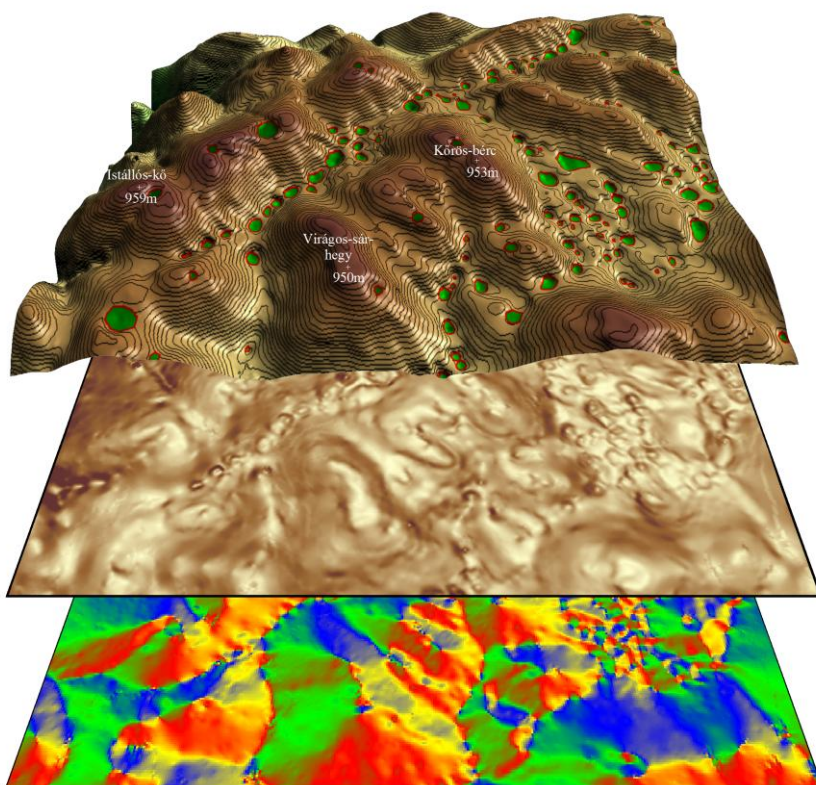


Telbisz Tamás – Székely Balázs – Timár Gábor

Digitális Terepmodellek

Adat, látvány, elemzés



**ELTE TTK Földrajz- és Földtudományi Intézet
Természetföldrajzi Tanszék**

Írta:

dr. Telbisz Tamás egyetemi adjunktus
dr. Székely Balázs egyetemi docens
dr. Timár Gábor egyetemi docens

Lektorálta:

dr. Mari László egyetemi docens



Eötvös Loránd Tudományegyetem Természettudományi Kar
Földrajz- és Földtudományi Intézet,
Természetföldrajzi Tanszék,
Budapest, 2013
www.tef.elte.hu / Kiadványok

© dr. Telbisz Tamás, dr. Székely Balázs, dr. Timár Gábor, 2013

ISBN 978-963-284-372-8

Tartalomjegyzék

| | |
|--|-----------|
| <i>Előszó</i> | 5 |
| 1. Digitális terepmodellek – gyakorlati és l’art pour l’art alkalmazások | 6 |
| 2. Mit értünk digitális terepmodell alatt? | 8 |
| 2.1. Definíciók és értelmezések | 8 |
| 2.2. Digitális terepmodellek fajtái | 10 |
| 2.3. A digitális magasságmodellek története | 13 |
| 3. Megjelenítés | 15 |
| 3.1. Szintvonalas ábrázolás..... | 15 |
| 3.2. Színfokozatos megjelenítés | 16 |
| 3.3. Árnyékolt domborzat..... | 18 |
| 3.4. Térhatású megjelenítés | 19 |
| 4. DTM készítése | 22 |
| 4.1. A magasság meghatározásának módszerei..... | 22 |
| 4.1.1. <i>Forgási ellipszoid, geoid</i> | 22 |
| 4.1.2. <i>Szintezés</i> | 23 |
| 4.1.3. <i>Sztereo-fotogrammetria</i> | 23 |
| 4.1.4. <i>GPS</i> | 24 |
| 4.1.5. <i>Radar, szonár, LiDAR</i> | 24 |
| 4.2. Szintvonalas térkép digitalizálása..... | 26 |
| 4.3. Interpoláció | 28 |
| 4.3.1. <i>Legközelebbi szomszéd (Nearest Neighbour)</i> | 30 |
| 4.3.2. <i>Természetes szomszéd (Natural Neighbour)</i> | 30 |
| 4.3.3. <i>TIN-alapú lineáris interpoláció</i> | 31 |
| 4.3.4. <i>Távolsággal fordítottan arányos súlyozás (IDW, Inverse Distance Weighting, Shepard’s Method)</i> | 32 |
| 4.3.5. <i>Spline</i> | 33 |
| 4.3.6. <i>Sugár alapú függvények (Radial Basis Functions)</i> | 34 |
| 4.3.7. <i>Krigelés</i> | 35 |
| 4.3.8. <i>Szintvonal alapú módszerek</i> | 39 |
| 4.3.9. <i>Trendfelszínek</i> | 40 |
| 4.1.1. 4.3.10. <i>Az interpoláció helyességének ellenőrzése</i> | 40 |
| 4.4. Konverzió | 41 |
| 5. „Készen” kapott DTM-ek | 42 |
| 5.1. Globális adatbázisok..... | 42 |
| 5.1.1. <i>SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)</i> | 42 |
| 5.1.2. <i>ASTER GDEM (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer Global Digital Elevation Model)</i> | 45 |
| 5.1.3. <i>GTOPO30</i> | 46 |
| 5.1.4. <i>Jonathan de Ferranti</i> | 47 |
| 5.2. Nemzeti adatbázisok..... | 48 |
| 5.2.1. <i>USA</i> | 48 |
| 5.2.2. <i>Magyarország</i> | 49 |
| 5.3. Adatformátumok..... | 50 |

| | |
|---|-----------|
| 6. Elemzési lehetőségek | 51 |
| 6.1. Közvetlen számítási lehetőségek pont, vonal, terület alapján | 51 |
| 6.1.1. Pont magasságának meghatározása..... | 51 |
| 6.1.2. Szelvénykészítés vonal illetve sáv mentén..... | 51 |
| 6.1.3. Területi kiterjedéssel rendelkező objektumok vizsgálata..... | 53 |
| 6.2. Magassági eloszlás vizsgálata hisztogrammal..... | 54 |
| 6.3. Általános raszter műveletek | 56 |
| 6.4. Klasszikus domborzati paraméterek számítása GRID alapján | 57 |
| 6.4.1. Lejtőszög, kitettség..... | 57 |
| 6.4.2. Görbület..... | 59 |
| 6.5. Szűrők..... | 61 |
| 6.6. Láthatósági elemzés..... | 64 |
| 6.7. Hidrológiai elemzések | 65 |
| 6.7.1. Vízhálózat levezetése | 65 |
| 6.7.2. Egyéb hidrológiai paraméterek | 69 |
| 7. Hibák a DTM-ben | 71 |
| 7.1. Hibák felismerése | 71 |
| 7.2. Digitalizáláshoz kapcsolódó hibák | 72 |
| 7.3. Interpolációhoz kapcsolódó hibák | 73 |
| 7.4. Elsődleges adatok hibája | 74 |
| 7.5. Adatbázishoz kapcsolódó hibák | 74 |
| 7.6. A felbontás szerepe..... | 74 |
| Irodalomjegyzék | 76 |

Előszó

Az egyetemi oktatói munka egyik sajátossága, hogy a tudomány és a technika fejlődésének köszönhetően az ember számos olyan témát oktat, amit saját maga még nem tanult. Jó átélni, ahogy egy tárgy megszületik, izmosodik, majd szinte áttekinthetetlenül szerteágazóvá válik. Mindez szépen érvényesül a digitális terepmodellek esetében, melyekről hallgatóként csak érintőlegesen szereztünk tudomást, mára viszont a mindennapok részévé váltak, s így az oktatásban is nagyobb súlyt kapnak. Ennek ellenére kifejezetten a digitális terepmodellekkel foglalkozó, jó áttekintést nyújtó, gyakorlatias megközelítésű tankönyv, jegyzet nem készült eddig, ezt a hiányt szeretnénk pótolni ezzel a munkával.

A digitális terepmodellek feltűnnek a különböző földtudományoktól az agrártudományokon át a mérnöki tervezésig, sőt a játékprogramokig. Lévén, hogy a szerzők között egy geográfus és két geofizikus található, ez a tankönyv elsősorban a földtudományok téma iránt érdeklődő hallgatóinak szól, célként kitűzve egy mélyebb megértést biztosító, alapos felhasználói szintet. Bemutatjuk az adat-gyűjtés és tárolás, a megjelenítés valamint az elemzések fő elveit és eljárásait, de nem „*katt ide, katt oda*” alapon, hanem mindennek az értelmét tekintve. Szoftvereket nem célunk ismertetni, mert ezek rendkívül gyorsan változnak. Ugyanakkor, ha valaki érti az egyes eljárások lényegét és paramétereinek jelentését, továbbá ismeri az angol szakkifejezéseket, az többé-kevésbé elboldogul a programokkal is, melyek kezelését a gyakorlati oktatásban kell elsajátítani.

A tankönyv megjelenése online formában történik, ami számos előnnyel jár. Egyrészt a témához „ez illik”. Másrészt sokkal könnyebben el tud jutni a hallgatókhoz és az oktató kollégákhoz. Harmadrészt a témakör gyors fejlődése, átalakulása miatt a tankönyv frissítése, bővítése viszonylag hamar szükségessé válhat, ami ebben a formában jóval könnyebben megvalósítható.

Egy tankönyv mindig egy több szálon futó folyamat eredménye. Ebben szerepet kap az eddig megjelent szakirodalom áttekintése, a szerzők önálló kísérletezgetése. De rendkívül fontos a kollégákkal való folytonos eszme- és tapasztalatcsere, házon belül és házon kívül egyaránt. Végül, de nem utolsósorban, nagyon sokat lehet tanulni a hallgatóktól: részben az okosabbaktól, de nemcsak tőlük, hanem azoktól is, akiknek mindig elszáll a program, akik mindig olyan hibákat állítanak elő, hogy az oktátónak napokig kell törnie a fejét azon, hogy ennek a problémának vajon mi lehetett az oka. Mert ez is előrevisz. Köszönet tehát minden eddigi hallgatóknak, konferencia-szervező és résztvevő kollégának! És a továbbiakban reméljük, hogy az új hallgatók és a kollégák is szívesen és haszonnal forgatják („görgetik”) majd ezt a digitális terepmodellekről szóló tankönyvet,

a Szerzők

1. Digitális terepmodellek – gyakorlati és l'art pour l'art alkalmazások

Aki munkához lát, jól teszi, ha megvizsgálja előtte, hogy mi az értelme annak, amire készül. Ezért mi is összegyűjtöttünk jó néhány olyan kérdést, helyzetet (bár korántsem az összeset), melyekre a legjobb választ digitális terepmodellek segítségével kaphatjuk.

- Néhány évvel ezelőtt az akkori köztársasági elnök felmászott a mecseki Zengő tetejére. A hír értékét az adta, hogy ezt tiltakozásnak szánta, mivel az oda tervezett lokátor-állomás környezeti értékeket veszélyeztetett. De ha nem oda, akkor hová érdemes telepíteni egy ilyen radart? – A kérdés szakmai részére digitális terepmodell segítségével lehet válaszolni, mert ehhez kapcsolódnak olyan elemzési lehetőségek, amelyek megmutatják, hogy a földfelszín egy adott pontjáról mekkora részt lehet belátni. A kérdésnek egyébként értelemszerűen nem csak szakmai vetülete van...
- Az elmúlt években gyakorta öntött ki a Tisza a felső, kárpátaljai szakaszán. Vajon ezekből a vizekből mennyit lehetne megfogni és visszatartani a hegyvidék alkalmas völgyeiben felépíthető víztározókban? Továbbá számos nagy tiszai árvíz sújtotta az Alföldet is. Mennyit érhetnek ilyen helyzetben a síkvidéki vésztározók? – E kérdésekre a digitális terepmodelleken alapuló térfogatszámítással kaphatunk leggyorsabban választ.
- A légifotózás segítségével gyorsan szerezhethetünk információkat egy területről és pontos térképeket rajzolhatunk. Csakhogy a légifotók nem mentesek a torzulásoktól. Ezek egy része a perspektíva miatt jelentkezik, amit megfelelő számítással korrigálni lehet. A torzulások másik része azonban a domborzat miatt lép fel. Erre nincs szabály, ismerni kell a domborzatot! – Lehetőleg digitális terepmodell formájában.
- Azt a feladatot kaptuk, hogy mérjük föl egy erdő faállományát: milyen az egyes fafajok térbeli eloszlása, mekkora a jellemző méretük, törzsvastagságuk, stb. Persze lehet ezt úgy is elvégezni, mint Döbrögi uram tette a Lúdas Matyiban, ám ez meglehetősen munkaigényes eljárás. – Lézer-alapú, nagy terepi felbontású 3D-s modellekkel ugyanez a munka ma már lényegesen egyszerűbben elvégezhető.
- Magyarországon évente 100 millió m³ nagyságrendű talaj pusztul le. Ha ezeket számszerűsíteni, sőt modellezni szeretnénk – akkor az egyik bemenő adat mindenképpen a digitális terepmodell lesz.
- Egy működő vulkán valóban fantasztikus jelenség. De egy földtudós a kihunyt tűzhányóban is képes meglátni az eredetét – és nemcsak meglátni, de a digitális terepmodell segítségével hitelesen rekonstruálni is az egykori vulkánt. Sőt, lehetőség nyílik a lepusztulás időbeli szimulációjára is.
- „Teljesítménytúrát szervezek. Hogyan tudnám gyorsan kiszámítani a tervezett útvonal egyes részeire jutó szintkülönbséget?” – Hát, lehet kézzel is...
- „Tegnap éjszaka megint órákig szörföztem a GoogleEarth-en. Érdekes volt forgatni, körüljárni a hegyeket minden irányból!” Jó, ha tudjuk, hogy a GoogleEarth nemcsak űrfelvételek halmaza – hanem digitális terepmodell is. És még sok minden más...
- „A pilóta egy hegy felé vezeti a gépet. Most kell fölemelni az orrát! Nyomjaaaad!! ... Késő. Nekiment a falnak...” Milyen szerencse, hogy ez a valóságban csak ritkán történik meg. A szimulációkban viszont annál inkább előfordulhat. – Egy jó szimulátor pedig nem lehet meg digitális terepmodell nélkül.

Ez a tankönyv az alapokat nyújtja a fenti kérdések megválaszolásához. A tankönyv logikai szerkezete kismértékben eltér a digitális terepmodellezés elvi menetétől. Hiszen itt nincs „*tyúk vagy a tojás*” probléma, egyértelmű, hogy először adatra van szükség, majd ezt lehet ábrázolni és elemezni, miközben a fel-felbukkanó hibákat folyamatosan szemmel kell tartani. Azonban a kedvcsinálás szempontjából úgy éreztük jónak, hogy a rövid fogalmi áttekintés (2. *fejezet*) után először a megjelenítés lehetőségeit ismertetjük (3. *fejezet*), és csak ez után következik az adatok előállításának (4. *fejezet*) és hozzáférhetőségének (5. *fejezet*) bemutatása, majd az elemzési lehetőségek tömör áttekintése (6. *fejezet*). A feketeleves a végére marad: semmi sem tökéletes, ezért a hibák vizsgálatával (7. *fejezet*) zárul a könyv tartalmi része.

