

3-4404:2

KÖNYVTÁRGÉPESÍTÉSI FÜZETEK

10.

*Horváth Tibor*

ÁLTALÁNOS  
SZERVEZÉSI ISMERETEK  
KÖNYVTÁROSOK  
SZÁMÁRA

---

BUDAPEST, 1970



*Horváth Tibor*

ÁLTALÁNOS  
SZERVEZÉSI ISMERETEK  
KÖNYVTÁROSOK  
SZÁMÁRA

L e k t o r á l t a

C H O L N O K Y G Y Ő Z Ő  
S Á R D Y P É T E R

HORVÁTH Tibor

Általános szervezési ismeretek könyvtá-  
rosok számára. [Közread. az Országos Szé-  
chenyi Könyvtár Könyvtártudományi és Mód-  
szertani Központ.] Bp. Népművelési Propa-  
ganda Iroda. 1970. 88 p. 24 cm.

/Könyvtárgépesítési füzetek 10./

/A Könyvtártudományi és Módszertani Köz-  
pont kiadványai 42. sz./

Bibliogr. 85-86. p.

023.4[65.015]

681.3

025.13



Ez a füzet része a KMK kiadásában készülő nagyobb terjedelmű kézikönyvnek, amely az elektronikus számítógépek könyvtári-tájékoztatói alkalmazásaival foglalkozik. A kézikönyv megjelenése későbbre várható, ezért a KMK úgy döntött, hogy ennek az általános szervezési ismeretekről szóló fejezeteit külön is megjelenteti. Részben mert ezek a tudnivalók nemcsak a számítógépes szervezés során hasznosíthatók, másrészt azért, mert a könyvtárakban nem elég-  
gő ismeretesek a munkaszervezés és elemzés, illetve a tervezés egzaktabb módszerei.

A füzet a szerzőnek 1970 tavaszán tartott előadásainak első részét tartalmazza. Az előadások a KMK szervezésében "Az elektronikus számítógépek a könyvtári és tájékoztató munkában" címmel indult kb. 200 órás kurzus keretében - annak egyik tantárgyaként - hangzottak el, és eredetileg két részből álltak: általános szervezési ismeretekből és a számítógépes szervezés kérdéseiből.

Szükségesnek látszott a füzetben felhasznált matematikai apparátus elemi szintű tárgyalása is. Ezt a fejezetet függékben közöljük.

A szerző nem törekedett az eredetiségre a témában, csupán arra vállalkozott, hogy a rendkívül sokoldalú és terjedelmes szervezési szakirodalom rengetegéből összegyűjtse és adaptálja azt, amit a könyvtári munkában hasznosíthatónak vélt. A felhozott példák viszont valóságos könyvtári munkákra, illetve folyamatokra készültek el.

Budapest, 1970. június 2.



# T A R T A L O M

Előszó . . . . .	3
1. Rendszer, szervezet . . . . .	7
1.1 A rendszer fogalma . . . . .	7
1.2 A szervezet fogalma . . . . .	9
2. Munkafolyamatok és elemzésük . . . . .	12
2.1 Folyamatelemzési módszerek . . . . .	12
2.11 Az elemzési módszerek fajtái . . . . .	13
2.12 Felvételi módszerek . . . . .	17
2.13 Vizuális ábrázolás . . . . .	20
2.14 Példa . . . . .	25
2.2 Értékelés . . . . .	33
2.21 Kérdések . . . . .	33
2.22 A pont-pipa módszer . . . . .	34
2.23 Matematikai reprezentáció . . . . .	35
2.3 Tervezés . . . . .	42
2.31 Döntések . . . . .	44
2.32 Vonalas ütemtervek . . . . .	46
2.33 Hálótervezési eljárások . . . . .	48
2.331 A kritikus út . . . . .	50
2.332 Időtartalékok és a kritikus út . . . . .	53
2.333 Számítások mátrix-módszerrel . . . . .	58
2.334 A PERT időbecslése . . . . .	64
2.335 Néhány megjegyzés a hálótervezésről . . . . .	68
2.34 Az új rendszer bevezetése és ellenőrzése . . . . .	69
Függelék . . . . .	71
3. A mátrixalgebra elemei . . . . .	73
3.1 Definíciók . . . . .	73
3.2 A mátrixok fajtái . . . . .	75
3.3 Műveletek mátrixokkal . . . . .	76
4. A gráfelmélet alapfogalmai . . . . .	80
4.1 Definíciók . . . . .	80

4.2 Utak és távolságok a gráfban . . . . .	82
4.3 Gráfok mátrix-reprezentációja . . . . .	83
Irodalom . . . . .	85

## 1.1 A RENDSZER FOGALMA

Szükségesnek látszik a rendszer és a szervezet kifejezések közelebbi meghatározása az anyag részletekbe menő tárgyalása előtt. Jóllehet e szavakat használjuk a mindennapi beszédben is, nem árt, ha pontosabb jelentésüket tisztázzuk elsősorban szemléleti okokból és nem azért, mert a preciz okfejtésre törekszünk. Ezeknek a szemléleti tényezőknek a továbbiakban igen nagy szerepe lesz.

Rendsz'eren - legtágabb értelemben - egymástól kölcsönösen függő részeknek kombinációját vagy egységét értjük. A rendszer nem azonos részeinek összegével, pontosabban nemcsak részeinek összege, hanem ennél több, mert új minőség is egyben: immanens törvények vonatkoznak rá, amelyek a rendszerben, mint egészben vannak érvényben, részre külön-külön nem feltétlenül vonatkoznak, s ugyanugy nem szükségszerűen érvényesek a rendszer keretein túl.

Ebbe a tág meghatározásba minden rendszer belefér, pl. az emberi szervezet, mint rendszer (alkatrészeinek: sejtjeinek, szerveinek, szervrendszereinek rendszere), a naprendszer, melynek részei az égitestek, és rendszerként tekinthető egy könyvtár is, melynek alkotóelemei bizonyos dokumentumok, tevékenységek, funkciók, stb. A rendszerben tehát az alkotóelemek egymásra gyakorolt hatásukban szemlélendők, nem külön-külön. E kölcsönös függőség miatt nem tartjuk a rendszer részének azt az elemet, melynek elhagyásával a rendszer továbbra is képes funkcióinak betöltésére, illetve törvényei nem változnak meg.

Az a szemlélet pedig, amit a rendszerekkel való foglalkozás megkíván, nem más, mint az egésznek egységben látása, nem pedig a részek egyedi mivoltukban való szemlélete. Élesebben: nem a részek javítására, tökéletességére törekszünk, hanem az egészére. Elképzelhető nagyon kedvezőtlen rendszer

kiváló alkatrészekből és fordítva is. Erre a problémára még egyszer vissza kell térnünk.

A fenti meghatározást az általános rendszerelmélet nyújtja, ennek megfelelően a definíció tulságosan tág. Világos, hogy szempontunkból csak azok a rendszerek érdekesek a továbbiakban, amelyek működése célirányos. A gépi adatfeldolgozás szempontjából is ezek az ún. viselkedési rendszerek vizsgálata fontos. Ezek jellemzője: [1]

- rendelkeznek valamilyen célkitűzéssel
- az összetevők e célnak megfelelően rendeződnek,
- az információ, energia és anyagok terv szerinti elosztását valósítják meg a rendszeren belül.

E meghatározás ugyan a management szempontjából írja le a rendszereket, de lényegét tekintve nem különbözik attól a rendszerfogalomtól, amellyel pl. egy tájékoztatási rendszer meghatározható.

A rendszerekről még az alábbiakat érdemes megjegyezni.

Nem létezik független rendszer. (Pontosabban egyetlen ilyen rendszer létezését engedik meg az általános rendszerelméletben, de ez már filozófiai, mondhatni ismeretelméleti kérdés és messze nem esik vizsgálódásunk tárgykörébe. Lényeg az, hogy az általunk vizsgált valamennyi rendszer közül egyet sem szabad függetlennek tekinteni.)

Ha egy rendszer alkotói rendszerek, az utóbbiakat alrendszereknek hívjuk. Ugyanigy létezhetnek másodlagos alrendszerek is. Ha pl. egy könyvtárat rendszerek tekintünk, egy könyvtárhálózat összetett rendszernek tekinthető, amennyiben vonatkozik rá a többi megkötés: a kölcsönös függőség, a hálózat egészének közös célkitűzése, ettől függő elrendeződés a gyűjtőkört vagy szolgáltatásokat, stb. illetően.

A gépesített adatfeldolgozás kapcsán szokás beszélni az ún. integrált rendszerekről. Integráltnak olyan összetett rendszer tekinthető, amelynek alrendszerei között átalakítás nélkül lehetséges a gépi közeg (adathordozók) cseréje. Feltétele tehát az alrendszerek egységes bizonylati rendszere, a szel-

lemi strukturák, programok, standardok illeszkedése. Ugyanakkor az alrendszerek önállóak is,

## 1.2 A SZERVEZET FOGALMA

A szervezet a rendszerek egyik fajtája. A szakirodalom különböző meghatározásokkal operál, rendszerint attól függően, hogy milyen aspektusból akarják jellemzőit leírni, szociológiai, rendszerelméleti, vezetéselméleti, vagy más szempontból. Néhány dologban azonban valamennyi meghatározás egyetért. Nevezetesen olyan rendszernek fogják fel, amelynek alkotóelemei között az ember is jelen van, (az eszméi, anyagi, stb. összetevők mellett) továbbá céllal rendelkező, problémamegoldó rendszernek mondják és ami nagyon lényeges, a vezérlő funkciót a rendszer integráns részének tekintik, azaz feltételeznek olyan alkotóelemet vagy alrendszert a szervezetben, amely annak tevékenységét valamilyen formában irányítja. Jellemző meghatározást nyújt Russell L. Ackoff, "A szervezet úgy definiálható, mint egy legalábbis részben önszabályozó rendszer. Négy lényeges jellemzője a következő... "Összetevői között élőlények vannak"... "Bármely adott szituációban lehetséges összes aktusok között választásért két vagy három egyén vagy egyénekből álló csoport között oszlik meg a felelősség... A különböző funkciójú alcsoportok hírközlés vagy megfigyelés révén tudnak egymás viselkedéséről... A rendszernek mind az eszközök (cselekvési irányok) mind a célok (a kívánt eredmény) tekintetében bizonyos választási szabadsága van," [2]

A négy jellemző tehát: a tartalom, a struktúra, a kommunikáció és a választási szabadság. Az ún. vezérlő funkciót a második jellemző mondja ki.

A szervezetben ennek megfelelően emberek és dolgok közötti kapcsolatok alakulhatnak ki: ember-ember, ember-dolog, dolog-dolog variációk. A dologi tényező maga is összetett, lehet anyag, gép, stb.

A szervezéselméleti definíciók rendszerint megelégednek a célszerűség és az emberi tényező jelenlétének kiemelésével.

A szervezetek kialakítására, vagy megváltoztatására irányuló emberi tevékenység a szervezés.



Konkréten a szervezés tárgya lehet

- a szervezetben végbemenő illetve lejátszódó folyamatok (munkafolyamatok, információs folyamatok), ennek során a szervezési munka "dimenziója" az idő lesz, pl. úgy, hogy meghatározzuk a tevékenységek fajtáit és ezek időbeli egymásutánját;
- a szervezeti struktúrák meghatározása, ennek során a szervezet felépítését, egységeit, ezek feladatait, az irányító és ellenőrző szerveket, stb. hozzuk létre, illetve a munkahelyek célszerű elrendezését alakítjuk ki. A szervezés "dimenziója" ezesetben a tér lesz, szervek, tevékenységek, helyek egymásmellettségét, illetve függőségét határozzuk meg;
- a fenti kettő együtt. Nyilvánvaló ugyanis, hogy a kettőt legcélszerűbb együtt végezni, bár ez - pl. részleges szervezés esetén - nem feltétlenül szükséges.

A jelen jegyzetnek nem célja a szervezeti struktúrákkal való foglalkozás, mert feladatának a folyamatelemzés kérdéseinek tárgyalását tekinti. Mivel azonban a szervezeti felépítés a rendszerek egészére hatással van, néhány fontosabb követelményt ismertetünk a szervezeti struktúrákkal kapcsolatban, anélkül, hogy a bővebb kifejtésre törekednénk. A szempontokat jó részt az OVK egy belső összeállításából vettük át. [3]

1. Az időben egymást követő munkaszakaszok elvégzésére hivatott szervek lehetőleg szervezetileg is egymás mellé kerüljenek.
2. Az egymástól függő feladatok ellátására hivatott szervek szervezetileg is egymás mellett legyenek.
3. Minden funkciónak legyen szerve és csak egy szerve legyen. Hasonló tevékenységet vonjunk össze, amennyire csak lehet.
4. Minden szervnek legyen szükséges funkciója. Lehetőleg ne több funkciója, s ha ez mégis elkerülhetetlen, a funkciók legyenek kapcsolatban egymással, de semmiképpen se legyenek nagyon eltérők.
5. A funkciókat úgy kell elosztani, hogy minimális legyen az ellátásukra létrehozott szervek közötti koordináció és kommunikáció szükséglete. (A szervek legyenek önállóak, amennyire csak lehetséges.)

6. Minden szervnek hatáskört szükséges biztosítani. Tulzott hatáskör biztosítása káros.
7. Minden szervezeti egységnek legyen ellenőrző szerve, és minden szervezeti egységnek csak egy ellenőrző szerve legyen, tehát az ellenőrzés hézagmentes és átfedésmentes legyen. Az ellenőrzés legyen folyamatos.
8. Az ellenőrző szerv ne függjön az ellenőrzött szervtől.
9. Az ellenőrzési rendszernek legalább a maga költségét meg kell térítenie.
10. A rendszer működése legyen automatikus, amennyire csak lehetséges.
11. Az egyes részek ne a maguk optimuma szerint működjenek, hanem az összes célok súlyozott átlagából kialakított, a rendszer egészére vonatkozó cél optimuma szerint. [4] A szervek működése legyen alárendelve a rendszer vagy szervezet egésze működésének.
12. A rendszernek a legalacsonyabb költséggel kell funkcióit elvégeznie.
13. Mivel nincs független rendszer, a rendszernek és funkcióinak kapcsolódnia kell más rendszerekhez és azok funkcióihoz.

## 2. MUNKA FOLYAMATOK ÉS ELEMZÉSÜK

A munkaszervezői tevékenységnek nyilvánvalóan az a célja, hogy a meglévő szervezetet megjavítsa, vagy új rendszert hozzon létre. Ennek megfelelően minden szervezés az adott folyamatok elemzéséből indul ki, majd ezen a bázison - a mindenkori célkitűzések ismeretében - a tervezés szakának kell következnie. Ez a terv lehet valóban egzakt eredményeken alapuló, egzakt módszerekkel létrehozott terv, vagy csak a régi rendszer kisebb-nagyobb korrekcióját előíró javaslat. A tervezés után következhet a javasolt rendszer bevezetése. Ezzel korántsem fejeződött be a rendszerelemzői-szervezői tevékenység: ellenőrizni kell, hogy az új rendszer megfelel-e a tervezettnak, valóban jobb-e a réginél, stb. A szükséges módosítások végrehajtandók pótlólag is. Előfordulhat, az egész elemzési-tervezési folyamatot teljesen előlről kell elkezdni.

A következőkben az itt vázolt szakaszok szerint részletezzük a szervezés mozzanatait.

### 2.1 FOLYAMATELEMZÉSI MÓDSZEREK

A munkafolyamatoknak önálló egységei a munkaműveletek. A művelet tovább bontható munkamozzanatokra, azonban a könyvtári tájékoztató gyakorlatban aligha szükséges a mozzanatok mélységében végzett elemzés. A munkafolyamatokat a műveletek szintjén vizsgáljuk. A műveletelemzések jogosságát az egyes műveletek ismétlődő volta indokolja. Ebben a felfogásban a munka nem más, mint ismétlődő elemi műveletek sorozata. Egy művelet előfordulhat ugyanazon folyamatban többször, és más-más folyamatokban egyaránt. A leggyakoribb ismétlést azonban az okozza, hogy munkát újra és újra el kell végezni több cikluson keresztül, ugyanugy, vagy a műveletek valamilyen véges kombinációja szerint.

Semmi adatunk nincs arra, hogy milyen foku ismétlődés esetén érdemes az

elemzést elvégezni. Nincs adat a magyar közgazdaságtudományi irodalomban, de különösen a könyvtári szakirodalomban nincs nyoma ennek. Az USA iparvállalataiban attól teszik függővé az elemzést, hogy mekkora az évi ismétlődések száma és mekkora az élőmunka ráfordítás. Azt tartják, hogy ha az ismétlések száma eléri az 500-at és az emberi munka hányada eléri a 25 %-ot, akkor érdemes a részletes elemzést és ennek alapján a standardokat elkészíteni. Kisebbségi elemzés már akkor kell, ha az ismétlődések száma 50 fölött van. [5] Ez azonban biztosan másként van Magyarországon és másként a könyvtárakban.

Őszintén meg kell mondani, hogy a folyamatelemzésnek fejlett módszerei vannak, de arra vonatkozóan, hogy milyen egy "jó" szervezett munkafolyamat, mindenki által könnyen kitalálható általánosságot mond a szakirodalom, pl. hogy a sorrend legyen logikus, a költségek a legkisebbek, stb. A helyzet az, hogy valóban a módszer a fontosabb, amellyel boncolgatni lehet minden konkrét munkafolyamatot. Az elemző intelligenciájától függ, hogy meglátja-e a racionálisabb formát a műveleteire szétbontott folyamatban. Vannak azonban bizonyos mankók, fogódzók, kérdések, amelyek segítik az elemző fantáziáját.

Mindenesetre mielőtt magát a folyamatot kezdenénk elemezni, igyekezzünk tisztázni néhány kérdést: mekkorák a mennyiségek, amelyek részt vesznek a folyamatban, pl. hány dokumentummal szükséges a műveletek elvégzése. Milyen anyagok szükségesek a munkavégzéshez, milyen gépek, eszközök állnak rendelkezésre és ezek kihasználtak-e. Milyenek a pontossági követelmények (pl. kötelező-e a névkiegészítés minden esetben). Igyekezzünk a terminológiát tisztázni, nehogy később zavar legyen. Tisztázzuk a dolgozókra vonatkozó tudnivalókat: létszám, kvalifikáció, bérezés. Ha vannak szabványok, ezeket gondosan tanulmányozzuk.

## 2.11 Az elemzési módszerek fajtái

Egy munkafolyamatnak elég sok összetevője van. Legfontosabb benne a dolgozó ember. A folyamatban továbbá bizonyos anyagok (bizonylatok) vesznek részt, amelyekre a munka irányul. Másrészt a munkának van kialakult időbeli és térbeli rendje. E négy alapvető összetevő tehát

dolgozó (ki)  
bizonylatok, anyagok (mit, mire)  
a folyamat időbeli rendje (mikor)  
a folyamat térbeli lefolyása (hol)

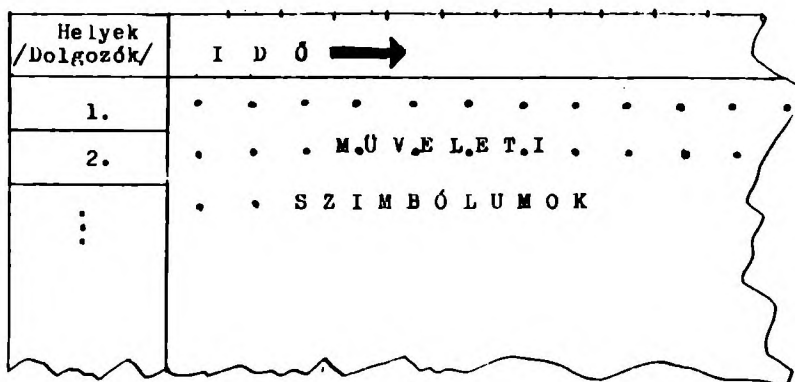
E négy összetevő azért fontos, mert az elemzés során ebből a négy szempontból vizsgálhatjuk a folyamatot. Mondhatni ez a négy szempont lesz a rendező elv, a csontváz, amely a műveletek helyét, rendjét megszabja az elemzésben, amellyel rendezettséget viszünk a műveletek közé. Tulajdonképpen e négy szempont valamelyike, vagy közülük több adja meg azokat a koordinátákat, amelyekben a műveleteket elhelyezzük és elemezzük.

Észre kell vennünk ugyanakkor, hogy a dolgozók szerinti elemzés nagyjából azonos eredményt ad a munkahely szerinti vizsgálattal, és a folyamat szerinti az anyag szerinti vizsgálattal. Így tulajdonképpen két fő vizsgálati szempont marad, amelyen belül azonban további differenciálódásra nyílik lehetőség.

