrendszerhez jutunk. Egyikről sem lehet azt mondani, hogy ez az igaz, a másik téves. Mindkettő igaz, de a heliocentrikus egyszerűbben írja le a tapasztalati jelenségeket és ezért jobb, de nem igazabb leírást ad az égitestek mozgásáról.

Tehát a világrendszeréről alkotott kép viszonylagos (relatív), attól függ, melyik égitestet választjuk ki arra, hogy nyugalomban lévőnek tekintjük és a többi égitest mozgását reá vonatkoztatjuk.

A világegyetemben tehát, nincs sehol egy nyugvó, mozdulatlan pont. Örök helyváltozás, mozgás van mindenütt, s egészen viszonylagos, hogy két test közül melyiket tekintjük a másikhoz képest mozgóknak, illetve nyugalomban lévőnek. Olyféleképpen, mint mikor a mellettünk lévő vonat elindul és nem tudjuk, melyik mozog, a miénk, vagy a szomszédos. Csak akkor tudunk e kérdésben dönteni, ha kinézünk az ablakon és a környező táj tárgyaira vonatkoztatjuk, mint nyugalomban lévőeknek tekintett tárgyakra, mindkét vonat mozgási állapotát.

De a Földről nem lehet úgy kinézni, mint a vonatból egy harmadik, nyugalomban lévőnek tekinthető tárgyra, hogy megállapítsuk, a Föld mozog-e, vagy a Nap. Ezért nem lehet eldönteni, vajjon *Ptolemaiusnak*, vagy *Kopernikusnak* van igaza.

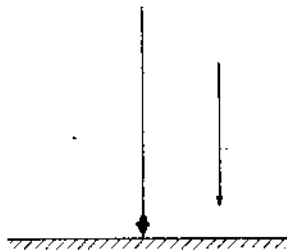
Felmerült ezek után az a kérdés, vajjon csak a mozgási jelenségek változnak meg aszerint, hogy melyik testre vonatkoznak, vagy esetleg más jelenségek leírása is függ attól, milyen mozgási állapotú testről figyeljük meg. Kiderült eközben, hogy a fény terjedési sebessége, bármily mozgási állapotú testen vagy testről figyeljük meg, mindig ugyanaz. A fénysebesség minden körülmények közötti állandóságát alapul véve, *Einstein Albert* (1879— ) a jelenségek nagy részét, ezek között az égitestek mozgását és az általános nehézkedés törvényét is, egészen új megvilágításba helyezte 1905-ben közzétett *relatívítási elméletével*. Ez az új elmélet nem döntötte meg ugyan Newton elméletét, de több olyan jelenséget megmagyarázott, amellyel a Newton-féle elmélet nem tudott mit kezdeni.

## 25. A Föld nehézségi erőtere.

### A Föld nehézségi erőterének általános jellemzése.

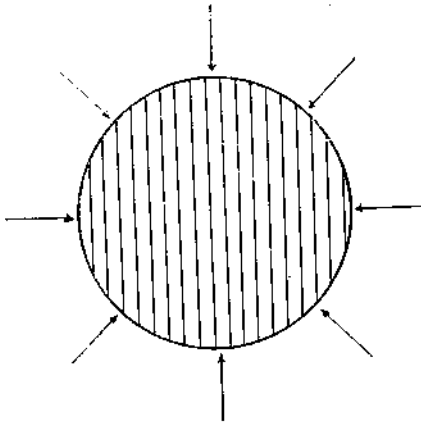
A Föld nehézségi erőterében fellépő erő iránya a függő-ónnal jelölhető ki. Egymáshoz közeli helyeken ez az irány párhuzamos s az erő minden pontban, nagy megközelítéssel, egyenlő. A 184. képen jelzett kísérlet szerint az erő nagysága is mindenütt ugyanaz. Az ilyen erőteret, melynek bármely pontjában az erő nagysága és iránya azonos, homogénnek nevezzük (222. kép).

Mások a viszonyok, ha a Föld egész felületén és ettől nagy távolságban is fellépő nehézségi erőket hasonlítottunk össze.



222. kép. A Föld nehézségi erejének irányát a függőön adja.





223. kép. Nagy méretekhen összehasonlítva a Föld nehézségi erejének iránya nem párhuzamos.

nem lévén az erő irányába eső elmozdulás, a végzett munka zérus. A testek vízszintes felületen történő mozgatása közben azért munkát kell kifejtünk a surlódás és közegellenállás legyőzésére.

A Föld egészét véve figyelembe, a Föld középpontja körül képzelt gömbfelületeknek van ilyen tulajdonságuk, mert ez merőleges a sugár irányában ható erőre.

A Föld nehézségi ereje csak akkor végez munkát, ha a test egyik ilyen gömbfelületről egy másikra megy át. Számítsuk ki, mekkora az így végzett munka, ha az 1 gr tömeg az  $r_1$  sugarú gömből a sugár mentén átmegy a kisebb  $r_2$  sugarú gömbre. Az út, ez esetben egyszersmind az erő irányába erőelmozdulás  $r_1 - r_2$ . Az erő szonban az  $r_1$  felületen  $k \cdot \frac{M}{r_1^2}$  és a mozgás közben folyton növekedve  $k \cdot \frac{M}{r_2^2}$  lesz az  $r_2$  felületen (224. kép).

Ha a két felület nincs nagyon távol, jó középértéket kapunk, ha a nevezőben lévő  $r^2$  egyik nevezőjéül  $r_1$ -et, a másik tényezőül  $r_2$ -öt vesszük. Így a munka

$$k \frac{M}{r_1 \cdot r_2} \cdot (r_1 - r_2) = k \frac{M}{r_2} - k \frac{M}{r_1} =$$

$$\left( -k \frac{M}{r_1} \right) - \left( -k \frac{M}{r_2} \right)$$

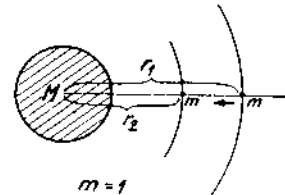
Ugyanekkora a munka akkor is, ha az egyik felületről az 1 gr tömeg a másikra nem a sugár irányában, hanem más úton megy át, mert az erő irányába eső elmozdulás ekkor is  $r_1 - r_2$  lesz.

Ha az elmozdulás olyan nagy, hogy az erő megközelítően sem vehető állandónak, akkor az elmozdulást olyan közbeeső

Az erő iránya különböző helyeken nem párhuzamos, hanem a Föld középpontja felé irányul s így sugaras jellegű (223. kép), nagysága pedig a Földtől nagyobb távolságokban a távolság négyzetével fordítva arányos.

### A munka a nehézségi erőterben.

A nehézségi erőterben végzett munka, mint minden munka, az erőnek és az erő irányába eső elmozdulásnak a szorzata. Kis térrészt véve figyelembe, ha a test vízszintes felületen mozog,

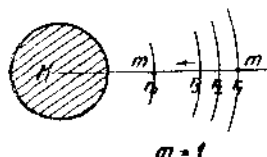


224. kép. A nehézségi erő munkájának kiszámításához.

kisebbs elmozdulások összegére bontjuk, amelyeken belül ez a megközelítő érték használható (225. kép). A végzett munka ez esetben az előzők szerint

$$\left(k \frac{M}{r_1} - k \frac{M}{r_1}\right) + \left(k \frac{M}{r_1} - k \frac{M}{r_2}\right) + \dots + \left(k \frac{M}{r_n} - k \frac{M}{r_{n-1}}\right) =$$

$$\left(-k \frac{M}{r_1}\right) - \left(-k \frac{M}{r_n}\right)$$



225. kép. A nehézségi erő munkájának kiszámításához.

Ugyanekkora, de ellenkező előjelű munkát kell végeznünk akkor, ha a nehézségi erő vonzásával szemben 1 gr tömeget  $r_n$  távolságból  $r_1$  távolra viszünk. ( $r_1 > r_n$ ). Egy  $m$  tömeg hasonló mozgásával járó munka pedig az 1 gr mozgásával járó munka  $m$ -szerese.

### A nehézségi erőter potenciálja.

A végzett munkát tehát minden esetben a

$$-k \frac{M}{r}$$

függvénynek a változása adja meg. Ezt a függvényt, amelynek az erőter két helyéhez tartozó értéke közötti különbség adja meg a végzett munkát, az erőter *potenciáljának* nevezzük. Azokat a felületeket, amelyeken a függvény értéke ugyanaz *egy-potenciálú felületeknek*, vagy röviden *potenciálfelületeknek* nevezzük.

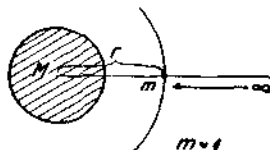
Ha a nehézségi erő hatása alatt 1 gr tömeg az  $r_1$  sugarú potenciálfelületről átmegy az  $r$  sugarú potenciálfelületre ( $r < r_1$ ), a végzett munka

$$k \frac{M}{r} - k \frac{M}{r_1}$$

Ha  $r_1$  igen nagy, akkor ez a munka

$$k \cdot \frac{M}{r} \quad \text{mert} \quad \frac{1}{r_1} = 0$$

A potenciál tehát annak a munkának negatív értékét adja meg, amelyet a nehézségi erő akkor végez, ha végtelen távolságból, illetőleg arról a legtávolabbi helyről, ahol mozgató hatása már érvényesül, 1 gr tömeget az  $r$  távolságra hoz (226. kép).



226. kép. A potenciál fizikai jelentésének értelmezéséhez.

### Összefoglalás.

Az erőteret tehát jellemezhetjük:

1. az egyes pontokban fellépő erő irányának és nagyságának megadásával,

$$\text{erő} = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

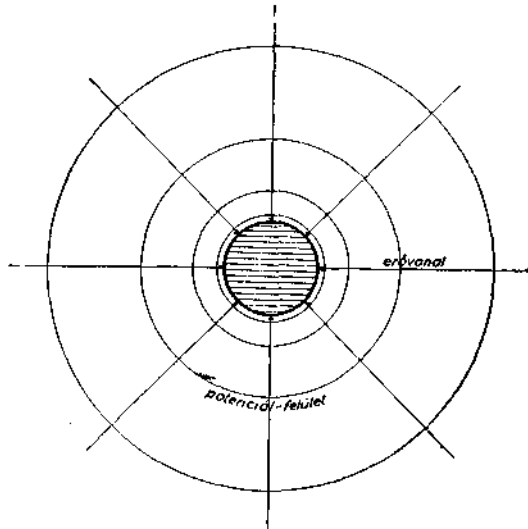
2. egy olyan függvénnyel, amelynek változása megadja az erőterben mozgó tömeg elmozdításának megfelelő munkát.

$$\text{potenciál} = -k \frac{M}{r}$$

Az erőtereket az erővonalak és potenciálfelületek felrajzolásával szokták szemléltetni. A potenciálfelületek közül csak azokat rajzoljuk meg, amelyeknél két szomszédos felület közötti elmozdulásnak megfelelő munka mindig ugyanaz s a potenciálfelület 1 cm<sup>2</sup>-én annyi erővonalat rajzolunk, amennyi az ott fellépő erő mértékszáma.

Ez esetben a nehézségi erő potenciálfelületei a Földdel koncentrikus gömbök, amelyeknek egymástól való távolságai mindig nagyobbodnak. Az erővonalak a felületre merőleges sugarak (227. kép).

A későbbiekben mágneses és elektromos erőtereket is meg fogunk ismerni, melyeknek tulajdonságai részben egyeznek, több tekintetben azonban különböznek a Föld nehézségi erőterétől.



217. kép. A nehézségi erőter szemléltetése.

## 26. Az idő mérése, a nap és az év hossza, időszámítás.

### Az időszámítás egységei.

Mint minden méréshez, az idő méréséhez is egy tetszés szerint választott egységre van szükség. Ilyen egységül már a legrégebb időben három rendszeresen ismétlődő változás kínálkozott. A nappalok és éjeleknek, a Hold fényváltozásainak és az évszakoknak ismétlődő visszatérése. Az elsőt alapszik az egy napnyi idő mint időegység, a másodikon a hónap, a harmadikon az év.

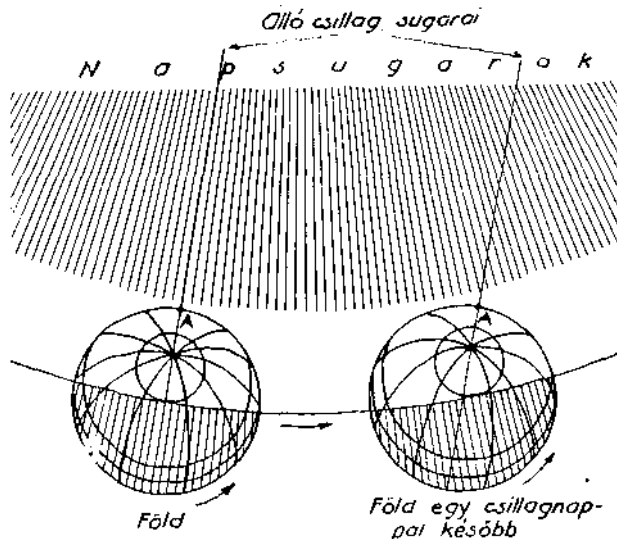
*A nap tehát az az idő, amely alatt a Föld a tengelye körül egyszer megfordul, a hónap, amely alatt a Hold a Föld körül egyszer körüljár, az év pedig, amely alatt a Föld egy keringést végez a Nap körül.*

### A csillagászati nap.

Mivel a Föld tengelykörüli forgását az éggömbnek egy teljes körülfordulásában figyeljük meg, az egy nap hosszúságú idő ennek a körülforgásnak az ideje. Ki kell tehát választani egy állócsillagot és meg kell állapítani azt az időt, amely a csillag két delelése között eltelik. Más szavakkal, meg kell figyelni, mikor halad át a kiválasztott állócsillag a megfigyelési hely délkörén. Ilyen mérésekből megállapították, hogy a Föld tengelykörüli forgásának ideje mindig ugyanaz. Ezt az időt választották a csillagászok az időmérésük egységének és *csillagnapnak* nevezték el. A csillagnap tehát egy állócsillag két egymásutáni delelése között eltelt idő. A csillagnapot felosztották 24 csillagóra-ra, minden csillagórát 60 csillagpercre és minden csillagpercet 60 csillagmásodpercre. Így lett a *csillagászati időmérés egysége* a csillagnap 86400-ad része, a *csillagmásodperc*.

### A polgári nap.

A gyakorlati, vagy mint mondani szokás, a polgári időszámításra azonban alkalmasabbnak bizonyult a Nap két delelése közötti időt alapul venni, mert az élet nem a csillagok delelése szerint igazodik, ami az év folyamán a nappalnak és éjjelnek más és más szakára esik, hanem a Nap járása szerint.



228. kép. A napi nap hosszabb, mint a csillagnap.

Mivel a Nap és a Föld kölcsönös helyzete egy napnyi idő alatt már észrevehetően megváltozik, a Nap két delelése közötti idő nem azonos valamely állócsillag két delelése közötti idővel. A viszonyokat a 228. rajz világítja meg.

Ha a Föld első helyzetében az *A* pontra nézve a Nap épen delel és a Nappal együtt delel valamely állócsillag is, akkor egy teljes körülforgás után a Földnek a pályáján történő előrehaladása miatt, a csillag előbb fog delelni, mint a Nap, mert a Földnek az állócsillagokhoz viszonyított helyzete nem változott, s így a csillagról jövő fénysugár a második helyzetben párhuzamos azzal, mely az első helyzetben érte a Földet. Ellenben a Napnak a Földet érő sugarai nem párhuzamosak az első és második helyzetben. A második helyzet után fog csak a Nap delelni s így a Nap két delelése közötti idő hosszabb lesz, mint a csillagnap. Kepler második törvénye szerint a Föld nem egyenletesen kering a Nap körüli pályáján, a Napnak megfelelő egy napi idő az állandó csillagnaptól az év folyamán hol nagyobb, hol kisebb mértékben tér el. Ezért kellett a gyakorlati időszámítás egységül az év különböző szakaszaiban a Nap két delelése között eltelt időket a középértékét venni. Ez a *középnapi*, polgári időszámításunk egysége. A csillagnap ennél valamivel kisebb, még pedig napi időben kifejezve 23 óra 56 perc és 4 mp.

### **A csillagászati és a polgári vagy naptári év.**

Az évet is kétféleképpen lehet megállapítani. Egyrészt lehet az az idő, amely alatt az állócsillagokon megfigyelve, a Föld pályájának ugyanarra a pontjára visszatér. Ez a *csillagév*. Másrészt lehet a Nap és a Föld azonos kölcsönös helyzetének ismétlődéséből adódó idő. Ez utóbbi a naptári év. A naptári év napokban kifejezve 365 nap, 5 óra, 48 perc, 46 másodperc.

### **Hosszabb idő számítása és a naptár.**

Mivel az év nem egész számú többszöröse a napnak, ha az esztendő 365 napnak vesszük, évente közel 6 órát elmaradunk, aminek pótlására *Julius Caesar* rendeletére Kr. e. 46. óta minden negyedik esztendő egy szökő nappal hosszabb, tehát 366 napból áll. De az így számított esztendő meg túl hosszú volt, az évenkénti 11 perc 14 mp különbség 400 év alatt már 3 napot ad. Ezt a hibát, mely a XVI. század második felében már 10 napra növekedett, *XIII. Gergely* pápa hozta helyre 1582-ben. A Julius Caesar-féle időszámítás minden 400 esztendőjéből kihagyott 3 napot, mondván, hogy a százas évek közül csak azokban legyen szökőnap, amelyek 400-al oszthatók. Ezért a Gergely-féle naptárban 1900-ban nem volt szökőév, de 2000-ben az lesz. Oroszország, Görögország és a Balkán félsziget államai, illetve a görögkeletiek, nem fogadták el a Gergely-féle naptárt s megmaradtak a Julius Caesar-féle, ú. n. ó-naptár mellett. Időszámításuk a XX. században már 13 nappal különbözik a Gergely-naptártól.

A Hold keringésén alapuló időszámításnak csak egyes keleti népeknél van jelentősége, azért ezzel nem foglalkozunk.

### A zónaidő.

A Nap delelése a Földnek csak azokon a pontjain van ugyanabban az időben, amelyek ugyanazon a délkörön vannak. Az ettől keletre eső helyeken korábban, nyugatra eső helyeken később van dél. Kisebb területeken ez még nem okozna bajt, különösen, ha esetleg egy ország megállapodik abban, hogy összes órái pl. a fővárosnak megfelelő időben járjanak. Nagyobb távolságoknál és a nemzetközi forgalomban azonban egységesen kellett rendezni ezt a kérdést. A megoldás a zónaidő bevezetése volt. A Földet felosztották 24 zónára a délkörök mentén. Így egy-egy zóna  $15^\circ$ -nyi földrajzi hosszúságnak felelt meg. A helyi idő egy ilyen zóna két szélén éppen 1 órával különbözik. Ezekben a zónákban egységesen a zóna középső részének megfelelő időt használják. Így nálunk a közép-európai idő szerint járnak az órák, ami a  $15^\circ$ -os délkör helyi idejével egyezik. Franciaországban már a nyugateurópai időt használják, ami *Greenwich* helyi idejének felel meg és egy órával késik a mienkhez képest. Romániában pedig már keleteurópai időben számítanak, ott az órák egy órával előbb járnak, mint nálunk.

A zónaidő sokszor nem halad pontosan a délkör mentén, inkább az országhatárokat követi.

Ha egy utas kelet felé haladva körül akarja utazni a Földet, utazása közben a zónaidőnek megfelelően minden 15 fok áthaladása után óráját egy-egy órával előre kell igazítani. Ha pl. Párisból indul, ahol nyugateurópai idő van, mikorra Budapestre ér, óráját egy órával előre kellett igazítani, mert itt közép-európai idő használatos. Romániába átlépve, újabb egy órával kell előrevinnie az óramutatókat a keleteurópai időnek megfelelően és így tovább. Az ugyanonnan nyugat felé utazó pedig éppen ellenkezően, mindig egy-egy órával hátraigazítja óráját, a mindenkor zónaidőnek megfelelően. Ha ez a két utas a Földet félig körüljárva találkozik, időszámításukban  $12 + 12 = 24$  óra, vagyis éppen 1 napnyi különbség van. A találkozás az egyik szerint pl. május 15-én és hétfőn volna, a másik szerint pedig május 14-én és vasárnapon. Ennek kiküszöbölésére a Csendes-óceánon megállapítottak egy vonalat azzal, hogy aki azon átutazik, útirányának megfelelően időszámításából egy napot kihagy, illetőleg egy napot betold. Ezt a vonalat a térképen vasárnap-hétfő vonal néven szokták feltüntetni. Ha ez a megállapodás nem volna, akkor a Földet kelet felé egészen körüljáró utas egy nappal többet számítana, mint az otthonmaradottak. Így pl. saját számítása szerint hétfőn érkezne meg, az otthon maradottak számára pedig még csak vasárnap volna. Az időszámításnak ezt a sajátosságát ügyesen

használta fel Verne Gyula „Utazás a Föld körül 80 nap alatt” c. regényében.

Megfordítva, ha a kelet-nyugati irányba utazó utas óráját nem igazítja a zónaidőhöz, akkor órájának késéséből vagy korázásából következtethet arra, melyik hosszúsági körön van utazása közben.

## C) RÉSZLETES MECHANIKA.

### a) Szilárd testek

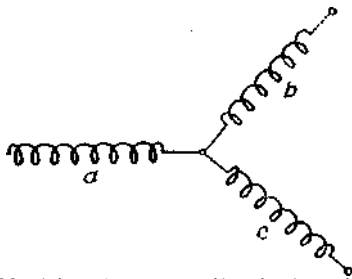
## 27. Merev testre működő erők összetétele.

### A súlypont.

Szilárd testek egyensúlyi viszonyai.

#### Az egyensúly értelmezése.

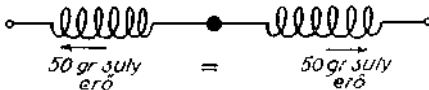
Kössünk egy fonálnak a közepe tájára egy másik fonalat s a szabadon maradó három fonálvégre egy-egy rugós erőmérőt. Feszítsük meg tetszés szerint a három erőmérőt a táblára erősített három darab szög segítségével olyanféleképpen, mint a mellékelt rajz mutatja. Bár három erő is hat a két fonál csomópontjára, mozgás mégsem jön létre. Ilyen esetben, amikor az erők hatása ellenére sem jön létre mozgás, illetve mozgásváltozás, azt mondjuk, hogy az erők egyensúlyban vannak.



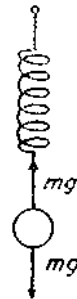
229. kép. Az egyensúly értelmezéséhez.

#### Egy ponton ható két erő egyensúlya.

Mindennapi tapasztalataink szerint, pl. gondoljunk a tornai kötélhúzásra, egy egyenes, mentén ható, ellenkező irányú két erő akkor nem hoz létre mozgást, ha egymással egyenlő. Két rugós erőmérővel is kimutathatjuk ezt a törvényt (230. kép). Ezen alapszik a nehézségi erő okozta súlynak már ismertetett mérése is. Az  $m$  tömeg súlya, mint függőlegesen lefelé húzó erő, egyenlő a tömeget tartó rugó összehúzó erejével, amely függőlegesen felfelé irányul (231. kép). Mozgás nem jön létre s ezért a két erő egyenlő.



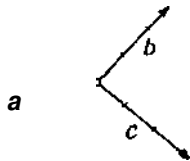
230. kép. Egyenlő nagy, de ellenkező irányú erők egyensúlya.



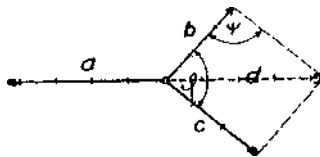
231. kép. Rugóra felfüggesztett golyó egyensúlya.

### Egy ponton ható három erő egyensúlya.

Három egy ponton ható erőnél az egyensúlyt tartó erők közötti összefüggés már sokkal bonyolultabb. Rajzoljunk a 229. képnek megfelelően kifeszített rugók alatti táblán, vagy az odahelyezett papírlapon a támadási pontból három egyenest, amelyeknek iránya, az erők irányának, hossza egy tetszősszerinti egységgel rajzolva az erők nagyságának felel meg (229. és 232. kép).

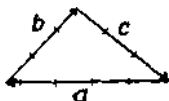


232. kép. Három egy ponton ható erő egyensúlya.



233. kép. Erőknek mini iránymennyiségeknek összeadása.

Az egyensúly felbomlása nélkül a b és c erők helyett alkalmazhatunk egy d-t, mely az a erővel egyedül is egyensúlyt képes tartani (233. kép). A d erő az a-val egyenlő nagy, de ellenkező irányú. Mivel ez az erő maga is egyensúlyt tart az a erővel, úgy tekinthető, mint a b és c erők összege. Rajzoljunk b és c erőkkel egy parallelogrammot s azt látjuk, hogy a d erő éppen ennek az átlója. A b és c erők összeadása tehát ugyanúgy adódik, mint két elmozdulás összetevése s így az erők is iránymennyiségek. A kapott eredményt így is kifejezhetjük, egyensúly esetén az erők, mint iránymennyiségek összege zérus (234. kép).



234. kép. Egyensúly esetén az erők mint iránymennyiségek összege zérus.

Ha az a, b, c, d betűk az egyes erők nagyságát is jelentik, akkor d, mint b és c iránymennyiségek összege:

$$d^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \psi$$

$$\varphi = 180 - \psi$$

tehát

$$d^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos \varphi$$

ahol  $\varphi$  a két erő hajlásszögét jelenti. Erőknél is, mint általában az iránymennyiségeknél az összeadandókat összetevőknek, az összeget eredőnek nevezzük.

### Több ugyanazon a ponton ható erő egyensúlya.

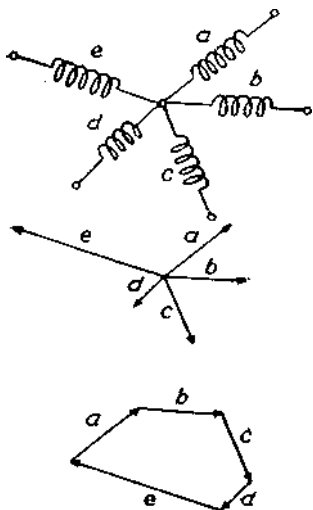
Ugyanilyen viszonyok állanak fenn több erő egyensúlyakor is. Kettőnél több erőt mint vektorokat úgy adunk össze, hogy először összeadunk kettőt, s az így kapott eredményhez adjuk megint irány és nagyság szerint a harmadikat, az új eredőhöz a negyediket és így tovább (235. kép).



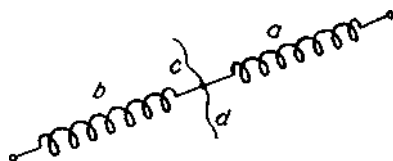
### Az erők, mint iránymennyiségek felbontása összetevőkre.

Azonos elvek szerint lehet erőket felbontani két vagy több összetevőre, amelyek együttesen helyettesíthetnek egy erőt.

Vegyünk egy négyágú fonalat. Az egyes ágakat jelöljük a, b, c, d-vel. Két fonalat erőmérők közbekapcsolásával feszítsünk meg a táblán. A fonál másik két ága egyelőre lógva marad. A két erő egyenlő nagyság lesz, egy egyenes mentén fog hatni, de ellenkező irányban (230. kép).

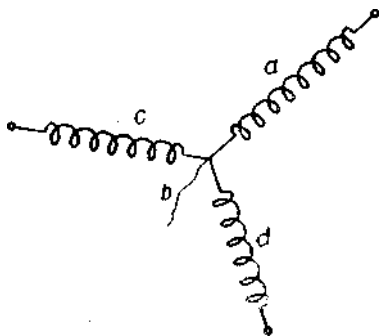


235. kép. Több ugyanazon a ponton ható erő egyensúlya.

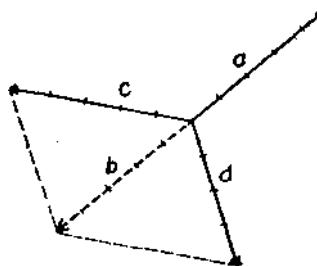


236. kép. Erő felbontása két összetevőre. Kiinduló helyzet.

Jelöljük meg a táblán az egyes erőket irány és nagyság szerint. Akasszuk le a b-ről az erőmérőt és a c meg a d-re tegyünk erőmérőket s feszítsük meg őket úgy, hogy az a rugó két végpontja ugyanoda kerüljön, ahol előbb volt (237. kép). A b erőt helyett alkalmaztuk a vele egyenlő hatást kifejtő két erőt: c és d. Jelöljük megint a, b, c, d-vel a megfelelő erők nagyságát és rajzoljunk a c és d erőket kifejező iránymennyiségekkel paralelogrammot. Azt találjuk, hogy a b ennek éppen az átlója lesz. Tehát a b erőt két összetevőre bontottuk, amelyek együtt ugyanazt a hatást váltják ki, mint a b egyedül (238. kép).



237. kép. Erő (elbontása két összetevőre. Megoldás.



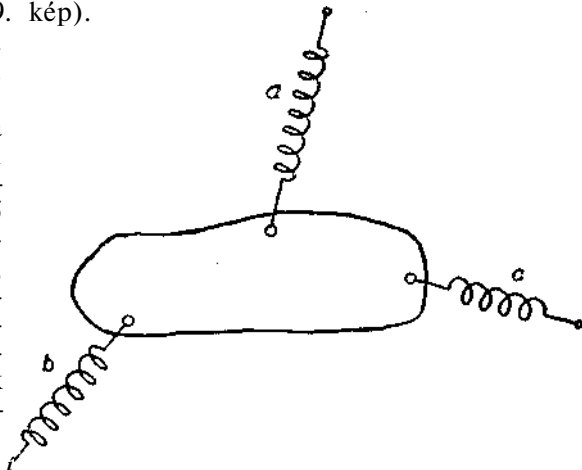
238. kép. Az előző kép kísérletének eredménye vektorokkal kifejezve.

Felbontható az erő nemcsak két, hanem három, négy stb. összetevőre is.

Általában az erők akkor vannak egyensúlyban, ha irány és nagyság szerinti összegük zérus. Két erő a paralelogramma szabály szerint tehető össze egy erővé, s egy erő ugyanilyen módon bontható fel két összetevőre.

Feladat. Vegyünk egy vastag papírlapot és annak három különböző pontján lyukat fúrva ezekbe akasszuk az erőmérőket. A kísérletet célszerű vízszintes helyzetben elvégezni, mert így a test súlya, mint negyedik erő kevésbé zavar. Keressük meg elméleti és kísérleti úton a három erő közül kiválasztott két erő eredőjét (239. kép).

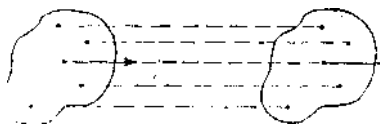
Legyen a test pálcá alakú, az erők közül kettő hasson párhuzamosan és a pálcára derékszögben a pálcá végén, a harmadik ellenkező irányban párhuzamosan először a felező, majd az  $1/3$ ,  $1/4$  osztási pontokban a pálcán. Hasonlítsuk össze és magyarázzuk a kapott eredményeket.



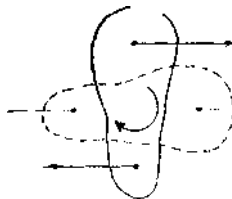
239. kép. Összeállítás nem egy ponton ható erők tanulmányozásához.

### Szilárd testek párhuzamos elmozdulása és forgó mozgása.

A szilárd testre ható egyetlen erő természetesen önmagával egyensúlyban nem lehet, hanem Newton második törvényének megfelelően mozgatja a testnek azt a pontját, amelyre közvetlenül hat s amelyet *támadási pontnak* nevezünk. A szilárd test részei között lévő merev kapcsolat révén a test többi pontja is mozog a támadási pont mozgásával párhuzamosan (240. kép).



240. kép. Egy erő tovahaladó mozgást hoz létre.

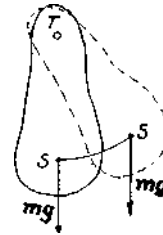


241. kép. Erőpár forgó mozgást hoz létre.

Hasonlóképpen nem adhat egyensúlyt a szilárd testre két különböző egyenesen ható egyenlő, párhuzamos ellenkező irányú erő. Ezek forgó mozgást hoznak létre mindaddig, amíg az erők ugyanazon egyenes mentén ellenkező irányban hatnak, s ekkor beáll az egyensúly. Az ilyen egyenlő nagy párhuzamos nem egy egyenes mentén ellenkező irányban ható két erő együtt *erőpárnak* szokták nevezni (241. kép).

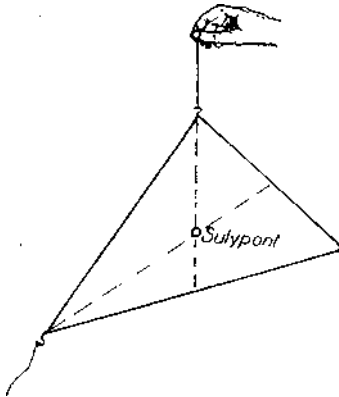
### A felfüggesztett vagy alátámasztott szilárd testek egyensúlyi viszonyai a nehézségi erőterben.

Ilyen forgó mozgás jön létre akkor, ha egy testet egyik végén felfüggesztünk (242. kép). A felfüggesztés felfelé tartja, a súlya lefelé húzza. A forgás addig tart, amíg a súly támadási pontja, a *súlypont* a felfüggesztés alá nem kerül. Nyugalmi helyzetben tehát a súlypont a felfüggesztés alatt van. Függesztünk fel egy testet több különböző helyen és a nyugalmi helyzetben húzzuk meg a felfüggesztés irányvonalát. Ezek a vonalak mind egy pontban, a test súlypontjában metszik egymást. Ha e ponton alátámasztjuk a testet, szintén nyugalomban marad. Lehet, hogy a súlypont a testen kívül van, amikor természetesen ilyen alátá-



242. kép. A súlypont mindaddig a lehető legmélyebb helyet foglalja el.

masztásról nem lehet szó. Érdekes gyakorlat különböző testek súlypontjának meghatározása. A súlypont körül a test tömege egyenletesen oszlik el, ezért ezt a pontot tömegközéppontnak is nevezik.

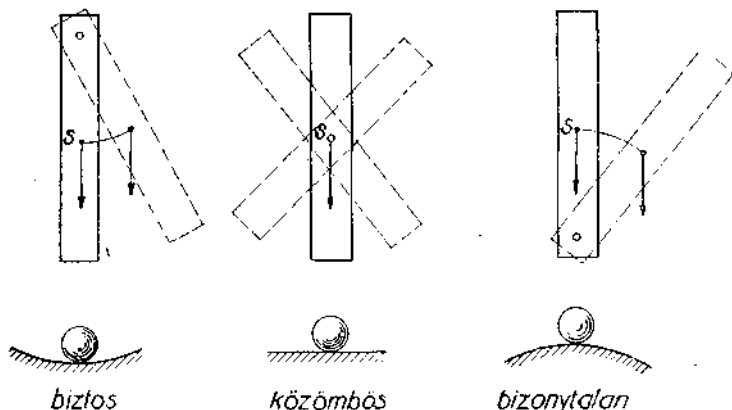


243. kép. Súlypontmeghatározás felfüggesztéssel.

244. kép. Súlypontmeghatározás alátámasztással.

A test a súlypontján keresztül menő tengely körül külső hatás nélkül nem forog, s minden helyzetben megáll, pl. a felfemelt tengelyen szabadon forgatható kocsikerék. Ha azonban a felfüggesztett vagy alátámasztott test forgási tengelye nem megy át a súlyponton, mozgás jön létre, amely addig tart, amíg

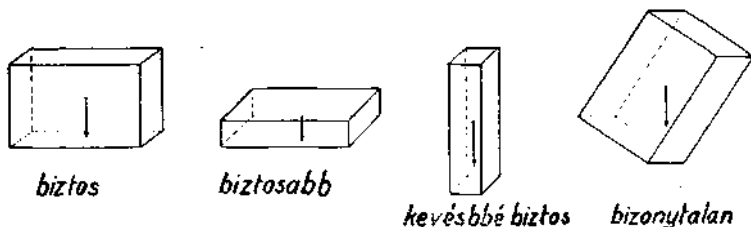
a súlypont a lehető legmélyebb helyet foglalja el. Esetleg a súlypont e helyzetén túllendül, de ilyen esetben csillapodó lengéseket végez mindaddig, míg előáll a nyugalmi helyzet, amelyben a súlypont a lehető legmélyebb helyen van. Ha a test helyzete olyan, hogy kis elmozdulásnál a súlypont emelkedik, akkor a test magától visszatér abba a helyzetbe, amelyben a súlypont a legmélyebben van. Ilyenkor azt mondjuk, hogy *egyensúlyi helyzete biztos*. Ha a súlypont olyan helyzetben van, hogy a nyugalmi helyzetből való legkisebb kimozdulásnál mélyebb helyre kerül, akkor már eredeti hely-



245. kép. Egyensúlyi helyzetek.

zetébe nem tud visszatérni, hanem a súlypont átmegy a lehető legmélyebb helyzetbe. Ez a *bizonytalan egyensúlyi helyzet*. Ha a nyugalmi helyzetből kimozdítjuk a testet és eközben súlypontja sem nem emelkedik, sem nem süllyed, akkor bármilyen kimozdított helyzetben nyugalomban marad. Egyensúlyi helyzete ilyenkor *közömbös*. A mellékelt ábrán (245. kép) láthatók ilyen különböző egyensúlyi helyzetek.

Az alátámasztott testeknek csak akkor van biztos állásuk, ha a súlypontjukon keresztül menő függőleges az alátámasztási felületen megy keresztül. Az ilyen testet tapasztalás szerint annál nehezebb feldönteni, minél mélyebben van a súlypontja s a súlyponton átmenő függőleges, a súlyvonal minél



246. kép. Az alátámasztás biztonságának különböző fokai.

távolabb van az alátámasztás szélétől. Ezért szoktak a magasra megrakott, tehát magas helyzetű súlyponttal bíró szénásszeke-  
rek gyakran, a kövekkel megrakott szekerek pedig ritkán fel-  
borulni. Ezért ugrunk terpeszállásba, ha támadást várunk és  
nem állunk ujjhegyre.

Az emberi test súlypontja a derékcsigolyák tájékán van,  
amint azt a nyújtóra háttal ráfekvő tornász helyzete mutatja.

Feladat. Érdekes egyensúlyi helyzetek gyűjtése, különle-  
ges jelenségek megmagyarázása. Kelj-föl-Jancsi, hegynek  
guruló kettős kúp, egyik végén ólommal töltött rúd stb.

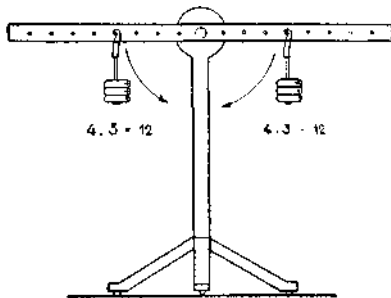
## 28. Forgató nyomaték (képeség).

Forgó merev rendszerek egyensúlyi viszonyai

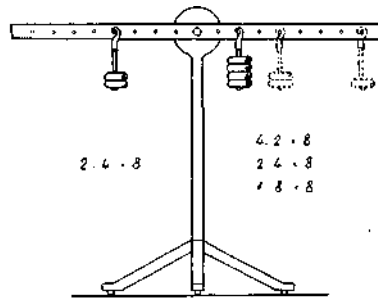
### A forgató képeség értelmezése és mérése.

A gyakorlati életben különös jelentőségük van a forgó szilárd testeknél fellépő forgató erőknek és az ilyen erők hatása  
alatt kialakuló egyensúlyi viszonyoknak.

Állapítsuk meg az egyensúly feltételeit a súlypontján át-  
menő tengely körül forgó rúdon, amelyet emelőnek fogunk  
nevezni. Ez az emelő bármilyen elfordított helyzetben nyu-  
galomban marad, mert egyensúlyi helyzete közömbös. Az emelő  
rúdnak a forgási tengely különböző oldalain lévő részeit az  
emelő karjainak nevezzük. Az emelő kétkarú, ha a forgási  
tengely vaiahol a középső részen van. Lehet azonban a forgási  
tengely az emelő szélén is. Ilyenkor az emelőt egykarúnak  
hívják.



247. kép. Egyenlő megterhelések  
egyenlő távolságokban hatva egyen-  
súlyban vannak.



248. kép. Különböző megterhelések  
is lehetnek megfelelő távolságokon  
alkalmazva egyensúlyban.

Terheljük meg a kétkarú emelőt (247. kép) baloldalon  
bármilyen tömeggel. Az emelő elfordul annak az erőpárnak a ha-  
tása alatt, amely a lefelé irányuló súlyból és a tengelynél fel-  
lépő tartóerőből áll. Ez az erőpár a rudat az óramutató járásá-  
val ellenkező irányban igyekszik forgatni. Ha ugyanakkora  
súlyú testet ugyanolyan nagy távolságban helyezünk a másik ol-  
dalra, egyensúly áll elő, mert természetsszerűleg az ellenkező

irányban forgató erőpár hatása azonos, csak ellenkező irányú. De más távolságban más erővel is létrehozhatjuk az egyensúlyt. Az ilyen erők mindegyikének a forgatóképessége egyenlő lesz (248. kép). Mérjük le a távolság és az erő összetartozó értékeit:

Ható erő, korongsúly: 2, 3, 4, 6, 9, 12

Erő távolsága a forgási tengelytől: 9, 6, 4,5, 3, 2, 1,5, távolságegység.

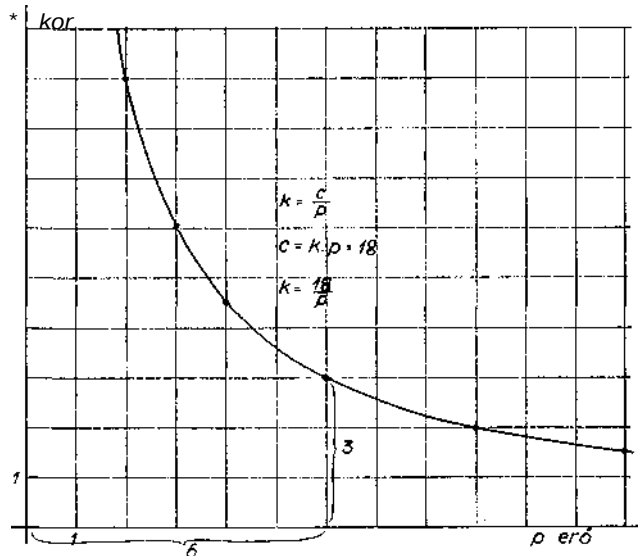
Jelenségvonalat készítünk és abból megállapítjuk, hogy az erő ( $p$ ) és a távolság ( $k$ ) egymással fordítottan arányos.

$$p = \frac{c}{k}$$

Innen

$$c = p \cdot k = P \cdot K$$

ahol  $P$  a baloldalon ható erő és  $K$  ez erő irányvonalának a forgási tengelytől számított távolsága.



249. kép. A kétkarú emelő egyensúlyának jelenségvonalja.

A  $c$  arányossági tényező az erő forgató képességének (forgató nyomatékának) a mértéke.

Az ilyen forgó szerkezeten tehát akkor van egyensúly, ha az egymással ellenkező irányba forgatni akaró erők forgatóképessége egyenlő

$$p \cdot k = P \cdot K$$

Ezt az egyenletet  $p : P = K : k$  alakban írhatjuk és akkor az egyensúly feltételét így is szövegezzük: *egyensúly beálltakor az erők és karjaik fordítva arányosak.*

A forgó merevrendszerekre általában is érvényes az itt

talált összefüggés. **Akkor** vannak egyensúlyban, ha az egymás-  
sal ellenkező irányban forgatni igyekvő erők forgató képességei  
gei egyenlők.

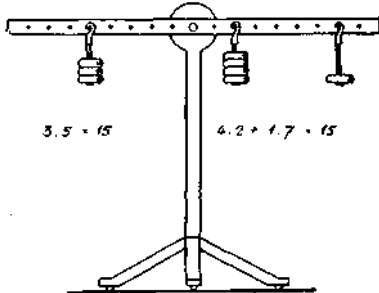
### Forgató képességek összedása és felbontása.

Most az a kérdés merül fel, milyen az egyensúly feltétele,  
•ha az egyik oldalon nem egy, hanem két forgató erő hat.  
A kísérletek szerint (250. kép)

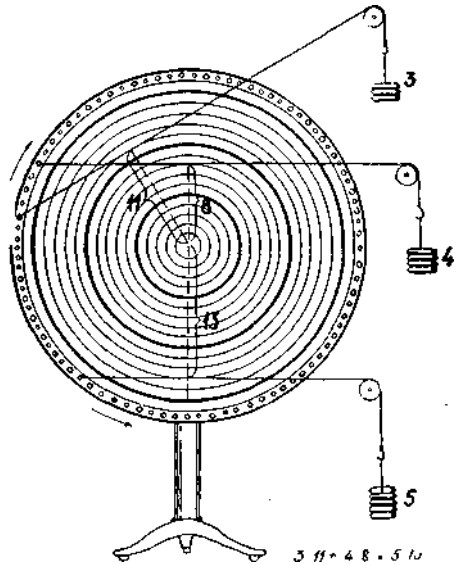
$$P.K = p_1 \cdot k_1 + p_2 \cdot k_2$$

ami azt jelenti, hogy az egyirányban és ugyanazon síkban ható  
forgató erők együttes forgató képessége az egyes erők for-  
gató képességeinek összege.

Az egyensúlynak ezek a feltételei függetlenek a forgó test  
alakjától és a forgató erők irányától, amint azt a 251. képen  
látható kísérlet is bizonyítja, amelynél egy forgó korongra  
hatnak különböző irányban forgató erők. Az erőkről csak annyit  
tételizünk fel, hogy a for-  
gási tengelyre merőleges ugyan-  
abban a síkban vannak.



250. kép. Forgató képességek  
összedása emelőn.



251. kép. Forgató képességek össze-  
adása forgó korongon.

## 29. Erőátviteli eszközök.

Forgó rudaknak, hengereknek, kereknek a gyakorlati  
életben rendkívül nagy jelentőségük van, mert segítségével  
valamely ható erő irányát más irányba vihetjük át. Vagy kis  
erővel nagy hatásokat hozhatunk létre megfelelő ilyen szer-  
kezetek közbeiktatása útján. Ezeket a szerkezeteket erőátviteli  
eszközöknek nevezzük.

### Az álló csiga.

Egyik legegyszerűbb ilyen erőátviteli eszköz az álló csiga.  
Egy olyan korong, mely a középpontján átmenő és a korong

síkjára merőleges lerögzített tengely körül forog. A korong peremén mélyedés van egy kötel számára. A kötel, esetleg fonál egyik végén a felemelendő  $Q$  teher van, a másik végén egy lefelé irányuló  $P$  erő hat. Az erő a 252. képen megrajzolt helyzetben a csigát az óramutató járásának irányában, a teher ezzel ellenkező irányban igyekszik forgatni. Ha egyensúly van, a forgatóképességek egyenlők:

$$P \cdot r = Q \cdot r$$

$$P = Q$$

$P$  az erő,  $Q$  a teher,  $r$  a csiga sugara.

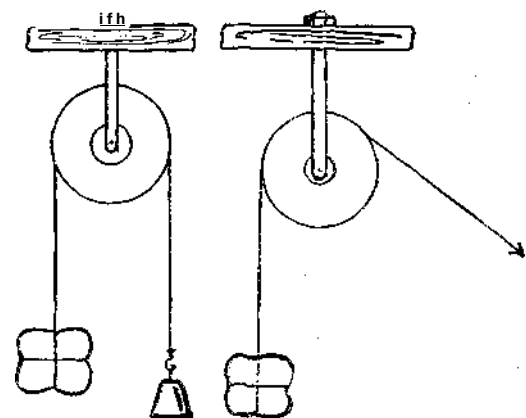
Ha  $Q$ -nál valamivel nagyobb erő hat függőlegesen lefelé, felemeli a terhet függőlegesen felfelé.

Az nem változtat a viszonyokon, ha a  $P$  erő ferdén, tetszőleges irányban hat, mert az egyensúly feltétele ilyenkor is

$$P \cdot r = Q \cdot r$$

illetve

$$P = Q$$



252. kép. Álló csiga egyensúlyának megállapításához.

Az álló csiga közbeiktatásával az erő hatásának iránya az erő irányától különböző, a gyakorlati követelményeknek megfelelően más irányba tehető át.

### Hengerkerék.

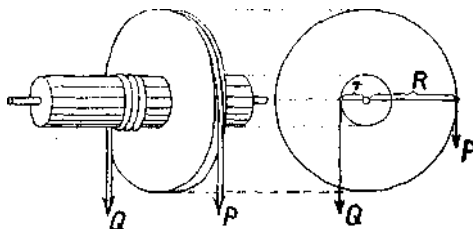
Az álló csigától eltérően a tehernél kisebb erővel is egyensúlyt tudunk tartani a hengerkeréknek nevezett szerkezetnél, amely a kerek kutaknak fő alkotó része. Itt a  $P$  erővel pl. izomerőnkkel egy kereket forgatunk, melyhez egy kisebb sugarú henger van erősítve a tengely irányában (253. kép). Ha a kerék sugara  $R$ , a hengeré  $r$ , akkor az egyensúly feltétele

$$P \cdot R = Q \cdot r$$

$$P = \frac{r}{R} \cdot Q$$

Vagyis pl. ha a kerék sugara 4-szer nagyobb, mint a henger sugara ( $R = 4r$ ), akkor már

$$P = \frac{Q}{4}$$



253. kép. Hengerkerék egyensúlyának megállapításához.

erővel lehet egyensúlyozni. Ha pedig az erő a teher negyed-résznél valamivel nagyobb, akkor a mozgást megindítja és a terhet felemeli.



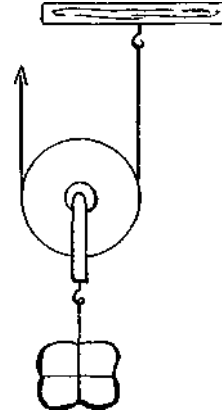
### A mozgó csiga.

Szokták a csigát úgy is alkalmazni, hogy nem a csiga tengelyét erősítik meg, hanem a kötélt egyik végét és a terhet a csiga középpontján átmenő tengelyre akasztják a 254. rajznak megfelelően. Ilyenkor a forgás tengelye ott van, ahol a felfüggesztett kötélt éri a csiga peremét. E ponttól a teher irányvonalának a távolsága  $r$ , az erő irányvonalának távolsága  $2r$ . Tehát az egyensúly feltétele most a következő:

$$P \cdot 2r = Q \cdot r$$

$$\frac{P}{Q} = \frac{1}{2}$$

Felényi erő képes a terhet tartani és ennél valamivel nagyobb felemelni. Amíg azonban az erő pl. 1 m hosszú úton hat, vagyis 1 méterrel viszi előre a kötelet a nyíl irányában, addig a  $Q$  teher csak egy fél métert emelkedik. Ahányszor kisebb az erő, annyiszor nagyobb úton hat a teher elmozdulásához képest. Mivel pedig a munka az erő és az erő irányába eső elmozdulás szorzata, a kétszer nagyobb úton féllakkora erővel végzett munka ugyanakkora, mint a terhet szerkezet nélkül közvetlenül felemelő erő munka.



254 kép Mozgó csiga  
így van ez más szerkezeteknél is. Munkát az ilyen gépeknél nem lehet megtakarítani, mert amit nyerünk erőben, azt elveszítjük útban.

Két, három, négy stb. ilyen mozgó csigát egymás után lehet kapcsolni s így olyan csigasor állítható össze, amelynél az erő a tehernél 4-szer, 8-szor, 16-szor kisebb. A csigák számának fokozásával egészen kis erő tarthat egyensúlyt óriási tömegnek súlyával. Ezért mondhatta *Archimedes*\* az ilyen csigasor feltalálója: Adjatok egy szilárd pontot és kimozdítom a Földet sarkaiból!

### Az emelő.

A gyakorlatban gyakran előforduló másik erőátviteli eszköz az emelőrúd, röviden emelő. Már előbbi kísérleteinkből ismerjük ennek a szerkezetnek egyensúlyi feltételeit. Az egyensúly feltétele, ha az egyik oldalon  $Q$  súlyú teher  $K$  távolságban van felfüggesztve és a másik oldalon  $p$  erő  $k$  távolságban hat:

$$p \cdot k = Q \cdot K$$

$$p = \frac{K}{k} \cdot Q$$

\* Archimedes (Kr. e. 287—212) az ókor egyik legkiválóbb természettudósa és technikususa.

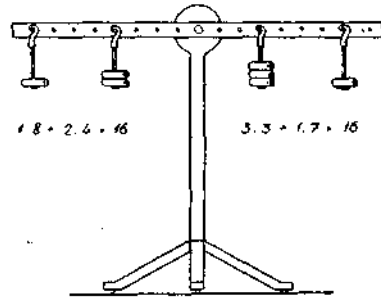
tehát a  $Q$  erőnek többszöröse, vagy csak tört része kell az egyensúly fenntartásához aszerint, hogy

$$\begin{aligned} K > k & \quad \frac{K}{k} > 1 \\ \text{vagy} & \\ K < k & \quad \frac{K}{k} < 1 \end{aligned}$$

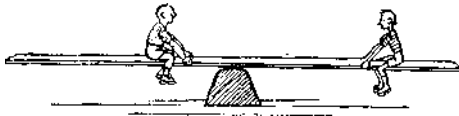
Ha több teher és több erő hat, akkor az egyensúly feltétele (255. kép).

$$p_1 k_1 + p_2 k_2 + p_3 k_3 + \dots = Q_1 K_1 + Q_2 K_2 + Q_3 K_3 + \dots$$

ami azt jelenti, hogy az óramutató járásával megegyező irányban forgatni törekvő erők forgatóképességeinek összege egyenlő az ellenkező irányban forgatni igyekvő terhek forgató képességeinek összegével.



255. kép. Kétkarú emelő egyensúlya több erő hatása alatt.



256. kép. Hintázó gyerekek közül a nehezebb a forgási tengelyhez közelebb ül.

vasrúd is, amellyel pl. egy kőtömböt akarunk felemelni. Javításkor a szekeret is alátámasztott rúddal szokták felemelni. Rendkívül sok gyakorlati alkalmazása van az emelőnek. Igen tanulságos ezek összegyűjtése és a rájuk vonatkozó egyensúlyi feltételek megállapítása. A mérlegről külön emlékezünk meg.

### A lejtő mint erőátviteli eszköz.

Erőátviteli eszköz lehet a lejtő is, bár itt nem forgó mozgásról van szó. Ha egy  $m$  tömegű testet teszünk a lejtőre, ennek függőlegesen lefelé ható  $p = m \cdot g$  súlya két összetevőre bomlik. Az egyik összetevő hatása abban nyilvánul meg, hogy a test ránehezedik a lejtőre (188. kép)

$$p_1 = p \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

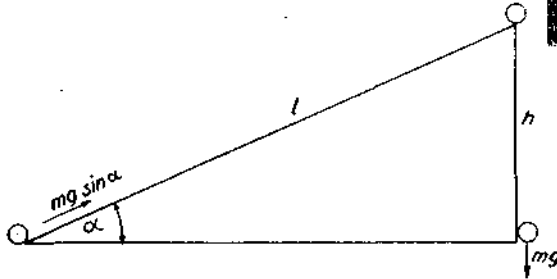
nagyságú erővel. A másik összetevő:

$$p_2 = p \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

a testet mozgatni igyekszik a lejtő irányában. A lejtő mentén tehát a  $p = m \cdot g$  súlyú testet  $p_2 = m \cdot g \cdot \sin \alpha$  erővel lehet egyensúlyban tartani, illetve ennél valamivel nagyobb erővel lehet a lejtőn felfelé mozgatni. A lejtő mentén tehát a test súlyánál kisebb erővel lehet a testet magasra emelni (257. kép). A munka azonban ugyanaz, akár a lejtő mentén húzzuk fel a

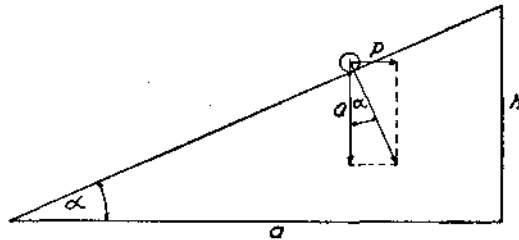
testet, akár a lejtő magasságának irányában függőlegesen. A munka u. i. az erőnek és az erő irányába eső elmozdulásnak a szorzata. Értéke tehát a lejtő mentén  $l \cdot m \cdot g \cdot \sin \alpha$ . A magasság mentén pedig  $mg \cdot h = mg \cdot l \sin \alpha$ .

Látjuk tehát itt is, hogy amit azzal nyerünk, hogy kisebb erővel is fel tudjuk emelni a testet, azt elvesztjük azzal, hogy ugyanolyan magasságra való emeléskor a kisebb erőnek nagyobb úton kell hatnia.



227. kép. Lejtőn való emeléssel nem lehet munkát megtakarítani.

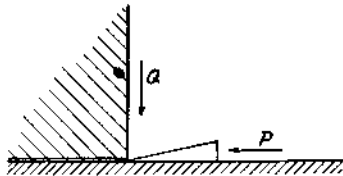
Lehetséges az is, hogy a lejtőn a teherrel egyensúlyt tartó erő nem a lejtő hosszával, hanem annak alapjával párhuzamos (258. kép). Egyensúly esetén nincs mozgás, a ható erőknek nincs a lejtő irányával párhuzamos összetevőjük. Ebből következik, hogy a  $P$  és  $Q$  erők eredője merőleges a lejtőre. Ilyenkor azonban



258. kép. Egyensúlyi viszonyok a lejtőn, ha az erő az alappal párhuzamos.

$$\frac{P}{Q} = \operatorname{tg} \alpha, \text{ vagyis } P = \frac{h}{a} \cdot Q$$

Ez az eset fordul elő akkor, amikor egy tárgyat úgy akarunk felemelni, hogy éket verünk alá (259. kép). Amikor az ékre ráütünk, az alapjával párhuzamos erőt fejtünk ki. Akkor fog emelkedni a teher, amikor  $P$  valamivel nagyobb, mint  $Q \cdot \operatorname{tg} \alpha$ . Ebből következik, hogy ha az  $\alpha$  kisebb, akkor kisebb erő kell az emeléshez.

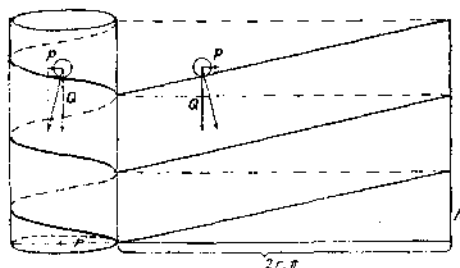


259. kép. Erőviszonyok az éknél.

#### A csavar, mint körben futó lejtő.

A lejtőnek egy különleges alakja a csavar, amelynél a lejtő nem síkban van, hanem egy körhenger palástján megy körül. Ez az elhelyezési különbség nem változtat az egyensúly feltételein (260. kép). Tehát a csavar hengerének alapjával párhuzamosan ható erő akkor van egyensúlyban a függőlege-

sen ható teher részéről kifejtett erővel, ha



260. kép.

A csavar, mint körben futó lejtő.

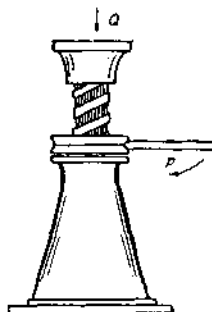
$$\frac{P}{Q} = \tan \alpha$$

$$P = Q \cdot \tan \alpha = \frac{h}{2r \sin \alpha} \cdot Q$$

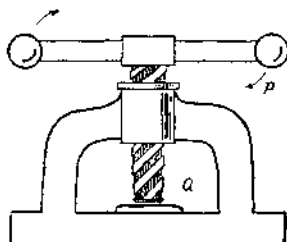
ahol  $h$  a csavarmenet magassága,  $r$  a henger sugara.

A csavarnál az erő kifejtés rendesen egy megfelelően kivájt csavartok, anyacsavar közvetítése útján történik és sokszor nem is emelés,

hanem összeszorításban jut kifejezésre (261. és 262. kép).



261. kép. Emelő csavar.



262. kép. Szorító csavar.

### 30. Mérlegek.

#### A kalmármérleg.

A mérlegek súly- és tömegmérésre szolgáló eszközök. Legismertebb alakjuk a kalmármérleg (263. kép). Lényegében kétkarú emelő, egyenlő karokkal. Egyensúly mellett az egymással ellenkező irányban forgató erők forgatónyomateka egyenlő. Ha  $P$  az erő,  $Q$  a teher,  $k_1$  az erő karja,  $k_2$  a teher karja, akkor

$$P \cdot k_1 = Q \cdot k_2$$

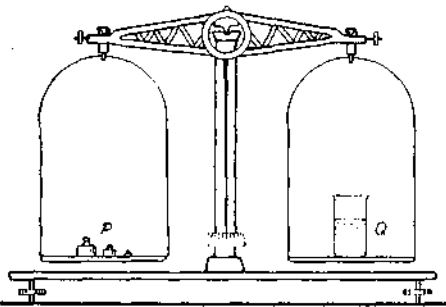
és mivel

$$k_1 = k_2$$

azért

$$P = Q$$

Egyensúly beálltakor tehát a serpenyőkbe helyezett tömegek súlyai egyenlők. Ha egyik oldalon ismert tömegeket alkalmazunk pl. grammot



263. kép. Kétkarú emelő mint kalmármérleg.

és többszöröseit, akkor egy ismeretlen test súlya a vele egyensúlyt tartó grammok súlyával lesz egyenlő. Tehát megkapjuk a test súlyát grammsúly egységekben kifejezve. A testnek  $Q$ -vel jelölt súlyát dinekben is kifejezhetjük.

$$1 \text{ grs} = 980 \text{ din},$$

$$Q \text{ grs} = Q \cdot 980 \text{ din}.$$

A mérlegek tömegmérésre is alkalmasak, mert

$$P = m_1 \cdot g \quad Q = m_2 \cdot g$$

kifejezésekkel az egyensúly feltétele  $m_1 \cdot g = m_2 \cdot g$ , amiből  

$$m_1 = m_2$$

Egyensúly mellett a mérleg két serpenyőjébe elhelyezett tömegek is egyenlők.

### A jó mérleg tulajdonságai.

Nagyobb pontosságot követelő mérésekre az ilyen kalmármérleget szokták használni. Ezért az ilyen mérlegeknek három fontos követelményt kell kielégíteni:

1. Kíváncos, hogy a mérleg rúdja egyik oldalán fellépő kis túlsúly hatása alatt ne billenjen el a vízszintestől lényegesen eltérő helyzetbe, hanem lengjen. Ezt akkor érzük el, ha a lengő rész súlypontja a forgási tengely alatt van. A *mérlegnek* tehát *biztos egyensúlyának kell lenni*.

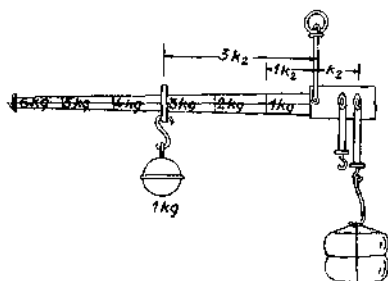
2. A karoknak valóban egyenlő hosszúaknak kell lenni, mert csak ilyen feltétel mellett lehet a forgató képességekből az erők, illetve a tömegek egyenlőségére következtetni. Ha ez a feltétel nincs kielégítve, akkor nem helyes adatokat ad a mérleg. A karok egyenlőségére vonatkozó követelést tehát így is szoktuk kifejezni: a *mérlegnek igaznak kell lenni*. Mivel a karok tökéletes egyenlőségét gyakorlatilag nehéz megvalósítani, a karok végén csavarmenetben mozgó tömegek finom eltolásával lehet a hibát kiküszöbölni (263. kép).