2. Mit értünk digitális terepmodell alatt?

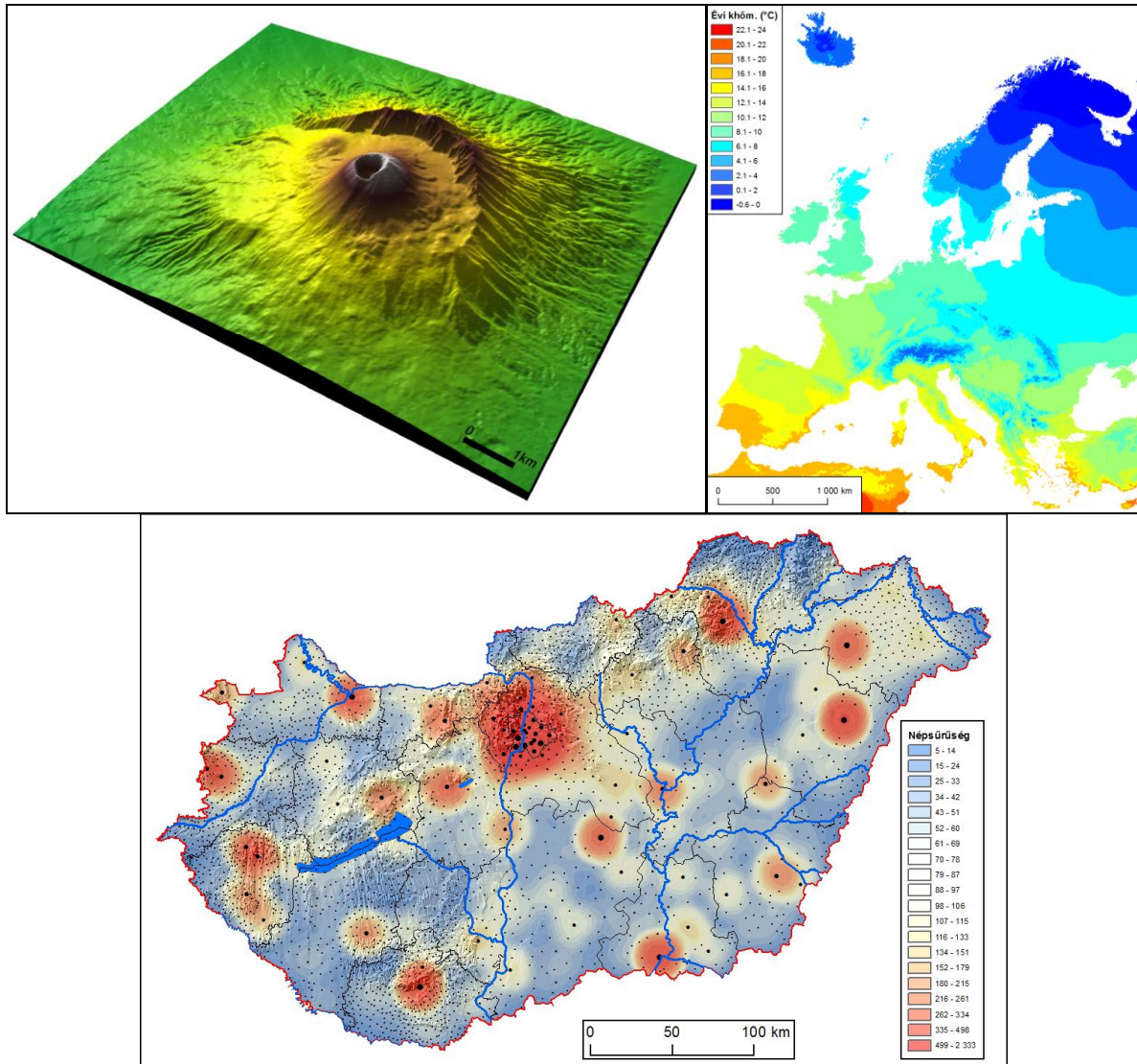
Sajnos, mindenki egy kicsit mást. Ebben a fejezetben különböző definíciókat adunk a digitális terepmodellekre és a rokon fogalmakra. Megvizsgáljuk a digitális terepmodellek felépítését és röviden áttekintjük a témakör – még nem túl öreg – „történelmét”.

2.1. Definíciók és értelmezések

A *digitális terepmodell* alapvetően egy olyan adatbázis, amely egy topográfiai felület bizonyos pontjainak X , Y , Z térbeli koordinátáit tartalmazza. Ez a felület lehet a földfelszín, ekkor beszélünk domborzatmodellről, de lehet egy mélyben húzódó geológiai réteg felszíne vagy éppen a talajvíz-tükör szintje is. Hasonló elveken nyugvó, *digitális felületmodell* készíthető szinte minden olyan paraméter alapján, amit a földrajzi tér egy adott pontján egy számmal tudunk jellemezni és kellő sűrűségben állnak rendelkezésre adatok, így említhetők többek között a meteorológiai tényezők (pl. hőmérséklet, nyomás), de akár társadalmi mutatók (pl. jövedelem, népsűrűség) is, bár megjegyezzük, hogy ez utóbbiaknál általában térben diszkrét (azaz pontokhoz rendelt) változókról van szó, amit tekintetbe kell venni az elemzéseknél (2.1. ábra). Összességében azonban leszögezhetjük, hogy a digitális terepmodellezés eszköztára tágabb értelemben is jól hasznosítható.

A napjainkban elterjedt programok és adatszerkezetek túlnyomórészt abból a megállapításból indulnak ki, hogy a topográfiai felületek többé-kevésbé folytonosak és nincsenek bennük áthajlások. Ezért a nagyon meredek, illetve „szakadással” rendelkező felszínek (egy közel függőleges sziklafal, egy folyómeder oldala, stb.) problémákat okoznak, de legalábbis pontosan nem jeleníthetők meg. Fokozottan igaz ez az áthajló, azaz a függőlegesnél is „meredekebb” felületekre, melyek kezelése általában nem megoldott a hagyományos domborzatmodellező rendszerekben, mivel többnyire nincs is rá szükség. Emiatt *2,5-dimenziós modellként* szokták jellemezni a digitális domborzatmodelleket. Ugyanakkor vannak olyan speciális igények is (pl. barlangok felmérése, tágabban pedig számos mérnöki vagy éppen játék-orientált feladat), amelyek valódi 3D-s felszínmodellező eljárások alkalmazását teszik szükségessé, ezek azonban nem szerepelnek ebben a könyvben.

További kérdéseket vet föl a földfelszín fogalmának pontos meghatározása. Mondhatjuk egyfelől, hogy a Föld szilárd kőzetburkának külső felszíne alkotja a domborzatot. A hagyományos topográfiai térképek ezt az értelmezést követik. Kivételt a vízzel borított felszínek (tengerek, tavak, folyók) jelentik, ahol a térképek többnyire a vízfelszín átlagos magasságát tükrözik, jóllehet az előző definíciónak megfelelő „valódi” domborzat ez esetben a vízfénék domborzatának feleltethető meg. Természetesen ez utóbbi is ábrázolható, hiszen napjainkban a víz alatti domborzatot is elég jól ismerjük a korszerű, szonáros mélységmérési technikáknak köszönhetően. A második fajta értelmezés szerint a felszín fogalmába beleértendő a felszínt borító természetes és mesterséges tereptárgyak, azaz a növényzet és az ember által épített objektumok (házak, hidak, utak, stb.) is. Ez utóbbi definícióra lehet szükség bizonyos alkalmazásoknál, mint például az erdészetben, ahol a famagasság mérése a cél, vagy éppen a lakott területek vizsgálatánál, ahol a beépítés magasságának meghatározása szükséges. Másrészt egyes adatnyerési eljárások (pl. a légifotó-kiértékelés, vagy a különféle radaros mérések) eleve olyanok, hogy azok alapján elsődlegesen a tereptárgyakat is magába foglaló felszín határozható meg (ld. 4. fejezet).



2.1. ábra: Példák különféle felszínek digitális ábrázolására.
a) Domborzat 3D-ben (Vezúv); b) hőmérséklet színfokozatos ábrázolással (Európa);
c) népsűrűség térbeli eloszlása (Magyarország)

Az előző bekezdésben bemutatott felszín-definíciók alapján rátérhetünk a digitális terepmodellek szakirodalomban alkalmazott rövidítéseire és megnevezéseire. Sajnos, ezen a téren roppant nagy a káosz, nem alakult ki egységes szóhasználat, sőt gyakran épp ellentétesen értelmezik az egyes kifejezéseket. Az ebben a könyvben követett értelmezéseket a 2.1. táblázat ismerteti, de a szélesebb körű tájékozódás érdekében közöljük az alternatív megközelítéseket is.

| Felszín értelmezése | Szilárd közetburok tereptárgyak nélkül | Szilárd közetburok + Tereptárgyak (növényzet, mesterséges építmények) |
|----------------------------|--|---|
| Modell elnevezése angolul | DTM = Digital Terrain Model | DSM = Digital Surface Model |
| Modell elnevezése magyarul | DTM = Digitális Terepmodell DDM = Digitális Domborzatmodell | DFM = Digitális Felszínmodell |
| Közös név angolul | DEM = Digital Elevation Model | |
| Közös név magyarul | DMM = Digitális Magasságmodell | |
| Elsődleges adatforrás | Térképek | Légi-, űrfelvételek, Radar |

2.1. táblázat: Digitális magasságmodellek két alaptípusa a felszín értelmezése alapján

A szakirodalomban talán legáltalánosabban használt angol kifejezés a *DEM (Digital Elevation Model)*, amit magyarra szó szerint *Digitális Magasságmodellnek* fordíthatunk (ennek magyar rövidítése a *DMM*, ám ez a szakirodalomban ritkán szerepel), gyakoribb fordítása azonban a *Digitális Domborzatmodell (DDM)*. Mivel a Digitális Magasságmodell a „legsemlegesebb” kifejezés, ezért ezt használhatjuk legáltalánosabban, beleértve akár a fent említett nem domborzati modelleket is. Megjegyzendő, hogy az angol DEM kifejezést sokan csak a GRID adatszerkezetű modellekre (ld. később) korlátozzák, illetve még szűkebben egy konkrét adatformátumra vonatkoztatják, amit az *Amerikai Egyesült Államok Geológiai Szolgálat (USGS)* hozott létre. A magyar DDM rövidítésen többnyire csak a tereptárgyak nélküli földfelszín digitális modelljét értik.

Viszonylag egyértelmű az angol *DSM (Digital Surface Model)* kifejezés, amely a tereptárgyakat is magába foglaló felszín digitális modelljét jelenti. Ennek magyar megfelelője a *DFM (Digitális Felszínmodell)*.

A legtöbb ellentmondást a *DTM (Digital Terrain Model)*, magyarul *Digitális Terepmodell* kifejezés okozza (ez egyébként a „legősibb” megnevezés is), mert van, aki ez alatt az összes felszínmodellt érti, van, aki a szűkebb, tereptárgyak nélküli felszínt és van, aki épp ellenkezőleg a tereptárgyakkal megrakott felszínt. Némi előnyt jelent, hogy a kifejezés angol és magyar rövidítése megegyezik.

A digitális terepmodellek alapján történő vizsgálatok, a későbbi fejezetekben is bemutatandó módszerek alkotják a *digitális terepelemzés (Digital Terrain Analysis)* eszköztárát.

Tekintettel a különféle értelmezésekre, leszögezhetjük, hogy ha valamilyen digitális magasságmodellt használunk, és az alkalmazás szempontjából nem mindegy, hogy melyik típusba tartozik, akkor érdemes az adatforrást számon tartani illetve publikálás esetén a használt definíciót megfogalmazni.

2.2. Digitális terepmodellek fajtái

A természetben előforduló topográfiai felszínek általában bonyolult, összetett formák, amelyek nem írhatók le egyszerű matematikai alakzatokkal és képletekkel. Így magát a folytonos felszínt, annak magasságát, nem ismerjük mindenhol, hanem csak a terepmodellben szereplő pontokban. Tehát statisztikai értelemben egy mintát veszünk a felszínből, és a kiválasztott pontok koordinátáit tároljuk a digitális terepmodellben. Aszerint, hogy a digitális terepmodellben tárolt adatokat technikailag hogyan kezeljük, két nagy csoportra oszthatjuk a modelleket (2.2. ábra):

- 1) *raszteres modellek*: ebbe a típusba a *GRID* adatformátumú modellek sorolhatók;
- 2) *vektoros modellek*: ebbe a típusba tartozik a *TIN*, a *Digitális Szintvonalmodell (DSZM)* és az ún. *pontfelhő* (ez utóbbi a *LiDAR* adatoknál fontos, ld. 4. fejezet).

Továbbá megemlítjük, hogy *hibrid modellek* is előfordulnak, melyekben egyes részek vektoros, más részek raszteres módon vannak megadva az adatbázisban. Az alábbiakban a GRID és a TIN modellt mutatjuk be részletesebben.

| Síkrajzi elrendezés | <div><div><p>GRID</p><p>CELLA-KÖZÉPPONTÚ</p><p>RÁCS-KÖZÉPPONTÚ</p></div><div><p>TIN</p><p>SZABÁLYTALAN HÁROMSZÖGHÁLÓ</p></div></div> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|-----|--------------------|--|--|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|---------|---|---|---|--------------------|---|--------|--------|-----|-----------|---|--------|--------|-----|------------|---|--------|--------|-----|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| 3D megjelenítés | <div><div><p>GRID</p><p>0 1 km</p></div><div><p>TIN</p><p>0 1 km</p></div></div> | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Adattárolás | <div><table><tr><th colspan="5">Z értékek a cella-középpontokban (rácspontokban)</th></tr><tr><td>135</td><td>142</td><td>145</td><td>147</td><td>...</td></tr><tr><td>136</td><td>145</td><td>151</td><td>148</td><td>...</td></tr><tr><td>132</td><td>145</td><td>146</td><td>144</td><td>...</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table></div> <div><table><tr><th>Pont Id</th><th>X</th><th>Y</th><th>Z</th><th>Szomszéd Pontok Id</th></tr><tr><td>1</td><td>405532</td><td>229348</td><td>148</td><td>2;5;13;17</td></tr><tr><td>2</td><td>405450</td><td>229364</td><td>144</td><td>1;4;8;9;12</td></tr><tr><td>3</td><td>405460</td><td>229362</td><td>137</td><td>3;7;11;12;15</td></tr><tr><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td><td>...</td></tr></table></div> | Z értékek a cella-középpontokban (rácspontokban) | | | | | 135 | 142 | 145 | 147 | ... | 136 | 145 | 151 | 148 | ... | 132 | 145 | 146 | 144 | ... | ... | ... | ... | ... | ... | Pont Id | X | Y | Z | Szomszéd Pontok Id | 1 | 405532 | 229348 | 148 | 2;5;13;17 | 2 | 405450 | 229364 | 144 | 1;4;8;9;12 | 3 | 405460 | 229362 | 137 | 3;7;11;12;15 | ... | ... | ... | ... | ... |
| Z értékek a cella-középpontokban (rácspontokban) | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 135 | 142 | 145 | 147 | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 136 | 145 | 151 | 148 | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 132 | 145 | 146 | 144 | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Pont Id | X | Y | Z | Szomszéd Pontok Id | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 1 | 405532 | 229348 | 148 | 2;5;13;17 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 405450 | 229364 | 144 | 1;4;8;9;12 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 405460 | 229362 | 137 | 3;7;11;12;15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ... | ... | ... | ... | ... | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

2.2. ábra: GRID és TIN típusú modellek

1) **GRID** (= *Rács*) típusú modellek: Ez a megközelítés a raszteres adatszerkezetnek felel meg. A területet egy szabályos ráccsal fedjük le, mely többnyire négyzetekből vagy téglalapokból áll. A felszín magasságát általában a négyzetek (téglalapok) középpontjában adjuk meg, ez a *cella-középpontú* (*cell-centered*) elrendezés. Ritkábban, de előfordul, hogy a magasságot a rácspontokban adjuk meg, ez utóbbi a *rács-középpontú* (*node-centered*) elrendezés. A kettő között vízszintes értelemben a ráctávolság felének megfelelő eltérés van, így téves értelmezésnél ekkora hibával kell számolni. A magasság meghatározásánál is eltérő megközelítések lehetségesek: a megadott érték jelentheti konkrétan az adott pont magasságát, de lehet az általa reprezentált cellányi terület átlagértéke is.

Az adattárolás a GRID típusú modellek esetében egyszerű mátrix formájában valósítható meg, amelyben a szomszéd elemek automatikusan meghatározhatók és így a különféle elemzések általában könnyen algoritmizálhatók. A szabályos elrendezés miatt a pontok x és y koordinátáit tulajdonképpen nem is szükséges megadni, mert elég, ha a rácsáló paraméterei (sarokkoordináták, ráctávolság) ismertek.

Két szomszédos rácsvonal távolságát *felbontásnak* (*resolution*) nevezzük. Téglalap-rács esetén az x és y irányú felbontás értéke különbözik. Jó felbontású a domborzatmodell, ha a ráctávolság kicsi. Mivel a méretarány fogalma önmagában nem értelmezhető a domborzatmodellek esetében, hiszen az ábrázolás mérete változó, ezért a domborzatmodell részletességét, vagyis a felszín reprezentáló adatpontok sűrűségét, legegyszerűbben ezzel a paraméterrel lehet kifejezni. Némi leegyszerűsítéssel mondhatjuk, hogy kontinentális

léptékben az 1 km-es, regionális léptékben a 100 m-es, helyi léptékben a 10 m-es, kisebb formák vizsgálatánál a m-es (vagy annál is kisebb) felbontás a célszerű. Mindenesetre egy adott feladatnál a használt felbontást a cél és a rendelkezésre álló adatforrás határozza meg. Az adatforráshoz képest többlet-információt nyilván nem kapunk, ha az eredeti felbontást kisebbre állítjuk, ám az ábrázolás minősége illetve az esetleges egyéb adatokkal való összehangolás indokolhatja a rácstávolság csökkentését. A felbontás gyengítését indokolhatja, ha nagy kiterjedésű területtel dolgozunk, mert ezáltal a memóriaigény és a futási sebesség is csökkenthető, ami még a hardverek mai fejlettsége mellett is szempont lehet.

A GRID-ek hátránya, hogy sok esetben fölös adattárolásra kényszerülünk a sík területeken, miközben az élénk domborzatú térszíneken a felbontás gátat szabhat az egyes formák pontos megjelenítésének, előfordulhat például, hogy a legmagasabb csúcs nincs reprezentálva, mert a rácshálóból „kiesik”. Ez a hiba természetesen csökkenthető a felbontás javításával, ám ennek az ára az adatbázis méretének gyors gyarapodása, hiszen könnyen belátható, hogy a felbontás négyzetével fordítottan arányos a digitális domborzatmodell memóriaigénye. Ezen kívül bizonyos vizsgálatoknál (pl. lefolyásirány meghatározásánál) a rácsháló tájolása befolyásolhatja a végeredményt.