1. Dolgozó, dolgozók vagy munkahely szerinti elemzés során a műveleteket dolgozónként vesszük fel, s megállapítjuk mindenkiről, hogy mit csinál, illetve munkahelyek szerint végezzük el ugyanezt. Feltüntetjük a műveletek elvégzéséhez szükséges időt. Célszerű akkor alkalmazni, ha arra keresünk választ: hol mit végeznek, ki mit csinál. A tevékenységek egy-egy munkahelyen vagy dolgozónál mennyire egyneműek vagy különbözők. Megállapítható a munkahelyek vagy dolgozók egyenletes leterhelése, ellátása munkával, támpontot kapunk a feladatok célszerű elosztásához. Az elemzést munkahelyenként kezdjük, majd a munkahely kisebb egységeinél folytatjuk. Ha a munkahelyet éppen egy dolgozónyi területre szűkítettük, akkor jutunk el a dolgozó szerinti elemzésig. Ezek szerint ennek az elemzésnek az alábbi altípusai vannak

- a) Munkahely(ek) szerinti elemzés
- b) Dolgozók szerinti elemzés. Ez ismét kétféle lehet:
  - ba) Egy dolgozóra végzett elemzés,
  - bb) Több dolgozóra végzett elemzés. Ha tovább akarnánk folytatni a felosztást, akkor ez utóbbi típust bonthatnánk még úgy, hogy a több dolgozó azonos, hasonló, vagy különböző tevékenységet folytat-e.

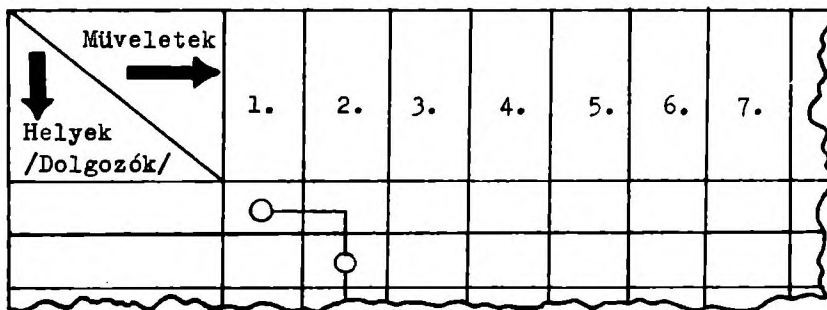
Az eredmény tehát a munka térbeli vagy dolgozónkénti rendje. Az elemzés során olyan koordinátákat lehet alkalmazni, illetve olyan kétdimenziós képet alkothatunk, ahol az egyik dimenzióban (tengelyen) a munkahelyeket (dolgozókat) tüntetjük fel. A másik dimenzió - most már kívánságunknak megfelelően - lehet az idő, vagy lehetnek a konkrét műveletfajták. Ha a hely-idő rendszert választjuk, akkor a műveleteket be lehet írni - legalábbis tipizálva - a hely (dolgozó) - idő metszéspontjában álló helyre. (Ld. 1.sz. ábra.)



1. sz. ábra

Arra kell vigyáznunk, hogy ha ennek jelentősége van, a műveleteket szinkronban kapjuk meg.

Ha a helyek mellett nem az időt, hanem a műveletfajtákat írjuk fel, akkor a kép az alábbi:



2. sz. ábra

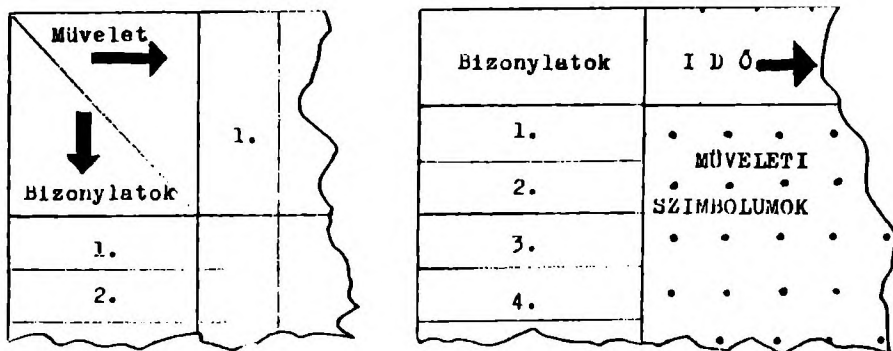
2. A másik fajta elemzés, folyamatok vagy az anyag, bizonylat szerint megy végbe. Ezen esetben leírjuk az időben egymást követő műveletek sorozatát, amit a dolgozók végeznek, vagy amelyet a folyamatba került anyagon, bizonylaton végrehajtanak. Akkor alkalmazzuk, ha a munka folyamatosságát, a sorrend logikus voltát akarjuk vizsgálni. Feltüntetjük a műveletvégzési időt is. Két fő típusa van:

- a) Folyamat (folyamatok) szerinti elemzés, amely ismét kétfelé válik (ulajdonképpen két fokozata lehet).
    - aa) A munkamenet elemzése a műveletek és ellenőrző műveletek sorrendjének és időszükségletének elemzését jelenti, együtt azokkal az anyagokkal vagy bizonylatokkal, amelyek a folyamatban részt vesznek. Végeredményben a műveletek egymáshoz való kapcsolódásának elemzésére, a sorrend helyességének eldöntésére terjed ki.
    - ab) A munkafolyamat elemzése teljesebb a munkamenet elemzésénél, mivel a szállítások műveleteit, az idővesztéseket és a raktározási időket is feltünteti.
  - b) A bizonylat (anyag) szerinti változatban szintén műveleti sorrendet kapunk, azokét, amelyeket a bizonylattal (anyaggal) végrehajtanak. Nagyon jól lehet megfigyelni ezzel a módszerrel pl. azt a folyamatot, amit egy dokumentummal csinálnak, attól az időponttól kezdve, hogy megérkezik a könyvtárba, egészen addig, amíg raktározásra nem kerül.
- Ennek is két változata alakult ki:
- ba) Egybizonylatos (egy anyagra)
  - bb) Több-bizonylatos (több anyagra)

Bizonyos esetekben a folyamat és a bizonylat szerinti változat ugyanazt eredményezi.

A folyamat szerinti elemzés vizsgálati "dimenziója" az idő. A folyamatot pl. egyszerű sorszámozással írhatjuk le egymás után, feltüntetve a végzéséhez szükséges időtartamokat. A bizonylat szerinti változatban szintén az időbeli vizsgálat dominál, de több-bizonylatos változatában egy másik dimenziót kell felvennünk a bizonylatok (anyagok) számára. (3.sz. ábra)





3. sz. ábra

Az elemzés két fő változójának (1. és 2. pont) összevonása lehetőséget nyújt pl. annak megállapítására, hogy egyazon munkafolyamat különböző műveleteit - a személyenkénti, illetve a szervenkénti tagolást figyelembe véve - racionálisan végzik-e. Rögzítjük tehát az egymást feltételező műveletek sorozatát, és megvizsgáljuk, hogy a szervezetben az anyagok (dokumentumok, bizonylatok) útja, a térbeli elrendezés szinkronban van-e a folyamattal. Amennyiben a különböző személyek, illetve szervek bekapcsolódása a folyamatba ésszerűtlen, pl. visszugrások, közbeékelődések vannak, akkor ezeket ki kell küszöbölni, pl. a folyamat újraszervezésével.

## 2.12 Felvételi módszerek

Nem szoltunk még arról, hogyan lehet a műveleteket meghatározni.

Kézenfekvő, hogy az elemzést végző személy vagy csoport tisztában legyen a folyamat céljával, lényegével. Csupán a konkrét változat megismerése lehet probléma, nem magának a munkának az ismerete.

A szervező az alábbi módszerek között válogathat, melyeket alkalmazhat kombinálva is.

1. Kisérőlapos felvétel. A folyamat elején indítjuk el azzal, hogy a végzés sorrendjében mindenki írja rá az összes műveletet, amit elvégzett, az

elvégzéséhez szükséges idő megjelölésével együtt. A folyamat vagy anyag (bizonylat) szerinti elemzés esetében a legcélravezetőbb. A kísérőlapot célszerű előzőleg megtervezni. Rovatai az alábbiak lehetnek:

műveletkezdési időpont vagy átvételi időpont  
a művelet megnevezése vagy rövid leírása  
az eszköz megnevezése, amellyel végezte  
befejezési időpont vagy továbbítási időpont  
megjegyzés rovat  
aláírás

Ez a módszer elég megbízható leírást nyújt a folyamatról. Hibája, hogy a folyamattal közvetlenül össze nem függő tevékenységről nem ad képet vagy nem megbízható áttekintést nyújt.

Az időpontokkal nem lehet a felvétel során manipulálni, mert a beírt időpontok nem fedhetik egymást és együttesen ki kell adniok az egész folyamat időtartamát. Az időtartamok hézagtalansága biztosítja a kontrollt áttekintésben, hogy nem felejtettek el egy műveletet beírni.

Ha a folyamat több ágon indul, vagy szerteágazik, akkor több kísérőlapot indítunk el, de egy folyamatban nem szabad többet párhuzamosan kitölteni.

A kísérőlapot kitöltheti a dolgozó, de vezetheti az adatfelmérést végző szervező is. Az utóbbi nehézkes és zavaró is.

2. Az önfényképezés szintén gyakran használatos módszer. Ugyan meggyégbe, hogy valamennyi dolgozó egy lapra felírja mindazon műveleteket, amelyeket elvégez, a valóságban ténylegesen végbemenő sorrendben. Természetesen nemcsak a hasznos munkával töltött időt, hanem mindent rávezet a felvételi lapra: várakozási időt, a folyamattal közvetlenül össze nem függő tevékenységét, sőt, a folyamathoz nem tartozó ténykedéséről is beszámol. (Pl. telefonon mozijegyet tetet félre az esti előadásra.) Igen hasznos ez a módszer a munkahelyenkénti, illetve dolgozónkénti elemzésnél.

Természetesen nem várhatjuk, hogy a dolgozó teljes őszinteséggel beszámol mindenről, ígyekezete ösztönösen arra irányul, hogy lehetőleg hasznos tevé-

kenységgel töltsse meg a lapot, pl. az időtartamok széthúzásával. Másrészt igyekszik eltulozva feltüntetni a saját hibáján kívüli okokból bekövetkezett várakozási időt. (Pl. nem volt villany, nem kapott anyagot, stb.) E torzulások szükségképpen megjelennek, de nem tudják a képet nagyon elferdíteni, mert minden dolgozó kitölti a saját lapját, s így az egymáshoz kapcsolódó tevékenységeknek meg kell felelniök egymásnak az időpontot tekintve.

Inkább az szokott problémát okozni, hogy a dolgozó nem vezeti a felvételi lapot folyamatosan, hanem "egyszerre" akarja kitölteni, s így nem emlékszik a pontos időre, másrészt elfelejt valamit. Ragaszkodjunk a folyamatos kitöltéshez.

A felvételi lap rovatai kb. az alábbiak lehetnek:

időskála vagy időpontok rovatai  
tevékenység megnevezése vagy rövid leírása  
eszköz, amellyel végezte, a felhasznált anyagok  
megjegyzés rovat  
aláírás.

Az önfényképezés módszere nyújt lehetőséget a leggyorsabb felvételekre. Vigyázzunk arra, hogy az önfényképezés elég hosszú ideig tartson ahhoz, hogy az eredmény ne legyen esetleges.







3. Interjú. Az interjú során az elemzést végző személy részletesen kikérdezi a dolgozókat munkájukról. Az interjút elő kell készíteni: a szervező megelőzőleg jöjjön tisztába a munkával, hogy tudjon kérdezni. A kérdéseket készítse el előre, de adjon lehetőséget ad hoc kérdésekre is.

A kérdések olyanok legyenek, hogy tisztázódjanak az előző két módszer szerint megkapott adatok.

A módszer előnye az, hogy módot nyújt a dolgozónak saját ötletei elmondására, ami nagy segítség a szervezőnek. Hátránya, hogy a szervező elfelejt-het valamit megkérdezni, s másodsor visszamenni az interjút megismételni, kiegészítő kérdéseket feltenni azért kockázatos, mert a szervező személlyel szemben kétségeket támaszt. Másrészt túlságosan hosszadalmas módszer.

## 2.13 Vizuális ábrázolás

A munkafolyamat vizuális ábrázolása nélkülözhetetlen. A műveletek egyszerű sorrendjének leírását még át lehet tekinteni, de bonyolultabb folyamatokhoz már célszerű olyan rajtot készíteni, amelyen a műveleteket szimbólumok mutatják, a folyamat időbeli és térbeli rendjét pedig vonalak vagy irányított vonalak (nyilak). Természetesen nem lehet minden műveletre egyedi szimbólumot használni, mert ezzel nehezen érnék az áttekinthetést. Szervezési szempontból elegendőnek bizonyul az alábbi szimbólumok használata:

	Termelő művelet
	Szállítás /Kivéve, ha a szállítás termelő művelet/
	Idővesztesség, várakozás
	Ellenőrzés
	Raktározás
	Összetett tevékenység

4. sz. ábra

Eszerint a tevékenységeket a fenti öt kategória valamelyikébe be kell sorolni. A hatodik, az összetett tevékenység bármely két szimbólum összerajzolásából áll.

E szimbólumok segítségével egy folyamatot úgy ábrázolunk, hogy valamennyi műveletét kifejezzük e szimbólumokkal aszerint, hogy melyik kategóriába sorolható, és az időben vagy térben összetartozó műveletek szimbólumát vonallal összekötjük. Ajánlatos az egymást követő műveleteket felülről lefelé, illetve balról jobbra haladva rajzolni. A műveleti szimbólumokat - szimbólumfajta-ként ujrakezdődő számokkal - sorszámozzuk, és a rajzhoz mellékeljük a mű-

---

\* Az ábrázolást főként a Maynard-féle kézikönyv alapján tárgyaljuk.

veletek pontos megnevezését a számok sorrendjében, vagy - ha helyünk van - a műveleti jel mellé odairjuk a konkrét tevékenységet.

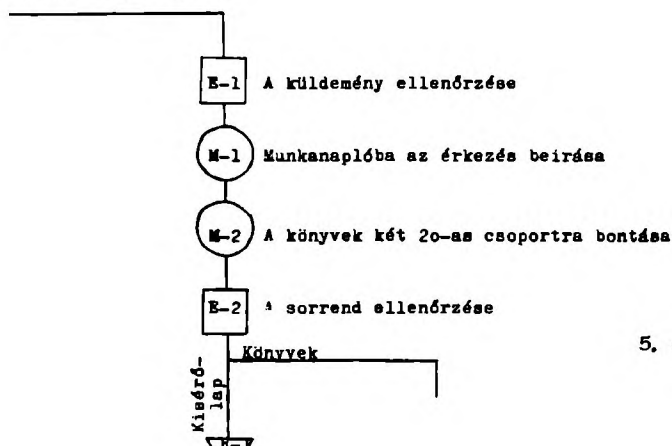
Nincs semmi akadálya annak, hogy a fenti műveleti szimbólumok helyett valaki másokat alkalmazzon, vagy a fentiekből több szimbólumot származtasson.

Az ábráknak annyi fajtája van, ahány módszert megtárgyaltunk a 2.11 fejezetben: dolgozó szerinti, vagy anyag (bizonylat) szerinti, illetve ezen belül is lehet differenciálni. Az elkészített folyamatábrák fajai szinte végtelenül sokdélék, aszerint, hogy milyen ötletesen készítik el.

Alább néhány lehetséges megoldást mutatunk be. Sajnos teljes folyamatábrát nem tudunk valamennyi változatban bemutatni, csak töredékeket az elmondottak illusztrálására. A következő fejezetben azonban egy teljesen kidolgozott példa található.

Legegyszerűbb ábrázolási eljárás a munkamenet ábrázolása. Ezen függőlegesen sorrendbe írjuk a műveletek szimbólumait, s összekötjük ezeket egy vonallal. Ha valamilyen bizonylat, anyag belép a folyamatba, ezt a folyamvonalhoz balról csatlakoztatjuk. Ha egy anyag, bizonylat kilép, ezt jobbról ágaztatjuk el, merőlegesen a folyamvonalra. Minden műveleti szimbólumhoz, illetve vízszintes vonalhoz (belépő és kilépő bizonylatok, anyagok) odairjuk a művelet megnevezését, mondjuk a folyamvonal jobb oldalára (a vízszintes vonalak fölé), a baloldalra az elvégzés időtartamát. Az 5. ábrán egy címleíró csoport munkájáról készült munkamenetábra eleje látható.

4o könyv, felszerelve  
kutyanyelvvel, kísérló-  
lappal, duplum-jellel

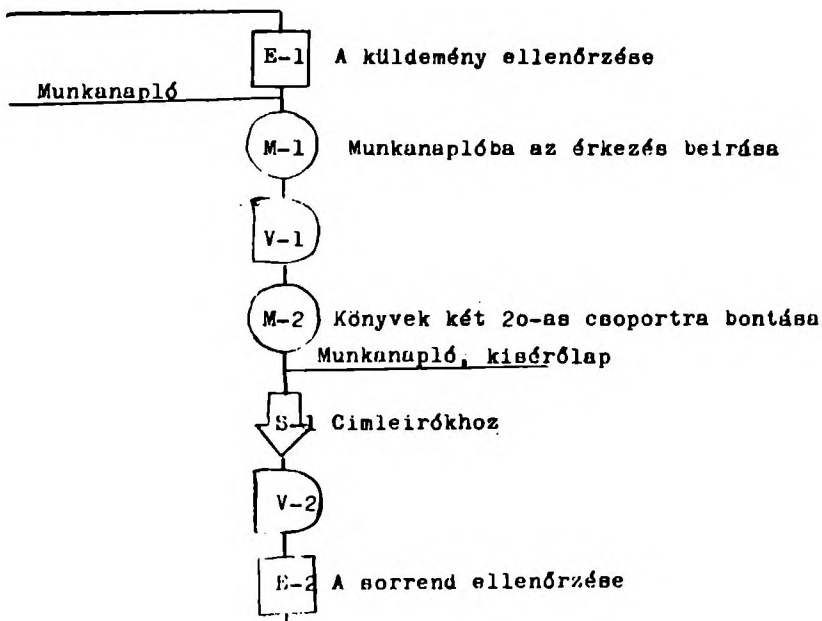


5. sz. ábra

Az ábrán található megnevezések értelme (pl. kutyanyelv, kísérlap, munkanapló) a következő fejezetben válik világossá, ahol a folyamatot részletesen leírjuk.

Ha nemcsak a munkavégzés sorrendje fontos, hanem az idővesztések, szállítás, raktározás is, akkor kapjuk a folyamatábrát. Az 5. ábrán látható menetábra az alábbi változattá alakul.

4o könyv, felszerelve  
kutyanyelvvél, kísérlap-  
lappal, duplum-jellel



6. sz. ábra

Ha pl. dolgozónként (munkahelyenként) akarjuk megrajzolni a folyamatot, akkor nyerhetünk az 5. vagy 6. ábrához hasonló lineáris folyamatábrát, de készíthetünk kétdimenziós ábrát is. Ezek változatait már láttuk a 2.11 fejezetben. Most bemutatjuk példánkat dolgozó-művelet dimenziókban. A 7. ábrán lévő táblázat soraiban egy címleíró csoport dolgozói vannak feltüntetve, az oszlo-



Alább bemutatunk egy nagyon imponáló ábrázolási módszert, melynek előnye, hogy előrenyomtatott folyamatábra lapokra lehet készíteni, s mind a dolgozó, mind az anyag (bizonylat) szerinti változatra egyaránt használható.

23



öt szimbólum, majd e sorok alkotják az oszlopot. Az oszlopban egymás alatt azonos műveleti szimbólumok vannak. A folyamatot úgy ábrázoljuk ezen az oszlopon, hogy minden műveletet egy sorral feleltetünk meg, és az egymást követő műveletek sorrendjében a műveleti szimbólumokat összekötjük: valamely sor egyik szimbólumát az utána következő sor valamelyik szimbólumával. A folyam-vonal így ciklikusan végigkuszlik az oszlopon az első művelettől kezdve az utolsóig.

Az ábrázolásmód azért jó, mert az oszloptól tetszés szerinti számú rovat felvételét teszi lehetővé:

- az anyagmennyiség vagy dolgozói létszám feltüntetésére,
- a művelet közelebbi megnevezésére,
- a műveleti adatok bevezetésére (szállítási távolság, műveleti idő, ellenőrzési idő, várakozási idő, raktározási idő, stb.)

Továbbá lehetőség nyílik egymás mellé tenni két vagy három oszlopot, (pl. régi és javasolt eljárás) a különbség azonnal láthatóvá válik. A 8. ábrán ezt az eljárást mutatjuk be.