3. Kíváncos még a pontosabb méréseknél, hogy a mérleg már kis túlsúlyt kimutasson, azaz *érzékeny legyen*. Ezt a célt szolgálja a karok minél nagyobb hosszúsága, aminek a kivitelnél az a nehézsége, hogy a karnak nem szabad meggömbülni a ráható erők hatása alatt. Ide tartozik a súrlódás lehető lecsökkentése is. Ezt azzal érik el, hogy acélékre állítják a lengő kart és az ék éle a kar forgási tengely. Hasonló a serpenyők felfüggesztése is. Ezeknek az ékeknek kímélése érdekében a finomabb mérlegeken emelőszerkezet szokott lenni, aminek segítségével az ékek leemelhetők alapjaikról, ha a mérleg nincs használatban.

### Római, vagy gyorsmérleg.

A kalmármérlegnél a mérleg karjai állandók s a megmérendő testnek megfelelően kell a tömeg, illetve súlyegységekből többet vagy kevesebbet felhasználni az egyensúly létre-

hozására. A gyakorlati életben jól ismert római mérlegnél (264. kép) ezzel szemben az egyik karon lévő állandó tömeg-



264. kép. Római mérleg.

eltolásával hozzuk létre az egyensúlyt. Ilyenkor a forgató képességek egyenlőségét az alábbi egyenlet fejezi ki:

$$P \cdot k_1 = Q \cdot k_2$$

$$Q = \frac{k_1}{k_2} P$$

A  $Q$  annyszor lesz nagyobb, a  $P$ -nél, ahányszor nagyobb a  $k_1$  a  $k_2$ -nél. Ha

$k_1 = k_2$	akkor	$Q = P$
$k_1 = 2k_2$	akkor	$Q = 2P$
$k_1 = 3k_2$	akkor	$Q = 3P$

Ha  $P = 1 \text{ kg}$ , akkor a hosszabbik kar  $1k_2, 2k_2, 3k_2, \dots$  osztályzatai mellé csatálhatjuk  $1 \text{ kg}, 2 \text{ kg}, 3 \text{ kg}, \dots$  Mivel a forgatóképesség a karral egyenesen arányos  $1/2 k$ , távolságnak  $1/2 \text{ kg}, 1/10 k$ , távolságnak megfelelően  $1/10 \text{ kg}$  is mérhető.

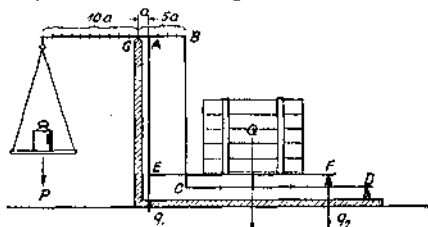
Az ilyen mérlegeken a megmérendő teher számára a forgási tengelytől két távolságban van felfüggesztő hely, s ennek megfelelően a másik oldalon két beosztás található. A nagyobb súlyokat a közeli, a kisebbeket a távoli felfüggesztőn mérjük.

Az ilyen mérlegek kevésbé pontosak, de nagyon gyorsan kezelhetők, s ezért ott, ahol nem kell nagyobb pontosság, pl. mészárszékekben, igen elterjedtek.

### A tizedes-, vagy hídmérleg.

Nagy tömegek, illetve súlyok mérésére sem a kalmár-, sem a gyorsmérleg nem alkalmas. Ilyen célokra készítettek a hídmérlegeket (265. kép), melyeknél a  $Q$  terhet tartó vízszintes lap az emelőrúd két pontjára van felfüggesztve. Az  $A$

pontban közvetlenül, a  $B$  pontban pedig a  $CD$  emelő közvetítésével. Ennek a  $CD$  emelőnek  $D$ -nél van a forgáspontja úgy, hogy  $CD:FD = GB:GA = 5:1$ . Ha a  $Q$  tömeg súlyának az  $E$  és  $F$  pontokra eloszló részei  $q_1$ , ill.  $q_2$ , akkor az egyensúly feltétele



265. kép. A tizedes mérleg működésének elve.

$$10a \cdot P = q_1 \cdot a + \frac{q_2}{5} \cdot 5a = (q_1 + q_2) \cdot a = Q \cdot a$$

$$10P = Q$$

Tehát  $Q$  teher a serpenyőre ható és vele egyensúlyt tartó  $P$  erő tízszerese. Ennek megfelelően a tömege is tízszerese a  $P$  tömegének. Ezért ezt a mérleget tizedesmérlegnek is hívják. Vannak mérlegek, amelyeknél az itt fellépő tízes arányszám helyett 100, illetve 1000 fordul elő.

### 31. Az inga lengési ideje.

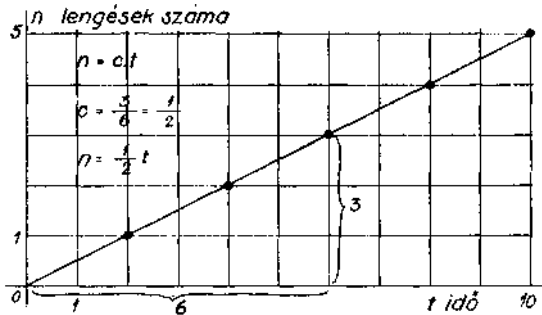
#### A fonálinga lengési ideje.

Készítsünk 1 méteres fonálingát. Nem nagy kilengés mellett határozzuk meg, mennyi idő telik el a mozgás kezdetétől az első, második, harmadik stb. lengés végéig. Az alábbi eredményeket kapjuk:

Lengések száma:	12	3	4	5	6	7	
Eltelt idő, $t$ sec:	2	4	6	8	10	12	14

A  $t$  idő alatt megtett lengések száma ( $n$ ) tehát az idővel egyenesen arányos

$$n = c \cdot t$$



.266. kép. Az inga lengéseinek száma az idővel egyenesen arányos.

A  $c$  arányossági tényező a lengések száma 1 sec alatt. Két lengés ideje kétszer akkora, mint az elsőé, tehát a második lengés ideje ugyanannyi, mint az elsőé. Három lengés pedig háromszor annyi ideig tart, mint az első lengés, tehát a harmadik

lengés lengési ideje is ugyanannyi mint az elsőé és így tovább.

Vizsgáljuk meg más alakú ingák lengési idejét hasonló módon. Olyanokét is, ahol a felfüggesztés tömege nem hanyagolható el s az inga nem tekinthető pontszerűnek. Ilyen kísérletek szerint általában az *inga lengési ideje, kis lengéseket tételezve jel, állandó*. Az első ugyanannyi ideig tart mint a századik.

Ezen alapszik az inga felhasználása az időmérő szerkezetek, órák készítésénél. A gyakorlati kivitelnél gondoskodni kell a csillapodás megszüntetéséről, mert enélkül az óra rövid idő után megáll. Egy felhúzott tömeg, vagy rugó helyzeti energiáját fokozatosan adagolva átadja az ingának a súrlódás és közegellenállás okozta csillapodás leküzdésére. A lengések számlálását megfelelő összetett fogaskerékszerkezet látja el.

Függ azonban a fonálinga lengési ideje az inga hosszúságától. A hosszúságot a felfüggesztéstől a golyó tömegközéppontjáig számítjuk. Egy 120 cm-es fonálinga hosszát fokozatosan rövidebbre véve az alábbi eredményhez jutunk:

hosszúság, l cm:	120	110	100	90	80	70	60	50	40	30	20	10
10 lengés ideje, sec:	22	21.2	20.4	19.4	18.2	17	15.7	14.3	12.5	11.1	9.2	6.5
1 lengés ideje T sec:	2.2	2.1	2	1.9	1.8	1.7	1.6	1.4	1.3	1.1	0.9	0.7

Az ennek alapján készült jelenségvonal szerint a  $T$  lengési idejű inga hossza a  $T$  lengési idő négyzetével arányos

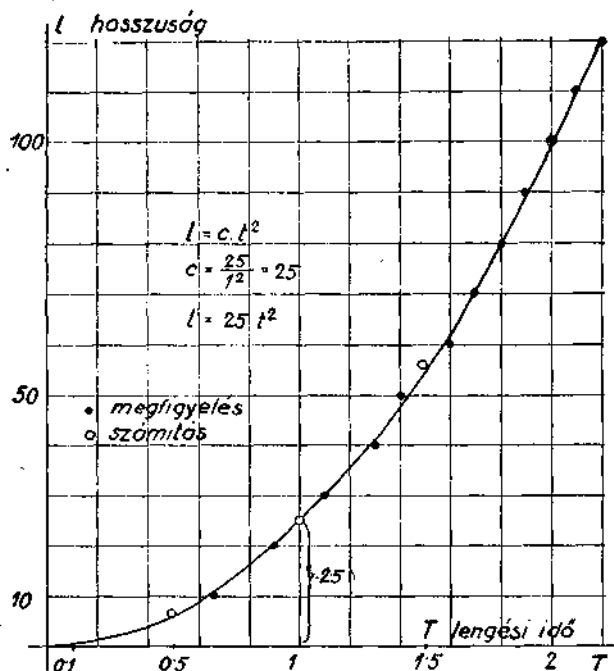
$$l \approx c \cdot T^2$$

Ha

$$T = 1$$

akkor

$$l_1 = c$$



267. kép. Az inga hossza lengési idejének négyzetével egyenesen arányos.

Az arányossági tényező megadja annak az ingának a hosszát, amely 1 mp alatt egyet leng.

$$l_T = l_1 \cdot T^2$$

A jelenségvonalból lemérve

$$l_1 = 25 \text{ cm}$$

Ez az eredmény megfelel annak a régebbi megállapításunknak, hogy az inga lengési ideje

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

mert innen

$$l = \frac{g}{4\pi^2} \cdot T^2 \quad c = \frac{g}{4\pi^2}$$



Ez alapon annak az ingának a hossza, amely egy másodperc alatt végzi lengését

$$l_1 = \frac{g}{4\pi^2} = 24.8 \text{ cm}$$

Ezt az eredményt jól megközelíti a jelenségvonalból kimért 25 cm.

Azt az ingát, amely egy féllejtést egy mp alatt tesz meg, röviden másodperc ingának nevezzük. Hossza a jelenségvonalból leolvasva 100 cm. Az ilyen inga egy lengésének ideje 2 mp, tehát hossza az

$$l = \frac{g}{4\pi^2} \cdot T^2$$

egyenlet alapján

$$l_2 = \frac{980}{4 \cdot 3.14^2} \cdot 4 = 99.2 \text{ cm}$$

Feladat: Készítsük el azt a jelenségvonalat, amely kifejezi, hogy 10 lengés ideje miként függ a hosszúságtól. A hosszúság legyen az  $x$ - tengely.

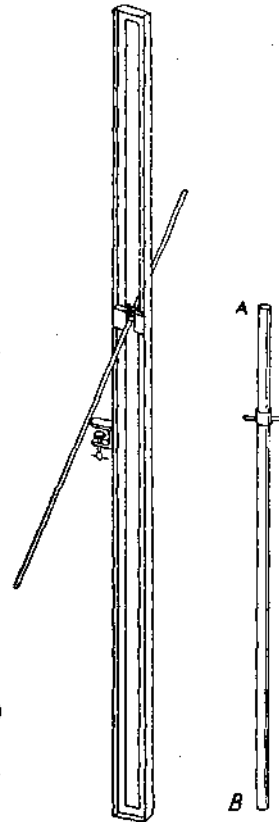
#### A rúd alakú fizikai inga lengési ideje.

Az olyan ingát, amelynél a felfüggesztés anyagi mivolta nem hanyagolható el és a lengő test nem vehető pontszerűnek, *fizikai ingának* nevezzük. Legegyszerűbb alakja egy hengeres rúd eltolható gyűrűre szerelt forgási tengelyen (268. kép). A lengési idő attól függ, milyen  $d$  távolságra van a forgási tengely a rúd végétől. Állapítsuk meg 5—5 cm-ként tíz lengés idejét. Az alábbi táblázatot kapjuk:

tengelytávolság $d$ cm:	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
tíz lengés ideje, sec:	16.6	16.4	15.7	15.2	15	15.3	15.8	17	19.2	26	$\infty$

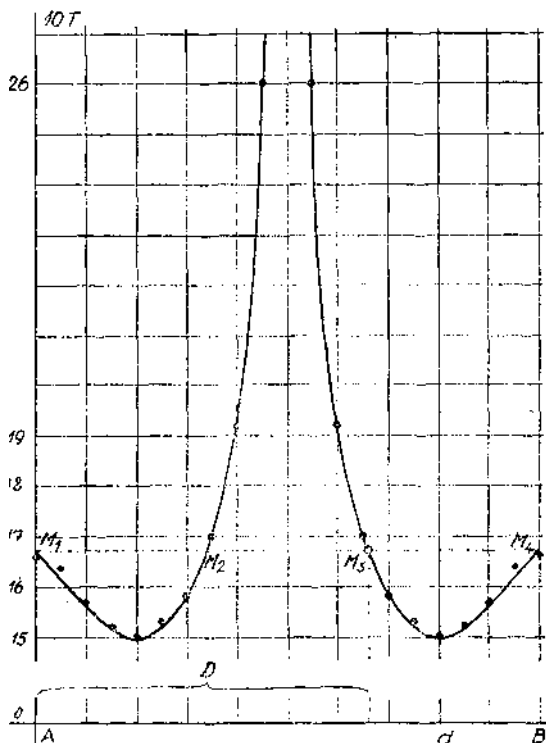
Mennyiségtani ismereteink itt sem elegendők arra, hogy e táblázat alapján készült jelenségvonalnak megfelelő egyenletet felírjuk. A jelenségvonalból mégis érdekes következtetéseket vonhatunk le (269. kép).

Mindenekelőtt azt látjuk, hogy a  $d$  távolság növekedésével eleinte fogy a lengési idő, elér egy minimális értéket, aztán ismét nő, de sokkal rohamosabban. Ha a forgási tengely a középpontban van, nincs lengés, mert az inga egyensúlyi hely-



268. kép Rúd alakú fizikai inga.

zete közömbös. Mennyiségtanilag ez végtelen nagy lengési időt jelent. A tömegközponton túllépve az inga átfordul s fokozatosan ugyanazokat a lengési időket kapjuk fordított sorrendben, amelyeket a rúd első felénél megállapítottunk.

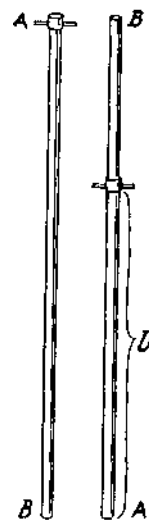


269. kép. A rúd alakú fizikai inga jelenségvonala.

annál feltűnőbb, hogy az M3 pontnak megfelelő  $D$  távolság mellett a lengési idő ugyanakkora, mint a rúd  $A$  végére helyezett tengelynél. Ez a  $D$  távolság a jelenségvonalból megmérve az egész ingának megközelítőleg  $\frac{2}{3}$  része, 100 cm-es ingánál tehát 66.6 cm. Van tehát a tömegközéppont két oldalán egy-egy nem szimmetrikus helyzete a tengelynek, melyekre nézve a lengési idő egyenlő. Hasonló forgási tengelyt ad az  $M_2$  metszéspont a rúd másik végére nézve. Két ilyen  $M_1$ ,  $M_3$  vagy  $M_2$ ,  $M_4$  tengelynek egymástól való távolságát az inga redukált hosszának ( $D$ ) nevezzük.

A rúd alakú inga a végére helyezett tengelyen ugyanannyi idő alatt végzi lengéseit,

Húzzunk a jelenségvonal és az ordináta tengely  $M_1$  metszéspontjánál az abszcissa tengellyel párhuzamos egyenest (269. kép). Ez az egyenes a jelenségvonalat négy pontban metszi. A metszéspontoknak megfelelő tengelytávolságokhoz ugyanaz a lengési idő tartozik. Az, hogy a két végén a lengési idők egyenlők, természetesen nem mond fizikai szempontból semmi érdekeset. De

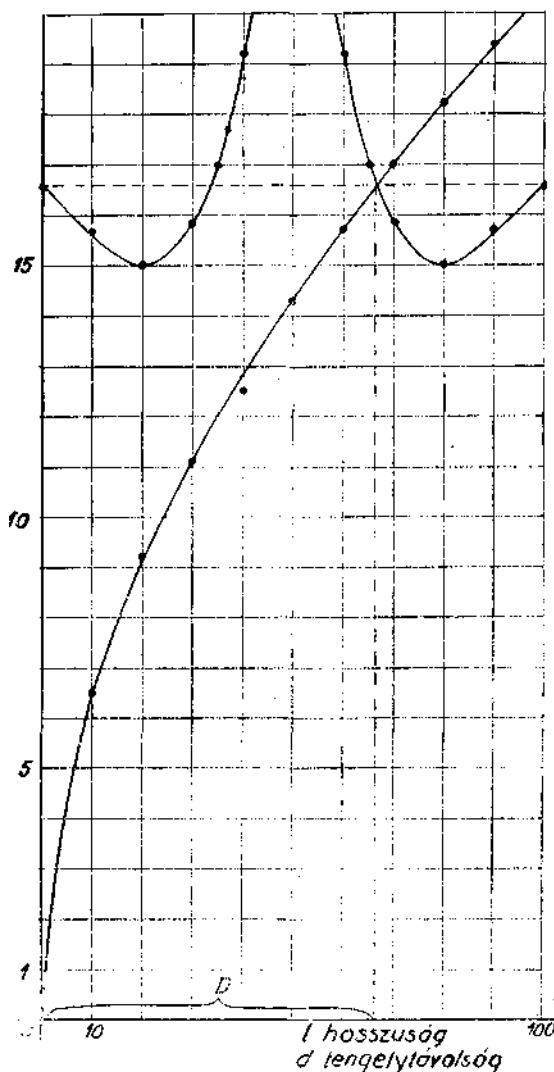


270. kép. Egyenlő lengési időnek megfelelő tengelyek.

mint ettől a rúd  $\frac{2}{3}$  részének megfelelő távol elhelyezett tengelyen. Két pontosan így készített egyforma inga pontosan együtt leng. (Szinkron-lengések.) (270. kép.)

### Összehasonlítás a fonálingával.

Hasonlítsuk össze most a fonálinga lengési idejét, itt is 10—10 lengés idejét véve, a vékony rúd alakú inga lengési idejével. Mindkettő jelenségvonalát ugyanabba a koordinátarend-



271. kép. A rúd alakú fizikai inga és a fonálinga lengéseinek összehasonlítása.

szerbe rajzoljuk és az  $l$  hosszúságot, illetve a  $d$  távolságot mérjük az  $x$  tengelyre (271. kép).

Azt a meglepő eredményt kapjuk, hogy a fonálinga, illetve a rúd alakú inga jelenségvonalai ép az  $M_1$  pontban metszik egymást. Ez azt jelenti, hogy a  $D$  hosszúságú fonálinga lengési ideje megegyezik a rúd alakú inga lengési idejével a végére, vagy attól  $\frac{2}{3}$  távol elhelyezett tengelyre nézve. Tehát a rúd alakú ingára nézve, ha a forgási tengely a végén, vagy ettől  $\frac{2}{3}$  távolságban van a lengési idő

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{D}{g}}$$

A  $D$  távolság a rúd alakú inga redukált hosszúságát jelenti.

Más alakú fizikai ingákkal végzett kísérletek és a jelenség pontos kiszámítása szerint az itt talált eredmény általános érvényű. Minden fizikai ingánál lehet

két oly a tömegközépponttól nem egyenlő távol lévő tengelyt találni, amelyeknél

1. a lengési idő ugyanaz,
2. a lengési idő akkora, mint e két tengely távolságának megfelelő hosszúságú fonálinga lengési ideje.

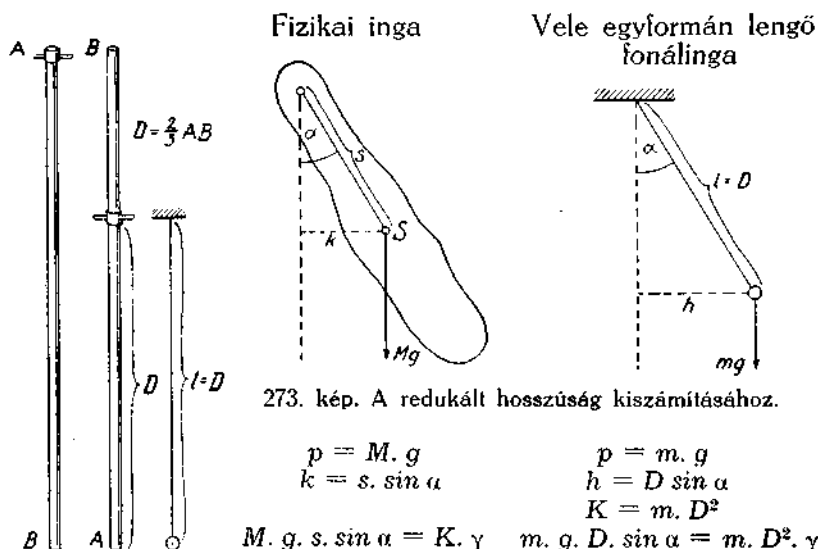
Felrajzolunk idemellékelve három egyenlő lengési idejű ingát (272. kép).

A forgó mozgás alapegyenlete szerint

*forgató képesség = tehetetlenségi nyomaték  $\times$  szöggyorsulás*

$$p \cdot k = K \gamma$$

Alkalmazzuk ezt az egyenletet szinkronlengésű fizikai- és fonálingára. Mivel a lengést együtt végzik, a szöggyorsulás mindkettőre nézve ugyanaz (273. kép).



273. kép. A redukált hosszúság kiszámításához.

$$p = M \cdot g$$

$$k = s \cdot \sin \alpha$$

$$p = m \cdot g$$

$$h = D \sin \alpha$$

$$K = m \cdot D^2$$

$$M \cdot g \cdot s \cdot \sin \alpha = K \cdot \gamma \quad m \cdot g \cdot D \cdot \sin \alpha = m \cdot D^2 \cdot \gamma$$

E két egyenletből

$$D = \frac{K}{M \cdot s}$$

272. kép.  
Három egyenlő lengési  
idejű inga.

A lengési idő tehát, ha a redukált hosszúságnak ezt a kiszámított értékét figyelembe vesszük,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{D}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{K}{M \cdot g \cdot s}}$$

Mivel a lengési idő könnyen és sok lengést figyelembe véve pontosan mérhető, a lengési idő első alakja alapján a nehézségi gyorsulás határozható meg:

$$g = D \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

Az egyébként nehezen kiszámítható tehetetlenségi nyomaték

$$K = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots = \sum m_i r_i^2$$

számbeli értékének a megállapítására pedig a lengési idő második alakja alkalmas, mert abból

$$K = \frac{M g \cdot s \cdot T^2}{4\pi^2}$$

ahol a jobb oldalon könnyen mérhető adatok szerepelnek. A lengési idő (T) a súly (Mg) és a súlypont távolsága a forgási tengelytől (s).

## 32. A rugalmasság és a rugalmas ütközés.

### A rugalmasság és a rugalmas erő értelmezése.

Az olyan testeket, amelyek külső erő hatása alatt alakjukat megváltoztatják ugyan, de az erő megszűntével eredeti alakjukat ismét visszanyerik, *rugalmas testeknek* s e tulajdonságukat *rugalmasságnak* hívjuk. Ilyen testek pl. a gumilabda, a gumifonál, az elefántcsontgolyó, az acélrugó, ilyen az acél fonál is, csakhogy itt még nagy erők is csak csekély meghosszabbodásokat hoznak létre. Cseppfolyós és légnemű testeknek nem lévén határozott alakjuk, nem lehet ilyen értelemben rugalmasságukról beszélni. De ezek a testek is ellenszegülnek a térfogatukat megváltoztató erőknek, s ha az ilyen erő megszűnik, eredeti térfogatukat ismét visszanyerik. Pl. ha befogjuk egy kerékpár légsűrítőjének az alsó nyílását és dugattyúval összeszorítjuk a levegőt, a dugattyú elengedése után a levegő eredeti térfogatát visszaszerzi.

Cseppfolyós és légnemű testeknél az ilyen jelenségek alapján a térfogat rugalmasságáról beszélhetünk.

Azt az erőt, amely a szilárd testeknél a külső erő alakváltoztató, folyadékoknál és gázoknál térfogatváltoztató hatásának ellenáll és a külső erő megszűnte után az eredeti alakot, illetve térfogatot visszaállítani törekszik, *rugalmas erőnek* nevezzük.

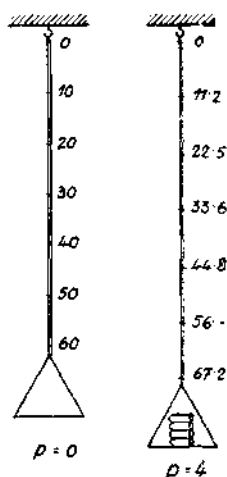
### A rugalmas meghosszabbodás.

Vegyünk egy csupasz gumifonalat vagy szalagot s egy tartóra felfüggesztve terheljük meg különböző súlyokkal. Jelöljük meg rajta a felfüggesztés alatt egy kezdőpontot és e ponttól 10, 20, 30, 40, 50, 60 cm hosszú távolságok végpontjait. Ha a fonalat megterheljük, meghosszabbodik s a megterhelés megszűnte után eredeti hosszúságát ismét felveszi. Ez a jelenség ;i *rugalmas meghosszabbodás*. Mérjük le a 10, 20 . . stb. cm-es hosszú daraboknak különböző megterhelések mellett mutatózó hosszúságát. A megterhelést korongokban fejezzük ki. Méréseink eredménye a következő:

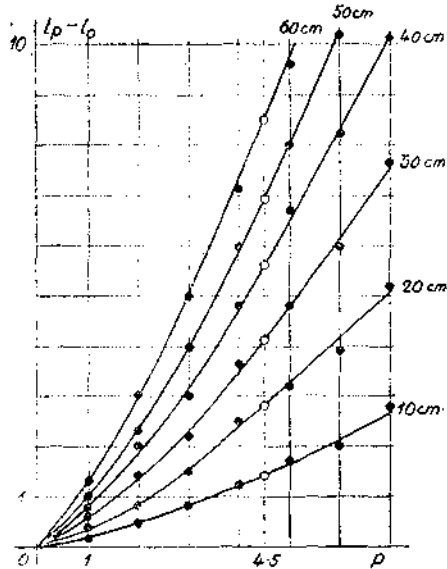
## Megterhelés

korongsúly	0	1	2	3	4	5	6	7
Hosszúság cm	$l_0$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$l_4$	$l_5$	$l_6$	$l_7$
10 cm-nél	10	10.2	10.5	10.8	11.2	11.7	12.0	12.8
20 cm-nél	20	20.4	20.8	21.5	22.5	23.2	23.9	25.2
30 cm-nél	30	30.6	31.4	32.2	33.6	34.8	36.0	37.6
40 cm-nél	40	40.8	42.0	43.0	44.8	46.7	48.2	50.1
50 cm-nél	50	51.0	52.3	54.0	56.0	58.0	60.2	62.5
60 cm-nél	60	61.3	63.0	65.0	67.2	69.6	71.2	72.4

Innen könnyen kiszámítható az 1, 2, 3, ... stb. korong megterhelésnél mutatkozó meghosszabbodás.



274 kép. Gumifonál rugalmas meghosszabbodása.



275. kép. Különböző hosszúságú gumifonálak rugalmas meghosszabbodásainak jelenségvonalai.

dás úgy, hogy az eredeti 10, 20, 30, ... cm-es hosszúságot kivonjuk. Pl. a 10 cm-es darab meghosszabbodásai, 1, 2, ... korongsúly megterhelésnél:

0.2 0.5 0.8 1.2 1.7 2.0 2.8 cm.

Ezeket a meghosszabbodásokat mint a megterhelés függvényeit egy koordináta-rendszerbe berajzolva kapjuk a megfelelő jelenségvonalat. Az eredmény a 275. képen látható.

A mérési adatok alapján készült jelenségvonalak nem egyenesek, de megközelítik az egyenest, s így a rugalmas meghosszabbodás és a megterhelés csak durva megközelítéssel mondható egyenesen arányosnak.

Ha azonban ugyanezt a kísérletet egy acélfonállal végezzük, amelynél azonban nagy erőt kell alkalmazni, s az így is kis

meghosszabbodásokat nagyítva kell leolvasni, egyenes vonalú jelenségvonalakat kapunk. Ennek alapján kimondhatjuk, hogy a rugalmas meghosszabbodás a megterheléssel egyenes arányos. Ha a megterhelés nélküli hosszúság  $l_0$ , a  $p$  erőnek megfelelő hosszúság  $l_p$ , akkor a meghosszabbodás

$$l_p - l_0 = c \cdot p$$

A  $c$  arányossági tényező az egységnyi erőnek megfelelő meghosszabbodás mértéke.

A gumifonálnál nem adódik pontosan egyenes vonal, mert a gumi erősen megnyúlik s ekkor keresztmetszete is megváltozik.

Az acélrugó meghosszabbodása, melyet már felhasználtunk a súly mérésére, szintén a rugalmasságon alapszik s elég pontosan követi az egyenes arányosság törvényét. Ezért alkalmas erőmérő készítésére.

Most nézzük meg, hogyan függ a meghosszabbodás egyenlő megterhelés mellett az eredeti hosszúságtól. Nem kell új méréseket csinálnunk, mert a szükséges adatok a 275. képen lévő jelenségvonalakból lemérhetők. Legyen pl. az állandó megterhelés  $4\frac{1}{2}$  korongsúly. Állítsunk a 275. képen az  $x$  tengely  $4\frac{1}{2}$  pontjában mérőlegest és mérjük le a 10, 20, 30, ... darabok megfelelő meghosszabbodásait. A következő eredményt kapjuk:

Megterhelés állandóan  $4\frac{1}{2}$  korongsúly,

Eredeti hosszúság	10	20	30	40	50	60	cm
Meghosszabbodás	1.4	2.8	4.1	5.6	6.9	8.5	

A megfelelő jelenségvonal, amely kifejezi, miként függ azonos megterhelés mellett a meghosszabbodás az eredeti hosszúságtól, egyenes vonal (276. kép). A megfelelő összefüggés tehát egyenes arányosság, az egyenlet pedig

$$l_p - l_0 = c \cdot l_0$$

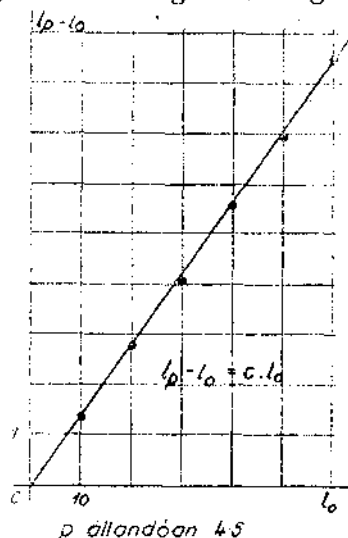
Végül, ha először egy egyszeres fonalat használunk, aztán két ilyet egymásmellett összekötve egy kétszer vastagabbat, hármat, négyet stb. összekötve háromszor, négyszer stb. vastagabbat és ugyanúgy járunk el, mint az előző esetben, akkor a következő eredményt kapjuk (277. kép):

Hosszúság = 5 cm

Megterhelés  $p$  mindig ugyanaz

Vastagság 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8-szorosa egy szál vastagságának

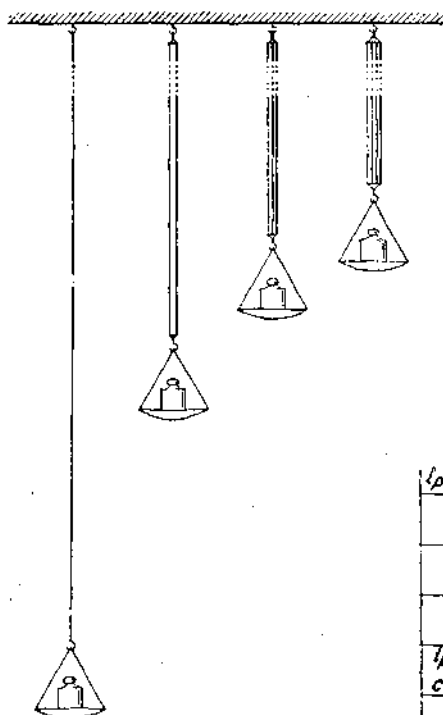
Meghosszabbodás 13, 6.5, 4.5, 3.2, 3, 2.4, 2, 1.9.



276. kép. A rugalmas meghosszabbodás az eredeti hosszúsággal egyenesen arányos.

A jelenségvonala szerint (278. kép) a meghosszabbodás a keresztmetszettel fordítva arányos. Összefoglalva mindhárom eredményt:

$$l_p - l_0 = k \cdot \frac{l_0}{q} \cdot p \quad \text{vagy} \quad l_p = l_0 \left( 1 + \frac{k}{q} \cdot p \right)$$



277. kép. Különböző vastag fonalak meghosszabbodásának megfigyelése.

1 mm<sup>2</sup> keresztmetszetű 1 m hosszú fonálon mutatkozik, ha a megterhelés 1 kg. Ezt a  $k$  arányossági tényezőt rugalmassági együtthatónak nevezik. Az acélra nézve pl.  $k = 0.047$  mm, ami azt jelenti, hogy egy méter hosszú 1 mm<sup>2</sup> keresztmetszetű acélfonál 0.047 mm-rel hosszabbodik meg 1 kg megterhelés mellett.

A meghosszabbodás mellett más jellegű rugalmas alakváltozások is vannak. Pl. a megpendített húr alakváltozása. Egyik végén megerősített lemez lehajlása. Különös jelentősége van igen kis erőhatások mérésénél a csavarási rugalmasságnak, ami

A rugalmas meghosszabbodás tehát egyenesen arányos az eredeti hosszúsággal és a megterheléssel s fordítva arányos a keresztmetszettel.

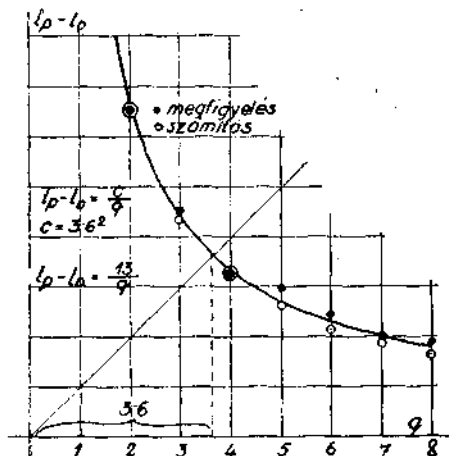
Az itt szereplő  $k$  arányossági tényező már csak a használt fonál anyagi minőségétől függ. Fizikai jelentése a következő:

ha

$l_0 = 1$  méter,  $p = 1$  kgs,  $q = 1$  mm<sup>2</sup>,

akkor  $l_p - l_0 = k$

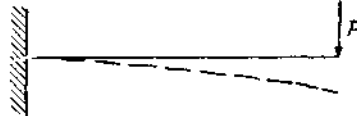
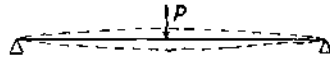
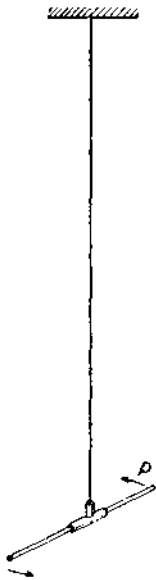
$k$  tehát a mm-ben kifejezett az a meghosszabbodás, amely



278. kép. A rugalmas meghosszabbodás fordítva arányos a keresztmetszettel.



akkor lép fel, ha egy fonalat hosszúságára merőlegesen elcsavarunk (279. kép). Az elfordulás szöge egyenesen arányos a ható erő forgatóképességével. A rugalmasság különböző fajtái ugyanazzal a módszerrel részletesen tanulmányozhatók, amellyel a rugalmas meghosszabbodást tárgyaltuk. Bármely viszonyok között vizsgáljuk meg a rugalmas alakváltozást, azt tapasztaljuk, hogy a ható erő az alakváltozással mindig egyenesen arányos.



279. kép. Különböző rugalmas alakváltozások.

A rugalmasságnak a gyakorlati életben és a technikában igen nagy a jelentősége. Pl. még a hidak is szenvednek a megterhelés alatt rugalmas alakváltozást. Nagyobb termeket tartó vasgerendák alakváltozását sokszor tapasztaljuk a padozat rengésében. A vashál készült 300 m magas párisi Eiffel-torony felső végén a szél hatása alatt igen jelentékeny rugalmas elhajlás tapasztalható.

### Rugalmas erők létrehozta rezgőmozgások.

A rugalmas alakváltozást létrehozó erő megszűntével a test az eredeti alakját nem veszi fel egyszerre, hanem a nyugalmi helyzete körül lefolyt több-kevesebb csillapított rezgés után. Pl. a megpendített húr elengedése után a nyugalmi helyzet körül mindig kisebbedő amplitúdóval rezeg. Csillapított rezgések hosszabb-rövidebb sora után foglalja el nyugalmi helyzetét.

A rezgések legtöbbször oly gyorsak és az amplitúdójuk oly kicsiny, hogy csak különös eljárással figyelhetők meg.

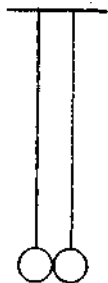
Rugóra akasztott golyó függőleges kimozdítás és elengedés után jól látható rezgéseket végez nyugalmi helyzete körül. Ugyanazzal a módszerrel, amellyel a fonálinga lengési idejét meghatároztuk, megállapítható, hogy a rugóra akasztott rezgő tömeg a rezgési idő négyzetével egyenesen arányos.

### Rugalmas ütközés.

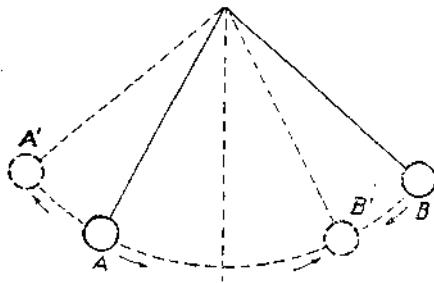
Sajátságos jelenségek jönnek létre rugalmas testek ütközése alkalmával.

Ha két, inga módjára felfüggesztett egyenlő nagy elefántcsontgolyó közül az egyiket kiemeljük egyensúlyi helyzetéből és eleresztjük, ütközés után ez a golyó megáll és a másik közel akkora amplitúdóval kileng, amekkora az első golyó kimozdu-

lása volt (280. kép). Ha most mindkét golyót, de feltűnően különböző amplitúdóval kimozdítjuk és egyszerre elengedjük, azt tapasztaljuk, hogy a kisebb amplitúdóval kimozdított golyó közel annyira fog az ütközés után visszalendülni, amennyire a másik golyót kimozdítottuk, és megfordítva (281. kép). Ez a



280. kép. Rugalmas ütközés. I.

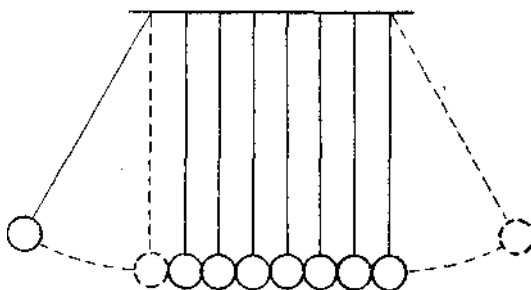


281. kép. Rugalmas ütközés. II.

két kísérlet arról tanúskodik, hogy *rugalmas ütközés alkalmával az összeütköző két golyó mozgási energiája felcserélődik.*

Érintsünk meg egy elefántcsontgolyóval egy kormozott márványlapot, a golyón csak egy kis pontszerű foltot kapunk.

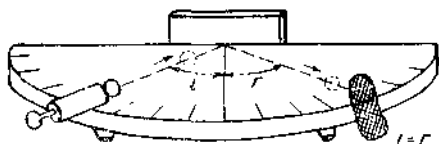
Ha azonban leejtjük a golyót, akkor már a folt sokkal nagyobb és köralakú lesz. Az ütközésnél a golyó belépül s e belépülés kiigazítását létrehozó rugalmas erő lökte vissza a magasba a golyót. A köralakú folt sugara annál nagyobb, minél magasabbról ejtjük le a golyót.



282. kép. Rugalmas ütközés. III.

Ha egy egész sor egyforma rugalmas golyó közül az egyik szélsőt kimozdítjuk és elengedjük, az ütközés után ez a golyó megáll s csak a másik szélső lendül ki közel akkora amplitúdóval, mint az első kimozdulása volt (282. kép). E

kísérlet szerint a közbeeső rugalmas golyók mindegyike egy-egy kis rugalmas belépulást szenved, ezt szomszédjának tovább adja. A legszélső

283. kép. Rugalmas visszaverődésnél  $t = r$ .

azért lendül ki, mert nincs oly szomszédja, amelynek az alakváltozást átadhatná.

Ha a rugalmas golyó egy rugalmas sík felületbe ütközik, a visszaverődés iránya a beesés irányától függ. A 283. képen látható berendezésen a következőket figyelhetjük meg:

1. A beesés és visszaverődés irányvonala a beesési pontnál a visszaverő felületre emelt merőlegessel egy síkban van.

2. A beesés iránya és a visszaverődés iránya a beesési merőlegessel egyenlő szögeket zárnak be. A beesési szög ( $i$ ) egyenlő a visszaverődési szöggel ( $r$ ). A rugalmas ütközésnek ezek a törvényei teljesen azonosak a fényvisszaverődés törvényeivel.

A rugalmas golyók ütközésének nagy szerepe van igen sok labdajátéknál, és különösen a billiárdnál.

b) Folyadékok és gázok mechanikájának párhuzamos áttekintése.

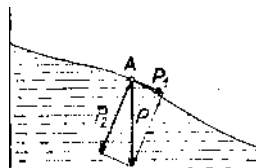
### 33. A folyadékokban uralkodó nyomás, a felhajtó erő, a levegő nyomása.

#### A folyadék jellemzése és szabad felszínük alakulása.

A folyadékok, ellentétben a szilárd testekkel, az alakjukat megváltoztatni törekvő erőkkel szemben nagyon kis ellenállást tanúsítanak. A részek egymásmelleit könnyen eltolhatók és ezért a folyadékoknak nincs meghatározott alakjuk. Mindig annak az edénynak az alakját veszik fel, amelyben vannak. Szabad felszínük pedig a nehézségi erőre merőleges felületet alkot. Ha ugyanis pillanatnyilag nem így helyezkedik el a folyadék, hanem pl. a 284. rajzon látható alakban, akkor az  $A$  pontnál lévő részecskére ható nehézségi erőnek a felület irányába eső  $P_1$  összetevője az  $A$ -nál lévő folyadékrészt saját irányába mozgatja s így nem lehet nyugalom mindaddig, amíg ez az összetevő ( $P_1$ ) nem zérus. Ez pedig akkor áll elő, ha a felület merőleges a  $P$ -vel jelölt nehézségi erőre. Kis méretek között tehát a nyugvó folyadék szabad felszíne sík, nagy méretekben megközelítőleg gömbfelület. Mindenütt merőleges a nehézségi erőre, tehát a nehézségi erőterben potenciál felület. Közvetlenül az edény fala mellett ez a felület módosul, de ezzel később foglalkozunk.

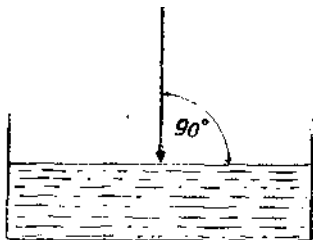
Ha azonban a folyadékoknak a térfogatát akarjuk kisebbiteni, igen nagy erővel ellenállnak. Nagyon kis mértékben nyomhatók össze. Térfogatuk tehát állandó. Ennek alapján a folyadékokat a kereskedelemben egyszerűen térfogatukkal mérik. Egy liter tejet, vagy egy hektóliter bort szoktunk vásárolni, nem pedig egy kiló tejet, vagy egy mázsa bort.

A függőn a nehézségi erő irányának, a függőlegesnek ki-

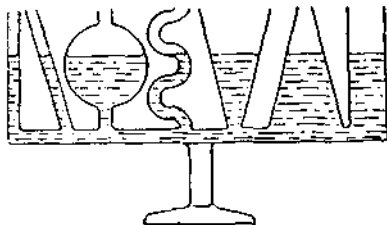


284. kép. A folyadék szabad felületének kialakulása,

jelölésére alkalmas. Erre az irányra merőleges sík megállapítására a nyugvó folyadék felszíne használható fel. Ezért nevezzük ezt az irányt vízszintes iránynak. A függőleges és vízszintes irányok merőlegesek egymásra (285. kép).

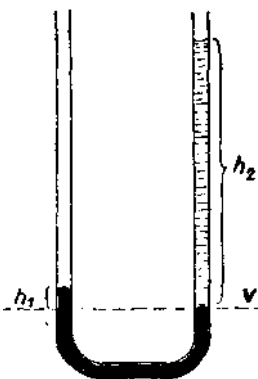


285. kép. A függőleges és vízszintes egymásra merőlegesek.



286. kép. Közlekedő edények.

Így van ez bármilyen alakú, tehát pl. csövekkel összekötött, ú. n. közlekedő edényekben is, ha egyik ág sem túlságos szűk (286. kép). Ezért a vízszintes irány kijelölésére nem egy nagy kádban lévő víz felszínét, hanem egy hosszabb közlekedő cső két rövid szárában előálló felület felszínét használják fel.



287. kép. Különböző folyadékok elhelyezkedése közlekedő csőben.

Ha különböző nem keveredő folyadékokat, pl. vizet és higanyt veszünk, akkor már azt tapasztaljuk, hogy a közlekedő csőben a higany alacsonyabban áll, mint a víz (287. kép). Ki is számíthatjuk a magasságok arányát abból, hogy a  $V$  vízszintes sík fölötti folyadékoknak egyenlő súlyúaknak kell lenni.

$$h_1 \cdot r \cdot \pi^2 d_1 g = h_2 \cdot r \cdot \pi^2 d_2 g$$

ahol  $r$  a cső sugara,  $d_1$  és  $d_2$  a higany, illetve a víz sűrűsége,  $g$  pedig a nehézségi gyorsulás. Innen

$$h_1 : h_2 = d_2 : d_1$$

A magasságok tehát a sűrűséggel fordítva arányosak.

### A légnemű testek jellemzése.

A légnemű testek, gázok részecskéi még annyira sem tartanak össze, mint a folyadékokéi. Sőt ellenkezőleg, szétterjednek és mindig kitöltik azt a teret, amely rendelkezésükre áll. Ha egy zárt edény fala ebben akadályozza őket, erre feszítő erővel hatnak, igyekeznék azt eltolni. Ezért a gázokat úgy tekinthetjük, mintha rendkívül apró részekből, *molekulákból* állanának, amelyek egyenes vonalú egyenletes mozgásukat a tehetetlenség elvének megfelelően megváltoztatni nem tudják

s így egyenes vonalon egyenletesen mozognak. Közben mint rugalmas testek ütköznek egymásba és az edény falába. Ez a gázok *molekuláris elméletének* alapgondolata.

A gázok abban is különböznek a folyadékoktól, hogy nagyon könnyen és nagy mértékben összenyomhatók. De miként a folyadékok, az összenyomó erő megszűntével eredeti térfogatukat veszik fel, tehát térfogatbeli rugalmasságuk van.

A gázoknak tehát sem meghatározott alakjuk nincs, mert felveszik az edény alakját; sem meghatározott térfogatuk nincs, mert a rendelkezésükre álló teret mindig kitöltik.

A gázok e tulajdonságaiból kifolyólag nem alakul ki a gázoknak egy szabad vízszintes felülete, mert ha nincs felette valamely más gáz, az egész teret kitöltik, ha pedig pl. a levegővel érintkeznek, akkor sincs egy élesen kettéválasztó felület a levegő és valamely más gáz között. Csupán annyi állapítható meg, hogy a sűrűbb gáz mindig mélyebben helyezkedik el és fokozatos vízszintes rétegződésben a ritkább. Pl. a must erjedésekor keletkező, a levegőnél nehezebb gázok a pince alján helyezkednek el.

### A nyomás pontos értelmezése és különböző megnyilvánulásai.

Egy zárt edényt, amelynek két különböző keresztmetszetű nyílását könnyen mozgó, de jól záró dugókkal zárjuk el, töltünk meg vízzel (288. kép). Az  $f_1$  felületű dugóra helyezünk  $p_1$  súlyt és próbálgatással keressük meg azt a  $p_2$  súlyt, amit az  $f_2$  felületű dugóra kell helyezni, hogy a két dugó egyensúlyban maradjon. Azt találjuk, hogy

$$f_1 : f_2 = p_1 : p_2$$

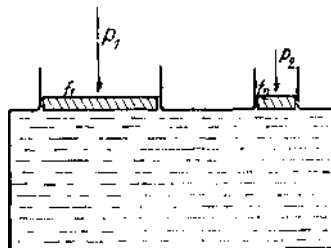
A felületek a rájuk ható és egymással egyensúlyt tartó erőkkel egyenesen arányosak. Tehát, ha  $P$  a nyomó erő  $f$  felületen:

$$P = c \cdot f$$

A  $c$  arányossági tényező a felületegységre ható nyomó erő, amit röviden *nyomásnak* nevezünk és  $p$ -vel jelölünk:

$$P = p \cdot f$$

Ez az összefüggés független attól, hogy hol vannak a felületek, ami azt jelenti, hogy a folyadékokban a nyomás minden irányban egyenletesen terjed. (*Pascal\* elve.*)



S. kép. Nyomó erő és felszín egyenesen arányosak.

\* Pascal Blaise (1623—1665) francia matematikus, fizikus és filozófus.

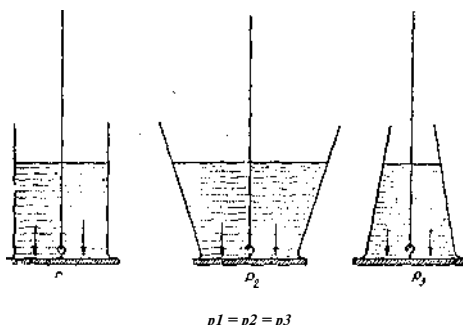
Ezen alapszik a vízsjátó, amelynél egy közlekedő cső egyik ágának keresztmetszete pl.  $100 \text{ cm}^2$ , a másik  $1 \text{ cm}^2$ . Ha az  $1 \text{ cm}^2$  dugóra lefelé  $1 \text{ kgs}$  erővel hatunk, a másik oldalon  $100 \text{ kgs}$  felfelé ható nyomó erő lép fel. Ezt a nyomó erőt egy erősen rögzített ellenlap alkalmazásával összenyomásra lehet felhasználni.

Hasonló viszonyokat találunk légnemű testeknél is. Az  $f$  felületre ható nyomó erő itt is arányos a felülettel

$$P = C \cdot f, \quad C = p, \quad P = p \cdot f$$

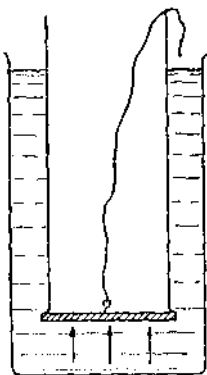
s az arányossági tényező *a felületegységre ható erő, röviden nyomás*. Csak az a különbség, hogy a légnemű testek könnyen összenyomhatók és ezért nem használhatjuk fel a vízsjátóhoz hasonló, de levegővel dolgozó gép készítésére.

A nyugalomban lévő folyadék egymásfeletti rétegei az alsóbb rétegekre a folyadék magasságával arányos nyomást fejtenek ki. A tartó edény aljára ható nyomást *fenéknymásnak* nevezzük. Ez a fenéknymás csupán az alsó *felület nagyságától* és a ránehezedő folyadékréteg *magasságától* függ. Akár szélesedő, keskenyedő, vagy hengeres edényt töltünk meg ugyanazzal a folyadékkal egyenlő magasságig, a fenéklapra egyenlő nyomást gyakorolnak (289. kép).

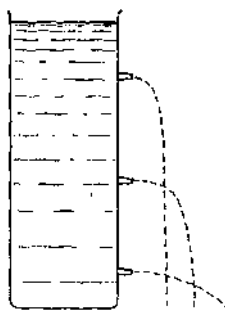


289. kép. Egyenlő fenéknymás.

A nyomás mindenirányú egyenletes terjedéséből következik, hogy a folyadék nemcsak az edény aljára, de az oldalára is nyomást fejt ki. Az *oldalnyomás* is egyenesen arányos a fellette lévő folyadékoszlop magasságával. Az oldalnyílásokkal ellátott edényből a



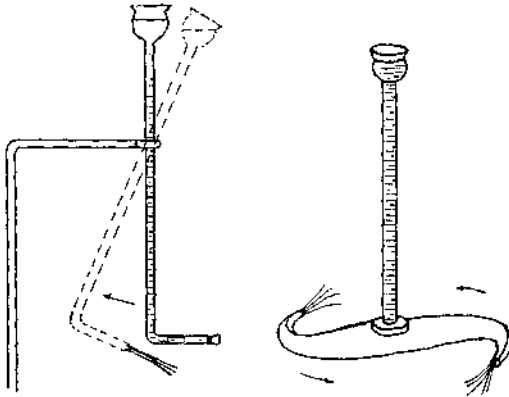
290. kép. A felfelé irányuló nyomás kimutatása.



291. kép. Az oldalnyomás kimutatása.

víz az alsó nyíláson át távozik legnagyobb sebességgel. Van felfelé irányuló nyomás is. Egy üres henger aljára elhelyezett lapra a folyadék felfelé irányuló nyomása akkora, mint a kiszorított vízoszlop fenéknymása, amiről a víz utánaöntésével győződhetünk meg

(290. kép). Ha egy oldalnyíláson a folyadék kiömlik, a nyílással szemben, lévő falra gyakorolt nyomás az edényt kibillenti helyzetéből, ha az könnyen mozoghat (292. kép). Ezen alapszik

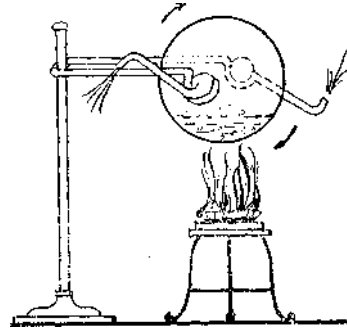


292. kép. Az oldalnyomás mozgást is hozhat létre.

irányban kitóduló gőz a golyót forgatja (293. kép).

A folyadékokban egyenletesen terjedő nyomás következménye, hogy a nagyvárosok ágas-bogas menetű vízvezetékében bárhol nyitjuk is meg a vízcsapot, az ott uralkodó nyomásnak megfelelő sebességgel áramlik ki a csapon a víz.

Zárt edényben elhelyezett légnemű testekben is egyenletesen terjed a nyomás. Ezért lehet a világító gázt is épen olyan öszsze-vissza futó csőrendszerrel a nagyváros bármely fogyasztó helyére eljuttatni, mint a vízvezeték csöveiben a vizet.



293. kép. Kiáramló gőz a golyót forgatja.

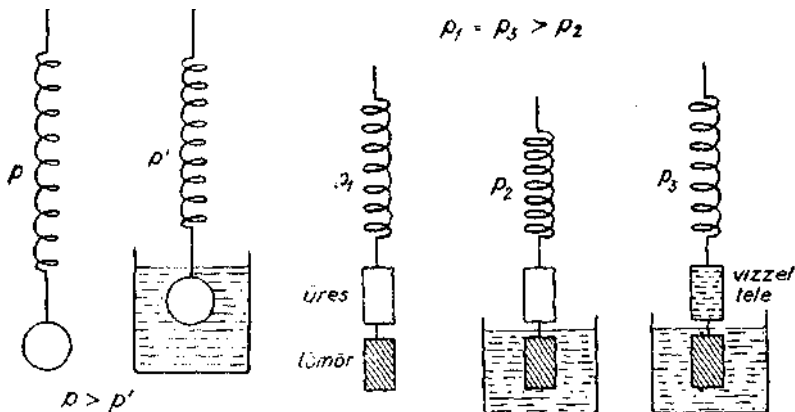
### Archimedes törvénye és az úszás.

Mindennapi tapasztalatunk, hogy a testek vízben könnyebbek. Hat rájuk a függőlegesen lefelé ható nehézségi erővel szemben, egy függőlegesen felfelé irányuló *felhajtó erő*. Így érezzük fürdés közben és ha vízben lévő tárgyakat emelünk.

Pontosabban megfigyelhetjük és meg is mérhetjük ezt a felhajtó erőt, ha egy rugós mérlegre akasztott testet a vízbe mártunk. A rugó összehúzódik s a mutatkozó súlyvesztéség a felhajtó erő (294. kép).

\* Segner András (1704—1777) pozsonyi származású debreceni orvos, aki később Göttingenben és Halléban a fizika egyetemi tanára volt.

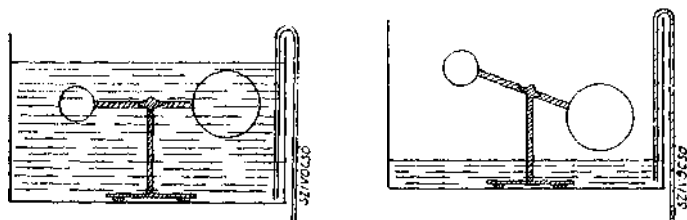
Helyezzünk a rugóra egy tömör fémhengert, amely másik üres hengerbe pontosan beleillik (295, kép). Ha a tömör hengert vízbe mártjuk, a rugó meghosszabbodása kisebb lesz. Öntsük tele az üres hengert vízzel, azt fogjuk tapasztalni, hogy a rugón ismét az eredeti meghosszabbodás mutatkozik. E sze-



294. kép. A testek folyadékban könnyebbek.

295. kép. Archimedes tételének igazolása.

rint a vízbe s általában folyadékba mártott test annyit veszít a súlyából, amennyi az általa kiszorított víz, illetve folyadék súlya. Ez *Archimedes törvénye*.



296. kép. Folyadékban egyensúlyt tartó gömbök egyensúlya megszűnik a folyadék eltávolításával.

Készítsünk két különböző anyagú s különböző térfogatú olyan golyót, amelyek a 296. képen látható módon a vízben egyensúlyban vannak. Eresszük ki az edényből a folyadékot, az egyensúly felborul és a kisebb térfogatú golyó fog könnyebbnek mutatkozni. A jelenség magyarázata a következő. Mindkét testre hat a víz felhajtó ereje, Archimedes szerint a nagyobb térfogatú testre nagyobb, a kisebb térfogatú testre kisebb felhajtó erő hat. Az egyensúly tehát a vízben e felhajtó erők mellett jön létre. Eltávolítva a vizet a nagyobb testre nagyobb, a kisebbre pedig kisebb felhajtó erő szűnik meg. Tehát az egyensúly felborul s a nagyobb térfogatú test nehezebbnek fog mutatkozni.



Archimedesi a syracusai király a monda szerint azzal bizta meg, állapítsa meg, hogy az aranyművesek a javításra átadott arany királyi koronába nem keverték-e más fémeket javítás közben. E kérdés vezette Archimedesi a fenti törvény megállapítására. Állítólag mikor a felvetett kérdést megoldotta, ezzel a kiáltással szaladt a királyhoz: *heuréka, megtaláltam*.

Ha a test súlya a levegőben  $p$ , a vele egyenlő térfogatú víz súlya  $q$ , akkor e két érték különbsége

$$p - q$$

dönti el a testnek a folyadékban való viselkedését.

$$\text{Ha } p - q > 0, \quad p > q$$

akkor a test a folyadék fenekére száll. Ha

$$p - q = 0, \quad p = q$$

akkor a test bárhol lebeg a vízben, sem a felszínre nem jön fel, sem a fenékre nem száll alá. Végül ha

$$p - q < 0, \quad p < q$$

azaz a különbség negatív, akkor a test a víz felszínére emelkedik s a vízen úszva, oly helyzetben jön nyugalomba, melynél  $p - q = 0$ . Ilyenkor a vízben lévő rész térfogatának megfelelő víz súlya ugyanakkora, mint a test súlya. Ez az úszás jelensége. Úszáskor tehát a testnek akkora része merül a vízbe, amekkora résszel egyenlő térfogatú víz ugyanolyan súlyú, mint az egész test. Ez csak akkor lehetséges, ha az illető test egy-egy térfogatú tömegének a súlya, röviden a test *fajsúlyú* a víz fajsúlyánál kisebb. Az úszás feltételét tehát így is fogalmazhatjuk: ha egy test fajsúlyja kisebb, mint 1 (t. i. mint a víz fajsúlyja), akkor úszik a vízen s annyi része merül a víz alá, hogy e résszel egyenlő térfogatú víznek a súlya ugyanannyi, mint az egész test súlya. Ha a test fajsúlyja 1 (ugyanannyi, mint a vízé), akkor a test a vízben bárhol lebeg. Ha pedig a test fajsúlyja nagyobb mint 1, akkor alámerül a vízben.

Teljesen azonosak a viszonyok más folyadékoknál is, csak ekkor az illető folyadék fajsúlyát kell az összehasonlításnál alapul venni. A higany fajsúlyja  $13.5 \text{ gr cm}^{-3}$ , a vasé csak  $7.5 \text{ gr cm}^{-3}$ , tehát a vas úszik a higanyon.

Az alámerülés, a lebegés és az úszás eseteit könnyen elő lehet állítani tiszta, illetve sós vízbe helyezett tojással. A tiszta vízben a jó tojás alámerül, kevés só oldatában lebeg, sok só oldatában pedig úszik a felszínen.

### A fajsúly és a sűrűség meghatározása Archimedes törvénye alapján.

Az archimedesi törvényen alapszik sok esetben a faj-súlymeghatározás. A fajsúly az egy  $\text{cm}^3$  anyag súlya. Tehát ha  $v$  térfogat súlya  $Q$ , az  $s$  fajsúly

$$s = \frac{Q}{v}$$

Ha a 4 Celsius fokú tiszta vízben a test súlya  $q$ , a  $Q - q$  súlyvesztés mértékszáma Archimedes szerint annyi, mint a test térfogata:  $Q - q = v$ , tehát

$$s = \frac{Q}{Q - q}$$

Folyadék fajsúlyát pedig úgy kapjuk meg, ha egy tetszőszerinti test súlyvesztését ( $Q - q$ ) meghatározzuk a vízre és a kérdéses folyadékra nézve. Ez esetben a folyadék fajsúly

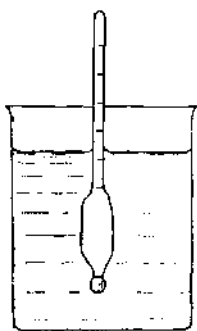
$$s = \frac{Q - q \text{ folyadék}}{Q - q \text{ víz}}$$

A fajsúly meghatározása megadja a térfogategységben lévő tömeg nagyságát, vagyis a sűrűség számértékét is. A sűrűség ugyanis

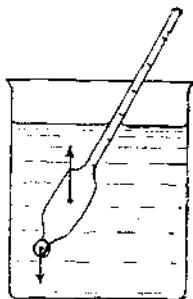
$$d = \frac{m}{v} = \frac{mg}{v \cdot g} = \frac{Q}{v \cdot g} = \frac{s}{g}$$

Ugyanaz a test Archimedes törvénye alapján a ritkább folyadékban jobban, a sűrűbb folyadékban pedig kevésbé merül le úszás közben. Ezen alapszanak a folyadékok legkülön-

bözőbb sűrűségmérői, az areométerek (297. kép). Mivel az egyes folyadékok sűrűsége a bennük feloldott anyagoktól függ, az ily sűrűségmérők sokszor úgy vannak be rendezve, hogy mindjárt megadják pl. a tej zsírtartalmát, a must cukortartalmát,



297. kép. Sűrűségmérő.



298. kép. A sűrűségmérő az alkohol és víz keverékében úszás közben biztos egyensúlyban van.