Kitekintésül megemlíjtük, hogy a raszteres adatszerkezet elemi egységét *pixelnek* is nevezik (ez kifejezés a képfeldolgozás szókinséből származik), amelynek térbeli kiterjesztése a *voxel (volumetric pixel)*, ami a valódi 3D-s programok és térmodellek alapját jelenti.

2) *TIN (Triangulated Irregular Network = Szabálytalan Háromszögháló)* típusú modellek. A TIN modellben szereplő magassági pontok vízszintes elrendezése tetszőleges, nem igazodik semmiféle rácshoz. Ezeket a pontokat szakaszok kötik össze oly módon, hogy egy szabálytalan háromszögháló alakuljon ki (2.2. ábra).

A szabálytalan elrendezés miatt minden egyes pontnál külön tárolni kell az x és y koordinátákat is, továbbá a szomszédos pontok és kapcsolódó háromszögek azonosítóit is érdemes együtt tárolni az adott ponttal. Ennek ellenére a TIN-ek adatmérete rendszerint mégis kisebb, mert a fölös adattárolás a sík térszíneken elkerülhető azzal, hogy ott kevesebb pontot adunk meg. További előny, hogy a TIN rugalmasan igazítható a terephez: a változatosabb domborzatú térszíneken tetszőlegesen sűrűsíthető, illetve a terep fontos elemei (csúcs, gerincvonal, völgyvonal) közvetlenül beilleszthetők a háromszöghálóba.

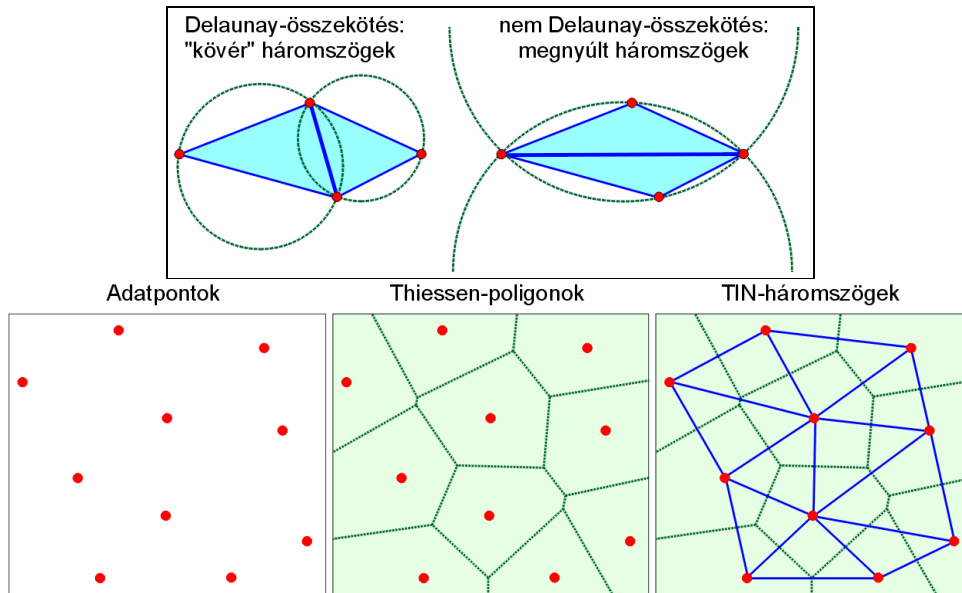
Hátránynak tekinthetjük ugyanakkor, hogy a számítások, elemzések kivitelezése (algoritmusok készítése) általában bonyolultabb. Már a háromszögháló elkészítése is viszonylag időigényes feladat. Továbbá a térinformatikai rendszerek jelentős része a TIN-háromszögeket általában síklapokként kezeli, ami a számításokban is torzulásokhoz vezethet, a megjelenítésben pedig erősen zavaró és valószerűtlen. Nehézséget okozhat az is, ha raszteres adatrétegekkel együtt kell használni.

A TIN-ek sűrűségét, vízszintes felbontását a szabálytalan elrendezés miatt nem lehet olyan egyszerűen, egy paraméterrel jellemezni, mint a GRID típusú modelleket a rácstávolsággal.

Egy szabálytalan ponthalmazt többféleképpen is össze lehet kötni szakaszokkal úgy, hogy háromszögháló alakuljon ki. A TIN-háromszögek belsejében lévő pontok tulajdonságait, így elsősorban a magasságot, a háromszög csúcspontjaiban megadott értékek alapján lehet meghatározni. Ezért nem kedvező, ha a háromszög túlságosan megnyúlt, mert akkor távoli pontok alapján számítjuk az értéket, helyette inkább a „kövér”, azaz szabályoshoz közeli háromszögek kialakítása az előnyös (2.3. ábra). Ezt matematikailag azzal a feltétellel tudjuk megfogalmazni, hogy olyan háromszögeket kell készíteni, amelyekben a háromszög csúcsain átmenő kör nem tartalmaz további TIN-pontot. Ennek a feltételnek az ún. *Delaunay-háromszögelés* felel meg, mely a következő lépésekből áll:

- A vizsgált terület minden pontját hozzárendeljük a legközelebb eső TIN-ponthoz. Így megkapjuk a *Thiessen poligonokat* (más néven *Voronoi-diagramot*).
- Két TIN-pontot akkor kötünk össze, ha Thiessen poligonjaiknak van közös éle.

Ezzel kész is van a Delaunay-háromszögháló. Sajnos, miközben a Delaunay-háromszögelés a kövér háromszögek kritériumának megfelel, addig a terepvonalakat nem tartja tiszteletben. Ezért külön eljárások segítségével kell biztosítani, hogy például a völgytalpat vagy a gerinceket ne vágják át a TIN-háromszögek.



2.3. ábra: Delaunay-háromszögelés. Fent) Kövér és megnyúlt háromszögek;
lent) Adatpontok → Thiessen poligonok → Delaunay háromszögek

2.3. A digitális magasságmodellek története

A domborzatelemzés matematikai módszereivel a földtudományok művelői mellett a 19. század és a 20. század első felének jelentős matematikai génuszai is foglalkoztak (pl. Gauss, Cayley, Saint-Venant), a fent említett Delaunay-háromszögelést pedig 1934-ben tette közzé a névadó tudós. Mindezek azonban pusztán elméleti játszadozásnak tűntek a számítógép 1950-es évekbeli színrelépéséig. Akkor azonban hamarosan megjelentek az első digitális domborzatmodellek is.

A feltehetőleg létező, ám titkos katonai alkalmazások mellett az első nyilvános próbálkozás az úttelevzéshez kapcsolódott, amit a híres *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) mérnökei, *Miller* és *Laflamme* mutattak be 1958-ban. Ők használták elsőként a *Digitális Terepmodell* (*Digital Terrain Model*) kifejezést, ami egy GRID típusú domborzatmodell volt, lényegében a fejezet elején bemutatott definíciónak megfelelően. Az első alkalmazások Magyarországon is az úttelevzéshez kapcsolódtak. Az 1960-as évek második felétől indult meg a nagyobb kiterjedésű, országos digitális domborzati adatbázisok fejlesztése, de ne felejtjük el, hogy ez még a lyukkártyás számítógépek időszaka! Hazánkban az első országos adatbázist, a 200 méteres felbontású DTM-200-at elsősorban a távközlési tervezés segítésére hozták létre az 1970-es évek második felében.

A 1970-es évek közepén, fölismerve a GRID típusú modellek hibáit, három amerikai kutatócsoport – *Peucker*, *Gold* illetve *Grayman* vezetésével – egymástól teljesen függetlenül (!) megalkotta a TIN koncepciót. A párhuzamos feltalálás magyarázata abban rejlik, hogy az egyes csoportok más-más domborzatmodell alkalmazásokkal foglalkoztak: az

első földrajzi-térképészeti, a második geológiai, a harmadik környezeti-mérnöki problémák megoldását keresve jutott hasonló megoldásra.

Az első, valóban *GIS* (*Geographic Information Systems*) szoftverek az 1980-as évek elején jelentek meg, de a digitális terepmodellek robbanásszerű elterjedését és széleskörű alkalmazását az 1990-es évekre tehetjük, amit a személyi számítógépek, a szoftverek és az elérhető adatbázisok gyors bővülésével magyarázhatunk.

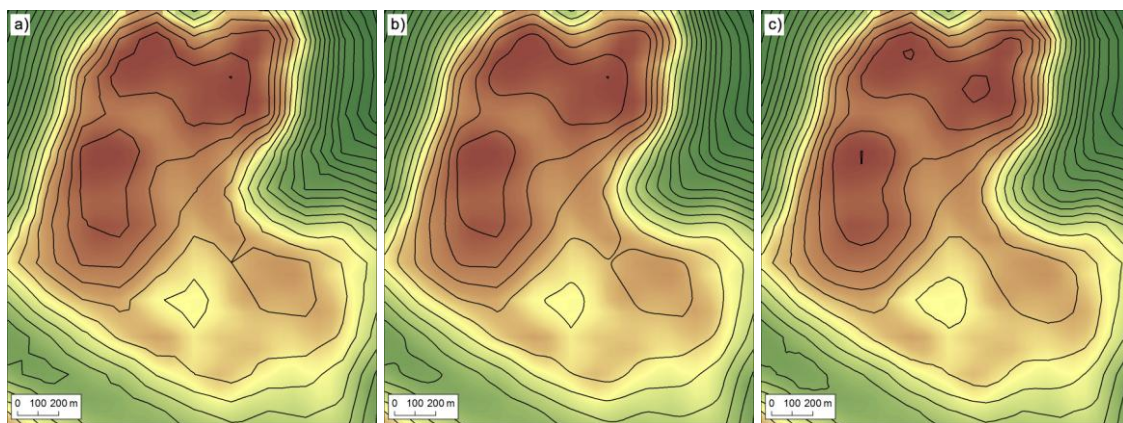
3. Megjelenítés

A megjelenítés (vizualizáció) a digitális terepmodellek egyik fő kimenete, gyakran elsődleges célja. Az eredmény lehet egy készülő térkép alapja, szolgálhatja a szemléltetést vagy éppen a terepmodellben előforduló hibák keresését (ez utóbbira a 7. fejezetben még visszatérünk). A megjelenítéshez a szoftverek mélyén húzódó algoritmusok ismerete felhasználói szinten általában nem szükséges, fontos viszont az alapelvek, a lehetőségek, az esetleges paraméterek jelentőségének megismerése és annak tisztázása, hogy mikor milyen fajta megjelenítést érdemes használni.

3.1. Szintvonalas ábrázolás

A szintvonalak (*contour lines*) a felszín azonos magasságú pontjait összekötő vonalak. A topográfiai térképek jellemzően ezeket használják a domborzat megjelenítésére. A szintvonalas térképek általában kevésbé látványosak, olvasásukhoz rutin szükséges és „hullámos” terepen (pl. karsztvidékeken, jégcsiszolta felszíneken) még a gyakorlott szem számára is okozhatnak nehézségeket. Ugyanakkor fontos előnyük az összes többi ábrázolásmódhoz képest, hogy többé-kevésbé jól leolvasható, számszerű értékeket szolgáltatnak a térkép nagy részére vonatkozóan. Emiatt várhatólag nem fognak teljesen eltűnni, bár jelentősen visszaszorultak a digitális domborzatmodellek térnyerése óta.

A szintvonalas térképek legfőbb paramétere a *szintvonalköz* (*contour interval*), vagyis két egymást követő szintvonal magasságkülönbsége. Ennek optimális értékét leginkább a terepviszonyok és a terület kiterjedése alapján határozhatjuk meg. Erősen tagolt felszín illetve nagy kiterjedés esetén a szintvonalközt érdemes nagyobbra állítani, mert különben a túl sűrűn elhelyezkedő szintvonalak olvashatatlaná tehetik a térképet. Éppen ezért a szintvonalakat általában csak nagy (esetleg közepes) méretarány mellett érdemes használni. A szintvonalközhöz képest másodlagos jelentőségű, de a megjelenítésben természetesen szintén fontos a többi szintvonal-paraméter (vastagság, szín, stílus, felirat, eséstüske) célnak megfelelő beállítása.



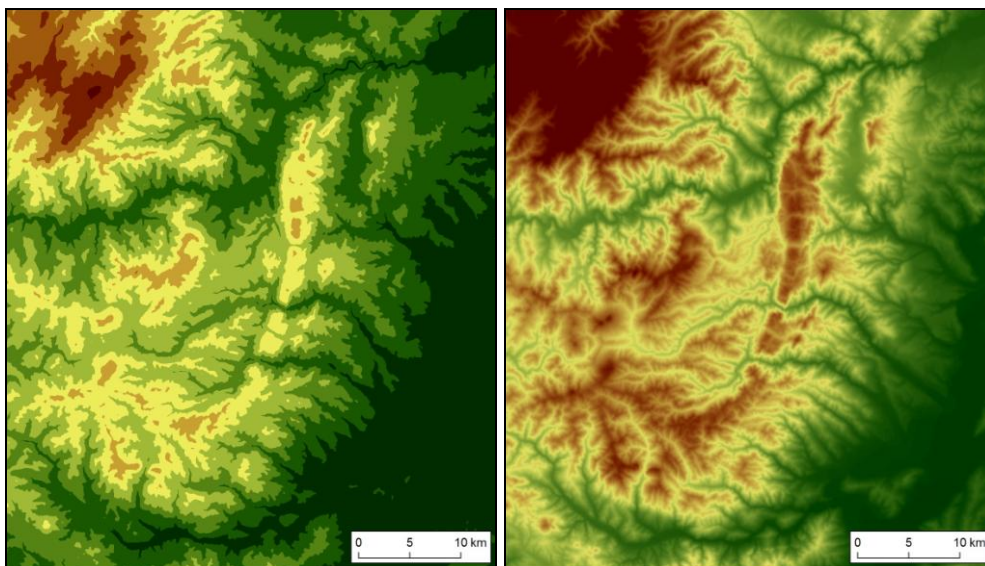
3.1. ábra: Szintvonalas térkép. a) simítás előtt (felbontás: 180m); b) vektoros simítás után; c) felbontás javítás után (felbontás: 60m)

A kartográfiai gyakorlatban a terepalakzatok könnyebb értelmezése és esztétikai szempontok miatt kialakult szokás a *szintvonalak simítása*. A digitális domborzatmodellek alapján készített szintvonalak első közelítésben gyakran kicsit szögletes lefutásúak (3.1. ábra), ami a simítást valóban indokoltá teheti. Erre tüneti kezelést nyújthat, hogy

számos szoftverben beépített lehetőségként szerepel a szintvonalak simítása, ezek hátránya azonban, hogy a simított szintvonalak esetleg egymást érinthetik, ami elvi hibát jelent. Kicsit munkaigényesebb megoldás, de általában jobb hatást érhetünk el, ha a domborzatmodell felbontását növeljük, illetve ha simító eljárásokat alkalmazunk magára a domborzatmodellre (ld. 6. fejezet).

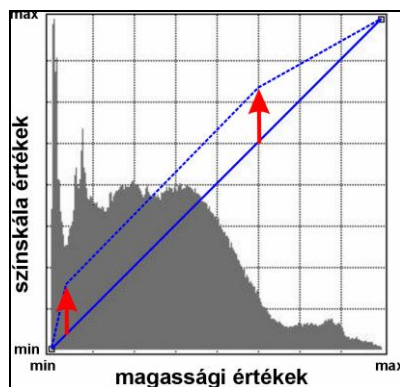
3.2. Színfokozatos megjelenítés

A *színfokozatos megjelenítés* (*hypsometric tinting*) alapelve, hogy a magassági értékekhez hozzárendelünk egy színskálát és az egyes pixeleket ennek megfelelően színezzük ki. Egyszerű és sokszor alkalmazott eljárás. Nem térhatású, de a domborzat fő mintázata általában ez alapján is kirajzolódik, ezért háttér-rétegnek jól használható. Lehet a színskálát osztályokra bontani, ez esetben egy adott pont magassága általában könnyebben beazonosítható, természetesen csak az osztályköznek megfelelő pontossággal, és lehet a színskálát folytonos színátmenettel alkalmazni, ami szebb képet, ám rendszerint nehezen leolvasható magassági értékeket eredményez (3.2. ábra). Az előbbi megoldás jellemzően a regionális illetve kontinentális térképek esetében fordul elő, illetve akkor, ha egyes kiválasztott magassági szinteket szeretnénk a domborzatmodellen beazonosítani.