Régi	J a v a s o l t	
/Helyzetkép/	1. változat	2. változat
A tevékenységek megnevezése		

8. sz. ábra

Az ábrázolásoknak a fentiekén kívül nagyon sok módja van még. Ha fontos számunkra pl. az anyagok térbeli mozgása, csinálhatunk anyagmozgást ábrázoló rajzot úgy, hogy a munkahelyi alaprajzra berajzoljuk a szállítási utvonalakat. Kiderülhet, hogy nagyon logikátlan a munka térbeli elhelyezése. Készíthetünk ember és gép működését mutató ábrákat is, olyan szimbólumokkal, melyek a gép és ember együttes munkáját, egymástól független munkáját és a várakozási időket tüntetik fel. Ezek módszereinek ismertetésére nem térünk ki.

## 2.14 Példa

Az elmondottak illusztrálására mutassunk be egy példát. Egy nem túlságosan nagy könyvtár címleíró csoportjának munkájáról készült felvételt. A csoportlétszám 4 fő, egy csoportvezetőből és három címleíróból áll, akik közül kettő címleír, a harmadik a címleírást stencilre írja bizonyos forgás szerint a három címleíró közül mindig más írja a stencilt, és másik kettő katalogizál.

A csoport feladata a könyvek katalogizálása, az egyéb dokumentumok leírását máshol végzik. A csoport öt másik szervvel áll kapcsolatban: a gyarapítási osztállyal, ahonnan a könyveket kapja, a szakozók csoportjával, a raktári osztállyal, ahová a feldolgozott könyvek kerülnek, a sokszorosító (stencillező) műhellyel, végül pedig a katalógusszerkesztő csoporttal.

Az itt folyó címleírás legfőbb jellegzetességei a következők:

A gyarapítási osztály egy kocsira 40 könyvet tesz egyszerre, és ehhez készít egyetlen kísérő lapot, amelyre felírja a 40 könyv legkisebb és legnagyobb leltári számát, tehát ennek alapján lehet a küldeményt azonosítani. A gyarapítás egyébként csak részlegesen végzi el az állománybavételt, ez a címleírók dolga. A gyarapítók csupán a leltári számokat írják be a könyvbe és a pecsételést végzik. Az egyedi leltárnapló a címleírók tevékenységének mellékterméke. Ez úgy lehet, hogy a címleírók a leírásokat irodai papírra írják, egy lapra 10 darabot kéthasábos gépeléssel. Ezekre a lapokra a címleírást a leltári számok sorrendjében kell írni, a végén pedig ezeket a lapokat összekötik és az alján az összegeket összesítik, így keletkezik az egyedi leltárnapló. (Ezt a gyarapítók végzik.) Mivel 10 leírás kerül egy lapra, egy címleíró 2 lapnyi, tehát 20 könyvet kap egy napra, és a napi adagja a csoportnak ezért 40 könyv.

A leltári napló céljait szolgáló fehér papírlap elé ugyanolyan méretű, de perforált (10 kis cédulára téphető) három papírt helyeznek el, s ezekre kerül a leírás a tulajdonképpeni címleirási célokból. A gépelésnél vigyázni kell arra, hogy a leírások ne csusszanak el, ezért kis jelek mutatják, hol kell a tétel leírását elkezdeni, meddig tarthat, stb.,

A vázolt eljárás miatt vigyázni kell arra, hogy a könyvek mindig sorrendben maradjanak. A sorrendet úgy lehetne biztosítani, hogy a könyvben szereplő leltári számokat ellenőrzik. Ez nem célravezető, mivel örökösen ki kellene nyitni minden egyes könyvet. A sorrendmegőrzést és ellenőrzést biztosítják az ún. kutyanyelvek, amelyek a könyvből feltűnően kilógó kartonok, rajtuk jól látható sorszámokkal, amelyek nem azonosak a leltári számokkal, szerepük csupán a sorrend biztosítása. A kutyanyelveket a gyarapítók helyezik a könyvekbe. Ugyancsak ők adják a könyvnek raktári számát is.

A csoport teljes és részleges címleirást készít. A duplumpéldányokról csak rövidített címleirást szükséges produkálni két okból. Egyrészt, hogy szerepeljen a leltárnaplóban, másrészt, hogy a katalógusszerkesztők jelzést kapjanak, melynek alapján az első példányok katalóguscéduláira rávezetik a duplum jelzeteit. A könyv duplum voltát a gyarapítás jelzi a könyvből kilógó papírcsikkel.

A fenti munka folyamatát többféle eljárással is illusztráljuk. Megjegyezzük, hogy a tényállást rögzítjük, és nem javaslatot dolgozunk ki, ezért nem teszünk kritikai észrevételt. A következő fejezetben egy-két megjegyzés a példában szereplő folyamat javítására megtalálható.

Megjegyzendő még, hogy magát a címleirás aktusát az ábrában nem részleteztük, holott ez a 15–20 perces munka az egész csoport tevékenységének értelme. Részben azért nem részleteztük, mert csak a folyamat bemutatása volt a cél. Másrészt a katalógizálás szellemi tevékenység, tele döntési problémákkal, szabályok alkalmazásával, s ezek felrajzolása nagyban bonyolította volna a képet. Magának a katalógizálásnak folyamata is felbontható valamilyen eljárással. (Ld. később)

Az első folyamatábra az ún. anyag szerinti módszert mutatja be. Azt látjuk tehát, hogy milyen anyagok (könyv, bizonylatok) vesznek részt a folyamat-

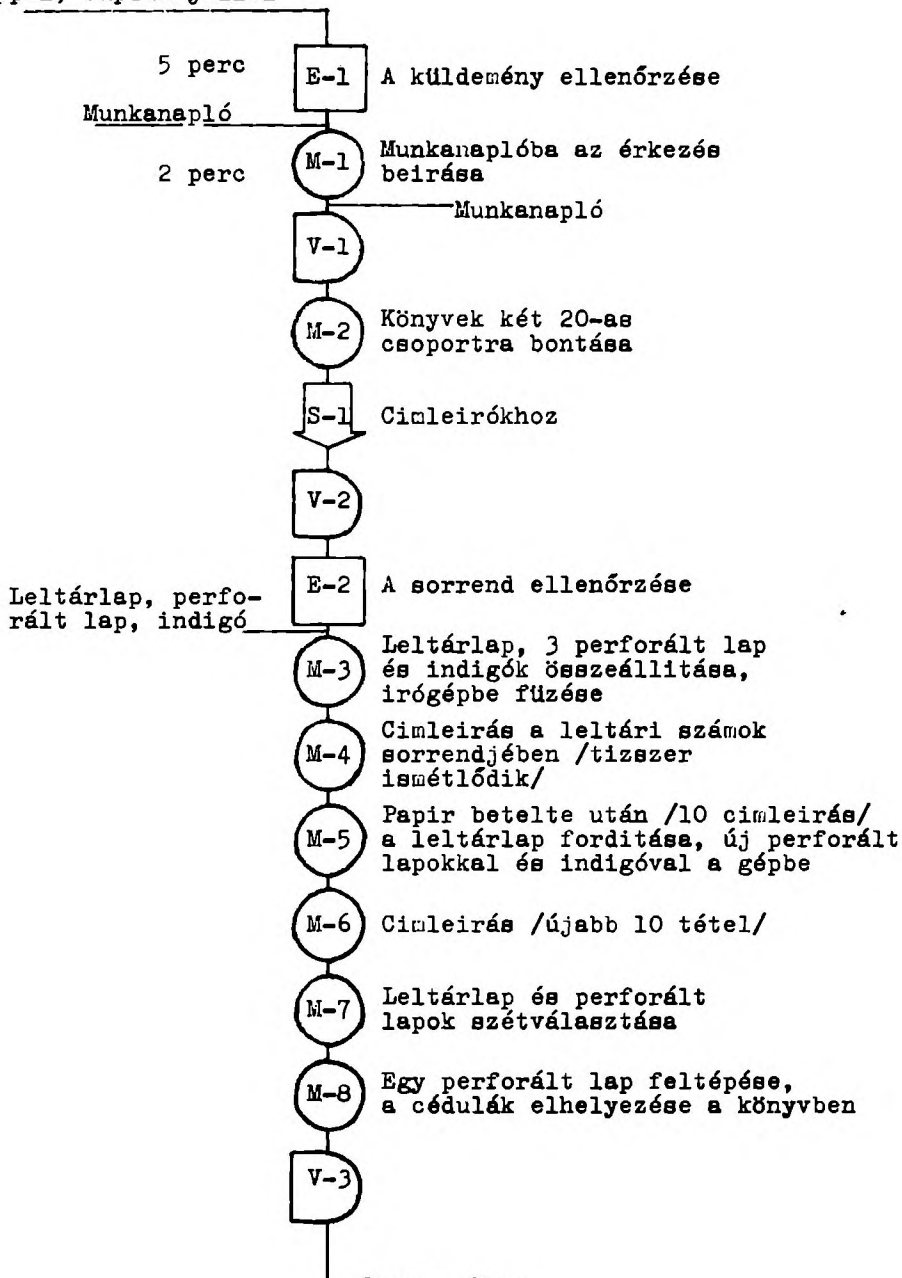
ban és milyen sorrendben mit végeznek velük. Jól látható ez a műveleti vonal, továbbá az, hogyan kerülnek össze és hogyan válnak szét a folyamat anyagai, bizonylatai. Nem kapunk viszont képet az egyes dolgozók munkájáról, akik e tevékenységüket párhuzamosan folytatják. Az ábrán az első lépéseknél feltüntettük az időszükségleteket, a továbbiakban ezt elhagytuk, hiszen a példa a fontos, s nem egy adott probléma gyakorlati célzatu megoldása. (9. ábra)

A következő mód a dolgozók szerinti többoszlopos ábrázolás. (10. ábra)  
Azt látjuk, hogy a műveletek közül ki mit végez el, és a műveletek hogyan kapcsolódnak.

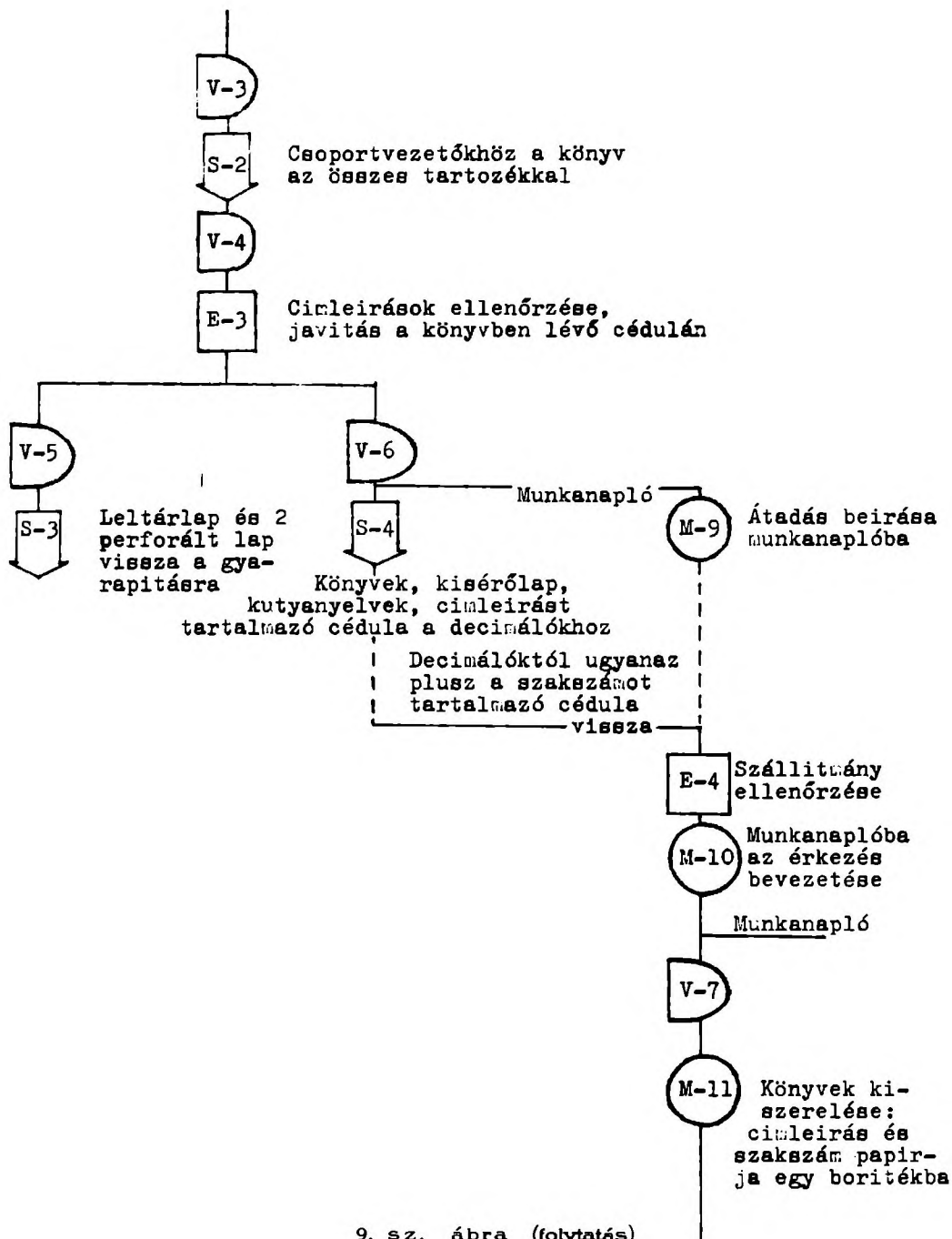
Ha a 10. ábrán lévő rajzot úgy módosítanánk, hogy vízszintesen egy időskálát vezetnénk be, akkor a szimultán munkavégzésre kapnánk ábrát, melyről mindig leolvasható lenne, hogy egyidejűleg milyen tevékenységet végeznek a csoport dolgozói. Ezzel lehetne a dolgozók munkáját, a munka eloszlását, a terheléseket, stb. vizsgálni. Ezesetben fontos lenne az álló időket feltüntetni. Nem azokat, melyek a 9. ábrán szerepelnek, mert azon a várakozási idő a dologra (könyvre) vonatkozik és azt jelenti, hogy a könyvvel nem csinálnak semmit. (Ettől a dolgozók még végezhetnek hasznos tevékenységet.) Itt a várakozási idő azt jelentené, hogy a dolgozó valami miatt nem tevékenykedik a folyamatban.

Végül a 11.sz. ábrán komplex folyamatábrát mutat ugyanerről a tevékenységről. Látható, hogy a párhuzamos tevékenység közvetlenül nem rajzolható be, ezért rovatot terveztünk a műveletet végző személy megnevezésére.

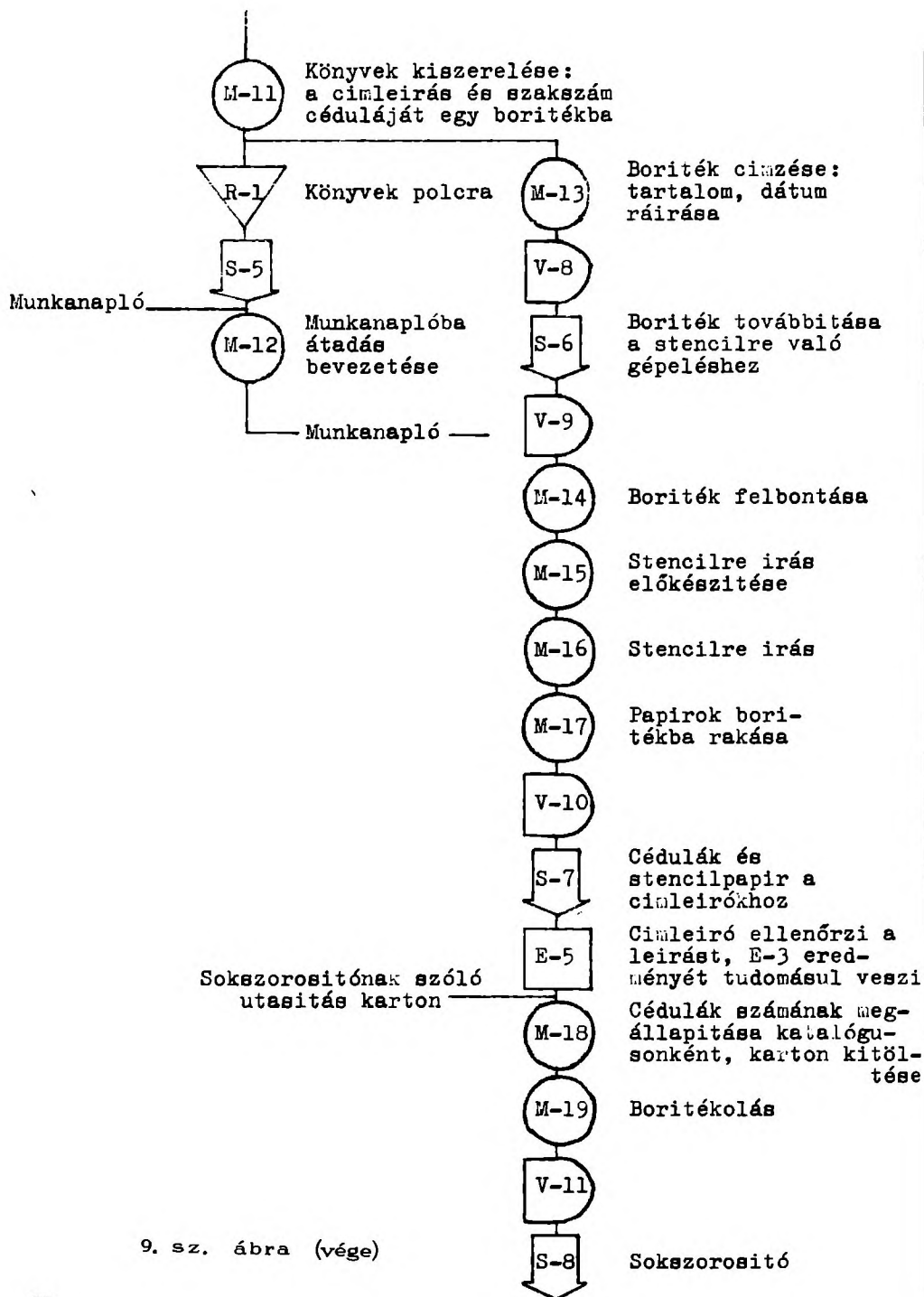
40 könyv, felszerelve  
kutyanyelvvel, kísérő-  
lappal, duplum-jellel



9. sz. ábra



9. sz. ábra (folytatás)



9. sz. ábra (vége)



	Dolgozó	Művelet
Csoportvezető		
1. címleirő		
2. címleirő		
3. címleirő		
Gyárapítási osztály		
Szakozó csoport		
Raktári osztály		
		40 könyv érkezik, felszerelve... Küldemény-ellenőrzés Munkanaplóba az érkezés beírása Két 20-as csoportra bontás A két címleirőhoz A sorrend ellenőrzése Leltárlap.+ perforált lapok elő-készítése Címleírás Leltárlap fordítása Címleírás Leltárlap és perforált lapok el-választása Egy perforált lap feltépése Könyvek tartozékokkal a csop.vez.-hez A címleírások ellenőrzése Leltárlap és könyvek elszállítása  Könyvek szakozva vissza Átvétel és ellenőrzés Átvétel bevezetése a munkanaplóba Könyvek "kiszerezése" Könyvek a polcra Tartozékok borítékolása Könyvek átadása Átadás bevezetése a munkanaplóba A boríték megcímezése Átadás stencilre írásra A boríték felbontása Stencilpapir előkészítése Stencilre írás Visszaborítékolás Címleírókhöz A gépirást ellenőrzik, korrigálják Sokszorosítandó cédulaszám megállapítása Sokszorosítóhoz

Végzi	Mennyiség	A művelet megnevezése		Idő /pero/			Szállítás /méter/	Megjegyzés
				Műv.	Ell.	Vár.		
Külső	40	Könyvcsomag a csoporthoz	0 0 0 V D				12	
Csop.v.	40	Szállítmány ellenőrzése	0 0 0 V D		5			
"	40	Munkanaplóba beírás	0 0 0 V D	2				
"		Félreteszi	0 0 0 V D					
"	40	Két 20-as csoportra bontja	0 0 0 V D					
1.-2. ciml.	20	Cimleirókhoz	0 0 0 V D					
"		Értekezlet	0 0 0 V D					
"	20	Sorrend ellenőrzése	0 0 0 V D					
"	20	Papírok összeállítása	0 0 0 V D					
"	20	Cimleírás	0 0 0 V D					
"	1	Cimleírás /10-szer ism./	0 0 0 V D					
"	4	Papírok fordítása, cserélése	0 0 0 V D					
"	1	Cimleírás /10-szer ism./	0 0 0 V D					
"	4	Papírok szétválasztása	0 0 0 V D					
"	1	Perforált lap szétbontása	0 0 0 V D					
"	1	Cédulát a könyvbe	0 0 0 V D					
"		Nem szállítja tovább	0 0 0 V D					
"	40	Csoportvezetőhöz	0 0 0 V D					
Csop.v.	40	Munkanaplót összesít	0 0 0 V D					
"	40	Ellenőrzi a cimleírásokat	0 0 0 V D					
"	40	Leltár- és perf. lap gyar.ra	0 0 0 V D					
"	40	Könyvek a decimálókhoz	0 0 0 V D					
"	40	Munkanaplóba átadást bevez.	0 0 0 V D					Megszakad
Külső	40	Decimálóktól vissza	0 0 0 V D					
Csop.v.	40	Átvételt munkanaplóba bev.	0 0 0 V D					
"	40	Küldeményt ellenőrzi	0 0 0 V D					
"	40	Cédulákat könyvből ki	0 0 0 V D					
"	40	Cédulákat borítékba	0 0 0 V D					
"	1	Boríték címzése	0 0 0 V D					
"	40	Könyveket polcra teszi	0 0 0 V D					
"	40	Könyveket raktárnak adja	0 0 0 V D					
"	40	Átadást bevezeti	0 0 0 V D					
"	1	Boríték gépiróhoz	0 0 0 V D					
Gépiró		Anyagért ment	0 0 0 V D					
"		Előkészül	0 0 0 V D					
"		Boríték felírás	0 0 0 V D					

11. sz. ábra

## 2.2 ÉRTÉKELÉS

Az előző fejezetben a munkafelvétel fajtái, módszerei és ábrázolása került szóba. Az elmondottakból többé-kevésbé mindenki előtt világosak a teendők: a kapott eredményt ki kell értékelni, hogy racionálisabb folyamatot ki tudjunk alakítani, vagy egy újat tudjunk tervezni. Kirívó esetektől eltekintve nem minden esetben látható közvetlenül a folyamat illogikus volta. Mint mondtuk, nagyrészt az elemző intelligenciájától (és persze hozzáértésétől) függ az eredmény. Az alábbi módszerek megkönnyítik az értékelést, de nem adnak olyan eljárást, amellyel az eredmény automatikusan származtatható.