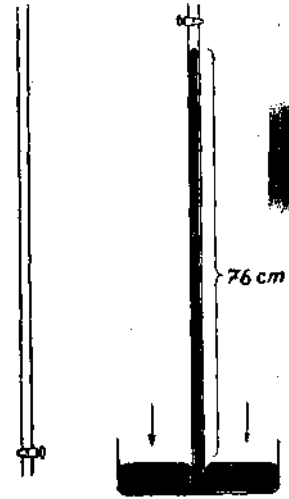
Az ilyen sűrűségmérőknél fontos, hogy a 297. kép szerint függőlegesen a vízben, ne pedig eldőlve, a víz felszínén ússzanak. Úszás közben a nehézségi erő és a felhajtó erő egyenlők és ellenkező irányúak, tehát erőpárt alkotnak. Akkor lesz az úszás biztos, ha a belemerült test súlypontja a kiszorított víz elképzelt súlypontja alatt van. Ilyen esetben a kibillentett úszó test visszatér eredeti helyzetébe (298. kép). Úszása biztos egyensúlyú. Gyakorlatilag ezt úgy valósítják meg, hogy az areonéter aljára sörétet vagy higanyt tesznek. Az úszás biztosságának a hajóknál van különösen nagy jelentősége.

### Torricelli kísérlete és a légnyomás.

A levegő rétegei is egymásra nehezednek és nyomást gyakorolnak a felsőbb rétegek az alsókra. *Torricelli* (1808—1647) olasz fizikus, Galilei tanítványa volt az első, aki ezt a nyomást nemcsak kimutatta, hanem pontosan meg is határozta a róla elnevezett következő kísérlettel.

Egyik végén csappal elzárható 30 cm-es üvegcsövet töltünk meg higannyal. A nyitott végét befogva fordítsuk meg a csövet és állítsuk bele egy higanyt tartalmazó tálba. A nyitott végét elzáró ujjunkat csak a tálban, a higany felszíne alatt vegyük el. Azt tapasztaljuk, hogy a higany nem száll alá a csőben, hanem az edényben lévő higany felszínétől számítva 76 cm magasságig megmarad (299. kép).

Az akkori fizikai ismeretek szerint ezt a rendkívül meglepő jelenséget mindjárt *Torricelli* helyesen értelmezte. A higany azért marad meg a csőben 76 cm magasságban, mert a külső levegő ennek megfelelő erővel nyomja a tálban lévő higany szabad felszínét. A cső felső végén lévő tér, mivel oda a levegő nem juthatott, *légüres tér*. (*Torricelli-féle űr*.) Ez feltűnő ellentétben állott az akkori fizika egyik alapvető törvényével, amely szerint üres tér nem keletkezik, mert a természet — miként akkor mondták — irtózik az ürességtől. (*Horror vacui*.)



299. kép. Torricelli kísérlete

Ha a felső csapot óvatosan kinyitjuk, s hirtelen ismét bezárjuk, igazolva látjuk *Torricelli* felfogásának a helyességét. Mihelyt levegő jut a higany feletti térbe, a csőben lévő higanyoszlop alább száll s ha a csapot egészen kinyitjuk, a csőben is olyan alacsony lesz a higany felszíne, mint az edény többi részében.

Legyen a cső keresztmetszete  $q \text{ cm}^2$ , akkor a  $q$  nagyságú felületre a csőben lévő  $s$  fajsúlyú higany a szabad felszín magasságában  $q \cdot 76 \cdot s$  nyomó erővel hat. Az  $1 \text{ cm}^2$ -re ható erő, vagyis a nyomás  $76 \cdot s = 76 \cdot 13.596 = 1033.3 \text{ gr}$  súlya kereken  $1 \text{ kg}$ -súly. Ezt a nyomást nevezik *egy atmoszféra* nyomásnak.

Mivel a víz fajsúlya 13.5-ször kisebb mint a higanyé, vízzel *Torricelli* kísérletét csak akkor lehet megcsinálni, ha 13.5-ször hosszabb csövet használunk, mert a vízoszlop csak 13.5-ször nagyobb magasság mellett fejt ki akkora nyomást, mint a higany. Tehát *Torricelli* kísérletét vízzel csak egy 10 méternél hosszabb csővel lehet megcsinálni.

Az 1 atmoszféra nyomás rendkívül nagy. Egy 120 cm hosszú, 80 cm széles asztal lapjára  $120 \cdot 80 = 9600$  kgs, vagyis 96 métermázsa. Hatása csak azért nem tűnik fel, mert minden oldalról s alulról felfelé is érvényesül a nyomás egyenletes terjedése következtében. Olyankor azonban, amikor a nyomás csak egyoldalúan, vagy legalább is az egyik oldalon nagyobb mértékben érvényesül, azonnal érezhető a hatása. Tegyük pl. egy rajzlap alá az asztal szélénél kiálló vékony fapálcát



300. kép Kísérlet a légnyomás kimutatására.

(hurkapálcát) s üssünk egy kalapáccsal hirtelen rá a pálcá kiálló végére (300. kép). A pálcá eltörik a nélkül, hogy a papírlap felbillenne. A jelenséget a papírra gyakorolt légnyomás teszi lehetővé. Ha a rajzlap 30

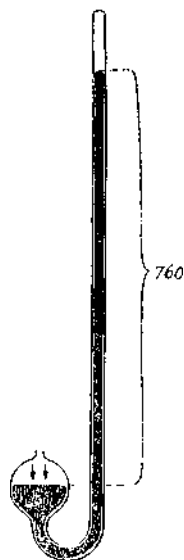
cm széles és 40 cm hosszú, akkor a rá gyakorolt légnyomás 30.40—1200 kgs. Ha a papírt lassan emelnők fel, pl. lenyomva a pálcá kiálló végét, akkor a papír alá tóduló levegő nyomása ezt a 12 mázsa nyomást ellensúlyozza. Ha azonban olyan hirtelen akarjuk felbillenteni, hogy a levegőnek nincs ideje a papír alá tódulni, akkor a nyomás egyoldalúan felülről hatva leszorítja a papírlapot s a pálcá eltörik anélkül, hogy a papírlap érdemlegesen elmozdulna.

### A légnyomás mérése és változásai.

A légnyomás mérésére szolgáló eszközöket *légsúlymérőeknek*, *barométereknek* nevezzük. Legegyszerűbb alakjuk rövidebb végén gömbben kiszélesedő, hosszabb végén zárt közlekedő cső, higannyal töltve. Ez a *körtés barométer* (301. kép). Készítettek olyan barométereket is, amelyeknél egy üres fémdoboz külső felületére ható légnyomás a doboz egyik hajlékony oldal-lapját benyomja. Az így keletkező behorpadás egy mutató forgására van áttéve s azon nagyítva figyelhető meg. Ezek a *száraz*, vagy *aneroid légsúlymérők*. Bár nem pontosak, de nagyon könnyen szállíthatók s ezért igen elterjedtek (302. kép).

Különböző helyeken és időben megfigyelve a légnyomást, a következőket állapították meg:

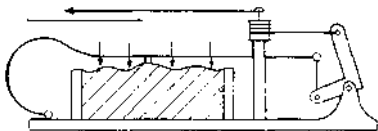
1. A légnyomás függ a levegő vízgőztartalmától s mivel a vízgőz nyomása kisebb, mint a levegőé, száraz időben nagy a légnyomás 760—780 mm, ha ellenben sok vízgőz van benne, akkor alacsony. Ezen alapszik a barométerek állásának változásából a várható csapadéokra



301. kép. Körtés légsúlymérő.

való következtetés. A csapadék képződése azonban még más tényezőktől is függ.

2. Magasabb levegőrétegekben, pl. hegyeken, tornyokon, a légnyomás kisebb, mert a barométer alatti rétegek nyomása már nem érvényesül. A Föld felszínétől nem nagy távolságban 10 méteres emelkedésnek 1 mm csökkenés felel meg. Erről



302. kép. Aneroid légsúlymérő vázlatja.

meggyőződhetünk, ha egy barométert a föld színéről három emelet magasságra felviszünk. Ennek alapján a barométerek magasságmérésre is használhatók. Különböző magasságú helyek összehasonlításakor a légnyomásokat a tengerszintre számítják át.

3. Függ továbbá a légnyomás a földrajzi szélességtől is, mert a földrajzi szélességgel változik a testek súlya s így a barométerekben lévő higanynak a súlya is. Különböző szélességű helyek légnyomásait összehasonlítás előtt a 45° szélességre számítják át.

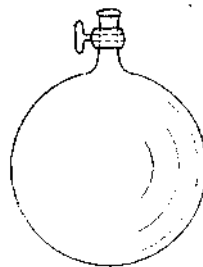
A légnyomás állandó megfigyelésének a megkönnyítésén; készítettek olyan barométereket, amelyek egy óramű által forgatott hengerre szerelt koordinátarendszerbe automatikusai belerajzolják a légnyomás nagyságát. Erről aztán könnyen leolvashatók a légnyomás hosszabb idő alatt előállott változásai. Ezeket a szerkezeteket *barográfoknak* hívjuk.

### A levegő súlya és tömege.

A lebegő csak azért képes nyomást kifejteni, mert anyagi mivoltának megfelelően tömege és ennek megfelelő súlya van. Számszerűleg is kitűnik ez a következő kísérletből. Egy jókora üveggömböt a benne lévő levegővel együtt pontosan mérjük meg. A gömbből a levegőt kiszivattyúzva és újra megmérve, könnyebbnek fogjuk találni. A súlyvesztés elosztva a térfogattal adja a levegő térfogategységének a súlyát.

$$Q - q = 1.29 \text{ gr. súly literenkint}$$

Egy liter 1 atmoszféra nyomású levegő súlya tehát 1.29 gr. Egy m<sup>3</sup>-é pedig 1290 gr. Kerekén egy és egyharmad kilogramm. A 4 m széles, 5 m hosszú és 4 m magas szobában lévő levegő 103 kg. Tehát egy közepes szobában egy méter-mázsa levegő van.

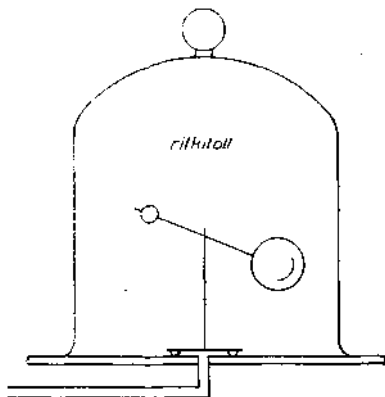
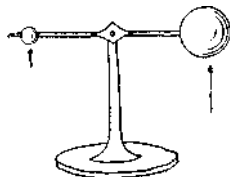


303. kép. Üveggömb a levegő súlyának megállapításához.

### Felhajtó erő a levegőben-

A levegőben lebegő színes gömbökkel futkározó gyermek játéka mutatja, hogy nemcsak a folyadékokban, hanem a levegőben (általában a légnemű testekben) is van felhajtó erő.

Egy kis mérleg egyik karjára egy kisebb, másikra egy nagy gömbalakú testet kiegyensúlyozva helyezünk el. Ha ezt a *dasymeternek* nevezett mérleget légritkított térbe tesszük, az egyensúly felbillen és a nagyobb térfogatú gömb nehezebb lesz, mint a kicsi (304. kép). A jelenség ugyanaz, mint a folyadékok tárgyalásakor említett hasonló kísérleté. Rendes légkörben mindkét gömbre hat a felhajtó erő. A nagyobb térfogatú testre nagyobb, a kisebb térfogatúra kisebb. Az egyen-



304. kép Különböző nagyságú testek egyensúlya légritkított térben megszűnik.

súly e felhajtó erők mellett áll elő, tehát oly módon, hogy a nem egészen egyenlő súlyú két test csak a felhajtó erők hatására jön egyensúlyba. Ha a levegő eltávolításával a felhajtó erők megszűnnek, az egyensúly felborul, s a nagyobb térfogatú gömb nehezebb lesz.

Ez a kísérlet igazolja, hogy a levegőben fellépő felhajtó erő a testek térfogatától függ. Pontos mérések szerint Archimedes törvényének megfelelően a levegő felhajtó ereje is egyenlő a testtel egyenlő térfogatú levegő súlyával.

Ha a testek igazi súlyát akarjuk meghatározni, ezt légüres térben kell megtenni, mert a levegőben a felhajtó erő a súlyt annival kisebbíti, amennyi a testtel egyenlő térfogatú levegő súlya. Ha a test térfogata  $v$  köbdeciméter, súlya a levegőben  $q$  gramm, légüres térben pedig  $Q$  gramm, akkor

$$q = Q - 1.29 v, \quad \text{innen} \quad Q = q + 1.29 v$$

A valódi súly tehát mindig nagyobb, mint a levegőben mért súly.

Ha  $Q < 1.29 v$ , akkor  $q$  negatív érték, tehát a test a levegőben felemelkedik. Ezen alapszik a *légelhajózás*. Meleg levegővel, vagy a levegőnél könnyebb gázzal megtöltött nagy gömböknél ez a felhajtó erő igen nagy lehet. A léggömb nemcsak maga, hanem jelentékeny megterheléssel együtt is a levegőbe

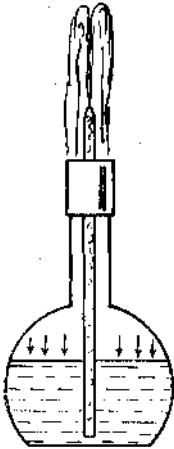
emelkedik. Pl. 1 liter levegő 1.29 gr, 1 liter hélium 0.182 gr, 1 m<sup>3</sup> héliumnál, melynek súlya. 182 gr, a felhajtó erő 1290 gr-súlynak megfelelő erő, tehát az 1 m<sup>3</sup> héliumnak a súlya a levegőben — 1108 gr. Vagyis 1 kg-mal megterhelve, még mindig felfelé emelkedik.

Légnyomáson alapuló eszközök.

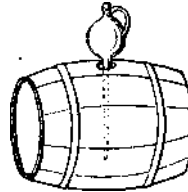
#### A Heron-labda és a lopó.

A *Heron-labda*\* félig vízzel, félig sűrített levegővel megtöltött edény, amelynek dugóján át egy cső nyúlik a folyadékba (305. kép). A belső levegő megsűrítését egyszerű belefúvással megvalósíthatjuk. A belső nagyobb nyomás hatása alatt a víz felszökő sugár alakjában jön ki a csövön az edényből. A szódavizes üveg elvileg ilyen Heron-labda (305. kép).

A *lopó* szélesebb üvegedény, melynek egyik oldalán hosszabb, másikon rövidebb üvegcső van. A hosszút a folyadékba eresztve, a rövidet megszíva és ez által a lopóban lévő levegőt megritkítva, a külső, nagyobb nyomás a folyadékot, pl. a hordóban lévő bort, felszorítja lopó felső részébe. (306. kép).



305. kép. Heron labda.

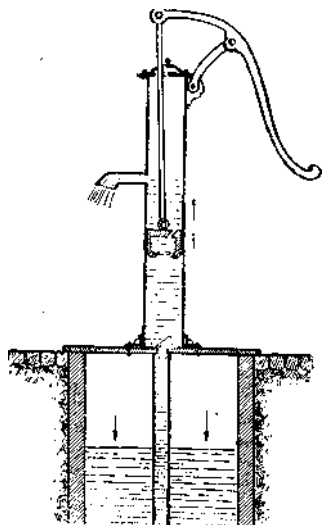


306. kép. A lopó.

#### A közönséges szívókút.

Egy hengerből áll, amelyben dugó mozog fel s alá. A henger alsó része egy csőben folytatódik, mely leér a kút vizébe. A dugattyú felemeléskor a külső légnyomás feltolja a vizet a hengerbe. A dugattyú letolása alkalmával a henger alján lévő szelep bezáródik s a dugattyúban lévő szelep kinyílik s így a víz nem tud visszajutni a kútba, hanem átmegy a dugattyún. A dugattyú legközelebbi felemelésénél a benne lévő szelep záródik s a henger alján lévő kinyílik. A dugó a felette lévő vizet felemeli a kifolyó csőig s egyidejűleg a külső légnyomás újabb vízmennyiséget szorít fel. Az ilyen kúttal a vizet csak 10 méter magasra lehet felhúzni, mert

\* *Heron* Kr. e. a második században, Alexandriában élt mérnök.

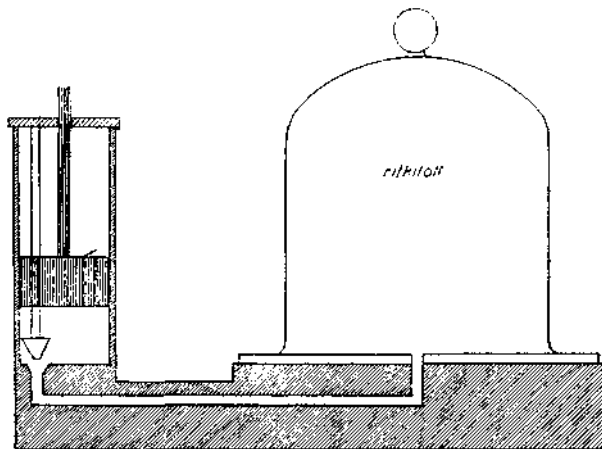


307. kép. A szívókút szerkezete,

a levegő külső nyomásának. 10 méter magas vízoszlop nyomása felel meg. Nagyobb magasságnál a szívókúthoz egy *Heron-labdát* szerelnek. Ilyenkor a kút dugattyújában nincs szelep s a hengeren nincs kifolyó cső. A dugattyú leszorításakor a hengerben lévő víz egy szeleppel ellátott oldalcsövön egy Heron-labdába jut és az abban összeszorított levegő nyomása nyomja fel a vizet a nagyobb magasságba.

### A légszivattyú és a légsűrítő.

A *légszivattyú* elvileg olyan berendezés, mint a szívókút. Az itt köpűnek nevezett henger dugattyúja szintén átfúrt s benne van egy kifelé nyíló szelep. A dugattyú felemelésekor ez a szelep bezáródik s a köpű alján lévő kinyílik s a köpűbe tódul annak a térnek a levegője, amelyből a levegőt ki akarjuk szivattyúzni. A dugattyú letolásakor az alsó

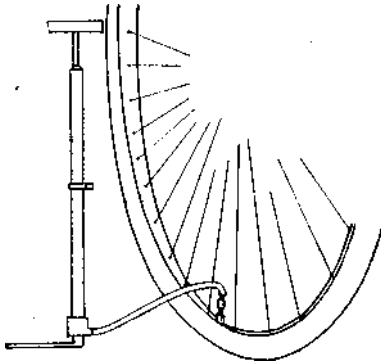


308. kép. A légszivattyú metszete vázlatosan.

szelep záródik s a felső kinyílik. A hengerben lévő levegő nem tud visszamenni, hanem eltávozik a dugattyú szelepén keresztül.

A *légsűrítő* éppen ellenkezően működik. A dugattyúban nincs szelep, a henger alján lévő és kifelé nyíló szelepen át a levegő beleszorul abba a térbe, ahol sűríteni akarunk. A dugattyú felemelésekor az alsó szelep bezárul, az oldalt fent





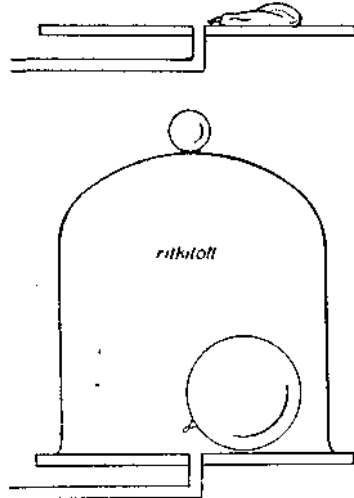
309. kép. Légsűrítő.

lévő nyíláson az új levegő a hengerbe tódul. Ilyen légsűrítő legegyszerűbb alakja a kerékpárnál használatos. Itt azonban az alsó szelep nem a légsűrítőbe, hanem a kerékpár tömlőjébe van beszerelve.

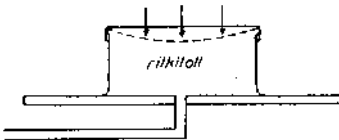
Ha két végén nyitott hengert egyik oldalán bekötünk hártyapapírral és a hengert nyitott végével ráteesszük a légszivattyú tányérjára, a levegő kiszivattyúzásakor a külső légnyomás beszakítja a papírost (310. kép).

A kevés levegővel töltött laza, de elzárt gumigömb megfeszül, ha a körülötte lévő levegőt megritkítjuk. A belső levegő nyomása ugyanis kezdetben egy atmoszféra. A megritkított külső levegőé ennél kisebb, tehát a belső levegő megfeszíti, esetleg el is repesztí a gumigömböt (311. kép).

Két egymásra illő félgömböt összetéve és a belsejéből a levegőt kiszivattyúzva a külső légnyomást oly szorosan összetartja az egymásra tett félgömböket, hogy még nagy erővel sem lehet azokat szétválasztani (312. kép). Ezt a kísérletet először Guericke Ottó, Magdeburg tudós polgármestere (1602–1668) végezte el és nagy látványossággá mutatta be. A fél-

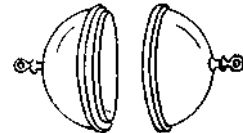


311. kép. A nagyobb belső légnyomás kimutatása.



310. kép. A nagyobb külső légnyomás kimutatása.

gömbök elé lovakat fogott, s még ezek sem tudták a gömböket szétválasztani. Levegőt bocsátva azonban a félgömbök közé, maguktól is széthullottak. Innen ered a még ma is használatos elnevezés: magdeburgi félgömbök.

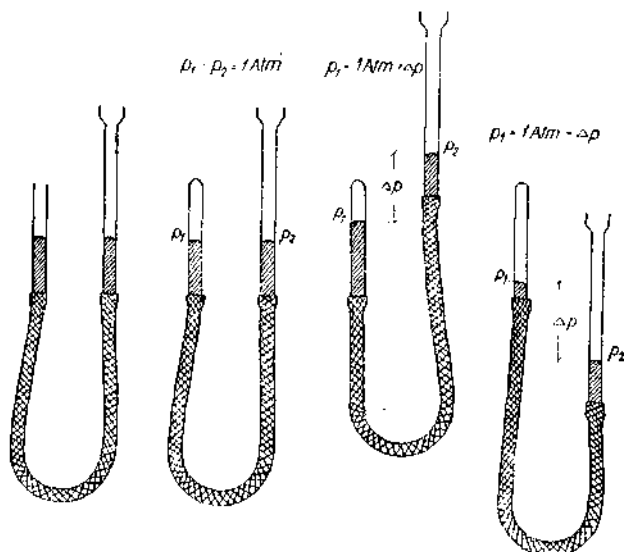


312. kép. Magdeburgi félgömbök.

### 34. Boyle—Mariotte-törvény.

#### A törvény kísérleti megállapítása.

Vegyünk egy olyan közlekedő csövet, amelynek alsó összekötő része gumicső (313. kép). A végek üvegcsövek legyenek. Töltsük meg higannyal. A higany a közlekedő edények törvénye szerint egyenlő magasan fog állni a két szárban. Az egyik oldalon zárjuk el a csövet, de úgy, hogy a higany fölött 8 cm magasan levegőoszlop maradjon.



313. kép. A Boyle—Mariotte-törvény kísérleti felállítása.

Ez a levegő 1 atmoszféra nyomás alatt áll, ami Torricelli kísérlete szerint 76 Hg cm nyomásával egyenlő. A légnyomás ingadozása miatt a kísérlet alatt többször leolvassuk egy higanyos barométeren a külső légnyomást. Ha kísérletünknel a levegőoszlop lezárása után a másik (nyitott) csövet feljebb emeljük, a bezárt levegő összenyomódik, mert nemcsak a külső légnyomás hat rá, hanem a két szárban lévő higanyoszlopok magasságkülönbségének megfelelő nyomás is. Ha pl. a nyitott csőben 20 cm-rel áll magasabban a higany, mint a csukott szárban, akkor az elzárt levegő nyomása 1 Atm + 20 cm magas higanyoszlop nyomásával egyenlő (96 Hg cm). Ellenkező esetben, ha a nyitott csövet leeresztjük, akkor a zárt csőben áll magasabban a higany és így az 1 Atm külső nyomással az elzárt levegő nyomása és akkora higanyoszlopnak a nyomása tart egyensúlyt, amennyivel magasabban áll a higany a zárt, mint a nyitott csőben. Ha ilyenkor a két higanyoszlop magasságának különbsége pl. 15 cm, akkor a bezárt levegő nyomása 1 Atm – 15 cm = 61 Hg cm.

Ilyen mérések sorozata az alábbi eredményt adja:

Barométeren leol- vasott légnyomás	Felszín különbség	Elzárt levegő nyomása	Elzárt levegőosz- lop magassága
Hg cm	cm	Hg cm	cm
76	0	$76 + 0 = 76$	8
76	+14	$76 + 14 = 90$	6.8
76	+20	$76 + 20 = 96$	6.2
76	+35	$76 + 35 = 111$	5.2
76	+50	$76 + 50 = 126$	5
76	+63	$76 + 63 = 139$	4.4
76	+76	$76 + 76 = 152$	4
76	+90	$76 + 90 = 166$	3.5
76	—10	$76 - 10 = 66$	9
76	—25	$76 - 25 = 51$	12
76	—40	$76 - 40 = 36$	17
76	—55	$76 - 55 = 21$	30

Rajzoljunk jelenségvonalat, amely kifejezi, hogyan függ a levegőoszlop magassága a nyomástól. A jelenségvonal szerint (314. kép) a nyomás és a magasság fordítva arányos,

$$p = \frac{c}{h}$$

Megszorozva a jobboldalon lévő tört számlálóját és nevezőjét a keresztmetszettel,

$$p = \frac{c}{v}$$

A nyomás tehát fordítva arányos a térfogattal.

Ezt az összefüggést, amelyet Boyle-Mariotte\*-törvénynek nevezünk, így is kifejezhetjük: a nyomás és a térfogat szorzata egy adott gázmennyiségre állandó mindaddig, amíg a hőmérséklet nem változik.

$$p \cdot v = \text{constans}$$

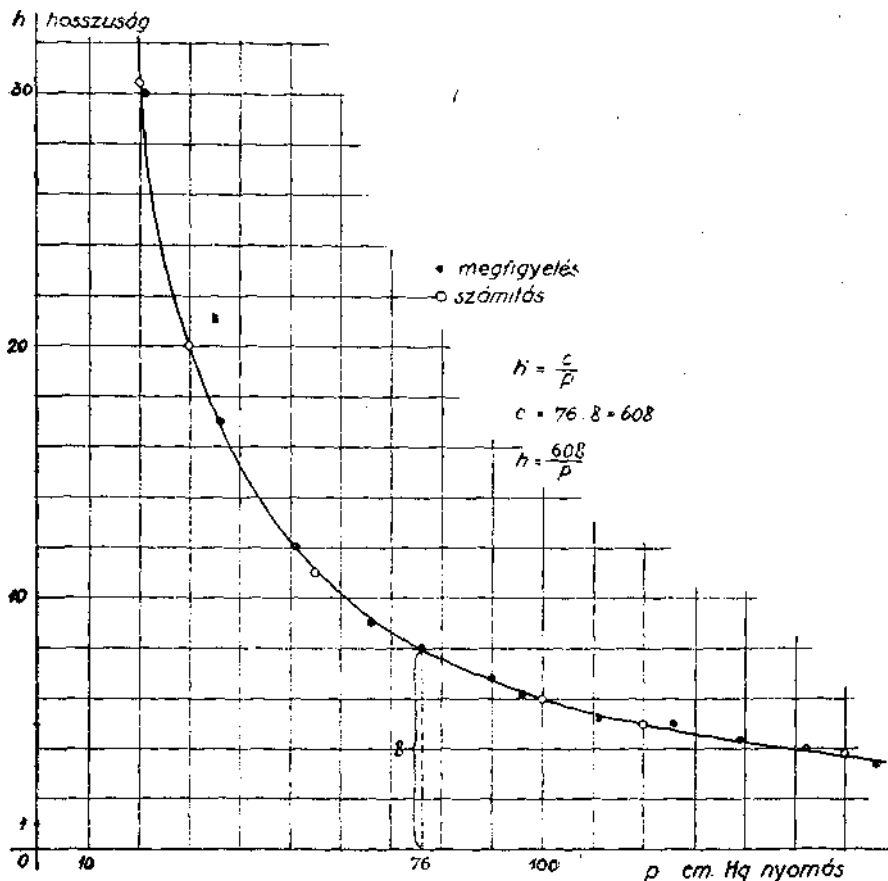
Ha tehát ugyanazon hőmérséklet mellett a gáz  $p_1$  nyomás alatt  $v_1$  térfogatú,  $p_2$  nyomás mellett pedig  $v_2$  a térfogata, akkor

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2$$

A szorzat ugyanezt az értéket veszi fel akármilyen más összetartozó  $p$  és  $v$  értékekre nézve.

Már a fenti szövegezésbe belevettük a hőmérséklet állandóságát, mint a törvény érvényességének feltételét. A hőtanban fogjuk megvizsgálni, vajon ez a szorzat a hőmérséklet megváltozásakor is állandó marad-e? Ha esetleg megváltozik, akkor keresni fogjuk, miként függ e szorzat értéke a hőmérséklettől.

\* Boyle Róbert (1627—1691) angol fizikus. Mariotte Edme (1620—1687) francia fizikus, aki arról is nevezetes, hogy ő vette észre először a szemben a vakfoltot.

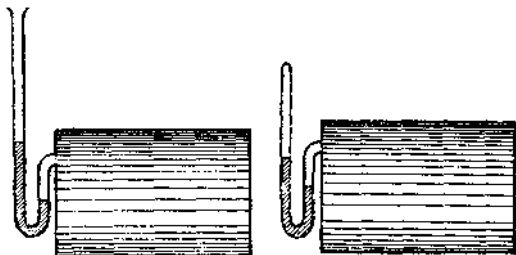


314. kép. A nyomás és térfogat összefüggését kifejező ielenségvonal.

### Alkalmazás a manométernél.

Azokat a szerkezeteket, amelyek adott zárt térben lévő gáz nyomásának meghatározására szolgálnak, *manométereknek* nevezzük. Legegyszerűbb alakjuk a nyílt manométer. Ez higannyal, kis nyomásuaknál esetleg vízzel részben megtöltött közlekedő cső, melynek egyik vége a nyomás szempontjából megméréndő térrel, a másik a szabad levegővel érintkezik. A keresett nyomást megkapjuk a barométer állásából és a manométer két csövében mutatkozó felszínkülönbségből. E különbségnek megfelelő nyomást a külső légnyomáshoz hozzáadjuk, ha a nyitott csőben áll magasan a higany. Ellenkező esetben levonjuk. Ennek a berendezésnek az a hátránya, hogy már 2 atmoszféra nyomásnál közel 1 méteres, higannyal töltött csövet kell alkalmazni, ami nem kényelmes. A hosszú cső könnyen eltörik. Ezért célszerűbb a zárt mano-

méter használata. Ez is közlekedő cső, amelynek egyik szára a megméréndő térbe vezet, a másik pedig le van zárva. A zárt csőben a higany felett meghatározott térfogatú levegő van. A nyomás a levegő térfogatával, illetve egyenlő keresztmetszetet tételezve fel, annak hosszúságával fordítva arányos.



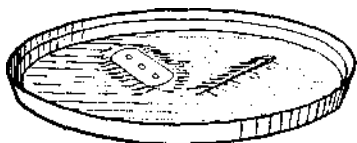
315. kép. Nyitott és zárt manométer.

Egyenlő higanynívók mellett a bezárt levegő nyomása 1 Atm. Ha bezárt levegő ennek a térfogatnak a felére csökken, (félakkora hosszúságra szorul össze), akkor a megméréndő nyomás 2 Atm.

### 35. Kapilláris jelenségek, felületi feszültség.

#### Alapkísérlet és annak magyarázata.

Ha egy tálban lévő nyugvó víz felszínére óvatosan ráhelyezünk hosszában egy varrótűt, lapjával egy zsilettpengét,



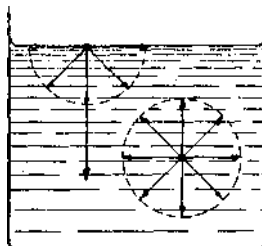
316. kép. Felületi feszültség.

meglepődve tapasztaljuk, hogy bár az acél fajsúlya közel 7-szer akkora, mint a vízé, a tű, illetve a zsilettpenge nem merül el (316. kép). Közelebbről megfigyelve úgy tűnik fel, mintha egy hártyafelület vonná be a vizet, amely behorpad

ugyan a víznél nehezebb tárgyak alatt, de nem szakad át mindaddig, amíg a tű hegyével, vagy a zsilett élével át nem szakítja ezt a hártyaszerű felületet.

Ezt a jelenséget, mely szerint a folyadék felületén lévő részek jobban összetartóknak mutatkoznak, mint a folyadék belsejében lévők, *felületi feszültségnek* nevezzük.

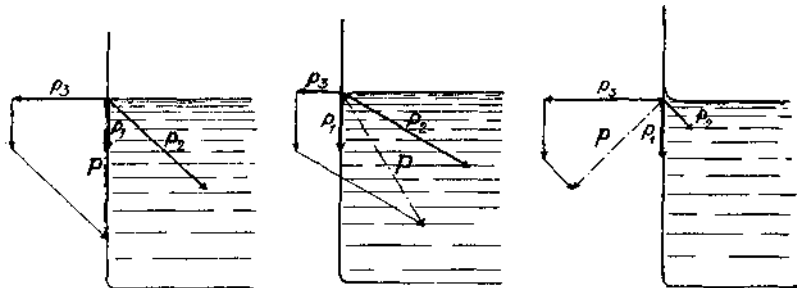
A jelenség elméletileg így magyarázható<sup>1</sup>. A víz egyes legkisebb részeire, a molekuláira a környező molekulák vonzólag hatnak. A folyadék belsejében ezek a hatások minden oldalról egyenlő erővel lépnek fel és egymást ellensúlyozzák. A felületen, vagy ahhoz közel lévő molekuláknál azonban ezeknek az eredője nem zérus, hanem a folyadék belsejébe irányuló s a felületre merőleges erő. Ennek az eredő erőnek megnyilatkozása a felületi feszültség.



317. kép. A felületi feszültség magyarázata.

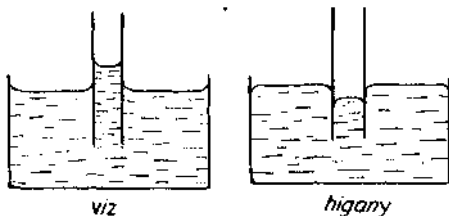
### A felületi feszültség egyéb megnyilatkozásai.

Ugyanilyen erők hatására alakul ki a folyadék felszíne az edény falánál. Az edény szélén lévő molekulákra három



318. kép. A felület alakulása az edény Salánál.

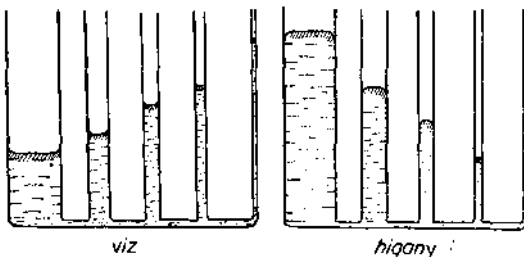
erő hat: a molekula súlya (318. képen  $p_1$ , a folyadék részecskéinek vonzása, az összetartás  $p_2$ , és az edény falát alkotó részecskék vonzása, a tapadás,  $p_3$ . E három erő eredőjének iránya dönti el a felszín alakulását az edény fala mellett, mert a felszínnek az eredőre merőlegesen kell állani, különben nem lehet a folyadék nyugalomban. Ha az eredő függőleges, a felszín az edény falára merőleges, ha az eredő iránya a folyadék belsejébe mutat, a fal melletti felszín domború, ha pedig az eredő iránya az edénytől kifelé mutat, a felszín homorú.



319. kép. A felület alakulása hajszálcsövekben.

szín helyzete is. Homorú felületnél magasabb, domborúnál alacsonyabb lesz, mint a külső széles edényben kialakuló megfelelő felszín. Ez az emelkedés, illetve leszorulás annál nagyobb, minél vékonyabb a hajszálcső (319. és 320. kép).

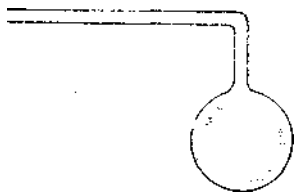
A mindennapi életben és az élő szervezetek életében igen nagy szerepe van a hajszálcsöveségnek. Ennek alapján szívódik fel vékony csatornában a folyadék a növényi és



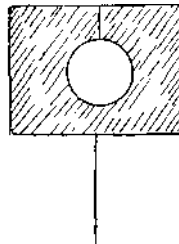
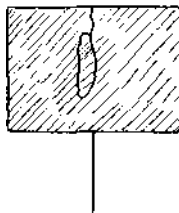
320. kép. A felület alakulása vékonyodó csősorozatban.

állati szervezetben. Ezen alapszik a lámpabél szerepe, az itatós-papír használata, a kávéba mártott kockacukor felszívó hatása.

Különösen szépen mutatkozik a felületi feszültség a szappanbuboréknál, ahol maga a folyadék-réteg igen vékony s így a két felület igen közel van egymáshoz. A magára hagyott buborék összehúzódik, annak jeléül, hogy a felületi feszültség hatása alatt a folyadék a lehető legkisebb felületet veszi fel (321. kép).



321. kép. A szappanbuboréknál is érvényesül a felületi feszültség.



322. kép. Vékony síkhártya felületi feszültsége.

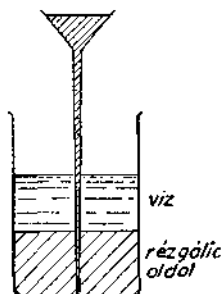
Ugyanez a jelenség figyelhető meg, ha egy drótkeretbe elhelyezünk egy zárt célnaszálat és szappanoldatba mártjuk. Kiemelve az oldatból, a 322. képen látható első alakzatot kapjuk. Ha azonban a zárt fonalon belül átszúrjuk a hárttyát, a második alak lép fel. A felületi feszültség hatása alatt a célnaszál kör alakúvá feszül ki.

A felületi feszültség hatása folytán érdekes alakzatok adódnak, ha összetettebb drótvázakat, pl. szögletes testek élleinek megfelelő drótvázakat, mártunk szappanoldatba

## 36. Diffúzió és ozmózis.

### A diffúzió bemutatása és leírása.

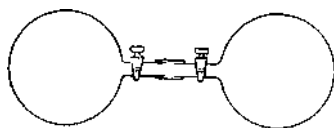
Az edény aljáig érő, nagyon vékony nyílású csövön át egy pohárban lévő víz alá lehet a rézgálicoldatot önteni anélkül,



323. kép. Folyadék diffúziójához

hogy a két folyadék összekeverednék. Ha azonban hosszabb ideig ezt a kettős folyadékréteget nyugodtan állni hagyjuk, a víz is kezd megszínesedni. A két folyadék részei tehát külső keverő hatás nélkül is egymásközé hatolnak (323. kép). Ezt a jelenséget nevezzük *diffúzió*nak. A jelenséget azzal magyarázzuk, hogy a folyadék oly láthatatlan kis részek, molekulák nagy halmazából áll, amelyek állandóan mozognak s közben egymás közé hatolva hozzák létre a keveredést.

Ugyanez a jelenség a gázaknál is tapasztalható. Ha két gömböt nem vegyülő két különböző gázzal töltünk meg és egy csővel kötünk össze, akkor idővel mindkét gömbben a két gáz keverékét fogjuk találni (324. kép). Az így előálló gázkeverék nyomása, mint általában minden gázkeveréké, egyenlő az, alkotórészek ama nyomásainak összegével, melyeket az egyes gázok ugyanabban a térben magukban kifejtenek. Ez a jelenség a gázok már említett molekuláris elmélete alapján ép úgy magyarázható, mint a folyadékok diffúziója.

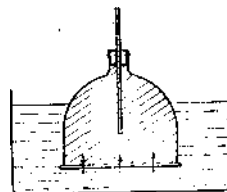


324. kép. Gázok diffúziója.

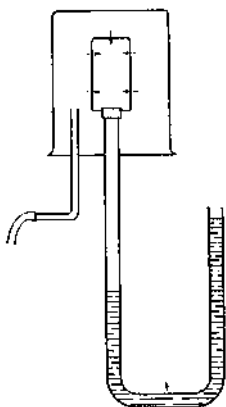
A diffúzió akkor is létre jön, ha a kétféle folyadékot valamely lyukacsos szerkezetű szilárd test választja el, amely az áramlásszerű keveredést ugyan megakadályozza, de a molekulák kicserélődését lehetővé teszi. Ez esetben a jelenséget ozmózisnak nevezzük.

### Az ozmózis jelenségének bemutatása és leírása.

Egy mindkét végén nyitott üveg-harang szélesebb oldalát állati hártyával zárjuk el s rézgálicoldatot öntünk bele. Az egészet egy vízzel telt edénybe tesszük és a harang szűkebb nyílásába dugóval egy csövet helyezünk (325. kép). Rövid idő múlva a csőben a folyadék felszínének emelkedését figyelhetjük meg, mert a víz ozmózis útján behatol a rézgálicoldatba.



325. kép. Folyadékok ozmózisa.



326. kép. Gázok ozmózisa.

A gázoknál is mutatkozik az ozmózis. Egy mázolatlan agyaghengerhez kapcsoljunk egy nyílt manométert, s borítsuk le egy nagyobb, nyílt végével lefelé néző üvegpohárral. Ha az üvegpohár alá a levegőnél könnyebb világító gázt bocsátunk, a manométer tanúsága szerint a hengerben megnövekszik a nyomás az ozmózis útján belekerült világítógáz révén.

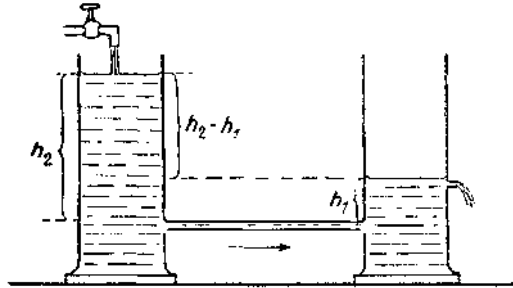
A diffúzió jelensége folyadékok és gázok között is fellép. Ilyenkor azt mondjuk, hogy a folyadék a gázt elnyeli. Ezért van a vízben mindig levegő, mely nyugodt állás közben kis buborékokban válik ki ismét a vízből.



### 37. Nyomás áramló folyadékokban és gázokban.

#### Alapkísérletek.

Ha két szélesebb edényből és egy összekötő keskeny csőből álló közlekedő edénybe vizet öntünk, az összekötő csőben a folyadék áramlani fog mindaddig, amíg a két szélesebb edény egyikében magasabban áll a víz, mint a másikban. Az áramlás iránya oda mutat, ahol a felszín alacsonyabban áll (327. kép).



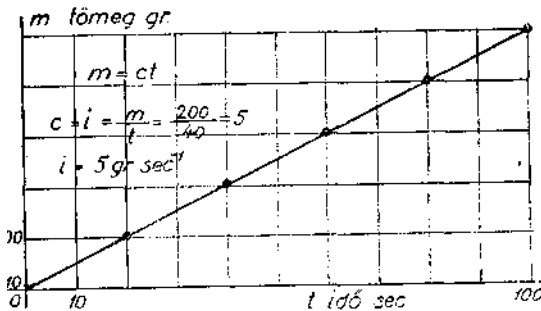
327. kép. Folyadékok áramlásának megfigyelése

Állandó magasságkülönbség mellett mérjük meg az átfolyó tömeg és az eltelt idő összetartozó értékeit és rajzoljuk meg a megfelelő jelenségvonalat (328. kép).

tömeg, $m$ gr:	100	200	300	400	500
idő, $t$ sec:	20	40	60	80	100

A kiömlő víz tömege az idővel egyenesen arányos, tehát  $m = c \cdot t$ , ahol  $c$  az időegység alatt az összekötő cső bármely keresztmetszetén áthaladó tömeget jelenti.

Az oly áramot, amelynél az időegység alatt nagy tömeg halad át a keresztmetszeten, erősnek nevezzük, ellenkező esetben az áram gyenge. Ennek alapján az *áramerősség mértéke a keresztmetszeten az időegység alatt áthaladó tömeg, aminek a nagyságát a  $c$  arányossági tényező adja meg.* A  $c$  arányossági tényezőt e tárgykörben *i* (intenzitás) betűvel szokták jelölni, tehát  $m = i \cdot t$ . Egységnyi erősségű ennek alapján az áram, amelynél a keresztmetszeten az időegység alatt a tömeg egység halad át. Az áramerősség egysége;  $1 \text{ gr. sec}^{-1}$ .



328. kép. Folyadékok áramlásának jelenségvonala.

Az olyan áramot, melynek erőssége állandó, *stacionárius*-nak nevezzük.

A  $h_1 - h_2 = h$  magasságkülönbség változtatásával az  $i$  erősségre más és más értékeket kapunk. Különböző  $h$  és  $i$  összetartozó értékeit lemérve és jelenségvonalat készítve, arra

az eredményre jutunk, hogy az  $i$  erősség a  $h$  magasságkülönbséggel egyenesen arányos. Ennek alapján

$$i = c \cdot h = c (h_2 - h_1)$$

vagy fordítva

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{c} \cdot i = C \cdot i$$

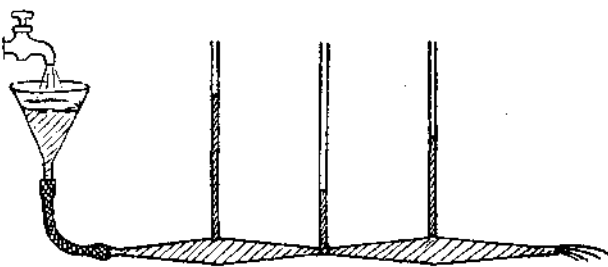
A felszínkülönbség egyenesen arányos az áramlás erősségével.

329. kép. Áramló folyadék nyomása a különböző helyeken nem egyenlő.

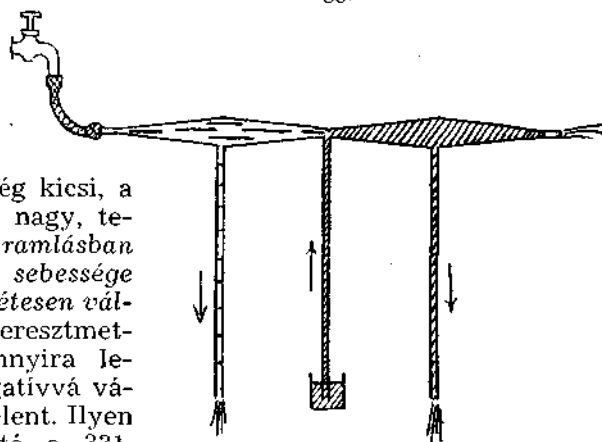
Ha az összekötő csövön egyenlő távolságokban függőleges irányban nyitott csöveket alkalmazunk, azt tapasztaljuk, hogy a nyomás az összekötő csőben a távolsággal fokozatosan csökken (329. kép). Áramló folyadékban tehát a különböző helyeken a folyadék nyomása más és más.

Vizsgáljuk most az áramló folyadék nyomását különböző keresztmetszetű cső mentén. A 330. képen látható kísérlet szerint, ahol a keresztmetszet nagy, ott a nyomás is nagy, ahol a keresztmetszet kisebb, ott a nyomás is kicsi. A nagy keresztmetszetnél azonban a sebesség kicsi, a kis keresztmetszetnél nagy, tehát a nyomás és az áramlásban résztvevő folyadék sebessége egyidejűleg, de ellentétesen változnak. Igen szűk keresztmetszetnél a nyomás annyira lecsökkenhet, hogy negatívvá válik, ami szívhatást jelent. Ilyen szívhatás kimutatható a 331. képen látható kísérlettel.

Hasonló viszonyok állanak fenn a gázok áramlásánál. Erről meggyőződhetünk, ha megfelelő helyeken manométerrel ellátott, változó keresztmetszetű csőbe befűvünk (332. kép). A kis keresztmetszetnél előálló nagy sebességnek megfelelő helyen kisebb a nyomás, mint a nagy keresztmetszetű



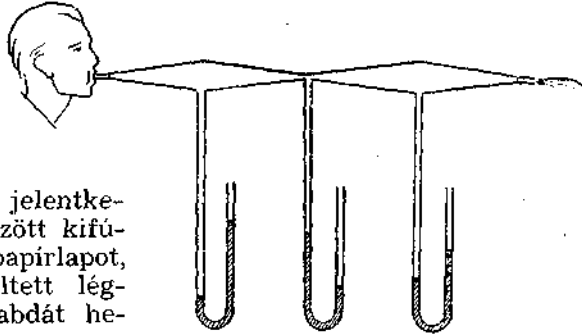
330. kép. Áramló folyadék nyomása a keresztmetszettől függ.



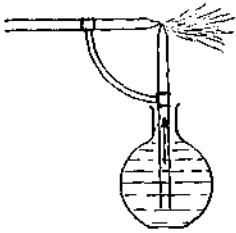
331. kép. Igen szűk keresztmetszetnél a nyomás negatív is lehet, ami szívóhatást jelent.

helyeken,, ahol a sebesség kicsi. Itt is lehet a nyomás negatív és felléphet szívó hatás, amit a 333. képen látható kísérlet mutat ki.

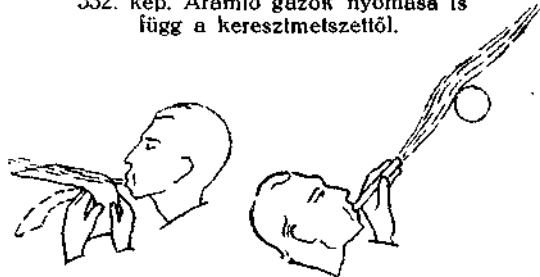
Ez a szívó hatás jelentkezik, ha az ajkaink között kifúvott légáramlás alá papírlapot, vagy egy csővel keltett légáram alá ping-ponglabdát helyezünk (334. kép).



332. kép. Áramló gázok nyomása is függ a keresztmetszettől.



333. kép. Áramló gázoknál is fellép nagyon szűk keresztmetszetenél a szívó hatás.



334. kép. Áramló levegő szívó hatásai

### Bernoulli tétele.

A mozgó folyadék, illetőleg gáz sebessége és nyomása közötti összefüggést *Bernoulli Dániel*\* állapította meg. Tételét az alábbi módon vezethetjük le az energia megmaradásának elvéből.

Legyen a folyadék  $m$  tömegű  $v$  térfogatú részének nyomása nyugvó állapotban, vagy mozgás közben egy vele együtt mozgó manométeren mérve  $p$ . Ez a folyadék abból kifolyólag, hogy  $v$  térfogatot foglal el és  $p$  nyomás alatt áll,  $p \cdot v$  nagyságú munkát képes végezni. Gondoljunk pl. arra, hogy egy  $F$  felületű dugattyút vízszintesen eltol  $s$  hosszúsággal. A végzett munka, mivel  $p \cdot F$  erő a saját irányába eső  $s$  úton hat,

$$p \cdot F \cdot s = p \cdot v \quad (335. \text{ kép}).$$

Ha ez az  $m$  tömeg  $u$  sebességgel mozog, akkor még  $\frac{1}{2} m \cdot u^2$  nagyságú mozgási energiája is van.

Végül, ha  $h$  magasságban van a föld felett,  $m \cdot g \cdot h$  helyzeti energiával is rendelkezik.



335. kép. A folyadék energiájának kiszámításához.

\* *Bernoulli Dániel* (1700–1782) német egyetemi tanár, egyik tagja annak a svájci eredetű híres Bernoulli-családnak, amely három nemzedékében igen sok neves matematikust és természettudóst mutat fel.

Az energia megmaradásának elve szerint e három fajta energia összegének stacionárius áramnál állandónak kell lenni, tehát

$$p \cdot v + m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = \text{constans}$$

Tegyük fel, hogy a helyzeti energia nem változik áramlás közben. Akkor  $m \cdot g \cdot h$  is állandó, tehát

$$p \cdot v + \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 = \text{constans}$$

Ha az  $m$  tömegű folyadék térfogata is állandó marad, akkor ez az egyenlet ilyen alakban is írható.

$$p + \frac{d}{2} \cdot u^2 = \text{constans}, \quad \frac{m}{v} = d \text{ (sűrűség)}$$

és kifejezi a  $p$  nyomás és az  $u$  sebesség közötti összefüggést. Ha az áram  $u_1$  sebességű helyén  $p_1$ ,  $u_2$  sebességű helyén pedig  $p_2$  nyomás uralkodik, akkor

$$p_1 + \frac{d}{2} \cdot u_1^2 = p_2 + \frac{d}{2} \cdot u_2^2$$

Innen következik, hogy nagyobb sebességű helyen a nyomás kisebb és megfordítva, amint azt már kísérletileg megállapítottuk.

A  $\frac{d}{2} \cdot u^2$  kifejezés dimenziója szerint

$$\frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \cdot (\text{cm} \cdot \text{sec}^{-1})^2 = \frac{\text{cm} \cdot \text{gr} \cdot \text{sec}^{-2}}{\text{cm}^2} = \frac{\text{dín}}{\text{cm}^2}$$

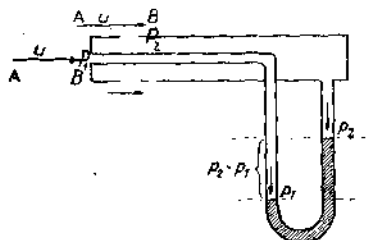
erőnek és felszínnek hányadosa, tehát nyomás jellegű fizikai mennyiség. Eppen ezért a  $p$ -vel, mint sztatikai nyomással szemben *dinamikai nyomásnak* nevezzük. Ha a dinamikai nyomást  $q$ -val jelöljük, Bernoulli tételét a

$$p + q = \text{constans}$$

egyenlet fejezi ki, amelyet így foglalhatunk szavakba: *áramló folyadékban a sztatikai és dinamikai nyomás összege az áram bármely helyén ugyanaz.*

A tétel fennállásának két feltétele, hogy 1. az áram stacionárius és 2. a folyadék  $m$  tömegének térfogata állandó legyen.

Bernoulli tétel a levegő áramlására is alkalmazható. Így pl. a szélsébség a tétel alapján egyszerű nyomásméréssel határozható meg. Haladjon a levegő  $AB$  irányban  $u$  nagyságú sebességgel. Állítsunk útjába a 336. képen látható manométert úgy, hogy a  $P_1$  nyílásra merőleges legyen az áram iránya, a  $P_2$  nyílásnál ellenben a nyílással párhuzamosan haladjon az áram. A  $P_2$  helyen ilyen elrendezés mellett a nyomás akkora,



336. kép. Manométer a szélsébség meghatározására.

mint volna egy olyan manométerre ható nyomás, amely együtt haladna az árammal.  $P_1$  és  $P_2$  helyekre alkalmazva Bernoulli tételét, mivel  $P_1$  helyen a sebesség zérus, a

$$p_1 + 0 = p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot u^2$$

egyenletet kapjuk, amiből

$$u^2 = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2)$$

A manométeren közvetlenül leolvasható a  $p_1 - p_2$  nyomáskülönbség mm vízoszlop magasságban, a  $\rho$  sűrűség pedig mint a levegő fajsúlyának és a nehézségi gyorsulásnak hányadosa számítható ki és megközelítőleg  $1/8$  kg. m<sup>-3</sup>. Ha tehát a manométeren a vízoszlop-magasság  $h$  mm, ami 1 m<sup>2</sup> területen  $h$  kg nyomást jelent, akkor a keresett szélesség

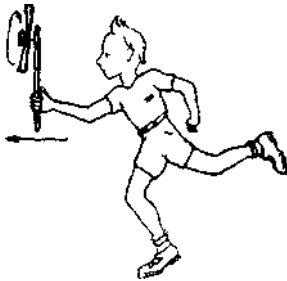
$$u = 4 \cdot \sqrt{h} \quad \text{m sec}^{-1}$$

Ha pl. a vízzel töltött manométerben a felszínkülönbség 4 mm, akkor a szélesség 8 m. sec<sup>-1</sup>.

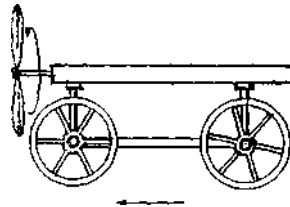
### 38. Repülés.

#### Mindennapi tapasztalatok.

Jól ismerjük mindnyájan a vásárcor vékony fapálcára tűzött forgóval szaladó gyermeket, mint örül iszines papírrózsája forgásának (337. kép). A jelenség fizikai lényege az, **hogy** a gyermek a forgót síkjára merőlegesen mozgatja, amire a papírrózsza a mozgás síkjára merőlegesen forog. A jelenség megfordítottját látjuk, ha egy megfelelő alakú, könnyen mozgó lapátot gyorsan forgatunk. Azt tapasztaljuk, hogy a forgás síkjára merőlegesen megindul. Pl. ha könnyen mozgó kis kocsira szereljük, a kocsi elindul a forgás síkjára merőleges irányban (338. kép).



337. kép. A papírrózsza forog, ha szaladunk vele.



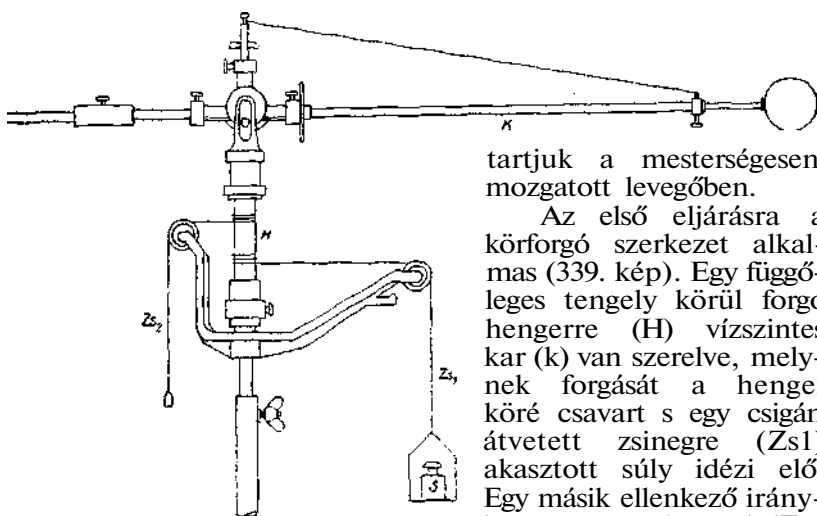
338. kép. A kocsi megindul, ha a légsavár íróg.

Az itt játékszerűen érvényesülő erők szerepelnek akkor is, ha hatalmas repülőgépek mozognak a levegőben.

A gyermek forgója nemcsak akkor jön mozgásba, ha szaladunk vele, hanem akkor is, ha a szél fúj. A mozgó levegő

ugyanolyan forgást vált ki, mint a papírrózsának mozgatása a levegőben.

Ez a tapasztalat reámutat arra a kétféle elvre, amely szerint a levegőben történő mozgásnál fellépő erőviszonyokat tanulmányozhatjuk. Vagy tényleg mozgatjuk a levegőben a kísérletezésnél használt tárgyakat, vagy nyugodalomban



339. kép. A körforgó készülék. (A másfél-méter magas állvány nélkül.)

tartjuk a mesterségesen mozgott levegőben.

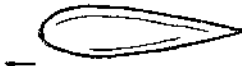













Az első eljárásra a körforgó szerkezet alkalmas (339. kép). Egy függőleges tengely körül forgó hengerre (H) vízszintes kar (k) van szerelve, melynek forgását a henger köré csavart s egy csigán átvettett zsinagra (Zs1) akasztott súly idézi elő. Egy másik ellenkező irányban csavart zsinaggal (Zs2) ez a mozgató súly forgás közben is felhúzható.

### Az ellenállás a levegőben mozgó különböző alakú testeknél.

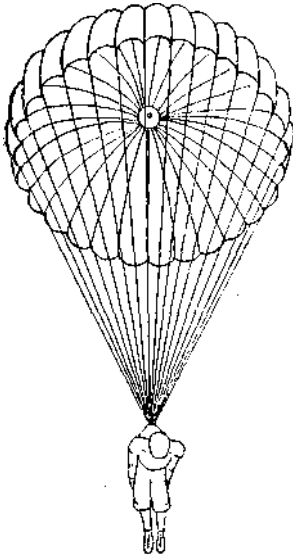
Helyezzünk el a forgó karra különböző alakú, de olyan testeket, melyeknél a forgás irányára merőleges legnagyobb keresztmetszetek egyenlők. Egyenlő megterhelés mellett a körforgás ideje (T) a testek alakja szerint változik. A kísérleti eredményeket a következő táblázat foglalja össze. Az első néhány forgatást figyelmen kívül hagyjuk s a megfigyelést akkor kezdjük, amikor a forgás egyenletessé válik (340. kép).

Látjuk tehát, hogy az ellenállás az alaktól lényegesen függ. Még sokkal nagyobb mértékben, mint a közölt számsor mutatja, mert kísérleti test felszerelése nélkül is van a készüléknek ellenállása. Azonos megterhelés mellett, ha pl. az üres forgórendszernek 5 körforgáshoz 7.5 sec-ra van szüksége, a cseppalakú test felszerelésével ez az idő 8.9-re, az üres félgömböt nyitott oldalával előre felszerelve 19-re emelkedik.

A használt alakok közül a legnagyobb ellenállásra talál a homorú oldalával előre mozgó gömbfelület. Ezért alkalmas ez az alak az ejtőernyők készítésére (341. kép).

	<i>Alak és a mozgás iránya</i>	<i>Kereszt-metszet</i>	<i>57 sec.</i>
Cseppalakú test domború oldalával előre			8.9
Cseppalakú test hegyes oldalával előre.			9.7
Süveg domború oldalával előre.			10.5
Üres félgömb domború oldalával előre.			12.2
Gömb.			12.8
Körlap.			17.5
Üres félgömb homorú oldalával előre.			19

340. kép. Különböző alakú testek ellenállásának összehasonlítása.



341. kép. Az ejtőernyő.

Ha a fenti kísérletnél használt alakú testekkel megterhelt futók egyenlő erő kifejtés mellett indulnának versenyfutásra, a cél előtt a 342. képen vázolt helyezés alakulna ki.

Az ilyen kísérletek alapján választják meg ma már nemcsak a levegőben, hanem a földön mozgó járművek alakját is. Áramvonalas autók és mozdonyok.

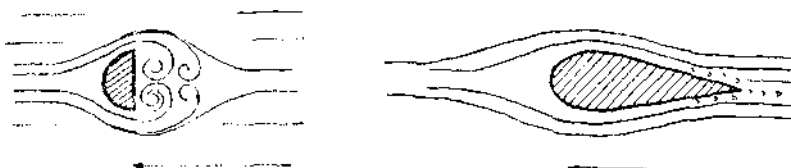
Érdekes az ilyen kísérleti testek mozgását füstös levegőben vagy vízben megfigyelni. A cseppalakú test után alig keletkeznek örvénylő mozgások, míg a sorozat többi tagjai után, főképp a félgömbnél, a mozgó test mögött erős örvények keletkeznek (343. kép). Ezek az örvénylő mozgások a mozgó testre visszatartó hatást fejtenek ki s ez okozza, hogy

bár e testeknek a mozgás irányára merőleges legnagyobb keresztmetszetei egyenlők, mozgás közben mégis különböző ellenállással találják magukat szemben.



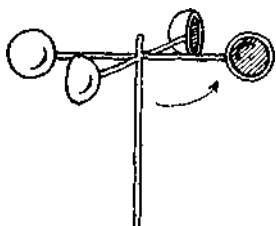
342. kép. A kísérleti testek versenyfutásában a cseppalakú a győztes.

Két félgömb közötti különbségen alapszik a szélesebbség-mérő. A keresztalakú tartó négy végére homorú oldalukkal



343. kép. Örvénylő mozgások keletkezése a mozgó testek mögött.

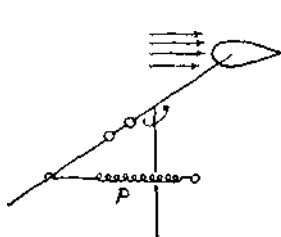
azonos irányba fordított félgömbök mozgásba jönnek a domború oldaluk felé, ha a szél fúj (344. kép).