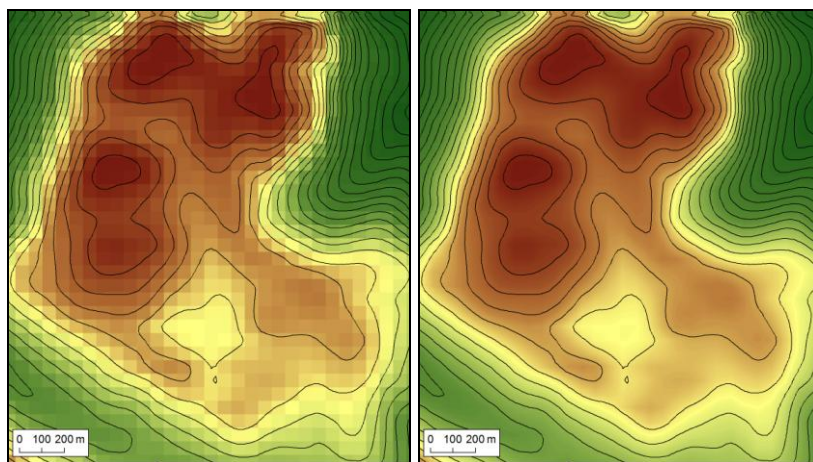
3.2. ábra: Színfokozatos megjelenítés (Torockói-hegység);
bal) osztályokba sorolással; jobb) folytonos átmenettel

Egyes szoftverek a színskála kényelmes szerkesztésével adnak lehetőséget a színfokozatos megjelenítés javítására. Más szoftverek ugyanakkor azt támogatják, hogy a magassági értékhez a színskálát hozzárendelő függvényt változtassuk meg. Ezzel a lehetőséggel érdemes élni, mert így lehet a domborzatban rejlő információkat igazán kiemelni. Ezt többnyire úgy célszerű beállítani, hogy a magassági hisztogramban kidomborodó, azaz a területből jelentős aránnyal részesedő értékekre nagyobb rész jusson a színskálából (3.3. ábra). Ha több különböző területről szeretnénk azonos jelkulccsal színfokozatos térképeket készíteni, akkor viszont – az egységesség érdekében – inkább a magassággal egyenesen arányos színezést érdemes alkalmazni az összes terület alapján számolt minimum és maximum értékeket figyelembe véve.

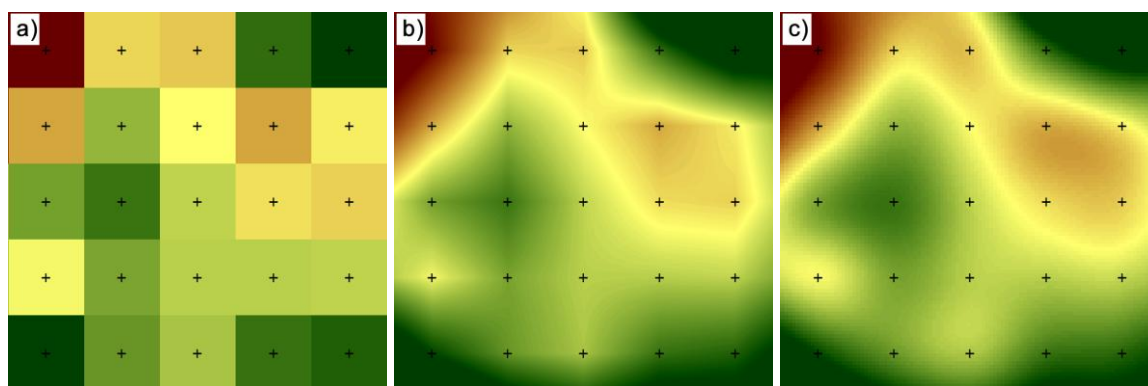


3.3. ábra: Hisztogram állítása. Az ábrán az látható, hogy a baloldali, keskeny csúcs (legalacsonyabb területekhez) tartozó szinttartományt hogyan kell kibővíteni illetve a jobboldali (legmagasabb), kis részarányú területekhez tartozó szinttartományt hogyan kell csökkenteni

A színfokozatos megjelenítésnek még egy „trükkje” van. Alaphelyzetben ugyanis, ha belenagyítunk a képbe, akkor a domborzatmodell pixelei egy idő után láthatóvá válnak és négyzetrácsossá teszik a képet (3.4. ábra). Ez azért következik be, mert a nagyítás után a domborzatmodell cellái már több képernyő-pixelt foglalnak magukba, és ha egy cella teljes területéhez az adott cella magassági értékét rendeljük hozzá, akkor ugyanazzal a színnel töltjük ki az összes képernyő-pixel, ami a cella területére esik („legközelebbi szomszéd” azaz *nearest neighbour* módszer). A megoldást ez esetben is a domborzatmodell finomítása, azaz a felbontás javítása jelenti, ám ezt általában nem kell külön elvégezni, hanem a szoftverek beépített módon, valós időben, az adott nagyításnak és a képernyő felbontásának megfelelően hajtják végre, miközben újraszámolják a magassági értékeket (és a szint) a domborzatmodell cella-középpontjai között és ezzel fokozatos átmenetet biztosítanak, ami a négyzetrács eltűnéséhez vezet (3.5. ábra). A köztes értékek újraszámolására több módszer ismert, leggyakoribb a *bilineáris interpoláció*, amikor a 4 szomszédos cella-középpont magasságadataiból a távolságok ismeretében lineáris eljárással határozzák meg a köztes értékeket. Több szomszédos pontot használ, számításigényesebb, de valamivel simább átmenetet biztosít a *kettős köbös (bicubic) interpoláció* (3.5. ábra). Domborzatmodelleknél általában a bilineáris interpoláció is megfelelő. Ezek a megjelenítésben alkalmazott interpolációk nemcsak a domborzatmodellezésben, hanem általánosságban a raszteres képek feldolgozásában (ábrázolásában) is alapvető szerepet játszanak.



3.4. ábra: Domborzatmodell színfokozatos ábrázolása
bal) pixeles kép nagyítás esetén; jobb) pixelek elsimítása bilineáris interpolációval

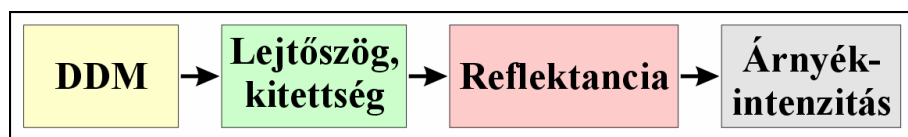


3.5. ábra: Pixelok közti átmenet különböző módszerekkel, azonos adatokból kiindulva.
a) legközelebbi szomszéd; b) bilineáris interpoláció; c) kettős köbös interpoláció

3.3. Árnyékolt domborzat

A domborzat árnyékolása (*shaded relief, hillshade*) a térképészetben régóta alkalmazott eljárás (hagyományos elnevezése a kartográfiában: *summerolás*). Alapvető célja, hogy a felszín domborzati formáit plastikusan, könnyen értelmezhetően mutassa be. Különösen alkalmas nagyobb kiterjedésű területek domborzatának jó érzékeltetésére, mert ilyen esetekben a 3D-s megoldások már többnyire nehezen áttekinthető képet eredményeznek. Míg a kézi eljárások rendkívül munkaigényesek és nagy szakértelmet, rajzkészséget kívánnak, addig a DTM-alapú számítógépes eljárások rutinszerűen, pillanatok alatt szolgáltatnak eredményt. Ez a térképészek szerint azonban nem egészen tökéletes, mert előfordul, hogy egyes formák nem jelennek meg elég markánsan, illetve más helyeken lehet túl részletező is az árnyékolt kép, továbbá esztétikai szempontból is javításra szorulhat. Ezért igényes térképészeti célok esetén az automatikus eljárással kapott árnyékolt domborzatot kézi (pontosabban *photoshopos*) eljárásokkal szokták tovább javítani, ezzel azonban itt nem foglalkozunk.

Az árnyékolt domborzat előállításának elve egyszerű. Alapvetően a fénysugár beesési szöge határozza meg a fényvisszaverés (*reflektancia*) mértékét, mely legnagyobb, ha a felszínre merőlegesen érkezik a fény. A beesési szöget tehát a fényforrás iránya valamint az adott pixel lejtőszöge és kitettsége határozza meg. Így az eljárás menete a következő: a DDM alapján a szoftver meghatározza a lejtőszöget és kitettséget, ezekből egy megadott képlet alapján kiszámítja az elméleti reflektanciát, majd ehhez hozzárendel egy szürkességi (intenzitás) értéket (3.6. ábra).

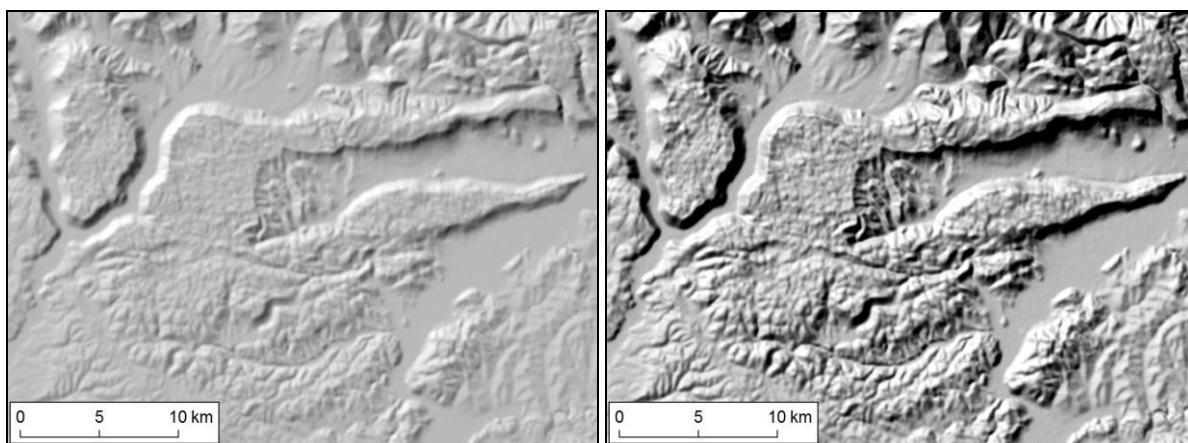


3.6. ábra: Domborzatárnyékolás elvi menete

Az árnyékoláshoz általában meg kell adni az elvi *fényforrás* („Nap”) *irányát* (azimut, magasság). Különös módon a „bal-fentről”, azaz ÉNy-i irányból, 45°-os szögből érkező fényforrás használata a legelterjedtebb, noha az északi félteke nagy részén a valóságban soha nem süt ebből az irányból a Nap. Ennek ellenére, ha már kialakult ez a használat, akkor ok nélkül nem érdemes eltérni ettől, mert a szem (pontosabban az agy) rendszerint beáll egy jellemző megvilágításra, és attól fogva gyorsabban, optikai csalódásoktól kevésbé zavarva ismeri fel az így készült képet. Okkal viszont mégis érdemes lehet eltérni e klasszikus

megvilágítási iránytól, mert az egyes domborzati formák csapásiránya erősen befolyásolja az árnyék intenzitását, így a különböző megvilágítások mellett más és más formák kapnak nagyobb hangsúlyt, vagy éppen válnak nehezen észrevehetővé. Nem nehéz rájönni, hogy a domborzati forma tengelyével párhuzamos megvilágítás „tünteti el” a formát, a tengelyre merőleges megvilágítás pedig markánsabban kihangsúlyozza. Természetesen a domborzati formák sokszor különböző csapásúak, ilyenkor próbálgatás útján érdemes megkeresni a számunkra leginkább megfelelőt. Az alacsonyabb magasságú fényforrás kissé plasztikusabbá teheti a domborzatot, ám egyes részek ezáltal túl sötétté válhatnak. Egyes szoftverek képesek többirányú megvilágítást is modellezni.

Fontos, állítható paraméter még a legtöbb esetben a *magassági torzítás*. A magassági torzítás növelése (a valós érték 2-3-szorosára) talán az egyik legjobb eszköz, ha az árnyékolás plaszticitását fokozni akarjuk (3.7. ábra).



3.7. ábra: Magassági torzítás hatása az árnyékolt domborzati képre (Gömör-Tornai-karszt).
bal) torzítás nélkül; jobb) 3-szoros magassági torzítással

Ezek mellett rendszerint állítható a megjelenítéshez használt színskála (általában: szürkeskála) kontrasztja, fényereje is. Amennyiben az árnyékolt domborzatot háttérként kívánjuk felhasználni más térképhez, úgy a kontraszt csökkentése, és a fényerő növelése jelentheti a megoldást.

Amennyiben nem pusztán a domborzat szemléltetése, hanem a valódi fény-árnyék viszonyok meghatározása a cél, úgy a magasabb domborzati formák vetett árnyékát is figyelembe kell venni, ám ennek alkalmazása kevésbé gyakori.

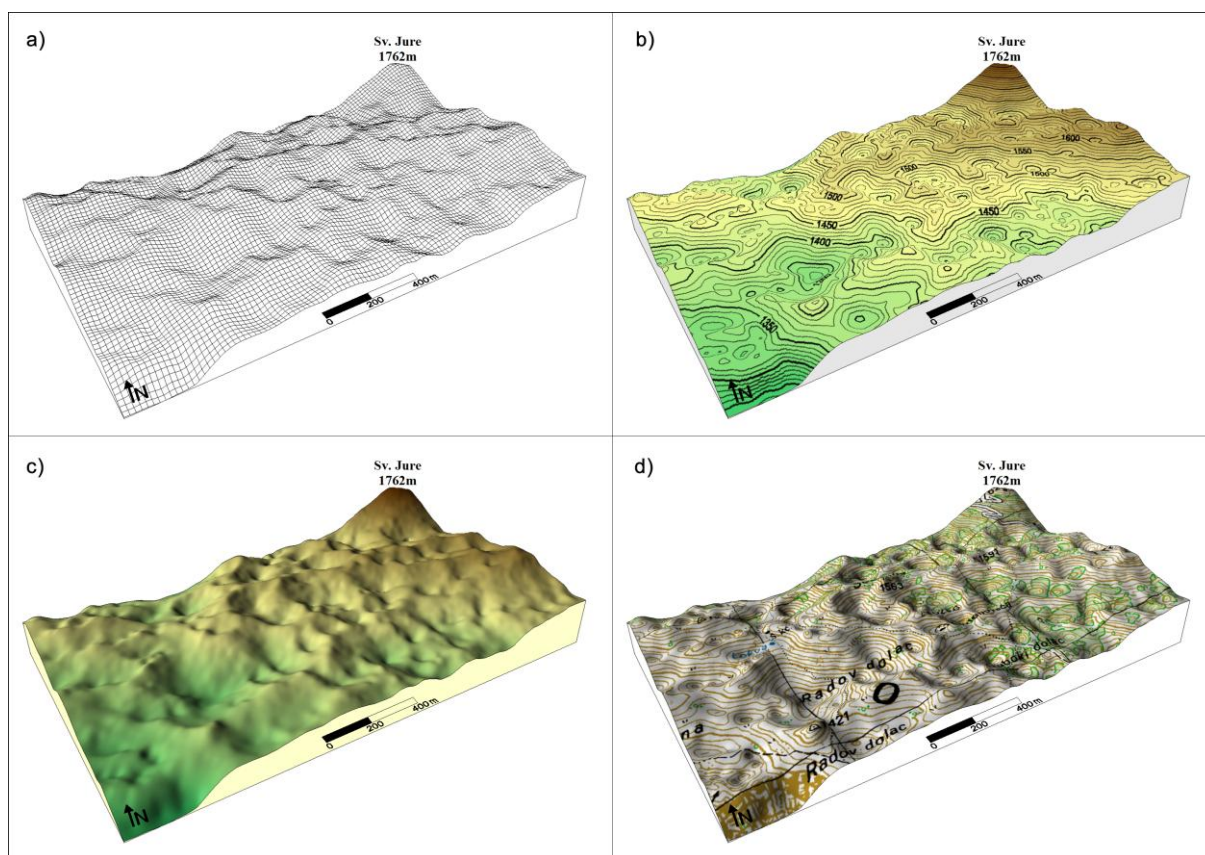
3.4. Térhatású megjelenítés

A felszín térhatású megjelenítése a síkban (monitoron vagy papíron) általában a felhasználó számára intuitíven könnyen értelmezhető képet eredményez. Ugyanakkor ezek a képek szorosan véve nem nevezhetők térképnek, mivel ez esetben nem alaprajzszerű a megjelenítés. A térhatású felszínábrázolások egyik jellemző formája a *tömbszelvények* készítése, ami függőleges síkokkal határolt madártávlati képet jelent. A DTM-ek megjelenése előtt a tömbszelvények készítése fejlett rajzkészséget igényelt, így elterjedésük korlátozott volt, ennek ellenére – például egy-egy földrajzi jelenség szemléltetésére – igen szép, hatásos tömbszelvényeket fedezhetünk föl már a korai szakirodalomban is. A számítógépek elterjedésével a 3D-s megjelenítések már könnyen elkészíthetővé váltak, ám kezdetben elég időigényesek voltak. A közelmúlt fejleménye, hogy a 3D-s ábrázolás már rutinszerűnek

tekinthető és a nézőpont változtatása valós időben megoldható. A hangsúly kezd az animáció felé eltolódni.

A részletek ismertetése előtt felhívjuk a figyelmet e megjelenítés korlátaira is. Szakmai/adat szempontból a legfontosabb hátrány, hogy a magassági adatok 3D-s megjelenítés esetén közvetlenül nem olvashatók le. Vizuális szempontból korlátozó tényező lehet, hogy nagy terület és változatos domborzat esetén a kép már nehezen áttekinthető, ilyenkor szerencsésebb valamilyen felülnézeti ábrázolást választani.

A térhatású megjelenítés történhet párhuzamos vetítéssel (*ortografikusan*), ami a domborzatot kissé torz módon mutatja egy valódi látképhez képest, ám a távolságokat pontosabban érzékelhetjük ez esetben. Valószínűbb képet kapunk, ha a *perspektívikus* ábrázolást választjuk, bár ezzel akár teljesen torz hatások is elérhetők. Hogy a térbeli megjelenítéshez milyen adatokat kell megadni, illetve interaktívan melyeket lehet állítani, az némiképp eltérő lehet: egyes szoftverek a koordináta-rendszer dőlésének (*tilt*) és forgatásának (*rotation*) változtatását teszik lehetővé, más programok viszont a felszínhez viszonyított nézőpont mozgatását támogatják.