### 2.21 Kérdések

A szervező kiinduló álláspontja a kételkedés lehet. Semmi se természetes számára, semmi se legyen elég jó. Minden lépésnek igazolnia kell önmagát a szervező előtt, és ki kell derülnie, hogy az a legjobb megoldás. A szervező ezért kérdéseket tesz fel - önmagában - az egész rendszerre, minden folyamatra és minden műveletre. Ha a kérdésekre adott válaszok egyértelműen igazolják a folyamat, művelet eddigi gyakorlatát, akkor tovább mehet, ellenkező esetben jobb megoldást kell találnia. A kérdések, amellyel "igazolja" magát egy folyamat vagy művelet, az alábbiak:

1. Mi a célja, értelme, és miért az a célja és értelme?
2. Miért annak kell elvégezni, aki elvégzi és miért nem másnak?
3. Hogyan kell elvégezni és miért úgy?
4. Mikor kell elvégezni és miért akkor?
5. Hol kell elvégezni és miért ott?

Erre az öt kérdésre megnyugtató választ kell kapni. Az első kérdés alapján kiderülhet, hogy pl. a művelet fölösleges. Számos művelet csak azért létezik még, mert megszokták, örökölték, valamikor még értelme is volt, azóta a körülmények megváltozásával értelmét veszítette, csak megszokásból végzik el.

Hasonlóan gondolatébresztő lehet a többi kérdés is.

A szervező helyesen cselekszik, ha egy-egy folyamatot vagy műveletet kiiktat és megvizsgálja, a cél megvalósul-e így is, vagy milyen - az eredetihez képest ésszerűbb - más módon valósulhat meg.

A sorrendek gondolati változtatásával számos ötlet származtatható.

Megvizsgálandó a folyamatosság és a dolgozók egyenletes leterheltsége is, ha itt problémák mutatkoznak.

Mindenkor tisztázandók az irányítás és ellenőrzés kérdései: hogyan kapja a folyamat az irányítást, rendszeresen kapja-e... feltehetjük az öt kérdést, továbbá ugyanezt tesszük az ellenőrzésre vonatkozóan is. Ügyeljünk arra, hogy az 1. fejezetben elmondottak érvényesek az ellenőrzésre és irányításra.

## 2.22 A pont-pipa módszer

A "pont-pipa" módszer a meglévő rendszer fenti "kifaggatásának" következetesebb, módszeresebb formája. Lényege az, hogy egy táblázatot szerkesztünk folyamatábrák segítségével úgy, hogy a műveletek mellé annyi oszlopot veszünk fel, ahány kérdésünk van. A művelet sorának és a kérdés oszlopának találkozási pontjában egy kocka van. Az elemzés során minden műveletnél sorra fel tesszük az oszlop kérdéseit, közben ceruzánkat a kockán tartjuk. Ha eszünkbe jut valami ötlet, akkor pipál, egyébként pontot írunk a kockába. (12. ábra)

A kérdések oszlopai után felvehetünk rovatokat még, pl. arra, hogy milyen intézkedést javasolunk: kiiktatását, sorrendcserét, stb. Később ugyanis elfelejthetjük az ötletet, ajánlatos emlékeztetőül valamit még a pipán kívül a sorba beírni.

A pont-pipa módszer kényszeríti az elemző személyt a folyamat apró részletekbe menő elemzésére, az átgondolásra, döntésének indoklására, de az elemzés nem áll magától. Továbbra is az elemző személy ötletén múlik az elemzés sikere, a pont-pipa eljárás csupán megóvja a felületességtől és a gondolkodás koncentrálását biztosítja.

Végzi	Mennyiség	A művelet megnevezése	Miért?	Kinek?	Hogyan?	Mikor?	Hol?	Megjegyzés
Csop.v.	40	Munkanaplót összesít	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
"	40	Ellenőrzi a címleírásokat	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
"	40	Leltár- és perf. lap gyar.ra	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
"	40	Könyvek a decimálókhoz	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Szakmai az egész
"	40	Munkanaplóba átadást bevez.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	címleírási folyamat
Külső	40	Decimálótól vissza	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	után!
Csop.v.	40	Átvett munkanaplóba bev.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
"	40	Küldeményt ellenőrzi	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
"	40	Cédulákat könyvből ki	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
"	40	Cédulákat borítékba	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	

12. sz. ábra

Szokás a pont-pipa módszert kollektív elemzés keretében végezni, összekötve "brain storming"-gal. A résztvevők előbb mind végigmennek a folyamaton, majd együttesen végigmennek a műveleteken, s a vezető rendre felteszi a kérdést. Ha valakinek ötlete támad, azt bekiáltja. Ezeket az ötleteket feljegyzik. Mivel valóban ötletszerűek, a pillanat ihletésének vannak kitéve, a bekiáltott gondolati villamások zöme hasznavehetetlen. Hiszen nem gondolta végig senki. De a sok zavaros ötlet között – éppen az ötletnapok nagy gondolati koncentrációja miatt – akad nagyszerű, nemegyszer zseniális is.

## 2.23 Matematikai reprezentáció <sup>+</sup>

Az értékelés munkáját kevésbé összetett, vizuálisan áttekinthető folyamatok esetén elvégezhetjük a fenti pontokban ismertetett módszerekkel. Ezek hibája az volt, hogy az elemző személy kvalitásaitól tették függővé az eredményt. Bizonyos matematikai apparátussal az elemzés egzaktan végezhető el. Anélkül, hogy ezeknek az eljárásoknak mégcsak az alapjait is ismertetnénk, szeretnénk egy ablakot nyitni az ilyen lehetőségekre is.

Az egzakt elemzésnél első lépés mindig a megfelelő matematikai modell felállítás. A modell természetesen a valóságnak csak absztrakt mása, ezért le-

<sup>+</sup> Ezt a fejezetet át lehet ugrni, a továbbiak enélkül is érthetők

egyszerűsítésekkel jár. Ha a modell megfelelő, elég könnyű a probléma megoldása, de a modellálásnak veszélye is van, ezért ellenőrizni kell valósághűségét.

A munkafolyamatokat leggyakrabban egy mátrix-moddellel érdemes reprezentálni. (Mielőtt ezt a fejezetet elolvassánk, kérjük az olvasót, hogy a Függelékben vagy más, erre alkalmas könyvben tekintse át a mátrixokra és gráfokra vonatkozó tudnivalókat.) E mátrixok sokfélék lehetnek, aszerint hogy milyen változóra kívánjuk a modellt felállítani. Tekintsük pl. az alábbi táblázatot, mely 4 folyamatot tartalmaz 4 függőleges oszlopban, 5 sora pedig műveleteket. A táblázat maga az időszükségleteket tünteti fel. Így kaptuk meg az időszükségleti mátrixot.

	1. folyamat	2. folyamat	3. folyamat	4. folyamat
1. művelet	3	4	2	3
2. művelet	2	8	4	2
3. művelet	1	4	3	4
4. művelet	4	3	1	5
5. művelet	6	3	6	7

Az  $\underline{A}$  mátrix  $a_{ij}$  eleme tehát az  $i$ -edik művelet időszükségletét fejezi ki a  $j$ -edik folyamatban, - valamilyen tetszés szerinti, de egységesen adott időegységben.

Ha nem az időszükségletet, hanem pl. az időegységre adott költségeket írjuk a táblázat rekeszeibe, megkaphatjuk a  $\underline{K}$  költségmátrixot, például

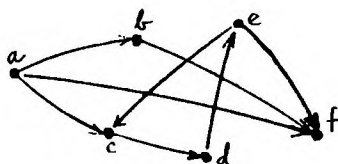
$$\underline{K} = \begin{vmatrix} 7 & 11 & 4 & 8 \\ 6 & 24 & 9 & 7 \\ 2 & 8 & 3 & 8 \\ 9 & 6 & 1 & 9 \\ 20 & 6 & 10 & 15 \end{vmatrix}$$

Ugyanezzel a módszerrel készíthetünk másfajta mátrixokat is.

A másik szokásos modellálás a munkafolyamatnak gráfként való felfogása. Ezen esetben a gráf pontjait (csucsait) egy-egy eseménynek tekintjük, és minden pontból irányított éleket indítunk mindazon pontokba, melyek következhetnek sorrendben a kezdő pont által képviselt eseményre. Az éleknek bizonyos értékeket is adhatunk. Ha két pont (esemény) sorrendje közömbös, akkor az él oda-vissza irányított. Ha az egyiknek meg kell előznie a másikat, akkor az él egyirányú: az előbb bekövetkező eseményből indul. Ha két eseménynek feltétlenül egymást kell követnie, a pontokat egyetlen él köti össze. Így "utakat" definiáltunk a gráfban, amely utak közül különösen érdekesek azok, amelyek a gráf minden csucsára (pontjára) illeszkednek, (un. Hamilton-utak) tehát az ut áthalad minden ponton.

Gyakorlatilag a gráfokkal generált modell hasonló a mátrix-modellhez: minden gráf felírható mátrixalakban a következőképpen:

Ha egy gráfnak  $n$  pontja (csucsa) van, akkor ezt egy  $n$  sorú és  $n$  oszlopú mátrix reprezentálja úgy, hogy az  $a_{ij}$  elem aszerint lesz 1 vagy 0, hogy az  $i$ -edik pontból vezet-e él  $j$ -be, vagy sem. A 13. ábrán egy gráfot látunk, mellette ugyanezen gráf mátrixát.



13. sz. ábra

	a	b	c	d	e	f
a	0	1	1	0	0	1
b	0	0	0	0	0	1
c	0	0	0	1	0	0
d	0	0	0	0	1	0
e	0	0	1	0	0	1
f	0	0	0	0	0	0

Gráffal lehet leírni valóságos utakat is, pl. a pontok munkahelyeket vagy dolgozókat jelölhetnek, az élek az anyag vagy bizonylat utját. Ilyenkor az éleket "súlyozzuk", valóságos távolságaik arányában. De az él kifejezhet kapacitást, áramlási intenzitást, vagy mást is.

Példaként egy mátrix-módszert mutatnánk be, amely a gazdasági életben termelésprogramozás optimalizálása címmel ismeretes. A módszert változtatással szükséges adaptálni. [6]

Tekintsünk egy könyvtári futószalagot, amelyet úgy működtetnek, hogy a dokumentumokat bizonyos kvantumok szerint elindítják a szalagon. Itt sok állomás van, mindegyiken végeznek valamilyen műveletet a dokumentumokkal. Vegyünk egyszerűség kedvéért 4 folyamatot alapul, s tegyük fel szintén az egyszerűség kedvéért, hogy 5 műveletet végeznek a dokumentumokkal.

Feladatunk a futószalag munkájának felgyorsítása, amit a várakozási idők csökkentésével, tehát a futószalag egyenletes terhelésével akarunk elérni. Várakozási idő - előre jelezzük - kétféleképpen áll be: ha a dolgozó vár a dokumentumra, mert az még az előző műveletről nem került oda, vagy a dokumentum vár az emberre, mert az még az előző folyamat azonos műveletével van elfoglalva (állási idő). Másik mód a futószalag felgyorsítására: más sorrendben végeztetni a munkát, úgy válogatni össze a folyamatokat (pl. új könyvek feldolgozása, rekatalógizálás, cikkek feldolgozása, stb.), hogy a munkavégzés optimális legyen.

Ismét az egyszerűség kedvéért tekintsük az előző oldalon bemutatott  $\underline{A}$  mátrixot, amely megfelel céljainknak, hiszen éppen 5 x 4-es mátrix, és a műveleti időket tünteti fel:

$$\underline{A} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 5 \\ 6 & 3 & 6 & 7 \end{vmatrix}$$

Az  $a_{ij}$  tehát az  $i$ -edik művelet időszükségletét jelenti a  $j$ -edik folyamatban. Képezzünk ebből  $\underline{B}$  terhelési mátrixot úgy, hogy a műveleti időket kumuláljuk a következőként. Legyen  $\underline{B}$  mátrixban az első oszlop minden eleme kumulált összege  $\underline{A}$  mátrix első oszlopának.

Az első oszlop tehát így néz ki:

$$\begin{aligned} b_{11} &= a_{11} \\ b_{21} &= a_{11} + a_{21} \\ b_{31} &= b_{21} + a_{31} \end{aligned}$$



$$b_{41} = b_{31} + a_{41}$$

.

.

.

$$b_{n1} = b_{n-1,1} + a_{n1}$$

A sorokat ezek után úgy képezzük, hogy a sor első eleméhez rendre hozzáadjuk egymást követő elemeit.

A sorok tehát a következőként készülnek.

Az első sor:

$$b_{11} = b_{11}$$

$$b_{12} = b_{11} + a_{12}$$

$$b_{13} = b_{12} + a_{13}$$

$$b_{14} = b_{13} + a_{14}$$

.

.

.

.

.

.

$$b_{1m} = b_{1,m-1} + a_{1m}$$

A második sor:

$$b_{21} = b_{21}$$

$$b_{22} = b_{21} + a_{22}$$

$$b_{23} = b_{22} + a_{23}$$

.

.

.

.

.

.

$$b_{2m} = b_{2,m-1} + a_{2m}$$

Az n-edik sor:

$$b_{n1} = b_{n1}$$

$$b_{n2} = b_{n1} + a_{n2}$$

$$b_{n3} = b_{n2} + a_{n3}$$

.

.

.

.

$$b_{nm} = b_{n,m-1} + a_{nm}$$

Mátrixunk tehát ilyen alaku lesz:

$$\underline{B} = \begin{vmatrix} 3 & 7 & 9 & 12 \\ 5 & 13 & 17 & 19 \\ 6 & 10 & 13 & 17 \\ 10 & 13 & 14 & 19 \\ 16 & 19 & 25 & 32 \end{vmatrix}$$

A B mátrix mutatja, hogy bármely folyamat bármely műveletéhez az előző műveletekkel együtt mennyi idő kell összesen, ha nem áll elő várakozás. Pl. amikor a 3. folyamat 3. műveletét végzik, akkor 13 időegységet kellett felhasználni, ugyanennyi idő kell a 2. folyamat 4. műveletéhez. Mivel mindkét időérték 13, ez azt jelenti, hogy amikor a 2. folyamat 4. művelete befejeződik, rögtön kezdődhet a 3. folyamat 4. művelete, .

Ebből már látszik, hogy a B mátrix sokat árul el az állási időkből, ugyanis ha

$$b_{i-1,j} > b_{i,j-1}$$

akkor a dolgozó vár a dokumentumra, mert az még a megelőző műveletében tart. És fordítva, ha

$$b_{i-1,j} < b_{i,j-1}$$

akkor a dokumentum vár a dolgozóra, mert az még az előző folyamat dokumentumával végzi el a műveletet.

Az itt bemutatott egyenlőtlenségeket jól lehet szemlélni vizuálisan, ha kivetítjük a mátrix  $i-1$ -edik,  $i$ -edik sorát és  $j-1$ -edik és  $j$ -edik oszlopát:

	$j-1$	$j$
$i-1$	$b_{i-1,j-1}$	$b_{i-1,j}$
$i$	$b_{i,j-1}$	$b_{i,j}$

A nyíllal jelzett két elem szerepel tehát az egyenlőtlenségben.

Természetesen nem lehet az "ideális" állapotot elérni, hogy ti. a két elem egyenlő legyen, mint  $\underline{B}$ -ben a  $b_{3,3}$  és  $b_{4,2}$ . Ezen esetben lenne kihasználva ugyanis a könyvtári üzemi teljes kapacitása és ugyanakkor nem állna feldolgozásra váró dokumentum sehol, hanem éppen mindegyik munkában lenne. Ha ez az állapot túlzottan ideális is, azért törekedni lehet felé. Általában megelégszünk azzal, hogy az összehasonlított két elem ne legyen "nagyon nagyobb" vagy "nagyon kisebb".

Folytassuk a gondolatmenetet. Világos, hogy a várakozási idő - jelöljük  $c_{ij}$ -vel - minden esetben éppen

$$c_{ij} = |b_{i-1,j} - b_{i,j-1}|$$

azaz a várakozási idő a két elem előjel nélkül vett különbsége. A teljes várakozási időt úgy kapjuk, ha  $c_{ij}$ -t összegezzük  $i$ -re és  $j$ -re, tehát az összes várakozási időt összeadjuk.

Mátrixunkban - részletesen kiírjuk - a pozitív előjelű különbségek:

$$\begin{array}{rcl} 7 & - & 5 & = & 2 \\ 13 & - & 6 & = & 7 \\ 17 & - & 10 & = & 7 \\ 19 & - & 13 & = & 6 \\ 17 & - & 14 & = & 3 \end{array}$$

összesen 25 időegység.

A negatív előjelű különbségek:

$$\begin{array}{rcl} 9 & - & 13 & = & -4 \\ 12 & - & 17 & = & -5 \\ 13 & - & 16 & = & -3 \\ 14 & - & 19 & = & -5 \\ 19 & - & 25 & = & -6 \end{array}$$

összesen -23 időegység.

Összes várakozási idő  $25 + 23 = 48$  időegység. De az is világos, hogy a dolgozó 25 időegységet vár munkára, ugyanakkor, amikor 23 időegységnyi tartamra a munka vár elvégzésre. A rendszer kapacitása tehát nem lenne szükségessé ekkora várakozást.

A mátrixból az is kiderül, hogy melyik folyamat, illetve mely műveletek igénylik a korrekciót.

A mátrix által képviselt folyamatokba bizonyos beavatkozást, illetve a műveleti sorrendben bizonyos beavatkozást hajtunk végre: előállítjuk az összes lehetséges sorrendet. Ezeknek a sorrendeknek száma igen nagy, s bizonyos sorrendek gyakorlatilag nem is lehetségesek. A különböző sorrendeknél tehát megkötéseink lehetnek két folyamatra. A lehetséges esetek

- L folyamatnak előbb kell következnie, mint M-nek,
- L folyamatnak közvetlenül M előtt kell bekövetkeznie,
- L folyamat és M folyamat sorrendje közömbös.

A sorrendezési szabályok után nagyon sok mátrixot tudunk előállítani, s ezek mindegyikére kiszámítandók a várakozási idők. Ahol ez a legkisebbnek mutatkozik, az a műveletvégzési sorrend a legjobb.

Felvetődik a kérdés, hogy ezek a számítások egy valóságos könyvtári üzemben hosszú ideig ellátásának, mert több száz művelet és több tucat folyamat mátrixát emberi erővel a bemutatott módon nem is lehet kezelni. Ezekhez a számításokhoz valók az elektronikus számítógépek, melyek megfelelő programmal képesek egy folyamatot optimalizálni.