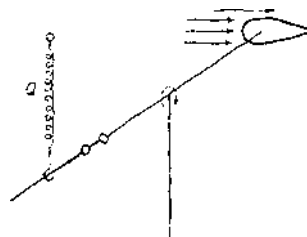
344. kép. A szélesebbség-mérő forgó része.

### Az ellenállás és a felhajtó erő mérése.

Hogy megismerjük azt a másik kísérleti módszert, amelynél a kísérleti test nyugszik s körülötte a levegő mozog, állítsuk a cseppalakú testet egy mesterségesen előállított levegőáramlás középe. A szélgerjesztő egy motor hajtotta olyanféle légszavart, aminőket a nagyobb helyiségek szellőztetőinél látunk. Ez a légszavart a levegőt egy olyan hengeren át hajtja, amelyben irányító belső falak úgy vannak elhelyezve, hogy a kilépő légáram örvénynélküli és mindenütt lehetőleg egyenlő sebességű legyen. A próbatestet egy olyan kétkarú emelő egyik karjának végére szereljük, amely nemcsak a vízszintes,



345. kép. Az ellenállás közvetlen mérése.



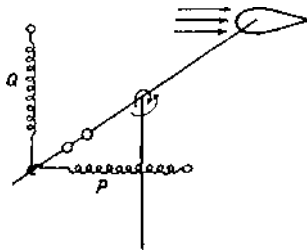
346. kép. A felhajtó erő közvetlen mérése.



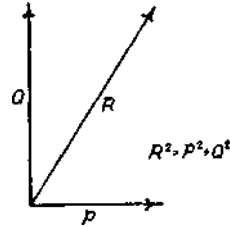
hanem a függőleges tengely körül is tud forogni. Egyik forrási lehetőség lerögzítésével külön is foroghat e tengelyek mindegyike körül.

A 345. képen látható helyzetben, amelynél az emelő csak a függőleges tengely körül foroghat, a vízszintes légáram irányában tartott rugós mérlegen közvetlenül leolvasható a légáram sebességétől és a kísérleti test alakjától függő ellenállás. Ugyanakkora az ellenállás, ha megfordítva, a nyugvó levegőben a kísérleti test mozog.

Ha ellenben az emelő csak a vízszintes tengely körül foroghat, akkor azt tapasztaljuk, hogy a levegő áram hatása alatt egy felhajtó erő is fellép, amelyet a másik oldalon függőleges helyzetű rugós mérleggel tarthatunk egyensúlyban (346. kép).



347. kép. Az ellenállás és a felhajtó erő egyidejű mérése.



348. kép. A levegőben mozgó testre ható erő az ellenállás és felhajtó erő eredője.

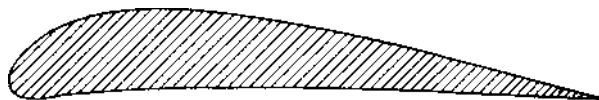
Ez a két erő egyszerre is mérhető, ha a vízszintes és függőleges tengelyek körül egyidejűleg szabadon foroghat az emelő (347. kép). Ilyenkor a két rugó a próbatestre ható erő két egymásra merőleges összetevőjét méri. Olyasféleképpen, ahogyan a fonálingára ható erőket megmértük. Ha az ellenállás lemerített értéke  $P$ , a felhajtóerőé  $Q$ , akkor az erők összetétele szerint a levegőben mozgó testre ható erő nagysága

$$R^2 = P^2 + Q^2$$

Iránya pedig az erők összetevéséből adódik (348. kép).

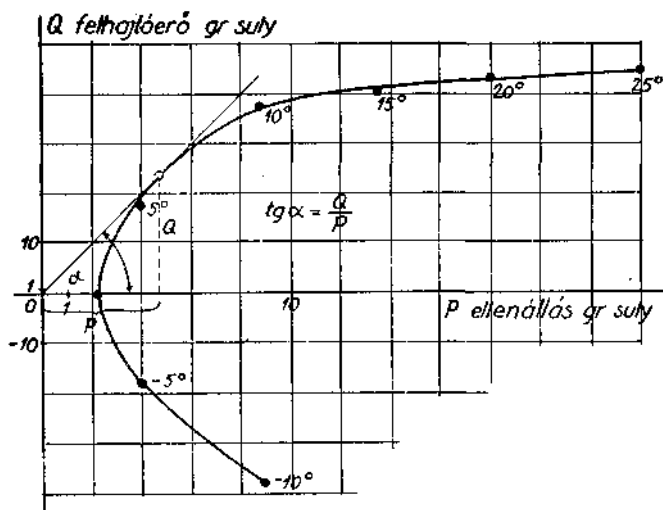
### Felhajtó erő és ellenállás az emelő szárnyon. Polárdiagramm.

Különböző alakú testekkel kísérletezve arra az eredményre jutunk, hogy a cseppalakú testnél kicsi ugyan az ellenállás, ami kedvező, de a felhajtó erő is kicsi, ami a felemelkedés szempontjából kedvezőtlen. A felhajtó erő jelentősen megnövekszik, az ellenállás túlságosan megnagyobbodása nélkül, egy olyan testnél (349. kép), melynek keresztmetszete nagyjából hasonlít a cseppalakú test keresztmetszetéhez, de azzal a különbséggel, hogy az alsó felület is kissé felfelé domborodik. Ilyen alakra készül a repülőgépek szárnya. Mivel a nagyobb felhajtóerő következtében nagy a teherbíró képessége, *emelőszárnynak* nevezzük.



349. kép. Az emelőszárny alakja.

Ha egy ilyen emelőszárnyat ráteszünk egy körforgó szerkezetre és lehetőséget adunk a forgó karnak a vízszintes tengely körüli forgásra, azt tapasztaljuk, hogy a forgás közben az emelőszárny egyre magasabbra emelkedik.



350. kép. A levegőben mozgatott sík jelenségvonalja. (Polárdiagramm.)

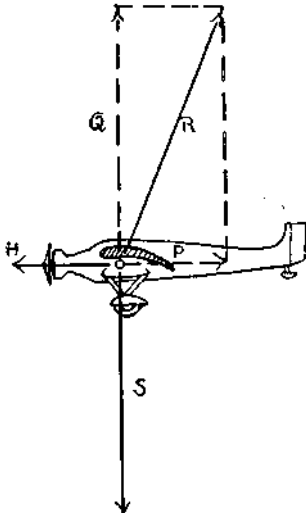
Hasonló felhajtó erő lép fel, ha egy légcsavar mozgat ilyen emelőszárnyat. Ezen alapszik a repülőgépek felemelkedése a földről, illetve a levegőben a magasabb rétegekbe. Ez a felhajtó erő attól is függ, hogy az emelőszárny alsó szélét érintő sík milyen szöget zár be a vízszintessel.

Különböző hajlásszögek mellett megmérve sík felületnél az ellenállást  $P$ , és a felhajtó erőt  $Q$ , az alábbi táblázatot kapjuk:

Hajlásszög	Ellenállás $P$ gr súly	Felhajtó erő $Q$ gr súly
$-10^\circ$	9	-38
$-5^\circ$	4	-18
$0^\circ$	2.2	0
$5^\circ$	4	17.5
$10^\circ$	8.8	37
$15^\circ$	13.5	40
$20^\circ$	18	43
$25^\circ$	24	44

$P$  és  $Q$  értékeit egy derékszögű koordinátarendszerbe rajzolva, minden egyes hajlásszögnek megfelelően kapunk egy-egy pontot. E pontokat összekötő jelenségvonal (*polárdiagramm*) a levegőben mozgó felület jellemző görbéje (350. kép). E polárdiagramm egyes pontjainak derékszögű koordinátái adják az ellenállást és a felhajtó erőt a pontnak megfelelő hajlásszög mellett, az origóból vont vezérsugár pedig az illető pontnak megfelelő szöghöz tartozó eredő erőt adja meg. Az ellenállás és a felhajtó erő legkedvezőbb aránya az origóból húzott érintő érintési pontjának megfelelő hajlásszög mellett alakul ki. Ez esetben  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{Q}{P}$  a legnagyobb, ami nagy felhajtó erőt és kis ellenállást jelent.

Tanulságos a polárdiagramm felvétele különböző alakú testekre s az eredmények összehasonlítása.



351. kép. Erőviszonyok a vízszintes irányban egyenletesen haladó repülőgépen.

### Alkalmazás a repülőgépekre.

Ezek alapján könnyen számot adhatunk a repülőgépekre ható legfontosabb erőkről. Három erő adja meg egy gép mozgási állapotát: a lefelé ható súly  $S$ , a légsavár húzóereje  $H$ , és a fentebbiekben megismert  $R$ , melynek derékszögű összetevői  $P$  és  $Q$ . Ha ezek az erők egyensúlyban vannak, akkor az  $R$  vízszintes összetevője  $P$  a légsavár vontató erejével, a  $Q$  függőleges összetevője, a felhajtó erő az  $S$  súllyal egyenlő. Ilyenkor a gép egyensúlyban van és tehetetlensége folytán vízszintes irányban egyenes vonalon egyenletesen mozog.

Természetesen más mozgási állapotban, pl. emelkedéskor, vagy le szálláskor az erők viszonya is más.

### c) Hullámmozgás.

## 39. A hullámmozgás értelmezése.

### A hullámmozgás megfigyelése és jellemzése.

A nyugvó vízbe dobott kavics beesési helye körül jól ismert gyűrűző hullámok keletkeznek. Az a zavar, amelyet a kavics beesése a víz egy helyén keltett, tovaterjed. Terjedési sebessége minden irányban egyenlő, mert köralakban szétterülő hullámok keletkeznek.

Ha egymástól nem nagy távolságban két kavicsot dobunk a vízre, mindkettő körül keletkeznek a gyűrűalakú hullámok,

amelyek egymást elérve, egymáson zavartalanul keresztülhaladnak, akár csak a nyugvó víz felszínén.

A parthoz érkező hullámok a parttól visszaverődnek. Ez a jelenség különösen a betonfallal kiépített parton figyelhető meg, mert a természetesen kialakuló vízszegély zezugos részeivel a jelenség szabályosságát megzavarja.

Figyeljünk meg egy úszó fadarabkát akkor, amikor egy ilyen gyűrűző hullám feléje tart. A következőket tapasztaljuk. Amikor a hullámgyűrű eléri a vízen úszó fadarabot, a fa is elkezd mozogni, de kis eltolódást nem tekintve, csak azon a helyen, ahol van. A hullámzással járó mozgás ellenben tovahalad a víz felszínének távolabbi részére is. Tehát nem a víz egyes mozgó részei haladnak a hullámban tovább, hanem csak a mozgási állapot terjed tova az egyik részről a másikra.

Ezeket a megfigyeléseket elvégezhetjük kicsiben egy tál vízzel, vagy még jobban egy tál higannyal.

### Hossz- és kereszt hullámok, hullámjelzők.

A hullámzásban az egyes részek megközelítően föl és alá mozognak függőleges irányban. Ezzel szemben a hullámzás tovaterjedésének iránya vízszintes. Ilyenkor a vízben, ramt a mozgási állapotot tovavivő közegben, keletkező jelenséget *kereszt hullámnak* nevezzük.

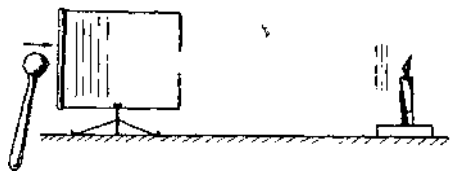
Gondoljuk egy pillanatra, hogy a víz felülete, amelyre egy távolabbi helyről hullámok jönnek, el van előlünk fedve. Pl. egy nagy tutajon vagyunk. Könnyen készíthetünk egy olyan szerkezetet, amely a tutaj alatt érkező hullámokat jelzi. Egy kis úszó fadarabra függőleges pálcát erősítünk, amely a tutajon fűrt lyukon áttolva, a tutaj felett is látható (352. kép). Ha ez a pálcika föl s alá kezd mozogni, biztosan tudjuk, hogy hullámok érkeztek az elfedett s így általunk nem látható vizen. A fapálcika jelzi tehát a hullámok érkezését azzal, hogy nem marad nyugodtan, hanem mozogni kezd. Az ilyen szerkezeteket, amelyek közvetlenül nem észlelhető hullámok kimutatására alkalmasak, *hullámjelzőnek* (detektoroknak) nevezzük.



352. kép. Hullámjelző a víz hullámai számára.

Nemcsak a vízben, hanem a levegőben is hozhatunk létre hullámzásokat. Kössünk olyan bőrlemezt, aminőt a dobnál használnak, egy 10–15 cm-es henger nyitott oldalára, a másik oldalon a henger fedőlapja egy közepén kisebb kör alakú nyílással ellátott lap legyen. Ha a bőrlemezre ráütünk, a hengerben eltolja maga előtt a levegőt, s ez ismét az előtte levőt s így a levegőnek egy sűrűsödése terjed tova. Ezt kimutathatjuk a levegő mozgásait nagyon könnyen követő gyaratyaláng-

gal (353. kép). A gyertyaláng tehát a hullámjelző. Ha egy rétegében a levegő összesűrűsödik, a mögötte lévő réteg megritkul s így itt tulajdonképpen egy-egy sűrűsödés és ritkulás



353. kép. A gyertya mint hullámjelző.

együttesen terjed tova. Ha a megfeszült bőrlemez ütés után néhány rezgő mozgást végez, a sűrűsödésnek és ritkulásnak egész sora halad tova a levegőben. Fülünkhöz is eljutnak ezek a változások,

és dobhártyánkat érve, bennünk a hang érzetét keltik. Dobhártyánk szintén hullámjelző.

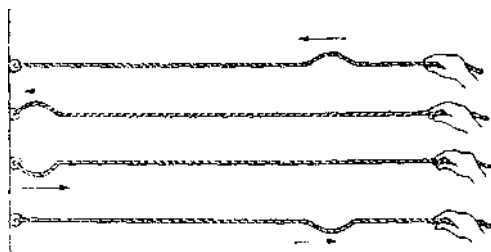
Levegőben tehát az egyes hirtelen lökések, vagy még inkább a rugalmas testek rezgő mozgásai levegő-sűrűsödés és ritkulás alakjában terjednek. Ez is hullámmozgás, de itt a részecskék a tovaterjedéssel azonos irányban, annak hosszában mozognak. Az ilyen hullámokat *hosszhullámoknak* nevezzük.

#### 40. Hullámmozgás terjedése és visszaverődése.

##### Állóhullámok.

Kereszthullámokat jól lehet kelteni egy rugalmas fémkötél mentén, ha egyik végét nyugalmi helyzetére merőlegesen ide-oda mozgatjuk. Az elmozdulást a tényleg mozgatott részhez szomszédos rész átveszi és tovább adja. Így azután a mozgási állapot tovább halad a sodronykötél mentén, merőlegesen az egyes részek mozgási irányára.

Ezzel a kötéllal arról is meggyőződhetünk, hogy a kötélnak nem mozgatott végéről a mozgás *visszaverődik* (354. kép). Feltűnően látható ez, ha a kötél egyik végét hirtelen egyensúlyi helyzetére merőlegesen elmozdítjuk. Az elmozdulás végig szalad a kötélen és a másik végén visszaverődik, de ellenkező irányú kimozdulással, ami azt jelenti, hogy a rezgő mozgás állapota, fázisa megváltozott. Az eredeti és visszaverődő rezgés között egy félrezgés különbség van.

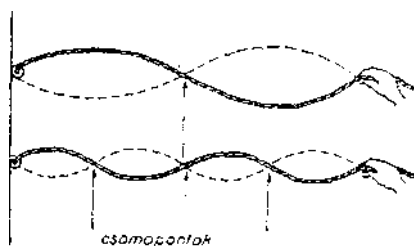


354. kép. Hullámrezgés visszaverődése szilárd ponton.

Innen ered az, hogy ha egy ilyen kötél egyik végét rezgésszerűen mozgatjuk, a jelenségnek azt a részét leszámítva, amíg az első lökés végigszalad, tulajdonképpen két rezgőmozgás halad végig a kötélen egymással ellenkező irányban,

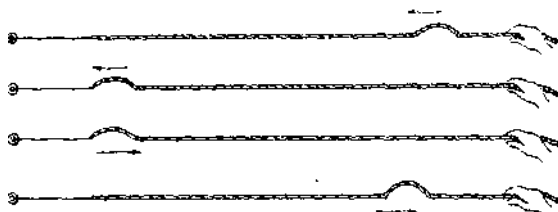
amelyek egymástól egy fél rezgési idővel különböznek. Ennek eredményeképpen egy olyan hullám jön létre, amelynél minden egyes pont egyenlő mozgási állapotban rezeg, de különböző amplitúdókkal. Az ilyen hullámot *állóhullámnak* nevezzük.

Közepén egy olyan pont is keletkezik, amely a mozgásban nem vesz részt. Ez a *csomópont*. A rezgési időt kisebbítve több csomópont is keletkezhet, amelyeknek távolsága a visszaverődés helyétől egy félhullámhossz, vagy ennek egészszámu többszöröse, amit így is kifejezhetünk: a hullámhosszúság negyedrészenek párosszámú többszöröse (355. kép).



355. kép. Állóhullámok.

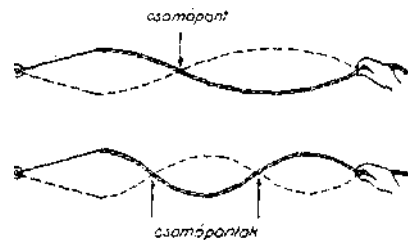
Mások a viszonyok, ha a rugalmas kötél végét nem erősítjük meg, hanem egy vékony zsineg közvetítésével akasztjuk fel. A hirtelen kimozdítás most is végigszalad a kötélen, most is visszaverődik, de ugyanazzal a mozgási állapottal, mint amellyel a zsineget érte (356. kép).



356. kép. Hullámmozgás visszaverődése mozgékony ponton.

Ilyenkor tehát a visszaverődés révén egyenlő mozgási állapotú két rezgés halad végig a rugalmas kötélen, egymással ellenkező irányban.

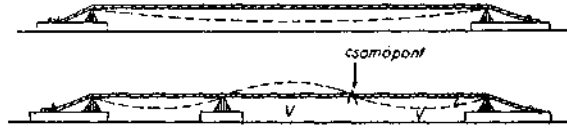
Ha az egyik véget folytatólagos rezgésszerű mozgásba hozzuk, akkor a visszaverődés révén keletkező hullámmozgás és az eredeti találkozásának eredménye ismét egy állóhullám, mert minden pont egyformán rezeg. De ahol a rugalmas kötél a zsinegre van erősítve, nem lesz csomópont, s ha keletkezik egy csomópont, akkor az a visszaverődéstől számítva  $1/4$  hullámhosszúságnak megfelelő távol lesz. A visszaverődésnél tehát egy negyed hullám keletkezik. Nem fél hullám, mint az előző esetben, amikor a rugalmas kötél vége teljesen szilárdan le volt kötve. Több csomópont keletkezésékor ezek a pontok egymástól félhullámnyira vannak. A visszaverődés pontjától számított távolságuk pedig a hullámhosszúság negyedrésze,



357. kép. Állóhullámok

vagy ennek páratlan számú többszöröse (357. kép).

Ilyen csomópontok keletkezhetnek kifeszített rezgő húron is (358. kép). Ha egy ilyen hűrt megpendítünk, akkor a

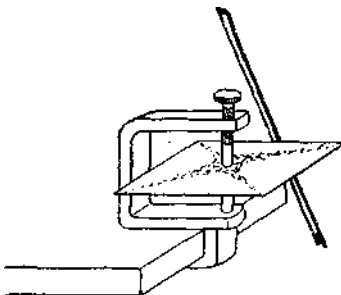


358. kép. A kifeszített húr álló hullámokban rezeg.

pendítéssel járó kimozdulás és az elengedés után előálló rezgőmozgás a húr mindkét vége felé tovahalad s azoknál visszaverődve, állóhullám jön létre. Ha azonban a hűrt alátámasztjuk  $1/3$  részében és a rövidebb részt megpendítjük,  $2/3$  részen is csomópont keletkezik. A hűrra helyezett kis papírszeletek ilyen helyen nem esnek le. Ha a hűrt  $1/4$  részénél támasztjuk alá, a hosszabb végén két csomópont is keletkezik. A papírszeletek szintén hullámjelzők.

Ha már most nem egy húron, hanem egy egész felületen hozzuk létre a rezgést, akkor egész vonalak keletkezhetnek, amelyek a mozgásban nem vesznek részt. Ezek a *csomóvonalak*, amelyek egy szélén vonóval meghúzott zengő fém- vagy üveglemezen jól láthatók, ha homokszemeket szórunk rá (359. kép).

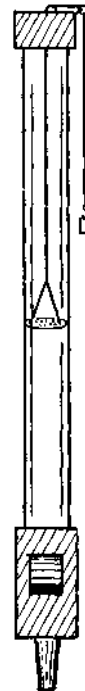
Végül, ha a rezgést nemcsak egy fonál, vagy felületszerű test végzi, hanem egy, a teret minden irányban egyenletesen betöltő közeg, akkor az esetleg keletkező nyugalmi helyek egy egész felületet is alkothatnak. Ezek a *csomófelületek*. Ilyet figyelhetünk meg egy olyan sípban, melynek felső csőve üvegéből van. A sípba befújva, sűrűsödések és ritkulások jönnek létre és ezek a levegőben terjednek tovább. Ha a csőbe egy vékony hártyát eresztünk, melyen homokszemek vannak, ezek a homokszemek a levegő



359. kép. Felület rezgésekor fellépő csomóvonalak.

rezgéseit jelezve, mozgásba jönnek. Lehet azonban megfelelő erős befűvés mellett olyan helyet találni, ahol a homokszemek mozgása elmarad. Ezek a csomófelületek (360. kép).

Azt a pontot, ahonnan a rezgés megindul, *hullámforrásnak* nevezzük, azoknak a pontoknak az összessége pedig, ahová egyenlő idő alatt jut el a

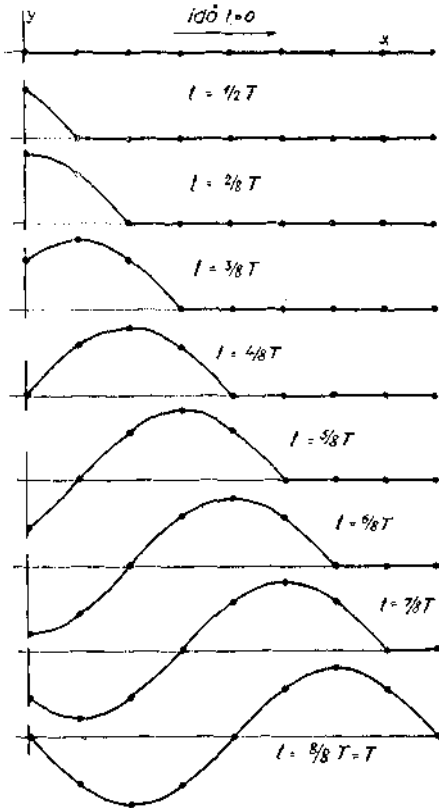


360. kép. Csomófelület kimutatása a sípban.

rezgés, alkotják a *hullámfelületet*. A hullámfelület minden pontja egyformán rezeg. Ha a hullámforrástól a rezgés minden irányban egyenlő sebességgel terjed, a hullámfelületek a hullámforrás körüli közös középpontú gömbfelületek.

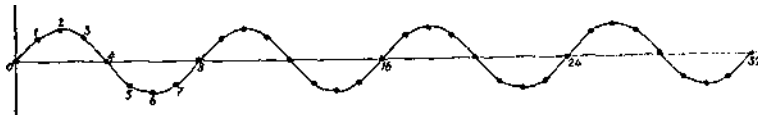
### A hullámmozgás felvázolása, jellemző adatai és egyenlete.

A hullámmozgás rugalmas közeg valamely pontjában meginduló rezgőmozgás tovaterjedésének útján jön létre.



361. kép. Pontsoron tovaterjedő kereszt hullám.

Egyszerűség kedvéért, a kötéllal végzett kísérletekre gondolva, a rezgést tovavivő közeget vonalszerű pontsornak tekintjük. Legyen ez a pontsor egy koordináta rendszer  $x$  tengelye s a kezdőpont az  $y$  tengely mentén végezze rezgő mozgását. A rezgő pont helyezeit megkapjuk, ha egy egyenletes körmozgást az átmérőre vetítünk. Az átmérőre vonatkoztatott vetületi pont mozgásának megfelelően mozog az origóban lévő 0 pont. Legyen a rezgés ideje  $T = 8$  sec és  $1/8$  rezgési idő alatt jusson el a mozgás az 1 pontig. A pontsor pillanatnyi helyzetét a második vonal fejezi ki. Egy további  $1/8$  rezgési idő alatt a mozgás a 2 pontig terjed s a rezgő pontrendszer a harmadik vonal mutatja. Így haladva tovább, egy teljes rezgés befejezésével a legalsó vonalon látható helyzet alakul ki. Ha ezt a gondolatmenetet folytatjuk, a kezdőpont négy teljes rezgése után kialakult állapot kisebb méretben rajzolva a következő:



362. kép. Négy rezgési idő alatt kialakuló kereszt hullám.

A pontsor tehát átveszi a kezdőpont rezgő mozgását. Az egyes pontok mind ugyanazt a rezgést végzik, mind az  $x$



tengelyre merőleges irányban mozognak, de különböző a mozgási állapotuk (fázisuk).

A 0 . . . . . (8) pontok mozgási állapotai, fázisai különbözők (a (8)-nál a zárójel azt jelenti, hogy maga a nyolccal jelzett pont már nem értendő ide, de minden előtte lévőről van szó, beleértve a 0 pontot is). Ellenben a

$$0, 8, 16, 24, 32$$

pontok teljesen egyformán, azonos fázissal rezegnek. Egyszerre indulnak el a  $+y$  tengely irányába, egyszerre érik el legnagyobb kitérésüket, egyszerre érkeznek vissza az  $x$  tengelyre s hasonló módon egyszerre végzik mozgásukat az ellenkező irányban is. Ezek a pontok egyenlő fázisban rezegnek. Vannak más ilyen egyenlő fázisban lévő pontok is. Pl.

$$\begin{array}{l} 1, 9, 17, 25, \dots \\ \text{vagy} \quad 5, 13, 21, 29, \dots \end{array}$$

Két legközelebbi ilyen egyenlő fázisban rezgő pont távolságát a *hullám hosszúságának* nevezzük és  $\lambda$ -val jelöljük. Ha a z egyes pontok rezgésének közös ideje  $T$ , és  $c$  a mozgás tovaterjedésének a sebessége, akkor

$$c = \frac{\lambda}{T}$$

mert a kezdőponthoz legközelebbi, vele egyformán rezgő pont az lesz, amelyhez a rezgés a hullámforrástól egy teljes rezgés ideje alatt ér el.

A hullám hossza ( $\lambda$ ), egy rezgés ideje ( $T$ ), az időegység alatti rezgések száma ( $n$ ) és a mozgás terjedési sebessége ( $c$ ) a hullámmozgás jellemző adatai, amelyek egymással az alábbi két egyenlet szerint függnek össze:

$$c = \frac{\lambda}{T} \quad \text{és} \quad n = \frac{1}{T}$$

A 0 pont helyzetét az  $y$  tengelyen az

$$y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

egyenlet adja meg.

Ezzel az egyenlettel az adott mozgási állapot az  $x$  tengely mentén  $c$  sebességgel terjed, tehát  $t$  idő után az

$$x = c \cdot t$$

távolságban lévő pont kezdi a mozgást, ugyanolyan, aminő a 0 pont mozgása. Ez a pont tehát ugyanúgy végzi rezgését, mint a 0 pont, de

$$t = \frac{x}{c}$$

idővel később. Ezért az  $x$  helyen lévő pont rezgésének egyenlete

$$y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \left(t - \frac{x}{c}\right)$$

Ez az egyenlet, amely kifejezi tetszésszerűen  $x$  távolságban lévő pont helyzetét tetszésszerűen  $t$  időben, a hullámmozgás egyenlete.

Ha pl.  $x = c \cdot T$ , tehát az a távolság, amelyre a rezgési idő alatt eljut a mozgás, akkor ennek a pontnak a rezgési egyenlete

$$y = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot \left(t - \frac{c \cdot T}{c}\right) = a \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T} \cdot t - 2\pi\right) = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

Ez a pont tehát éppen úgy rezeg, mint a kezdőpont s így az  $x = cT$  távolság a hullám hosszúsága

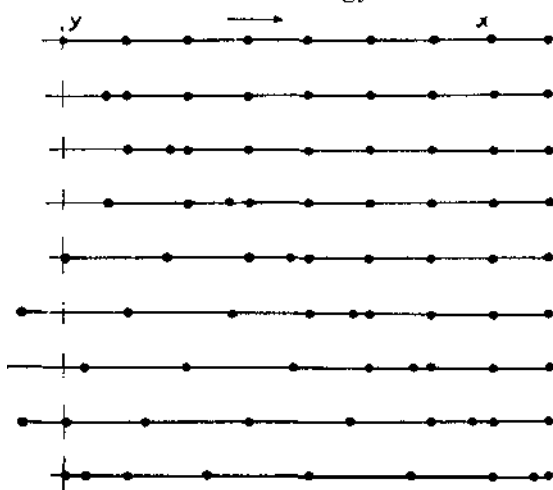
$$x = c \cdot T = \lambda$$

Hasonlóan rezegnek mindazok a pontok, amelyek kétszer, háromszor, ... stb. ilyen távolságban vannak, amelyekre nézve tehát

$$x = k \cdot c \cdot T \quad k = 2, 3, 4, \dots$$

### Hosszhullámok.

Hasonló módon tárgyalhatók a hosszrezgések is. Ezeknél



363. kép. Pontsoron tovaterjedő hossz hullám.

azonban a hullámzást megindító pont az  $x$  tengely irányában rezeg s ugyanígy a többi is, a kialakuló helyzeteket a 363. kép mutatja.

Az elmozdulás most az  $x$  irányában történik, tehát a  $0$  pont  $x$  koordinátája

$$x_0 = a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t$$

Egy tetszésszerűen, az origótól a nyugalom idején  $x$  távolságban lévő és a hullámmozgásban résztvevő pont  $x$  koordinátája

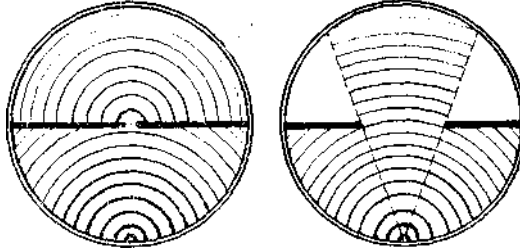
$$x + x_0 = x + a \cdot \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x}{c}\right)$$

ha  $c$  a terjedés sebessége és így az  $x$  távolságra való eljutáshoz  $\frac{x}{c}$  idő kell.

### 41. Huyghens elve.

Ha egy tál higanyba (vízbe) egy cseppet beleejtünk, gyűrűző kereszt hullámok keletkeznek. Ha a higanyt tartalmazó tálat egy *kis* nyílással ellátott fallal kettéosztjuk és az egyik

oldalon hullámokat keltünk, a következőket figyelhetjük meg. A kis nyílás mögött a tál másik részében oly hullámok keletkeznek, amelyeknek forrása a választófal keskeny rése. Megnagyobbítva a rést, azt tapasztaljuk, hogy az eredeti hullámok mennek át az elválasztó fal mögötti részbe (364. kép).



364. kép. Hullámmozgás terjedése keskeny, illetve széles nyíláson át.

A keskeny nyílásnál mutatkozó ez a jelenség vezetett arra a felfogásra, amely szerint az akadály nélküli hullámmozgás is úgy megy végbe, mintha a hullámfelület minden egyes helye egy-egy újabb hullámgyűrűzés kezdete volna s ezeknek az úgynevezett elemi hullámoknak összegeződése eredményezi a végleges hullámfelület kialakulását. Ezt a felfogást *Huyghens\** elvének nevezzük.



365. kép. *Huyghens elvének* szemléltetése.

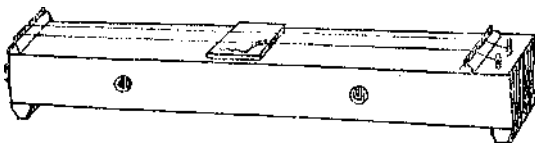
\* *Huyghens Cristían* (1629—1695) híres holland fizikus. Az ingaóra feltalálója.

## IV. HANGTAN.

### 42. Zenei hang keletkezése, a hang terjedése és visszaverődése.

#### A zenei hang.

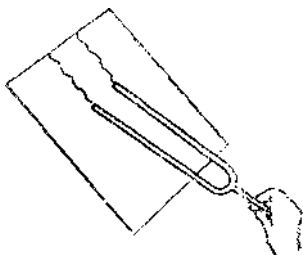
Ha a kifeszített húrt, pl. a hegedű húrját megpendítjük, vonóval meghúzzuk, *zenei hang* keletkezik. Belefűvünk a szájharmonikába, vagy az orgona sípjába, szintén zenei hangot hallunk. Zenei hang jön létre akkor is, ha egy hangvillát megütünk, vagy egy háromszögalakba hajlított fémrúdra, a triangulumra ráütünk. Lemezek összeütésénél, vagy egy lemezre való ráütés alkalmával is zenei hang keletkezik, amit a cintányérnál és dobnál figyelhetünk meg.



366. kép. A húrrezgés jelenségvonalának felvétele

Ezzel szemben durranás, csattanás, zúgás alkalmával felépő jelenséget már nem nevezünk zenei hangnak. Ezek a *zörejek*.

Rögzítsünk a kifeszített húrra egy papírnyelvet (366. kép) és a vízszintes síkban megpendítve a húrt, hosszának irányában lehetőleg egyenletesen húzzunk el alatta egy kormozott üveglapot, amelyre leér a papírnyelv elkeskenyedő vége. A megpendített húr a kormozott üveglapra rárajzolja mozgásának jelenségvonalát. E jelenségvonal szerint a húrnak az a pontja, amelyre a papírnyelvet erősítettük, *rezgő mozgást* végez.



A kísérletet hangvillával is elvégezhetjük a 367. kép szerint úgy, hogy a kis karcoló nyelvvel **ellátott** hangvillát egy kormozott üveglemez felett végighúzzuk.

Minden zenei hang keletkezésekor egy *hagforrásnak* nevezett rugalmas test *rezgő mozgást* végez. Ez a hangrezgés. A hangforrás rezgései a levegőben (esetleg más közegben) az

előző fejezetben leírt módon hullámmozgást keltenek. Ez a *hanghullám*. A hanghullám sűrűsödései és ritkulásai dobhártyánkhoz érve, azt rezgésbe hozzák. Ez a rezgés a belső fülbe jutva az idegszálakra mint inger hat és kiváltja bennünk a hang megérzését. Ez a *hangérzet*.

A zenei hang (általában minden hang) keletkezéséhez szükséges valamely rugalmas test rezgése, mint hangforrás. E rezgéseket hanghullám alakjában továbbító rugalmas közeg és egy egészséges fül, mely ezeket a hanghullámokat felfogja és bennünk a hang érzetét kiváltja.

### A hang terjedése és visszaverődése.

Ha egy villamoscsengőt a légszivattyú burája alá helyezzünk és a csengő hangzása közben a levegőt kiszivattyúzzuk, a hang fokozatosan gyengül. Ez a kísérlet azt igazolja, hogy a hangforrás rezgésének a tovaterjedéséhez a *vezető közeg* elengedhetetlenül szükséges.

A vezető közeg nemcsak levegő, hanem folyadék is lehet. A víz alá bukva is hallunk hangokat.

Szilárd test is vezeti a hangrezgéseket, amit az az egyszerű kísérlet igazol, hogy az asztalra tett zsebóra ketyegését akkor is halljuk, sőt esetleg jobban halljuk, ha fülünket az asztalra tesszük. Ilyenkor az asztal anyaga, a fa vezeti tovább a rezgéseket.

Messziről megfigyelve egy puska elsütését, azt tapasztaljuk, hogy előbb látjuk a füstöt és csak valamivel később halljuk a durranást. A magas toronyban lévő harang nyelvének ütését megfigyelve, azt tapasztaljuk, hogy csak akkor halljuk, mikor a harang nyelve már a harang közepetáján van. Tehát nem a ráütés pillanatában, hanem később. Ugyanilyen tapasztalatot szerezhetünk magas épületen dolgozó ácsok, vagy távol fát vágó erdei munkások fejszeapásainak megfigyelésekor. A fejszeapás hangját akkor halljuk, amikor a fejsze kissé felemelkedett és nem a lecsapódás pillanatában.

E tapasztalatok szerint a hangforrás rezgései nem pillanatnyilag jutnak el egyik helyről a másikra, hanem a távolság szerint hosszabb, vagy rövidebb idő alatt. Ha ez az idő  $t$  sec és a hangforrás távolsága  $s$ , akkor a hang terjedésének a sebessége a levegőben

$$c = \frac{s}{t}$$

A mérések szerint ez a terjedési sebesség 15 hőmérséklet és 760 mm légnyomás mellett a levegőben  $383 \text{ m sec}^{-1}$  bármely  $s$  és  $t$  érték mellett, ami azt jeleníti, hogy *a hang egyenletesen terjed.*

Folyadékokban a sebesség több, vízben pl.  $1450 \text{ m sec}^{-1}$ . Szilárd testeknél még nagyobb. Üvegben  $5100 \text{ m sec}^{-1}$ .

A hang terjedési sebessége az oka annak is, hogy a villámlást előbb látjuk és a dörgését később halljuk. Ahány mp-t késik a dörgés, annyszor 333 m távol volt a villámlás. Tehát 3 mp késés 1 km távolságot jelent.

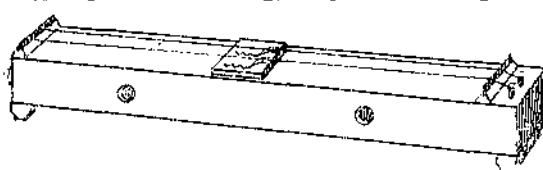
Az új közeg határához, pl. egy nagyobb épület falához, egy távoli hegyoldalhoz érkező hanghullámok ezekről a határfelületekről visszaverődnek és a közismert *visszhang* jelenségét hozzák létre. Közeli felületről is visszaverődik a hang, de oly rövid idő alatt, hogy a fül nem képes az eredetitől elkülönített érzés alakjában felfogni. A fülnek legalább  $1/10$  mp-re van szüksége, hogy egy újabb hangérzetet, mint az előzőtől különállót és később bekövetkezőt fel tudjon fogni.  $1/10$  mp alatt a hang 33 m utat tesz meg, így legalább 16.5, mondjuk kerekén 17 m távol kell a visszaverő felületnek lenni, hogy visszhang keletkezhessek.  $1/10$  mp alatt épp egy szótagot lehet kimondani (kikísérletezhető). Ha tehát azt mondjuk: *hopp!*, a visszhang ép a kimondás befejezésekor,  $1/10$  mp múlva ér vissza és azt mondja: *hopp*. Ez az egyszótagú visszhang. Ha a visszaverő felület 34 m távol van, már a *hahó* szót is kimondhatjuk, míg az első szótag visszaérkezik. Ez a többszótagú visszhang. Minél messzebb van a visszaverő felület, annál nagyobb a szótagok száma. Híres sokszótagú visszhang a tihanyi.

Nagyobb termekben, pl. templomokban, színházakban előfordulhat, hogy visszhang ugyan nem jön létre, de a visszaverődő hanghullámok, ha nem is különülnek el az eredetitől, azt észrevehetően zavarják. Ezek a rossz akusztikájú helyiségek. A kellemetlen hatást a visszaverő felület megszakításával (szobrok, oszlopok, fülkék), vagy a falra függesztett szőnyegekkel és függönyökkel lehet enyhíteni. Az építésznek egyik nehéz feladata jó akusztikájú termék építése s bizony nem mindig sikerül e feladat kielégítő megoldása.

### 43. Hangmagasság és hangköz.

Ha két húrt egymás mellett kifeszítünk úgy, hogy az egyik mélyebb, a másik magasabb hangot adjon és mind-egyikre papírnnyelvet ragasztva egy kormozott üveglapra egyidejű rezgésük közben felvesszük a rezgési görbéket (369. kép), két hullámvonalat kapunk (370. kép). A kapott rezgési görbéket összehasonlítva azt találjuk, hogy a magasabb hang több (pl. 12), az alacsonyabb hang kevesebb (pl. 8) rezgést

végez az alatt az idő alatt, amíg a papírnyelv alatt a lemezt elhúztuk. Ha megmérjük, mennyi ideig tartott az üveglemez elhúzása a húrok, illetve írónyelvek alatt, kiszámíthatjuk az 1 mp alatt végzett rezgések számát. Legyen ez az idő pl.  $\frac{1}{10}$  mp, akkor az egy mp alatti rezgések száma



8  
0,1 80  
illetve  
12  
0,1 120

369. kép. Különböző magas hangok rezgési görbéinek felvétele.

sodpercenkénti rezgések számát az  $\frac{n}{t}$  hányados adja meg.

Ez a szám, melyet a hang abszolút magasságának nevezünk, a hangmagasság mértékszám.



370. kép. Különböző magas hangok rezgési görbéi.

Egymáshoz is viszonyíthatjuk két hang magasságát azzal, hogy megállapítjuk, ugyanazon idő alatt az egyik hányszor rezeg többet, mint a másik. Fenti kísérletünkénél ez a viszony-szám, melyet a két hang *relatív magasságának* hívunk,  $12/8 = 3/2$ . Ez azt jelenti, hogy amíg az egyik hang 8 rezgést végez, a másik 12-t, vagy amíg az egyik két rezgést, a másik három, vagy amíg az egyik 1-et, a másik  $3/2$ -et, vagyis más-felet. A magasabb hangnak az alacsonyabbra, mint *alaphangra* vonatkoztatott relatív magassága ebben az esetben  $3/2$ .

A zene a maga művészi céljainak elérésére a hangoknak egy meghatározott sorát használja. Ezek a következők:

Ez a *dúr* hangsor, amely, mivel nyolc hangból áll, egy *oktáva* hangsorának is nevezünk. Ez a nyolc hang a magasabb és mélyebb hangokon át több ok-távon keresztül ismétlődik.

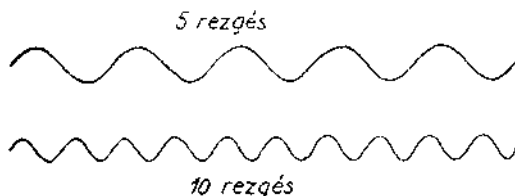


371. kép. A dúr hangsor.

Azt a hangot, amelyre a hangsor felépül, jelen esetben a c-t, a hangsor *alapjának* hívják. Két hang egymásra vonatkoztatott magasságát pedig *hangköznek* nevezik. A c és d közötti hangközt másodnak, a c és e közöttit harmadnak, c-f kö-

zöttit negyednek,  $c-g$  közöttit ötödnek,  $c-a$  közöttit, hatodnak,  $c-h$  közöttit hetednek, a  $c$  és  $c'$  közöttit nyolcadnak vagy *oktávának* nevezzük.

Ha a  $c-c'$  hangközre hangolunk két húrt és az előbbi módon rezgési görbéiket felvesszük, a 372. képen látható jelenségvonalat kapjuk. Összehasonlítva e vona-



372. kép. Az alaphang és oktáva rezgési görbéi.

lakat, azt látjuk, hogy amíg az alap 5-öt rezeg, az oktáva 10-et, illetve amíg az alap rezeg 1-et, az oktáva 2-t. Az oktáva relatív hangmagassága az alaphoz viszonyítva tehát  $10:5=2$ . Hasonló eljárás adja, hogy

amíg az alap 1-et rezeg, a másod rezeg	9/8-at,	tehát a relatív magasság	9/8
" " " " harmad	5/4-et,	" " " "	5/4
" " " " negyed	4/3-et,	" " " "	4/3
" " " " ötöd	3/2-et,	" " " "	3/2
" " " " hatod	5/3-at,	" " " "	5/3
" " " " heled	15/8-at,	" " " "	15/8
" " " " nyolcad	2-öt,	" " " "	2.

A dúr hangsor hangjainak relatív magassága tehát az alaphanghoz viszonyítva



373. kép. A dúr hangsor a hangok relatív magasságaival.

A zenei hangok alaphangja a másodpercenkénti 435 rezgésű, az az  $a$  hang, melyet a zene a violinkulcs szerint a második vonalközben jelez. A  $c$  alaphang ennek alapján

$$435 : \frac{5}{3} = 1305 : 5 = 261$$

rezgést végez mp-ként.

A  $c-d$ ,  $d-e$ ,  $j-g$ ,  $g-a$ ,  $a-h$  hangközöket *egész-*, az  $e-j$  és  $h-c$  hangközöket *félhangközöknek* hívják. Kiegészítették a hangsort az egészhangok közé iktatott félhangközökkel, s ezáltal az oktáva 12 hangközből, illetve 13 hangból áll.



374. kép. A kiegészített hangsor.

Ebben a hangsorban, ha a dúr hangsorból indulunk ki, kisebb egyenetlenségek mutatkoznak. Ha minden két szomszédos hangközt ugyanakkorának vesszük, akkor két egymásutáni hang relatív magasságának oly számnak kell lenni, amely



12-szer szorozva önmagával 2-t ad. Ez a szám

$$x = \sqrt[12]{2}$$

Az ilyen hangsort kiegyenlített, *temperált* hangsornak nevezik. Ilyenek a zongora hangjai. Ebben a hangsorban a c magassága a 435 rezgésű a alaphang mellett  $435 : (\sqrt[12]{2})^9 = 258.7$ .

#### 44. Hangerősség és hangszínezet.

##### A hangerősség.

Ha egy elhalkuló hangot adó húr rezgési görbáját vesszük fel, az alábbi eredményt kapjuk.

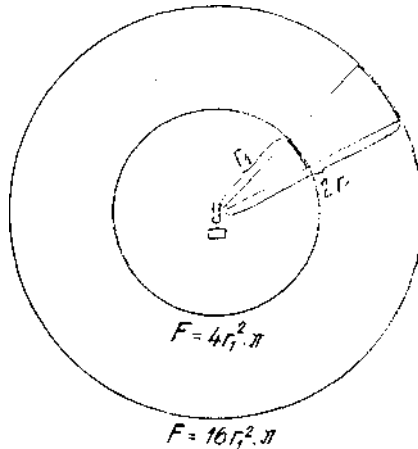


375. kép. Elhalkuló hang rezgési görbéje.

A hang elhalkulása, más szóval erősségének csökkenése ugyanazon hangforrástól nézve a kirezgés kisebbedésével jár. *A hangforrások a nagyobb kirezgés mellett adják az erősebb hangokat* és megfordítva. A húr is akkor ad erősebb hangot, ha nagyobb kimozdítással pendítjük meg.

Különböző hangforrásoknál a *nagyobb tömegű hangforrás hangja az erősebb*, amire a csengő és harang hangjainak összehasonlítása a legjobb példa.

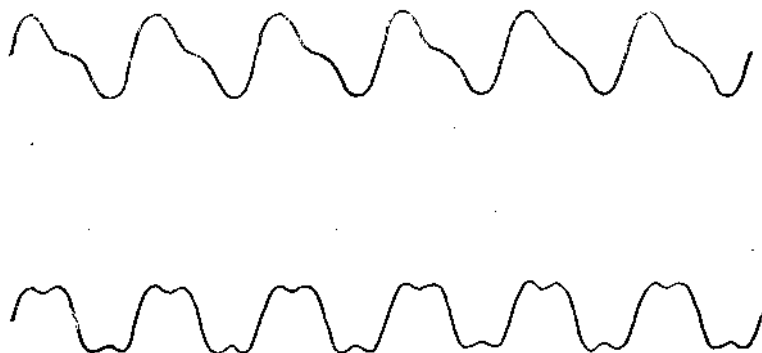
A bennünk keletkezett hangérzet erőssége a távolságtól is függ. Kétszer nagyobb távolságban a hangforrásból kiinduló rezgési energia négyszer nagyobb gömbfelületre oszlik szét. Így ugyanakkora felületre, a dobhártyánkra, négyszer kevesebb energia jut, a hang négyszer gyengébb lesz. *A hang erőssége tehát a hangforrástól való távolság négyzetével fordítva arányos.*



376. kép. A hangerősség a távolság négyzetével fordítva arányos.

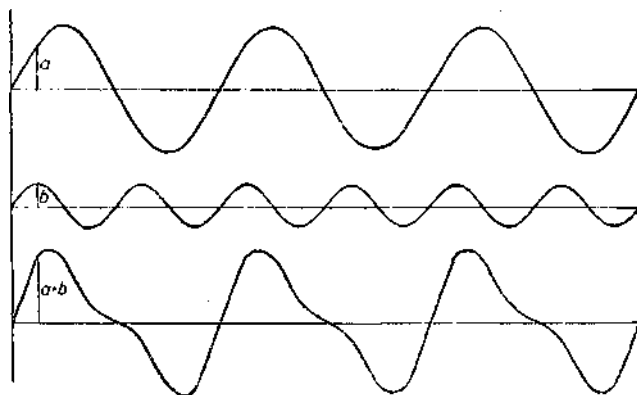
##### Hangszínezet.

Ha a húrt, különösen a fémhúrt, közvetlenül a megpendítés után körmünk lapjával megérintünk, a húr hangjának magassága ugyan nem változik, de a hang egészen különös, fémes *színezetet* vesz fel. Egy ilyen hangnak a rezgési görbáját felvéve, ilyenféle eltorzult hullámvonalakat kapunk:



377. kép. Eltorzult rezgési görbék.

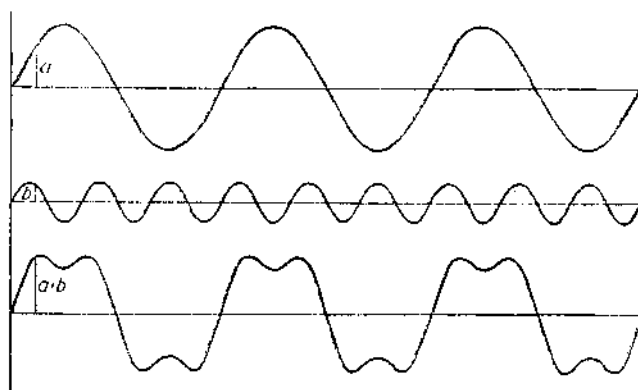
Ezeknek a vonalaknak a tanulmányozása arra vezetett, hogy ilyenkor a húr több hangot ad s mi tulajdonképpen ezeknek az összetételét fogjuk fel. Valóban pl. ha egy meghatározott alaphangnak rezgéséhez hozzáadjuk kisebb amplitúdóval az oktáva rezgéseit, akkor az eredmény megfelel a fenti első rezgési görbének.



378. kép. Az alaphang és az oktáva rezgéseinek összetevése.

A 377. képen közölt második rezgési görbe előállítható egy alaphang és egy kisebb amplitúdóval háromszoros rezgési számmal rezgő hang rezgésének összetevéséből (379. kép).

Ilyen kísérletek részletes tanulmányozása arra az eredményre vezetett, hogy a magányos hangok igen ritkák. Legtöbbször gyengén rezeg egy erősebb alaphang mellett a kétszer, háromszor, négyszer több rezgési számú hang. Tehát az oktáva, az oktáva ötöde, a második oktáva stb., mert az oktáva kétszer többet rezeg mint az alaphang, az oktáva ötöde  $3/2$  szer többet mint az oktáva, tehát 3-szor annyit, mint az alap. A második oktáva pedig négyszer többet. Ezeket a hangokat, amelyeknél a rezgésszám egy adott alap magasságának egészszámu többszöröse, *felsőhangoknak* nevezzük.



379. kép. Az alaphangnak és az oktáva öltödének megfelelő rezgések összekeverése.

A hangszíneződést az okozza, hogy az alaphanggal annak felső hangjai, vagy azoknak egy része különböző, az alaphoz képest gyengébb erősséggel együtthangzik. A felsőhangok zeneileg felírva a c alaphangra vonatkozóan a 380. képen láthatók.

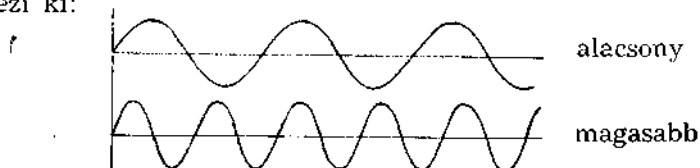


380. kép. Alaphang és felső hangjai zeneileg felírva.

A különböző hangszerek létrehozta ugyanazon magasságú hangok egymástól hangszínezetben, tehát az alaphanggal együtthangzó felső hangokban különböznek.

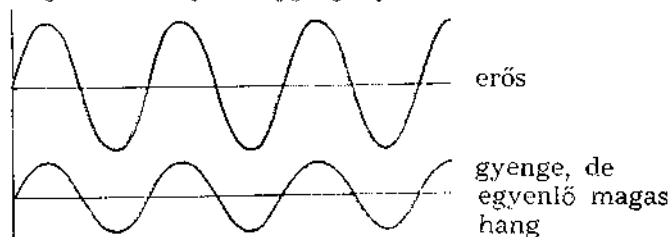
### Összefoglalás.

A rezgési görbénél a hullámvonal hossza a magasságot fejezi ki:



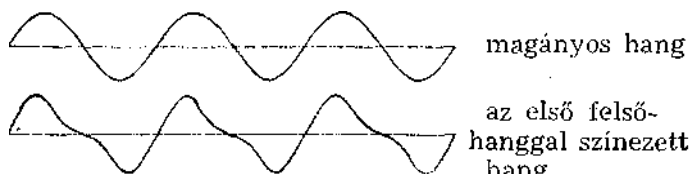
381. kép. Rezgési görbék összehasonlítása. I.

Az erősséget a kirezgés nagysága jelzi:



382. kép. Rezgési görbék összehasonlítása. II.

A rezgési görbe alakja pedig a színezetet adja meg



383. kép. Rezgési görbék összehasonlítása. III.

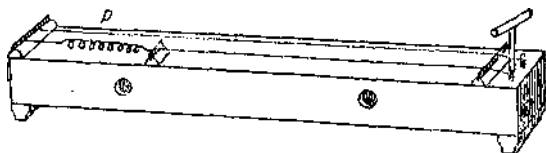
### A hangérzetek alsó és felső határa.

Nem tudunk minden rezgést a fülünkkel felfogni. Másodpercenként legalább 16 rezgés kell, hogy bennünk hangérzet keletkezhessek. Ha pedig a rezgésszám meghaladja a 30.000-et, a fülünk képtelen a hangot felfogni. Az ilyen, már nem hallható nagy rezgésszámú hullámokat *ultrahangoknak* hívjuk.

## 45. Húrok, pálcák, lapok rezgése.

### Húrok.

A zenei hang keltésének egyik leggyakoribb eszköze a kifeszített húr. Elméleti szempontból érdekes és a hangszerek gyakorlati kivitelénél fontos az a kérdés, hogyan függ a húr hangjának magassága a különböző adatoktól. A húros hangszerek hangolásából levont tapasztalataink szerint a húr hang-



384. kép. A hangmagasság és feszítő erő összefüggése.

mély hangra hangoljuk fel (384. kép). Állapítsuk meg a rugón a feszítő erőt.\* A dúr-hangsoron végig ugyanezt a mérést elvégezve, a következő táblázathoz jutunk.

A hang relatív magassága:

1,  $\frac{9}{8}=1.12$ ,  $\frac{5}{4}=1.25$ ,  $\frac{4}{3}=1.33$ ,  $\frac{3}{2}=1.5$ ,  $\frac{5}{3}=1.66$ ,  $\frac{16}{8}=1.88$ , 2

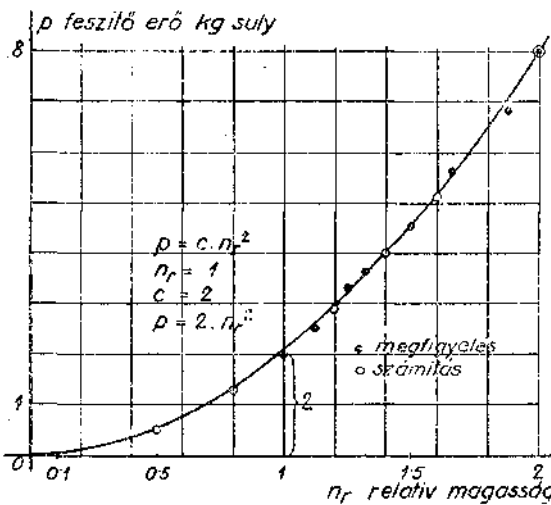
Feszítő erő,  $p$  kgsúly:

2, 2.5, 3.3, 3.6, 4.5, 5.6, 6.8, 8

A 0 feszítő erőnek nem fog hang megfelelni, ami azt jelenti, hogy a megfelelő hangmagasság 0. Ezzel az értékpárral ki-

\* Vigyázni kell, nehogy a húr elszakadjon és szemünkbe vágódjék. Ezért célszerű óvatosan az oktávára felhangolni és innen a feszítő erő csökkentésével a hangsoron visszafelé haladni.

egészítve a fenti adatokat, jelenségvonalat készítünk a feszítő erő és a hangmagasság közötti összefüggésről. Az  $x$  tengelyre mérjük a relatív magasságot, az  $y$  tengelyre a feszítő erőt. A



385. kép. A feszítő erő a hangmagasság négyzetével egyenesen arányos.

jelenségvonal szerint a feszítő erő ( $p$ ) a relatív magasság ( $n_r$ ) négyzetével egyenesen arányos.

$$p = c \cdot n_r^2$$

A  $c$  az alaphangot adó feszítő erő nagysága, mert az alaphang relatív magassága önmagára nézve 1. Ez egyenletből

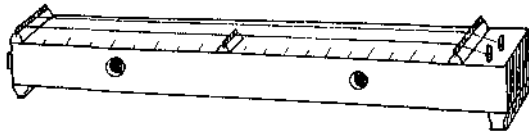
$$n_r = c \sqrt{p}$$

ahol  $c' = \frac{1}{\sqrt{c}}$

a relatív hangmagasság tehát egyenesen arányos a feszítő erő négyzetgyökével.

Ugyanez az összefüggés áll fenn az abszolút magasságra is, mert az abszolút magasságot úgy kapjuk, hogy a relatív magasságot az alaphang abszolút magasságával megszorozzuk.

Hasonló eljárással állapítható meg a hangmagasság összefüggése a hosszúsággal. Kifeszítünk egy húrt rugósmérleg nélkül tetszésszerűen, de lehetőleg mély alaphangra, s tolható alátéttel fokozatosan úgy vesszük rövidebbre, hogy a fokozatosan megrövidített húr három oktáván át a dúr hangsor hangjait adja. Lemérve a hosszúságokat, az alábbi táblázatot kapjuk.



386. kép.

Relatív magasság:  $n_r$ : 1    9/8    5/4    4/3    3/2    5/3    15/8    2

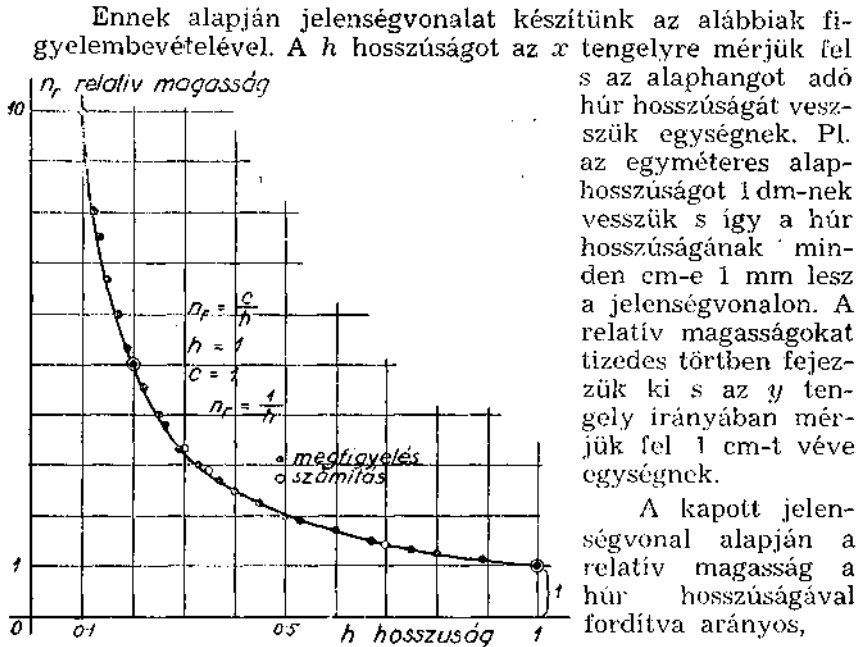
A húr hosszúsága:  $h$ : 1    0.89    0.80    0.75    0.67    0.60    0.53    0.50

Relatív magasság:  $n_r$ :  $2 \cdot \frac{9}{8}$      $2 \cdot \frac{5}{4}$      $2 \cdot \frac{4}{3}$      $2 \cdot \frac{3}{2}$      $2 \cdot \frac{5}{3}$      $2 \cdot \frac{15}{8}$      $2 \cdot 2 = 4$

Hosszúság,  $h$  méter: 0.45    0.40    0.37    0.33    0.29    0.265    0.25

Relatív magasság:  $n_r$ :  $4 \cdot \frac{9}{8}$      $4 \cdot \frac{5}{4}$      $4 \cdot \frac{4}{3}$      $4 \cdot \frac{3}{2}$      $4 \cdot \frac{5}{3}$      $4 \cdot \frac{15}{8}$      $4 \cdot 2 = 8$

Hosszúság,  $h$  méter: 0.22    0.2    0.19    0.17    0.15    0.135    0.125



387. kép. A húr hossza és a hangmagasság fordítva arányos.

Ha  $h=1$ , akkor  $n_r$  is 1 lévén, a  $c$ -nek is 1-nek kell lenni, tehát

$$n_r = \frac{1}{h}$$

Az abszolút magasságot ( $n_a$ ) a relatív magasságból úgy kapjuk, hogy a relatív magasságot megszorozzuk az alaphang abszolút magasságával, ha ez  $N$ , akkor

$$n_a = \frac{N}{h}$$

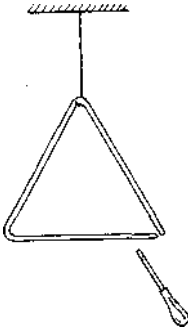
Az abszolút magasság tehát szintén fordítva arányos a hosszúsággal. Az arányossági tényező az egységnyi hosszúságú húr hangjának abszolút magassága. A fenti feltételek mellett az alaphangnak abszolút magassága.

A húr hosszának változtatása révén állítjuk elő sok hangszeren a különböző magas hangokat. Pl. zongora, hegedű, stb.

Függ a húr hangjának magassága még a vastagságtól, meg a húr anyagának fajsúlyától is. Ezért pl. a mély hangokat adó húrokat vastagabbra veszik, sőt ha bélhúrok, fémzállal csavarják körül, hogy a fajsúly nagyobb legyen. Ilyenek a vonós hangszerek mély hangot adó húrjai.

### Pálcák és lemezek.

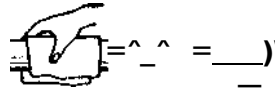
Pálcák is adnak az anyag és méret megfelelő megválasztása mellett zenei hangokat. *U* alakra meghajlított rezgő fém-pálca pl. a *hangvilla*. Minél hosszabbak a szárai, annál mélyebb hangot ad. A zenei alaphangnak megadására szokták használni. A xylofon nevű hangszeren különböző hosszúságú fapálcák adják a különböző magas hangokat. Olyanformán ütik őket, mint a cimbalom húrjait. A zenében használatos triangulum háromszög alakra hajlított fémpálca. Ezek az eszközök megütéssel jönnek hangot adó rezgésbe s így keresztrezgéseket végeznek. Alkalmas anyagú rudak megfelelő anyaggal a rúd irányában dörzsölve is hangoztathatók. Üvegrúd vagy üvegcső pl. nedves posztóval végighúzva, hosszrezgésekből eredő hangot ad.



388. kép. A triangulum rezgő fémpálca.

azok a hangszerek, ahol a zenei hangokat lemezek rezgése adják. A dobot a kifesztett körlemezre gyakorolt feszítő erő változtatásával hangolják.