3.8. ábra: Térhatású megjelenítési lehetőségek (Biokovo-hegység, Horvátország). a) drótváz; b) függőlegesen eltoltszintvonalak; c) színfokozatos és árnyékolt 3D-s kép; d) topográfiai térkép a DTM-re húzva

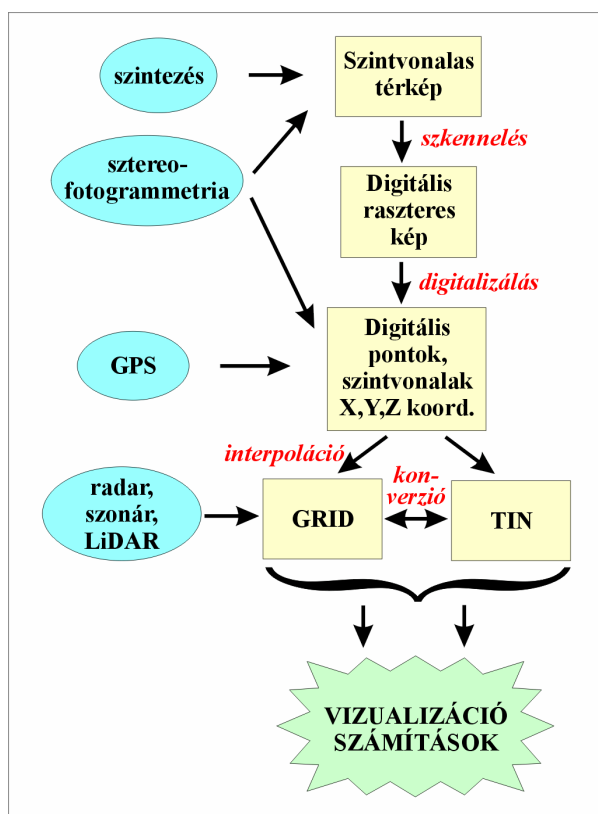
A felszín 3D-s megrajzolása történhet valamilyen *rácsháló* (vagy drótváz, angolul *wireframe*, 3.8a. ábra) megjelenítésével, ami leggyakrabban négyzetrács vagy téglalaprács, de lehet például TIN is. Megrajzolhatók a szintvonalak is a magasságuknak megfelelő eltolással (3.8b. ábra). Korszerűbb és szemléletesebb azonban a megjelenítés, ha a cellák ki vannak színezve. A színezés lehet a magasságnak megfelelő színfokozatos érték, esetleg az árnyékolást is figyelembe vevő intenzitással (3.8c. ábra). Még látványosabb az ábrázolás, ha a koordináták alapján „*ráhúzunk*” (*drape*, *overlay*) egy térképet a 3D-s modellre. Ez lehet

topográfiai térkép (3.8d. ábra), geológiai térkép, légifotó vagy bármilyen egyéb térkép az adott területről. A kép tartalmát tovább bővíthetjük 2 vagy 3 dimenziós vektoros elemek (pl. folyók, úthálózat, házak, stb.) megjelenítésével. Ilyenkor az egyes elemek jobb láthatósága érdekében szükséges lehet függőleges eltolást alkalmazni.

A 3D-s megjelenítések egyik legfőbb paramétere (a nézőpont mellett) a *magassági torzítás* (*vertical scale, exaggeration*). Alapelveként leszögezhető, hogy a valósághűség érdekében úgy érdemes beállítani ezt az értéket, hogy a Himalája ne vakondtúrásnak tűnjön, a morotvatóból pedig ne legyen Grand Canyon, de indokolt esetben, egyes formák kiemelése érdekében ettől el lehet térni. Ha a függőleges és vízszintes koordinátaegység megegyezik (pl. mindkettő méter), akkor a függőleges torzítás 1-re állításával valósághű képet nyerhetünk, ez azonban gyakran túl lapos, ezért általában javasolt ennél nagyobb arányszám beállítása. Gyakori hibaforrás, ezért külön említjük, hogy a vízszintes és függőleges egység jelentősen eltérhet például akkor, ha vízszintesen földrajzi koordinátákat használunk. Legjobb megoldás ez esetben az áttérés valamilyen vetületi rendszerre, de ha ez nem megoldható, akkor a magassági torzítás értékét szükséges extrém értékre állítani. Térhatású ábrázolás esetén a felszín bizonyos részei takarásba kerülnek. Bár egyes programok lehetőséget adnak ezen részek megjelenítésére is, ez általában zavarossá teszi a képet, ezért szinte mindig a kitakart részek elrejtését érdemes választani.

4. DTM készítése

A digitális magasságmodellek számos különböző típusú adatforrásból származhatnak, melyek felhasználva különböző lépéseken keresztül juthatunk el a kész modellig. Az elkészült digitális magasságmodellt, mely általában GRID vagy TIN formátumú, számos módon jeleníthetjük meg, illetve különböző eljárásokkal számításokra, levezetett térképek készítésére használhatjuk fel. E lépések egyszerűsített elvi menetét – hogy melyik adatforrás jellemzően mely ponton kapcsolódik be – mutatja a 4.1. ábra.



4.1. ábra: Egyszerűsített séma a nyers adattól a digitális magasságmodellig

4.1. A magasság meghatározásának módszerei

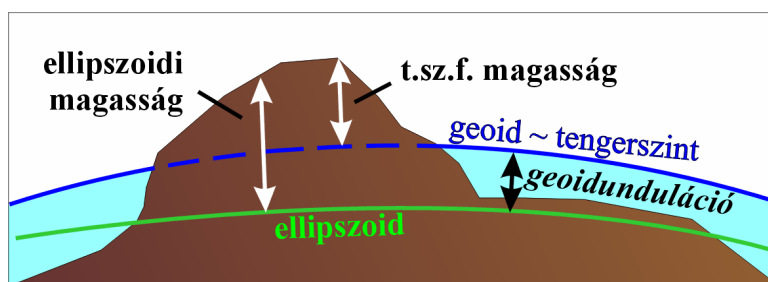
Mivel a digitális magasságmodellek alapvető eleme a magassági adat, ezért szükséges, hogy – legalább egy rövid áttekintés erejéig – némi fogalmunk legyen arról, hogy a magasság mit jelent, illetve hogy a magassági adatokat milyen módszerek segítségével mérik, mert többek között ez alapján lehet megítélni egy adatbázis pontosságát, megbízhatóságát, felhasználhatóságát egy adott feladatban.

4.1.1. Forgási ellipszoid, geoid

A magasságot valamilyen alaphelülethez viszonyítva lehet megadni, így elsőként az alaphelületet szükséges definiálni. Mivel a Föld alakja szabálytalan, ezért ezt nem lehet teljes pontossággal egy könnyen kezelhető matematikai képlettel leírni. De viszonylag jól közelíthető a Föld alakja egy *forgási ellipszoid*dal. A forgási ellipszoid meghatározásához szükség van mért adatokra, és annak meghatározására, hogy mit tekintünk jó közelítésnek,

vagyis hogy hol legyen legjobb az illeszkedés, és mi legyen a jó illeszkedés mérőszáma. Mivel ezek a szempontok a történelmi fejlődés során az egyes országokban eltérően érvényesültek, miközben a mérések pontossága fokozatosan javult, így történelmileg számos ellipszoidot határoztak meg (pl. NAD, Hayford, Kraszovszkij, stb.). Napjainkban legelterjedtebb a WGS84 ellipszoid, amely általánosan jó illeszkedésű és nemzetközileg elfogadott alapfelület.

A Föld geofizikai alakja a *geoid*, mely az átlagos tengerszintnek megfelelő szintfelület a nehézségi erőterben. Ez az ellipszoidhoz képest eltéréseket tartalmaz, ezt hívják *geoidundulációnak* (4.2. ábra). A geoidunduláció értéke +85 és -106 méter között változik. Valójában azonban maga az átlagos tengerszint sem követi pontosan a geoid alakját, aminek okai az óceáni áramlások, a hőmérséklet és légnyomás-különbségek, így a *tengerszint* „topográfijáról” is lehet beszélni, ám ennek nagyságrendje mindössze 2 méter. Magyarországon jól ismert tény, hogy a kommunista évtizedekben bevezetett balti tengerszint 0,675 méterrel van a korábban használt adriai tengerszint fölött.



4.2. ábra: Domborzat, geoid, átlagos tengerszint

4.1.2. Szintezés

Amikor *tengerszint feletti magasságról* beszélünk (4.2. ábra), akkor azt így is kell érteni, azaz az adott országban elfogadott tengerszinthez viszonyított magasságról van szó, ami a *geoidhoz viszonyított magasságtól* csak kevéssel (<1,2 m) tér el, ezért e kettőt gyakran megkülönböztetés nélkül használják. A tengerszint feletti magasságot klasszikusan *szintezési* eljárással határozzák meg, a tengertől induló alappont-hálózat segítségével, igen nagy pontossággal (a hiba <mm-es nagyságrendű).

4.1.3. Sztereo-fotogrammetria

Az emberi látás során a két szem által kissé eltérő szögből érzékelt képekből az agy képes előállítani a 3D-s képet. Ugyanígy a *sztereo-fotogrammetria* lényege is az, hogy egymást átfedő, de kissé eltérő helyzetből készült légifelvételek alapján levezethető legyen a 3D-s felszín. A sztereo-fotogrammetria elsődleges célja, hogy olyan térképszerű, azaz felülnézeti, méretarányos képek készüljenek, melyeken a mérési feladatok nagy pontossággal végrehajthatók. Az így keletkező végterméket *ortofotónak* nevezik. Ez több ok miatt is különbözik az eredeti fényképektől. Egyrészt az eredeti felvétel perspektivikus leképezéssel jön létre a repülőgépre szerelt fényképezőgépben, másrészt a domborzat illetve a tereptárgyak is módosítják egy adott pont elhelyezkedését az eredeti fényképen. A korrekció a kameraadatok, illetve az átfedő térképeken felismerhető, azonos terepi pontok párosítása alapján lehetséges. Eredetileg e folyamat köztes terméke volt, de később önmagában is fontossá vált a digitális magasságmodell létrehozása. A sztereo-fotogrammetria jóval hatékonyabb eljárás, mint a hagyományos geodéziai, domborzati felmérés, ezért a topográfiai térképek domborzati adatainak előállításában meghatározó ez az eljárás. A sztereo-

fotogrammetriával kapott domborzati adatok ugyanakkor össze vannak kapcsolva a jóval ritkább elhelyezkedésű, de nagy pontosságú, geodéziai módszerekkel bemért magassági pontokkal. Az eljárás hátránya lehet, hogy a növényzet hatását nehéz kiszűrni.

4.1.4. GPS

Napjainkban gyakori módszer a magasság meghatározására a *GPS*. Ennek alapját az Amerikai Egyesült Államok által működtetett 24 műhold képezi. A GPS-vevő a műholdakból érkező jelek futásideje alapján kiszámítja az egyes műholdaktól való távolságot és ez alapján 3D-s helymeghatározást végez. Ehhez elvileg minimum 3 látható műholdra volna szükség, de mivel az időt igen nagy pontossággal kell mérni, ami a GPS-vevőkészülékekben nem megoldható, ezért a 3D-s helymeghatározáshoz legalább még egy műholdra van szükség. A mérés pontosságát számos tényező befolyásolja: légköri viszonyok, látható műholdak száma, műszer pontossága, mérés ideje, referencia mérések figyelembevétele. Ha a közelben lévő, fix álláspontú GPS-készülék adatait használjuk fel korrekcióként, akkor beszélünk *differenciális GPS* mérésről. Általánosságban az a tapasztalat, hogy a kisebb, kézi műszerek horizontális pontossága 5-10 méteres, vertikálisan pedig gyakran még ennél is rosszabb. Ugyanakkor a geodéziai GPS-készülékek, különböző korrekciókat felhasználva ma már képesek cm-es pontosság elérésére. GPS mérésekkel rendszerint pontok vagy vonalak mentén határoznak meg adatokat.

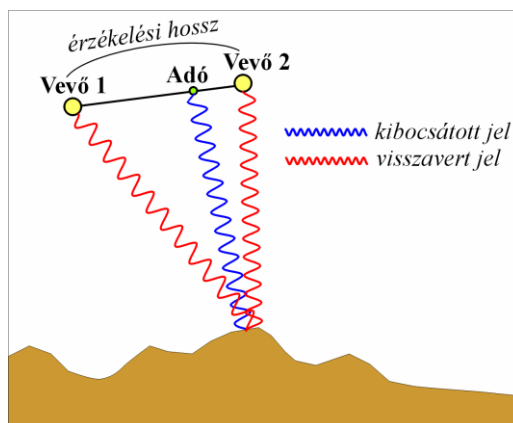
Fontos megjegyezni, hogy a GPS segítségével meghatározható magasság alapvetően *ellipszoidi magasság*, azaz a WGS84 forgási ellipszoidhoz viszonyított értékről van szó. Ez a „valódi”, térképen jelzett tengerszint feletti magasságtól a geoidundulációnak megfelelő értékkel térhet el, ami általában nem elhanyagolható, ezért a jobb műszerekbe korrekcióként előre betáplálják a geoid alakját. Így a tengerszint feletti magasság meghatározását csak a mérési pontosság korlátozza.

4.1.5. Radar, szonár, LiDAR

Digitális magassági adatokat nyerhetünk radarmérések segítségével is. A *radar* (**R**Adio **D**etection **A**nd **R**anging) aktív távérzékelési eszköz, mely rádióhullámokat bocsát ki és a felszínről visszavert jeleket érzékeli. A kibocsátott és a visszavert jel időkülönbsége alapján határozható meg a radar és a visszaverő felszín távolsága. A visszavert jel érzékelése, s így a mérés pontossága az érzékelő műszer hosszának növelésével javítható. A műszer mérete azonban nem növelhető korlátlanul, ezért azt a trükkös megoldást eszelték ki a mérnökök, hogy inkább mozgatják az érzékelőt. Így a jel időben ugyan eltolódik, ám ez megfelelő algoritmusokkal kezelhető, ugyanakkor az „érzékelési hossz” jelentősen növelhető (műholdról működtetett radar esetében például több kilométer is lehet). Ezt a módszert nevezik *szintetikus apertúrájú radarnak* (*SAR*).

Ha a felszín távolsága mellett annak domborzatát is szeretnénk pontosan meghatározni, akkor a sztereo-fotogrammetriához hasonlóan arra van szükség, hogy két, kismértékben eltérő szögből történjen az érzékelés, ezen az elven működik a *radar-interferometria* (*InSAR*, 4.3. ábra). Ez esetben nem közvetlenül a visszatérési időt határozza meg a radar, hanem a visszatérési időben található fáziskülönbségeket, azaz hogy a visszavert radarjel hullámai egymáshoz képest mekkora időbeli elcsúszást mutatnak a két, kismértékben eltérő elhelyezésű vevőben. A radarjel visszaverődését (irányát, erősségét) erősen befolyásolja a felszín jellege. Sima felszínnek (pl. hullámzásmentes víz, sima sziklafelszín) egy irányba tükrözik vissza a beérkező sugarat, míg tagolt felszínen (pl. hullámzó víz) erősebb a szóródás. Növényzet, tereptárgyak esetén a visszaverődés ezek tetejéről történik, így e módszer segítségével digitális felszínmodell készíthető. Torzulásokat okozhat, hogy az élénkebb domborzatú

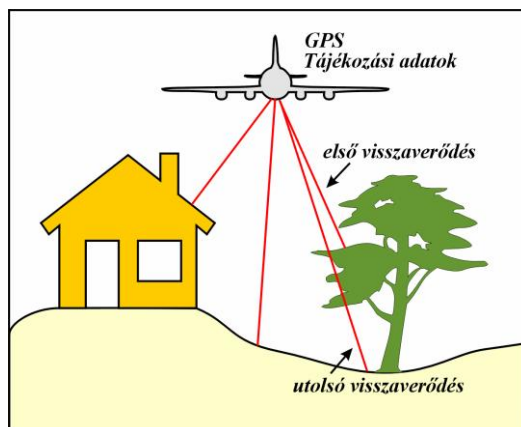
terepnél a radarsugárral szemközti oldal látszólag „összemegy”, míg az ellenkező oldal „széthúzódik”, továbbá a radarárnyékban lévő lejtőkről nem érkezik vissza információ. Műholdakról végzett InSAR mérések horizontális pontossága 30 m körül van, repülőgépre szerelt műszer esetén a pontosság természetesen jóval nagyobb lehet. A műholdra telepített mérések előnye, hogy egyszerre nagy területről kaphatunk adatokat.



4.3. ábra: Radar-interferometriai mérés alapelve. Vevő 1 és Vevő 2-ben a visszavert hullám eltérő fázisban van, ami alapján a visszaverődési ponttól számított távolságkülönbség meghatározható (a hullámhosszon belül).

A szonár (**SO**und **N**avigation **A**nd **R**anging) a radarhoz hasonló módon működik, a fő különbség, hogy ez hanghullámok kibocsátásával és érzékelésével jár. A vízzel borított területek domborzatának méréséhez, vagyis a batimetriához ezt a műszert szokták használni, segítségével igen nagy, centiméteresnél is jobb felbontás érhető el.