Természetesen a legtöbb optimalizálási feladatra nagyon sok modell - megoldási mód - létezik. Más problémákra azonban még nincs megfelelő megoldás.

## 2.3 TERVEZÉS

A folyamat elemzésével párhuzamosan már kezdenek kialakulni az új folyamat konturjai, a régi rendszer elemzésével egyidőben születik az új rendszer struktúrája. A tervezés mégis külön szakasza a szervezésnek.

Eddig elsősorban munkafolyamatokkal foglalkoztunk, mivel ezt ítéltük meg pilanatnyilag a legfontosabb tudnivalónak. A tervezéssel kicsit kitérítjük a témát, hogy több mindent lehessen érinteni a munkafolyamatok tervezése mellett.

A terveknek igen sok fajtája lehet (hatósugarát tekintve: országos, hálózati, egy könyvtárra vonatkozó, egy szolgáltatásra vonatkozó, stb.; a megvalósítás tartamát illetően: hosszútávú, középtávú és rövidtávú (operatív) tervek; és lehetne sorolni tovább) és a terv fajtája megszabja az alkalmazott módszereket, előírásokat. Részleteiben ezért a tervezés kérdései nem tárgyalhatók.

El lehet fogadni a közgazdasági irodalomnak azt a felfogását, mely szerint a tervezés nem egyszeri aktus a szervezés és üzemeltetés folyamatában, hanem állandóan jelenlévő tevékenység, akárcsak az ellenőrzés. Az ellenőrzés folyamatossága ugyanis megkívánja, hogy az észlelt eltérések a célkitűzéstől korrekcióra kerüljenek, s ezért a rendszert folyamatosan javítani kell. Persze nem lehet mindig a rendszert áttervezni, mert ez hibás eljárás, végül összeomláshoz vezet. De miután a rendszer, illetve szervezet dinamikus, nem lehet egyszer létrehozott terv alapján változtatás nélkül működtetni mechanizmusát. Helyes arányt kell találni a dogma és a célok megvalósítását nem produkáló örökös újratervezés között.

Ismét csak a részletes kifejtés nélkül néhány alapvető szempontot sorolnánk fel a sikeres tervezés érdekében. Ezek az elvek sok pontban közhelynek tűnnek, értelmük részletes kifejtésükkor derülne ki. Egy-egy elv végiggondolása azonban érdekes részletproblémák felismeréséhez vezet el az olvasót.

1. Tervezni csak az összes feltételek (anyagi, személyi, stb.) és a célkitűzések ismeretében szabad.
2. Tervezni valamennyi körülmény (hely, személyzet, felszerelés, folyamatok, pénzügyi eszközök, produktumok, igények, stb.) együttes kalkulálásával szabad.
3. A lehetséges tervek közül azt dolgozzuk ki részletesen, amelyiknél a költségek a legkisebbek ugyanazon eredmények esetén.
4. A tervezésnek a produktumokból és szolgáltatásokból (eredményekből) kell kiindulnia.
5. A tervnek mindig tartalmaznia kell az ellenőrzést és a továbbfejlesztés útjait, korlátait, feltételeit.

6. A terv (részletes) tartalmazzon minden folyamatra, műveletre, szervezeti egységre standardecket.
7. A terv legyen redundáns, azaz rendelkezze tartalékokkal előre nem várt akadályok fellépése esetén.
8. Szervezetek (pl. folyamatok) tervezése esetén ne feledjük, hogy a rendszer áteresztő képességét a leggyengébb láncszem áteresztő képessége határozza meg, a kapacitást a leggyengébb szerv kapacitása.

A tervek elkészítéséhez az alábbiakra van szükség.

Rendelkezniünk kell azon tevékenységek jegyzékével, amelyek a tervben megfogalmazott célkitűzések elérését szolgálják. A tevékenységek között sorrendiségükre vonatkozóan döntenünk kell: melyik tevékenységnek kell egy másikat feltétlenül megelőznie, hol lehetnek sorrendi alternatívák, stb.

A tevékenységeket minősítjük az elvégzésükhöz szükséges időtartammal, továbbá a legkésőbbi elvégzésének időpontjával. Az utóbbi az egész terv határidejétől függ.

Ezután elkészítjük az egész feladat átfogó tervét.

Az átfogó tervet a részlettervek kidolgozása kövesse: a tervezés, kutatás tervei, kivitelezési terv, pénzügyi terv, stb.

## 2.31 Döntések

A tervezési szakasz tele van döntési problémákkal, hiszen a szervező legtöbbször számos változat közül választhat. A döntési szituációban két típusú tényező van jelen: a feltételek és az akciók. Az utóbbiak a feltételektől függenek. A feltételeket és a nyomukban hozott döntéseket gyakran számítások eredményeként kapjuk meg. Mindenesetre nem árt, ha a feltételekhez bizonyos értékek tartoznak, amelyeket egzaktan lehet kezelni, és ennek folytán az akciók "értékei" is számíthatók.

A feltételek közé csak olyan tényezőket szabad felvenni, amelyek nélkül az akciók nem lehetségesek. Ezzel szemben szerepelnie kell egy-egy akció va-

amennyi feltételének. Ha döntésünkhöz ezek a feltételek teljesülnek, akkor a döntés meghozatala szempontjából közömbös a feltételek sorrendje. Minden feltételhez legalább egy pozitív döntésnek kell tartoznia,

A döntések meghozatalát nagymértékben könnyítik az ún. döntési sémák, [3] Ezek nem pótolják a döntéshozatalt, csupán a feltételek áttekintését könnyítik meg és bizonyos menetrendet adnak a döntéshozatalra,

A legegyszerűbb döntéshozatali sémát úgy kapjuk, hogy a feltételeket sorrendbe állítjuk s mindegyikhez két értéket, egy negatív és egy pozitív értéket rendelünk hozzá, így a feltételek két értéket: nem-et és igen-t vehetnek fel. Mindkét esethez tartozhat egy döntés.

A döntéshozatal sémája az alábbi:

1. feltétel	. N I
2. feltétel	. . N I
3. feltétel	. . . N I
.	.
.	.
.	.
n. feltétel	. . . . . N I
Döntések:	. . . . .

Példaként egy tréfás döntési problémát hozunk, amelyből az eljárás lényege jól látható. Lehet olyan feltétel, amelynél a negatív érték indukálja a pozitív döntést. Az alábbi döntési táblázatban kevés feltétel szerepel. Hasonló döntési táblák készítésének úgy van értelme, ha sok a feltétel, és ezek együttese nehezen tekinthető át.

Ha a feltételek több értéket vehetnek fel, a tábla bonyolultabb lesz, egy feltétel értékeihez a következő feltétel lehetséges értékeit hozzá kell rendelni, ezekhez szintén a lehetséges értékeket és így tovább. Az akciók (döntések) is sokfélék lehetnek.

DÖNTÉSI TÁBLA		Tárgy: Barátom kölcsönt kér.					
		1.	2.	3.	4.	5.	6.
Feltételek	Van-e pénzem?	nincs	van	van	van	van	van
	Van-e nélkülözhető pénzem?	-	nincs	van	van	van	van
	Tartozik-e a jelen pillanatban?	-	-	igen	nem	nem	nem
	Keveset kér?	-	-	-	nem	igen	igen
	Vissza szokta adni?	-	-	-	-	nem	igen
Döntések		nem adok	nem adok	nem adok	nem adok	nem adok	adok

### 2.32 Vonalas ütemtervek

A tervekészítésnek és ábrázolásnak régi módja az ún. vonalas tervekészítés. Első alkalmazója H.L.Gantt volt, ezért Gantt ütemtervnek is hívják. Ez a módszer a mai hálótervezési eljárások előfutárának tekinthető.

A terv úgy készül, hogy egy papírlap bal oldalára egymás után felírjuk a tevékenységeket, feladatokat, a lap jobboldali részét pedig kívánt időperiódusoknak megfelelő oszlopokra bontjuk. Egy-egy oszlop egy-egy napot, hetet, hónapot, stb. jelenthet. Minden tevékenység időbeli végrehajtását egy vízszintes oszloppal rajzoljuk fel, oda, ahol a tevékenység megnevezése szerepel. A vízszintes oszlop hossza arányos a végrehajtásához szükséges idővel. Ezt a vízszintes oszlopot az időtartam-beosztások oszlopaiba oda helyezzük el, ahová a feladat elvégzésének határidői megkövetelik. Kétlenül lehet leolvasni a kezdő és befejező időpontokat, a párhuzamosan folyó munkákat.

Ezzel szemben a feladatvégzések sorrendjére nem mutat semmit, nem ad támpontot a szükségszerű vagy optimális sorrendekre.

Nem olvashatók le a tartalékidők sem.

A 14. ábrán egy vonalas ütemterv látható. A feladat megállapítani a jogtudo-





dományi folyóiratok ellátottságát Magyarországon. Kezdődik három bibliográfiai forrásból a jogi periodikumok jegyzékének összeállításával, majd ezeket tételesen behasonlítják az OSzK központi folyóiratkatalógusába, ahol a lelőhelyeket állapítják meg. Az így kapott cédulákat szükséges elemezni és értékelni. (A vizsgálatot a KMK és az Országgyűlési Könyvtár közös feladatként végezte 1969-ben.)

### 2.33 Hálótervezési eljárások

Az utóbbi egy-két évtizedben az egzakt tervezés és a tervek kivitelének új módszereiként jelentkeztek a hálótervezési eljárások [7, 8, 9, 10, 11]. Ma már mintegy tucatnyi típus, és mindegyiken belül számos variáns ismeretes. A legelterjedtebb két módszer az ún. CPM (= 'Critical Path Method) és a PERT (Program Evaluation and Review Technique).

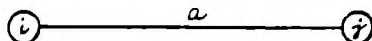
Mind a CPM, mind a PERT a terv ábrázolására, a számítási munkák elvégzésére egyaránt alkalmas.

Mind a CPM-nek, mind a PERT-nek a gráfelmélet képezi matematikai alapját. A módszerek ugyanis a tervet egy irányított gráffal írják le, s ezen végzik el a szükséges számításokat.

Valamely terv gráfként való felfogása - modellálása - úgy lehetséges, hogy a tervet résztevékenységek halmazának tekintjük.

Ha a tervet felbontottuk résztevékenységeire, akkor minden tevékenységet tekintünk egy gráf élének. Továbbá minden tevékenységet jellemezzon egy kezdeti helyzet és időpont, illetve egy befejezési helyzet és időpont. Ezt "eseménynek" fogjuk nevezni, s az eseményeket a gráf csucsainak (pontjainak) fogjuk tekinteni.

A tervet tehát események és tevékenységek alkotják, az előbbieket egy gráf csucsával, az utóbbiakat éleivel képviseltetünk. A tervet reprezentáló gráf csucsait kis körökkel szokás rajzolni, hogy a kör belsőjébe írni tudjunk. Az eseményeket sorszámozzuk, ahol a kezdő esemény a 0 sorszámot kapja. A tevékenységeket annak a két eseménynek sorszámával jelöljük, amelyik a tevékenység kezdő, illetve befejező pontja:



Az "a" tevékenységet  $(i,j)$ -vel jelöljük, mivel  $i$  esemény a kezdetét,  $j$  esemény pedig befejezését jelenti.

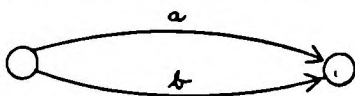
Nyilvánvaló, hogy a tevékenységekhez időtartamot, az eseményekhez időpontokat rendelhetünk hozzá. Az  $(i,j)$  eseményhez tartozó időtartamot jelöljük  $y_{ij}$ -vel.

A gráf (háló) megrajzolásánál néhány szabály betartására van szükség.

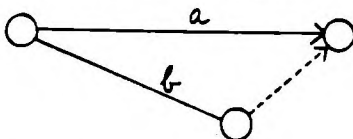
A hálóban csak egy kezdő és egy befejező esemény (csúcspont) lehet. Minden tevékenységhez egy kezdő és egy befejező esemény tartozik.

Egy esemény több tevékenység kiinduló pontja lehet (elágazás), illetve több esemény végpontja lehet (csomópont).

Ezzel szemben egy csucsból (eseményből) egy másik csucsba közvetlenül csak egy tevékenység (él) vezethet. Nem engedhető meg pl. az alábbi:



Ha valamilyen oknál fogva mégis két él vezetne közvetlenül egy csucsba, akkor felveszünk egy ún. látszatevékenységet 0 időtartammal:

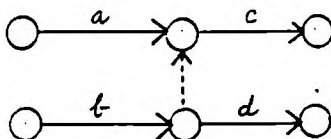


és azt másfajta, pl. szaggatott éllel jelöljük.

Semmilyen tevékenység (él) nem kezdődhet el addig, amíg az őt megelőző esemény (csucs) be nem következett.

Egyetlen csucs (esemény) sem tekinthető bekövetkezettnek, ha a hozzávezető valamennyi tevékenység be nem fejeződött.

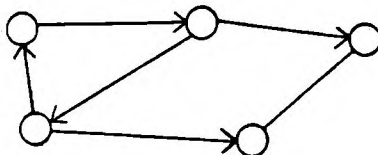
A gráfban szereplő tevékenységek vagy függetlenek egymástól vagy függők. Két tevékenység függ egymástól ha megelőző, rákövetkező vagy egyidejű, el- lenkező esetben független. Egy tevékenységnek lehet egyszerre rákövetkező független és függő tevékenysége. Ezek ábrázolásánál gyakran szükség van ismét a látszattevékenység bevezetésére.



A fenti ábrán pl. d esemény b-től függ, (mert rákövetkező) a-tól nem. Ezzel szemben c a-tól is, és b-től is függ. Hogy a-tól függ, az nyilvánvaló, de hogy b-től is, azt a szaggatott vonallal jelölt látszattevékenység mutatja.

Ha a megrajzolt gráfban elindulunk a nyilak irányában, egy csúcson csak egyszer lehessen áthaladni, azaz nem lehet kör a gráfban.

Tilos pl. az alábbi:



Ennek a megszorításnak következménye az is, hogy alternatív megoldásokat nem tartalmazhat.

A gráf alakja közömbös, és az élek akár metszhetik is egymást.

## 2.331 A kritikus ut

Tekintsük a 15. ábrát, amely a 14. ábrán vonalas ütemtervvel ábrázolt felmérés hálóját. Valamivel részletesebben tartalmazza a tevékenységek felsorolását. Pontosabb megértéséhez a vizsgálatról közölni kell, hogy jelen gráf csupán egy részgráfja a teljes vizsgálat hálójának. Ugyanis nemcsak a külföldi folyó-

iratokat, hanem könyveket és hivatalos kiadványokat is elemeztek az ellátottság szempontjából. Továbbá az állam- és jogtudomány mellett a szociológia szakterületét is. (Később a pszichológiát.) A "fontos" folyóiratok úgy keletkeztek a behasonlításra kerülő jegyzékben, hogy minden folyóirat kapott egy "súlyt", aszerint, hogy a bibliográfiai források közül, (amelyekből a jegyzék készült) hány tartotta említésre méltónak. Azok a folyóiratok, melyek legalább két forrásban szerepeltek, "fontos"-nak minősültek. A "fontos" folyóiratok magyarországi beérkezését 10 éves időtartamra visszamenőleg vizsgálták, míg a teljes jegyzéket csak egy évre elemezték. A fontos folyóiratok 10 évre visszamenőleges elemzése lehetővé tette, hogy a folyóiratok következetes megrendelését ellenőrizzék. Ezt a megszakítások számával jellemezték, s egy megszakításnak számított, ha "lyuk" keletkezett, tehát hiányzott egy évfolyam, vagy ha a könyvtár a folyóiratot lemondta.

A hálót vizsgáljuk meg most a konkrét feladattól függetlenül. Minden tevékenységhez egy időtartam tartozik. Pl. a (0,1) tevékenységhez 5 nap (időegység), az (1,2) tevékenységhez 1 nap, és így tovább.

Ha a nyilak irányába elindulunk a cél felé - az utolsó, befejező eseményhez - több uton juthatunk el. Minden uthoz egy időtartam tartozik, az ut "hossza", amely az uthoz tartozó élek összege. A 15. ábrán pl. 12 ut lehetséges:

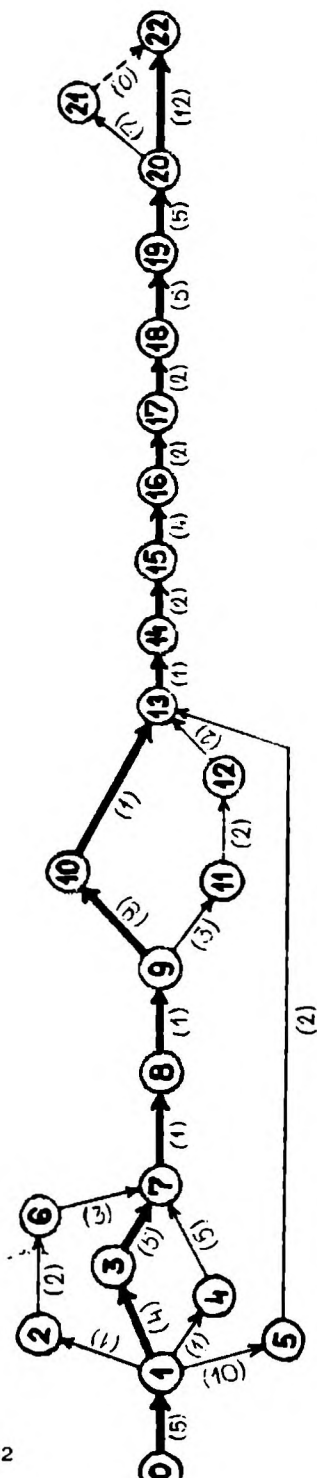
0-1-2-6-7-8-9-10-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22.	Hossza 50 nap
0-1-2-6-7-8-9-10-13-14-15-16-17-18-19-20-22.	Hossza 55 nap
0-1-2-6-7-8-9-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22.	Hossza 48 nap
0-1-2-6-7-8-9-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-22.	Hossza 53 nap
0-1-3-7-8-9-10-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22.	Hossza 53 nap
0-1-3-7-8-9-10-13-14-15-16-17-18-19-20-22.	Hossza 58 nap
0-1-3-7-8-9-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21-22.	Hossza 51 nap

és így tovább.

Végül a tizenkettedik:

0-1-5-13-14-15-16-17-18-19-20-22.	Hossza 50 nap.
-----------------------------------	----------------

A lehetséges utak leghosszabbikát kritikus utnak nevezzük. Mivel a terv megvalósításához valamennyi tevékenységet végre kell hajtani, ez az ut lesz a terv megvalósíthatóságának legrövidebb ideje. Ez is csak akkor, ha a kritikus uton fekvő valamennyi tevékenységet azonnal el-



0, 1 Célkritériumok. Források meghatározása

1, 2 Az Ulrich's kijelölése

1, 3 A Liste Mondiale kijelölése

1, 4 Az Index... kijelölése

1, 5 Táblázatok, elemzési mutatók kidolgozása

2, 6 Xeroxozás

3, 7 Kartonokra gépelés

4, 7 Kartonokra gépelés

6, 7 Kartonokra ragasztás

7, 8 Jegyzékeszerkesztés

8, 9 A jegyzék súlyozása

9, 10 Teljes jegyzék behasonlítása a központi katalógusba

9, 11 A fontosak behasonlítása

11, 12 Fontosakban a megszakítások elemzése könyvtáraként

12, 13 Megszakítások elemzése országosan

5, 13 Üres táblázatok sokszorosítása

10, 13 Vitas esetek kontrollja a könyv-KC-ben

13, 14 A cédulák összeosztása

14, 15 A beérkezési irány megállapítása

15, 16 Könyvtárak szerinti elemzés

16, 17 A duplikáció elemzése

17, 18 Nyelv /szármaszás/ szerinti elemzés

18, 19 Szármasztástáblázatok készítése

19, 20 Számítások

20, 21 Grafikus munkák

20, 22 Elemzés, tanulmány írása

kezdjük, mielőtt az előzőt befejeztük. Ezen az úton a legkisebb idő-eltolódás a tervezettől az egész terv eltolódását vonja maga után.

A kritikus úton fekvő tevékenységeket kritikus tevékenységeknek hívják.

Egy háló rendelkezhet több kritikus úttal is. (Ha két vagy több egyformán "leghosszabb" út van.)

A kritikus utat vagy vastagabb vonallal, vagy kettős vonallal szokás jelölni. A 15. ábrán vastag vonallal jelöltük.

Számítások szerint a tevékenységeknek kb. 15 %-a kritikus tevékenység. (Példánkban a tevékenységeknek több mint fele: 55,5 %. A példa azonban - mint mondtuk - része egy nagyobb hálónak. Az áttekinthetőség kedvéért nem volt célszerű túl bonyolult példát hozni.)