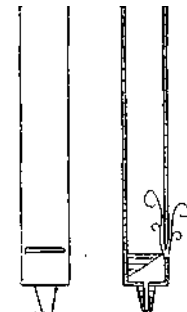
Lemezek rezgése is lehet zenei hangok forrása, amire már a hullámmozgások tárgyalásánál is utaltunk. A zenében a dob és a cintányér



389. kép. Hosszrezgések keltése üvegrúdban.

### 46. Sípok.

A légoszlopok rezgéseit is fel lehet használni zenei hangok keltésére. Erre a célra szolgáló eszközök a *sípok*. Egy rövid csövön át levegőt fúvunk, vagy fújtatunk a síp alsó részébe (390. kép), ahonnan a levegő egy vékony résen halad tovább. E vékony rés felett a sípon egy oldalnyílás s a réssel szemben egy keskeny ék van. A mozgó levegő az éken kettéosztódik. Egy része az oldalnyíláson elhagyja a sípot, a másik a síp hosszabb-rövidebb csővébe jut. A levegőnek e kettéoszlása közben sűrűsödések és ritkulások jönnek létre s ezek révén válik a síp zenei hangok forrásává. Az ilyen sípokat, ahol a levegő közvetlenül jön rezgésbe, *ajaksípoknak* nevezzük.



390. kép. Ajaksíp duó levegő hatása alatt rezeg és hangot ad. Az elöl és keresztmetszetben.

Vannak azonban olyan sípok is (391. kép), melyeknél az alsó légtérből kitóduló levegő útját egy rugalmas, rendszerint fémlemez zárja el. Ez a hosszúkás fémlemez a síp nyelve. Csak keskeny oldalán van megerősítve s a kító-

ilyen berendezésű sípot *nyelvsíp*nek nevezzük.

Az ajaksípoknál a rezgő légoszlop hosszát könnyen változtathatjuk, ha egy nyéllal ellátott elzáró dugót tolunk bele (392. kép). Ilyen síppal kísérletezve azt tapasztaljuk, hogy a rezgő légoszlop hosszától függ a hang magassága. A hosszabb síp mélyebb, a rövidebb magasabb hangot ad. A dugó különböző elhelyezésével az egész dúr hangsort is könnyen előállíthatjuk, s a hosszúság változtatásával egy egyszerű dallamot is eljátszhatunk. A síp hosszának valóságos megváltoztatásával hozza létre a különböző magas hangokat a *harsona* vagy *puzón* nevű hangszer. Egy másik módját látjuk a síphosszúság változtatásának a *furulyánál*. Nyílások vannak rajta, melyeket ujjunkkal befedünk. A síp olyan hosszú, mint a befúváshoz legközelebbi el nem fedett nyílás. Ugyanez az elv érvényesül a fuvalánál is, ahol már nemcsak közvetlenül az ujjakat, hanem az ujjakkal mozgatott emelőkarokra szerelt kis fedőlapokat is használunk megfelelő nyílások befedésére, illetve felnyitására.

*Orgonánál* többméteres hosszú ajaksípok adják a mély hangokat, amelyek egyszersmind a zenében használt legmélyebb hangok.

A nyelvsípoknál a hangmagasság a rezgő lemez rugalmasságától és hosszúságától függ. Miután ez adatokat nehéz változtatni a különböző magas hangok számára különböző sípok készítenek. Ilyen sípok sorozatából áll a *szájharmonika*. Ugyanezt az elvet látjuk tökéletesebb kivitelben a harmónium sípjainak egy részénél is.



392. kép. Az ajaksíp hosszának változtatásával más hangot ad.



391. kép. A nyelvsíp metszete.

A rezgő légoszlop egyes rétegeinek mozgását miként erről már szóltunk, úgy lehet szemléltetni, hogy a sípot, illetve annak felső részét üvegcsőből készítjük, abba egy eltolható keretbe vékony hárttyát s erre homokot teszünk (360. kép). A levegő rétegeinek sűrűsödése és ritkulása a homokszemek mozgásában jut kifejezésre. Ha a szemek nagyon táncolnak a hárttyán, ez annak a jele, hogy a mozgó levegőrészek amplitúdója nagy, ha csak alig mozdulnak el, akkor az amplitúdó kicsi, ott pedig, ahol nem mozognak, csomópont van.

Ilyen kísérlettel kimutatható, hogy a nyitott ajaksípnál gyenge megfűvás mellett a síp felében csomópont keletkezik. A befúvásnál és a síp végén legnagyobb a kimozdulás, amiből az következik, hogy a síp olyan hangot ad, amelynek hullámhossza a síp hosszának kétszerese.

$$\frac{\lambda}{2} = l \text{ tehát } \lambda = 2 l$$



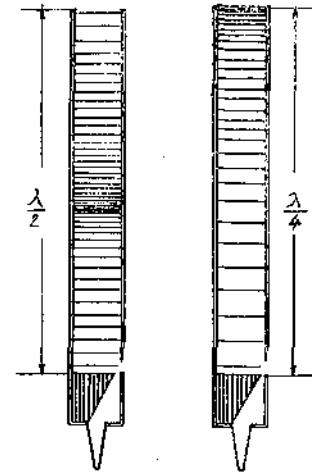
Ha az ilyen sípot befedjük, akkor a csomópont a fedőlapra tolódik el, tehát a fedett ugyanolyan hosszúságú sípban keletkezett hang hullámhossza gyenge befűvés mellett

$$\lambda' = 4l = 2\lambda$$

kétszer hosszabb, mint a megfelelő nyílt síp hangjának hullámhossza. A

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot n, \quad n = \frac{c}{\lambda}$$

egyenlet szerint a magasság a hullámhosszal fordítva arányos. Ha tehát a hullámhossz kétszer nagyobb, a hang magassága kétszer kisebb lesz. Ez az oka, hogy a nyílt ajaksíp hangja gyenge befűvéskor egy oktávával magasabb, mint az ugyanolyan hosszú fedett ajaksíp hangja hasonló befűvés mellett.



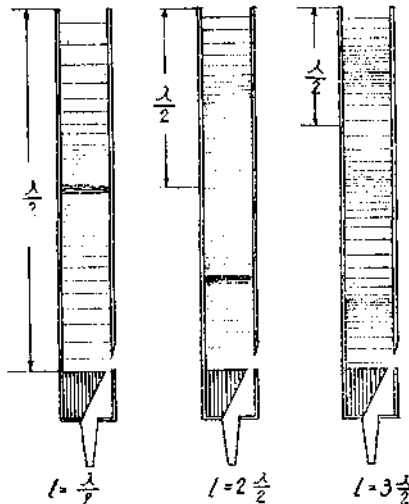
393. kép. Nyílt és fedett ajaksípban keletkező hanghullámok.

Erősebb befűvéskor az ajaksíp hangja megváltozik. A nyílt ajaksípban két csomópont keletkezik. Ilyenkor a síp hangjának hullámhossza egyenlő a síp hosszával (394. kép), vagyis kétszer kisebb lesz, tehát a gyenge befűvés mellett adott hanghoz képest kétszer nagyobb rezgésszámú hangot kapunk. Ez a hang az oktáva.

Még erősebb befűvés mellett három csomópontot kapunk, a hang magassága háromszor lesz nagyobb. Ez az oktáva ötöde. A nyílt ajaksíp tehát fokozatos erősebb befűvés mellett az alaphangjának felsőhangjait adja.

Az erősebb befűvéskor keletkezett magasabb hangoknak a zenében a fuvolánál van jelentőségük, ahol a második oktáva hangjait ugyanazzal a billentyűállással kapják, mint az első oktáva hangjait, de megfelelően erősebb befűvés mellett.

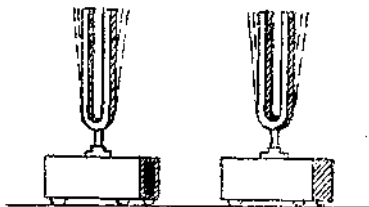
Fedett sípok is magasabb hangokat adnak megfelelő erősebb befűvés mellett, de más törvény szerint adódnak az erősebb befűvésnek megfelelő hangmagasságok.



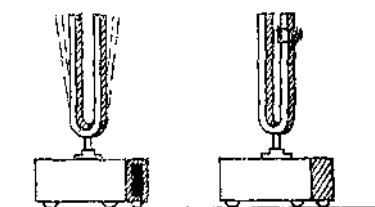
394. kép. A nyílt ajaksípban fokozatosan erősebb befűvés mellett keletkező hanghullámok.

## 47. Rezonancia,

Ha két egyenlő magas hangot adó hangvillát egymás közelébe állítunk és az egyiket megszólaltatjuk, azt tapasztaljuk, hogy a másik is rezegni kezd, hangot ad. Az első hangvilla hangját lefogva, tisztán hallható a másik hangvillának ugyanolyan magas hangja (395. kép).

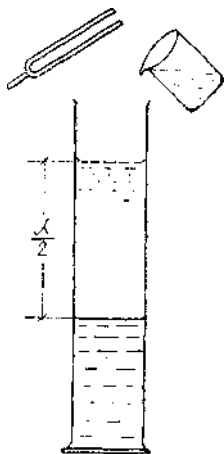


395. kép. Együttrezgő hangvillák.



396. kép. Elhangolt hangvilláknál nincs együttrezgés.

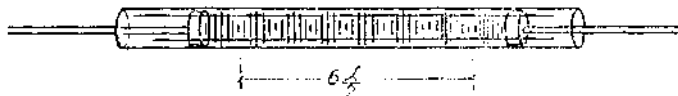
Ezt a jelenséget *rezonanciának*, *együttrezgésnek* nevezzük. Az együttrezgés jelensége csak akkor jön létre, ha a két hangvilla rezgési száma ugyanaz. Ha az egyiket elhangoljuk pl. úgy, hogy az egyik végére egy kis fémlapot erősítünk, az együttrezgés elmarad (396. kép). Ezért azokat a rezgőrendszereket, melyeken rezonanciát akarunk létrehozni, ugyanarra a rezgésszáma kell hangolni.



397. kép. Megfelelő hosszúságú légoszlop együttrezgése hangvillával.

Ha a hangvillát hengeres üvegedény fölé tartjuk és az edénybe vizet öntünk, a folyadék bizonyos magassága, esetleg magasságai mellett rezonancia-jelenség alapján megszólal az edényben lévő levegőoszlop is, amit a hangvilla hangjának feltűnő megerősödésén veszünk észre. Két olyan vízfelület közötti magasságkülönbség, amelyek rezonanciát adnak, a hang fél hullámhossza, vagy ennek egész számú többszöröse.

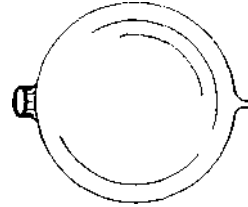
Hasonló rezonancia lép fel, ha a 339. képen közölt módon hosszrezgésbe hozott üvegrúd végére egy szélesebb cső belső átmérőjének megfelelő parafadugót teszünk, és ezt a szélesebb csőben helyezzük el (398. kép). A szélesebb cső másik végét ugyancsak egy eltolható parafadugó zárja el. Ha ez



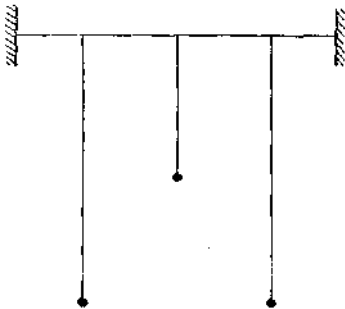
398. Álló hanghullámok.

utóbbit alkalmas helyre állítjuk, a légoszlop együttrezeg a rúd hangjával. A szélesebb csőbe helyezett fűrészpör egyes helyeken élénken mozog, máshol meg nyugalomban marad. Ez utóbbiak a csomópontok. Két csomópont közötti távolság a hullámhossz fele. Ismerve a hang terjedési sebességét, a  $c = n \cdot l$  egyenlet alapján a csomópontok távolságából meghatározható a hang magassága.

Megfelelő alakú és méretű öblös üres testekben lévő levegő csak egy meghatározott hangra rezonál (399. kép). Ilyen eszközt téve fülünk elé, hangot csak akkor hallunk, ha ebbe a *rezonátornak* nevezett szerkezetbe a neki megfelelő magasságú hanghullámok jutnak. így segítségével több hang együttes hangzásából kikereshetjük az előforduló egyes hangokat.



A rezonancia jelenségét mechanikai rez- 399. kép. Rezonátor. géseknél is megfigyelhetjük. Egy kifeszített fonatra három ingát akasztunk, melyek közül kettő egyenlő hosszú, a harmadik pedig rövidebb (400. kép). Az egyik hosszabb ingát meglendítve azt vesszük észre, hogy a vele egyenlő hosszú inga a rezgéseket átveszi, a rövid ellenben nem. Jól megfigyelhető itt az energia átadása is. A lengésnek indított inga csakhamar megáli és a rezonancia révén lengő inga mozog nagy amplitúdóval. Most a jelenség megfordítva folytatódik. A



400. kép Ingák rezonanciájához .

második inga lengéseit az első mintegy visszaveszi.

A hangok rezonanciájánál is az eredeti hangforrás energiájának a csökkenéséből jön létre a rezonáló rezgés.

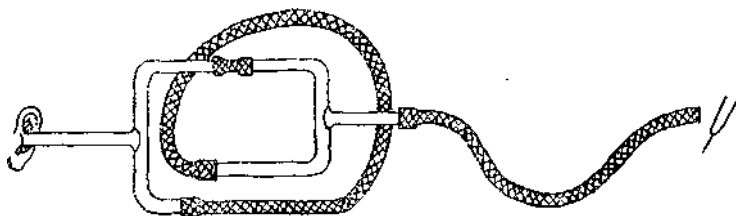
Az együttrezgésnek nagy szerepe van a hangszerek készítésénél, mert felhasználható a hangok felerősítésére. A húrok pl. magukban gyenge hangot adnak, de faládák fölé helyezve, a láda és a benne lévő levegő együttrezgése révén je-

lentékenyen megerősödik a hang. Így van ez a húros hangszereknél. A szóbeli, vagy zenei előadások alkalmával ugyanilyen szerepe van a dobogónak. A száraz fa rostjai mindenféle hangra rezonálnak s így nemcsak egyes hangok válnak erősebbé, hanem egyenletesen valamennyi.

## 48. Hanghullámok találkozása, lüktetések.

Ha két egyenlő rezgésszámú és egyenlő amplitúdójú hanghullám ér ugyanarra a helyre, akkor ezek a hullámtalálkozás törvényének megfelelően erősítik egymást, ha a talál-

kozás helyén a fázis azonos, ellenben gyengítik egymást, ha a fázisuk ellentétes. Ez utóbbi esetben a találkozás helyén csomófelület keletkezik, ha a fáziskülönbség  $\pi$ . Ez azt jelenti, hogy az ilyen helyen nincs hangzás. Ezt a jelenséget, melyet *hangtalálkozásnak*, *interferenciának* hívnak, az alábbi kísérettel mutathatjuk ki (401. kép). A rezgő hangvilla hullámait



401. kép. A hanginterferencia kimutatása.

egy T alakú csőbe vezetjük, melyben a hanghullámok két ellenkező irányba elágaznak. Az ágak ismét találkoznak a közös csőben folytatódva. Ha az elágazó cső egyik oldala épen

$1 \cdot \frac{\lambda}{2}$ ,  $3 \cdot \frac{\lambda}{2}$ ,  $5 \cdot \frac{\lambda}{2}$ -vel hosszabb, akkor a találkozás helyén a

két hullám fáziskülönbsége  $\pi$  és hangot nem hallunk. Ellenkezőleg, ha a két út közötti különbség  $\frac{\lambda}{2}$ -nek páros számú

többszöröse, akkor erősen hallani a kivezető oldalon is a hangvilla hangját.

Égészen sajátos jelenség jön létre a hangtalálkozásból, ha két olyan hang hullámai találkoznak, melyeknek a rezgésszámai nem sokban különböznek egymástól. A hangtalálkozásból eredő hang hol erősebb, hol gyengébb s ezért hívják a jelenséget *lűktetésnek*, vagy *hanglebégésnek*. Kísérletileg könnyen előállítható két egyenlő rezgésszámú hangvillával, amelyek egyike egy kis fémgyűrű ráerősítésével el van hangolva (396. kép). Egyidejűleg hangoztatva két ilyen hangvillát, erősödő, majd halkuló hangot kapunk.

Szemléletesen látjuk a lűktetést, ha a két hang rezgési görbéit összetesszük. Az eredmény a 402. képen látható.



402. kép. A hanglebégés rezgési görbéje.

A másodpercenként keletkező lűktetések száma egyenlő a két hang abszolút magasságának a különbségével.

## 49. Doppler elve.

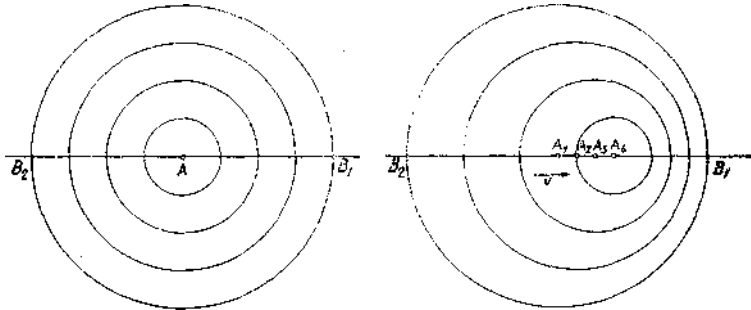
Ha a mellettünk elrohanó autó tülkölését megfigyeljük, feltűnő, hogy távozásakor a tülköiés hangja alacsonyabb, mint



403. kép. Doppler elvének megfigyelése.

közeledéskor. A nyugvó autó tüikölésének hangmagassága a kettő között van. Eszerint tehát a hangmagasság függ a hangforrás és a megfigyelő egymásra vonatkoztatott mozgási állapotától is. Ha a hangforrás a megfigyelő felé halad, az észlelt hangmagasság nagyobb, ha távolodik tőle, kisebb, mintha a hangforrás és a megfigyelő nyugalomban vannak. Ezt a tapasztalatot hívják *Doppler\* elvének*.

Doppler elvének lényegét az alábbi meggondolással világíthatjuk meg.



404. kép. Álló, illetve mozgó hangforrásból kiinduló hanghullámok.

Legyen  $A$  a hangforrás és  $B_1AB_2$ , egyenesen a  $B$ , és  $B_2$  pontok a hangforrástól olyan távol, hogy e pontokba 1 sec alatt érjenek el a hullámok. Ha  $A$  nyugalomban van, akkor  $B_1$  és  $B_2$  pontokban megfigyelve ugyanazt a hangmagasságot észleljük s mivel  $c = n \cdot l$  a hullámhosszúság is ugyanaz. Ha azonban a hangforrás  $B_1$  felé halad  $v$  sebességgel, akkor  $B_1$  körül a hanghullámok összetorlódnak és egy sec alatt több rezgés éri a fülünket, mint olyankor, amikor a hangforrás  $A$ -ban nyugalomban van. Tehát az észlelt hang magasabb lesz. Ellenkezőleg,  $B_2$ -ben megfigyelve 1 sec alatt kevesebb hanghullám éri a fület, ha a hangforrás távolodva mozog s így a  $B_2$ -ben észlelt hang alacsonyabb.

*A megfigyelőhöz közeledő hangforrásból eredő hullámok hosszúsága kisebb, mint a nyugvó hangforrás hullámhossza s az észlelt hang magasabb, ellenkező esetben, ha a hangforrás*

\* Doppler Kristián (1803—1852) német fizikus és csillagász.

*a megfigyelőtől távolodik, a hullámhosszúság nagyobb, a hang pedig alacsonyabb.*

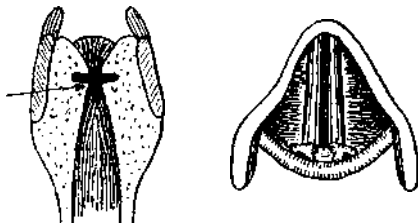
Természetesen hasonló viszonyok állanak elő akkor is, ha a megfigyelő közeledik, illetve távolodik a hangforráshoz, illetve a hangforrástól.

## 50. Az emberi hang.

### Az emberi hang keletkezése és jellemzése.

Az emberi hang keltésének a szerve a *gégefő* s kiváltképen az abban elhelyezett *hangszalagok* (405. kép). Ha ezek jobban, vagy kevésbé feszülnek meg, a közöttük kitóduló levegő hatása alatt különböző rezgéseket végeznek, amelyeket a levegő is átvesz és tovább ad. A keletkező hang magassága a hangszalagokat megfeszítő erőtől függ.

Az emberi hang különleges sajátága, hogy rendkívül *gazdag színeződése* van a gégefő, a száj és a torok különböző alakjának és beállításának megfelelően. A hangszínezet egyénenként annyira különbözik, hogy az egyes embereket jellemző sajátossággá válik. Ennek alapján rég nem látott ismerősöket, kiknek nevét, alakját, arcvonásait mozgási jellegzetességeit szinte teljesen elfelejtettük, sokszor kizárólag hangszínezetük révén ismerünk fel.



405. kép. A gége metszete és a hangszalagok felülről nézve.

Az embernek a hangszalagok rezgéséből eredő hangja zenei hang, amelyhez a száj, az ajak és a nyelv mozgásából származó zörejek járulnak. Így állnak elő a beszéd különböző hangjai. A magánhangzók, mint megfelelő színeződéssel ellátott különböző magas zenei hangok, s a mássalhangzók, a torkon és a szájon áthaladó levegő keltette zörejek. Pl. ha az s hangot hangoztatjuk, hangszalagjaink nem rezegnek s a hangot a megfelelően tartott nyelv mellett áthaladó levegő susogása adja.

A zenében az emberi hangot magassága szerint négy csoportra osztják. A legmélyebb neve *basszus* s a fokozatosan magasabbak a *tenor*, *alt* és *szoprán*. A megfelelő hangterjedelem nagyjából két-két oktáva; a basszusnál a violinkulcs szerint az első vonalközbe írt f-ig, a tenornál ugyanily kulcs mellett a harmadik vonalközbe írt c-ig, az altnál az ötödik vonalra írt f-ig és a szopránnál a két segédvonalas c-ig.

Az emberi hang művészi felhasználása; az ének, rendkívül gazdag színeződése révén oly szépségű zenei hangokból áll, aminők hangszerekkel nem állíthatók elő.

## V. HŐTAN.

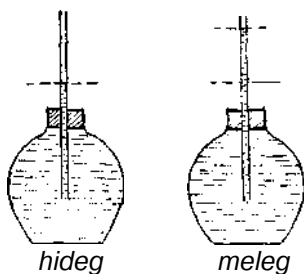
### 51. Hőmérők.

#### A hőjelenségek és a hőmérséklet.

A testek megérintésekor a hideg, meleg, forró, langyos, tüzes jelzőkkel jelölt érzeteket keltik. Az így megnyilatkozó tulajdonságukról azt mondjuk: a melegségük különböző fokú. különböző a hőmérsékletük. *A hőmérséklet tehát a testeknél: az a tulajdonsága, amelyet a testek érintésekor bennük keletkezett hőérzetek útján veszünk észre.* A hőtan olyan jelenségekkel foglalkozik, amelyekről hőérzeteink megváltozása útján szerzünk tudomást. Ha hideg érzetünk a melegbe megy át, azt mondjuk, melegedés történt. Ellenkező esetben lehűlésről beszélünk. Melegedéssel és lehűléssel kapcsolatos változások képezik a *hőtan* tárgyát. Nehéz és tökéletlen lenne azonban a testek hőfokát csupán hőérzeteinkből megállapítani, mert a hőérzetek megítélésében rendkívül bizonytalanok vagyunk. Nagyban különbözik egyének szerint és szervezeti adottságoktól is függ. Az egyik ember fázik ugyanott, ahol a másiknak esetleg melege van. De még ugyanannál az egyénnél is sok mellékkörülménytől függ a hőérzetek megítélése. Télen a hidegről gyengén fűtött szobába belépve, a szobát melegnek találjuk, de hosszabb ott időzés után hidegnek fogjuk mondani. Ha betegek vagyunk, jól fűtött szobában is fázunk, ahol egészséges korunkban esetleg a nagy meleg miatt ablakot nyitnánk. Így a hőjelenségek pontosabb megismerésének elengedhetetlen feltétele a hőmérsékletnek szervezetünktől független és lehetőleg számokban kifejezett megállapítása. Ezt a feladatot oldják meg a hőmérők.

#### A hőmérők készítésének alapjául szolgáló jelenség.

Ha egy széles üvegpalackot vízzel töltünk meg és egy jól záró dugón keresztül vékony csövet vezetünk bele, a víz a csövet egy meghatározott magasságig megtölti (406. kép). Ha ezt az üveg vizet hideg, majd meleg helyre tesszük, vagy esetleg lánggal melegítjük, azt fogjuk tapasztalni, hogy meleg helyen valamivel magasabban áll a víz, mint hideg helyen. Melegedéskor a víz térfogata növekszik, lehűléskor csökken.



406. kép. A víz térfogata melegedéskor nő.

Tehát egy ilyen vízzel töltött s vékony kivezető csövei ellátott palack alkalmas arra, hogy vele a hőmérséklet változásait megfigyeljük. Ha a csőben a víz felszíne emelkedik, melegedés történik, ellenkező esetben lehűlés. A víznek azonban nagy hátránya, hogy már mérsékelt hidegben megfagy, nagyobb melegítéskor pedig felforr. Ezért víz helyett higanyt szoktak a hőmérő készítésénél használni.

### A higanyhőmérő és a hőmérséklet kifejezése számokkal.

A higanyhőmérőt sokkal kisebb méretben készítik. Egyszerűen egy vékony csőben folytatódó, higannyal telt üveg-gömb (407. kép). A gömböt egy más alakú, kiszélesedő rész is helyettesítheti. A vékony csőben, mely fent zárt és a higany felszíne felett legtöbbször légüres, a higany felszíne meleg helyen magasabban áll, hideg helyen alacsonyabban. A higany térfogata tehát felmelegedéskor szintén nő, és csökken lehűlés alkalmával. Ez a szerkezet a testek megtapintása helyett egyszerűen és biztosan mutatja a hőmérséklet változásait.

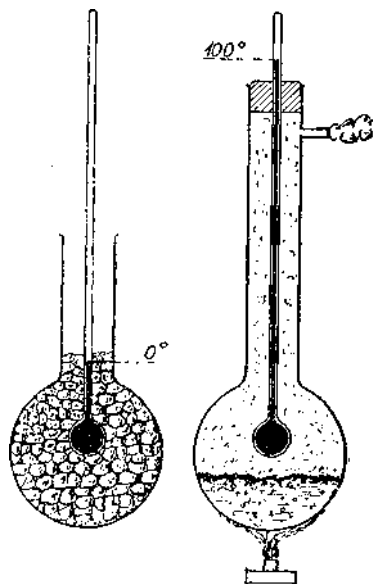


407. kép. A higany térfogata is megnövekszik melegítéskor.

Az olvadó jégbe téve egy ilyen hőmérsékletváltozást mutató eszközt, azt tapasztaljuk, hogy a higany felszíne mindig ugyanazon a helyen van, akár a hideg szobában végezzük el a megfigyelést, akár meleg helyen.

Eszerint az olvadó jég hőmérséklete állandó. Ezt az állandó hőmérsékletet 0 fokú hőmérsékletnek nevezték el (408. kép).

Hasonlóan megállapítható, hogy a forró víz gőzének hőmérséklete is állandó. Ezt a hőmérsékletet Celsius után 100 fokos hőmérsékletnek mondjuk. Ennek alapján, ha a higany tér-



408. kép. A hőmérő alappontjainak megállapítása.

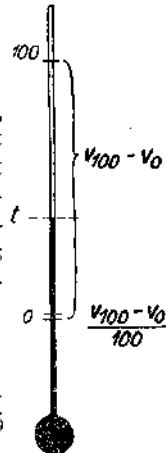


fogata az olvadó jég hőmérsékletének megfelelő térfogatról át-megy a forró víz gőze hőmérsékletének megfelelő térfogatra, akkor azt mondjuk, hogy 100 Celsius-fok a melegedés. Ha azonban e térfogatváltozásnak csak 100-ad részével változik meg a higany térfogata, akkor a hőmérsékletváltozás 1 C-foknyi. Ha a térfogat növekszik, az 1 C°-nyi hőmérsékletváltozás melegedés, ellenkező esetben lehűlés.

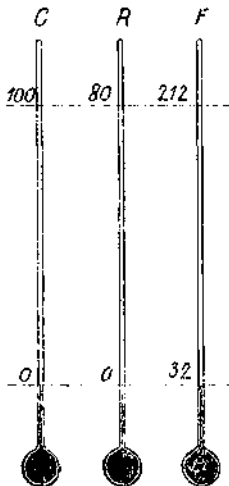
Ezt az 1 C°-nyi hőmérsékletváltozást könnyű megállapítani (409. kép). Jelöljük az olvadó jég hőmérsékletén a felszín helyét 0-val, a forró víz gőzének hőmérsékletén 100-zal. Ha feltételezzük, hogy a cső egyenletes és az így kapott távolságot 100 részre osztjuk, akkor egy-egy osztályzat 1 C°-nyi hőmérsékletváltozásnak felel meg. A hőmérőnek a 0-val és 100-al jelölt helyeit a hőmérő alappontjainak nevezzük. A 0-an aluli és 100-on felüli hőmérsékletek megállapítása érdekében a kapott beosztást az alappontokon túl is folytatjuk, de a 0-an aluli hőmérsékletet negatív jellel látjuk el.

Ennek alapján akkor van 1 C°-nyi hőmérsékletváltozás, ha a higany térfogata az olvadó jég hőmérsékletének és a forró víz gőze hőmérsékletének megfelelő térfogatok közötti különbség századrészevel változik meg.

Elvileg más anyagot is lehet a higany helyett választani a hőmérő anyagául, de a mindennapi élet számára a higany bizonyult a legalkalmasabbnak, bár sokszor felhasználják hőmérők készítésére a borszeszt is.



409. kép  
A Celsius-hőmérő beosztása.



410. kép. A különböző rendszerű hőmérők beosztása.

#### Különböző beosztású hőmérők.

Réaumur\*\* az olvadásnak megfelelő hőmérsékletet ugyancsak 0-val jelölte, azonban a forrás hőmérsékletét 80°-nak nevezte el (410. kép). Így az általa értelmezett hőmérséklet az alábbi egyenlettel függ össze a Celsius-fokokkal:

$$t_C : t_R = 100 : 80$$

$$t_C : t_R = 5 : 4$$

ahol  $t_C$  és  $t_R$  ugyanazt a hőmérsékletet kifejező Celsius-, illetve Réaumur-fokok száma.

\* Celsius Anders (1701—1744) svéd fizikus, csillagász és utazó.

\*\* Réaumur René, Antoine (1683—1757) francia fizikus és természettudós.

Angliában és Amerikában *Fahrenheit*\* beosztása használatos, aki az alaphőmérsékletek közötti térfogatváltozás 180-ad részét választotta egységül, és az olvadó jég hőmérsékletét nem 0-nak, hanem 32-nek vette (410. kép). Így akarta elkerülni a negatív hőmérsékletek használatát. Fahrenheitnél tehát a víz olvadási hőmérséklete 32°, a forrásé pedig 212°. Az ő beosztásának összefüggése a Celsius és Réaumur fokokkal a következő:

$$\begin{aligned} (t_F - 32) : t_C &= 180 : 100 & (t_F - 32) : t_R &= 180 : 80 \\ (t_F - 32) : t_C &= 9 : 5 & (t_F - 32) : t_R &= 9 : 4 \end{aligned}$$

### Különleges rendeltetésű hőmérők.

A higany megfagy  $-39^\circ$ -nál, ezért még a természetben előforduló nagy hidegben sem használható, mert Oroszországban előfordulnak  $-39^\circ\text{C}$ -nál jóval nagyobb hidegek is. Ilyenkor a borszesz alkalmas a hőmérő anyagául.

Vannak olyan hőmérők is, amelyeknél a higanyfelszín egy acélpálcát maga előtt tol, ha magasabbra emelkedik, de összehúzódásnál ez a pálcá helyén marad. Így a pálcá mindig a legnagyobb előfordult hőmérsékletet mutatja. Új beállításnál az acélpálcát mágnessel lehet a higany felszínéhez hozni. Az ilyen hőmérőket *maximum*, *hőmérőnek* hívják.

Készítenek *minimum* hőmérőket is, amelyekről az előfordult legkisebb hőmérséklet olvasható le.

Az orvosi lázmérő is maximum hőmérő. Ennél a beosztás alatt oly szűk a higany csöve, hogy a higanyszál összehúzódásakor elszakad s így a legmagasabb elért hőmérsékletet mutatja. Ezért kell használat előtt az ilyen hőmérőt lerázni.

Vannak még más különleges hőmérők is, amelyekről majd később lesz szó, amikor az alapul szolgáló jelenséget tárgyaljuk.

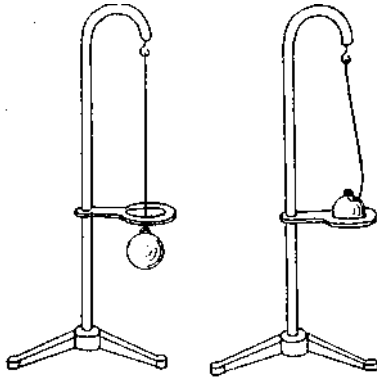
## 52. Hőokozta térfogatváltozás.

### Szilárd testek hőokozta térfogatváltozásai.

Ha egy vasgolyó hideg állapotban egy gyűrűn éppen átmegy, melegítve, ha a gyűrűt hidegen hangjuk, nem fog át-esni. Lehűlés után ismét átmegy (411. kép). E kísérlet szerint a vasgolyó is kitágul felmelegedés közben s lehűléskor összehúzódik. *A hőmérsékletváltozással térfogatváltozás jár együtt.* Így van ez más szilárd testeknél is. A változás e kísérlet szerint egész kicsiny s így pontos megméréséhez különleges berendezések szükségesek.

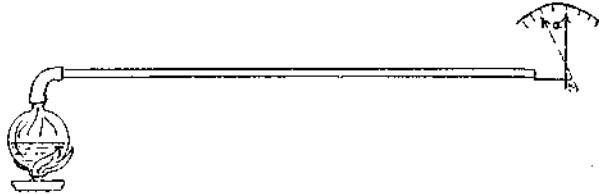
\* *Fahrenheit* Dániel (1686—1736) német üvegfüvő és műszerész. Ő használt először higanyt a hőmérők készítésénél, előtte borszesz volt szakásos.

Egy vékony rúd térfogatváltozását visszavezethetjük



411. kép. A vasgolyó térfogata is nő melegedéskor

hosszúságváltozásra, mert a keresztmetszet aránylag kicsiny lévén a hosszúsághoz képest, változása elhanyagolható. Rúd-alakú testek hőokozta hosszúságváltozását legjobban csöveken figyelhetjük meg. Forró gőz átvezetésével melegítjük fel a csövet s mivel a hosszúságnövekedés igen kicsiny, egy érzékeny mutatót alkalmazunk (412. kép). Ez a berendezés nem alkalmas a hőmérsékletváltozás és a megfelelő hosszúságváltozás pontos kimérésére, mert a cső nem melegszik egész hosszában egyenletesen fel. Ily célra olajfürdőben melegítik a rudat.



412. kép. Fémcső hőokozta tagulásának kimutatása.

Az ilyen pontos mérések a következő eredményre vezettek:

*A hosszúságváltozás egyenesen arányos az eredeti hosszúsággal és a hőmérsékletváltozással.*

Ha tehát

az eredeti hőmérséklet	$t_0$
az eredeti hosszúság	$l_0$
a megnövekedett hőmérséklet	$t$
a megnövekedett hosszúság	$l$

akkor a hőmérséklet változása

$$t - t_0$$

a megfelelő hosszúságváltozás

$$l - l_0$$

és

$$l - l_0 = \alpha \cdot l_0 (t - t_0)$$

ahol  $\alpha$  a rúd anyagi minőségétől függő arányossági tényező.

Szokták ezt az egyenletet így is írni

$$l = l_0 (1 + \alpha t)$$

Ilyenkor  $t$  magát a hőmérsékletkülönbséget jelenti.

Az arányossági tényező az utolsó előtti egyenletből

$$\alpha = \frac{l - l_0}{l_0 (t - t_0)}$$

Ha a hőmérsékletváltozás  $1^\circ$ , akkor

$$\alpha = \frac{l - l_0}{l_0}$$

Az  $\alpha$  arányossági tényező eszerint azt fejezi ki, hogy  $1^\circ$ -nyi hőmérsékletváltozáskor az eredeti hosszúság hányadrészével növekszik meg a hosszúság.

Ezt az arányossági tényezőt a 412. képen bemutatott berendezéssel elég jól meghatározhatjuk. Ha az eredeti hőmérséklet  $t_0 = 15^\circ$ , a gőz 100 fokos lévén,  $t = 100$ , a rúd hossza  $l_0$  pedig 200 cm, akkor az  $l - l_0$  meghosszabbodás

$$(l - l_0) : r = \alpha : R$$

$$(l - l_0) = \frac{\alpha \cdot r}{R}$$

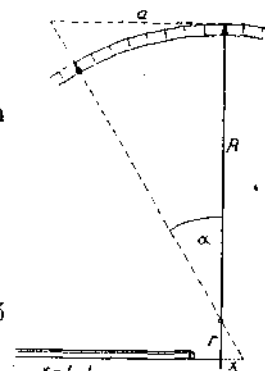
ahol  $r$  és  $R$  a 413. rajzon látható könnyen mérhető hosszúságok.

Ennek alapján

$$\alpha = \frac{\frac{a \cdot r}{R}}{(100 - 15) 200} = \frac{r \cdot \lg a}{(100 - 15) 200}$$

Ez a kiterjedési együttható különböző szilárd anyagoknál más és más, pl.

réz	0.000017
vas	0.000012
platina	0.000090
üveg	0.000059 — 0.000090



413. kép. A kiterjedési együttható meghatározásához.

Ez azt jelenti, hogy pl. a vas  $1^\circ \text{C}$  hőmérsékletemelkedéskor eredeti hosszúságának 12 milliommód részével terjed ki, vagyis 1 km hosszú rúd 12 mm-rel.  $50^\circ$ -os hőmérsékletváltozáskor, pl. téli  $-20^\circ$ -os nyári  $30^\circ$  között ez a kiterjedés már  $50.12 = 600 \text{ mm} = 0.6 \text{ méter}$ . A 10 kilométeres úton tehát a vasúti sín nyáron kerekén 6 méterrel hosszabb, mint télen. Ez a meghosszabbodás 100 km-enként már 60 méter.

A szilárd testek melegedéskor nem egyformán terjednek ki, illetve lehüléskor nem egyformán húzódnak össze. Ha két különböző mértékben kiterjedő fémszalagot összehorrasztunk és melegítünk, elgörbülnek úgy, hogy a domború oldalon van az a fém, mely jobban kiterjed (414. kép). Ilyen szalagok alakváltozása ugyanazon anyagoknál annál nagyobb, minél nagyobb a hőmérsékletváltozás. Ennek alapján hőmérők készítésére is felhasználhatók.

414. kép. Különböző kiterjedésű lémezből összehorrasztott lemezek hőváltozáskor meggörbülnek.

Hőmérsékletváltozásnak kitett anyagok közül csak olyanokat lehet mereven összekapcsolni, melyek a

hőmérséklet emelkedésekor legalább nagy megközelítéssel egyenlően terjednek ki. Vagyis, melyeknek kiterjedési együtthatójuk egyenlő. Ilyenek pl. az üveg és a platina. Ezért lehet a platinadrótot az üvegbe beforrasztani. Ha kiterjedésük nem lenne egyforma, lehüléskor szétválnának. Ép így egyforma a kiterjedési együtthatója a vasnak és a betónak. Ez a fizikai alapja a betonba ágyazott vasszerkezetek, röviden: vasbetonszerkezetek, gyakorlati alkalmazásának.

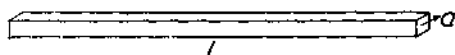


415. kép.  
Polóingá.

Az óra ingájának a hossza, ha kismértékben is, de változik a hőmérséklettel. Mivel a lengési idő az inga hosszától függ, a hőmérsékletváltozásból eredő hosszúságváltozás megzavarja az egyenletes járását. E hiba kiküszöbölésére a pontos ingákat különböző anyagú fémrudakból készítik és úgy állítják össze őket, hogy az egyik rúd hosszúságnövekedése lefelé, a másiké felfelé érvényesüljön és a kettő egyenlő legyen. Az ilyen ingát pótlóingának nevezik (415. kép).

Szilárd testek hőokoza hosszúságváltozásának a gyakorlatban igen nagy jelentősége van. Pl. a kerékre az abroncsot a kovács melegen veri rá, mert így lehülés közben az abroncs összehúzódik és rendkívül erősen ráfeszül a kerékre. A vasúti síneket nem illesztik pontosan egymás mellé, hogy a hőmérsékletváltozásnak megfelelő hosszúságváltozásnak ne legyen akadálya.

A rúd alakú test térfogatváltozását, ha a hosszúságváltozásnál jelentősen kisebb keresztmetszetenövekedést elhanyagoljuk, úgy kapjuk meg, hogy a hosszúságot a keresztmetszettel szorozzuk (416. kép). Legyen a keresztmetszet  $a$ , akkor az  $l - l_0 = \alpha l_0 (t - t_0)$  egyenletből



416. kép. Rúdalakú test térfogatváltozásának kiszámításához.

$l \cdot a - l_0 \cdot a = \alpha l_0 \cdot a (t - t_0)$   
és ha a térfogatot  $v$ -vel jelöljük,

$$v - v_0 = \alpha \cdot v_0 (t - t_0)$$

$$v = v_0 (1 + \alpha t)$$

ahol az utolsó egyenletben  $t$  a hőmérséklet változását jelenti.

Ha a test nem rúd alakú s így a keresztmetszet változásai nem hanyagolhatók el, akkor is kiszámítható a térfogatváltozás a hosszúságváltozásból. Legyen egy kocka éle  $t_0$  hőmérsékleten  $l_0$  (417. kép),  $t$  hőmérsékleten  $l$ , akkor

$$v_0 = l_0^3, \quad v = l^3, \quad l = l_0 (1 + \alpha t)$$

$$v = l^3 = l_0^3 (1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3)$$

Mivel  $\alpha$  nagyon kis szám, azok a tagok, melyekben  $\alpha^2$  és  $\alpha^3$  fordul elő, elhanyagolhatóan kicsik. Pl. réznél

$$\alpha = 0.000017$$

$$\alpha^2 = 0.00000000029$$

$$\alpha^3 = 0.0000000000000049$$

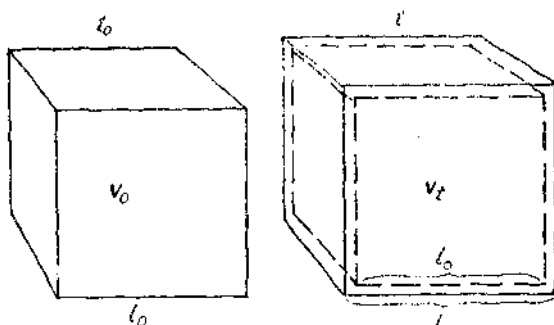
Egyenletünk tehát így alakul

$$v = v_0 (1 + 3 \alpha t)$$

A hőmérséklet-változás és a térfogat közötti összefüggés jelege tehát nem változik meg, csupán a kiterjedési együttható lesz a háromszorososa a hosszúságbeli kiterjedés együtthatójának.

$$v = v_0 (1 + \beta \cdot t)$$

$$\text{ahol } \beta = 3 \alpha$$

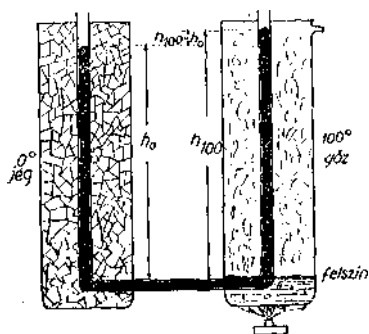


417. kép. Kocka térfogatváltozásának számításához

Ez az összefüggés nem kocka alakú testekre is fennáll, mert minden test tetszőszerinti megközelítéssel kisebb-nagyobb kockákból tehető össze.

### Cseppfolyós testek hő okozta térfogatváltozásai.

Cseppfolyós testek hő okozta térfogatváltozása nehezen figyelhető meg pontosan, mert a folyadékot tartó edény térfogata is megváltozik a hőmérséklet változásával. Csak egy látszólagos változást figyelhetünk meg, amiből a valóságot az edény térfogatváltozásának a leszámítása útján kaphatjuk meg. Az edény térfogatváltozásának közvetlen megállapítása azonban igen nehéz. Ezért a folyadékok térfogatváltozását sűrűségváltozásukra, ezt pedig a közlekedő edényekben fellépő magasságkülönbségek mérésére vezették vissza.



418. kép. A higany kiterjedési együtthatójának mérése.

Helyezzük a kísérleti folyadékot, pl. higanyt, közlekedő csőbe (418. kép). Ha a hőmérséklet egyenlő, a közlekedő cső két ágában a higany magassága mindkét oldalon ugyanaz. De ha az egyik oldalon a közlekedő edényt olvadó jégbe, a másikon forró víz gőzébe tesszük, megváltozik a

higany térfogata, a térfogattal a sűrűsége, a sűrűséggel a magassága.

A sűrűség a térfogattal fordítva arányos, tehát ha az  $m$  tömegű test térfogata  $t_0$  hőmérsékleten  $v_0$ , a megfelelő sűrűség a  $t_0$  hőmérsékleten

$$d_0 = \frac{m}{v_0}$$

Ha ez az  $m$  tömeg  $t$  hőmérsékletre felmelegszik és térfogata  $v_t$  lesz, akkor ezen a hőmérsékleten a sűrűsége

$$d_t = \frac{m}{v_t}$$

a két egyenletet egymással elosztva

$$\frac{d_0}{d_t} = \frac{v_t}{v_0} \quad \text{vagy} \quad d_0 : d_t = v_t : v_0$$

tehát a sűrűségek a megfelelő térfogatokkal fordítva arányosak.

A közlekedő edények törvénye szerint, ha a  $0$  fokban a magasság  $h_0$ , a  $100$  fokban  $h_{100}$ , akkor

$$h_0 : h_{100} = d_{100} : d_0$$

$$\text{vagy} \quad h_0 : h_{100} = v_0 : v_{100}$$

A kiterjedési együttható, ha egyenletébe a  $v_{100}$  innen kiszámított értékét helyettesítjük.

$$\alpha = \frac{v_{100} - v_0}{v_0 (t - t_0)} = \frac{\frac{h_{100}}{d_{100}} - \frac{h_0}{d_0}}{\frac{h_0}{d_0} (t - t_0)} = \frac{h_{100} - h_0}{100 h_0}$$

Igy visszavezettük a kiterjedési együttható meghatározását két hosszúságnak és két hőmérsékletnek a mérésére.

Bármely más hőmérsékletekre nézve ugyanezt az  $\alpha$  értéket kapjuk, ami azt jelenti, hogy általában minden  $t$  és  $t_0$  hőmérséklet mellett

$$\frac{v_t - v_0}{v_0 (t - t_0)} = \alpha$$

állandó. Innen a térfogatváltozás

$$v_t - v_0 = \alpha v_0 (t - t_0)$$

vagy ha  $t$  a hőmérséklet változását jelenti

$$v_t = v_0 (1 + \alpha t)$$

A térfogatváltozás tehát a folyadékoknál is arányos az eredeti térfogattal és a hőmérsékletváltozással.

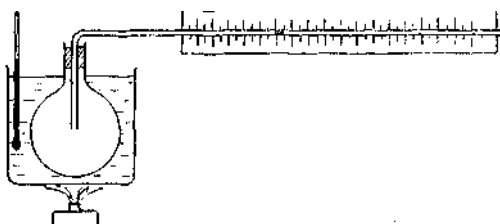
A kiterjedési együttható az anyagi minőség szerint a folyadékoknál is különböző.

A víz nem követi ezt a törvényt, mert  $4^\circ$ -nál van legkisebb térfogata és  $4^\circ$ -on alul hűtve, térfogata nem kisebbedik, hanem nő. Ennek következtében a természetben folyóknál, tavaknál, mindig a  $4^\circ$ -os víz van mélyebben és  $0^\circ$ -os magasabban. Ezért a víz a felszínénél kezd befagyni s nem a

fenekénél, aminek rendkívül nagy jelentősége van a természetben, mert ez teszi lehetővé, hogy a jég alatti 0—4°-os vízben az állatok és növények télen is megélhessenek.

### Légnemű testek hőokozta térfogatváltozásai.

Légnemű testek hőokozta térfogatváltozása jól megfigyelhető, sőt ki is mérhető, ha egy üvegpalackot dugóval jól elzárunk, a dugón keresztül egy derékszögben hajlított üvegcsövet vezetünk, s e csőben a levegőt higanycseppel zárjuk el (419. kép). Már kis hőmérsékletváltozásnál, pl. a kezünkkel való melegítésre mutatja a higanycsepp eltolódása a térfogat



419. kép. A levegő kiterjedésének megfigyelése és mérése.

megváltozását. Vízfürdőben óvatosan melegítve a levegőt, hőmérővel megmérhetjük a hőmérséklet változását, az üvegcső melletti beosztáson pedig a térfogatváltozást.\* A mérés eredményét táblázatba állítjuk és jelenségvonalat készítünk.

hőmérséklet	t:	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37
buborék														
eltolódása $h - h_0$ :	0	5.1	10.2	15	21.8	26.2	32	37.3	42.1	46.2	52.3	58.9	62.1	

Innen a hőmérsékletváltozás: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12  
A megfelelő térfogatváltozás, ha térfogategységül az 1 cm hosszú cső térfogatát vesszük:

$$v_t - v_0 \quad h - h_0$$

E mérések közben a higanycseppre mindig 1 légköri nyomás hat, tehát a nyomás állandó.

A megfelelő jelenségvonal szerint (420. kép) a térfogatváltozás a hőmérsékletváltozással egyenesen arányos

$$v_t - v_0 = c \cdot (t - t_0)$$

Mivel kétszer, háromszor stb. nagyobb térfogat mellett a változás is kétszer, háromszor stb. nagyobb, a  $c$  arányossági tényezőnek kell arányosnak lennie az eredeti térfogattal

$$c = \alpha \cdot v_0$$

vagyis

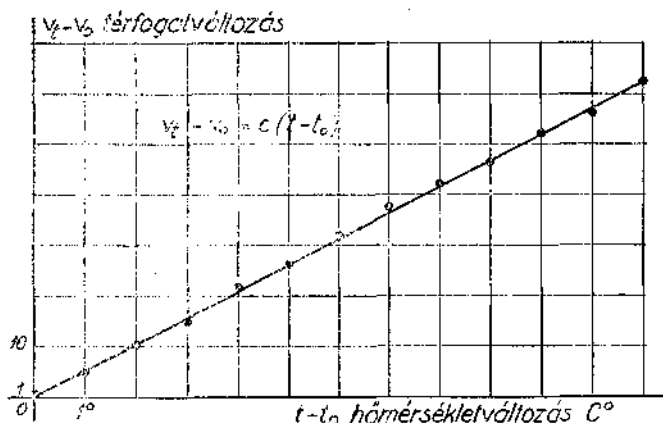
$$v_t - v_0 = \alpha v_0 (t - t_0)$$

Illetve, ha a  $t - t_0$  különbséget röviden  $t$ -vel jelöljük,

$$v_t = v_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t)$$

\* Célszerű kellően felmelegített vízbe tenni a levegővel telt edényt és lehűlés közben mérni az összetartozó hőmérsékletet és buborék-helyzetet.





420. kép. A térfogatváltozás a hőmérséklet változásával egyenesen arányos.  
Az arányossági tényező most is

$$\alpha = \frac{V_t - V_0}{V_0 (t - t_0)}$$

azt fejezi ki, hogy az eredeti térfogatának hányadrészével nőtt a térfogat  $1^\circ$ -nyi hőmérsékletváltozáskor. Különböző gázoknál megmérve az arányossági tényezőt, azt mindig egyenlőnek találták. Eszerint a gázok, ellentétben a folyadékokkal és a szilárd testekkel, melegítéskor egyformán terjednek ki.

A kiterjedési együttható a mérések szerint minden gázra

$$\alpha = \frac{1}{273}$$

Ez azt jelenti, hogy bármely gázból 273 litert véve és  $1^\circ$ -kal felmelegítve 274 liter gáz lesz, ha a reáható nyomás nem változik meg.

A

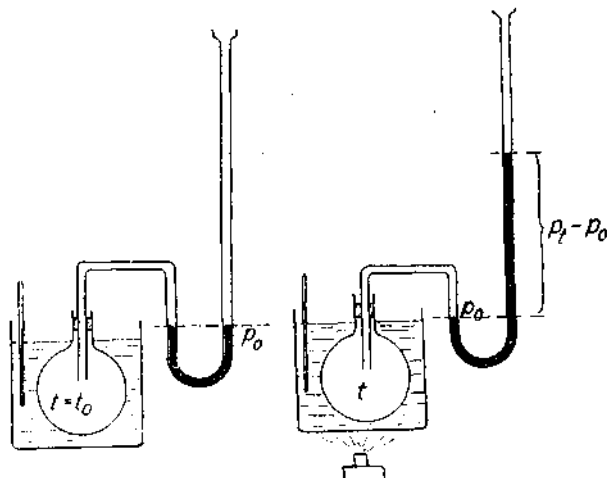
$$V_t = V_0 (1 + \alpha t), \quad \alpha = \frac{1}{273}$$

összefüggést, mely állandó külső nyomás mellett megadja minden gáz hőmérsékletváltozással járó térfogatváltozását, *Gay-Lussac\* I. törvényének* nevezzük.

Itt felmerül az a kérdés, mi történik akkor, ha a gázt melegítjük, de a térfogatváltozásra lehetőséget nem adunk. Ilyenkor a nyomás változik meg. A kísérleti berendezést a 421. képen látható módon megváltoztatva, a hőmérséklettel fellépő nyomásváltozást hasonló módon tanulmányozhatjuk. A kivezető csövet U alakra hajlítjuk és az U alak alsó részében higanyal elzárjuk. Melegítéskor a térfogat megnövekszik és a higany felszíne ennek megfelelően eltolódik. Az U alakú cső

\* *Gay-Lussac Lajos* (1778—1850) francia vegyész és fizikus.

nyitott végébe most annyi higanyt öntünk, hogy az ebből származó nyomás visszaszorítsa a gáz térfogatát az eredetire (421.



421. kép. A levegő nyomásváltozásának megfigyelése és mérése.

kép). Leolvassva a nyomásváltozást és a megfelelő hőmérsékletváltozást, a következő eredményt kapjuk.

Hőmérsékletváltozás,	$t - t_0$ :	8	14	21	29	33	38	44
Nyomásváltozás,	$p_t - p_0$ :	14	26	41	54	68	74	86

A megfelelő jelenségvonal szerint (422. kép) állandó térfogat mellett a nyomás változása arányos a hőmérséklet változásával,

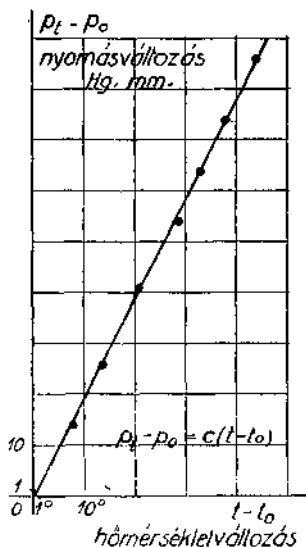
$$p_t - p_0 = c \cdot (t - t_0)$$

Az itt fellépő arányossági tényező egyenesen arányos az eredeti nyomással, vagyis  $c = a \cdot p_0$

$$\text{tehát } p_t - p_0 = a \cdot p_0 (t - t_0)$$

A mérések szerint ebben az egyenletben fellépő  $a$  arányossági tényező értéke is minden gázra nézve ugyanaz, mégpedig a térfogatváltozásnál már megállapított érték  $\frac{1}{273}$ .

Ez az összefüggés Gay-Lussac II. törvénye. Szavakba foglalva: állandó térfogat mellett a nyomásváltozás a hőmérsékletváltozással és az eredeti nyomással egyenesen arányos és az arányossági tényező minden gázra  $\frac{1}{273}$ .



422. kép. A nyomásváltozás a hőmérsékletváltozással egyenesen arányos.

Ha ismét  $t$ -vel jelöljük magát a hőmérsékletváltozást és átalakítjuk az egyenletet, akkor Gay-Lussac II. törvénye ilyen alakban is írható

$$p_t = p_0 (1 + \alpha t) \qquad \alpha = \frac{1}{273}$$

### 53. Boyle-Mariotte-Gay-Lussac gáztörvénye.

#### Abszolút hőmérséklet.

**Az eddigi gáztörvények áttekintése.**

A gázok állapotát három adat határozza meg, a térfogat ( $v$ ), a nyomás ( $p$ ) és a hőmérséklet ( $t$ ). Ha a hőmérséklet állandó, akkor a  $p$  nyomás és a  $v$  térfogat közötti összefüggést a Boyle-Mariotte-törvény fejezi ki, mely szerint a nyomás és a térfogat szorzata nem változik:

$$v \cdot p = v_0 \cdot p_0 \qquad t \text{ állandó}$$

Ha a nyomás állandó, akkor a  $v$  és  $t$  közötti összefüggést Gay-Lussac I. törvénye adja meg:

$$v_t = v_0 (1 + \alpha \cdot t) \qquad p \text{ állandó}$$

Ha pedig a térfogat állandó, akkor a  $p$  és  $t$  között Gay-Lussac II. törvénye szerint a

$$p_t = p_0 (1 + \alpha \cdot t) \qquad v \text{ állandó}$$

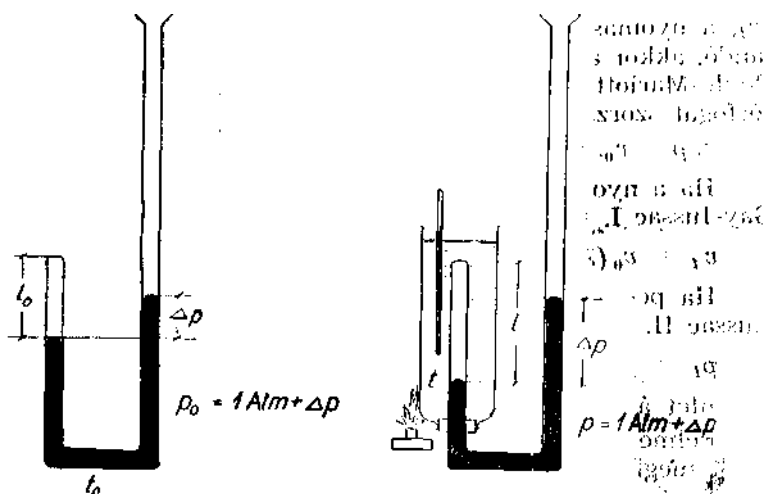
egyenlet áll fenn.

Felmerül a kérdés, milyen az összefüggés, ha a gáz állapotát meghatározó mindhárom adat  $v$ ,  $p$ ,  $t$ ; térfogat, nyomás, hőmérséklet egyidejűleg változik. Amíg nincs hőmérsékletváltozás, addig a Boyle—Mariotte-törvény szerint a  $v \cdot p$  szorzat állandó, s így a felvetett kérdésre azzal adhatjuk meg a választ, hogy megvizsgáljuk, miként változik a nyomás és a térfogat szorzata ( $v \cdot p$ ) a hőmérséklet megváltozásakor.

#### Kísérlet a felvetett kérdés megoldására.

Zárjunk el egy U alakú nyitott cső rövidebb szárába *tiszta, főleg száraz* levegőt azzal, hogy a cső aljába higanyt öntünk. Legjobb úgy eljárni, hogy a higanyt akkor öntjük be, amikor a cső rövidebb vége nyitott s a higany beöntése után forrasztjuk le a csövet. Vegyük körül a rövidebb csőnek levegővel telt részét vízmelegítővel és figyeljük meg a különböző hőmérséklet mellett az elzárt levegőoszlop hosszát és nyomását (423. kép). Ha a levegő hossza a kiinduláskor  $l_t$  volt, akkor a légoszlop hossza mindig annyival több, amennyivel a higanyoszlop a nyílt csőben a  $t$  hőmérsékletnek megfelelő szint felett áll. Tehát a levegővel telt rész hosszát nem is kell külön lemérni.

Legyen  $l$  a légoszlop hossza mm-ben,  $t$  a hőmérséklet  $^{\circ}\text{C}$ -okban,  $p$  az a nyomás Hg. mm-ben, mely alatt az elzárt levegő van. Ez a nyomás egyrészt a barométeren leolvasható külső légnyomásból, másrészt a két szárban a kiindulási hőmérsékletnél (mutatkozó esetleges magasságkülönbségből áll. Végül  $h$  jelentse a higanyoszlop felszínének magasságát, a szobahőmérsékletnek megfelelő felszín helyzetéhez képest. Kísérletünknel a szobahőmérséklet a kiinduláskor  $16^{\circ}\text{C}$  volt, az elzárt levegőoszlop hossza 90 mm, a barométer állása 766 mm s a nyílt csőben 1 mm-rel magasabban állt a higany mint ott, ahol levegő volt benne elzárva.



423. kép. Kísérleti berendezés az általános gáztörvény megállapításához.  
(Az  $l_0$ ,  $t_0$ ,  $p_0$  helyett  $l_1$ ,  $t_1$ ,  $p_1$  olvasandó.)

E kezdő adatok megállapítása után meleg vizet öntünk az elzárt szár körüli szélesebb csőbe és lehűlés közben megfigyeljük a  $t$  hőmérsékletet és a külső levegővel érintkező higanyfelszín  $h$  magasságát. A megváltozott légoszlophosszúság  $90 + h$  lesz, a megváltozott nyomás pedig  $766 + 1 + 2h$ , mert az egyik szárban  $h$ -val csökkent, a másikban ugyanennyivel emelkedett a higany felszíne.

Méréseink és azok alapján számított adataink a következők:

$t$	$h$	$l$	$p$	$l \cdot p$
16	0	90	766 + 1 + 2 h = 767	69030
99	20	90 + h = 110	807	88770
90	18	108	803	86724
78	15	105	797	83685
70	13	103	793	81679
57	10	100	787	78700

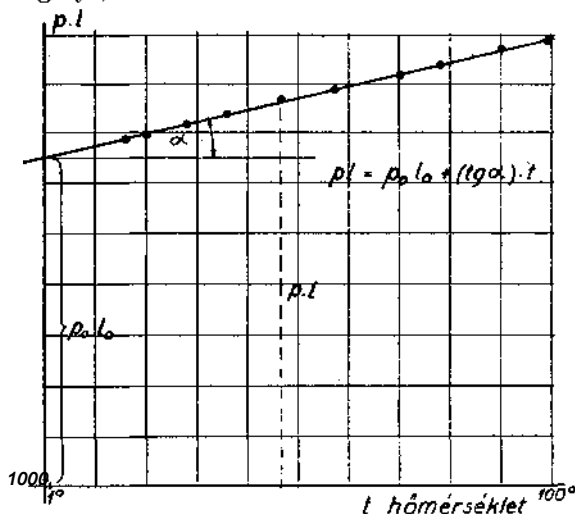
46	8	98	783	76734
36	5	95	777	73815
28	3	93	773	71889
20	1	91	769	69979

Ha a  $t$  értékeit egy koordináta-rendszerben az  $x$  tengelyre, az  $l.p$  értékeit az  $y$  tengelyre felmérjük, a 424. képen közölt jelenségvonalat kapjuk. Az  $l.p$ -nek, mint a  $t$  függvényének egy olyan egyenes vonal felel meg, amely az  $y$  tengelyt a  $p_0 l_0$  pontban metszi.

Tehát  $p.l = p_0 l_0 + (tg \alpha) \cdot t$   
ahol  $\alpha$  az egyenes hajlásszöge az  $x$  tengellyel.