A felszín térképezésének egyik legpontosabb módszere a **LiDAR (Light Detection And Ranging, 4.4. ábra)**, amely a radartól annyiban különbözik, hogy itt lézervény (UV, látható vagy közeli infravörös hullámhosszú) kibocsátásáról és visszaverődéséről van szó. A lézervény rövid hullámhosszának köszönhetően rendkívül jó felbontásra képes. Magassági adatokat leggyakrabban repülőgépre telepített lézerszkennerek segítségével gyűjtenek, ezekkel hozzávetőlegesen centiméteres pontosság érhető el. A repülőgép pontos útvonalát, tér- és időkoordinátáit GPS segítségével rögzítik, ezek az adatok teszik lehetővé a mért adatok valós koordinátarendszerbe helyezését. A légi felmérés mellett léteznek földi lézerszkennerek is, amelyeket egy fix terepi pontra lehet kihelyezni, ahonnan a lézersugár végigpásztázza a felszínt. Az így nyert adatokat sziklafalak, barlangok, épületek nagypontosságú, valódi 3D-s felületmodelljének létrehozásához lehet felhasználni. A LiDAR adatok felhasználása szempontjából fontos megemlíteni, hogy a lézersugár a sűrű leképzés miatt részben az alsóbb ágakra, levelekre és a talajra is vetülhet, ezért a növényzettel borított területeken a visszaverődés alapján több szint is kijelölhető: a legelső visszaverődés adja a lombkorona tetőszintjét, az utolsó a szilárd, összefüggő felszín magasságát. Ezért a létrejövő digitális magasságmodell lehet felszínmodell, de terepmodell is. Természetesen ezt a növényzet jellege, sűrűsége, illetve az antropogén eredetű objektumok jelentős mértékben befolyásolják. Itt jegyezzük meg, hogy van olyan technika is, ahol az összes visszaérkező jel adatát felhasználják, bárhonnan verődött is vissza a lézersugár. Ez egy valóban *3D-s pontfelhőt* jelent, amelynek a kiértékelése már más módszereket igényel, de érdekes új eredményekkel szolgálhat. Összességében a LiDAR nagy pontosságú, nagy adatsűrűségű adatok előállítására alkalmas, de a pontfelhő kezelése már pusztán az adatállomány nagysága miatt is eltérő megközelítést igényel.



4.4. ábra: LiDAR módszer

4.2. Szintvonalas térkép digitalizálása

A magassági adatok gyűjtése egyre inkább az automatizálható, távérzékelési módszerek irányába tolódik el. Ugyanakkor a tömegesen rendelkezésre álló, szintvonalas térképi adatbázisok miatt fontos a *digitalizálás* folyamatának megismerése is.

Első lépés a térkép *szkennelése*. (Megjegyzendő, hogy az első szkennereket éppen a térképek digitalizálására hozták létre az 1960-as években.) Már e művelet során is jelentkezhetnek torzulások, amik az így nyert digitális térképek geodéziai pontosságát csökkentik. Kisebb, asztali szkennerek esetén e torzulások jelentősebbek, a nagyobb, professzionális szkennerek (dobszkennerek) azonban kielégítő pontosságot nyújtanak. Nem mindegy, hogy a szkennelés során előállított képet milyen formában tároljuk el. Nagy térképlapok esetében a file-méret jelentős lehet, ezért érdemes valamilyen tömörített formátumot választani, ami lehet veszteség nélküli (pl. TIF formátum LZW tömörítéssel), vagy veszteséggel járó (pl. JPG) tömörítés. Mivel a hagyományos térképek többségén nincs túl sok szín (<256), ezért sokat, a klasszikus RGB-színmodellhez képest körülbelül harmadakkora file-t nyerhetünk akkor, ha a korlátozott számú színhez alkalmazkodó színmódot választunk ki (ezek elnevezései – szoftvertől függően – *Pseudocolor*, *Paletted* vagy *Indexed Color*)

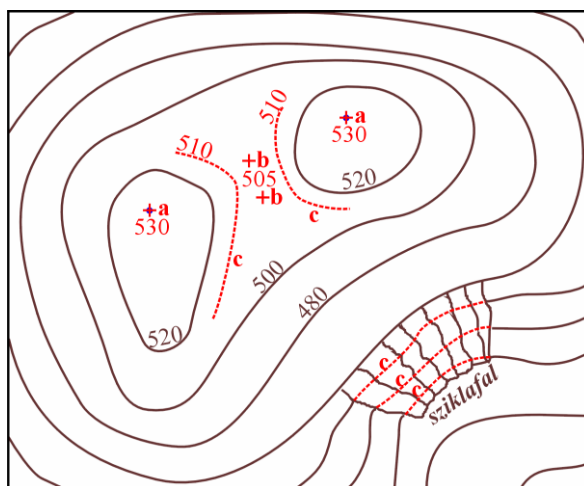
Ahhoz, hogy DTM-t tudjunk létrehozni, a szintvonalakat és a magassági pontokat vektoros formába kell átalakítani, ez az eljárás a *digitalizálás*. Sajnos ez teljes mértékben nem automatizálható, így jelentős élőmunka-igénnyel jár. Csak szintvonalakat tartalmazó térképi rétegek digitalizálása egyszerűbb, gyorsabb, szoftveresen erősebben támogatható, de a több adatot tartalmazó, összetett térképek (pl. topográfiai térképek) esetében az emberi agyra még mindig nagy szükség van. Korábban digitalizáló táblán végezték ezt a műveletet, ami egy külön periféria-egység volt, melyen rögzíteni lehetett a térképet és egy egérhez hasonló kurzort mozgatni felette. A mai hardver és szoftver adottságok mellett azonban egyértelműen a képernyőn digitalizálás az előnyösebb, elsősorban a nagyítási, javítási, alakfelismerési lehetőségek miatt. A vektorizálás folyamata erősen szoftverfüggő, ennek lépéseit itt nem ismertetjük, csupán a DTM kialakításához kapcsolódó elvi megfontolásokat.

A digitalizálás során elsősorban a szintvonalak, másodsorban a térképen jelölt magassági pontok vektorizálása és a hozzájuk tartozó magasságértékek megadása szükséges. Ahhoz, hogy az eredeti térképpel egyező információtartalmú legyen a térkép, elvileg az összes szintvonalat és megírt magassági pontot be kell digitalizálni. Valójában azonban a meredek részekén, ahol a szintvonalak teljesen párhuzamosan és egyenlő távolságokra futnak, ott lehetőség van a párhuzamosan futó szintvonalak szelektálására, elhagyására.

Ugyanakkor a DTM létrehozásához, az interpolációhoz (ld. következő alfejezet) szükség lehet bizonyos többlet-adatok bevitelére is (4.5. ábra). Ha az eredeti térképpel való egyezés fontos, akkor ezeket a segédvonalakat és segédpontokat esetleg megkülönböztető azonosítóval lehet ellátni, jelezvén, hogy az alaptérképen nem szerepelnek.

- A zárt szintvonalakkal határolt tetők illetve mélyedések szabad szemmel becsülhető lokális maximum- illetve minimum-helyét akkor is érdemes megjelölni, ha a térképen nem szerepelnek. Magassági értéként pedig a zárt szintvonal magasságához képest nagyjából a szintvonalköz felével megnövelt illetve csökkentett adatot lehet hozzárendelni ehhez a ponthoz.
- Hasznos lehet a nyeregpontok megjelölése is.
- Viszonylag ritka szintvonalak esetén intuitíven megrajzolt, köztes felező, vagy negyedelő szintvonalakkal segíthetjük az interpolációt.
- A térképen szimbólummal jelölt (kitakart) részeken (pl. meredek sziklafal; település) sok esetben szintén intuitíven kell megrajzolni/kiegészíteni a szintvonalakat.

Ezeket a segédvonalakat és segédpontokat némi rutinnal akár eleve rögzíthetjük a digitalizálás során, de számos esetben csak a DTM alapján generált szintvonalas térkép és az eredeti térkép összehasonlítása során derül ki, hogy hol van szükség ezekre a kiegészítésekre.



4.5. ábra: Többlet-adatok bevitele. a) tetőpont; b) nyeregpont; c) „intuitív” szintvonal (piros: meglévő szintvonalak alapján becsült magasságértékek)

A valóságghűség, vagy éppen a hidrológiai felhasználhatóság miatt esetenként fontos lehet további, nem közvetlenül szintvonalas adatok bevitele is. Ilyen kiegészítő adatot jelenthetnek például a domborzat főbb idomvonalai, melyeket a térkép, vagy más kiegészítő információ (pl. valóság, légifotó) alapján lehet rögzíteni. Ez lehet *gerincvonal*, *völgyvonal*, tereplépcső illetve a meredekség hirtelen megváltozása. A tereplépcső függvénytani értelemben *szakadásvonal*, ami azt jelenti, hogy két oldalán a magassági értékek „függetlenek” egymástól. A meredekség hirtelen változása függvénytani (de nem feltétlenül geológiai!) értelemben *törésvonal*, azaz itt a felszín nem szakad meg, csak megtörik, vagyis matematikai értelemben a kétoldali deriváltak eltérők.

Szükség lehet az állóvízzel borított területek (tavak) körvonalának megadására, és a tó teljes területére vonatkozó fix magasságérték rögzítésére. Ennél nehezebb feladat az adott méretarányban nem elhanyagolható szélességű vízfolyások kezelése, ezekhez ugyanis változó magasságértéket kell hozzárendelni a vízfolyás esésének megfelelően.

Még egy fontos szempont, amiről szót kell ejteni, hogy a digitalizált térkép méretaránya és a DTM felbontása között milyen kapcsolat van. A térképészek szerint egy papír térképen 0,5 mm pontosságú a vonalak, pontok elhelyezése. Ez alapján egy 1:10 000-es méretarányú

térképből 5 m elvi felbontású DTM készíthető (de általában számolni kell más hibaforrásokkal is).

4.3. Interpoláció

Ha egy függvény értéke ismert bizonyos pontokban, és a köztes helyeken szeretnénk meghatározni a függvény értékét, akkor beszélünk *interpolációról*. Például ha egy ország népességét ismerjük 10 évenként, a népszámlálások időpontjaiban, és mi egy köztes év népességszámát szeretnénk megbecsülni, akkor időbeli interpolációra van szükségünk. Vagy például ha megmérjük a hőmérséklet értékét egy adott időpontban Budapesten és Dabason, és szeretnénk tudni, hogy Gyálon hány fok lehetett ugyanebben az időpontban, akkor térbeli interpolációt kell végeznünk. Ha a függvény értékét egy olyan pontban kell meghatároznunk, amely a mért adattartományon kívül esik, akkor *extrapolációról* van szó. Értelemszerűen az extrapoláció általában nagyobb bizonytalansággal jár, bár ezt számos tényező (a pontok egymástól való távolsága, illetve az adott függvény jellege) befolyásolhatja.

A GRID típusú DTM-ek készítéséhez térbeli interpolációt kell végrehajtani, hogy a rács minden egyes pontjához hozzá tudjunk rendelni egy magassági értéket a meglévő adatok alapján. A DTM képét, pontosságát és a levezetett jellemzők (pl. lejtőszög) tulajdonságait jelentős mértékben befolyásolja az alkalmazott interpolációs módszer. E módszerek rendkívül nagy választékban állnak rendelkezésre, amelyek közül nem mindig könnyű kiválasztani, hogy az adott feladathoz melyik illik legjobban. Sajnos nincs „egyedül üdvöztető út”, ezért a választáshoz illetve a helyes alkalmazáshoz ismerni kell az egyes módszerek előnyeit és hátrányait. Vizsgáljuk meg, hogy milyen szempontokat kell figyelembe venni a döntéshez.

- 1) Az adatok térbeli elrendezése. Ez az elsődleges adatnyerés módjától függ. Ide tartozik az adatok *sűrűsége*, amely terepi adatfelvételezés esetén általában ritka, digitalizálásnál változó, távérzékelte adatoknál többnyire sűrű lefedettséget jelent. Az adatok *mintázata* lehet szabályos (távérzékelte adatoknál vagy szelvényekhez igazodó adatfelvétel esetén), lehet véletlenszerű (terep szabálytalanságai miatt) illetve valamilyen speciális elrendezéshez igazodó (tipikusan ilyenek például a digitalizált szintvonalak).
- 2) A mért adatok megőrzése. Ez alapján a módszerek két csoportra oszthatók. Az *egzakt interpolációk* a bevitt adatpontok esetében mindig megőrzik az eredeti magasságértéket. A *nem egzakt interpolációk* eredményeként a DTM magasságértéke a bevitt adatpontok helyén is kisebb-nagyobb mértékben eltérhet a bemenő adatok értékétől. Ez elsőre talán meglepően hangzik, de a következő szempont megmagyarázza a nem egzakt interpolációs módszerek létjogosultságát.
- 3) Az interpolált felszín „valószerűsége”, simasága. Gyakran van előzetes elképzelésünk arról, hogy egy felszín hogyan néz ki a valóságban. Ez bizonyos esetekben kevésbé egyértelmű, például egy földfelszín alatti réteg topográfiája, vagy egy csapadékesemény térbeli eloszlása esetén, de a domborzatról általában erősebbek az elképzeléseink. Bizonyos lépték fölött a felszínt „simának” (azaz nagyobb törésektől, hirtelen meredekségváltásoktól, kiugró pontoktól mentesnek) képzeljük, és ehhez az ideához igazodnak már régóta a kartográfusok szintvonalai is. A legtöbb módszer esetében a simaság növelhető egy plusz tényező beiktatásával, de ez általában föláldozza az interpoláció egzaktosságát. Ugyanakkor vannak módszerek, amelyek már eleve sima felszínt hoznak létre. A valósággal összevetve a simaság persze nem mindig helyes alapfeltevés, de majd látni fogjuk az egyes interpolációknál, hogy a „valószerűség” intuitív fogalma ettől függetlenül is sokat jelent az interpoláció megítélésénél. Ugyanakkor a valószerűség nem csak

intuitíven közelíthető meg, mert akadnak olyan módszerek, eljárások, amelyekkel statisztikailag tudjuk megragadni az interpoláció hibáját.

- 4) Az interpoláció technikai jellemzői. Itt megemlítendő a *gyorsaság*, ami sok adatpont esetén még a mai hardver adottságok mellett is szempont lehet. A gyorsan változó hardver miatt persze nehéz megmondani, hogy mennyi a „sok”, de jelenleg egy átlagos személyi számítógépen $\sim 10^5$ nagyságrendnél több adatpont esetén beszélhetünk erről. A sebesség mellett számíthat az interpoláció *egyszerűsége*, átláthatósága is, mert a bonyolult, nehezen érthető paraméterek beállítását sok felhasználó elutasítja.

Az interpolációk közös jellemzője, hogy általában arra a feltevésre épülnek, hogy **a térben egymáshoz közelebb lévő adatok értéke hasonlóbb egymáshoz, mint a térben távolabb fekvőké.** (Ez az ún. perzisztencia.) Ezt *Tobler* – némi fellengzősséggel – a *Geográfia első törvényének* nevezte.

Az interpolációkat több szempontból is lehet csoportosítani. *Determinisztikus* egy interpoláció, ha egyértelműen meghatározott matematikai függvények felhasználásával számítja ki a nem ismert pontokban a magasságot (pl. IDW, Radial Basis). *Sztochasztikus* egy módszer, ha az adatpontok statisztikai elemzését is figyelembe véve határozza meg a magasság kiszámításához használt függvényeket (pl. Krigelés). *Globális* egy interpolátor, ha az összes adatpont számít az ismeretlen magasságok kiszámításánál, és *lokális*, ha csak egy megadott környezetet vesz figyelembe a kiszámítandó pont körül. Ez a környezet megadható egy távolsággal (azaz például az adott ponthoz 500 m-nél közelebb lévő, ismert magasságú pontok számítsanak), vagy darabszámmal (azaz csak az adott ponthoz legközelebb lévő 1, 2, 3, ... n pont számítson). Globális és lokális között tulajdonképpen fokozatos az átmenet, mert a távol lévő pontok sokszor már oly kicsiny súllyal számítanak, hogy hatásuk elhanyagolható. A globális módszerek egy sajátos csoportját jelentik a *trendfelszínek*, amelyek tulajdonképpen nem is az eredeti felszín modellezésére valók, hanem a felszín nagyléptékű változásainak statisztikai elemzését segítik.

A továbbiakban a gyakrabban használt interpolációs eljárásokat mutatjuk be, nagyjából növekvő bonyolultság szerint. Az alábbi képletekben alkalmazott közös jelölések itt szerepelnek:

- $z(P)$ – mért magasságérték a felszín egy pontjában;
- $\hat{z}(P)$ – becsült magasságérték a felszín egy pontjában;
- P_i – egy adott pont, melynek vízszintes koordinátái: x_i, y_i ;
- w_i – súlytényező.