A kritikus utat meghatározhatjuk tapasztalati úton, de számítással is. Ha a gráf nem nagyon bonyolult, mintegy "ránézésre", vagy kis utánaszámolás után megtalálhatjuk a kritikus utat. A következő fejezetben ismertetjük a számítási módszerek egyikét.

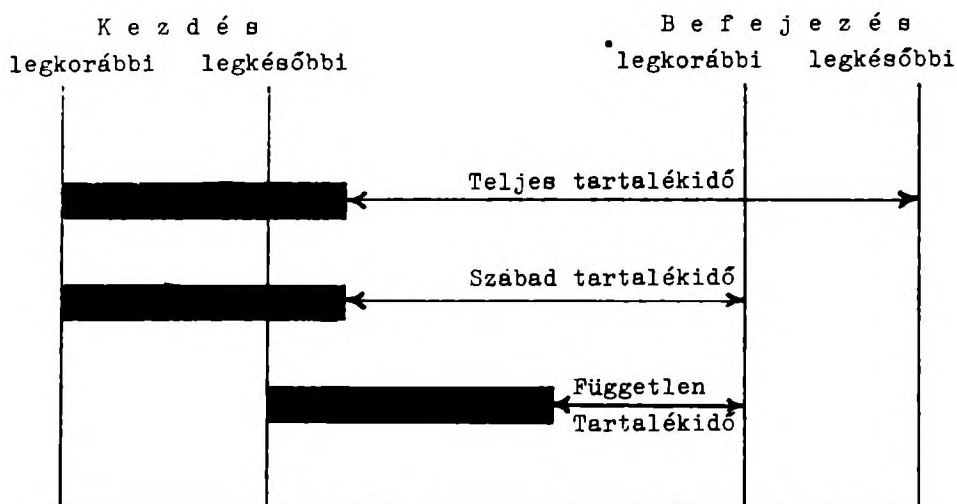
## 2.332 Időtartalékok és a kritikus út

A kritikus utat az jellemzi, hogy a rajta fekvő tevékenységeket azonnal el kell kezdeni, mielőtt a megelőző tevékenység befejeződött. Másszóval a kritikus útnak nincs semmiféle időtartaléka.

Nem vonatkozik ez a többi tevékenységre. Példánkban az. (1,5) és (5,13) tevékenységeknek akkorra kell befejeződnie, amikor a kritikus úton eljutottunk a 13-as eseményig. A kritikus úton ehhez 20 nap kell az (1,13) úton. Az (1,5) és (5,13) tevékenységek ugyanakkor csak 12 napot igényelnek. E tevékenységeknek van tehát tartalékideje. Ez azt jelenti, hogy bizonyos lazassággal kezelhetjük e tevékenységek kezdési pontját: kezddhetjük a legkorábbi lehetséges időpontban ugyan, de később is. A "később is kezdhető" időpontok között természetesen van a legkésőbbi kezdési időpont. Ugyanugy látható be, hogy létezik legkorábbi befejezési és legkésőbbi befejezési időpont is. Ezek között különböző tartalékidők ("lebegések") lehetségesek.

A kezdési időpontokat jelölje  $t_i$ , a végző eseményeket  $t_j$ . A legkorábbi - akár kezdő, akár befejező - eseményt jelölje egy felső indexbe tett zérus:  $t_i^{(0)}$ . A legkésőbbi időpontokat pedig felső indexbe tett 1-es:  $t_i^{(1)}$ .

Az  $(i,j)$  tevékenységre tehát  $t_i^{(0)}$  a legkorábbi, a  $t_i^{(1)}$  a legkésőbbi kezdést jelöli, míg a  $t_j^{(0)}$  a legkorábbi,  $t_j^{(1)}$  a legkésőbbi befejezést.



16. sz. ábra

A kritikus uton nincs időtartalék, ezért

$$t_j^{(0)} = t_i^{(1)}$$

Ugyanis egy esemény a kritikus uton - kivéve a kezdő (0) és a befeje-



ző (  $\bigcirc n$  ) eseményt - végpontja egy eseménynek, ezért legkorábbi befejező végpontja is, azaz  $t_j^{(0)}$ , és ugyanezen esemény kezdőpontja,  $t_i$ -je a soronkövetkező eseménynek, nyilván legkésőbbi kezdőpontja is, tehát  $t_i^{(1)}$ -e. Ha nincs időtartalék, akkor a kettőnek ugyanabban a pillanatban kell bekövetkeznie.

A kritikus ut meghatározásához tehát a legkésőbbi kezdéseket és a legkorábbi befejezési időket kell meghatározni.

A legkorábbi kezdéseket úgy kapjuk, ha az első eseményhez rendre hozzáadjuk a belőle folyó tevékenység időtartamát, s ezzel a soronkövetkező tevékenység kezdetét határoztuk meg:

$$t_i^{(0)} + y_{i,j} = t_j^{(0)}$$

Az eljárást így folytatjuk az utak mentén egész a végpontig. Ha csomópont-hoz érkezünk, akkor az oda vezető utak közül a maximumot választjuk. Tehát

$$t_j^{(0)} = \left\{ \max_{i,j} t_i^{(0)} + y_{i,j} \right\} \text{ ahol } t_0^{(0)} = 0.$$

A legkésőbbi kezdéseket úgy kapjuk, hogy a háló végpontjából visszafelé indulunk, és levonjuk az utak mentén a tevékenységek időtartamát. Ha elágazáshoz érkezünk, a legrövidebb utat folytatjuk. Így:

$$t_i^{(1)} = \min_{i,j} \left\{ t_j^{(1)} - y_{ij} \right\}$$

Az idők összefüggésére érdemes még megjegyezni, hogy

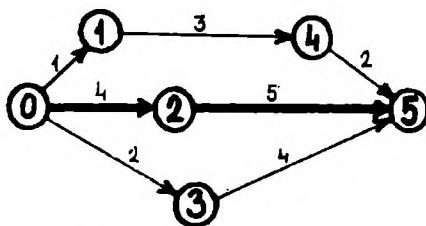
$$t_i^{(1)} - t_i^{(0)}$$

adja a teljes tartalékidőt. A 16.sz. ábráról ugyanis a teljes tartalékidő

$$t_j^{(1)} - t_i^{(0)} - y_{ij}. \text{ Ezt átalakítjuk a következőként}$$

$$t_j^{(1)} - t_i^{(0)} - y_{ij} = t_j^{(1)} - y_{ij} - t_i^{(0)} = t_i^{(1)} - t_i^{(0)}$$

Vegyünk egy egyszerű példát. Legyen a háló az alábbi:



17. sz. ábra

Feladat meghatározni a legkorábbi befejezéseket,  
a legkésőbbi kezdéseket, ezekből pedig  
a kritikus utat.

A 0-1-4-5 uton az alábbiakat kapjuk a legkorábbi befejezésekre,

$$t_0^{(0)} = 0$$

$$t_1^{(0)} = t_0^{(0)} + y_{0,1} = 0 + 1, \text{ az } \textcircled{1} \text{ eseménynek 1 idő-}$$

egység múlva lehet legkoráb-  
bi befejezése.

$$t_4^{(0)} = t_1^{(0)} + y_{1,4} = 1 + 3 = 4. \text{ Tehát a soronkövetke-}$$

ző  $\textcircled{4}$  eseménynek legkorábban 4 idő-  
egység múlva lehet befejezése.

Az  $\textcircled{5}$  esemény ezen az uton:

$$t_5^{(0)} = t_4^{(0)} + y_{4,5} = 4 + 2 = 6 \text{ időegység. Később lát-}$$

ni fogjuk, hogy van ennél hosszabb út.

A 0-2-5 uton

$$t_0^{(0)} = 0$$

$$t_2^{(0)} = t_0^{(0)} + y_{0,2} = 0 + 4 = 4$$

$$t_5^{(0)} = t_2^{(0)} + y_{2,5} = 4 + 5 = 9$$

A 0-3-5 úton a legkorábbi befejezések:

$$t_0^{(0)} = 0$$

$$t_3^{(0)} = t_0^{(0)} + y_{0,3} = 0 + 2 = 2$$

$$t_5^{(0)} = t_3^{(0)} + y_{3,5} = 2 + 4 = 6, \text{ de a } 0-2-5 \text{ úton } \textcircled{5} \text{-be}$$

hosszabb ideig tart az út, ezért a 0-2-5-út lesz a kritikus.

Mármost nézzük, mikor kell ezeknek az eseményeknek legkésőbb kezdődnie. A számításnál visszafelé indulunk el az utolsó - befejező - eseménytől. Jól tudjuk, hogy 9 időegység a legnagyobb, ezt rendeljük a befejező eseményhez.

$$t_4^{(1)} = t_5^{(1)} - y_{4,5} = 9 - 2 = 7. \text{ Tehát a } \textcircled{4} \text{ eseménynek legkésőbb 7 időegység után kell kezdődnie. Ugyanigy}$$

$$t_1^{(1)} = t_4^{(1)} - y_{1,4} = 7 - 3 = 4$$

$$t_2^{(1)} = t_5^{(1)} - y_{2,5} = 9 - 5 = 4$$

$$t_3^{(1)} = t_5^{(1)} - y_{3,5} = 9 - 4 = 5$$

A  $\textcircled{0}$  esemény elágazás, ide  $\textcircled{1}$ -ből,  $\textcircled{2}$ -ből és  $\textcircled{3}$ -ból léphetünk vissza.

$$t_0^{(1)} = t_2^{(1)} - y_{0,2} = 4 - 4 = 0$$

$$t_0^{(1)} = t_3^{(1)} - y_{0,3} = 5 - 2 = 3$$

$$t_0^{(1)} = t_1^{(1)} - y_{0,1} = 4 - 1 = 3$$

A szabály értelmében a minimumot kell választani. Egyébként előre tudjuk, hogy a  $\textcircled{0}$  eseményhez 0 időpont tartozik, ezért fölöslegesen számoltunk. A végigszámolást az elágazásban következő eljárás kedvéért csináltuk végig.

A kritikus ut tehát az lesz, ahol

$$t_j^{(0)} = t_i^{(1)}$$

Foglaljuk táblázatba az eredményeket, s onnan olvassuk le az eredményt. (Ne zavarjon bennünket az a körülmény, hogy ezen az egyszerű hálón azonnal láttuk, hogy melyik a kritikus út.)

Ese- mény	$t_j^{(0)}$	$t_i^{(1)}$	$t_i^{(1)} - t_j^{(0)}$	Kritikusság
0	0	0	0	kritikus
1	1	4	3	-
2	4	4	0	kritikus
3	2	5	3	-
4	4	7	3	-
5	9	9	0	kritikus

### 2.333 Számítások mátrix-módszerrel

Akiknek az időtartalékokról szóló fejezet nehéz volt, azok ezt a fejezetet - és a következő 2.334 pontot nyugodtan átugorhatják.

A tevékenységi háló átalakítható egy négyzetes mátrixszá a következőképpen. A mátrix sorai és oszlopai rendre  $0, 1, \dots, n$  sorszámot kapják, a hálóterv eseményeinek megfelelően. Ha az  $i$ -edik eseményből (csucsból) vezet él  $j$ -edik eseményhez, (csucshoz) akkor a mátrix  $(i, j)$  cellájába beírjuk az él hosszát. A 17. sz. ábrán látható háló mátrixa az alábbi lesz.

A mátrixba 0-t írunk a látszattevékenységek helyére. Ha nem vezet él  $i$ -ből  $j$ -be, akkor az  $(i, j)$  cellába nem írunk semmit.

	0	1	2	3	4	5
0		1	4	2		
1					3	
2						5
3						4
4						2
5						

Ha a mátrix valamely sorában több bejegyzés van, akkor a sort képviselő csucs (esemény) elágazás. Ha a mátrix valamelyik oszlopában több elem van, akkor az oszlopot jelentő csucs (esemény) csomópont. Még egyszer tehát a mátrix jellemzői: egy elem jelenléte a mátrixban azt jelenti, hogy az elem sor-számát viselő csucsból vezet él az

elem oszlopszámát viselő csucsba, tehát e két eseményt a hálóban nyíl köti össze. Az elem értéke egyenlő  $y_{ij}$ -vel, az él időtartamával!

A mátrixra egyébként az is jellemző, hogy csak a fődiagonális fölött vannak elemei. Ennek az az oka, hogy a háló egyirányú, visszafelé nincsenek benne utak.

A 15.sz. ábrán látható, a jogi folyóiratok elemzésének hálóján kívánjuk az egyik módszert bemutatni a legkorábbi befejezés, a legkésőbbi kezdés és a kritikus ut számítására.

Számítsuk először  $t_j^{(0)}$ -t, a legkorábbi befejezés idejét. Emlékezzünk vissza, hogy ezt úgy csináltuk a 17. ábra kis grájával, hogy a  $\textcircled{0}$  eseményhez hozzáadtuk  $y_{ij}$  értékeit. Most is ezt tesszük. Nyilván  $t_0^{(0)} = 0$ , a legelső, 0 sorszámú esemény 0 időpontú. Ezt beírjuk a mátrix baloldalán lévő oszlop 0 sorszámú helyére.

Hogyan tudunk  $\textcircled{1}$ -be eljutni? úgy, hogy  $\textcircled{1}$ -be vezet egy él  $\textcircled{0}$ -ból a mátrix szerint. Ezt úgy állapítjuk meg, hogy a mátrix 1 oszlopát vizsgáljuk, és megállapítjuk, hogy honnan futnak be ide az élek. (Csak 0-ból futhat.) Az él időtartama (hossza) 5, ezért  $0 + 5 = 5$ , ezt beírjuk a mátrix baloldalán lévő oszlop 1. helyére.

Hogyan juthatunk  $\textcircled{2}$ -be? A mátrix 2. oszlopát vizsgálva él fut ide  $\textcircled{1}$ -ből, hossza 1 időegység. Ha tehát el akarunk jutni  $\textcircled{2}$ -be,  $\textcircled{1}$ -ből kell kiindulnunk. De  $\textcircled{1}$ -hez már 5 időegység árán jutottunk, ahogy az első helyen 5-ös jelzi, tehát  $\textcircled{2}$ -be  $5 + 1 = 6$  időegység kell. Ezt írjuk be a mátrix baloldalának 2. helyére.

$t_i^{(0)}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
0	0	5																					
5	1		1	4	1	10																	
6	2						2																
9	3							5															
6	4							5															
15	5													2									
8	6							3															
14	7								1														
15	8									1													
16	9										8	3											
24	10													1									
19	11																						
21	12												2										
25	13														2								
26	14															1							
28	15																2						
32	16																	4					
34	17																		2				
36	18																			5			
41	19																				5		
46	20																					7	12
53	21																						0
58	22																						
$t_i^{(1)}$	0	5	9	9	9	23	11	14	15	16	24	21	23	25	26	28	32	34	36	41	46	58	58

(3)-ba a mátrix 3. oszlopának tanúsága szerint szintén (1)-ből jutunk az utolsó helyig, azaz a mátrix utolsó oszlopáig.

Egy kis komplikáció akkor származik, ha egy eseményhez (csúcshoz) több él is vezet. (Csomópont.) Ez az eset áll fent pl. a (7). eseménynél, ahonnan - a 7. oszlop szerint - (3)-ból, (4)-ből és (6)-ból is eljuthatunk. Az élek hossza:

$$y_{3,7} = 5$$

$$y_{4,7} = 5$$

$$y_{6,7} = 3$$

Ilyenkor képezzük valamennyi összeget, és a 7. helyre a legnagyobbat írjuk ezek közül. A 3. helyen 9 áll,

a 4. helyen 6 áll,

a 6. helyen 8 áll.

Tehát a  $9 + 5$ ,  $6 + 5$ , illetve  $3 + 8$  összegek közül a  $9 + 5 = 14$  a legnagyobb, ezért ezt írjuk a 7. helyre.

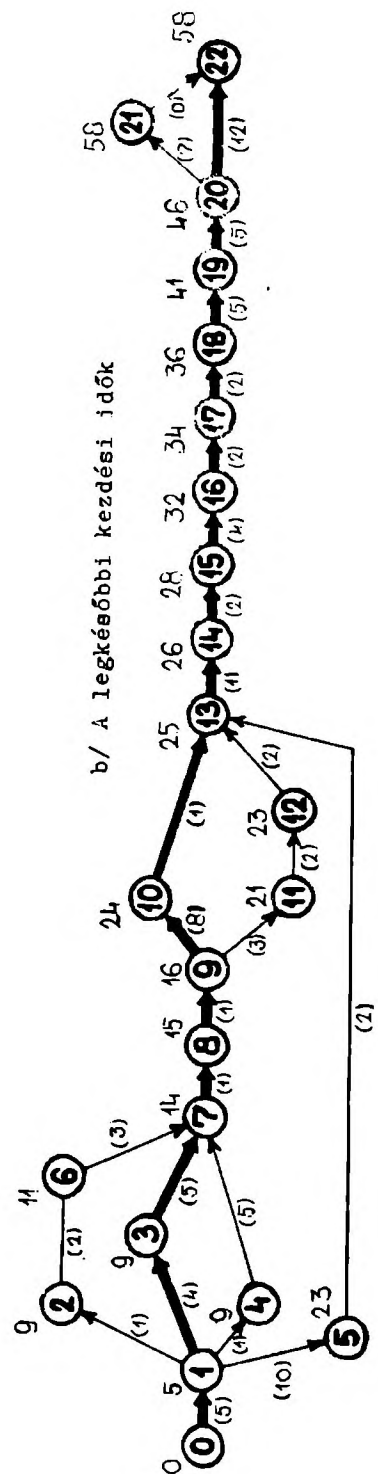
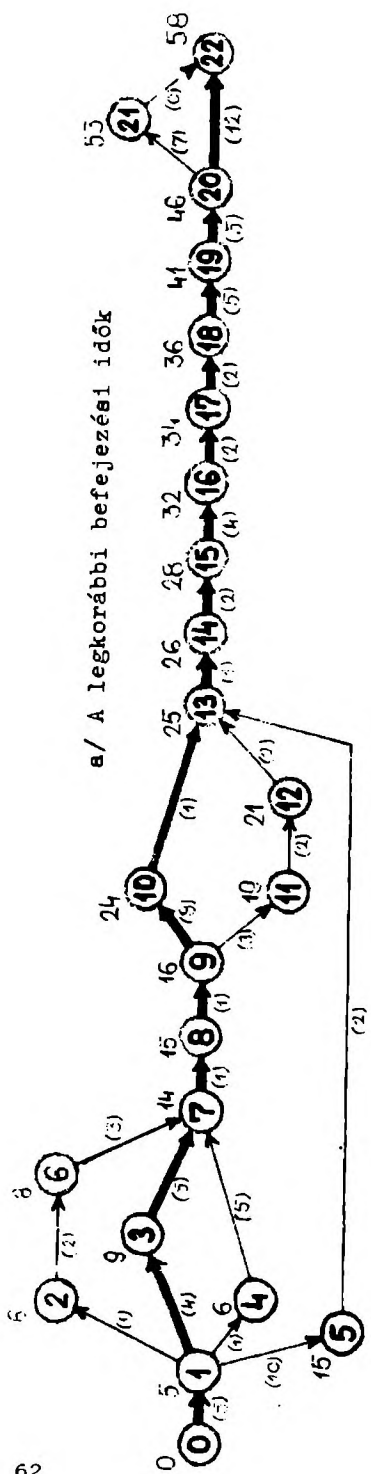
Elvégezve valamennyi szükséges műveletet, megállapítjuk, hogy 58 időegység kell a feladat elvégzéséhez. Az egyes események kiszámított legkorábbi befejezési értékeit a 18/a ábrán olvashatjuk le. Az élek alatt zárójelben szerepelnek a tevékenységek időtartamai, az eseményeknél a legkorábbi befejezési időpontok.

Ezt követően már ki tudjuk számítani  $t_i^{(1)}$ -et, a legkésőbbi kezdési időpontokat is. Lényegében a fenti műveletet fogjuk visszafelé megcsinálni. A mátrix alatt található  $t_i^{(1)}$  értékeinek sora, ide fogjuk beírni a 22., 21., 20., . . . 2., 1., és a 0. esemény legkésőbbi kezdési időpontjait. Nyilván a 22. helyen 58 fog állni. A kérdés az, hogy legkésőbb mikorra lehet a 21. eseményt tenni? Nyilván a 22. esemény értékéből, az 58-ból levonjuk a 21-ből hozzá vezető él értékét. Jelen esetben – mivel (21,22) tevékenység látszattevékenység, értéke így zérus. Mivel  $58 - 0 = 58$ , a 21. helyen is 58 fog állni. Ez azt jelenti, hogy a (21). eseménynek ugyanakkor kell befejeződnie legkésőbb, mint (22)-nek.