Ha a kezdeti nyomást és a légoszlop eredeti hosszát változtatjuk, különböző hajlású egyeneseket kapunk (425. kép), de ezek az egyenesek mind a  $-273$  pontban metszik az  $x$  tengelyt, amiből

$$tg \alpha = \frac{p_0 l_0}{273}$$



424. kép. A  $p.l$  és  $t$  összefüggésének jelenségvonal.

Behelyettesítve ezt az értéket a fenti egyenletbe

$$p.l = p_0 l_0 + \frac{p_0 l_0}{273} \cdot t$$

egyenletet kapjuk, amely kifejezi, hogyan függ  $p.l$  a hőmérséklettől. Szorozzuk ezt az egyenletet a cső keresztmetszetével  $r^2\pi$ -vel, akkor  $l r^2\pi = v$  és  $l_0 r^2\pi = v_0$  lévén

$$p.v = p_0 v_0 + \frac{p_0 v_0}{273} \cdot t$$

vagy

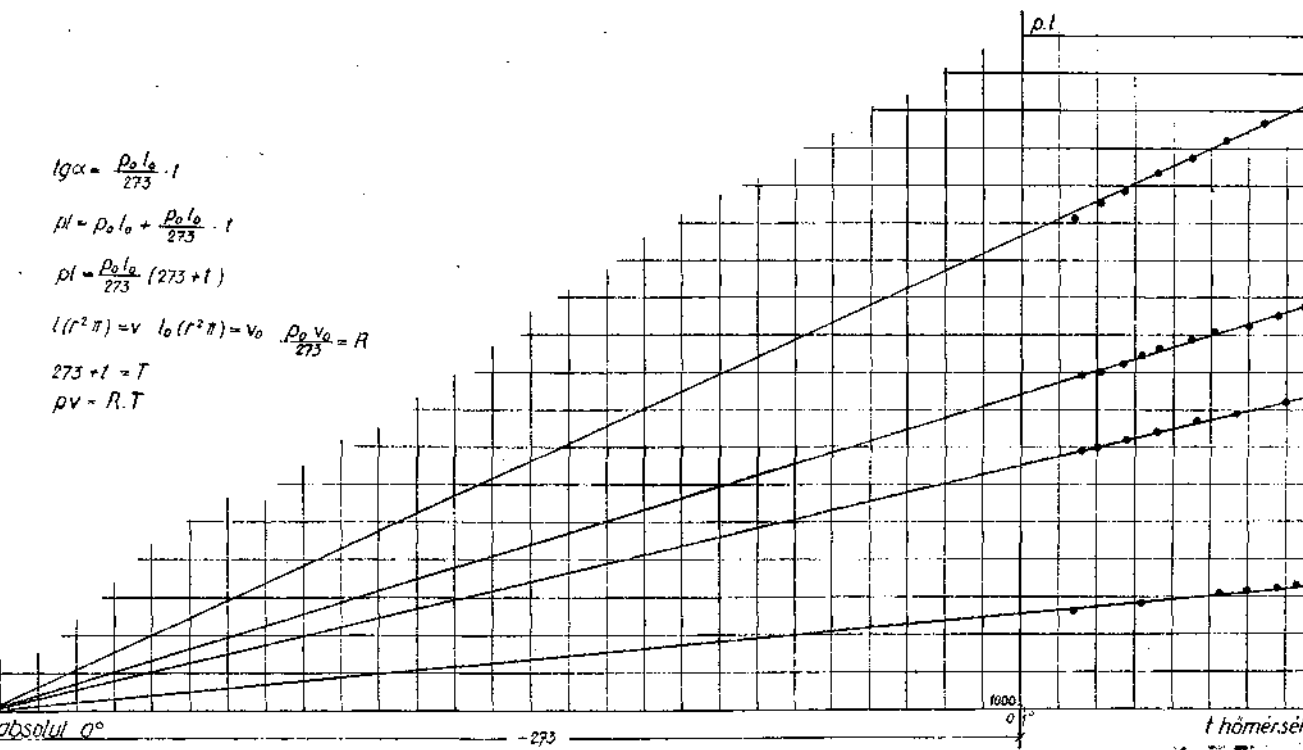
$$p.v = \frac{p_0 v_0}{273} (273 + t)$$

Ha a hőmérsékletet nem a víz olvadási pontjától, hanem a  $-273$ -tól, mint  $0$  ponttól számítjuk, akkor a  $273+t$  ez új zérus ponttól számított hőmérséklet, amelyet egyszerűen  $T$ -vel jelölünk. A  $-273^\circ\text{C}$ -ot, mint kiindulási hőmérsékletet abszolút zérusfoknak, s az innen számított  $T$  hőmérsékletet abszolút hőmérsékletnek nevezzük. Eszerint

$$p.v = \frac{p_0 v_0}{273} \cdot T$$

vagy mivel  $\frac{p_0 v_0}{273}$ , amit röviden  $R$ -rel jelölünk, a  $T$ -től független szám

$$p.v = R \cdot T$$



425. kép. Több jelenségvonal a  $p \cdot l$  szorzat számára.

Szavakkal: *a nyomás és a térfogat szorzata az abszolút hőmérséklettel egyenesen arányos*. Tehát amíg a hőmérséklet nem változik  $p \cdot v$  állandó, ha pedig a hőmérséklet változik a  $p \cdot v$  egyenesen arányos az abszolút hőmérséklettel. Ez az összefüggés Boyle—Mariotte—Gay-Lussac gáztörvénye, vagy az *általános gáztörvény*.

Az általános gáztörvény a Boyle—Mariotte és a Gay—Lussac törvényekből gondolati kísérlettel is levezethető.

Legyen egy  $v_0$  térfogatú, 0 hőmérsékletű gáz nyomása  $p_0 = 1$  atm. Vagyis a gáz jellemző adatai legyenek

$$t_0 = 0, \quad v_0, \quad p_0 = 760 \text{ mm},$$

Gondoljuk, hogy a hőmérséklet  $t$ -re emelkedik és a nyomás változása nélkül a térfogat  $v_t$  lesz. A jellemző adatok ekkor Gay-Lussac I. törvénye figyelembevételével

$$t, \quad v_t = v_0(1 + \alpha t), \quad p_0$$

Most gondolatban szorítsuk össze hőmérsékletváltozás nélkül a  $v_t$  térfogatot  $v$  térfogatra, miközben a nyomás megváltozik  $p_0$ -ról  $p$ -re. A jellemző adatok e változás után

$$t, \quad v, \quad p,$$

Mivel ennél a változásnál a hőmérséklet állandó, a Boyle—Mariotte-törvény szerint

$$vp = v_0 p_0 (1 + \alpha t) \quad " \quad \frac{1}{273}$$

átalakítva

$$vp = v_0 p_0 \cdot \frac{273 + t}{273} = \frac{v_0 p_0}{273} (273 + t)$$

$$v \cdot p = R \cdot T$$

Ez az egyenlet az általános gáztörvény.

## 54. A hőmennyiség mérése.

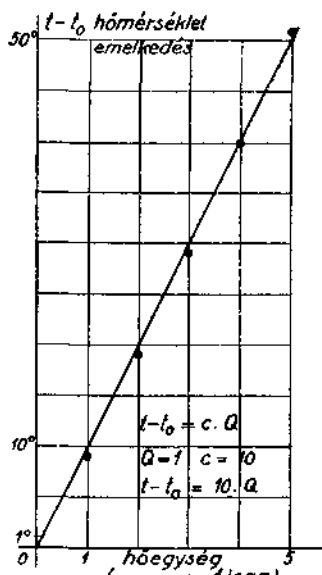
### Bevezető kísérletek.

Ugyanazon a tűzhelyen a kismennyiségű víz sokkal rövidebb idő alatt felmelegszik, mint a nagytömegű. Ha ellenben ugyanazt a mennyiségű vizet akarjuk gyorsabban felmelegíteni, akkor jobban alágyújtunk, ami azt jelenti, hogy több hőt fejlesztünk. Most, ezekben a tapasztalatokban is megnyilatkozó természeti törvények pontosabb megismerése érdekében, készítsünk több, lehetőleg egyforma lángot, mint hőforrást és egy meghatározott tömegű vizet, pl. 500 gr-ot egyenlő ideig, mondjuk 5 percig melegítsünk először

426. kép. Ugyanannak a víztömegnek hőmérséklete több lánggal melegítve gyorsabban növekszik.

1, majd 2, 3... lánggal. A víz hőmérsékletének emelkedése a lángok számától függ (426. kép). 500 gr vizet 4 cm magas, lehetőleg egyforma lánggal melegítünk. Az eredmény a következő:

lángok száma	kezdő hőmérséklet	végző hőmérséklet	idő perc	hőmérséklet-változás
1	14	24	5	10
2	24	43	5	19
3	14	43	5	29
4	12	52	5	40
5	12	63	5	51



427. kép. A hőmérséklet-emelkedés egyenesen arányos a közölt hőmennyiségével.

A felvett melegmennyiség tehát egyenesen arányos a hőmérsékletváltozással.

Most melegítsünk különböző tömegeket ugyanazon ideig, pl. 5 percig, mindig négy lánggal. Az alábbi eredményt kapjuk.

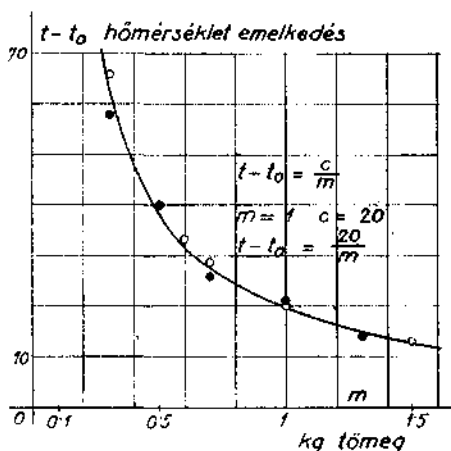
A felmelegedés oka, hogy a láng, illetve lángok melegüket átadják a víznek. Tekintsük egységnyi-nek azt a meleget, amelyet egy láng 5 perc alatt ad át a víznek, két láng által átadott meleg ugyanannyi idő alatt kétszer nagyobb lesz és így tovább. Az átadott hő  $Q$  mennyiségét ilyen megállapodás mellett a lángok száma fejezi ki.

Készítsünk jelenségvonalat a  $Q$  melegmennyiség és a  $t - t_0$  hőmérsékletváltozás közötti összefüggésről (427. kép). Eredményül egyenes vonalat kapunk, ami azt mondja, hogy

$$t - t_0 = c \cdot Q$$

vagy

$$Q = \frac{1}{c} (t - t_0) = c' (t - t_0)$$



428. kép. A hőmérsékletemelkedés fordítottan arányos a melegedő tömeggel.



tömeg gr	$t_0$	$t$	$t - t_0$
300	12	70	58
500	12	52	40
700	12	38	26
1000	12	33	21
1300	28	42	14

A megfelelő, a 428. képen látható jelenségvonala szerint a  $t - t_0$  hőmérsékletváltozás a melegített tömeggel fordítva arányos.

$$t - t_0 = \frac{C}{m}$$

### A hőmennyiségek egységének pontos értelmezése.

Összefoglalva mindkét kísérlet eredményét

$$t - t_0 = C \cdot \frac{Q}{m}$$

a hőmérsékletváltozás egyenesen arányos a felvett meleg mennyiségével és fordítva arányos a melegített test tömegével.

Ezt a legutóbbi egyenletet azonban így is írhatjuk

$$Q = C' \cdot m \cdot (t - t_0) \qquad C' = \frac{1}{C}$$

amit szavakban így fejezhetünk ki. *Melegedés közben a felvett meleg mennyisége egyenesen arányos a hőmérsékletváltozással és a meleget felvevő test tömegével.*

A melegmennyiségnek itt választott egysége, t. i. egy meghatározott láng melegítése 5 percig, nem alkalmas rendszeres használatra. Egységül azt a melegmennyiséget választották, amennyi 1 gr vizet  $0^\circ$ -ról  $1^\circ$ -ra felmelegít. Ezt a melegmennyiséget röviden 1 *caloriának* nevezték el. Tehát az a melegmennyiség, amelyet  $m$  tömegű víz felvesz akkor, amikor  $t_0$  hőmérsékletéről  $t$  hőmérsékletre melegszik fel,

$$Q = m \cdot (t - t_0) \text{ caloria}$$

amiből az következik, hogy a  $C'$  arányossági tényező ha a melegmennyiséget caloriákban mérjük, a vízre nézve 1.

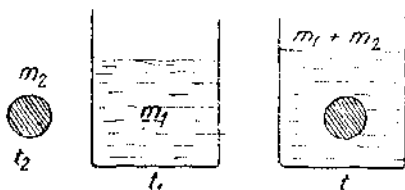
## 55. Melegedés és lehülés. Fajhő.

### A fajhő értelmezése és meghatározása.

Legyen egy edényben  $m_1$  tömegű,  $t_1$  hőmérsékletű víz, s tegyük bele egy  $m_2$  tömegű,  $t_2$  hőmérsékletű vasat. Ha a vas hőmérséklete a nagyobb  $t_2 > t_1$ , akkor a víz felmelegszik, egyidejűleg a vas lehül és végeredményben egy közös  $t$  hőmérséklet fog kialakulni, mely nagyobb mint  $t_1$ , de kisebb mint  $t_2$  (429. kép).

A víz hőmérsékletének  $t_1$ -ről  $t$ -re való emelkedése közben  $m_1(t - t_1)$  caloria meleget vett fel. Általában ha  $m$  tömegű test  $t_0$  kezdeti hő-

mérsékletéről  $t$  hőmérsékletre melegszik, az általa felvett hőmennyiség ( $Q$ )



$$t_1 < t < t_2$$

$$Q = c \cdot m (t - t_0)$$

ahol a  $c$  arányossági tényező annak a melegnek a mértékszámát fejezi ki, amely az illető testből 1 gr tömeget 1°-kal melegít fel. Ha ugyanis

$$m = 1 \text{ és } t - t_0 = 1$$

akkor

$$Q = c$$

429. kép. A fajhő meghatározásához.

Ez a melegmennyiség egyes anyagoknál más és más. A víznél pl. a caloria értelmezése szerint 1, mert 1 cal. az a melegmennyiség, amely 1 gr vizet 1°-kal felfelemelegít. Pontos mérések szerint különböző hőmérsékleten a víz 1°-kal való felfelemelegedéséhez nem egészen ugyanannyi hő kell. Ez a különbség azonban olyan csekély, hogy csak tudományos méréseknél kell figyelembe venni.

Más anyagokra nézve a  $c$  arányossági tényező értéke az anyagi minőség szerint más és más.

Lehűléskor a testek ugyancsak

$$Q = c \cdot m (t - t_0)$$

caloria meleget adnak át a környezetnek.

Az a meleg tehát, amelyet az  $m_2$  tömegű vas a környezetnek átad, amikor  $t_2$  hőmérsékletéről  $t$ -re süllyed,

$$Q = c \cdot m_2 \cdot (t_2 - t) \text{ cal}$$

ahol  $c$  a vasat jellemző arányossági tényező, mely megadja, hogy 1 gr vas 1 fokkal való felfelemelegedéséhez hány caloria kell. Ezt a  $c$  arányossági tényezőt, mivel az anyagok fajtája szerint különböző, *fajhőnek* nevezzük.

Feltéve, hogy más jelenség nem történt, (ami a valóságban csak megközelítőleg érhető el, mert közben az edény és a levegő is felfelemelegszik),

$$m_1 (t - t_1) = c \cdot m_2 (t_2 - t)$$

Innen

$$c = \frac{m_1 (t - t_1)}{m_2 (t_2 - t)}$$

A vas fajhőjét tehát két lömegmérés és három hőmérsékletmérés alapján meghatározhatjuk. A meghatározásnak ezt a módszerét *keverési módszernek* nevezzük.

Azokat a berendezéseket, amelyekben lehető kevés veszteséggel lehet valamely változással kapcsolatosan fellépő melegmennyiségének változását megállapítani, *calorimétereknek* nevezzük.

Folyadékok fajhőjét ugyancsak a keverési módszerrel határozhatjuk meg.

Gázok fajhője függ attól, hogy melegedés közben térfogatuk változik-e. Ezért a gázoknál kétféle fajhőt különböztetünk meg. Állandó nyomás, de változó térfogat mellett megállapított fajhőt ( $c_p$ ), és állandó térfogat, de változó nyomás mellett megállapított fajhőt ( $c_v$ ).

Ha  $m_2$  tömegű gáz, mialatt hőmérséklete  $t_2$ -ről  $t'_2$ -re csökken, az  $m_1$  tömegű vizet  $t_1$  hőmérsékletről  $t'_1$  hőmérsékletre melegíti a 430. képen látható caloriaméterben, akkor

$$m_1(t'_1 - t_1) = c_p \cdot m_2(t_2 - t'_2)$$

ahol  $c_p$  a gáz fajhője állandó nyomás mellett. Innen

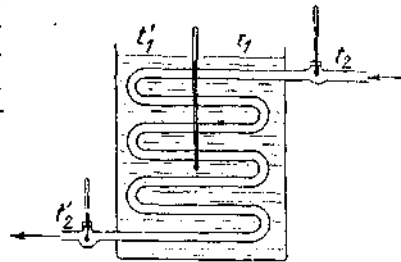
$$c_p = \frac{m_1(t'_1 - t_1)}{m_2(t_2 - t'_2)}$$

A gázok állandó térfogat melletti fajhőjét  $c_v$ -t közvetve határozzák meg. Itt részletesen nem tárgyalható eljárással megállapítják a kétféle fajhő hányadosát. Ez a hányados pl. hidrogénre, oxigénre, nitrogénre, levegőre

$$\frac{c_p}{c_v} = 1.41$$

tehát

$$c_v = \frac{c_p}{1.41}$$



430. kép. Légnemű testek fajhőjének meghatározásához.

Néhány test fajhője caloriákban:

vörösréz	0.092	alkohol	0.58
acél	0.114	nitrogén	0.22 állandó nyomás mellett
higany	0.033	hidrogén	3.41 „ „ „

Ha a jelenségeket aszerint csoportosítjuk, vajjon melegfelvétellel, vagy melegleadással járnak, akkor a melegedés és lehűlés lehet e csoportosítás kezdete.

Melegfelvétellel járó  
jelenségek:  
Melegedés.

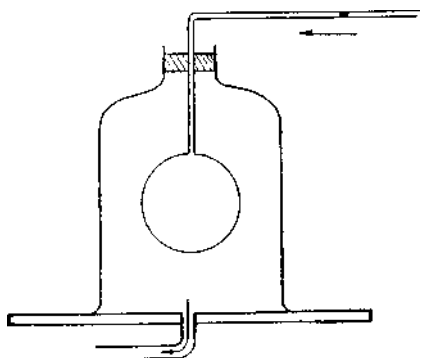
Melegleadással járó  
jelenségek:  
Lehűlés.

Ujabb jelenségek tárgyalásánál e táblázat majd fokozatosan kiegészül.

Már láttuk, hogy melegedéskor, tehát melegfelvételnél a testek térfogata növekszik. A térfogatnövekedés tehát melegfelvétellel jár. Ha nem melegítéssel növekszik meg egy gáz térfogata, hanem a nyomáscsökkentésből származó térfogatnagyságok révén, akkor az ehhez szükséges meleget önmagá-

tól veszi el, azaz lehűl. Ezt bizonyítja az alábbi kísérlet.

Tegyünk a légszivattyú burája alá egy levegővel telt üveggömböt s a burából vezessük ki az üveggömb csövét és



431. kép. A levegő térfogatváltozása hőváltozással jár együtt.

zárjuk el cseppnyi folyadékkal (431. kép). Ez a csepp légszivattyúzaskor a gömb felé mozdul el, jelezvén a lehűlést a búra alatt. Ha beeresztjük a levegőt, melegedést figyelhetünk meg a csepp ellenkező irányú eltolódásából. A levegő hirtelen összenyomódásából fejlődő meleg olyan nagyfokú lehet, hogy könnyen gyúló anyag-

gok nemcsak felmelegszenek, hanem meg is gyúladnak. Ezen alapszik a légtűzszerszám (432). Dugattyúval elzárt vastagfalu üvegcső. A hirtelen összenyomított levegő annyira felmelegszi, hogy a dugó alsó végére helyezett száraz tapló meggyullad.

E kísérletek alapján a térfogatváltozást is beállíthatjuk a fenti csoportosításba.

Melegleadással járó  
jelenségek:

Lehűlés

Térfogatcsökkenés.

Melegfelvétellel járó  
jelenségek:

Melegedés

Térfogattömegnövekedés.



432. kép. Légtűzszerszám.

## 56. Olvadás és fagyás.

### Köznapi tapasztalatok.

Közismert jelenség a víz olvadása és fagyása. A vizet, mint anyagot, a mindennapi életből ismerjük jégnek nevezett szilárd állapotában. Azt is tudjuk, hogy a víz fokozatos lehűlés közben, mielőtt hőmérséklete a  $0^\circ$  alá száll, megfagy, a jég pedig  $0^\circ$  fölé emelkedő hőmérsékletnél megolvad. Így tapasztaljuk ezt sok más anyagnál is, csak más hőmérséklet mellett; pl. zsírnál, viasznál, aszfaltnál, ólomnál. A szilárd állapotú anyagnak átmenetét a cseppfolyós alakba *olvadásnak*, a cseppfolyós állapotnak átalakulását szilárdra *fagyásnak* nevezzük.

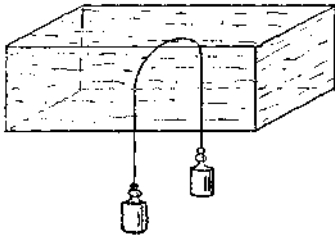
A víz általában akkor fagy meg, ha hőmérséklete  $0^\circ$  alá süllyed, a jég akkor olvad meg, ha hőmérséklete a  $0^\circ$  fölé emelkedik. Azt a hőmérsékletet, amely mellett valamely anyag összekeverve is megmarad szilárd és cseppfolyós halmazállapotban, *olvadási hőmérsékletnek* nevezzük. A fagyás hőmér-

séklete ennél valamivel alacsonyabb. A víz olvadási hőmérséklete  $0^{\circ}$ . Néhány anyag olvadási hőmérséklete Celsius fokokban:

alkohol	—110	vas	1300
higany	—39	platina	1780
viasz	63	wolfram*	3400
ólom	326		

Az olvadási hőmérséklet az illető anyagra jellemző állandó szám.

Kis mértékben függ az olvadási hőmérséklet a nyomástól, amit az alábbi kísérlet igazol. Ha egy jégdarabon egy drótot vetünk át, a két végét a 433. képnek megfelelően jól megterheljük, a drót keresztül vágja a jeget, de úgy, hogy a jég átmenő drót felett megint eggyé fagy a jég és nem esik két darabra. A jelenség magyarázata a következő.



433. kép. Újrafagyás.

A drót nagy nyomása folytán az alatta lévő jég megolvad, ez olvadáshoz szükséges meleget önmagától vonja el, aminek következtében a  $0^{\circ}$  alá hűl s a drót alól gördülékenysége miatt kicsúszó víz ismét megfagy. Ezen a jelenségen alapszik a gleccserek csúszása a völgyek mentén.

### Olvadási hő.

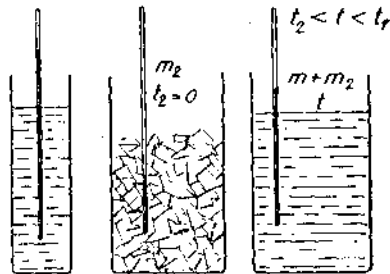
Legyen  $c$  az 1 gr tömegű  $0^{\circ}$ -ú jég megolvasztásához szükséges hő, akkor  $m$  tömegű víz megolvasztásához szükséges hő  $c \cdot m$  lesz. Keverjünk össze  $m_1$  tömegű és  $t_1$  hőmérsékletű vízzel  $m_2$  tömegű és  $0^{\circ}$ -ú jeget. A jég megolvad és végeredményben  $m_1 + m_2$  tömegű  $t$  hőmérsékletű víz (434. kép) lesz. Ez a  $t$  hőmérséklet jelentékenyen kisebb mint  $t_1$ . Az  $m_1$  tömegű víz hőmérséklete  $t_1$  —  $t$  hőmérséklettel leszállván, a víz lehűlése közben kiadott

$m_1 \cdot (t_1 - t)$  caloria meleget. Ez a meleg egyrészt  $m_1$  átalakította az  $m_2$  tömegű  $0^{\circ}$ -ú  $t_1$  jeget  $m_2$  tömegű  $0^{\circ}$ -ú vízzé, ehhez kellett

$c \cdot m_2$  caloria, másrészt a megolvadáskor előálló  $0$  fokú vizet felmelegítette  $t$  fokra, ehhez kellett

$m_2 \cdot t$  caloria

Ha más jelenség nem történt,  $m_1 (t_1 - t) = c \cdot m_2 + t \cdot m_2$



434. kép. A jég olvadási hőjének megállapításához.

\* Igen nehezen olvadó fém.

Ebből az egyenletből

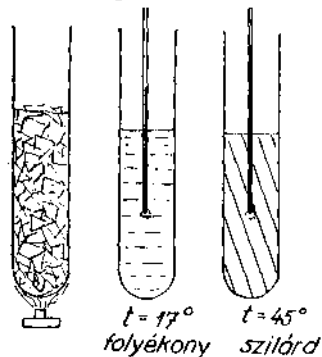
$$c = \frac{m_1 (t_1 - t) - t m_2}{m_2}$$

a  $c$  érték tehát két tömegmérésből és két hőmérsékletmérésből megállapítható. A  $c$  azt a melegmennyiséget fejezi ki, amelynek felvétele folytán 1 gr  $0^\circ$ -ú jég, 1 atmoszféra nyomás mellett 1 gr  $0$  fokú vízzé alakul. Ezt a melegmennyiséget, amelynek a számértéke 80 caloria, a víz olvadási hőjének nevezzük. A víz 1 gr-jának megolvadásához annyi meleg kell, mint 80 gr-ja hőmérsékletnek  $1^\circ$ -kal való felemeléséhez.

Az olvadási hő, miután a hőmérsékletet nem emeli s így mintegy a hőmérő elől elrejtőzik, *rejtett melegnek* is szokták nevezni.

### A fagyás és az olvadási hő felszabadulása.

Ha a  $0^\circ$ -ú víz megfagy, ez a grammonként 80 caloria olvadási hő felszabadul. A tapasztalat szerint nagy hidegben folyók, tavak jégfelületéhez közel csak két-három fok hideg van, amikor a magasban  $-8$ ,  $-10$  fokra is lehül a hőmérséklet. A megfagyó víz fűti az alsóbb légrétegeket a felszabadult olvadási hővel. Ez az oka, hogy a vízi madarak nagy hidegben nem magasban, hanem a jég hátán tartózkodnak, mert ott aránylag jó meleg van.



435. kép. Fixáló nátron lúlhűtése.

Kísérletileg jól jelentkezik az olvadási hő felszabadulása a fényképezésnél használt fixáló nátronnál (435. kép). Ez a fehér kristályokban kapható rögzítősó, ha  $45^\circ$ -os olvadási hőmérséklete fölé melegítve megolvasztjuk és nyugodt helyen lassan lehűtjük, a szoba hőmérsékletére lehül anélkül, hogy megfagyna. Ha most a só egy kis kristályát ebbe a folyadékba bedobjuk, hirtelen megfagy s közben a hőmérséklete  $45^\circ$ -ra emelkedik, mert az olvadási hő felszabadul.

Ha a folyadék az olvadási hőmérséklete alá hűlve is megmarad folyékonnak, miként e kísérletnél a fixáló nátron, a folyadékot *túlhűtöttnak* nevezzük. A tiszta víz igen nyugodt helyen szintén lehűthető jó néhány fokkal a  $0^\circ$  alá anélkül, hogy megfagyna. Ha az ilyen túlhűtött folyadékot megrázzuk, vagy az illető anyag egy szilárd darabját dobjuk bele, hirtelen megfagy egész terjedelmében s a fagyás közben felszabaduló olvadási hő felmelegíti a kísérleti anyagot.

Már említettük, hogy a víz térfogata csak  $4^\circ$ -ig csökken s ezen túl hűtve, ismét növekedni kezd. Amikor a  $0^\circ$ -ú víz megfagy, ismét térfogatnövekedés lép fel. Ha a víznek nem áll

elég hely rendelkezésére a térfogatnövekedéshez, az edényt, amelyben van, szétrepeszti. Ezért törnek el az üvegek, repednek meg a vízvezetkocsók. ha a víz bennük hirtelen megfagy-

Befejezésül az olvadás és fagyás jelenségét is besoroljuk a melegfelvétellel, illetve melegleadással járó jelenségek közé:

Melegfelvétellel járó  
jelenségek:

Melegedés  
Térfogatnagybodás  
Olvadás

Melegleadással járó  
jelenségek:

Lehűlés  
Térfogatsökkenés  
Fagyás

## 57. Párolgás és lecsapódás.

### A párolgásra és lecsapódásra vonatkozó közönséges tapasztalatok.

Megöntözött utca, a felsúrolt szoba, a kiterített ruha fel-, illetve megszárad. Pontosán: az utcán szétlocsolt, a padlóra kiöntött, a ruhát nedvessé tevő víz átalakul légnemű vízzé, vízgőzzé. Általában a nem zárt térben elhelyezett víz mindig, tehát bármely hőmérséklet mellett átalakul légnemű vízzé, vízgőzzé.

*Azt a jelenségei, amikor a folyadék légnemű anyaggá alakul át, párolgásnak nevezzük.*

Télen reggel az ablaktáblákat vízcseppekkel borítva találjuk, a hideg vízzel telt pohár külső felületén nyáron vízcseppek jelennek meg, főzés közben a fazekat borító fedő is vízcseppekkel van tele. Pontosabban: az ablaktábla, az üvegpohár közelében, illetve a fazékban lévő vízgőz átalakul cseppfolyós halmazállapotú vízzé.

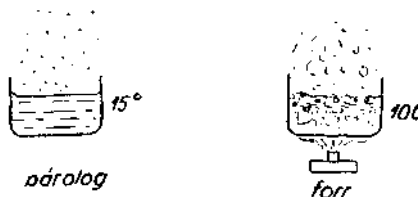
*Azt a jelenséget, amikor a légnemű test cseppfolyóssá válik, lecsapódásnak nevezzük.*

Az olvadás és fagyás, nem tekintve nagy nyomásváltozás kisebbfokú hatását és a túlhűtés kivételes esetét, egy meghatározott hőmérséklet mellett megy végbe. A párolgás és lecsapódás ellenben nincs egy meghatározott hőmérséklethez kötve, hanem egyes később tárgyalandó feltételek fennállásakor bármely hőmérséklet mellett létrejön. Ezért nem beszélhetünk párolgási vagy lecsapódási hőmérsékletről, amint azt az olvadásnál és fagyásnál tettük.

Kivételesen még a szilárd test is párolog. Anélkül, hogy előbb megolvadna, közvetlenül a szilárd állapotból megy át a légneműbe. Jól ismert példa a kámfor, melynek ezt a tulajdonságát még a közmondás is kiemeli: elillan, mint a kámfor. A jég is párolog, amit az bizonyít, hogy a ruha akkor is megszárad, ha a víz jéggé fagy rajta, és a hőmérséklet a  $0^\circ$  alatt marad.

### A forrás.

A folyadék rendszeren csak a felszínén párolog. Kivételesen a belsejében is s ilyenkor azt mondjuk, hogy *forr* (436. kép). A forrás tehát a párolgásnak az a különös esete, amikor az átmenet a légnemű halmazállapotba nemcsak a felületen történik, hanem a folyadék belsejében is.

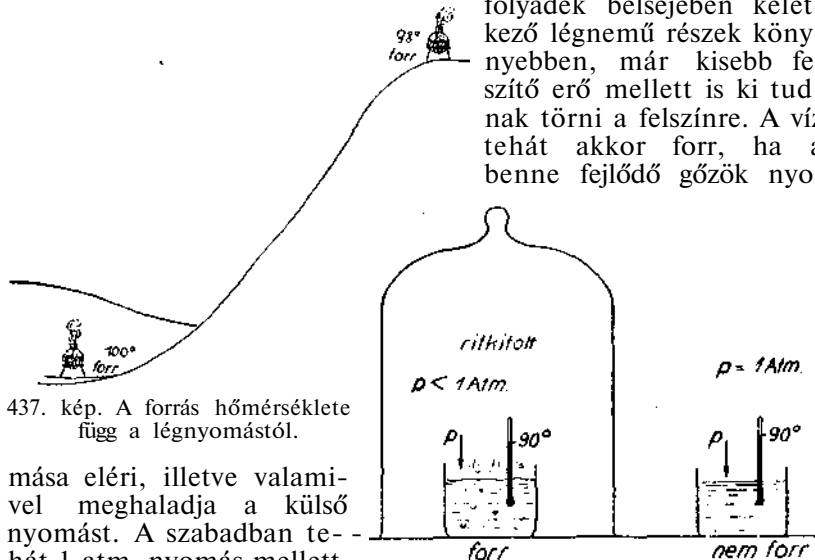


436. kép Párolgás és forrás.

Äthyläther	34 C°	Glicerín	290 C°
Alkohol	78 C°	Higany	357 C°
Víz	100 C°	Ólom	1500 C°

A forrás hőmérséklete meghatározott nyomás, pl. 1 atm. mellett az egyes folyadékokat jellemző állandó adat. A víznél 100 C°. Néhány folyadék forrási hőmérséklete 1 atm. nyomás mellett C°-okban:

Magas helyeken, ahol a légköri nyomás kisebb mint 1 atm, a víz már 100°-nál alacsonyabb hőmérséklet mellett forr (437. kép). Ennek az az oka, hogy a kisebb nyomás mellett a folyadék belsejében keletkező légnemű részek könnyebben, már kisebb feszítő erő mellett is ki tudnak törni a felszínre. A víz tehát akkor forr, ha a benne fejlődő gőzök nyo-



437. kép. A forrás hőmérséklete függ a légnyomástól.

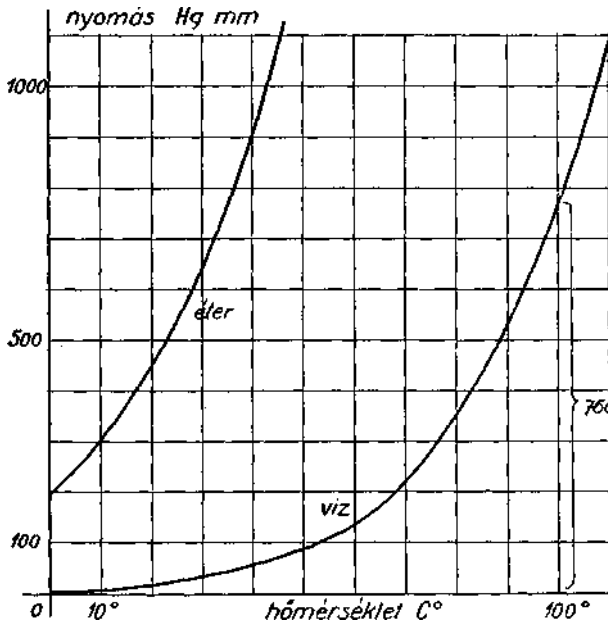
mása eléri, illetve valamivel meghaladja a külső nyomást. A szabadban tehát 1 atm. nyomás mellett, a forró víz gőzének a nyomása ennél az atm. nyomásnál csak alig valamivel nagyobb.

Ezzel szemben a bányák mélyén, ahol a légnyomás nagyobb, a víz csak 100°-nál magasabb hőmérsékletnél forralható fel.

438. kép. Kis légnyomásnál 100°-on aluli hőmérsékletű víz is forr.



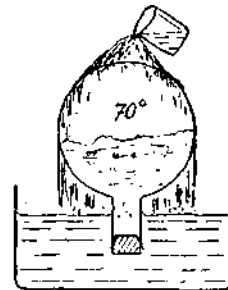
A Mont-Blanc tetején már  $84^{\circ}$ -nál forr a víz, s így olyan ételek, amelyek megpuhulásához a rendes  $100^{\circ}$ -os forrási hőmérséklet szükséges, nem főzhetők meg. Ilyen helyen használják a *Papin-féle fazekat*, amelynek biztosító szeleppel ellátott fedele jól ráerősíthető a fazéokra. A keletkező gőzök nyomása visszatartja a forrást s így elérhető, hogy  $100^{\circ}$ -os, vagy még ennél magasabb hőmérsékleten történjék a főzés.



439. kép. Jelenségvonal a légnyomás és a víz, illetve az éter forrási hőmérsékletének összefüggéséről.

A légnyomás csökkentésének a forrási hőmérsékletre gyakorolt hatását a légszivattyúval is kimutathatjuk (438. kép). Ha a légszivattyú burája alá  $90^{\circ}$ -os, vagy esetleg még alacsonyabb hőmérsékletű vizet teszünk és a levegőt a búra alól kiszívjuk, a ritkítás bizonyos fokánál elkezd a jóval  $100^{\circ}$ -on aluli hőmérsékletű víz forrni. Ilyen kísérletekkel megállapítható, miként függ a forrás hőmérséklete a nyomástól. A mérések eredményét a 439. képen közölt jelenségvonalal adjuk meg.

*Pascal* az alábbi kísérletet állította össze a  $100^{\circ}$ -nál alacsonyabb hőmérsékletnél lehetséges forrás kimutatására (440. kép). Gömbalakú palackban rendes légnyomás mellett jó erősen forralta a vizet. A keletkezett vízgőzök rövid idő alatt kihajták a palackból a levegőt, amely tehát forró vízzel és  $100^{\circ}$ -os vízgőzzel van tele.



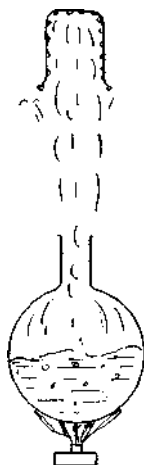
440. kép. Pascal kísérlete.

A palackot bedugaszolva megfordította és hidegebb víz rábocsátásával lehűtötte. Lehűléskor a vízgőz egy része lecsapódott s mivel nem tudott a helyébe levegő jutni, a nyomás lecsökkent. A csökkentett nyomás mellett a már jóval  $100^\circ$  alatti hőmérsékletű víz is hevesen forr.

### Párolgási hő.

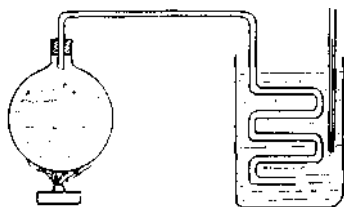
A mindennapi élet tapasztalatai mutatják, hogy a forrás hőfelvétellel jár, mert ha a forró víz melegítését beszüntetjük, a forrás is megszűnik. A párolgás is hőelvonással jár, amit a kezünkre öntött spiritusz, benzin vagy éter elpárolgása közben közvetlenül is tapasztalunk. Nyáron a fürdőből kijőve, az erős napsütésben sincs melegünk, amíg meg nem száradunk, mert a testünkön lévő víz az elpárolgáshoz szükséges hőt a testünktől vonja el. Megfordítva, a lecsapódáskor hő szabadul fel és a környezet felmelegszik. Ha a forró víz gőze fölé szájjával lefelé fordított hideg üvegpoharat helyezünk, vízcseppek képződnek rajta a gőz lecsapódása folytán s a felszabadult hő a poharat nemcsak a  $100^\circ$ -os gőzzel melegíti fel, hanem a le-

csapódáskor felszabaduló meleggel is (441. kép). A lecsapódáskor felszabaduló hő mennyiségét az alábbi kísérlettel állapíthatjuk meg (442. kép). A forró víz gőzét hideg vízbe vezetjük, ahol a gőz a hideg vizet felmelegítve lecsapódik. Legyen a hideg víz tömege  $m_1$ , a hőmérséklete  $t_1$  a lecsapódott gőz tömege  $m_2$  és a lecsapódás után az egész  $m_1 + m_2$  tömegű víz hőmérséklete  $t$ . Ha azt a me-



441. kép.  
Leccsapódás.

c.  $m_2$  caloria



442. kép. A leccsapódáskor felszabaduló hő megállapítása.

Mivel azonban a lecsapódásból eredő  $m_2$  tömegű víz nem maradt  $100$  fokos, hanem lehűlt  $t$  hőmérsékletre, ebből a lehűlésből további  $m_2 \cdot (100 - t)$  caloria

szabadult fel. Ez a két hőmennyiség együtt felmelegített  $m_1$  tömegű vizet  $t - t_1$  fokkal, amihez  $m_1 \cdot (t - t_1)$  caloria szükséges, tehát

$$m_1 (t - t_1) = c \cdot m_2 + m_2 (100 - t)$$

Innen

$$c = \frac{m_1 (t - t_1) - m_2 (100 - t)}{m_2}$$

A részletes mérések szerint ez a lecsapódáskor keletkezett hő ugyanannyi, mint a párolgásnál felvett hő. Ép ezért *párolgási hőnek* nevezzük. A víz párolgási hője 1 atm légköri nyomás mellett 536 caloria. Tehát 1 gr 100°-os víz 1 gr 100°-os gőzzé való átalakítása 536 cal-t fogyaszt el s ennyi meleg szabadul fel, ha 1 gr 100 -os gőzből 1 gr 100°-os víz keletkezik. Ez a párolgási hő még a hőmérséklettel is változik 100°-nál alacsonyabb hőmérsékletnél a párolgási hő nagyobb, pl. 0°-on 606 calória, 100°-nál magasabb hőmérsékleten pedig kisebb.

A gőzfűtésnél a gőz lehűlésekor és főleg lecsapódáskor felszabaduló hőt használjuk fel a helyiségek levegőjének felmelegítésére.

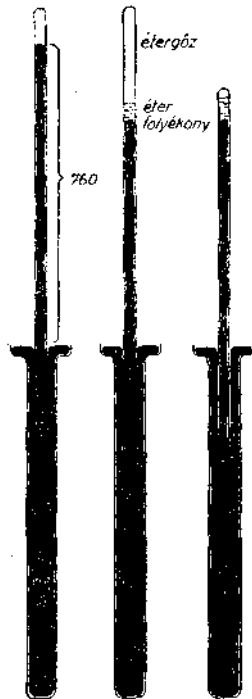
Ennek alapján a párolgást és lecsapódást is besorolhatjuk a hőfelvétellel, illetve hőleadással járó jelenségek közé.

Melegfelvétellel járó  
jelenségek:

Melegedés  
Térfogatnagyság növekedés  
Olvadás  
Párolgás

Melegleadással járó  
jelenségek

Lehűlés  
Térfogatkisebbedés  
Fagyás  
Lecsapódás



443. kép. A telített gőz nyomása nem függ a térfogattól.

## 58. Telített és nem telített gőzök.

### Párolgás és lecsapódás zárt térben.

Ha a Torricelli-ürbe a 760 mm-es higanyoszlop fölé könnyen párolgó folyadékot, pl. étert bocsátunk, a folyadék, nem lévén felette nyomás, gyors párolgásnak indul s a higanyoszlopot a keletkező gőzök lenyomják, mondjuk 250 mm magasságra (443. kép). Ez azt jelenti, hogy a folyadékból keletkezett gőz nyomása 760—250=510 mm higanyoszlop nyomásának felel meg. Ha most a csövet egy megfelelő edényben mélyebbre szorítjuk, az éter gőzének nyomása változatlan marad, a folyós éter mennyisége azonban nő. Ez azt jelenti, hogy az étergőzök lecsapódtak. Ha tehát az étergőzök térfogatát kisebbítjük, nyomása nem változik. Nem követi a Boyle—Mariotte törvényt, hanem lecsapódik. Ha ismét kiemeljük a csövet, a térfogatonövekedés ellenére állandó marad a nyomás, de a folyós éter mindig kevesebb lesz. Ez meg annak a jele, hogy elpárolgott. Ezt az állapotot úgy szoktuk kifejezni, hogy *a tér telítve van gőzzel*. Ha a térfogat megnagyobbodik, akkor annak

megfelelően több gőz keletkezik, ha kisebbedik, akkor a gőz lecsapódik, de a nyomás állandó marad. A zárt térben lévő folyadékból annyi gőz képződik, amennyit a rendelkezésre álló tér befogadni képes, amellyel tehát telített lesz. Ha valamely zárt térben folyadék és annak gőze van jelen, akkor az a gőz mindig telített. Mivel a folyadékától elválasztott telített gőz térfogatát hevítéssel megnövelhetjük s ezzel a telítettség állapotát megszüntethetjük, a nem telített gőzöket túlhevített gőzöknek szokták nevezni.

Ha a túlhevített gőzt kellő mértékben lehűtjük, vagy térfogatát kisebbítjük, eléri a telítettség fokát és további lehűtés vagy nyomás mellett részben, vagy egészben cseppfolyóssá válik.

A gőz telítettsége tehát az illető gőz nyomásától és hőmérsékletétől függ. Ha egy meghatározott térfogatú nem telített gőzre ható nyomást növeljük, a térfogata a Boyle—Mariotte-törvény szerint csökken. Amikor azonban a telítettség beáll és a nyomás tovább nő, megindul a cseppfolyósodás, a gőz nyomása azonban már nem emelkedik. *Egy meghatározott hőmérséklet mellett tehát a telítettség állapotában van a gőznek legnagyobb nyomása.*

A folyadékban forraláskor a felszín alatt keletkező buborékok telített gőzökből állanak, mert az illető térben folyadék és gázállapotú anyag egyszerre van jelen. Ennek alapján azt mondhatjuk, hogy a folyadék annál a hőmérsékletnél forr, melynél a belőle alakult telített gőzök nyomása eléri, illetve valamivel meghaladja a folyadék külső felszínére gyakorolt nyomást. A 100°-os telített vízgőz nyomása ezek szerint 7.60 Hg. mm.

A nem telített gőz a hőmérséklet változásával szemben hasonlóan viselkedik, mint a nyomásváltozásnál. Ha a nem telített gőzt lehűtjük, a Boyle—Mariotte—Gay-Lussac-törvény szerint változik meg a nyomása és a térfogata. Kellő mértékű lehűlésnél azonban eléri a telítettség állapotát és a további lehűlésnél már nem követi a gáztörvényt, hanem lecsapódik.

A folyadékokból keletkezett gőzök tehát háromféle módon alakíthatók át ismét folyadékká. A reájuk ható nyomás növelésével, a hőmérséklet csökkentésével, továbbá egyidejű nyomásnöveléssel és hőmérsékletcsökkenéssel.

## 59. Kritikus hőmérséklet.

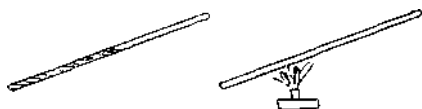
### A gázok cseppfolyósítása

A folyadékból keletkezett légnemű testek cseppfolyós állapotba való visszatérésének törvényeit megismerve, felvetődik a kérdés, nem lehet-e a mindennapi életben csak légnemű hal-

mazállapotban ismert anyagokat is hasonló eljárással cseppfolyósakká átalakítani.

Ez a kérdés csak akkor oldódott meg, amikor megállapították, hogy minden folyadék gőzére nézve van egy, az illető anyagot jellemző hőmérséklet, amelyen felül kizárólag nyomással a telítettség állapotát s ezzel a cseppfolyósítást nem lehet elérni. Ezt a hőmérsékletet *kritikus hőmérsékletnek* nevezték el. A kritikus hőmérsékletnél melegebb gázt tehát először le kell hűteni a kritikus hőmérsékletre, vagy az alá, s akkor kellő nyomással a térfogatát annyira lehet kisebbiteni, hogy a telítettség beáll s a további nyomás már cseppfolyósodást hoz létre. Azt a nyomást, amelynél valamely gáz a kritikus hőmérsékleten a telítettséget eléri, *kritikus nyomásnak* nevezik.

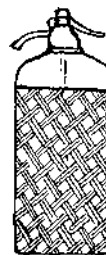
A szódavízből jól ismert széndioxid kritikus hőmérséklete  $31^{\circ}\text{C}$  s kritikus nyomása 73 atm. Ez azt jelenti, hogy  $31^{\circ}$ -nál melegebb széndioxid kizárólag nyomással, bármilyen nagy legyen is az, nem cseppfolyósítható. A  $31^{\circ}$ -on 73 atm nyomás mellett indul csak meg a cseppfolyósodás. Alacsonyabb hőmérsékleten már kisebb nyomás is elegendő. A folyékony



444. kép. A kritikus hőmérséklet szemléltetése.

széndioxidot ma már nagyban állítják elő és a 73 atm. nagy nyomás miatt, vaspalackokban szállítják. Folyékony szénsav van a házi szódavízkészítéshez használt patronokban is.

Szemléltető célra vastag üvegfalú csőbe zárva is kapható folyékony széndioxid (444. kép). Ha az ilyen csövet a  $31^{\circ}$  kritikus hőmérséklet fölé hevítjük, eltűnik benne a folyékony széndioxid és az egész csövet lég-nemű széndioxid tölti ki. Ismét  $31^{\circ}$  alá hűtve a csövet, a gáz egyrésze cseppfolyóssá válik. *Az ilyen csővel, különösen melegítés közben, nagyon óvatosan kell bánni, mert több mint 73 atm. nyomás mellett van bezárva s így a belső nyomás igen nagy.* Elrepedéskor nagy erővel vágódnak szét az üveg darabjai. Ezért van a házi készítésű szódavíz üvegje sűrű fémfonattal körülvéve. A hasonló szintén nagy nyomás mellett bezárt patron kinyitásakor a nagy nyomás az üveg falaira is áterjed s elrepedés esetén nagy erővel vágna szét az üveget (445. kép).



445. kép. A házi készítésű szódavíz üvegjét biztonsági fémháló veszi körül.

A kritikus hőmérséklet jelentőségének felismerése után nyilvánvalóvá lett, hogy a csak gáz alakban ismert anyagok, levegő, oxigén, hidrogén, bizonyára azért nem fordulnak elő cseppfolyós alakban, s ilyenekké nagy nyomás mellett is azért

nem alakulnak át, mert nagyon alacsony a kritikus hőmérsékletük. Az állandó gázok cseppfolyósításának érdekében tehát megindult a nagyon alacsony hőmérsékletek előállítására alkalmas eljárások kidolgozása. Ezek az eljárások a megfolyvételrel járó jelenségek kihasználásán alapulnak. Ilyen jelenségek: a térfogatnagybodás, az olvadás és főleg a gyors párolgás.

Ka olvadó jég közé konyhasót keverünk, a víz feloldja a sót, ami melegfogyasztással jár s ezért a keverék lehűl  $-4^{\circ}$ ,  $-5^{\circ}$  fokra. Ezt az eljárást használják a fagyalt házi készítésénél. Nagyobb hideget kapunk, ha ezt az oldatot éterrel öntjük le, az éter párolgásához szükséges meleg elvonása újabb lehűlést okoz. Az ilyen hűtőkeverék elérheti a  $-15^{\circ}$ ,  $-20^{\circ}$  fokot is. Ha az ilyen hűtőkeverék feletti térből szivattyúval eltávolítjuk a keletkezett gőzöket, egyrészt a térfogatnagybodás révén, másrészt az újabb párolgás megindulása folytán ismét hő-fogyasztódik el s további lehűlés áll elő. Ezen elven alapszik a jéggyártás. Ha a folyékony széndioxid-palackot megnyitjuk, oly hirtelen indul meg a nagy nyomáscsökkenés miatt a párolgás, hogy a széndioxid fehér hóhoz hasonló alakban megfagy, pedig a fagyási hőmérséklete  $-50^{\circ}$  körül van. Az ilyen szilárd széndioxid mellett a higany megfagy s az ólomhoz hasonló, könnyen alakítható szilárd fém lesz belőle. Ha ezen a szilárd széndioxidon étert párologtatunk, a hőmérséklet eléri a  $-140^{\circ}$ -ot, ami pedig már a levegő kritikus hőmérséklete. A  $-140^{\circ}$  fokon a levegő 39 atm. nyomás alatt lesz telített s így itt már cseppfolyósítható. Most már a cseppfolyós levegő párologtatásával további rendkívül alacsony hőmérsékletek állíthatók elő.

Ma már a cseppfolyós levegőt is nagyban állítják elő. Kékeszöld színű folyadék, amelyben az éter és alkohol is megfagy, vizet tartalmazó testek, pl. virágok, üvegszerűen keményekké válnak és csörömpölve tőinek össze. Ezen az alacsony hőmérsékleten a testeknek egészen különös sajátságaik mutatkoznak. A folyékony levegőnek sok gyakorlati felhasználása van.

Bár a nagyon alacsony hőmérséklet előállítása nagy technikai nehézségekkel jár, ma már néhány tized C-fokig megközelítették az abszolút zérus fokot. Különösen híres a nagyon alacsony hőmérsékletek mellett fellépő jelenségek tanulmányozása terén a leydeni egyetemnek külön e célra berendezett tudományos intézete.

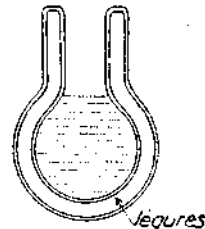
A közel  $-273^{\circ}$  fokos hideg előállítása során sikerült valamennyi állandónak vélt gáz cseppfolyósítása is. Legnehezebb volt a hidrogén és a hélium cseppfolyósítása, mert a hidrogén kritikus hőmérséklete  $-241^{\circ}$ , a héliumé pedig  $-268^{\circ}$  s így az utóbbi már csak néhány fokkal magasabb az abszolút 0 hőmérsékletnél.

## Néhány anyag kritikus hőmérséklete és nyomása.

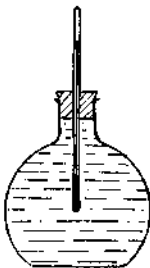
	Kritikus hőmérséklet	nyomás
Helium	—268	1 atm
Hidrogén	—241	15 „
Levegő	—140	39 „
Széndioxid	+ 31	73 „
Vízgőz	374	217 „

A nagyon alacsony hőmérsékletű folyadékok csak olyan edényben tarthatók hosszabb időn át magasabb hőmérsékletű környezetben, amelyeknél a környezettől nem tud a hő az alacsony hőmérsékletű folyadékhoz hozzájutni. Ezért az ilyen alacsony hőmérsékletű folyadékok számára olyan kettősfali edényt használnak, amelynek kettős fala közül a levegőt kiszivattyúzzák s a külső meleg elszigetelését még azzal is növelik, hogy az edény falát tükröző fémfelülettel vonják be (446. kép). Ilyen berendezéssel készülnek a mindennapi életben nagyon elterjedt hőszigetelő palackok, amelyekben akár hideg, akár meleg ital sokáig megtartja hőmérsékletét, mert a felmelegedéshez nem tudja a hő a környezettől felvenni, s a lehűlésnél a felszabaduló meleget a környezetnek átadni.

A kritikus hőmérséklet alapján válik lehetővé a gőz és gáz kifejezések pontos értelmezése. A légnemű testet, ha a hőmérséklete a kritikus hőmérsékletnél kisebb, gőznek, ha a hőmérséklete nagyobb a kritikus hőmérsékletnél, gáznak nevezzük. Eszerint a gőzök nyomással cseppfolyósíthatók, a gázok ellenben csak megfelelő lehűtés és nyomás együttes hatása alatt válnak folyékonnyá.



446. kép. Hőszigetelő edény.



447. kép. A hőmérséklet csökkenés megfigyelése.

## 60. A hő terjedése.

## Alapkísérlet.

Vegyünk egy üvegpalackot és töltsük meg közel 100°-os vízzel (447. kép). Dugóval elzárva és a dugón át egy hőmérőt helyezve el benne, megfigyelhetjük fokozatos lehűlését.

A mérés szerint

h hőmérséklet

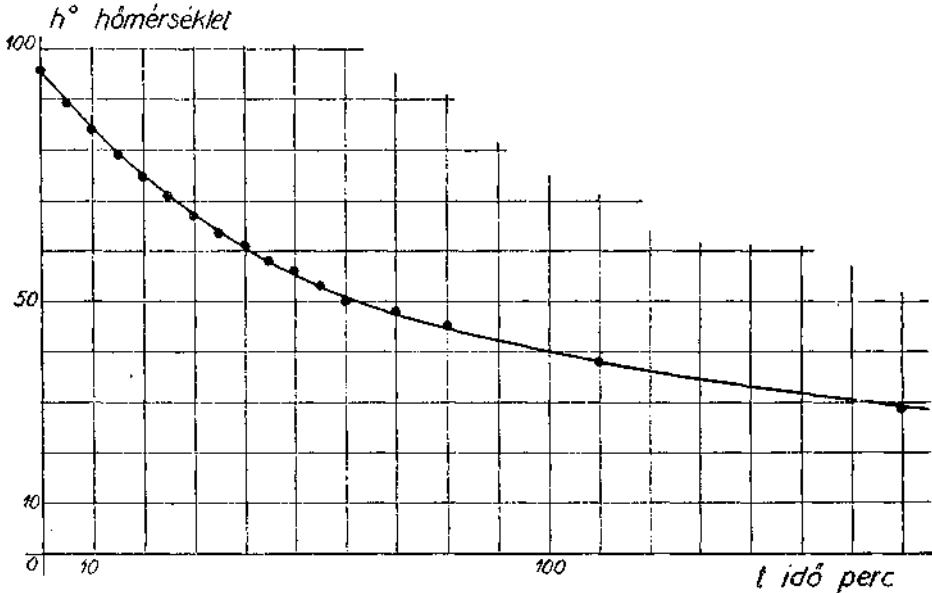
°C ... 96 89 84 79 75 71 67 64 61 58 56 53 50 48 45 38 29

t, idő sec

... 0 5 10 15 20 25 30 35 40 45 50 55 60 70 80 110 170

A magasabb hőmérsékletű test a hőt az alacsonyabb hőmérsékletűnek adja át. Az átadás csak addig tart, míg hőmérsékletkülönbség áll fenn.

A megfelelő jelenségvonal (448. kép) azt mutatja, hogy a hőmérséklet csökkentése eleinte, amíg nagy a hőmérsékletkülönbség a test és környezete között, gyors, később fokozatosan lassúbb. Innen az következik, hogy a környezetnek átadott meleg mennyisége az időegység alatt nagy hőmérsékletkülönbségnél nagyobb, kis hőmérsékletkülönbségnél kisebb.



448. kép. A hőmérsékletcsökkenés jelenségvonal.

Amikor a magasabb hőmérsékletű test melegét átadja alacsonyabb hőmérsékletűnek, azt mondjuk, hogy a hő átterjed az egyik testről a másikra.

#### A hő terjedésének módjai. Hővezetés.

Ha a kötött végét lángba tartjuk, akkor mindennapi megfigyeléseink szerint a tű fokozatosan felmelegszik, a lánghoz közelebbi rész hamarabb, a távoliak később (449. kép). A felmelegedés rétegről rétegre történik és sohasem tapasztaljuk, hogy a tű ellenkező vége felmelegedik és közbeeső része hideg marad. A hő terjedésének azt a módját, amikor a hő rétegről rétegre terjed tovább anélkül, hogy maguk a közbeeső rétegek hidegek maradnának, hővezetésnek hívjuk.



449. kép. A hővezetés megfigyelése.

Részletes mérések szerint a hővezető közeg keresztmetszetén áthaladó hőmennyiség (Q) arányos az idővel (t)

$$Q = c \cdot t$$



ahol a  $c$  arányossági tényező az időegység alatt a keresztmetszeten áthaladó hő mennyiségét jelenti. Ez a hőmennyiség a *hőáramlás erőssége*nek (intenzitásnak) a mértékét adja és ezért  $i$  betűvel szokás jelölni:

$$Q = i \cdot t$$

Maga a  $t_1$  és  $t_2$  hőmérsékletű keresztmetszetek között kialakuló hőáramlásnak erőssége pedig egyenesen arányos a végek közötti hőmérsékletkülönbséggel ( $t_2 - t_1$ ) s a keresztmetszettel ( $q$ ), fordítva arányos a hosszúsággal ( $l$ ).

Egyenletben kifejezve:

$$i = c \frac{q \cdot (t_2 - t_1)}{l}, \quad \text{vagy } t_2 - t_1 = C \cdot i$$

ahol  $c$  az anyagok hővezetőképességét jellemző arányossági tényező. Ez a  $c$  arányosságitényező azt a hőmennyiséget fejezi ki, amely

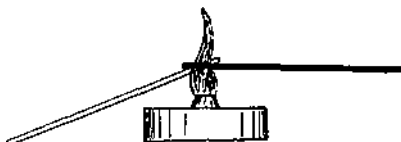
$$t_2 - t_1 = 1$$

foknyi hőmérsékletkülönbség mellett az 1 cm-es élű kocka két lapja között az időegység alatt áthalad.

Néhány anyag hővezető képessége:

ezüst	1.09	üveg	0.0013
réz	0.82	víz	0.0012
vas	0.16	levegő	0.000057

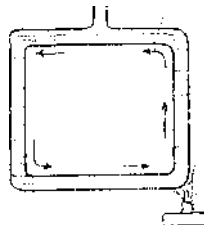
Jó hővezető anyagok, például a fémek, gyorsan felmelegsznek egész hosszúságukban, ellenben a rossz hővezetők csak lassan. Ezért, ha egyforma vastag és hosszú fém- és üvegpálcát tartunk a lángba (450. kép), a fémpálca vége már meleg akkor, amikor az üvegpálca végén még alig észlelhető a hőemelkedés. Rossz hővezetők még a szilárd testek közül a laza rostokból álló állati és növényi szövetek, pl. a fa, szőrmék; a higanyt kivéve a folyadékok és a légnemű testek. A jó és rossz hővezetők alkalmazásának a mindennapi életben rendkívül sok példája található. Ezen alapszik a téli és nyári ruházkodás is. Forró fémeszközök fogói fából, vagy porcellánból vannak. A tűzhelyen a fazekakat ruhával fogják meg, a kutakat télen szalmával fedik be, szalma a jégverem fedése is. Jég szekrények falát vastag parafából készítik. A központi fűtés meleg csöveit hőszigetelő anyagokkal veszik körül ott, ahol nem akarnak fűteni. Kettős ablakokat használnak, mert a közben lévő levegő rossz hővezető. Rossz hővezető a hótakaró is, s így megóvjá a nagy hidegtől télen az őszi vetést. Fokozódik a levegő hőszigetelő hatása, ha a levegő ritkított, ezen alapszik a már említett hőszigetelő palack is.



450. kép. Különböző anyagok hővezetésének megfigyelése.

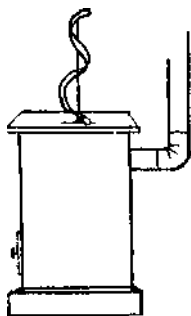
### Hőáramlás.

Ha nem szilárd testet, hanem folyadékot melegítünk alulról és a folyadékba pár szem könnyen oldódó lila hipermangánkristályt teszünk, azt tapasztaljuk, hogy melegedés közben a folyadék mozgásnak indul, áramlik (451. kép). A közvetlenül felmelegedett alsóbb rétegek a melegedés közben kiterjednek s az így előálló nagyobb térfogat folytán a sűrűségük kisebb lesz. Mivel különböző sűrűségű folyadékok közül az alsóbb rétegeket a nagyobb sűrűségűek foglalják el, a hidegebb folyadék felszorítja a kisebb sűrűségű melegebbet s így áll elő az áramlás. A hővezetésnek ezt a módját, amikor a felmelegedő rétegek nem maradnak meg eredeti helyükön, hanem hidegebbektől kiszorítva mozgásnak indulnak s a felvett hőt a mozgásukkal is továbbviszik, *hőáramlásnak* nevezzük. Hőáramlással terjed a hő légnemű testekben is.



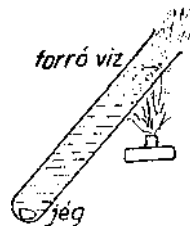
451. kép. A hőáramlás megfigyelése víznél.