Sok interpoláció közös elve, hogy egyfajta súlyozott átlagot számít valahány szomszédos pont alapján. A különbség a súlyok elosztásában és a figyelembe vett pontok számában jelentkezik. Ez a súlyozott átlag matematikailag a következőképpen írható le:

$$\hat{z}(P) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot z(P_i), \text{ ahol } n \text{ a figyelembe vett pontok száma,} \quad (4.1. \text{ képlet})$$

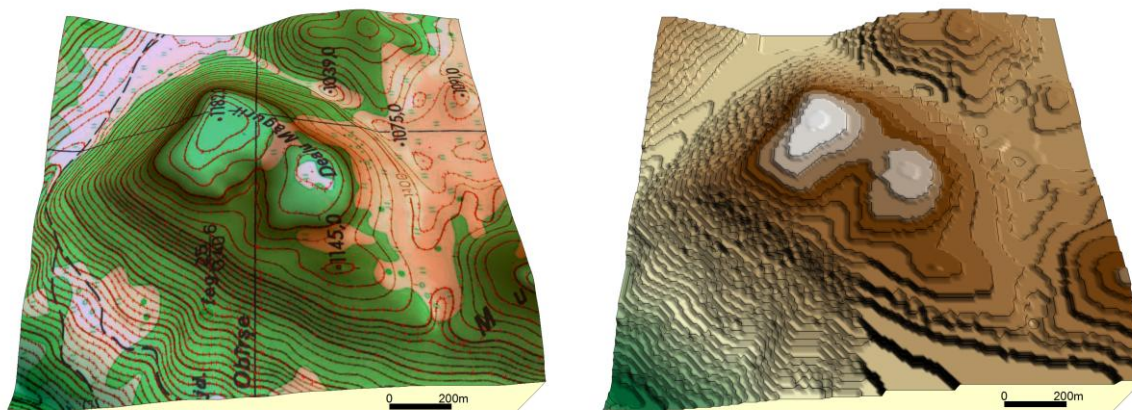
és további feltétel, hogy a súlyok összege egyenlő 1-gyel.

Az első négy itt tárgyalt módszer (*legközelebbi szomszéd*; *természetes szomszéd*; *TIN-alapú lineáris*; *IDW*) közös jellemzője, hogy a számított magasságértékek soha nem lehetnek a figyelembe vett magasságértékek maximumánál nagyobbak, illetve minimumánál kisebbek. Ezért zárt szintvonalak esetén, amelyeken belül már nincs több szintvonal, a közrefogott

terület teljesen lapos lesz. Ezen a hibán köztes magassági pontok hozzáadásával lehet segíteni (ld. 4.2. fejezet).

4.3.1. Legközelebbi szomszéd (Nearest Neighbour)

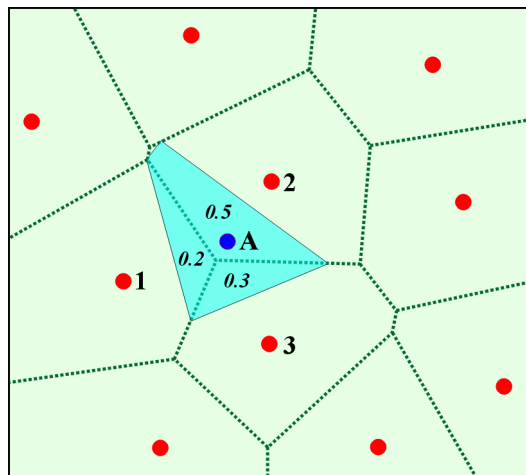
Ez a legegyszerűbb módszer, mely egy rácspont magasságának kiszámításához mindösszesen 1 pontot vesz figyelembe, ennek megfelelően gyors is. Minden ismeretlen magasságú ponthoz a hozzá legközelebb eső, ismert adatpont magasságát rendeli. Ennek az az eredménye, hogy az ismert adatpontok köré rajzolható Thiessen-poligonokon belül a magasság értéke mindenhol azonos, ám két eltérő magasságú adatpont poligonjainak határán hirtelen változás figyelhető meg. Így egy szabálytalan poligonokból álló, térbeli „lépcső” formáját ölti a DDM, ami a valószerűség vizsgáján csúfosan megbukik (4.6. ábra). Egyetlen jellemző alkalmazása, hogy ha az adatok eleve a létrehozni kívánt GRID-del azonos elrendezésben (szabályos rács mentén, a céllal egyező felbontásban) vannak megadva, akkor ezzel az eljárással gyorsan előállítható a megfelelő GRID formátum. Megjegyzendő, hogy régebben, a klasszikus hidrológiai gyakorlatban például ezzel az eljárással számolták a mérőállomások adatai alapján a csapadék térbeli eloszlását.



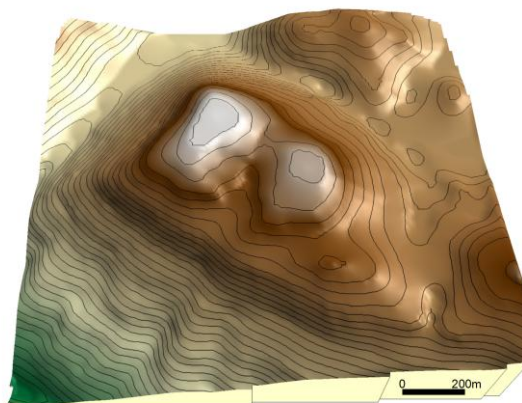
4.6. ábra: Legközelebbi szomszéd interpoláció eredménye. Baloldalt az alaptérkép (a fejezet későbbi ábráinak is ez az alaptérképe; kis piros kereszttek: bedigitalizált pontok; részlet a Torockói-hegységből), jobboldalt az interpoláció eredménye. Az ábra jobb-alsó részén megfigyelhető ritkás lépcsőt az okozza, hogy ezen a részen csak a fő szintvonalak lettek bedigitalizálva

4.3.2. Természetes szomszéd (Natural Neighbour)

Ezen eljárás során először a mért adatpontok Thiessen-poligonhálóját kell meghatározni. Ezután meg kell vizsgálni, hogy a meghatározandó adatpont hozzáadásával hogyan módosulnak a poligonok (4.7. ábra). Az interpoláció során az összes szomszédos poligon adatpontjának értéke számít, és a hozzájuk tartozó súlytényezők arányosak azzal a területtel, amit az ismeretlen adatponthoz tartozó poligon kihasít a szomszédok „kertjéből”. Ez az eljárás enyhén szögletes, de nagy vonalakban reális felszínt hoz létre (4.8. ábra). Fő előnye egyszerűsége és gyorsasága, ezért elsősorban nagy adatmennyiség esetén érdemes fontolóra venni használatát.



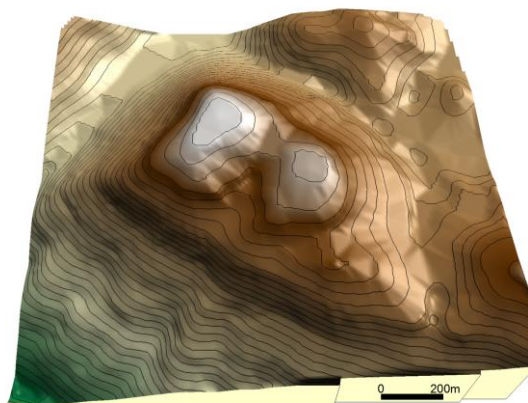
4.7. ábra: Természetes szomszéd interpoláció súlytényezőinek meghatározása.
A pont Thiessen-poligonja az 1., 2. és 3. poligonokból hasít ki egy-egy részt. E részterületek aránya: 0,2:0,5:0,3, ezért $z(A)=0,2 \cdot z(1)+0,5 \cdot z(2)+0,3 \cdot z(3)$



4.8. ábra: Természetes szomszéd interpolációval kapott felszín. A kép alsó részén a határvonal többszöri megtörését az okozza, hogy a legszélső adatok így helyezkednek el, és a természetes szomszéd módszer nem tud a bevitt adatok konvex burkán kívülre extrapolálni

4.3.3. TIN-alapú lineáris interpoláció

Ez a módszer az ismert magasságú pontokra TIN-hálót készít (vagy átveszi egy már létező TIN-modellből). A meghatározandó GRID pontok magasságát pedig az adott pontot tartalmazó háromszög három csúcsának magassága alapján határozza meg lineáris eljárással, azaz síklapnak feltételezve a háromszöget. A módszer fő hátránya tulajdonképpen ennek a lineáris számításnak köszönhető, mert az így generált domborzatmodell nagyon szögletes, háromszöglapokból álló képet mutat (4.9. ábra). Ez statisztikai értelemben nem feltétlenül rossz közelítés, de látvány szempontjából messze áll a valószerűségtől. Továbbá a levezetett tulajdonságokat (lejtőszög, görbület, stb.) is többnyire negatívan befolyásolja ez a háromszöglapos jelleg. Elvileg lehetőség volna a háromszög pontjai közötti felszín valamilyen magasabbrendű függvénnyel való meghatározására oly módon, hogy a felszínt görbült formák és a háromszög éleinél sima átmenetek jellemezzék. Sajnos azonban a térinformatikai szoftverekben ez a megoldás nem jellemző.



4.9. ábra: TIN alapú lineáris interpolációval készült DTM. A kép alsó részén a határvonal többszöri megtörését az okozza, hogy a legszélső adatok így helyezkednek el, és a TIN alapú lineáris módszer nem tud a bevitt adatok térbeli tartományán kívülre extrapolálni

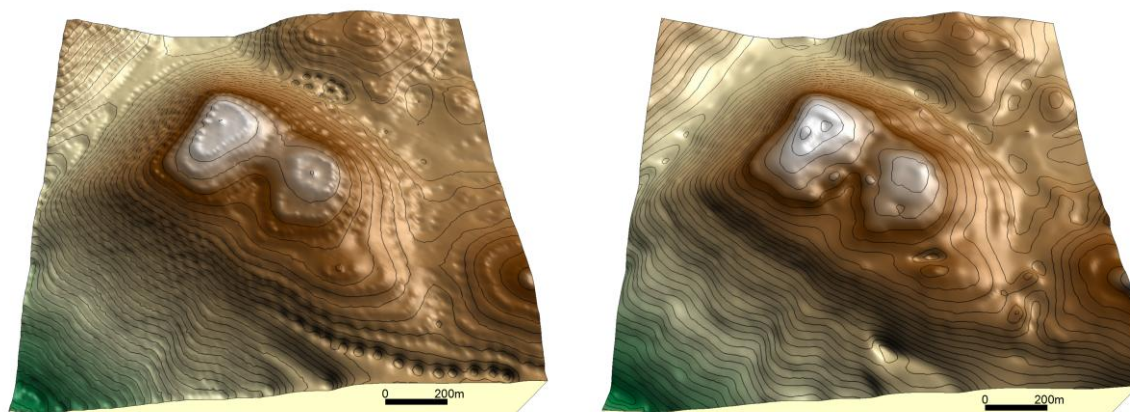
4.3.4. Távolsággal fordítottan arányos súlyozás (IDW, Inverse Distance Weighting, Shepard's Method)

A fent említett Tobler-törvénynek tulajdonképpen ez a módszer az egyik legkézenfekvőbb adaptációja. Lényege, hogy az ismert adatpontokhoz rendelt súlytényező a kiszámítandó ponttól való távolsággal fordítottan arányos, azaz egy pont minél messzebb van a vizsgált helytől, annál kevésbé számít a magasságértéke. A 4.2. képletben szereplő súlytényezők tehát az alábbi módon adhatók meg:

$$w_i = \frac{d_i^{-r}}{\sum_{j=1}^n d_j^{-r}} \quad (4.2. \text{ képlet})$$

ahol d_i a mért P_i pont és a meghatározandó pont távolsága (euklideszi értelemben);
 r a távolsággal való súlycsökkenés mértékét meghatározó szám ($r > 1$).

Minél nagyobb r értéke, annál gyorsabban csökkennek a súlyok a meghatározandó ponttól távolabb. Leggyakrabban $r=2$ körüli értéket szoktak megadni. A módszer fő hibája, hogy a súlyok gyors csökkenése miatt a bevitt adatpontok szűk környezetét csak az adott pontban mért érték határozza meg, míg ettől távolodva gyors kiátlagolódás figyelhető meg. Ennek eredményeként a mért adatpontoknál kiugró csúcsok illetve tölcsérszerű gödrök jelentkeznek, ami szintvonalas térképeken koncentrikus körök formájában figyelhető meg. Ezt nevezik egyesek „bikaszem” (Bull's Eye) vagy mások „kacsatojás” effektusnak (4.10. ábra). Emiatt a módszer eredeti formájában nem igazán alkalmas DTM generálására.



4.10. ábra. Baloldalt: „bikaszem” hatás az IDW módszerrel készült DTM-en (főleg az árnyékolás mutatja, ill. a kép jobb-alsó részén látszó körök); jobbra: ugyanez a terület a módosított módszerrel készült DTM alapján

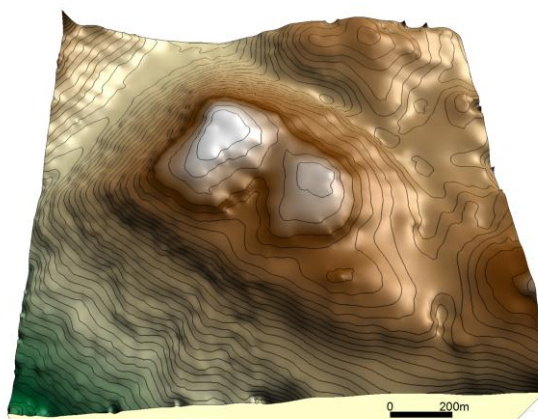
A hiba kiküszöbölésére többféle módosítást is bevezettek:

- A kiszámítandó pont környezetében a legkisebb-négyzetek módszerével létrehozunk először egy görbülő (kvadratikus) trendfelszínt, majd az interpolációs képletben az eredeti magasságok helyett a trendfelszín értékeit használják, ami térben egyenletes mintavételt tesz lehetővé.
- A távolság helyett a maximális távolsághoz viszonyított arányszámot használnak.

Ezek a módosítások nagyrészt valóban kiküszöbölik a „bikaszem” hatást és sokkal valósághűbb modellt hoznak létre (4.10. ábra), miközben a gyorsaság és egyszerűség előnyeit is megőrzik.

4.3.5. Spline

A *spline* angol szó eredetileg a műszaki rajzolók által – még a számítógépes korszak beköszönte előtt – használt rugalmas vonalzót jelentette. Ennek lényege az volt, hogy néhány ponton rögzíteni lehetett az eszközt, mely e pontok között sima, azaz törésmentes görbe vonalazást tett lehetővé. Az interpolációban alkalmazott spline függvények ugyanezt tudják. Ha bizonyos pontokban adott egy függvény értéke, akkor a spline ezeket az értékeket megőrzi, és egy sima futású függvényt illeszt rájuk. A spline függvény több darabból van összeállítva úgy, hogy a darabok határait a megadott pontok határozzák meg, amiből már adódik az, hogy szakadásmentes lesz a függvény. Az egyes darabok könnyen kezelhető polinomfüggvényekből állnak (leggyakrabban harmadfokúakból), melyek úgy vannak meghatározva, hogy az átmenetekenél, azaz a megadott pontoknál ne csak szakadásmentes, hanem sima is legyen a függvény. Ez a feltétel matematikailag úgy fogalmazható meg, hogy a derivált értékének is meg kell egyeznie ezekben a pontokban. Továbbá egy felszín annál simább, minél kisebb a görbülete, azaz a második deriváltja. Ezt az elvárást tekinti fő szempontnak a *görbület-minimalizáló spline* (*Minimum curvature*) vagy másképpen *vékonylemez spline* (*Thin plate spline*). Ez utóbbi név onnét ered, hogy egy vékony, hajlékony lemez is ennek megfelelő formát vesz fel, ha az adott pontokban rögzítjük. De a „minimum görbület” csak egy fajtája ennek a népes módszercsaládnak, mert a simasági feltételek és a polinomok fokszáma sokféleképpen variálható, ami mind különböző spline típusokhoz vezet.



4.11. ábra: Vékonylemez spline interpolációval kapott felszín. Figyeljük meg a kép szélein néhol jelentkező kiugró értékeket (pl. bal-felső sarok – pozitív kiugrás; bal-alsó rész – három negatív „műtermék”)

A spline interpolációk fő előnye a fentiek értelmében a simaság (4.11. ábra). Létezik egzakt és nem egzakt típusuk is. Végrehajtásuk általában gyors. Hibájuk, hogy ritka adatsűrűség esetén olykor előfordulhatnak „műtermékek”, azaz torz, kiugró értékek. A spline-ok képesek az eredeti magasságértékek adattartományán kívüli értékeket is előállítani, így nem feltétlenül szükséges zárt szintvonalak esetén kiegészítő adatok bevitele.

4.3.6. Sugár alapú függvények (Radial Basis Functions)

Sugár alapú egy függvény, ha egy adott középponttól mért távolság határozza meg az értékét. Az ilyen sugár alapú függvény szimmetrikus a középpontra nézve. Legegyszerűbb ilyen függvény 2D-ben az abszolútérték függvény, melynek alakja egy V betűvel írható le, ezt 3D-ben megforgatva egy kúpot kapunk. A gyakorlatban valamilyen görbülő, sima és a távolsággal monoton növekvő függvényt szoktak használni. Az ilyen sugár alapú függvények általános alakja:

$$z = \varphi(d) \quad (4.3. \text{ képlet})$$

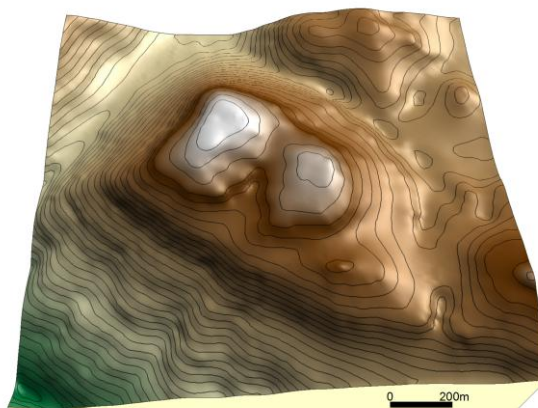
ahol z a magasság;
 d a középponttól mért távolság.