Az algoritmus szerint megfogalmazva úgy jártunk el a 21. hely kitöltésénél, hogy

- megnéztük a mátrix 21. sorát, és megkerestük ennek elemét
- megállapítottuk, hogy ez az elem hányadik oszlopban van (22.-ben)
- ezen oszlop-sorszám helyén lévő összegből levontuk az elem értékét, ( $58 - 0 = 58$ ), és ezt a különbséget beírtuk a 21. helyre, a (21). esemény legkésőbbi befejezési időpontjaként.

Menjünk tovább. A 20. helyre akarjuk a (20). esemény hasonló időpontját beírni. Megvizsgáljuk a mátrix 20. sorát. Itt két elem szerepel, 7-es a 21. oszlopban és 12 a 22. oszlopban. Választanunk kell, melyiket vesszük figye-





lembre? Azt, amelyik elemmel képzett különbség kisebb. A 21. helyen és a 22. helyen egyaránt 58 áll. Mivel  $58 - 12 < 58 - 7$ , ezért az  $58 - 12 = 46$ -ot írjuk a 20. helyre.

Az eljárást folytatjuk addig, amíg el nem jutunk a 0. sorszámú helyre, ahol 0-nak kell szerepelnie.

A 18/b ábrán láthatjuk szemléletesen a számítás eredményét.

A harmadik számítási fázisban a kritikus utat határozzuk meg. Ez már rendkívül egyszerű, mivel itt nincsenek időtartalékok, és - mint már beláttuk

$$t_i^{(1)} = t_j^{(0)}, \text{ azaz } t_i^{(1)} - t_j^{(0)} = 0.$$

Nem kell mást tenni, mint a mátrix alatti sort, és a baloldalán lévő oszlopot egymásra helyezni és képezni a különbségeket. Ahol a különbség zérus, a csucok (események) kritikus tevékenységet határoznak meg.

$\rightarrow$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
$t_i^{(1)}$	0	5	9	9	9	23	11	14	15	16	24	21	23	25	26	28	32	34	36	41	46	58	58
$t_j^{(0)}$	0	5	6	9	6	15	8	14	15	16	24	19	21	25	26	28	32	34	36	41	46	53	58
$t_i^{(1)} - t_j^{(0)}$	0	0	3	0	3	8	3	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0

Ezeket a számításokat manuálisan kisebb hálókra el lehet végezni. Ha a háló kb. 200 tevékenységnél többet tartalmaz, a fenti algoritmushoz elektronikus számítógépet kell igénybe venni. Ehhez megfelelő kész programok vannak.

Megjegyzendő, hogy ugyanezen számításokra több algoritmus ismeretes. A fenténél csak egyetlen egyszerűbb van, az ún. Wagner algoritmus. Ehhez azonban nem elegendő egy mátrix, így a számolás hosszadalmasabb.

## 2,334 A PERT időbecslése

Az eddigiekben a hálótérveknél feltételeztük, hogy a tevékenységek időtartamai adottak. Elhallgattuk azt a tényt, hogy az időbecslésre nincs egzakt eljárás, ennek folytán egyáltalán nem biztos, hogy a tevékenység realizálásának szükséges tartama megfelel a becalésnek. Tervekről lévén szó, nem lehet tapasztalati úton az időket meghatározni, hiszen a tevékenységek a tervezés időpontjában még nem léteznek.

Általános vélemény szerint a kellő részletességgel bontott hálóra az időbecsléseket jól elvégzik az adott tevékenység szakemberei.

A PERT módszer olyan időbecslési eljárással dolgozik, amely lehetővé tesz több időpont hozzárendelését minden tevékenységhez. Pontosabban három becslést tartalmaz minden tevékenység:

pesszimista becalést,  
reális becalést, vagy normális becalést,  
optimista becalést.

Nyilván az optimista becalések tartamai a legrövidebbek, (Crash time-nek, roham-időnek is hívják.)

A kritikus út módszere (CPM) és a PERT közti különbség éppen ebben rejlik. A CPM adott időtartamokkal operál, tehát determinisztikus, szemben a PERT-tal, amely az időtartamokat nem teljesen biztosaknak, de nem is teljesen bizonytalanoknak tekinti, tehát mint valószínűségeket kezeli, amelyek változó értékeket vehetnek fel.

Az optimista és pesszimista becalést célszerű úgy tekinteni, mint amelyek 100 eset közül egyszer valósulnak meg. Valószínűségük tehát  $\frac{1}{100}$ . A reális becalés pedig a legvalószínűbb tartamot adja meg.

A valószínűségszámításban a legvalószínűbb valószínűségi értéket modus-nak hívják. Ez az érték, amelyik a leggyakrabban fordul elő. Pl. ha egy dolgozót 100 esetben megfigyelünk, hogy reggelenként hány percet késik, a következő kis táblázatot állíthatjuk össze róla:

1 percet késik	3 alkalommal
2 percet késik	8 alkalommal
3 percet késik	12 alkalommal
4 percet késik	38 alkalommal
5 percet késik	20 alkalommal
6 percet késik	17 alkalommal
7 percet késik	2 alkalommal

100 alkalom

Az adatok között a 4 perces késés a leggyakoribb, így a legvalószínűbb érték (38 alkalom). Ezt hívjuk modus-nak. Ha azonban azt kérdezzük, hogy egy következő napon az illető mennyit fog késni, ti. mekkora a késés "várható értéke", nem a 4 percet fogjuk mondani, hanem

$$\frac{1 \cdot 3 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 38 + 5 \cdot 20 + 6 \cdot 17 + 7 \cdot 2}{100} = 4,2 \text{ percet.}$$

Ezt az átlagot hívjuk "várható érték"-nek. A modus és a várható érték akkor lenne egyenlő, ha a dolgozó késéseiről készült táblázat szimmetrikus lenne. A várható értéknek az a tulajdonsága, hogy a nálánál kisebb érték bekövetkezésének ugyanakkora a valószínűsége, mint a nálánál nagyobb érték bekövetkezésének. Példánknál, a kolléganő ugyanakkora eséllyel késik 4,2 percnél kevesebbet, mint 4,2 percnél többet. Ebben az értelemben a 4,2 a valószínűségi értékek eloszlásának "közepe" lesz: mediánja, ahogyan nevezik.

E kis kitérő után térjünk vissza a problémára. A PERT reális becslése nem a várható értéket adja meg, hanem a modust. Ebből kell kiszámítani a várható időket. Bizonyos számítások után (abból indulunk ki, hogy a valószínűségi változó un. béta eloszlást mutat) úgy találták, hogy a várható érték

$$\bar{t} = \frac{t_o + 4t_m + t_p}{6}$$

ahol  $\bar{t}$  a várható értéket, (olvasd "t felülvonás")

$t_o$  az optimista becslést,

$t_m$  a legvalószínűbb értéket (modust)

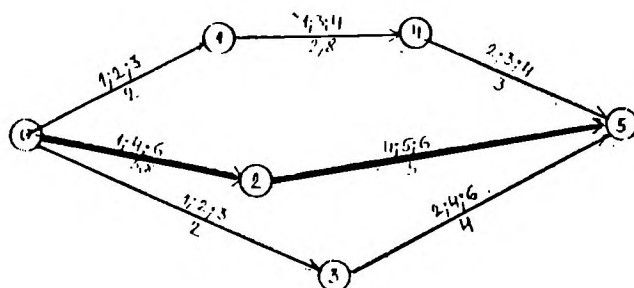
$t_p$  a pesszimista becslés értékét jelenti.

A becslések közötti ingadozások nagyságát nyilván a  $t$ -től való eltérések adják, ezt pedig a

$$\sigma = \frac{t_p - t_o}{6}$$

szórási képlettel számoljuk.

A PERT-ben - összefoglalva - minden tevékenységhez 3 becslés tartozik, ebből kiszámítjuk a negyediket a tevékenység végrehajtásához szükséges várható időtartamot. A háló számítási munkái így valamivel megnövekednek. Ezeket a számításokat egy táblázatban érdemes összefoglalni. Legyen az alábbi egyszerűbb hálónk, a megfelelő becslésekkel.



Az élek fölé írtuk a három becslést, alája pedig a kiszámított  $\bar{t}$  értékeket.

A számítások eredményét az alábbi táblázat foglalja magában. Egyébként ezeket a táblázatokat a hálókhoz el kell készíteni. A táblázatban a tevékenységek sorrendjét nem az egyes utak, hanem az eredmények sorszámozásának mechanikussága adja. Ezért pl. a kritikus ut megállapításával egymástól távol eső sorokban lehet a  $t_j^{(0)}$ -val egyenlő  $t_i^{(1)}$ . Pl. a 0-2 tevékenység sorában  $t_j^{(0)} = 3, 8$ , és  $t_i^{(1)} = 3, 8$ -at a 2 - 5 tevékenységnél találunk. Mivel a 0 - 2 végpontja ((2) esemény) egyenlő a 2 - 5 kezdőpontjával, értékük egyenlő, ezért kritikus utat határoznak meg.

Hogy a példa teljes legyen, felírjuk a háló mátrixát, a kritikus ut meghatározásához szükséges  $t_i^{(1)}$ -ek és a  $t_j^{(0)}$ -ák sorozatát, és a kritikus utat. Ezuttal azonban magyarázat nélkül csak a számítások eredményét közöljük.

Esemény	B e c s l é s			Várható érték		Kezdés		Befejezés		Teljes tartalekidő $(t_j^{(n)} - t_1^{(n)} - \tau) = (t_j^{(n)} - t_1^{(n)})$	Kritikus út Ha $t_j^{(0)} = t_j^{(n)}$	A tevékenység megnevezése azövegesen
	Optimista $t_o$	Reális/modus $t_m$	Pessimista $t_p$	Nagyság $\bar{x}$	Szórás $\sigma$	Legkorábbi $t_1^{(0)}$	Legkésőbbi $t_1^{(n)}$	Legkorábbi $t_j^{(0)}$	Legkésőbbi $t_j^{(n)}$			
1	j											
4	5	2	3	4	3,0	0,33	4,8	5,8	7,8	8,8	1,0	...
3	5	2	4	6	4,0	0,66	2,0	4,8	6,0	8,8	2,8	...
2	5	4	5	6	5,0	0,33	3,8	3,8	8,8	8,8	0,0	...
1	4	1	3	4	2,8	0,50	2,0	3,0	4,8	5,8	1,0	...
0	3	1	2	3	2,0	0,33	0,0	2,8	2,0	4,8	2,8	...
0	2	1	4	6	3,8	0,83	0,0	0,0	3,8	3,8	0,0	...
0	1	1	2	3	2,0	0,33	0,0	1,0	2,0	3,0	1,0	...

$t_i^{(0)}$	0	1	2	3	4	5
0	0		2	3,8	2	
2	1				2,8	
3,8	2					5
2	3					4
4,8	4					3
8,8	5					

$t_i^{(1)}$	0	3,0	3,8	4,8	5,8	8,8
$t_i^{(0)}$	0	2	3,8	2	4,8	8,8
$t_i^{(1)} - t_i^{(0)}$	0	1	0	2,8	1	0

Kritikus út: 0 - 2 - 5.

Látható, hogy a táblázat az események által meghatározott valamennyi tevékenységre tartalmazza a számításokat, így ott minden esemény annyiszor szerepel, ahányszor kezdete vagy vége egy tevékenységnek. A mátrix eljárás során minden eseményre csak egyszer számíthatjuk ki az értékeket, azokat, melyek, a kritikus út szempontjából szükségesek.

### 2.335 Néhány megjegyzés a hálótervezésről

A hálóterveket eredetileg az időtervezésre használták fel. Továbbfejlesztésük során azonban kiderült, hogy költségtervezésre is alkalmasak a hálók segítségével a költségek minimumát meg lehet keresni. Ennek során egyetlen költségértéket adunk a tevékenységeknek (tehát CPM eljárással dolgozunk), majd ezeket változtatjuk addig, míg a legkisebb költségű háléhoz nem jutunk. Az összes költséget két típusú költség adja együttesen: az un. közvetlen költségek, melyek az idő függvényében nem nőnek, sőt, általában a rövid időtartamok nagyobb, a hosszabbak kisebb közvetlen költségeket követelnek, és a közvetett költségek, amelyek az idő függvényében növekednek. A kettő optimumát kell megkeresni. Ez egy lineáris programozási feladat és a problémát

az ún. Ford-Fulkerson algoritmussal lehet megoldani, melyet eredetileg bizonyos hálózatban való áramoltatások esetére dolgoztak ki.

A hálótervezés nagy előnyei, egyszerűsége és áttekinthetősége mellett komoly hátrányokkal rendelkezik: semmit sem vesz figyelembe annak a rendszernek teljesítőképességéből, nagyságából, amelyre a terv készül, pl. nem számol azzal, hogy adott feladatokra nincs-e kellő munkaerő, gép, pénz vagy idő. Ugy lehetne mondani, a tervet ideális körülményekre kell érteni hálótervezés esetén.

Rendszeresen ismétlődő folyamatok tervezésénél kevésbé lehet alkalmazni.

#### 2.34 Az új rendszer bevezetése és ellenőrzése

A tervezés lezárása után az új rendszer bevezetésére kerül sor. Miután ez a leggondosabb tervezés, előkészítés után is kockázattal jár, és némi bizonytalanság van tekintetben, hogy az jó lesz-e, vagy teljesen megfelel a kíválmaknak, ezért egy ideig a régi és új rendszert – ha csak lehet – párhuzamosan kell futtatni. Különösen vonatkozik ez arra az esetre, ha az új rendszer gépesített, szemben a régi manuális változattal. Az új rendszer összeomlása vagy komoly hibái esetén a régi rendszer szerint még teljesíteni lehet a funkciókat. A régi rendszert akkor számoljuk fel, ha az új rendszer bevált és a szükséges korrekciókat elvégeztük.

Az új rendszer bevezetésekor minden apró részletig meg kell győződnünk, hogy a tervezettnél megfelelően működik-e. Az eltéréseket a tervezettől elemezni kell, fel kell tárni az okokat, a módosításokat végre kell hajtani.

Ha az új rendszer terv szerint működik, akkor véglegesítjük a standardokat, késznek nyilváníttjuk a munkát.

Záró aktusként egy összefoglalóban summázzuk az eredményeket.

Ez az összefoglaló tartalmazza a régi rendszer elveit, főbb megoldásait, költségeit, a munkák elemzését, a produktumokat, a kielégíthető funkciókat és az erre vonatkozó minőségi észrevételeket, ha ezek megállapíthatók. A régi rend-

szernek e tömör összefoglalása az összehasonlításhoz kell. Ugyanis hasonlóan ismertetni kell az új rendszert, kiemelve előnyeit és hátrányait a régivel szemben,

Az összevetésre - ahol csak lehet - egzakt módszerekkel törekedjünk. Számszerűen kimutatható az élőmunka megtakarítás az

$$M_e = 1 + \frac{t_u - t_r}{t_r}$$

képlet segítségével, ahol

- $M_e$  az élőmunkát jelenti,
- $1$  a korábbi rendszer kifejezője,
- $t_r$  a régi rendszer időszükséglete,
- $t_u$  az új rendszer időszükséglete.

Ha a régi és új rendszer hatékonyságára képesek vagyunk számszerű adatokat mondani, akkor az új és régi hányadosa fejezi ki legjobban a változást,

A költségek egybevetésére ugyanazon képlet lehet, mint az élőmunka megtakarításra, csak az időszükségletek helyett költségeket írunk:

$$K = 1 + \frac{k_u - k_r}{k_r}$$

Ha az új rendszer gépesített, akkor mindig jegyezzük meg, hogy a számszerűen nem kimutatható előnyök sokszorosát teszik ki a kimutathatóknak. A változati gépesített rendszereknél e nem kimutatható előnyök haszna - becslések szerint - háromszor-négyszer nagyobb a számíthatónál.

Az összevetésnél vigyázzunk arra, hogy új termékek nem vethetők össze a régivel, ha nem ugyanolyanok. Ha pl. egy gépi indexet állítunk elő, akkor ez csak ugyanezen index manuálisan előállított változatával lenne párhuzamba állítható. De általában erre nincs mód, mert a gépesítés fő célja a könyvtárakban elsősorban az, hogy olyan funkciókat teljesítsünk, melyeket hagyományosan nem lehet. A megvalósult újat nem lehet összevetni a nem létező régivel.



## F Ü G G E L É K



### 3. A M Á T R I X A L G E B R A E L E M E I

#### 3.1 DEFINÍCIÓK

Mindennapi munkánk során gyakran fordul elő, hogy számadatokat sorokba és oszlopokba rendezünk. Valamilyen statisztikai táblázatot szinte mindenki készített már. Mivel az effajta "számtáblázatok" gyakran előfordulnak, önmagukban is kezdtek foglalkozni velük. Megfelelő általánosítás után megszületett a mátrix fogalma, sőt műveleteket is értelmeztek mátrixokon.

Mátrixon állandó (vagy változó) mennyiségekből álló táblázatot értünk. Mátrix pl. az alábbi táblázat

8	3	4	8	7
3	5	9	0	4
2	1	1	5	9
4	5	6	7	2
6	3	8	2	1

Egy helyet a táblázatban meghatároz sora és oszlopa. A sorok és oszlopok találkozásánál álló mennyiségek a mátrix elemei. Egy mátrixnak - általános értelemben - az eleme bármi lehet pozitív egész szám, tört, negatív szám, zérus, komplex szám, sőt függvény, egy másik mátrix, stb. A mátrix elemeit az abc kisbetűvel jelöljük, a betű után indexben tüntetjük fel a sor, illetve oszlop számát:  $a_{3,2}$  jelenti a mátrix 3. sorában és második oszlopában álló elemet. Általában  $a_{ij}$  az  $i$ -edik sor  $j$ -edik elemét jelenti.

A mátrixok jelölésére több módzat ismeretes. Az abc nagybetűt használjuk leggyakrabban, de fettel (kövéren) szedve, gépeléssel előállított kéziratokban az abc nagybetűjét alánuzva: A jelenti a "nagy A" mátrixot, B a "nagy B" mátrixot és így tovább.

A mátrixot szokás jelölni un. általános elemével, tehát  $a_{ij}$ -vel, de ha ez a teljes mátrix reprezentálására szolgál, akkor szögletes zárójelbe tesszük:

$$\underline{A} = [a_{i,j}].$$

Ha egy mátrixnak  $n$  sora és  $m$  oszlopa van, akkor " $n$ -szer  $m$  típusu" mátrixot szokás emlegetni. Jelölve:

$$\underline{A}_{n,m} = [a_{i,j}].$$

A mátrixoknak kiírhatjuk minden elemét, mint a fenti példában. Általában egy mátrix részletesen kiírva a következő alakú:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1m-1} & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & \dots & a_{2m} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & \dots & a_{3m} \\ . & & & & & . \\ . & & & & & . \\ . & & & & & . \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nm-1} & a_{nm} \end{bmatrix}$$

Az  $n \times m$  típusu mátrixban  $n=1$  is lehet, ekkor a mátrix egyetlen sorból áll:

$$\underline{A}_{1n} = [a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ \dots \ a_{1n}]$$

Ilyenkor "sorvektorról" beszélünk, s ezt az abc vastagon szedett kisbetűivel (aláhuzott kisbetűivel) jelöljük:

$$\underline{a} = [8 \ 3 \ 4 \ 8 \ 7]$$

Hasonlóképpen ha  $m = 1$ , akkor oszlopvektorról van szó:

$$\underline{a} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 2 \\ 4 \\ 6 \end{bmatrix}$$

### 3.2 A MÁTRIXOK FAJTÁI

Azt a mátrixot, amelynek ugyanannyi sora van, mint oszlopa, kvadratikus mátrixnak nevezzük. A kvadratikus mátrix bal felső sarkából a jobb alsó sarkáig húzódó átlót fődiagonálisnak hívjuk. Az alábbi mátrix:

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 8 \\ 7 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

pl. kvadratikus mátrix és a fődiagonálisban álló elemei:

$$a_{11} = 3, a_{22} = 3, a_{33} = 4.$$

Azt a mátrixot, amelyben a fődiagonálisban álló elemek kivételével minden elem 0, digeonálmátrixnak hívjuk. Pl. digeonálmátrix az alábbi:

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$

Azt a digeonálmátrixot, amelyben a fődiagonálisban álló elemek mind 1-gyel egyenlők, egység mátrixnak nevezzük. Jele:  $\underline{E}_n$ .  $\underline{E}_4$ .

$$\underline{E}_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Permutáló mátrixnak nevezzük azokat a kvadratikus mátrixokat, amelyek az egység mátrixból a sorok és oszlopok tetszés szerinti sorrendcseréjével származnak. Pl. az alábbi mátrix permutáló mátrix:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A háromszög- vagy trianguláris mátrix olyan kvadratikus mátrix, amelyben a fődiagonális felett vagy alatt minden elem zérus. Lehet felső háromszögmátrix és alsó háromszögmátrix, aszerint, hogy a nemzérus elemek a főátló felett vagy alatt helyezkednek el. Az alábbi pl. felső háromszögmátrix:

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

Az a mátrix, melynek minden eleme zérus, nullamátrix, Jele: 0.