A hőáramlásnak is sok megnyilatkozását látjuk a gyakorlati életben és a természetben. Ha a kályhára egy pálcára tűzött csavarvonalban lefutó papírszalagot teszünk, befűtésekor a szalag a melegedés okozta légáramlás hatása alatt forogni kezd (452. kép). A kályha körüli levegő felmelegedve ritkább lesz s így a hideg s egyszersmind sűrűbb levegő helyéből kiszorítja, felfelé nyomja. Ezért fűtés közben a szoba levegője állandó áramlásban van. Ha kinyitjuk egy hidegebb szoba ajtaját, akkor alulról a hidegebb levegő tódul be s az ajtó felső részénél, a szemöldökfa alatt megy ki a meleg levegő. Ezért az ajtónál a padlóra helyezett gyertya lángja befelé, a magasan elhelyezett pedig kifelé hajlik. A folyadékok melegítése mindig áramlás útján történik. Ha azonban a folyadékot csak felülről melegítjük, rossz hővezetőnek bizonyul. Áramlás ilyenkor nem jön létre, mert úgyis a hideg, sűrűbb folyadék van alul, mely a melegítés ellenére hideg marad. A próbacső alsó részébe helyezett jégdarab felett a vizet fel lehet forralni anélkül, hogy a jég megolvadna. A természetben a tengeráramlások és a szelek a különböző mértékben felmelegedett víz, illetve levegő kicserélődései. A 451. képen bemutatott kísérletnél fel-



452. kép. A hőáramlás megfigyelése levegőnél.

lépő áramláson alapszik a melegvízfűtés.

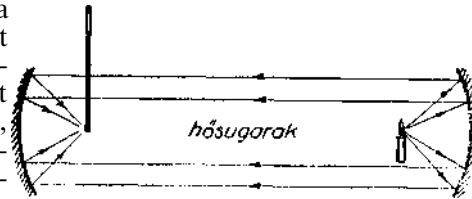


453. Uép. A víz rossz hővezető.

### Hősugárzás.

Helyezzünk egy gyertyát nagyobb homorú tükör -gyújtó pontjába, tegyük a hőmérőt néhány méternyi távolságra, szembe állított hasonló tükör gyújtópontjába. A hőmérő melegedést mutat. Ha a gyertya helyett elektromos ívlámpát használunk, a hőmérő helyére tett könnyen gyúló anyag meg is gyullad. A hő az egyik tükör fókuszából a másik tükör fókuszába ment át anélkül, hogy a közbeeső levegőrétegek felmelegedtek volna. A hőnek olyan terjedését, amelynél a közbeeső közeg, melyen át a hő terjed, érdemlegesen nem melegszik fel, *hősugárzásnak* nevezzük.

A Nap melege is sugárzás útján jut Földünkre. Innen van, hogy a magasabb hegyeket hó borítja még akkor is, amikor a hegy lábánál forró nyár van. Azokról a testekről, amelyek a hősugaraknak a hatása alatt felmelegednek, azt mondjuk, *elnyelik a hősugarakat*. A Föld tehát elnyelvén a hősugarakat, felmelegszik és a levegőrétegek alulról melegsznek fel hővezetés és áramlás útján, ezért maradnak



454. kép. Hősugárzás kísérleti megfigyelése a magas hegyek nyáron is hóval borítva.

A hősugarak egyenes vonalban terjednek, miként ezt a 454. képen jelzett kísérlet; a napernyők, kályhaellenzők használata és a napsütötte fák lombja alatti hűvös árnyék is mutatja. Fenti kísérlet szerint a homorú tükrökön a hősugarak ugyanúgy verődnek vissza, mint a fénysugarak. Általában a részletes kísérletek tanúsága szerint a hősugarak ugyanúgy verődnek vissza, új közegbe átlépve ép úgy töretnek meg, mint a fénysugarak.

## 61. A légkör hőtüneményei.

### A légkör páratartalma és a csapadék.

AFöldet körülvevő levegő nemcsak oxigén- és nitrogénkeverék, hanem vízgőzt is tartalmaz. Folyók, tavak és tengerek állandóan párolognak s így a levegő állandóan többkevesebb vízgőzt tartalmaz. A levegőben lévő vízgőz általában nem telített, de megfelelő lehűlés után telítetté válik. A további lehűléskor pedig lecsapódik. Eleinte egészen apró vízcseppekből álló köd és felhő alakjában jelenik meg, s ha ezek az apró ködszemek nagyobb cseppekké egyesülnek, mint eső, hó hull alá a lecsapódott, esetleg meg is fagyott vízgőz.

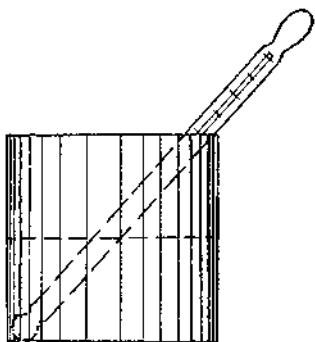
Eső után nyári forró napon kellemes lehűlést tapasztalunk, mert a lehullott eső nagy vízfelületet alkot, amelyen a párolgás azonnal megindul. A párolgáshoz meleg szükséges.

ezt a meleget a párolgó folyadék a környezettől vonja el. Épp ellenkezően, havazáskor a hideg idő rendesen megenyhül, mert a nagytömegű víz megfagyásakor jelentékeny olvadási hő szabadul fel.

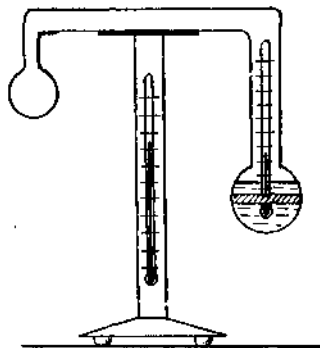
A mindennapi életre, különösen a gazdaság szempontjából rendkívül fontos a csapadék keletkezése, ezért különös a jelentősége az időjárás tanulmányozásának és a várható időjárás előzetes megállapításának.

### A harmatpont.

A csapadék képződése attól függ, közel van-e a levegő páratartalma a telítettséghez, vagy nem. Azt a hőmérsékletet, amelynél a jelenlévő vízgőzök telítetté válnának, *harmatpontnak* nevezik. A harmatpontot úgy állapíthatjuk meg leg-egyszerűbben, ha hűtőkeverékkel fokozatos lehűlés közben



455. kép. A harmatpont megállapítása.



456. kép. A Daniell-féle légnedvességmérő.

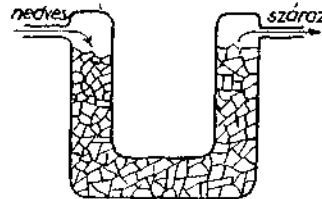
megfigyeljük, mely hőmérséklet mellett lép fel a harmatosodás a keverékkel lehűtött edény külső falán. A megfigyelésre tükrös felületű fémedény alkalmas, mert a levegőből lecsapódott vízgőz megjelenése a tükröző fémfelületen fellépő elhomályosodáson jól megfigyelhető. Vannak pontosabb megfigyelő eszközök is a harmatpont megállapítására. Ilyen pl. a *Daniell\*-jéle légnedvességmérő* (456. kép). Gyorsan párolgó folyadék van egy üveggömbben. Ezt az üveggömböt egy cső köti össze egy másik üveggömbbel, amelyben nincs folyadék, csupán a folyadék telített gőze. Az eszközön két hőmérő van. Egyik a külső hőmérsékletet, a másik a folyadék hőmérsékletét jelzi. Az üres gömbre öntött gyorsan párolgó folyadékkal lehűtjük a teleített gőzöket, miáltal ezek lecsapódnak és a folyadék gyors párolgásnak indulva lehűl. Amikor a folyadékkal töltött gömb külsején vízcseppek rakódnak le, a folyadékban lévő hőmérő jelzi a harmatpontot. Ha ez mélyen alatta

\* *Daniel Frederic John* (1790—1854) angol fizikus készítette.

van a külső hőmérsékletnek, akkor nincs közeli lehetősége a légköri csapadék képződésének, de ha csak néhány fok a különbség, a csapadékképződés már kisebb lehülés mellett is könnyen megindulhat.

### A légnedvesség pontos értelmezése és mérése.

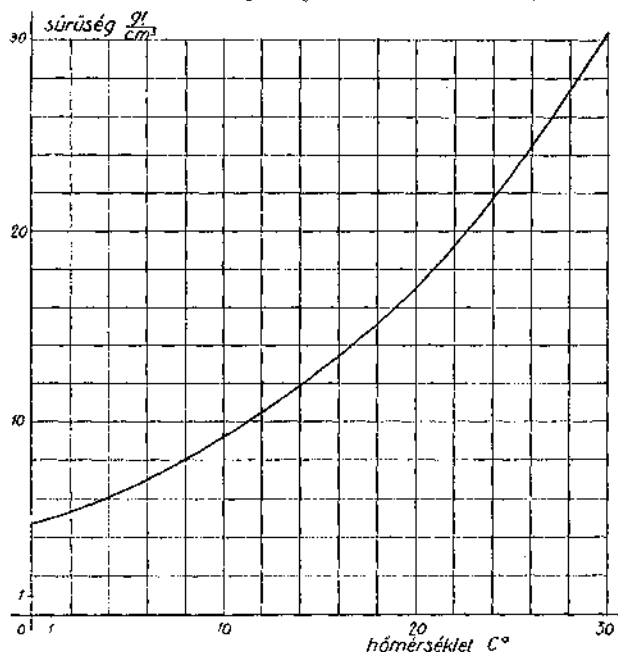
Légnedvesség alatt a levegő vízgőztartalmát értjük s számszerű mértékéül az 1 köbméterben lévő vízgőz mennyiségét választjuk. Az egy köbméter levegőben foglalt vízgőz tömege grammokban kifejezve adja az *abszolút légnedvességet*. Ennek megállapítása úgy történik, hogy a levegőt oly anyagokon (pl. faszén, klórkalcium) hajtják keresztül (457. kép), amelyek a vízgőz felvételével a levegőt teljesen megszáritják. Ha a vízgőzt feltevő anyag súlynövekedése  $v$  m<sup>3</sup> levegő teljes megszáritása után  $q$  gr, akkor az abszolút nedvesség



457. kép Az abszolút légnedvesség megállapításához.

$$n = \frac{q \text{ gr}}{v \text{ m}^3}$$

Ez egyszersmind a levegőben foglalt vízgőz sűrűsége is m<sup>3</sup>-re, mint térfogategységre vonatkoztatva. Ha az  $n = \frac{q}{v}$  abszolút nedvességű levegő harmatpontja  $t^{\circ}$  hőmérséklet, akkor  $n$  meg-



458. kép. Jelenségvonal a hőmérséklet és a telített vízgőz sűrűsége közötti összefüggésről.

adja a  $t^\circ$  hőmérsékletű telített vízgőz sűrűségét is. Ily módon megállapítható különböző hőmérsékletű telített vízgőz sűrűsége. A mérések eredményét egy táblázatban, vagy ennek alapján készült jelenségvonallal szokták megadni (458. kép).

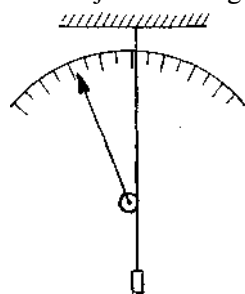
Az abszolút légnedvességgel mellett meg szokták állapítani még a *relatív légnedvességet* is. A  $t^\circ$  hőmérsékletnek megfelelő relatív légnedvesség alatt a  $t^\circ$  hőmérséklet mellett tényleg meglévő és az ugyanily hőmérsékleten maximálisan lehetséges vízgőzmennyiség hányadosát értjük. A relatív légnedvesség kifejezi, hogy az illető  $t^\circ$  hőmérséklet mellett az egyáltalában lehetséges vízgőznek hányadrésze van jelen. Ennek a relatív nedvességnek a megállapítása a 458. képen közölt jelenségvonallal és a harmatpont segítségével történik. Ha pl  $18^\circ$  hőmérséklet mellett a harmatpontot a Daniell-iele higrométerrel  $15^\circ$ -ban állapítottuk meg, akkor a táblázat, illetve a jelenségvonallal szerint  $18^\circ$  mellett a lehetséges maximális vízgőz  $\text{m}^3$ -ként 15.2 gr. Mivel a harmatpont  $15^\circ$ ,  $18^\circ$  mellett tényleg annyi vízgőz van jelen, amennyi a  $15^\circ$ -os telített vízben található. Tehát ugyancsak a jelenségvonallal alapján 13 gr maként, Van tehát 13 gr, lehetne maximálisan 15.2 gr  $\text{m}^3$ -enként, tehát a relatív nedvesség

$$n = \frac{13}{15.2} = 0.85$$

A lehetséges maximális vízgőztartalomnak 85 századrésze, vagy így is mondhatjuk, 85%-a van tényleg jelen. A telítettség fokán a relatív légnedvesség 1, illetve 100%, egyébként mindig kevesebb. Ha a relatív légnedvesség megközelíti az 1-et, akkor a csapadék keletkezésének lehetősége közel van, már kis hőmérsékletcsökkenés is kiválthatja. A várható csapadék mennyiségére az abszolút légnedvességből lehet következtetni.

A zsírtalanított hajszál, bélhúr magukba szívják a levegő nedvességét és ennek hatása alatt megváltozik a hosszúságuk. Ez a hosszúságváltozás egy mutató elfordulására könnyen átvihető, ha a hajszálat egy csigán vetjük át és kis súllyal megterheljük (459. kép). A mutató egy megfelelő osztályzat előtt elfordul s állásából mindig járt százalékokban kifejezve olvasható le a relatív légnedvesség.

A légköri viszonyokkal s különösen a csapadékképződéssel egészen külön tudomány, a *meteorológia* és különlegesen felszerelt intézetek foglalkoznak. Ilyen helyeken rendszeresen figyelik a napi és évi hőmérsékletváltozást, a légnyomás változását, a levegő páratartalmát, az égbolt felhőzetét, az esetleges csapadék mennyiségét, a szél irányát és erejét. Ez ada-



459. kép. Hajszál hosszúságváltozása is mutatja a légnedvesség változását.

tokai rendszeresen feldolgozva, ma már 24 órára meg lehetős pontosan meg tudják mondani a várható időjárást. Az időjárási adatokat táblázatokban vagy jelenségvonalakban szokták összeállítani és közzétenni. Vannak ma már olyan eszközök, melyek maguk veszik fel a légnyomás vagy hőmérséklet változását kifejező jeienségvonalakat. Ezek a *barográfok*, illetve a *termográfok*.

### 63. A mechanikai munka hőegyenértéke a hőelmélet első főtétele.

#### Mindennapi tapasztalatok és tudományos kutatások.

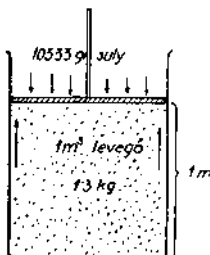
Az ujjaink közé fogott zsineget az ujjak között végighúzva, közvetlenül érezzük az ujjak összeszorításával akadályozott mozgásból keletkezett hőt. A fűró a deszka rostjai közé szorítva felmelegszik. A gyufa a dörzsölésnél keletkezett hő melegítő hatása alatt gyullad meg s a műveltség alacsony fokán álló népek ma is dörzsöléssel fejlesztik a tűz meggyújtásához szükséges meleget. Kocsik tengelye a mozgást akadályozó súrlódástól felmelegszik néha annyira, hogy tüzessé válik és a közelében lévő éghető anyagokat meggyújtja. Az akadályozott mozgás fizikai értelemben olyan, amelynek a sebessége kisebbedik. Tehát az akadályozott mozgás sebességének csökkenése hő keletkezésével jár együtt. Mivel pedig a mozgási energia mértéke  $\frac{m \cdot v^2}{2}$  a sebességcsökkenés egyszer-

smind a mozgási energia csökkenését is jelenti. Az említett tapasztalatok szerint *a mozgási energia csökkenésekor hő keletkezik.*

Ezzel szemben bár kevesebb, de olyan tapasztalataink is vannak, hogy a hőből mozgás keletkezik, vagy a meglévő mozgás gyorsulová válik. A sebességnek a mozgási energiával való kapcsolata alapján így is mondhatjuk: a hő elfogyasztásából mozgási energia keletkezik. A vasút mozdonyának kazánjában eltüzelt fűtőanyag elégeésekor keletkezett hő hozza létre a vonat mozgási energiáját. Az elzárt gőz egy függőleges irányban mozgó dugattyút eltol s azt magasabbra emelve, növeli a dugattyú helyzeti hőenergiáját a kiterjedése közben mutatkozó melegvesztés árán.

Ezek a tapasztalatok vezettek arra a felfogásra, hogy a meleg nem egy súlytalan anyag, amint azt régebben gondolták, hanem a test nem látható apró részeinek, a *molekuláknak* nem látható kisméretű mozgása. Így alakult ki az a ma is helyesnek tartott felfogás, hogy a hő is energia, az anyag legapróbb részeinek nagyon kisméretű mozgásából származó belső energia. Részletes elméleti és kísérleti tanulmányok alapján úgy gondolják, hogy a szilárd és cseppfolyós testek

molekulái állandó rezgőmozgásban vannak s ha mozgási energiából hő keletkezik, e rezgő mozgások amplitúdója növekszik meg s ennek folytán keltik bennünk a testek a meleg és forró érzetét. A légnemű testek molekulái a *kinetikai gázelmélet* felfogása szerint folyton egyenesvonalon mozognak, miközben egymással mint rugalmas golyók ütköznek össze. A gázt tartalmazó edény falára gyakorolt nyomás nem más, mint az edény falába ütköző molekulák hatása. Ha mozgási energiából meleg keletkezik, a gáz molekuláinak a sebessége nő meg s a nagyobb sebességű molekulák bőrünk felületére ütközve hozzák létre a nagyobb fokú meleg érzetét.



460. kép Mayer Róberti gondolati kísérlete.

Mayer Róbert\* az alábbi gondolati kísérlet alapján számította ki a mechanikai munkából keletkezett hő mennyiségét.

Zárjunk el egy függőlegesen mozgó dugóval egy köbméter levegőt (460. kép). Az 1 négyzetméter felületű dugóra ható légnyomás 10333 kg súly. Az elzárt levegő tömege pedig 1293 gr.

Melegítsük fel a levegőt változatlan térfogat mellett 1 °C-al. Mivel a levegő fajhője állandó térfogat mellett  $c_v = 0.1684$  cal, a szükséges hőmennyiség

$$Q_v = c_v \cdot m \cdot (t - t_0) = 0.1684 \cdot 1293 = 217.7 \text{ cal}$$

Ha azonban állandó nyomás mellett melegítjük az 1 m³ levegőt, akkor az elzáró dugattyú felemelkedik s 1 °C-al való felmelegedéshez, mivel  $c_p = 0.2375$  cal,

$$Q_p = c_p \cdot m \cdot (t - t_0) = 0.2375 \cdot 1293 = 306.3 \text{ cal}$$

meleg szükséges. E két melegmennyiség különbsége kerekén

$$Q_p - Q_v = 88.6 \text{ cal}$$

Ez a 88.6 cal meleg arra fordítódott, hogy a dugattyút felemelte a gázok kitágulási együtthatójának ( $\alpha = 1/273$ ) megfelelően 1/273 méterrel. Mivel a külső nyomás 10333 kg súly, a dugattyú felemelésével járó munka értéke

$$10333 \cdot \frac{1}{273} = 37.85 \text{ méterkg.}$$

Tehát 37.85 mkg = 37850 mgr munka 88.6 cal révén keletkezett. Így az 1 cal-ból keletkező munka

$$37850 : 88.6 = 427 \text{ mgr. munka.}$$

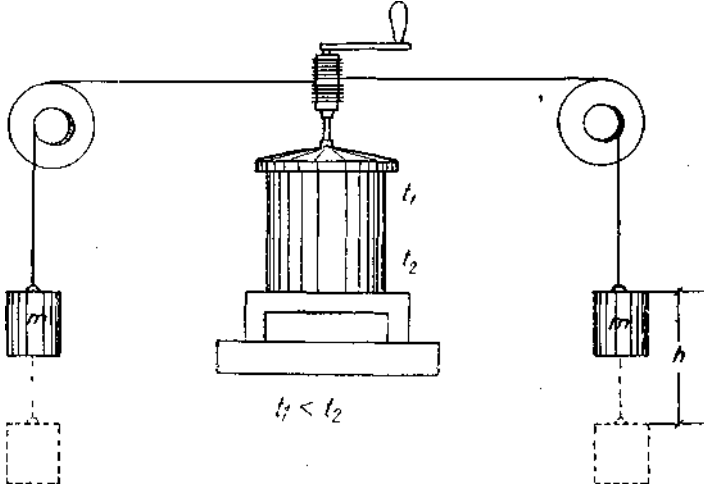
1000 caloriának, vagyis 1 kg cal-nak megfelelő munka tehát 427 m. kg.

Mayer Róbertnek ez az elgondolása, hogy t. i. a mechanikai munka eltűnő hő árán keletkezik, az akkori fizikusok

\* Mayer Róbert német orvos (1814–1878) 1842-ben megjelent *Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur* c. tanulmányában állította fel az energia megmaradásának elvét.

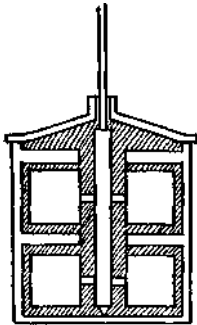


körében megértésre nem talált. Csak akkor fogták fel gondolatának nagy jelentőségét, amikor *Joule* angol fizikus az alábbi kísérlettel kimutatta, hogy a mechanikai energia csökkenésé-



461. kép. *Joule* kísérleti berendezése.

ből pontosan annyi hő keletkezik, amennyi Mayer Róbert elméleti meggondolása alapján eltűnik akkor, ha hőveszteség folytán a mechanikai energia megnövekszik.



462. kép.  
Joule készülékének  
középső része,  
metszet.

Joule ismert tömegek leesésével egy folyadékkal töltött edényben lapátokat forgatott (261. kép). A fellépő súrlódás felmelegítette a folyadékot és a lapátokat. Ez a melegedés adja meg a keletkező hő mennyiségét, a tömegek magasságváltozása pedig a felhasznált munkát. Sok kísérlet eredményeként azt találta, hogy 427 mkg munkából 1000 cal, röviden 1 kgcál hő keletkezik. Minden 427 méterkilogramm munka, illetve ennyi helyzeti energiacsökkenés

1 kgcál

meleget termel. Tehát 1 méter kg munkából  $\frac{1}{427}$  kgcál hő keletkezik.

Mayer Róbert elméleti meggondolása és Joule kísérletei alapján a mechanikai hőelmélet első alaptétele a következő:

A mechanikai munkából, vagyis a mechanikai energia árán nyert hő a végzett munkával, illetve az energiacsökkenéssel • egyenesen arányos

$$Q = C \cdot M$$

ahol  $Q$  a termelt meleg,  $M$  a felhasznált munka és  $C$  az arányossági tényező. Ha  $M = 1$ , akkor

$$C = Q = \frac{1}{427} \text{ kg cal}$$

a  $C$  arányossági tényező számszerűleg azzal a meleggel egyenlő, amelyet az egységnyi munka árán nyerünk.

Megfordítva a  $Q$  mennyiségű melegből keletkezett  $M$  munka nagysága

$$M = 427 Q$$

Az itt fellépő 427 arányossági tényezőt a *mechanikai munka hőegyenértékének* nevezzük. Eszerint 1 kg cal hőből 427 méter kg súly munka termelhető.

Ha a munkát más egységgel mérjük, természetesen más lesz az arányossági tényező értéke is.

A mechanikai munka hővé való átalakulását, a hőnek mechanikai energiából való keletkezését is besorozhatjuk a melegfelvétellel járó, illetve melegleadással járó jelenségek sorába:

Melegfelvétellel járó  
jelenségek:

Melegedés  
Térfogatnagobbodás  
Olvasás  
Párolgás  
Mech. energia nagobbodás

Melegleadással járó  
jelenségek:

Lehűlés  
Térfogatcsökkenés  
Fagyás  
Leccsapódás  
Mech. energia kisebbedés

Mivel a hő a mechanikai hőelmélet I. alaptétele szerint energia, a melegfelvétellel járó jelenségeket energiát fogyasztó jelenségeknek, a meleg leadásával járó jelenségeket pedig energiát termelő jelenségeknek tekintjük. Az elfogyasztott, vagy termelt meleg calóriában kifejezett mennyisége ennek alapján a jelenséggel kapcsolatban végbemenő energia-változás mértékszám.

## 64. Az energia megmaradásának elve.

A mozgások elméletében megállapítottuk, hogy a mozgási és helyzeti energiák összege állandó, abban az esetben, ha az átalakulást más jelenségek nem kísérik. Mihelyt azonban más jelenségek is fűződnek az átalakuláshoz, úgy látszik, mintha a mechanikai energia egyrésze eltűnnék. A leeső kő a földre érve elveszti a mozgási és helyzeti energiáját. Ez az energia-elvesztés azonban csak látszólagos, mert a kísérő jelenségek szerint az energia más alakban, legtöbbször mint hőenergia, ismét fellép. A leeső test és a levegő közötti súrlódás hőfejlődéssel jár. Közöséges esetekben ez a meleg elenyésző kicsiny,

de nagy sebességek mellett, pl. hullócsillagoknál oly nagyfokú, hogy a lehulló darabok izzásba jönnek, gyakran megolvadnak, sőt el is párolognak. Ezért az égen látott sok hullócsillag le sem ér a földre, mert a súrlódásból keletkező nagy hő hatására gázzá változik.

A mechanikai hőelmélet első főtétele szerint a hő is energia. Tehát a mechanikai energia nem tűnik el, csak átalakul, és pedig úgy, hogy 427 mkg munkából mindig 1 kgcal meleg energia fejlődik.

A hőfelvétellel járó olvadás és párolgás jelenségeinél a molekulák belső szerkezeti elrendeződése változik meg. Úgy látszik, mintha melegenergia tűnne el. A valóságban azonban ez az energia folyékony és légnemű testek megváltozott molekuláris szerkezetében van meg s mihelyt ez a szerkezeti változás megszűnik, vagyis a fagyás és lecsapódás alkalmával, ez a meleg ugyanakkora értékben felszabadul, aminő értékben olvadáskor és párolgáskor eltűnni látszott.

A kiterjedés közben a gázok a külső nyomás leküzdése révén munkát végeznek, de egyidejűleg le is hűlnek. A lehűlés közben elvesztettnek látszó hőenergia átalakul mechanikai energiává. Ez a meleg felszabadul, ha a gázt eredeti térfogatára visszaszorítjuk. Ez az oka annak is, hogy a gázok fajhője, az a hő, amely 1 gr tömeg hőmérsékletét 1°-kal emeli, állandó térfogat mellett kisebb, mint állandó nyomás mellett. Ugyanis, ha a melegítés közben a nyomás állandó, akkor a térfogat megnövekszik s ez a külső nyomásnak bizonyos úton való legyőzésével, tehát munkával jár. Erre a munkára kell a hőtöbblet.

Hasonlóak a viszonyok a kémiai változásoknál is. Meghatározott vegyi folyamatok mindig azonos mennyiségű hő felszabadulásával vagy elfogyasztásával járnak.

A testek kémiai összetétele is jelent egy bizonyos energiát, a kémiai energiát, amely megfelelő kémiai változásoknál mint meleg szabadul fel. Az égés egyike a legjellegzetesebb melegtermelő jelenségeknek, nem más, mint az oxigénnel való egyesülés. Általában kémiai egyesülés melegtermeléssel, felbomlás pedig melegfelvétellel jár. Azt a melegmennyiséget, amely akkor keletkezik, ha valamely anyag tömegegységét elégetjük, égési hőnek nevezzük. A jó szén égési hője 5—3000 kalória. A szén értéke és ennek alapján a gyakorlati életben kialakuló ára főképen égési hőjének a nagyságától függ. Mivel az anyagok kémiai tulajdonságai a molekulákban egybekapcsolódó atomoktól és azok összekapcsolódásának a módjától függ, a kémiai energiát ezeknek a molekulákon belüli kapcsolódásoknak tulajdonítjuk.

Ennek alapján a jelenségek csoportosítása melegfelvétel illetve melegleadás szempontjából az alábbiak szerint bővül:

Melegfelvétellel, illetőleg energiafogyasztással járó jelenségek:	Melegleadással, illetőleg ener- giatermeléssel járó jelen- ségek:
Melegedés	Lehűlés
Térfogatnagobbodás	Térfogatcsökkenés
Olvas	Fagyás
Párolgás	Leccsapódás
Mech. energia nagyobbodás	Mech. energia kisebbedés
Kémiai felbomlás	Kémiai egyesülés

Ezeknek a tapasztalatoknak, a hozzájuk fűződő kísérle-  
teknek és az elméleti kutatásoknak eredményeként állította  
fel *Mayer Róbert és Helmholtz Henrik az energia megmaradá-  
sának elvét, amely szerint bármilyen természeti jelenség köz-  
ben az energia soha el nem vész, hanem csak átalakul, s  
mennyisége az átalakulás közben is állandó marad.*

Az energia megmaradásának elve a megállapítása óta  
(1842—1847) eltelt száz esztendő alatt nemcsak a jelenségeket  
jól átfogó gondolatnak bizonyult, hanem a tudományos kuta-  
tások és gyakorlati alkalmazások terén rendkívül sok ismer-  
etnek és gyakorlati (technikai) eljárásnak megismerésére és  
felfedezésére vezetett. Ma is, az anyag megmaradásának elve  
mellett, az egész természetről alkotott világnézetnek legjelentő-  
sebb alapeleme.

Az energiamegmaradás elvének megismerésével adta  
csak fel a kutató ember azt a régi vágyát, hogy egy önmagá-  
tól örökké járó és dolgozó gépet, *perpetuum mobilét* készít-  
sen, pedig évszázadokon át rengeteg pénzt és fáradságot ál-  
dozott ennek megvalósítására.

## 65 A hő átalakulása munkává.

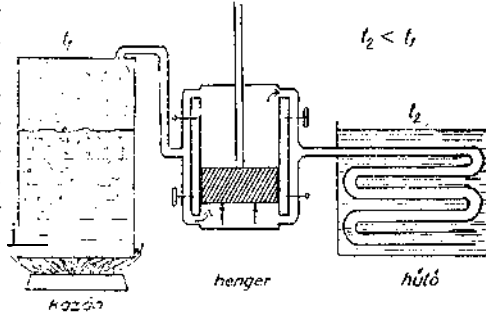
### A gőzgép és a robbanó motor.

A mechanikai hőelmélet II. főtétele annak a tapasztat-  
latnak általános elvként való elfogadása, hogy *a hő mindig  
csak a magasabb hőmérsékletű testről megy át alacsonyabb  
hőmérsékletű testre és sohasem megfordítva.* A meleg testek  
önmaguktól minden egyéb hatás nélkül és attól függetlenül  
átadják melegük egy részét a hidegebb környezetnek. Lehűl-  
nek, a környezetük pedig felmelegszik, de ez a folyamat csak  
addig tart, amíg van hőmérsékletkülönbség. Ezzel szemben  
sohasem tapasztaljuk a megfordított jelenséget. Egy test soha-  
sem melegszik fel a nála alacsonyabb hőmérsékletű környeze-  
tének lehűlése révén.

Ezért van az, hogy a meleg csak akkor alakulhat át me-  
chanikai munkává, ha a magasabb hőmérsékletű testről ala-  
acsonyabb hőmérsékletű testre megy át, vagyis csak akkor, ha  
magasabb hőmérsékletű test lehűlésével egyidejűleg egy ala-

csonyabb hőmérsékletű test felmelegszik. Az átalakulásnak tehát elengedhetetlen feltétele, a mechanikai hőelmélet II. fő-tétele szerint, a hőmérsékletkülönbség. Mivel a hő csak akkor alakulhat át munkává, ha a magasabb hőmérsékletű testről az alacsonyabb hőmérsékletűre megy át, sohasem alakulhat át egészen munkává, mert a hő egy része mindig az alacsonyabb hőmérsékletű test hőmérsékletének emeléséhez szükséges.

A hőnek mechanikai munkává való átalakítását a gyakorlatban a *gőzgépek* valósítják meg. A gőzgép három főrészből áll: a kazánból, ahol magas hőmérsékletű vízgőzt állítunk elő, a hűtőből, ahol az alacsonyabb hőmérsékleten a környezetet felmelegítve a gőz lehűl, esetleg lecsapódik és a köztük iktatott hengerből, ahol a meleg vízgőz kiterjed s ezzel egy dugattyút eltolva, munkát végez. Kiterjedése közben a gőz lehűl s az így el-



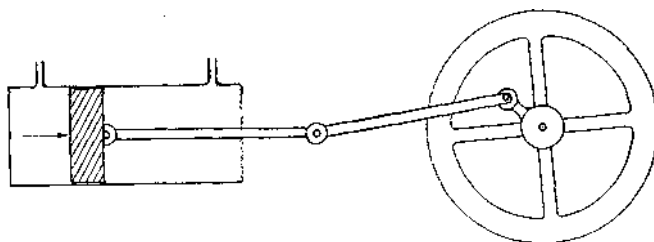
463. kép, A gőzgép elvi vázlata.

vesző hőenergia alakul át munkává.

A gőzgépet gyakorlati munkavégzésre csak akkor lehet felhasználni, ha a dugattyú nemcsak egyirányú eltolódást szenved, hanem ide-oda történő mozgást végez. Ezért a gőzt alkalmas csapok nyitásával és zárásával hol a dugattyú egyik, hol a másik oldalára kell vezetni, illetve onnan a hűtőbe eltávolítani. A gőznek ezt az irányítását maga a gőzgép végzi egy megfelelő önműködő szerkezettel. Természetesen a gőzgépnek a gyakorlatban sok mellékberendezése is van. A kazánon találjuk a feszültséget mérő manométert s a víz állását mutató közlekedőcsövet, túlságosan nagy feszítő erő elkerülésére szelep van rajta, mely önmagától nyílik, ha a feszítő erő a kazán erősségének megfelelő legmagasabb nyomást eléri.

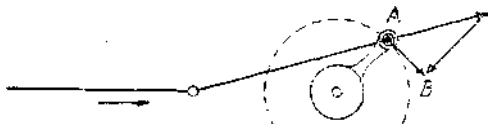
A dugattyúhoz kapcsolandó mellékszerkezetek a következők: A már említett *gőzelosztó*, amely lehetővé teszi, hogy a gőz a dugattyúnak hol az egyik, hol a másik oldalán fejtse ki a dugó mozgására szükséges nyomást s egyidejűleg a máikiterjedt és lehűlt gőz hol az egyik, hol a másik oldalról hagy hassa el a hengert. Az egyenes vonalon ide-oda mozgó dugattyú mozgását körmozgássá alakító berendezés, amelynél egy hajtórúd az egyik végén csuklóval egy forgó keréknek a forgási tengelyen kívüli pontjához kapcsolódik, a másik végén ugyancsak csuklóval a dugattyú rúdjaival függ össze. Ez a szerkezet a dugattyú egyenesvonalú mozgását körmozgássá alakítja át (464. kép). A kerék csuklójánál a dugattyúra gyako-

rott erő két összetevőre bomlik, amelynek egyike a körpálya érintőjének, a másik a sugarának irányában hat (465. kép). A sugár irányában ható összetevőt ellensúlyozza a kerék merevsége, a másik összetevő pedig a kerék mozgását hozza létre. E mozgató összetevő nagysága a különböző helyeken még állandó dugattyúnyomás feltételezése mellett is, más és más.



464. kép. Az excenter és a lendítőkerék.

Ezért és a gőz feszítő erejének változása folytán is, a forgás nem egyenletes. Egyenletesebbé válik azonban azáltal is, ha a kerék nagy tömegű s lehető nagy a tehetetlenségi nyomatéka. Ezt azzal érik el, hogy a tömeget a forgási tengelytől minél

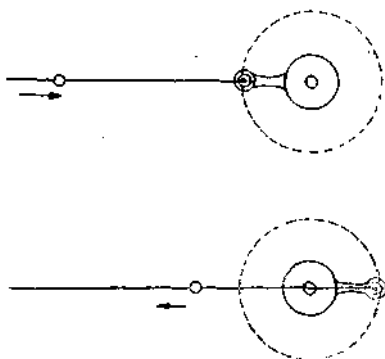


465. kép. Az egyenes vonalú mozgás átalakítása forgó mozgássá.

távolabb helyezik el. Ez a *lendítő kerék* a maga nagy mozgási energiájával egyenletesebbé teszi a körmozgást. Két helyzetben, illetve két helyzetnek megfelelő pontokon a forgató erő-

komponens: épen zérus (466. kép). Ezeket a helyzeteket *holt-pontoknak* nevezik. Ilyen helyzetben a gép nem tud elindulni, de ha már mozgásban van, a lendítő kerék nagy mozgási energiájával átlendíti a gépet ezeken a holtpontokon. Gyakran azzal is kiküszöbölik a holt-pontok érvényesülését, hogy két gőzhengerrel hajtják ugyanazt a kereket úgy, hogy az egyik gőzhengerhez tartozó holtpontok ép  $90^\circ$ -kal legyenek eltolva a másik gőzhenger holtpontjainak helyéhez képest. (Compound-rendszer.)

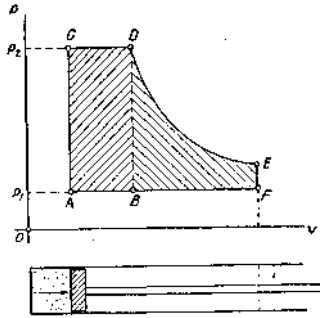
A forgás egyenletességét biztosítja még a *centrifugális szabályozó*, amely két csuklókaron függő fémgömbből áll. Ezek



466. kép. A holtpontok.

a gömbök a gép egyik függőleges tengelye körül forognak. Nagyobb forgási sebesség mellett a centrifugális erő folytán a csuklókarok szétnyílnak. Ha kisebb s sebesség, összecukódnak. Az így előálló emelkedő és ereszkedő mozgás egy szelepet mozgat, mely túlnagy sebesség idején elzárja a gőz egy részének útját, kis sebesség mellett pedig kinyitja.

A hűtőhöz különleges kiegészítő berendezések nem tartoznak. El is maradhat mint különleges szerkezet s ilyenkor a



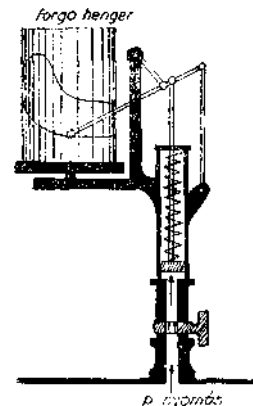
467. kép. Jelenségvonal a gőz-gép munkájáról.

Az A és C pontokhoz  $v_1$ , B és D pontokhoz  $v_2$  nyomás tartozik.

dugattyú gőze közvetlenül a szabadba távozik s az alacsonyabb hőmérsékletű levegőt melegíti fel. Ilyen berendezésük van a vasút lokomotívjainak. Ezzel szemben a gőzcsepplőgépeknél a hengerből a munkavégzés után eltávozó ú. n. fáradt gőzt egy vízzel telt hordóba vezetik, ahol ismét lecsapódik. Az így visszanyert víz újra a kazánba kerül és ott ismét gőzzé alakul át. A víz, vagy helyesebben a vizet és a gőzt alkotó anyag, a  $H_2O$  és a benne lévő hőenergia tehát egy *körfolyamaton* megy keresztül s e körfolyamat közben, amikor a gőz a dugattyúban kiterjed és lehűl, melegének egyrésze árán munkát végez.

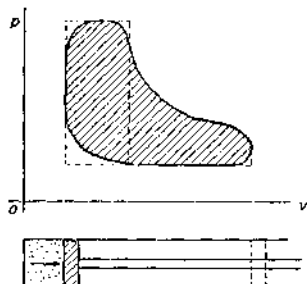
Ezt a végzett munkát jelenségvonalon is feltüntethetjük egy  $v, p$  koordináta-rendszerben. Legyen a dugattyúban lévő gőz térfogata az  $x$  tengely, a nyomás pedig az  $y$  tengely. Egy kezdeti térfogatot jelölünk  $v_1$ -el. Ha a területegység a dugó keresztmetszete, akkor a  $v_1$  mértékszám a henger gőzzel telt részének a hossza. A  $v_1$  térfogatnak megfelelő nyomás legyen  $p_1$ . A betóduló gőz nyomása a  $p_1$  nyomást  $p_2$ -re emeli s eltolja a dugattyút egy új  $v_2$  térfogatnak megfelelő távolságra, úgyhogy az első kezdeti időben a  $p_2$  érdemlegesen nem csökken. A végzett munka  $(p_2 - p_1) \cdot (v_2 - v_1)$  tehát a koordináta-rendszerben egy olyan téglalap, melynek alapja  $v_2 - v_1$ , magassága  $p_2 - p_1$ . Ez a dugattyú munkája teljes gőznyomás mellett. A továbbiak folyamán azonban a gőz kitágul és nyomása lecsökken újra  $p_1$  értékre. Ez alatt kifejtett munkáját a  $BFDE$  terület fejezi ki. Az egész munkát tehát az  $AFCDE$  terület adja meg.

Készítettek olyan szerkezeteket, *indikátoroknak* hívják, amelyek önmaguktól felveszik az itt vázolt görbét. Az indiká-



468. kép. Az indikátor.

tor berendezése a következő. A gőzhengerhez kisebb hengert kapcsolnak, amelynek dugattyúja a nyomásnak megfelelően egy rugót szorít össze. A rugó hosszának változását csuklókarok átviszik egy írószerkezetre, amely egy henger palástjára egyenes vonalat ír le. Ha azonban ez a henger a dugattyú mozgásának megfelelően forog, akkor leírja egy  $p, v$  koordináta-rendszerben azt a zárt körbét, amelynek területe a végzett munkát adja. Ez a vonal a gyakorlatban nem olyan, mint



469. kép. Indikátorral felvett jelenségvonal a gőzgép munkájáról.

a fenti tárgyalásoknál elméleti megfontolások útján nyert görbe, mert a szögletek a valóságban fellépő fokozatos átmenetek miatt lekanyarodnak.

A gőzgép természetesen a beleadott energiának csak kis részét alakítja át mechanikai munkává. Ha a gőzgépnek adott energia  $Q$ , s a gőzgép által kifejtett munka  $q$  mecha-

nikai energia, akkor a  $\frac{q}{Q}$  tört azt fejezi ki, hogy a gép beleadott hőenergia hányadrészét alakította át mechanikai munkává. Ezt a  $\frac{q}{Q}$  hányadost a gép *hatásfokának* nevezik. Közönséges gőzgépek hatásfoka rendszerint  $\frac{q}{Q} = \frac{1}{10}$ , százalékban kifejezve 10%. Ez azt jelenti, hogy 1 kg 8000 calóriás szén elégetése árán, miután

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ mkg munka}$$

800. 427 mkg munkát végezhetünk el a gőzgéppel. A gyakorlati élet követelménye a gazdaságosabban dolgozó gépek előállítása, vagyis a  $\frac{q}{Q}$ -hatásfok emelése. Ennek leghatásosabb

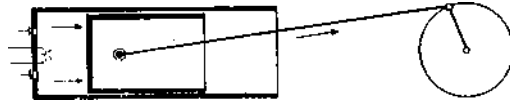
módja magasnyomású gőz előállítása, mert ilyenkor a kazán gőzének hőfoka nagyobb s a gőzgép annál jobb hatásfokkal dolgozik, minél nagyobb a kazán és a hűtő közötti hőmérsékletkülönbség. Az újabb, különösen magasnyomású gőzgépeknél, sikerült a hatásfokot megkétszerezni, azaz 20%-ra emelni.

### Robbanó motorok.

A nagyobb hatásfok elérésére való törekvés vezetett a robbanó *motorok* felfedezésére. Ezeknél egy robbanva égő gáznak hirtelen térfogatnagyságával előálló nyomás mozgatja a dugattyút. Igen elterjedt a négyütemű motor, amely először a hengerbe szívja a gépet tápláló gázt, második ütemre a dugattyút a lendítőkerék visszanyomja és a gázt összeszorítja, a harmadik ütem a gáz meggyújtásával a robbanás elő-



állítása és a fellépő nagy feszítő erővel a dugattyú mozgatása a munkavégzés érdekében, a negyedik az égési termékek el-távolítása. A gáz gyújtása elektromos szikrával történik. Az ilyen motorokat rendszeren kézierővel kell elindítani (bekurbli-zás). A robbanó motorok világító gáz- és levegőkeverékkel működnek. Világító gáz helyett petróleum, benzin, spiritusz és e két utóbbi keve-rékeként előállított motalkó gőze is alkal-mas. A robbanómoto-rok hatásfoka jóval nagyobb, mint a gőz-



470. kép. A robbanómotor vázlatja.

gépeké, ma már eléri a 24%-ot. Másik nagy előnye a robbanó anyag könnyű kezelhetősége, csekély térfogata és egyenlő teljesítmény mellett a gép kisebb súlya. Ezért alkalmasak gép-kocsik, repülőgépek és léghajók hajtására.

A Diesel-motornál nincs külön gyújtószerkezet, az erősen összeszorított levegő annyira felmelegszik, hogy a kis cseppek-ben belefecskendezett nyersolaj nemcsak azonnal elpárolog, de meg is gyullad. Nagy előnyük, hogy olcsóbb anyagokkal is jól működnek. Különösen hajók hajtására használják ezeket a motorokat. Gazdaságosak is, mert hatásfokuk eléri a 34%-ot.

## 66. A hőelmélet harmadik főtétele.

A tapasztalat azt mutatja, hogy a gyémánt fajhője, tehát az a hőmennyiség, amely 1 gr gyémánt hőmérsékletét 1°-kal emeli, a hőmérséklet csökkenésével rohamosan fogy. —50°-nál pl. már csak egy harmadrésze, —190°-nál pedig csak egy hat-vanadrésze a szobahőmérsékleten megállapított fajhőnek. Sőt —250°-nál már oly kevés, hogy még a leggondosabb mérési eljárásokkal sem állapítható meg. Ez azt jelenti, hogy egy na-|gyon kis hőmennyiség, amely a gyémánt hőmérsékletét a 18° körül alig emeli, nagyon alacsony hőmérsékleten igen jelenté-kény melegedést hoz létre. Magán az abszolút hőmérsékleten pedig végtelen kis hőmennyiség is képes volna véges nagy-ságú hőmérsékletnövekedést létrehozni. 1

Ezt a gyémántnál először feltűnő jelenséget később, ha nem is ily feltűnő mértékben, de más anyagoknál is tapasztal-ták. Ebből és idevágó kémiai jelenségekből állapította meg *Nernst Walter* német fizikus (1864— ) 1906-ban a róla el-nevezett következő hőtani alaptételt, amelyet a hőelmélet har-madik főtételeként is neveznek. Ép oly *lehetetlen a testeket az abszolút zérus hőmérsékletre lehűteni*, amily lehetetlen az első főtételeknek ellentmondó örökmozgót elkészíteni. Ennek a har-madik főtételeknek különösen a kémiában van nagy jelentősége.

A hőelmélet három főtételek mindegyike tehát egy-egy lehetetlenséget mond ki

1. Az első főtétele szerint *lehetetlen oly gépet készíteni, amely az egyszer beléje adott energia révén örökké munkát végez.*

2. A második főtétele szerint *lehetetlen, hogy egy test vele egyenlő, vagy alacsonyabb hőmérsékletű testnek külső hatás kizárásával hőt adjon át.*

3. A harmadik szerint *lehetetlen a testeket az abszolút 0 hőmérsékletre lehűteni. Ez a hőmérséklet csak megközelíthető, de el nem érhető.*

## Feladatgyűjtemény (példatár)

Összeállította : **dr. Bukovszky Ferenc.**

A feladatok egyes csoportjai előtt álló számok a könyv megfelelő fő- és alfejezeteire utalnak. így pl. a II. 5—7 utáni feladatok a II. fejezet (geometriai fénytan) 5, 6, 7 alatti részeihez tartoznak. Az egyes ilyen feladatcsoportok a Bevezetés XV. oldalán adott felsorolás szerinti négy alcsoportra vannak elkülönítve, ez a négy alcsoport szerinti felosztás azonban nem mindenütt teljes. A negyedik alcsoportozáshoz tartozó „magasabb színvonalú feladatok kizárólag a fizika iránt különösen érdeklődők számára” a feladat sorszámanál \*-gal vannak megjelölve.

A könyv főfejezetei: I. A csillagos ég látszólagos jelenségeinek áttekintése, II. Geometriai fénytan, III. Mechanika, IV. Hangtan, V. Hőtan.

Tájékoztatásul a szükséghez mérten zárójelben megadjuk a példák megoldásait és a feladatok egy részénél utalunk a könyv megfelelő oldalszámára, vagy ábrájára.

### I.

1. A Sarkcsillagra irányított fényképezőgéppel fényképezze le a sarkkörüli csillagokat 1, 2 és 3 óras kinttartással. A fényképek alapján állapítsa meg a csillagos ég óránkénti elfordulását.

2. Az egyenlítő tájékán lévő valamelyik csillagképre irányított fényképezőgéppel fényképezze le a csillagok látszólagos pályáit. Felvételét hasonlítsa össze az 1. feladatban kapott képekkel.

Fényképezésre felhőtlen, tiszta, nyugodt estét kell kiválasztani és olyan időt, amikor a Hold nincs az égen. Ügyelni kell arra is, hogy utcai, vagy más villanylámpák stb. fénye ne zavarjon.

3. Figyelje és rajzolja meg egy rajztábla szélére tűzött függőleges pálcika csúcsának árnyékát. Az észleléseket délelőtt és délután óránként, a delelés előtti és utáni órákban negyedóránként végezze.

A megfigyeléshez napos, tiszta, nyugodt időt és árnyék nélküli, minden oldalról szabad helyet kell kiválasztani. A megfigyelést lehetőleg szept., dec. és márc. 21-én, vagy ezekhez közeli napokon végezze. Érdekes eredményeket kapunk a jelzett napokon felvett árnyékgörbék összehasonlításával.

4. A 3. feladatban kapott görbék segítségével állapítsa meg és egy gömbre rajzolja fel a Nap pályáját az illető napokon. Állapítsa meg a Nap delelési magasságát!

5. A 3. feladatban kapott görbe szimmetriatengelyének megállapításával és megrajzolásával állapítsa meg az  $ED$  irányt. Hasonlítsa ezt össze az iránytű helyzetével és jegyezze fel az esetleges eltérést!

6. Az 5. feladatnál kapott rajzon tüntesse íél a  $K-Nv$  irányt is. A rajzból állapítsa meg a Nap azimutját és magasságát egy meghatározott időpontban, pl. szept. 21-én délben!

7. Iránytű és teodolit segítségével állapítsa meg a Hold azimutját és magasságát!

8. Mérje meg teodolittal a Hold látószögét és számítsa ki a Hold-golyó átmérőjét. A hold távolsága a Földsugár 60-szorosa.

9. A csillagtérképről (9. old.) olvassa le a Nagyöncöl rúdja végének elhajlását és egyenes emelkedését. (Megközelítőleg  $51^\circ$ , ílf.  $13^h40^m$ ).

10. Keresse meg a csillagtérképen azt a csillagot, amelynek elhajlása  $80^\circ$ , egyenes emelkedése pedig  $16^h$ .

11. Állapítsa meg a csillagtérképről a Nap koordinátáit dec. 6-n. ( $-22^\circ$ ,  $17^h$ ).

12. A 22. ábrából rajzolja ki a Jupiter és Saturnus 1940. V. 30, XI. 1. és 1941. III. 21. napokon elfoglalt helyzeteit és hasonlítsa össze távolságaikat!

13. A 22. ábrából keresse ki a Jupiter és Saturnus egyenes emelkedését jan. 30-n óraszögekben és számítsa át fokokra! (J.:  $2h21^m$ , S.:  $2h27^m$ .)

14. Mikor hol volt a Jupiter elhajlása  $14^\circ9'$ , egyenes emelkedése  $2h41^m$ ? (X. 22.)

15.\* Parallaktikus távcsővel határozza meg valamely csillag, vagy bolygó egyenes emelkedését!

16.\* Készítsen Napórát!

## II. 2—3.

17. Világító gömb (golyóalakú lámpa) mellett figyelje meg egy sötét gömb árnyékát a térben, ha a sötét gömb nagyobb, kisebb, ugyanakkora, mint a világító gömb. Árnyékkúp, teljes és félárnyék.

18. Készítsen papírdobozból sötétkamrát (22. és 23. old.) és figyelje meg egy külső világos tárgynak a dobozban keletkező képét!

19. Figyelje meg síktükörnél a kép helyét és helyzetét, ha a tükör függőleges és ha vízszintes. Végezzen összehasonlító megfigyelést a tárgy különböző helyzete (párhuzamos, merőleges) és távolsága mellett.

20. Homorú gömbtükörben (borotválkozó tükör) figyelje meg és jellemezze a keletkező képeket a tárgy (égő gyertya) különböző távolságai mellett! Az egyes jellemző helyzetekben fényképezze le a tárgyat és képét!

Nagy fényerejű géppel teljes nyílás mellett (kis mélységélesség) készített fénykép megmutatja, hogy a kép is a tükör előtt van.

21. Gombostű módszerrel állapítsa meg síktükörnél és gömbtükörnél is a fényvisszaverődés törvényeit! A gömbtükört úgy kell elhelyezni, hogy a rajzlap síkja a tükör középpontjának magasságában legyen

22. A 48. képhez hasonló módon készítse el a homorú tükör jelenségvonalát  $k$ -ra és  $t$ -re (50. kép).

23. Szerkesztéssel határozza meg egy tárgy képét homorú tükörnél, ha 1. a tárgy a kétszeres fókusz-távolságon kívül, 2. a kétszeres fókusz-távolságban, 3. a kétszeres fókusz-távolságon belül, de a fókusz-távolságon kívül és végül 4. a fókusz-távolságon belül van. Eredményeit hasonlítsa össze a 19. feladattal!

24. Határozza meg a 47. kép szerint a gömbtükör görbületi sugarát! Az eredményt ellenőrizze szferométerrel.

25. Határozza meg napsugarak összegyűjtésével, valamint gombostű módszerrel a homorú gömbtükör gyújtópontját. Hasonlítsa össze az előző feladattal!

26. Homorú gömbtükör gyújtópontját határozza meg úgy is, hogy előállítja egy tárgynak vele egyenlő nagyságú képét. Tárgy és kép ilyenkor a kétszeres fókusz-távolságban vannak.

27. Számítsa ki a Föld árnyékkúpjának hosszát ( $x$ ), ha a Nap-golyó sugara a Föld sugarának 109-szerese a Nap—Föld-távolság pedig 23680 Földsugár, ( $x=219$  Földsugár.)

28. Egy pontszerű nyílás előtt attól 36 m-re áll egy 9 m magas fa. Milyen nagyságú képe keletkezik a nyílás mögött 4-5 m-re lévő falon? (1.125 m.)

29. Milyen vastag az üveglap, ha az üveghez érintett ceruza hegyének képe a ceruza hegyétől 3 mm-re van?

30. Milyen távol lesz a domború gömbtükör előtt másfél fókusz-távolságra lévő fénylő pont képe a tükör mögött? ( $-2.5f$ ).

31. Homorú tükör görbületi sugara 45 cm. Hol keletkezik és mekkora lesz egy a tükörtől 60 cm távolságban lévő 15 cm magas tárgy képe? ( $k=36$  cm, képnagyság 9 cm).

## II. 4.

32. Üvegtéglánál (levélnyomó) gombostűmódszerrel állapítsa meg a beesési és törési szög jelenségvonaltát (60. és 61. kép). Ha rendelkezésre áll egy szögletes falú üvegkád, akkor ez a feladat a levegő—víz határfelületen való törésre nézve is elvégezhető.

33. Vízbe merített, alul zárt üvegcsövön figyelje meg a teljes visszaverődés jelenségét.

34.  $45^\circ$ -os üveghasábnál figyelje meg a fénysugár eltérítését, készítsen el a 72. képnek megfelelő kettős jelenségvonaltat. Állapítsa meg a minimális eltérítés törvényét.

35. Figyelje meg domború lencsénél a kép helyét, helyzetét, valódiságát és nagyságát a tárgy (égő gyertya) különböző helyzetei mellett. Hasonlítsa össze a viszonyokat a 19. feladattal!

36. Szerkessze meg egy tárgy képét domború lencsénél, ha a tárgy a kétszeres fókuszon kívül, a kétszeres fókuszban, a kétszeres fókuszon belül, de az egyszeresen kívül, ha az egyszeres fókusz-távolságon is belül van.

37. Szerkessze meg egy tárgy képét homorú lencsénél a tárgy különböző helyzetei mellett.

38. Készítse el a tárgy- és képtávolság jelenségvonaltát domború lencsénél  $k$ -ra és  $t$ -re.

39. A 32. feladat alapján határozza meg a törésmutatót üveg-levegő és víz-levegő határfelületen.

40. Üveg-levegő, valamint víz-levegő határfelületen állapítsa meg azt a szöget, amelynél a teljes visszaverődés fellép.

41. Üveghasábnál állapítsa meg a sugármenetet gombostűmódszerrel, rajzolja meg papírra, a rajzról mérje le a belépés, kilépés és eltérítés szögeit és ezekből határozza meg a hasáb törésszögét (39. oldal). A törésszög közvetlen megméréssel ellenőrizze az eredményt.

42. Határozza meg napsugarak összegyűjtésével egy domború szemüveglencse fókusz-távolságát és dioptriáját!

43. Egyik szemmel nagyítón keresztül, másik szemmel szabadon szemlélve egy számtanfűzet lapjának vonalkázását, közvetlen leolvasással határozza meg az egyszerű nagyító nagyítását.

44. A hegyikristály törésmutatója  $n=1.545$ . Mekkora a beesés szöge, ha a megtört és visszavert sugár egymásra merőlegesek? ( $i=57^\circ 5.2'$ )

45. Egy  $45^\circ$ -os üvegprizmára ( $n=1.5$ )  $20^\circ 30'$ -es szög alatt esik be egy fénysugár. Mekkora lesz az eltérítés szöge? ( $27^\circ 6.1'$ ).

46. Egy domború lencse ( $n=1.5$ ) a tőle 50 cm távolságra lévő 8 cm magas tárgyat 75 cm távolságra képezi le. Milyen magas lesz a kép? (12 cm.)

47. A lencsét határoló gömbök sugarai 20 és 30 cm, az anyag törésmutatója 1.5. Mekkora a fókusz-távolság? ( $f=24$  cm.)

48. Egy domború lencse fókusz távolsága 42 cm. Milyen távol van a tárgy a lencsétől, ha a tárgy és a virtuális kép távolsága 56 cm? ( $t = 28$  cm).

49.\* Két lencse összeillesztésével készítsen összetett lencsét, határozza meg az összetett lencse fókusz távolságát és állapítsa meg, hogyan függ össze az egyes lencsék (előzőleg meghatározott) fókusz távolságaival.

## II. 5—7

50. A teret mélységben kitöltő tárgyokról (asztalra állított üvegek és poharak) készítsen különböző nyílások mellett felvételeket. Állapítsa meg az egyes nyílásokhoz tartozó mélységélességeket.

51. Különböző szögű szögtükrökben figyelje és szerkessze meg a tükrök közé szimmetrikusan elhelyezett tárgy képét.

52. Határozza meg tükörszekstánssal a látóhatár tárgyainak (tornyok, házak) látószögét.

53. Készítsen a 109. képnek megfelelő nagyobb méretű rajzot a vakfolt kimutatására.

54. Gyűjtsön össze optikai csalódáson alapuló néhány jelenséget. Pl. az ötpengős bankjegy bal alsó szélén piros színnel nyomott hatjegyű számot a bronz egyfilléres teljesen elfedi, holott egymás mellé téve az ember úgy látja, hogy kb. 4 számjegyet tud elfedni. — Milyen optikai csalódás látható a 233. képen?

55. Határozza meg egy távcső (teodolit) nagyítását. Váltakozva fehér-feketére festett 1 cm szélességű csíkozással ellátott lécre 8—10 m távolságból állítsa be a távcsövet. Egyik szemmel a távcsövön át, másikkal közvetlenül nézve a léceket, a két kép egymáson keletkezik és így a nagyítás egyszerű megszámlálással nyerhető. A távcsőben látható 1 cm széles csík hány csíkot takar el?

56. Ismert rácsállandójú optikai rácsot mm papíron kivágott nyílásra helyezve tegye a mikroszkóp tárgyasztalkájára. Az előző feladathoz hasonló módon határozza meg a mikroszkóp nagyítását.

57. Tükörszekstánssal határozza meg a sarkmagasságot. Ugyanezt állapítsa meg teodolittal és hasonlítsa össze a két eredményt.

58. Mérjék meg a tanulók az olvasott szövegnek a szemtől való távolságát. Az osztály minden tanulója vonatkozó adatokból számítsanak középértéket, ez lesz a tiszta látás átlagos távolsága.

59. Állapítsa meg azt az időt, ami ahhoz szükséges, hogy a szem két benyomást külön tudjon érzékelni. Papírkorong szélére egyenlő távolságokra pontokat (köröket) rajzol, a korongot centrifugális gépen, vagy motorral megforgatja. Azt a fordulatszámot kell megállapítani, amelynél a szem még éppen el tudja választani a pontokat. Ha ez a fordulatszám  $n$ , a pontok száma  $k$ , akkor a keresett idő  $1/nk$ .

60. Tükrös távcső (100. kép) tükrének fókusz távolsága  $f = 60$  cm, a távcső egy  $t = 500$  m távolságra lévő tárgyra van beállítva. A tükrök tengelyében a tükrőtől milyen távolságra van a kis síktükrő, ha a kép a tengelytől oldalt 15 cm-re keletkezik? (45.07 cm).

61. Egy távolság két végpontjában egy-egy fényforrás van, az egyik négyszer olyan erős, mint a másik. A távolság melyik pontjában lesz a kétoldali megvilágítás egyenlő? (A gyengébb fényforrástól számított  $1/3$  távolságban.)

62. Mekkora távolságra ad 50 gyertyafény kétszer akkora megvilágítást, mint 16 gyertya 1 m-re? (1.25 m.)

63.\* Készítsen távcsövet 2 domború, illetve 1 domború és 1 homorú lencséből. (Csillagászati és színházi távcső modelje.)

64.\* Készítsen mikroszkópot és írja le annak működését. Lencsék adatai, sugármenet, feloldóképesség stb.

## III. 8.

65. Ismert hosszúságú távolságon többször gyalogoljon végig szokott menelütemben. Mérje meg az időt stopperórával és számolja meg lépéseit. Határozza meg saját sebességét és 1—1 lépésének átlagos hosszát!

66. Figyelje meg a légbuborék mozgását Mikola-csőben a 61. oldalon közölt módon és rajzolja meg a mozgás jelenségvonalát.

67. Ugyanazt a feladatot végezze el úgy is, hogy a lécen előre kijelölt ismert távolságú pontokat és stopperórával megméri azokat az időpillanatokat, amelyekben a buborék a kijelölt pontokon áthalad. A jelenségvonal most is a kezdőponton áthaladó egyenes.

68. Figyelje meg a légbuborék mozgását a Mikola-cső különböző halásszögei mellett, az egyes mozgások jelenségvonalait ugyanabban a rajzban tüntesse fel és ezek alapján hasonlítsa össze a sebességeket. Állapítsa meg az összefüggést a hajlásszög és a sebesség között!

69. Robogó vonatban mérje meg azt az időt, míg 11 távirópózna elmarad az ablak mellett és számítsa ki a vonat sebességét. Két-két távirópózna távolsága 50 m.

70. Számítsa ki a vonat sebességét a menetrend adataiból is és az eredményt hasonlítsa össze az előző módon kapott sebességgel.

71. Egyenletes lépésekben állapítsa meg az utcán két jellegzetes pont távolságát, ezt számítsa át méterekbe (65. feladat). Ezután stopperórával mérje meg, mennyi idő alatt halad el a két pont között egy gyalogos, kerékpáros, kocsis és autó. Számítsa ki ezek sebességét.

A feladatot többen is csinálják meg, egyszerre, vagy többször egymásután. Az így kapott különböző értékekből számítsa ki az átlagot.

72. Egy gyalogos elindul 5 km/óra sebességgel, 2 óra múlva utána indul egy kerékpáros, ennek sebessége 20 km/óra. Mennyi idő múlva találkoznak? Megoldandó egyenlettel és grafikusán. (40 perc múlva.)

73. A tengeri kikötőből *B* felé és ellenirányban is minden délben elindul egy hajó, a menetidő 10 nap. Az *A*-ból elinduló egyik hajó *B*-be való megérkezéséig hány hajóval találkozik? Grafikusán! (Útközben 19, a kikötőkben 1—1, összesen 21 hajóval.)

74. A berlini olimpiáson az egyes futószámokban a következő időkkel győztek: 100 m 10.3 sec, 200 m 20.7 sec, 400 m 46.5 sec, 800 m 1 min 52.9 sec, 1500 m 3 min 47.8 sec, 5000 m 14 min 22.2 sec, 10.000 m 30 min 15.4 sec. Számítsa ki az egyes futók átlagsebességét és készítsen összehasonlító grafikont!

Eredmények: 9.71, 9.66, 8.6, 7.09, 6.58, 5.8, 5.51 m/sec.

75. A 100 méteres gyorsúszást az egymás utáni olimpiázon a következő időkkel nyerték. 1896-ban (Hajós A.) 1 p 22.2 mp, 1900-ban nem volt, 1904-ben 100 yard = 91.44 m-es távon (Halmay Z.) 1 p 2.8 mp, 1906-ban 1 p 13 mp, 1908-ban 1 p 5.6 mp, 1912-ben 1 p 3.4 mp, 1920-ban 1 p 1.4 mp, 1924-ben 59 mp, 1928-ban 58.6 mp, 1932-ben 58.2 mp, 1936-ban (Csik F.) 57.6 mp. Számítsa ki az átlagsebességeket és készítsen a gyorsúszók fejlődését feltüntető összehasonlító grafikont.

76. Az előző két feladat szerint dolgozza fel pl. az iskola házi-versenyeinek eredményeit.

77. Egy 200 m hosszú és 15 m/sec sebességgel haladó vonat mennyi idő alatt halad át egy 1600 m hosszú alagúton? (2 perc alatt).

78.\* A MÁV menetrendje alapján grafikusán tüntesse fel egy rajzban valamelyik vonalszakasz, pl. a Budapest—Szeged menetrendjét. A vízszintes tengelyen az időt tüntesse fel 0 óra 00 perctől 23 óra 60 percig, a függőlegesen pedig a kilométereket a fontosabb állomásokkal. Különböző vonalakkal rajzolja meg az egyes vonatfajták (személy, sebes, gyors) mozgásának jelenségvonalait. Az ábrából le lehet

olvasni a mindkét irányban közlekedő vonatok sebességét (l. 68. feladat), érkezési és indulási adatait, valamint az egyes állomásokon való tartózkodás idejét.

### III. 9—11.

79. Figyelje meg a lejtőn guruló golyó mozgását, készítsen menetrendet és vegye fel a jelenségvonalat.

80. A 215. kép szerint állítson elő egyenletesen gyorsuló mozgást és vegye fel a jelenségvonalat.

81. Végezze el a 79. feladatot különböző hajlásszögű lejtőkön, a jelenségvonalakat rajzolja meg ugyanabban a koordinátarendszerben, ezekből határozza meg az egyes mozgások gyorsulásait. Hogyan függ a gyorsulás a lejtő hajlásszögétől?

82. Egyenletesen gyorsuló mozgás jelenségvonalát vegye fel úgy is, hogy a pályán előre kijelöl egyes pontokat és stopperórával megméri, mely időpontokban halad át a mozgó golyó a kijelölt helyeken.

83. Különböző nehézségű testek esését figyelje meg nyugvó levegőben és szélben. Melyik mozgását befolyásolja erősebben a szél mozgása?

84. A menyezethez erősített fonállal a 138. kép szerint készítsen lehetőleg hosszú fonálingát és figyelje meg annak lengését. Készítsen jelenségvonalat.

85. Készítsen két fonálingát, hogy az egyik kettőt lengjen, míg a másik egyet.

86. Rugóra akasztott súly rezgőmozgást végez, ha nyugalmi helyzetéből függőlegesen kimozdítjuk. Figyelje meg a rezgések idejét különböző súlyok esetében. Ehez a kísérlethez szélesen tekercselt, sokmenetű rugót célszerű alkalmazni.

87. Mérje meg a toronyból leejtett kő esési idejét és számítsa ki a torony magasságát.

88. Ismert magasságból leejtett test esési idejéből határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!

89. Minden tanuló készítsen fonálingát, melynek fél lengési ideje 1 sec. Számítsák ki az ingák hosszainak középértékét (másodpercinga)

90. Az előző feladathoz hasonlóan minden tanuló külön eredményéből számított középértékkel határozza meg az 1 m hosszú, fonálinga lengési idejét.

91. Egy puskagolyó az 1.2 m hosszú csövet 720 m/sec sebességgel hagyja el. Mekkora a puskapor által előidézett gyorsulás és mennyi idő alatt fut ki a golyó a csőből? ( $a=216000$  m/sec,  $t=1/300$  sec).

92. Egyenesvonalú, egyenletesen gyorsuló mozgást végző test az első másodpercben 20 cm utat tesz meg. Mekkora lesz a 3 perc alatt megtett út? (6480 m).

93. Szabadon eső test sebessége A-ban 29.43 m/sec, B-ben 49.05 m/sec. Mekkora az A—B távolság? (78.48 m).

94. Mennyi idő alatt és milyen sebességgel ér földet a 161 m magasról szabadon eső test?

95. Egy kútba ejtett kő csobbszását 6 mp múlva halljuk meg. Milyen mély a kút, ha a hang terjedési sebességét 340 m/sec-nak vesszük?

96.\* Milyen hajlásszögű lejtőn lesz a guruló golyó gyorsulása a szabadesés gyorsulásának 50-ed része? Kísérlettel és számítással.

### III. 12—15.

97. Az asztallap egyik szélével párhuzamosan elmozgatott papírlapon gurítson el egy golyót az asztal másik szélével párhuzamosan. Figyelje meg a golyó mozgását a papírlap és a golyó különböző sebességei mellett.



98. Figyelje meg a 153. kép szerint egy egyenesvonalú egyenletes mozgást végző pont vetületének mozgását, készítsen menetrendet és jelenségvonalat.

99. A táblára (falra) erősítsen kis karikákat úgy, hogy egy meghatározott pontból és meghatározott sebességgel vízszintesen elhajított golyó a karikákon átéssék. A 161. képnek megfelelően megrajzolt koordináta-rendszerben a karikák helyzetéből állapítsa meg a mozgás törvényszerűségeit.

100. Felhúzható rugós kis ágyúval ferdén kilőtt golyó mozgását is figyelje meg az előző feladatban közölt módon.

101. A gramofont állítsa be lassú járásra, egy lemez szélére ragasszon fehér papírjelet és figyelje meg ennek mozgását. Vegyen fel jelenségvonalat és állapítsa meg a szögsebesség értékét.

102. Mérje meg az óramutatókat és határozza meg a mutatók végpontjainak sebességét.

103. Vízszintesen hajított test ismert időpontokhoz tartozó pontjainak koordinátáiból állapítsa meg a  $g$  értékét.

104. Határozza meg ferde hajításnál azt a szöget, amelynél azonos sebesség mellett legnagyobb a dobás távolsága.

105. Határozza meg ferde hajításnál azt a másik szöget, amelyiknél ugyanakkora a dobás távolsága, mint a  $25^\circ$ -os szögnél.

106. Számítsa ki és rajzban is állapítsa meg két egymásra merőleges egyenlő nagyságú vektor eredőjét.

107. A Budapestről 22.00-kor induló hajó 8.30-kor érkezik Mohácsra. Ellenirányból Mohácsról 11.30-kor indul és Budapestre érkezik 4 órákor. A közbeeső állomásokon való időzésre vonjunk le a menetidőből 2 és 1/2 órát. Határozzuk meg a hajó sebességét hegymenetben és völgymenetben, ezekkel számítsuk ki a Duna vízének sebességét és hogy milyen sebességgel haladna a hajó állóvízben! Budapest és Mohács távolsága 200 km. (A Duna sebessége 5.36 km/óra.)

108. Hány fokkal kell előretartani az esernyőt, hogy az a legjobb védelmet nyújtsa, ha az eső függőlegesen esik és az esőcseppek sebessége kétszerese a gyalogos sebességének? ( $26^\circ 44'$ -el.)

109. Teljes szélcsendben óránkénti 30 km-es sebességgel halad a tengeren egy hajó. A kéményt  $30^\circ$ -kal kell hátrabuktatni, hogy a füst a kémény irányában haladjon és ne verődjön a fedélzetre. Mekkora a füst felfelé emelkedő sebessége?

110. Mekkora annak a pontnak a középponti gyorsulása, amely az 1.8 m sugarú kört egyenletes sebességgel 3 mp alatt futja be? ( $a = 7.896 \text{ msec}^{-2}$ ).

111. Egy vízzel félig megtöltött poharat a 196. képen látható módon körülforgatunk. Mekkora legyen a pohár kerületi sebessége, ha a tartó zsinag hossza 80 cm? ( $v = 2.801 \text{ msec}^{-1}$ ).

112.\* Hogyan mozog az egyenletesen haladó kocsí vagy kerékpár kerekének egy pontja? A kerékpár küllőjére tegyen feltűnő jelet (papírcsomó), figyelje meg annak mozgását, bontsa fel két egymásra merőleges összetevőre, rajzolja meg a mozgás pályáját, az összetevő mozgások jelenségvonalait és állapítsa meg ez utóbbiak egyenleteit.

### III. 16–17.

113. Mérje meg ugyanabba az edénybe töltött, tehát egyenlő térfogatú különböző folyadékok tömegét és hasonlítsa össze sűrűségüket.

114. Függőlegesen felfüggesztett rugóra akasszon különböző súlyú testeket és mérje meg a rugó meghosszabbodásait. Jelenségvonalról állapítsa meg a rugó meghosszabbodása és az azt létrehozó súly közötti összefüggést.

115. Végezze el a 181. képen látható kísérletet. A kiegyensúlyozott csiga egyik oldalán alkalmazzon különböző túlsúlyokat, számítsa ki a létrejövő mozgás gyorsulását és a felvett jelenségvonalból állapítsa meg a mozgató erő és a gyorsulás közötti összefüggést.

116. Végezze el ugyanazt a kísérletet azzal a változtatással, hogy most a mozgató erő minden esetben ugyanaz legyen és a mozgatott tömeg különböző. Meg kell állapítani az összefüggést a mozgatott tömeg és a gyorsulás között.

117. Fonálingánál határozza meg azt a kitérítési szöveget, amely mellett a mozgató erő éppen fele a súlynak (185. kép).

118. Különböző szabályos alakú szilárd testek (kocka, henger, golyó) méreteiből számítsa ki azok térfogatát, mérje meg tömegüket és határozza meg sűrűségüket.

119. A 89. feladat szerint meghatározott másodpercinga hosszúságából számítsa ki a  $g$  értékét!

120. A 203. képen látható kísérlettel állapítsa meg a csúszó súrlódási együtthatót gyalult falapok, fa és üveg, fa és márvány stb. anyagok között.

121. Azonos anyagból készült és azonos sima felületű, de különböző nagyságú lapok csúszó súrlódásának megfigyelésével állapítsa meg az összefüggést a legkisebb mozgató erő és a felület között. A jelenségvonal a 204. képhez lesz hasonló.

122. Mekkora a nehézségi gyorsulás értéke az egyenlítőn, ha ott a másodpercinga hosszúsága 991.03 mm? ( $g=978.1$  cmsec<sup>-2</sup>).

123. Hány din erőt jelent 1.5 kgsúly? (1470 din).

124. Egy függőleges síkban fekvő  $r$  sugarú kör felső pontjából kiinduló hurokat tekintsük lejtőknek és számítsuk ki, mennyi idő alatt és milyen végsebességgel érné el a kört egy leguruló pont egy tetszőleges húron. (A mozgás ideje minden húron egyenlő.)

125. Egy 810 gr súlyú golyót 1.2 m hosszú zsinegen függőleges síkban körülforratunk, percenként 92 fordulattal. Mekkora a centrifugális erő? Mekkora a zsineg feszültsége, ha a golyó éppen a körpálya felső pontján halad át? (A feszítő erő 9.204 kgsúly).

126. Egy korcsolyázó 12 m sugarú körön fut másodpercenkénti 9 m-es sebességgel. Mekkora szöggel kell befelé dőlnie? ( $34^{\circ}31.5'$ ).

127.\* Készítsen rugósmérleget. Megfelelő vastagságú acéldrótból készíti, megállapítja, hogy mennyi a rugalmas alakváltozás megterhelésének felső határa (az a súly, amivel való megterhelés után, ha a súlyt levesszük, a rugó visszanyeri eredeti alakját), ehhez mérten különböző ismert súlyokkal megterheli, a megnyúlásokat leolvassa, jelenségvonalra készíti (177. kép), végül elkészíti a mérleg skáláját. Kiindulási hosszúság az, amit a rugó a ráakasztott serpenyővel vesz fel.

### III. 18—21.

128. Vegye szemügyre a mindennapi életben előforduló munkákat (emelés, favágás, cséplés, szántás stb.) és hozza összhangba azokat a munka fizikai értelmezésével.

129. Megfelelő nagyságú kerékkal állítsa össze a 215. képen látható kísérletet, a kerék egy sugarát feltűnően jelölje meg és figyelje meg, hogy míg a lefelé mozgó tömeg egyenesvonalú egyenletesen gyorsuló mozgást végez, ugyanakkor a kerék egyenletesen gyorsuló körmozgásban van.

130. Hasonlítsa össze azonos méretű és tömegű tömör és belül üres (ez utóbbi sűrűbb anyagból készül) hengerek mozgási energiáját, ha ugyanarról a lejtőről legördíti azokat. Az eltérést értelmezze a forgó rendszerről tanultak alapján.

131. Számítson át egy mkg-t és egy lóerőt cgs rendszerbe!
132. 12 kgsúly erő 15 másodpercik hat egy testre és azt 600 m távolságra elmozgatja. Mekkora a test súlya? (22.07 kgsúly).
133. Egy 62 kg-os turista 7 1/2 kg-os hátizsákkal 9 óra 3 perckor elindul 440.2 m magasról és 9 óra 48 perckor elér egy 736.8 m-es magaslatot. Számítsa ki a teljesített munkát és a munkasebességet. (A munka 202220 Joule, a munkasebesség 0.102 lóerő.)
134. Egy lendítőkerék súlya 2.4 tonna, átmérője 2.1 méter, a kerék percenként 80-szor fordul. Számítsa ki a kerék energiáját, ha tömegét a kerék külső peremén képzeljük összesűrítve. (9465.2 mkg.)
135. Számítsa ki egy 10 cm átmérőjű tömör vasgolyónak a középpontján áthaladó tengelyre vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát. A vas sűrűsége 7.5.
- 136.\* Számítsa ki a 195. képen látható abroncsszerű pálya méreteit (lejtő hossza, hajlásszöge, körpálya sugara), hogy benne egy golyó leesés nélkül körülfuthasson. Vizsgálja meg a mozgást energetikai szempontból. Az egyes helyzetekben milyen energiákkal rendelkezik a golyó, mennyi az energiák összege?

### III. 22—26.

137. A Földnek a Naptól való távolsága 150 millió km, a Plútó bolygóé 5920 millió km. Kepler III. törvénye alapján számítsa ki a Plútó keringési idejét! (Kikerekítve 269 év.)
138. A Newton-féle gravitációs képletből számítsa ki a Föld tömegét. Egy  $m$  tömegű test súlya  $mg$  egyenlő a  $m$  tömegű test és a  $M$  tömegű Föld közötti vonzóerővel. A gravitáció állandója  $k=665.10 \cdot 10$  cgs. egység. ( $M=6.10^{27}$  gr).
139. Mekkora a Föld közepsűrűsége? A Föld sugara 6371 km. ( $d=55$  gr  $\text{cm}^{-3}$ .)
140. A Hold tömege 81-ed része a Föld tömegének, távolsága pedig a Földsugár 60-szorosa. Az összekötő egyenes melyik pontjára hatna a két égitest részéről egyenlő nagyságú vonzóerő? (A Hold középpontjától 6 Földsugárra lévő pontban.)
141. Az egyenlítőn tengerszint feletti magasságban lévő testnek mekkora a Föld forgásából eredő középponti gyorsulása?
142. Mekkora a Nap tömege? Úgy tekintjük, hogy a Föld körpályán kering a Nap körül. A Földre ható középponti erő egyenlő a Nap és Föld közötti vonzóerővel. Az egyenletben egyetlen ismeretlen a Nap tömege. ( $M_n = 22.28 \cdot 10^{32}$  gr.)

### III. 27—28.

143. Állítsa elő rugós mérlegekkel három erő egyensúlyát, rajzolja fel az erőket irány és nagyság szerint és a három erő közül szerkessze meg 2—2 eredőjét. Mit vesz észre? (232, 233. kép.)
144. Végezze el ugyanezt a kísérletet 4, vagy több erő esetében is. (235. kép).
145. Állapítsa meg egy erőnek tetszőleges irányú két összetevőjét a 237—238. képek szerint.
- Szövegezze meg az utóbbi három feladat eredményeinek összehasonlító értelmezését!
146. Méterrúdat függesszen fel a két végén egy-egy rugós mérlegre. A rúd vízszintesen, a rugók függőlegesen álljanak. Most leolvassa a rugósmerlegek állását, majd a méterrúdra valahol egy  $q$  súlyt akaszt fel. Ezáltal a rugósmerlegek nagyobb megterhelést mutatnak és a rúd is kijött vízszintes helyzetéből. A rugók felfüggesztési pontjainak változtatásával a méterrúdat visszaviszi vízszintes helyzetébe és leolvassa a rugósmerlegek adatait. Ezekből levonja az üres rúdnál leolvasott értékeket és megkapja a  $P_1$  és  $p_2$  erőket, amelyek a  $q$  erőt egyensúlyozzák.

Más-más  $q$  súlyokat alkalmazva figyelje meg, hogyan viszonylik a  $P_1+P_2$  összeg a  $q$ -hoz.

147. Végezze el az előző kísérletet, de úgy, hogy most a  $q$  súly felfüggesztési helyét változtatja. Jelölje  $k_1$  a  $p_1$  és  $q$  támadási pontjának távolságát és megfelelően  $k_2$  legyen a  $p_2$  és  $q$  távolsága. Hasonlítsa össze  $k_1$  és  $k_2$  viszonyát a  $p_1$  és  $p_2$  erők fordított viszonyával.

148. Három különböző pontban való felfüggesztéssel és az egyes felfüggesztési irányvonalak megrajzolásával állapítsa meg különböző testek súlypontját.

149. Különböző szilárd testeket véve állítson elő rajtuk biztos, bizonytalan és közömbös egyensúlyi helyzeteket.

150. Két munkás,  $A$  és  $B$ , 180 cm hosszú rudat visznek a vállukon, amelyre 120 kg teher van akasztva. Hova kellett akasztani a terhet, ha a munkások munkabírása úgy aránylik, mint 11:13 és hány kiló jut mindegyik munkásra? (Felfüggesztés 82.5 cm-re  $B$ -től, ekkor  $A$  55 kg-ot,  $B$  pedig 65 kg-ot visz.)

151. Egy 8 kg súlyú ívlámpa két drótkötélen függ, amelyek a vízszintessel 30-os szögeket zárnak be. Mit mutatna a drótkötélbe beiktatott rugós erőmérő? (8 kgs.)

152. Egy anyagi pontra ható három erő egymással egyensúlyt tart, nagyságuk rendre 286 kg, 338 kg és 520 kg. Határozza meg az erők által bezárt szögeket! ( $143^\circ 7.8'$ ,  $149^\circ 29.3'$ .)

153.  $P=300$  grsúly erő a vízszintessel a szöget zár be. A  $P$  vízszintes összetevőjét jelölje  $P_1$  amit a hajlásszög különböző értékei mellett rugósmérleggel meghatároztunk. Egy mérési sorozatot itt adunk:

$a = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$   
 $P_1 = 294, 282, 261, 231, 192, 150, 102, 51$  grsúly.

Milyen összefüggés áll fenn  $P_1$   $P$  és  $a$  között? Számítással és grafikusán! ( $P_1 = P \cdot \cos a$ )

154. Kétkarú emelő egyik karján a forgástengelytől 3 távolságra 3 súlyegység, 4 távolságra 4 súlyegység van felfüggesztve. Hová kell felfüggeszteni a másik karon 5 súlyegységet, hogy az emelő egyensúlyban maradjon? (Pythagoras tétele.)

155. Kétkarú emelő balkarján 5 egységnyi távolságra 13 súlyegység, jobbkarján pedig 4 egységnyi távolságra 8 súlyegység van felfüggesztve. Mekkora súlyt kell a jobbkaron a forgástengelytől 3 egységnyi távolságra felfüggeszteni, hogy a rendszer egyensúlyba jöjjön? Milyen más módon lehetne az egyensúlyt helyreállítani? (11 súlyegységet, több megoldási lehetőség.)

156.\* Egy merev rúd négy pontjában négy párhuzamos erő hat:  $p_1 = 7$  kg,  $p_2 = 8$  kg,  $p_3 = 9$  kg,  $p_4 = 10$  kg. A köztük lévő távolságok rendre 12, 17, illetve 15 cm. Mekkora ellenirányú erőt és a rúd melyik pontjában kell alkalmaznunk, hogy a rúd egyensúlyban maradjon? Kísérlet és számítás.

157.\* A 154. példa mintájára állítson elő a kétkarú emelőn olyan egyensúlyi helyzeteket, amelyekre felírt forgató képességek Pythagoras tételét fejezik ki. Az erők mértékszámai egy-egy  $u$ . n. Pythagoras-i számcsoporthoz tartoznak. Szerkesztéssel igazolja, hogy az erők mértékszámai mint oldalak, derékszögű háromszögeket határoznak meg.

### III. 29–30.

158. Készítsen álló és mozgó csigákat és figyelje meg rajtuk az egyensúlyi viszonyokat.

159. Hengerkeréken (kerekcsúszón) mérje meg a henger és a ke-

rék sugarát, számítsa ki, majd súlyok ráakasztásával ellenőrizze az egyensúlyi viszonyokat.

160. Különböző hajlásszögre állított lejtőkön vontassa fel ugyanazt a testet, a zsinórba beiktatott rugós mérleggel mérje meg az erőket. Milyen összefüggés van az erő és a lejtő hajlásszöge között?

161. Kétkarú mérleget vizsgálja meg, hogy megfelel-e a jó mérleg tulajdonságainak? (155. old.)

162. Készítsen fából római mérleget.

163. Pontatlan mérleg egyik csészéjében megmérve egy test súlya 534 gr, a másikban 596 gr. Mi a test valódi súlya? (564.2 gr.)

164. Két mozgó- és egy állócsigából álló csigasoron 100 kg terhet akarunk felemelni. Mekkora erő kell ehhez? (25 kg.)

165. Mozgó csiga kötelének szabad végét egy hengerkerék hengerére csavarjuk. Mekkora erővel kell a kereket forgatni, ha a kerék sugara 5-ször akkora, mint a henger sugara és a mozgó csigával 60 kg terhet akarunk felemelni? (6 kgsúly).

166. 10 kg súlyú testet mekkora erővel tarthatunk meg egy  $30^\circ$ -os lejtőn, ha az erő a lejtővel párhuzamos? (5 kgs erővel).

167.  $45^\circ$ -os lejtőn a lejtő alapjával párhuzamos erővel akarunk ellensúlyozni egy 37 kg-os testet. Mekkora erő szükséges ehhez? (37 kg).

168.\* Készítse el egy a gyakorlatban használt tizedes mérleg vázlatrajzát, mérje meg pontosan az egyes adatokat, határozza meg az erőátvitelék helyét és arányát és végül állapítsa meg, hogy a mérleg megfelel-e az 1:10 arányszámnak, ami feltétel szerint súly és teher között fennáll?

### III. 32.

169. Figyelje meg egy rugalmas gumiszalag meghosszabbodásait különböző megterhelések mellett, vegyen fel jelenségvonalat, állapítsa meg a megterhelés és a megnyúlás közötti összefüggést. (276. kép.)

170. Az előzőhöz hasonló kísérlettel állapítsa meg az összefüggést állandó megterhelés mellett a gumifonál megnyúlása és keresztmetszete között. (278. kép.)

171. Végezze el a 169. kísérletet acélrugóval. A két kísérlet eredményeit hasonlítsa össze. Miben tér el egymástól a két jelenség?

172. Rugalmas fapálcát szorítson le az asztal lapjához, a pálca szabad végét különböző súlyokkal terhelje meg, olvassa le egy függőleges mérőlécen a pálca végének lehajlását, vegyen fel jelenségvonalat és állapítsa meg az összefüggést a pálca lehajlása és a megterhelés között.

173. Torziós ingán mérje meg rugós mérleggel a különböző szögelforduláshoz szükséges erőket, jelenségvonalból állapítsa meg az összefüggést az elfordító erő és az elfordulás között. Csak kis szögekkel lehet elfordítani, hogy a rugalmasság határán belül maradjunk.

174. Rugalmas golyónak rugalmas falhoz való ütközésénél állapítsa meg az összefüggést a beesés és a visszaverődés szögei között.

175. A 169. és 170. feladathoz használt gumifonál rugalmassági együtthatóját kell meghatározni (166. lap). (Függ a megterheléstől.)

176. Állapítsa meg a 173. feladatnál használt anyag csavarási rugalmassági együtthatóját (azt az erőt, mely  $1^\circ$  szögelfordulást hoz létre).

177. Állapítsa meg a torziós inga lengési idejét.

178. Egy 1275 mm hosszú acéldrótot, melynek keresztmetszete 0.36 mm<sup>2</sup>, 9 kg-os súly 1.6 mm-rel nyújt meg. Mekkora az acél rugalmassági modulusa (a rug. együttható reciprok értéke)? (19922 kgs: mm<sup>2</sup>)

179. Mekkora erővel lehet egy 960 mm hosszú, 0.8 mm átmérőjű

drótot 961.2 mm-re kinyújtani, ha a drót anyagának rugalmassági modulusa 9000 kgs/mm<sup>2</sup>? (5.66 kgs).

180.\* Acélrugóval működő kis ágyúból lőjjön ki rugalmas acél-golyót márványlapra, mérje meg a beesés és visszaverődés szögeit, ezek összefüggését tüntesse fel egy jelenségvonalon. Ezt a jelenségvonalat szerkessze meg különböző ütközési sebességek mellett és ezekből állapítsa meg a rugalmas ütközés törvényeit (169. oldal).

### III. 33.

181. Figyelje és rajzolja meg szabad víz felszínét tágas, keskeny edényben, közlekedő edényekben és hajszálcővekben. Milyen szabályszerűséget tapasztal?

182. Felhajtó erő kimutatására állítsa össze a 290. képen látható kísérletet. Az üveghenger alá tett lap valóban akkor süllyed le, amikor a hengerbe öntött víz magassága eléri a külső vízszintet? Ha eltérést tapasztal, azt mivel magyarázza?

183. Rugósmérlegre akasztott különböző testeknek vízbe mártásával figyelje meg, mit mutat a rugó ha a test a levegőben, részben vízben, egészen vízben van.

184. Hengeralakú testek vízbe merítésével figyelje meg a súlyvesztésüket különböző bemerülési mélységek mellett. Készítsen az összetartozó értékekről jelenségvonalat.

185. Állítson elő sóoldatot, amelyben a friss tojás lebeg.

186. Figyelje meg a barométer állásait a nap meghatározott óráiban több napon át, észleléseit jegyezze fel. Talál-e összefüggést a barométerállások és az időjárás változásai között?

187. Töltsön vizet és vízzel nem keveredő ismeretlen sűrűségű folyadékot egy közlekedő edény két szárába. Mérje meg a folyadékok szintjét és számítsa ki az ismeretlen folyadék relatív sűrűségét.

188. Határozza meg Archimedes elve alapján azoknak a szilárd testeknek a sűrűségét, amelyeket a 118. feladatban már meghatározott Hasonlítsa össze a kétféle módon nyert adatokat!

189. Határozza meg Archimedes elve alapján a petróleum és glicerin sűrűségét.

190. Határozza meg ugyanezen folyadékok sűrűségét areométerrel.

191. Egyméteres üvegcsőben csinálja meg Torricelli kísérletét és határozza meg a légnyomás nagyságát. Ellenőrizze egy barométer adatával.

192. Állapítsa meg a levegő sűrűségét. (179. oldal.)

193. Egy 1 cm átmérőjű csőből készült közlekedő edényben, higany van. Az egyik szárba 30 gr vizet, a másikba 57.2 gr alkoholt öntünk. Mi lesz a folyadékok szintje a két szárban? A higany sűrűsége 13.6, az alkoholé pedig 0.79. (A higany a vizes szárban 2.55 mm-rel áll magasabban.)

194. Mekkora a fenéknomás a tenger színe alatt 8513 m mélységben, ha a tengervíz sűrűsége 1.026? (873.44 kgs: cm<sup>2</sup>.)

195. Egy testre vízben 65 gr súly felhajtó erő hat. Mi lesz a felhajtó erő a 0.8 sűrűségű alkoholban? (52 gr súly.)

196. Mi lesz a 4 cm sugarú vörösrézgolyó súlya petróleumban, ha a vörösréz sűrűsége 8.9, a petróleumé 0.84? (2160.8 g.)

197. 720 mm légnyomás mellett mekkora az ember egész felületére:  $f=1.35$  m<sup>2</sup>-re ható nyomóerő? (13219 kg.)

198. 7.5 cm sugarú üveggolyó súlya levegővel telve 317.5gr, a levegő kiszivattyúzása után 315.203 gr. Mennyi 1 liter levegő súlya? (1.3 gr).

199.\* 1000 köbméteres hidrogénnel töltött léggömb szilárd részei 280 kg-ot nyomnak. A hidrogén sűrűsége  $0.09 \text{ kg/m}^3$ . Mennyi terhet vihet magával 720 mm légnyomás és  $0^\circ$  hőmérséklet mellett és hány ember szükséges a léggömb lerögzítéséhez, ha 1—1 ember húzó ereje 20 kgsúly?

### III. 34—37.

200. *U* alakra hajlított üvegcsőbe vizet töltve, készítsen folyadékmanométert. Egy üvegpalack dugóján dugjon át két vékony üvegcsövet és ezek egyikéhez kösse hozzá gumicsővel a manométert. A másik csövön át tüdővel szívja ki a levegőt, majd pedig fújjon bele levegőt és figyelje meg a manométerben a folyadékszintek állását.

201. Nyugvó víz felszínére helyezzen zsilétpengét, gombostűt, zsíros egyfilléres pénzdarabot. Szappanoldatból szalmaszálon át fújjon gömböket. Ezek, ha a szalmaszállal összeköttetésben vannak, összehúzódnak. Magyarázza meg ezeket a jelenségeket.

202. Hajszálcsöveket is tartalmazó közlekedő edénybe töltsön vizet, majd higanyt. Figyelje meg az egyes ágakban a folyadékszinteket és a közlekedő edények törvényétől való eltérést magyarázza meg a felületi feszültség hatásával.

203. Hajszálcsőre kihúzott üvegcsövet kössön össze egy tölcserrel és ezen át töltsön rézgálicoldatot egy vízzel félig lévő pohárba a víz alá. Figyelje meg a két folyadék közti határfelületet a kísérlet után azonnal és órák múlva. Mit tapasztal és hogyan magyarázza?

204. Áramoltasson egy csövön át állandó nyomáskülönbség mellett vizet. Mérje meg egy bizonyos idő alatt kiáramló víz tömegét. Több ilyen mérés után állapítsa meg az időegység alatt kiáramló vízmenyiséget.

205. Egy gáztömeg térfogata 710 mm nyomásnál 10.5 liter. Mekkora térfogatot foglal el a gáz 760 mm barométerállásnál? ( $v=9.309$  liter.)

206. Egy közlekedő edény rövidebb zárt szárában 18 cm. hosszú levegőoszlop van higannyal elzárva. Milyen magasan kell a nyitott hosszú szárbá higanyt tölteni, ha a bezárt levegőt 760 mm barométerállás mellett 12 cm-re akarjuk összeszorítani? (44 cm.)

207. Egy tanterem alapjának méretei 8 és 7.6 m, magassága 4 m. Hány kg levegő van benne  $0^\circ \text{ C}$  hőmérséklet, és 720 mm barométerállás mellett? (297.9 kg.)

208. Széles edényben  $h$  magasságú víz áll. Milyen sebességgel áramlik ki a víz az edény alján lévő kis nyílás megnyitásakor? Bernoulli tételét kell alkalmazni a víz felszínén és a kifolyó csőben lévő egyenlő tömegű részecskékre, a nyomás mindkét helyen a barométerállással azonos. ( $v=1/\sqrt{2gh}$ )

209. Milyen sebességgel áramlik ki a víz egy 3 m magas víz- [ tartály alján lévő nyíláson, ha a tartályban lévő vízre 2 atmoszféra | nyomás hat? ( $v=21.55$  msec-1.

210.\* Széles hengeralakú edény alján kis nyíláson áramoltasson ki vizet. Bizonyos időközökben olvassa le az edényben lévő víz magasságát, vegyen fel jelenségvonalat, mely a  $t$  (idő) és  $h$  (vízmagasság) összefüggését tünteti fel, a jelenségvonalból leolvasható összefüggést értelmezze a 208. feladatnál kapott képlet segítségével.

### III. 38.

211. Kis fenyőlécből faragjon propellert, szerelje fel T betű szerűen egy kis fapálcára, sodorja meg tenyerei között. A különböző alakra készült propellerek különböző magasságokra felemelkednek.

212. Különböző kísérleti testeket függeszzen fel és figyelje meg, hogy szélben milyen ellenállást tanúsítanak a levegőmozgással szemben.

213. A 186. kép alapján készítse el az ingamozgás polárdiagrammját! Az egyes kitérési szögekhez tartozó fesztítő és mozgató erőket állítsa táblázatba a 200. lap alján lévő táblázatnak megfelelően. E táblázat alapján rajzoljon jelenségvonalat: vízszintes koordináta legyen a fesztítő erő, függőleges koordináta pedig a mozgató erő. Az így kapott pontok mellé írja oda a megfelelő kilendítési szöget. Értelmezze a kapott jelenségvonalat és hasonlítsa össze a repülés polárdiagrammjával! (350. kép.)

214. Áramló folyadékokban állítson elő örvényeket. A vízre szórt fűrészporszór mutatja az örvény alakját.

215. A körforgó készüléket különböző súlyokkal hozza forgásba, állapítsa meg a forgási sebességet és a megterhelés és forgási sebesség közötti összefüggést.

216. Határozza meg azonos sebesség mellett különböző alakú próbatestek ellenállását.

217. Körforgó készüléken az emelőszárny különböző hajlásszögei mellett azonos forgási sebességnél határozza meg a felhajtó erőt. Hogyan függ ez a hajlásszögtől?

218. Végezze el ugyanazt a kísérletet, csak most azonos hajlásszög és különböző forgási sebességekkel. Összefüggés a sebesség és a felhajtó erő között.

219.\* Készítsen repülőgépmodellt, azon állapítsa meg az erőviszonyokat, készítse el a ható erők összetételét rajzban és ennek alapján írja le a jelenségeket.

### III. 39–41.

220. Rugalmas sodronykötélen állítson elő hossz- és kereszt-hullámokat, írja le ezek jellemző sajátosságait.

221. Rugalmas sodronykötélen állítson elő állóhullámokat, ha a sodronykötél vége meg van rögzítve és ha szabadon lóg. Állóhullámokat megfelelő hosszúságú acélvonalzón is elő lehet állítani.

222. Kifeszített húron keltsen állóhullámokat és papírlavasokkal határozza meg a csomópontokat.

223. Széles vizes edényben helyezzen el állítható üveglapokat, hogy közöttük keskeny nyílás maradjon. Egyik oldalon keltsen pl. víz belecsepegtetésével hullámokat és figyelje meg, hogyan terjednek át ezek a hullámok a nyílás ellenkező oldalára.

224. Keltsen víz-hullámokat, mérje meg egy hullám hosszúságát és egy rezgés idejét, ezekből számítsa ki a víz-hullámok terjedésének sebességét.

225. Végezze el ugyanezt a kísérletet sodronykötélen keltett állóhullámokkal.

226. Mi a körfrekvenciája annak a részecskének, amelynek rezgésideje 10 sec? (0.628)

227. Kereszthullám halad végig egy kötélen, amelynek első részecskéje éppen egy teljes rezgés után ismét nyugalmi helyzetében van. Mennyivel tért ki nyugalmi helyzetéből a tőle 3 cm-re lévő pont, ha a hullámhossz 15 cm, amplitúdója pedig 5 mm? (4.76 mm).

228. Mi lesz az előző feladatban meghatározott pont sebessége és gyorsulása, ha a hullámok tovaterjedésének sebessége 1.5 m/sec? ( $v=97$  mm/sec,  $a=18.77$  msec<sup>-2</sup>).

229.\* Állítson elő rezgőmozgást, amely másodpercenként 1 rezgést végez. Megoldható pl. a 86. feladat szerint. A különböző megterhelé-



sekhez tartozó rezgési időket koordinátarendszerben ábrázolja, a meg-  
rajzolt jelenségvonalból leolvassa az 1 sec rezgési időhöz tartozó meg-  
terhelést, ezzel a megterheléssel rezgéseket állít elő és közvetlen mé-  
réssel ellenőrzi az eljárás helyességét.

#### IV. 42—44.

230. Megpendített húrral, megszólaltatott hangvillával kormozott  
üveglapra írassa fel a rezgőmozgás jelenségvonalát.

231. Alkalmas hangvisszaverő felület (nagyobb falfelület, erdő  
széle, meredek hegyoldal stb.) előtt meghatározott távolságban állít-  
son elő rövid ideig tartó erős hangot, kalapáccsal üssön rá valamilyen  
fémdarabra. Milyen távolságról észlel visszhangot?

232. Különböző magasságú hangvillák rezgési görbéit vegye fel  
egyidejűleg kormozott üveglapra a 231. feladat szerint. Lát-e össze-  
függést a hangmagasság és a villák rezgési görbéi között?

233. A 231. feladat szerint állítson elő visszhangot, mérje meg a  
visszaverő felületnek a hangforrástól való távolságát és azt az időt,  
ami alatt a hang ezt a távolságot kétszer megfutva visszaér a füléhez.  
Ezekből határozza meg a hang terjedési sebességét.

234. Ismert távolságból (l. 71. feladat) figyelje meg, amikor a vonat  
váltókon halad át és mérje meg az időt stopperórával, ami alatt, a  
hangot az áthaladás után meghallja. Ezekből számítsa ki a hang ter-  
jedési sebességét.

235. Kormozott üveglapra írassa fel egymás mellé egy kifeszített  
húr és egy ismert rezgésszámú hangvilla rezgési görbéit. Ezek össze-  
hasonlításából állapítsa meg a húr hangjának magasságát.

236. A levegőben 68 cm. hullámhosszú hang terjed. Mekkora egy  
levegőrészecske rezgési ideje? (0.002 sec).

237.. Mekkora a kamarahang hullámhossza? Rezgésszáma 435.  
(0.782 m).

238. Azonos körülmények között megszólaltatunk egy 120 cm és  
egy 1125 cm hosszú húrt. Hogy aránylanak egymáshoz a keletkezett  
hangmagasságok? (15.16).

239. Villámlás után 5 mp múlva hallja a dörgést. Milyen távol  
van a felhő?

240.\* Állítsa elő monochordon a c-dúr skála hangjait, rezgési  
görbéit írassa fel kormozott üvegdarabra, (a 235. feladat szerint) állapítsa  
meg relatív hangmagasságaikat és az a hang rezgésszámának ismere-  
tével (kamarahang,  $n=435$ ) határozza meg az abszolút hangmagassá-  
gokat.

#### IV. 45—50.

241. Különböző erővel megfeszített egyforma húrokat pendítsen  
meg. Melyik húrnak van magasabb hangja?

242. A húr feszítő erejének változtatásával hangolja rá a húrt  
a dúrskála hangjaira, állapítsa meg az összefüggést a feszítő erő és a  
relatív magasság között. Jelenségvonal.

243. Vegye fel egy húrra vonatkozólag a relatív hangmagasság és  
a húr hosszúsága közötti jelenségvonalat. A húrt egy csúsztatható alá-  
tét segítségével hangolja rá a dúrskála hangjaira.

244. Készítsen ajaksípot („fűzfásípot”) és figyelje meg a síp hang-  
ját, ha a vége nyitott és ha zárt. Erősebb befúvás változtatja-e a hang-  
magasságot?

245. Kifeszített zsinigre kössön fonálingákat, ezek között legyen  
legalább kettő egyenlő hosszú. Lendítse ki valamelyik ingát és figyelje  
meg, vajjon a többiek is lengésbe jönnek-e és ha igen, melyek?

246. Két egyforma hangvilla egyikére ragasszon kis viaszdarabot és szólaltassa meg, a másik hangvilla néma marad, holott az elhangolás előtt a két hangvilla átvette egymás rezgését. Mi a jelenség magyarázata?

247. Ismétlje meg az előző feladatot, figyelje meg a hanglebegés jelenségét, számolja meg, hogy egy meghatározott idő alatt hány lüktetés észlelhető, ennek alapján számítsa ki az elhangolt hangvilla rezgésszámát, ha az el nem hangolt hangvilla rezgésszámát ismeri.

248. Kb. 10 cm átmérőjű és 1 m magas üvegcső legyen mindkét végén nyitott és alsó végével egy vízzel telt edénybe tetszőleges mélységig bemeríthető. Az üvegcső felső végéhez tartott hangvillához állítsa be úgy az üvegcsövet, hogy rezonancia keletkezzék. Több kísérlet közben jegyezze meg a rezonáló légoszlop alját adó vízszinteseket. Ezekből állapítsa meg a hangvilla hangjának hullámhosszát és rezgésszámát.

249. Két húrt feszítő erők úgy aránylanak, mint 81:64. Mi lesz a két húr hangmagasságának aránya? (9:8).

250. Egy 48 cm hosszú húr az  $e'$  hangot adja. Mennyire kell meg-  
rövidíteni, ha a következő  $a'$  hangra akarjuk hangolni? (12 cm).

251. Milyen hangot ad a 39'08 cm hosszú síp és mi az első felhangja? ( $a'$  és  $a''$ ).

252. Három síp hossza úgy aránylik, mint 15:12:10. Hogy aránylanak a sípok alaphangjai? (4:5:6).

253.\* Egy gyorsvonat 16 msec<sup>-1</sup> sebességgel halad el egy  $n=850$  magasságú hangforrás mellett. Milyen magasságú hangot hallanak a vonaton ülők? (Közeledéskor 890, távolodáskor 810).

254.\* Vegyen azonos anyagból való és azonos hosszúságú különböző keresztmetszetű drótokat (pl. acéldrótokat), egymásután feszítse fel ugyanazon feszítő erővel egy valamilyen ismert hangra hangolít drót mellé és vegye fel kormozott üveglapra a rezgési görbéket. A rezgési görbékből állapítsa meg, hogyan függ a hangmagasság a drót átmérőjétől. Az átmérőt csavarmikrométerrel mérje meg a drót különböző helyein és számítsa ezek középértékét, (Ügyelni kell, hogy a drót el ne pattanjon!)

## V. 51—52.

255. Vékony csőben végződő lombikot dugjon a cső nyitott végével víz alá. Tenyerébe fogva melegítse meg a lombikot, a gáz kitágul és a cső nyitott végén buborékokban eltávozik. Lehűtésekor a levegő összehúzódik és a víz felhúzódik a csőben. A léghőmérő alapjelensége.

256. Készítsen vízhőmérőt a 298. kép szerint.

257. A mindennapi életből gyűjtsön néhány jelenséget, mely a testek hőokozta tágulásán alapszik.

258. Melegítsen gázt állandó térfogat mellett, olvassa le az egyes hőmérsékletekhez tartozó nyomásokat (421. és 422. kép) és készítsen jelenségvonalat.

259. Határozza meg egy sárgarézcső kiterjedési együtthatóját (412. és 413. kép).

260. Határozza meg a víz hőkitágulási együtthatóját (418. kép).

261. Egy liter levegő térfogata mennyivel növekszik meg, ha hőmérséklete 1°C-al emelkedik és nyomása ugyanaz marad?

262. Egy vasrúd hossza 15°-nál 45 cm. Milyen hosszú lesz 80°-on, ha a vas kitágulási együtthatója 0.0000117? (45.034 cm).

263. Egy vörösrézcső 18°-nál 998 mm. Gőzt áramoltatunk át rajta,

miközben felmelegszik 98.5°-ra és megnyúlik 1.44 mm-rel. Mekkora a vörösréz tágulási együtthatója?

264. Egy márványtömb térfogata 5°-nál 3.8 köbméter. Mekkora lesz a térfogat 35°-nál, ha a márvány vonalas kiterjedési együtthatója 0.000085? (3802.907 liter).

265. Mekkora lesz 80°-on annak a higanynak a térfogata, amely 16°-on 8 cm<sup>3</sup> volt, ha a higany tágulási együtthatója 0.0001815? (8.0929).

266.\* Vizsgálja meg, hogy azonos nyomás mellett hogyan függ a gáz (levegő) térfogata a hőmérséklettől. Vegyen fel jelenségvonallat.

267.\* A 30°-nál leolvasott barométerállás 742 mm. Redukálja ezt 0°-ra. A barométer skálája sárgarézből van és 15°-nál hiteles. A sárgaréz tágulási együtthatója 0.0000192.

#### V. 54—59.

268. Azonos mennyiségű vizet melegítsen ugyanannyi ideig 1, 2, 3, 4 lehetőleg egyforma borszeszlángon és olvassa le a hőmérsékleteket. Hogyan függ a hőmérsékletemelkedés a gyertyák számától?

269. Különböző tömegű vizet melegítsen ugyanazon a lángon ugyanannyi ideig, figyelje meg az egyes hőmérsékletemelkedéseket. Készítsen jelenségvonalat.

270. Különböző anyagokból való egyenlő tömegű testeket melegítsen ugyanazon a lángon ugyanannyi ideig és figyelje meg a hőmérsékletemelkedéseket. Van-e eltérés és ha igen, mi okozza?

271. Csinálja meg a 435. képen vázolt kísérletet. A túlhűtött fixáló nátront tartalmazó csövet tegye éterbe. Ha most bedobja a kristályt, az éter forrásba jön. Fagyással lehet forralni.

272. Hőmérő higanygömbjére kössön lazaszövésű anyagból kis zacskót és ezt nedvesítse meg vízzel, alkohollal és azután éterrel. Figyelje meg minden egyes esetben a hőmérő viselkedését.

273. Keverési kaloriméterrel határozza meg néhány szilárd test (vas, vörösréz, ólom) fajhőjét.

274. Keverési kaloriméterrel határozza meg néhány folyadék pl. petróleum, alkohol fajhőjét. Egy már ismert fajhőjű szilárd testet mér meg, melegít fel ismert hőfokra és tesz bele a meghatározandó folyadékot tartalmazó kaloriméterbe.

275. Állapítsa meg a viasz olvadáspontját.

276. Tegyen edénybe ismert tömegű jeget és melegítse lassan. Egyenlő időközökben olvassa le a hőmérsékletet, vegyen fel jelenségvonalat és ebből állapítsa meg a jég olvadáspontját.

277. Hasonló eljárással állapítsa meg a víz forráspontját.

278. 120 gr 25°-os és 150 gr 42°-os vizet összekeverünk. Mi lesz a keverék hőmérséklete? ( $t = 34.4^{\circ}\text{C}$ ).

279. Egy 20X20X25 mm méretű sárgaréztömb (sűrűség 8.9) hőmérséklete 100°. Ezt beletesszük 200 gr 27°-os vízbe, a közös hőmérséklet 29.9° lesz. Mi a sárgaréz fajhője? (0.093).

280. 42 gr 0°-os jegei 120 gr 100°-os vízbe teszünk, az olvadás után beálló véghőmérséklet 53°. Mi a jég olvadáshője?

281. 2 kg 70°-os sárgaréz 164 gr jeget olvaszt meg. Mi a sárgaréz fajhője?

282. 30 dkg 0°-os jeget, 1.8 kg 10°-os vizet és 15 dkg 100°-os vízgőzt összekeverünk. Mi lesz a beálló véghőmérséklet? Olvadási hő 80, párolgási hő kereken 540. ( $t = 40^{\circ}$ ).

283.\* Készítsen higanyhőmérőt.

## V. 60—65.

284. A 447. kép szerint vegye fel lehűlő glicerint hőmérsékletcsökkenésének jelenségvonalát. Melegítse fel  $200^{\circ}$ -ra és alkalmazzon magas hőmérséklet mérésére alkalmas hőmérőt.

285. Vas- és üvegrudat kézbe fogva tartsa egyik végüket tűzbe. Melyik melegszik meg előbb?

286. Fűtött szoba ajtaját kis nyílásra kinyitva, égő gyertyával figyelje az ajtó alsó, felső és középső részén a légáram irányát.

287. Daniell-féle higrométerrel állapítsa meg a levegő páratartalmát.

288. Végezze el a 454. képen látható kísérletet.

289. Mérje meg egy üveglombik tömegét levegővel, a levegő kiszivattyúzása után és végül, amikor szárító anyagon átvezetett levegővel töltötte meg (457. kép). Mennyi a levegő abszolút nedvessége?

290. Hány kgkalóriát tud fejleszteni egy ló egy óra alatt? (632.6 kgcal).

291. 1 kgcal hány joule? (kerekén 4200).

292. Mennyi munkát kellene végezni a gőzgépnek 1 kg finom feketeszen elégekor, ha a szén égési hője 80000 kgcal? (3420000 mkg).

293. Mi a hatásfoka annak a gőzgépnek, amely 1 kg szén elégekor valójában 270000 mkg munkát végez? (8%).

## Észrevett értelemzavaró sajtóhibák.

Egyes példányokban több helyen az = jel egyik vonala lemaradt. Pl. a 76. oldalon alulról a 13. sorban; a 100. oldalon felülről a 12. sorban —<or. helyett = w ; ugyanezen az oldalon a 19. sorban — helyett = -y ; a 114., oldalon alulról a 15 sorban x— helyett x = olvasandó.

V. o. alulról 11. sor: értékes helyett értékes.

X. o. alulról 20 sor: hajítás helyett lejtőngurulás.

XII. o. felülről 19. sor: 5—6 helyett 3—4.

29. o. alulról 8 sor: sugár helyett görbületi sugár.

32. o. felülről 6. sor: a kettős pontok helyett tizedes pontok.

41. o. felülről 15. sor:  $ft - fk = kt$  helyett  $ft + fk = kt$ .

50. o. alulról 4. sor: tükörképre helyett tükörre.

57. o. felülről 10. sor: 250. helyett 228.

64. o. alulról 13. sor: a mozgásnál helyett a két mozgásnál.

73. o. alulról 17. sor: a sebessége helyett sebessége.

89. o. 160. kép szövegében: pályáának helyett pályájának.

97. o. alulról 13. sor: körök helyett körön.

100. o. felülről 11. sor:  $u >$  helyett  $cot$ .

101. o. felülről 14. sor:  $1\text{ gr cm}^3$  helyett  $1\text{ gr cm,}^{-3}$ .

104. o. alulról 15. sor: mozgatott helyett mozgató.

104. o. alulról 8 sor: gyorsuló, lévén helyett gyorsuló lévén.,

108. o. felülről 23. és 24. sor:  $\text{sec}^{\text{''}}$  helyett  $\text{sec}^{\text{''}^2}$ .

110. o. alulról 6. sor:  $v^2/2$  helyett  $v^2/r$ .

115. o. felülről 4. sor: erő helyett erő nagyságát.

118. o. alulról 14. sor: 5 helyett 4.

120. o. alulról 17 sor, a dűltbetűs részben:  $cm$  helyett  $cm^2$ .

122. o. felülről 6. sor után kimaradt ez a cím: **19. Helyzeti és mozgási energia.**

125. o. a 215. kép szövegében: mozgás helyett forgás.

126. o. felülről 15. sor: végtelen  $ds$  helyett végtelen kis  $ds$ .

129. o. alulról 4. sor: revelutionibus helyett revolutionibus.

132. o. felülről 4. sor: 6,28 helyett 6.28, továbbá ugyane sorban és a következőben 150,7 helyett 150.7.
133. o. felülről 19. sor: Első helyett Utóbbi.
134. o. felülről 17. sor: Ptolemaiusnak helyett Ptolemaiosnak.
135. o. alulról 15. sor: erőelmozdulás helyett eső elmozdulás.
145. o. alulról 4. sor: helyezettben helyett helyzetben.
164. o. a táblázatban : és ; helyett mindenütt tizedespont.
176. o. alulról 3. sor: areonéter helyett areométer.
192. o. alulról 8. sor: szívhatás helyett szívóhatás.
221. o. felülről 4. sor: hosszbbak helyett hosszabbak.
225. o. 399. kép szövegében Rezon helyett Rezonátor.
232. o. alulról 10. sor: hangjuk helyett hagyjuk.
247. o. felülről 16. sor: eyenletet helyett egyenletet.
251. o. alulról 20. sor: víz helyett jég.
252. o. felülről 9. sor: hőmérsékletnek helyett hőmérsékletének.
258. o. alulról 18. sor: 7.60 helyett 760.
268. felülről 18. sor: vízben helyett vízgőzben.
269. o. alulról 10. sor: hőenergiáját helyett energiáját.
- 269, 272, 274, 279. oldalakon a fejezetek sorszáma 63—66 helyett 62—65.
275. o. alulról 14. sor: nyíik helyett nyílik.
277. o. alulról 15. sor: távolságra, úgyhogy helyett távolságra úgy, hogy.
282. o. a 18. feladatban: (22. és 23. old.) helyett (19. és 20. old.)
282. o. a 23. feladatban: utolsó sorban 19. helyett 20.
283. o. a 35. feladatban: utolsó sorban 19. helyett 20.
283. o. a 41. feladatban: (39. oldal) helyett (36. oldal).
283. o. a 44. feladatban: 1:545 helyett 1-545.
283. o. a 45. feladatban: 6:1 helyett 6-1.
288. o. a 123. feladatban: 1:5 helyett 1'5.
296. o. a 256. feladatban: 298 helyett 406.
297. o. a 268. feladatban: gyertyák helyett lángok.

## Időbeosztás és tartalomjegyzék.

Az időbeosztásnál figyelembe kell venni, hogy az Előszónak megfelelően a tárgyalta anyag egy része előzetes magyarázat nélkül házi feladatként, vagy felelés közben, illetve gyakorlatokon dolgozandó fel. Az idő 10% -a ismétlés.

Órák folyó száma:	Órák száma :		Oldal
		ELŐSZÓ.	V—XVI
1—5	5	I. 1. A CSILLAGOS ÉG LÁTSZÓLAGOS JELEN- SÉGEINEK ÁTTEKINTÉSE . . . . .	1
6	1	Ismétlés.	
		II. GEOMETRIAI FÉNYTAN.	
7	1	2. A fény egyenesvonalú terjedése . . . . .	17
8—11	4	3. Fényvisszaverődés, sík- és gömbtükrök . . . . .	21
12—17	6	4. Fénytörés, hasábok és lencsék . . . . .	31
18—20	3	5. Optikai eszközök . . . . .	44
21—22	2	6. A szem és a látás . . . . .	53
23	1	7. Fényerősségmérés . . . . .	58
24—25	2	Ismétlés	
		III. MEHANIKA.	
		A) A mozgások leírása.	
26—28	3	8. Egyenletes mozgás . . . . .	61
29—31	3	9. Esés a lejtőn. Egyenletesen változó mozgás ....	68
32	1	10. A szabad esés . . . . .	74
33—34	2	11. Rezgő mozgás. Ingamozgás . . . . .	77
35—37	3	12. Vektorok összetétele és szétbontása . . . . .	82
38—39	2	13. Hajítás . . . . .	89
40—41	2	14. Egyenletes körmozgás . . . . .	93
42	1	15. Az egyenletes körmozgás szétbontása össze- tevékre . . . . .	97
43—44	2	Ismétlés.	
		B) A mozgások elmélete.	
45—49	5	16. Tömeg, erő, súly. Newton mozgási törvénye ....	100
50	1	17. Súrlódás és közegellenállás . . . . .	115

51	1	18. Munka és teljesítmény. . . . .	119
52	1	19. Helyzeti és mozgási energia. . . . .	122
53	1	20. A mechenikai energia megmaradásának elve ..	124
54—55	2	21. Szöggyorsulás, forgási energia és tehetetlen- ségi nyomaték . . . . .	125
56	1	22. Az égitestek mozgása, világrendszerek . . . . .	129
		23. Kepler törvényei . . . . .	130
57—58	2	24. Az általános tömegvonzás . . . . .	131
.. 59	1	25. A Föld nehézségi erőtere . . . . .	134
60	1	26. Az időmérés, $\gg$ nap és az év hossza, időszámítás	137
61—62	2	Ismétlés.	

### C) *Részletes mehanika.*

#### a) Szilárd testek.

63—65	3	27. Merev testre működő erők összetétele. A súly- pont . . . . .	141
66	1	28. Forgató nyomaték (képesség). . . . .	147
67—68	2	29. Erőátviteli eszközök. . . . .	149
69	1	30. Mérlegek . . . . .	154
70—71	2	31. Az inga lengési ideje. . . . .	157
72—73	2	32. A rugalmasság és a rugalmas ütközés. . . . .	163
74	1	Ismétlés.	

#### b) A folyadékok és a gázok mehanikájának párhuzamos áttekintése.

75—78	4	33. A folyadékokban uralkodó nyomás, a felhajtó erő, a levegő nyomása . . . . .	169
79	1	34. Boyle—Mariotte törvénye . . . . .	134
80	1	35. Kapilláris jelenségek, felületi feszültség . . . .	187
81	1	36. Diffúzió és ozmózis . . . . .	189
82—83	2	37. Nyomás áramló folyadékokban és gázokban ..	191
84—85	2	38. Repülés . . . . .	195
86	1	Ismétlés.	

#### c) Hullámmozgás.

87	1	39. A hullámmozgás értelmezése. . . . .	201
88	1	40. A hullámmozgás terjedése és visszaverődése ..	203
89	1	41. Huyghens elve . . . . .	208

### IV. HANGTAN.

90	1	42. A zenei hang keletkezése. A hang terjedése és visszaverődése. . . . .	210
91	1	43. Hangmagasság és hangköz . . . . .	212
92	1	44. Hangerősség és hangszínezet . . . . .	215
93	1	45. Húrok, pálcák és lapok rezgése. . . . .	218
94	1	46. Sípok. . . . .	221



95	1	47. Rezonancia . . . . .	224
96	1	48. Hanghullámok találkozása, lüktetése. . . . .	225
97	1	49. Doppler elve. . . . .	227
		50. Az emberi hang. . . . .	228
98	1	Ismétlés.	
V. HŐTAN.			
99—100	2	51. Hőmérők . . . . .	229
101—102	2	52. Hőokozta térfogatváltozás . . . . .	232
103—104	2	53. Boyle-Mariotte-Gay—Lussae törvénye. Abszolút hőmérséklet. . . . .	241
105	1	54. A hőmennyiség mérése. . . . .	245
106	1	55. Melegedés és lehűlés. Fajhő. . . . .	247
107	1	56. Olvadás és fagyás . . . . .	250
108	1	57. Párolgás és lecsapódás. . . . .	253
109	1	58. Telített és nem telített gőzök . . . . .	257
110	1	59. Kritikus hőmérséklet. Gázok cseppi'olyósítása ..	258
111—112	2	60. A hő terjedése. . . . .	261
113	1	61. A légkör hőtűneményei. . . . .	265
114	1	62. A mechanikai munka hőegyenértéke, a hőelmélet I. főtétele. . . . .	269
115	1	63. Az energia megmaradásának elve. . . . .	275
116—117	2	64. A hőelmélet II. főtétele. A hő átalakulása munkává. Gőzgépek. Robbanó motorok. . . . .	274
118	1	65. A hőelmélet III. főtétele. . . . .	279
119—120	2	Ismétlés.	
FELADATGYŰJTEMÉNY. . . . .			281



## ARATÓ ISTVÁN



Arató István 1886. augusztus 20.-án született Szegeden. Középiskoláit a Szegedi Állami Reáliskolában és a Mezőtúri Református Gimnáziumban végezte. Egyetemi tanulmányokat Budapesten, Greifswaldban és Göttingenben folytatott. Tagja volt a budapesti Eötvös kollégiumnak. 1908-ban Budapesten szerzett mennyiségtan-természettan szaktárgyakból tanári oklevelet.

A diploma megszerzése után, 1910-ben Gyurácz Ferenc püspök kezdeményezésére lett az 1899-ben létesített Kőszegi Evangélikus Felsőbb Leányiskola rendes tanára. 1916-ban, 30 évesen kapott egyéves megbízást, majd kinevezést az iskola és az internátus vezetésére. Igazgatói tevékenységének fontos állomásait jelentették az iskola átszervezései. 1916-ban kezdte meg a felsőbb leányiskola gimnáziummá történő átalakítását. Az intézet 1928/29-től leányliceumként működött, majd 1934-től, az egységes középiskola megteremtésétől, ismét leánygimnázium lett. Nevéhez fűződik az 1899-ben épített iskolaépület 1926-os, majd 1941-es jelentős bővítése. Az 1930-as években Arató István igazgató irányításával a tanári testület rendszeresen foglalkozott azzal, hogy az intézmény miképpen tud hozzájárulni a középiskola egészséges fejlődéséhez. A szemléltető tanítás és a hozzá fűződő egyéni cselekvő munka lehetőségeinek legmesszebbmenő kiszélesítésével és e célból osztálytermek helyett szaktárgyak szerinti tanítási termek berendezésével, a tanulók többségét képező internátusi növendékek számára a napközi iskola rendszerének bevezetésével és a modern nyelvek tanításának fejlesztésével vette kezdetét a munka.

Arató István egész addigi munkásságának elismeréseként 1939-ben tanügyi főtanácsosi címben részesült. Az 1930-as évek közepétől bevezetett új tantervek megérlelték Arató István igazgatóban azt a döntést, hogy az évtizedek alatt összegyűjtött tapasztalatait, a „Mit tanítsunk és hogyan?” kérdésre adott válaszait tankönyv formájában tegye közkinccsé. Az 1941-ben kiadott Természettan tankönyvével igyekezett elősegíteni a korszerű elméleti és gyakorlati tanítást. Az 1941/42-es tanévben, igazgatói munkásságának 25. évében kapott megbízást a szombathelyi tankerület gimnáziumaiban a természettan szakfelügyeletére. Az időnként megnehezedett közellátási viszonyok szükségessé tették a bentlakó növendékek ételmezésében a részleges önellátást. Arató István ebből a célból az intézet mellé gazdaságot szervezett. 1945-ben ez lett az alapja az iskola új tagozatának, a mezőgazdasági leány-középiskolának. 1945. október 1-jén, teljes szolgálati idejének kitöltése után nyugdíjba vonult.

Tettrekészségét bizonyítja, hogy nyugdíjasként igazgatóhelyettesi állást vállalt a Mezőgazdasági Leányközépiskolában. 1958-tól a kőszegi Jurisich Miklós Gimnáziumban, majd a szombathelyi Leánygimnáziumban dolgozott 1963-ig. Tanári pályájának utolsó éveiben a megye középiskoláinak a fizika szakfelügyeletét is ellátta. 1963-ban - 77 éves korában - másodszor is nyugdíjba ment, de életének hátralévő éveiben is a fizikatanítás korszerűsítésével foglalkozott. E munkásságának kiemelkedő eredményeként a 80-as években járó, idős pedagógus első díjat nyert a modern fizikatanítás körében kiírt pályázaton. Arató István 1974-ben hunyt el családja körében Budapesten. A kőszegi temetőben helyezték örök nyugalomra. 1986. augusztus 21-én a kőszegi Mezőgazdasági Szakközépiskola nevelőtestülete tantestületi ülésen emlékezett meg az iskolateremtő nagy pedagógusról. Arató István 1999-ben, az iskola alapításának 100 éves jubileumán elsőként kapta meg az „Iskoláért” elismerő plakettet.

(forrás: emlekezet.hu)