Bármely mátrixból származtatható ún. minormátrix, úgy, hogy az eredeti mátrixból sorokat és oszlopokat elhagyunk. Az alábbi mátrixból

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 2 & 7 & 4 & 3 & 2 \\ 4 & 9 & 8 & 3 & 4 \\ 0 & 7 & 2 & -8 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

a 2. és 4. sor, illetve 3. 4. és 5. oszlop megtartásával az alábbi minormátrix nyerhető

$$A_{3,4,5}^{2,4} = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 2 & 6 & 4 \end{bmatrix}$$

Ha egy mátrix sorait és oszlopait felcseréljük egymással, a mátrix transzponáltját kapjuk. Jele pl. A<sup>\*</sup>. Pl.

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} 4 & 8 & -1 & 7 \\ 0 & 2 & 5 & 2 \end{bmatrix}, \quad \underline{A}^* = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 8 & 2 \\ -1 & 5 \\ 7 & 2 \end{bmatrix}$$

### 3.3 MŰVELETEK MÁTRIXOKKAL

Ekvivalencia. Két mátrix akkor és csak akkor egyenlő, ha sor- és oszlopszámuk egyenlő és minden azonos helyen álló elemük is egyenlő.

**Összeadás.** Két mátrix akkor és csak akkor adható össze, ha ugyanannyi sort és ugyanannyi oszlopot tartalmaznak, tehát ha megegyező típusúak. Két mátrixot,  $\underline{A}$ -t és  $\underline{B}$ -t úgy adunk össze, hogy az ugyanazon helyeken álló elemeket összeadjuk. Pl.:

$$\begin{bmatrix} 2 & -7 & 12 \\ 8 & 3 & 0 \\ 9 & -1 & 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & 0 & 6 \\ -8 & 9 & 10 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -7 & 18 \\ 0 & 12 & 10 \\ 12 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

Az összeadás kommutatív:

$$\underline{A} + \underline{B} = \underline{B} + \underline{A}$$

asszociatív:

$$(\underline{A} + \underline{B}) + \underline{C} = \underline{A} + (\underline{B} + \underline{C})$$

Továbbá könnyen belátható, hogy  $\underline{A} + \underline{0} = \underline{A}$ .

**Kivonás.** Két mátrix különbségét összegükhöz hasonlóan értelmezzük

$$\begin{bmatrix} 2 & -7 & 12 \\ 8 & 3 & 0 \\ 9 & -1 & 6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 0 & 6 \\ -8 & 9 & 10 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -7 & 6 \\ 16 & -6 & -10 \\ 6 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

**Szorzás skalárral.** Mátrixot skalárral (számmal) úgy szorzunk, hogy minden elemét megszorozzuk. Pl.:

$$3 \cdot \begin{bmatrix} 2 & -7 & 12 \\ 8 & 3 & 0 \\ 9 & -1 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -21 & 36 \\ 24 & 9 & 0 \\ 27 & -3 & 18 \end{bmatrix}$$

A skalárral való szorzás művelete kommutatív:

$$c \cdot \underline{A} = \underline{A} \cdot c$$

disztributív:

$$(b + c)\underline{A} = b\underline{A} + c\underline{A}$$

### Mátrix szorzása mátrixszal

Két mátrix akkor szorozható össze, ha az első szorzótényezőmátrixnak ugyanannyi oszlopa van, mint ahány sora a második szorzótényezőmátrixnak. Tehát a két mátrixnak  $k \times m$ , illetve  $m \times n$  típusúnak kell lennie. Azaz össze-szorozhatók, ha a két mátrix konformábilis.

Ha két mátrixot,  $\underline{A}_{k,m}$ -t és  $\underline{B}_{m,n}$ -t összeszorozzuk, akkor a kapott  $\underline{C}_{k,n}$  mátrix  $c_{i,j}$  elemeit a következőként kapjuk

A  $c_{1,1}$  elemet úgy kapjuk, hogy az A mátrix első sorát szorozzuk a B mátrix első oszlopával. A  $c_{1,2}$  elemet úgy kapjuk, hogy az A mátrix első sorát szorozzuk a B mátrix második oszlopával . . . . Általában a  $c_{ij}$  elemet úgy kapjuk, hogy az A mátrix i-edik sorát szorozzuk a B mátrix j-edik oszlopával oly módon, hogy A i-edik sorának első elemét szorozzuk B j-edik oszlopának első elemével, a másodikat a másodikkal, stb.; végül a kapott szorzatokat összegezzük.

Szorozzuk össze pl. a következő két mátrixot.

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 5 \\ 4 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \\ -2 & 4 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$$

Mindenelőtt a két mátrix szorozható, mert az elsőben ugyanannyi oszlop van, mint ahány sor a másodikban. Az algoritmusnak megfelelően a szorzatmátrix első sorának első eleme a

$$c_{11} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

vektorok szorzata lesz:  $3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + (-1)(-2) + 5 \cdot 5 = 39$ . Ugyanígy:

$$c_{1,2} = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix} = 3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 - 1 \cdot 4 + 5 \cdot 2 = 20$$

A C mátrix tehát az alábbi lesz - az eljárást ugyanígy folytatva:

$$\begin{bmatrix} 3 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 5 \cdot 5 \\ 4 \cdot 2 + 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 4 \cdot 5 \\ 5 \cdot 2 + 1 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \cdot 4 + 2 \cdot 1 - 1 \cdot 4 + 5 \cdot 2 \\ 4 \cdot 4 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 \\ 5 \cdot 4 + 1 \cdot 1 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 39 & 20 \\ 28 & 38 \\ 17 & 37 \end{bmatrix}$$



A kapott  $\underline{C}$  mátrixnak annyi sora van, mint  $\underline{A}$ -nak és annyi oszlopa, mint  $\underline{B}$ -nek,

A mátrixok mátrixszal való szorzása általában nem kommutatív, tehát

$$\underline{A} \cdot \underline{B} \neq \underline{B} \cdot \underline{A}.$$

$\underline{A} \cdot \underline{B} = \underline{B} \cdot \underline{A}$ -val akkor és csak akkor, ha mindkettő  $n \times n$  típusu, tehát ha mindkettőnek ugyanannyi sora és oszlopa van.

A szorzás művelete asszociatív:

$$\underline{A}_{k,n} \cdot \underline{B}_{n,m} \cdot \underline{C}_{m,s} = \underline{A}_{k,n} \underline{B}_{n,m} \cdot \underline{C}_{m,s} = \underline{D}_{k,s};$$

és disztributív:

$$\underline{A} (\underline{B} + \underline{C}) = \underline{AB} + \underline{AC};$$

ha a szorzásra vonatkozó egyéb kikötéseknek megfelelnek.

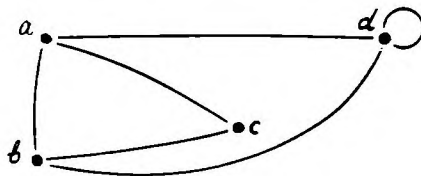
Nyilvánvaló, hogy

$$\underline{A} \cdot \underline{0} = \underline{0} \quad \text{és} \quad \underline{E} \cdot \underline{A} = \underline{A} \cdot \underline{E} = \underline{A}$$

## 4. A GRÁFELMÉLET ALAPFOGALMAI

### 4.1 DEFINÍCIÓK

Szemléletesen elképzelni egy gráfot meglehetősen könnyű: tekintsünk pontok halmazát, amelyeket csucsoknak fogunk nevezni, és görbék halmazát, amelyeket éleknek fogunk nevezni. A két halmaz elemei között létesítsünk hozzárendelést úgy, hogy az élek kössék össze a csucsokat, beleértve azt az esetet is, amikor egy él csak egy csucshoz tartozik.

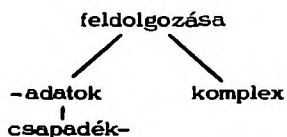


Ez a meghatározás egyrészt nem elég pontos, azaz matematikailag nem elég szabatos, mert precízen a többdimenziós euklidesi térben kellene a gráfokat értelmezni, másrészt nem eléggé absztrakt, mert hiszen szemléletünkre bízunk a gráfok belátását.

Egészen absztrakt értelemben gráfot úgy kapunk, ha definiálunk egy  $V$  halmazt, mely nem üres, továbbá egy  $E$  halmazt és a kettő leképezését (egymáshoz rendelését), melyet  $F$ -nek jelölünk. Ekkor kapunk egy  $G = (V, E, F)$  gráfot, melyben a  $V$  halmaz elemeit csucsoknak, az  $E$  halmaz elemeit éleknek nevezzük. (Ezt a gráfot szokás röviden  $G = (V, E)$ -nek jelölni.)

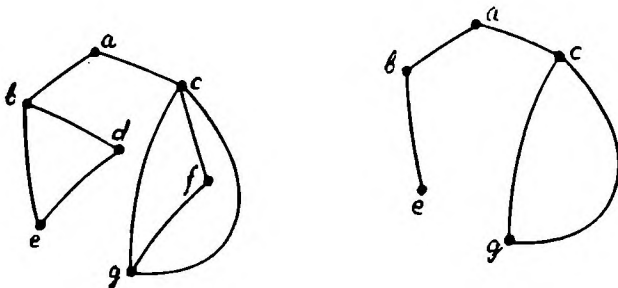
A valóságban számos olyan jelenség van, mely modellálható egy gráffal. Egy uthálózat pl. gráfként fogható fel, melynek csucsai az "állomáshelyek", élei az állomáshelyeket összekötő utak. De gráfként kezelhető egy munkahely dolgozói, és a közöttük kialakult kapcsolatok pl. szimpátia, barátság, stb. is. A dolgozókat, mint csucsokat összekötő élek jelentik a kapcsolatokat. Gráf egy hierarchikus osztályozási rendszer is, ahol az osztályozási kifeje-

zések (csucsk) között vannak valamilyen relációk, pl. genus-species, vagy egész-rész reláció értelmezhető (élek). Gráf bármely mondat a természetes emberi nyelvben, vagy gráf egy szó szerkezet is. Az utóbbihoz lássunk egy példát



A gráf csucsait az abc kisbetűivel jelöljük, vagy valamelyik indexszel ellátott kisbetűvel. Az éleket azokkal a csucsokkal nevezhetjük meg, amelyekre az él illeszkedik. Pl. ha  $V = \{a, b, c, d\}$ , vagy  $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ , egy gráf csucsainak halmaza, éleit  $E = \{e(ab), e(bc), e(c,d)\}$ -vel vagy  $E = \{e(v_1, v_2), e(v_2, v_3), e(v_3, v_4)\}$ -vel jelölhetjük.

Egy  $G$  gráfnak  $G'$  algráfja, ha  $e(v_i, v_j) \in E'$ , akkor  $(v_i, v_j) \in E$  is. Azaz, ha  $G'$  gráf minden éle  $G$ -nek is éle. Alább bemutatunk egy gráfot és részgráfját.



Egy gráfnak részgráfját úgy kapjuk, hogy az eredeti gráf valamennyi csucsát megtartjuk, de éleiből néhányat elhagyunk. Tehát  $G = (V, E)$  gráfnak  $G' = (V', E')$  részgráfja akkor és csak akkor, ha  $V = V'$ , és  $E' \subseteq E$ .



## 4.2 UTAK ÉS TÁVOLSÁGOK A GRÁFBAN

Egy gráf irányított, ha csucsait irányított élek kötik össze.

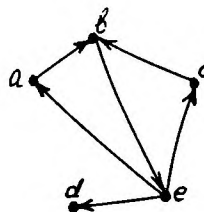
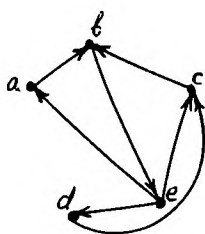
Az irányított élek az egyik csucs a kezdőpontja, a másik a végpontja lesz.

Ha egy gráf valamelyik csucsából elindulunk a hozzá illeszkedő élen, eljutunk egy vele szomszédos csucsig. Innen tovább indulhatunk a szomszédos csucsig és így tovább. Az éleknek ezt a sorozatát a gráf vonalának hívjuk, ha az élsorozatban ugyanaz az él kétszer nem szerepel. Belátható, hogy  $k$  darab élből álló vonal  $k + 1$  csucst köt össze a fenti módon.

Ha az élsorozat különböző csucsokat köt össze, akkor utnak hívjuk. Az ut feltétele tehát az, hogy ne haladjunk át kétszer ugyanazon a csucson. Ha egy uton ugyanoda jutunk vissza, ahonnan elindultunk, akkor kör-ről beszélünk.

Egy gráf erősen összefüggő, ha bármely két csucsához van legalább egy irányított út. Ez igen szigorú megkötés, mert pl. nemcsak azt írja elő, hogy a csucsból vezessen vonal b-be, hanem azt is, hogy b-ből is vezessen a-ba.

Egy gráf összefüggő, ha bármely két különböző csucsa összeköthető legalább egy vonallal. Az alábbi ábrán az első gráf erősen összefüggő, a második összefüggő, mert pl. d-ből c-be nem vezet irányított út.



A gráfokkal kapcsolatban gyakran szükséges különböző utak megkeresése. Három féle út látszik számunkra fontosnak: a minimális hosszúságú út, a leghosszabb út és az ún. Hamilton utak.

Az utaknak akkor van értelme, ha az éleknek valamilyen értéket tulajdonítunk. Ezért az utakhoz valós számot rendelhetünk hozzá, amely szám egy valóságbeli értéket fejezhet ki: tényleges távolságot, időtartamot, költséget, stb.

Az utaknak csupán a definícióival foglalkozunk, a megkeresésükre vonatkozó számos algoritmust nem mutatjuk be, mivel a jegyzet a megfelelő helyeken bemutatja a szükséges eljárásokat, pl. a hálótervezés fejezetében a leghosszabb ut meghatározása kapcsán.

A legrövidebb ut problémája a gráfban úgy fogalmazható, hogy adva van két csucs, és keressük e két csucs között a legrövidebb irányított vonalat.

A leghosszabb ut ennek fordítottja, a két csucst összekötő élsorozatok leghosszabbját keressük.

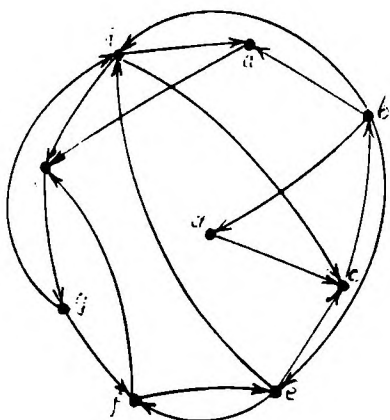
Az ún. Hamilton utak azok az utak, melyeken a gráf valamennyi csucsa rajta fekszik. A valóságban ez a probléma szállítások vagy utazások kapcsán szokott felmerülni. Pl. egy bolt-hálózatnak az áruellátását kell biztosítani, vagy egy kereskedelmi utazónak sok állomáshelyre el kell jutnia, és minden boltot, illetve minden állomáshelyet érinteni kell.

Az olvasót - ha a problémák részletesebben érdeklik - a megadott szakirodalomhoz utaljuk.

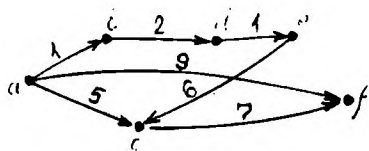
#### 4.3 GRÁFOK MÁTRIX-REPREZENTÁCIÓJA

Egy gráf leírható egy mátrixszal az alábbi módon. Ha a gráf  $n$  csucst tartalmaz, akkor a mátrix  $n$  sort és  $n$  oszlopot tartalmaz. A mátrixnak a sorok és oszlopok találkozásánál lévő eleme 0 lesz, ha a sor csucsat nem köti el az oszlop csucsához, és viszont: 1 lesz, ha a csucsokat él köti össze.

Ha az éleket súlyoztuk, akkor a mátrix 0-tól különböző (élt reprezentáló) eleme nem 1 lesz, hanem az él súlyát kifejező érték.

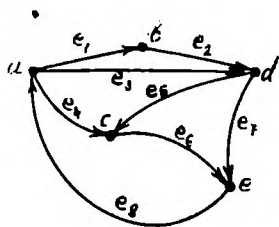


	a	b	c	d	e	f	g	h	i
a							1		
b	1			1	1				1
c		1							
d			1						
e			1			1			1
f					1			1	
g						1			1
h							1		
i	1		1					1	



	a	b	c	d	e	f
a		1	5			9
b				2		
c						7
d					1	
e			6			
f						

A mátrix felírható másként is: a sorok csucsokat képviselnek, az oszlopok éleket. A mátrix  $a_{ij}$  eleme 1 lesz, ha az  $i$ -edik csucsra illeszkedik a  $j$ -edik él, ellenkező esetben 0 lesz. Irányított gráfokban a kibocsátó csucsra illeszkedést 1, a befogadó csucsra -1 jelenti. A mátrix  $n \times m$  típusú lesz.



	$e_1$	$e_2$	$e_3$	$e_4$	$e_5$	$e_6$	$e_7$	$e_8$
a	1		1	1				-1
b	-1	1						
c				-1	-1	1		
d		-1	-1		1		1	
e						-1	-1	1

## I R O D A L O M

1. JOHNSON, A.R. - KAST, F.E. - ROSENZWEIG, J.E.: Rendszerelmélet és vállalatvezetés. = Rendszerelmélet. Válogatott tanulmányok, Szerk. Kindler J. és Kiss I. 221-392. p. Bp. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, 1969.
  
2. ACKOFF, R.L.: Rendszerek, szervezetek és a tudományközi kutatás. = Uott 171-192. p.
  
3. KOMORÓCZY GY. - KOVÁTS P. - SZARVAS S.: Rendszerelemzés. Vázlat. Az Országos Vezetőképző Központ belső használatára, Bp. Házi soksz. 1969. Kézirat.
  
4. CHESNUT, H.: A rendszertechnika ipari szemszögből. = Rendszerelmélet. Válogatott tanulmányok. . . . 193-220. p.
  
5. A termelés szervezése és irányítása az USA nagyvállalataiban, Gazdasági mérnöki kézikönyv. Szerk. H.B. MAYNARD, 2. köt. Módszerek. Bp. Műszaki Dokumentációs és Fordító Iroda, 1963. 224 p.
  
6. PALICZ András: Szervezéselméleti alapok és a korszerű szervezőtechnikai eszközök alkalmazása, Bp. Közgazdasági és Jogi Kiadó, 1969. 422 p.
  
7. DÁNYI D. - FÜGEDI T.: Háló-tervezési módszerek. (PERT, CPM.) Kiad. az Országos Ügyvitelgépítési Felügyelet és a KSH Könyvtára, Bp. Számgép. soksz. 1965. 128 p.
  
8. KÁDÁR I. - NÉMETH L. - SZABÓ I.: Kritikus ut módszerek és algoritmusai, Bp. Számgép. soksz. 1967. 80 p. (Az operációkutatás aktuális problémái 7.)

9. NÉMETH L.: Hálódigramos ütemezési-kapacitásterhelési eljárások, Bp. Felsőoktatási Jegyzetellátó soksz. 1968, 35 p. (Mérnöktovábbképző Intézet előadássorozata 4651.)
10. SCHREITER, D. - STEMPELL, D.: A kritikus ut módszere. (CPM és PERT módszer.) Bp. Műszaki Kiadó, 1966. 127 p. (Új technika.)
11. BELLOMY, F.: Management planning for library systems development. = Journal of Library Automation, Vol.2. 1969, No.4, Dec 187-217. p.
12. SCHUSZTER E.: Ügyvitelszervezés és gépesítés. 1-2. köt. Kiad. a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem, Bp. Tankönyvkiadó, 1966.
13. BOD P.: Bevezetés a gazdasági programozásba, Kiad. a Marx Károly Közgazdaságtudományi Egyetem, 2. jav. bőv. kiadás, Bp. Tankönyvkiadó, 1966.
14. LOVASS - NAGY V.: Mátrixszámítás, Függelék FAZEKAS F.: Matematikai programozás, Bp. Tankönyvkiadó, 1964. 338 p. (Műszaki matematikai gyakorlatok C.IV.)
15. GÁSPÁR GY.: Mátrixszámítás műszaki alkalmazásokkal, Bp. Műszaki Könyvkiadó, 1963. 358 p.
16. BUSACKER, R.G. - SAATY, T.L.: Véges gráfok és hálózatok. Bevezetés alkalmazásokkal, Bp. Műszaki Könyvkiadó, 1969. 347 p.