A sugár alapú függvények segítségével történő interpolációnál minden mért adatponthoz tartozik egy sugár alapú függvény, melynek középpontja az adott pont. A felszín ezen sugárfüggvények súlyozott összegeként áll elő az alábbi formában:

$$\hat{z}(P) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \cdot \varphi_i(d_{P,P_i}) \quad (4.4. \text{ képlet})$$

ahol $\hat{z}(P)$ a meghatározandó pont magassága;
 λ_i az i . függvényhez tartozó együttható;
 φ_i az i . mért adatponthoz tartozó sugár alapú függvény;
 d_{P,P_i} a meghatározandó P pont és a mért P_i pont távolsága.

A megadott magasságértékek alapján a fenti egyenletben az együtthatók meghatározhatók. A módszer szabadsága elsősorban a sugár alapú függvény típusának megválasztásában áll, melyhez leginkább a *multikvadrikus* formulát szokták ajánlani. Összességében a sugár alapú függvények módszere talán az egyik legjobb interpoláció, mert valósághű, sima felszín visszaadására képes, miközben az egzaktságot is megőrzi (4.12. ábra). Hátránya ugyanakkor, hogy „túllövésekre” képes, azaz bizonyos esetekben igen szélsőséges, akár a valóságtól nagyságrendekkel eltérő magassági értékeket is előállíthat. Bár a mögöttes háttér matematikailag nem egyszerű, a módszer alkalmazásához nem szükséges bonyolult paramétereket beállítani. Ugyanakkor számítási időigénye viszonylag jelentős, ami sok pontból álló adatbázisok esetén jelenthet problémát.



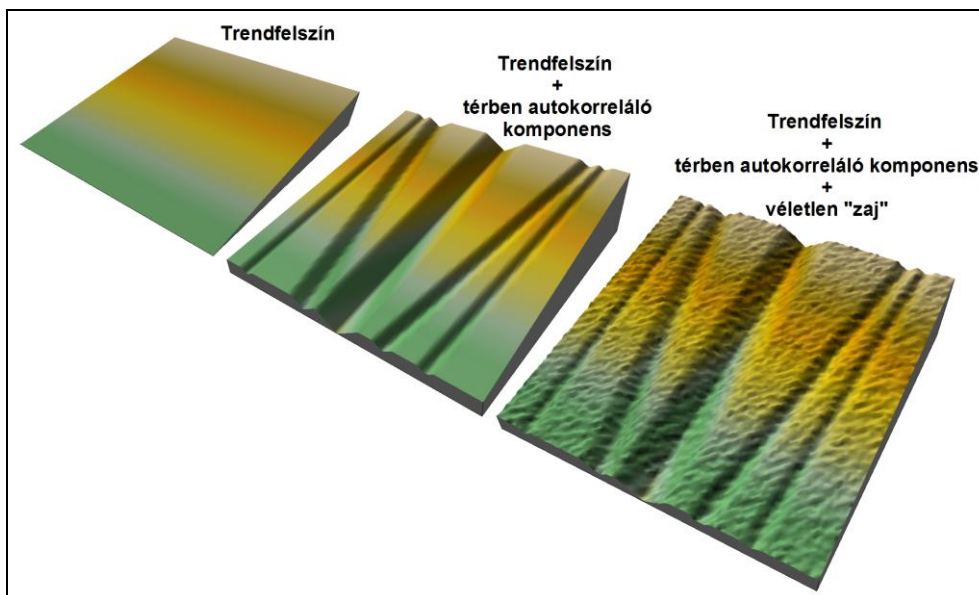
4.12. ábra: Sugár alapú függvények módszerével kapott felszín

4.3.7. Krigelés

Az eddig ismertetett eljárások közös jellemzője, hogy a mért adatok struktúráját lényegében nem veszik figyelembe, és az interpoláció paramétereit ezektől függetlenül kell beállítani. D. G. Krige dél-afrikai bányamérnök volt az első, aki azt mondta, hogy először próbáljuk meg az alapadatokban rejtőző információt megismerni, és ennek függvényében határozzuk meg az interpoláció paramétereit. Nem volt véletlen, hogy pont egy bányamérnöktől jött ez a gondolat, ugyanis míg a domborzat – elvben – jól látható, és ezért erős elképzelésünk van arról, hogy a felszínnek hogyan kell kinéznie, addig a geológiai tulajdonságoknak (pl. egy kőzet aranytartalmának) a térbeli eloszlása közvetlenül nem érzékelhető, csak a mérési pontokban van róla adatunk. Ezért ilyen esetekben sokkal kézenfekvőbb az a felfogás, hogy egy nem mért pontban *valószínűségi változónak* tekintsük a vizsgált tulajdonságot. A térbeli interpoláció ez esetben tehát a meglévő adatok statisztikai vizsgálatával kezdődik, és erre épül maga az interpolációs számítás. Ezért nevezik a krigelést és a hozzá kapcsolódó elemzési eljárásokat összefoglalóan *geostatistikának*. Maga a krigelés szó egyébként az említett bányamérnök nevéből származik, rajta kívül pedig a francia geomatematikos, G. Matheron tekinthető e módszerek atyjának.

A geostatistikai felfogás szerint a felszín három komponensből áll össze. Az első komponens egy trendfelszín, ami a terep nagy léptékű változásainak feleltethető meg. A második komponens egy térben önmagával korreláló változó (*spatial autocorrelation*), amely véletlenszerű ugyan, de amelyre érvényes Tobler törvénye (azaz a közeli pontok értéke közelebb áll egymáshoz). A harmadik komponens pedig egy véletlen zaj, amelynek értékei teljesen függetlenek egymástól (4.13. ábra). Ezt terepi példán úgy képzelhetjük el, hogy egy hegylábi lejtős térszín esetén az első komponens a domborzat általános lejtését leíró sík felszín, a második komponens a felszínt tagoló völgyek, hátak alakját ragadja meg, végül a

harmadik komponens a teljesen szabálytalan, esetleges kisformák – pl. egy kiálló szikla vagy egy bombatölcsér – okozta eltérésekhez köthető. Ennek alapján az első komponenst egy igen erősen kisimított, viszonylag egyszerű, képlettel megadható (azaz determinisztikus) függvénnyel lehet leírni. A második komponensre a regressziószámítás módszereivel statisztikailag lehet ráilleszteni egy függvényt. Végül a harmadik komponenst normál eloszlású, 0 várható értékű hibának tekinthetjük.



4.13. ábra: Felszín komponensei a geostatistika szerint

- A krigelés első lépése a *trend* (vagy más szóval *drift*) *leválasztása* (*detrend*). Ha nem látszik egyértelműen ilyen trend, akkor ezt a lépést el szokták hagyni, és a felszín átlagmagasságának megfelelő vízszintes síknak tekintik az első komponenst.
- Második lépés a térben autokorreláló komponens meghatározása. Ezt nevezik (*szemi*)*variogram* számításnak. Ennek alapelve a következő: megvizsgáljuk, hogy milyen mértékben nő az egyes pontok magasságkülönbsége, ha egymástól egyre távolabb eső pontpárokat vizsgálunk. Tehát tulajdonképpen Tobler törvényét számszerűsítjük a megadott pontokra vonatkozóan.

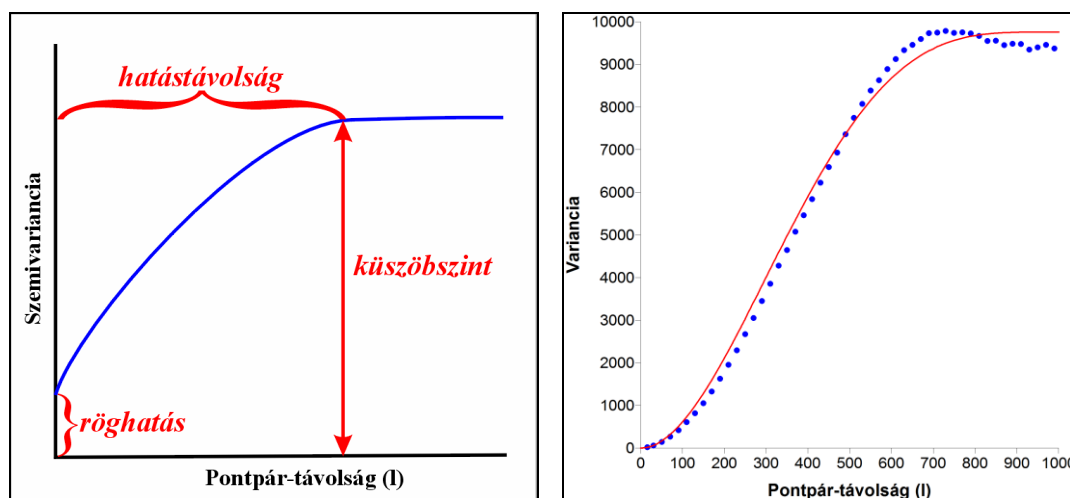
Az adatpontokat párokba soroljuk. A pár pontjainak egymás közti távolsága legyen l (angolul *lag*), a pontpár által meghatározott irány α , a pontpár magasságkülönbsége Δz . Ha n az adatpontok száma, akkor $n \cdot (n-1)/2$ darab pontpár keletkezik. Gondoljunk bele, hogy ez már kevés adatpont esetén is igen nagy szám lehet, 1000 adatpont esetén például 500.000 pontpár lesz. Ezért a gyakorlatban a pontpárokat kategóriákba soroljuk az egymás közti távolságuk (l) illetve a pontpár által meghatározott irány (α) alapján. Ezután kiszámoljuk, hogy mennyi az egyes távolságkategóriákba eső pontpárok magasságkülönbségének (Δz) átlaga. Természetesen előfordulhatnak egymástól viszonylag távol eső pontok is, amelyeknek a magassága véletlenül megegyezik, de az átlagos magasságkülönbség nyilván nagyobb lesz az egymástól távol eső pontpárok esetében. A könnyebb matematikai kezelhetőség miatt ténylegesen nem a magasságkülönbséget, hanem annak négyzetét kell figyelembe venni, és ennek átlagát számolni, melynek neve *variancia* (*szórásnégyzet*).

A gyakorlatban ezt sokszor megfelezik, így kapjuk a pontpár-távolságtól függő *szemivarianciát* (γ):

$$\gamma(l) = \frac{1}{2k} \sum_{i=1}^k (z(P_{i,1}) - z(P_{i,2}))^2 \quad (4.5. \text{ képlet})$$

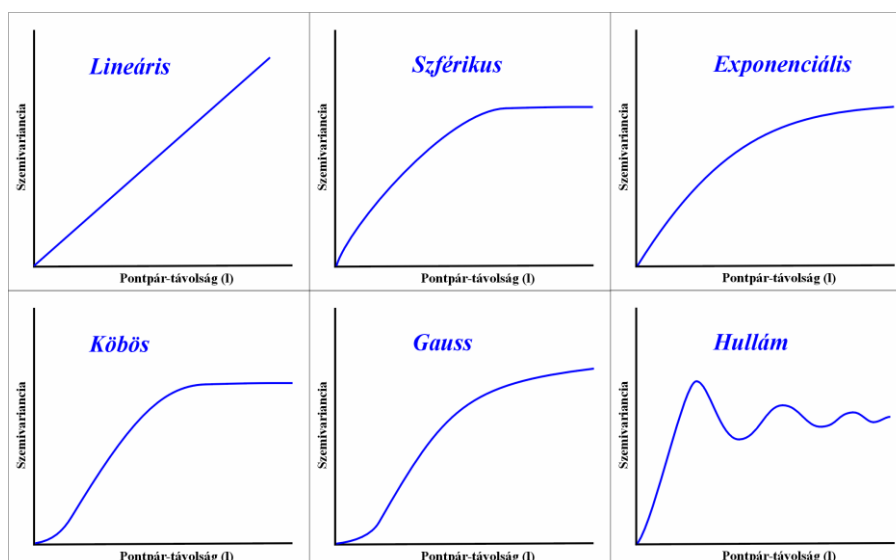
ahol l a $P_{i,1}$, $P_{i,2}$ pontpár távolsága,
 k az adott távolságkategóriába eső pontpárok száma.

Ha a pontpár-távolság (l) függvényében ábrázoljuk a szemivarianciát (γ), akkor kapjuk meg a *szemivariogramot* (4.14. ábra). Erről tudjuk leolvasni, hogy milyen módon érvényesül Tobler törvénye a megadott adatokra vonatkozóan. „Normális” esetben egy darabig nő a szemivariancia, ami megfelel annak, hogy a távolabb eső pontok magassága átlagosan nagyobb eltérést mutat. Egy bizonyos távolság után azonban a növekedés leáll, mert már oly messze vannak egymástól a pontok, hogy a magasságkülönbségük gyakorlatilag véletlennek tekinthető. Ezt a távolságot nevezik *hatástávolságnak*, az elért szemivariancia értéket pedig *küszöbszintnek*. Ha a térbeli változó nagy hibával jellemezhető, azaz a harmadik komponens szórása nagy, akkor a szemivariancia nem nulláról indul, hanem egy pozitív értékről, ezt nevezik *röghatásnak*. Ha a pontpárvektorok irányát is figyelembe vesszük, akkor külön szemivariogram készíthető iránykategóriák szerint. Ennek segítségével az adatok *anizotrópiáját*, azaz a különböző irányok szerinti eltérő struktúráját tanulmányozhatjuk.



4.14. ábra. Balra: szemivariogramról leolvasható értékek; jobbra: egy valós variogram a 4.6. ábra bedigitalizált magasságadatai alapján (piros vonal: illesztett köbös variogram modell)

A szemivariogram elemzését egy *modell* illesztése fejezi be, ami a variogram adataira illesztett függvény készítését jelenti a legkisebb négyzetek módszerével. A függvénynek temérdek formája lehet (4.15. ábra), az elméletnek leginkább a szférikus felel meg, de a valóságban a szemivariogramok zavarba ejtően sokfélék lehetnek. Gyakran viszonylag jó és egyszerű választás a lineáris modell.



4.15. ábra: Szemivariogram típusok

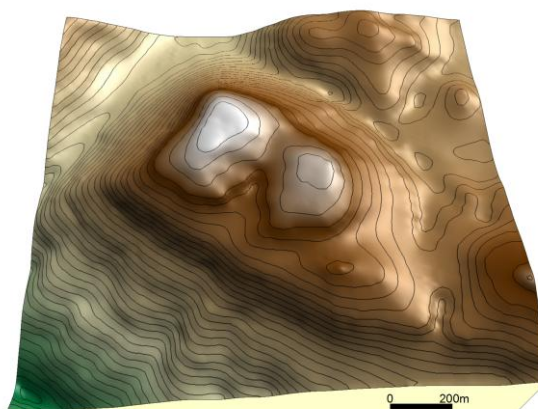
- Utolsó lépés az interpoláció elvégzése. Ennek formája egyezik az alfejezet elején bemutatott általános képlettel (4.1. képlet), azaz súlyozott átlagról van szó, a lényeg, hogy a súlyok meghatározása a variogram modell alapján történik. A számítás részleteit itt most mellőzzük, de a kriging jelentőségét az adja meg, hogy a súlyok meghatározása úgy van kitalálva, hogy az interpolációval előálló értékek a kiszámítandó pont magasságának *legjobb lineáris becslését* adják. Azaz a becslés torzítatlan (tehát várható értéke megegyezik az ott lévő magassággal), szórása pedig a legkisebb más lineáris módszerekkel összehasonlítva. Ez a szórás ráadásul ki is számítható, így a krigeléssel végzett térbeli interpoláció során az eredmény-felszín bizonytalanságát is meg tudjuk ragadni. Ez domborzatmodellezés esetén talán kevésbé fontos szempont, de más térbeli változók (pl. ásványkincs becslések) esetében érdekes lehet.

A krigelésnek számos változata van, ezek részletes ismertetésére itt nincs mód, de említésszerűen közlünk néhány változatot:

- *Egyszerű (Simple)*: a trend komponenst síknak és ismert értékűnek tekintjük. Ez utóbbi feltevés általában nem reális, ezért ezt ritkán használjuk.
- *Szokványos (Ordinary)*: a trend komponenst síknak, de ismeretlen értékűnek tekintjük. Ez gyakran használható.
- *Univerzális (Universal)*: a trend komponenst valamilyen magasabb rendű függvénnyel közelítjük. Amikor trend-leválasztást végzünk, akkor tulajdonképpen ezt alkalmazzuk.
- *Együttes (Cokriging)*: több térbeli változóra közösen alkalmazzuk az eljárást, feltételezve, hogy az egyes változók között valamilyen korrelációs kapcsolat van. Így egy könnyebben (olcsóbban) mérhető paraméter segítségével modellezhetjük egy másik változó térbeli eloszlását. Domborzatmodellezésben nem jellemző.
- *Pont vagy blokk (Point or block)*: ha egy térbeli változónak nagy változékonysága van kis távolságon belül, akkor az egyedi, kilógó értékek erősen torzíthatják az összképet. Ennek kiküszöbölésére nem pontszerű értékeket, hanem nagyobb egységekre meghatározott átlagértékeket vesz figyelembe a blokk krigelés. Ez egyúttal simítást is jelent. Domborzatmodellezésben inkább a pont krigelés jellemző.

Összességében a krigelés valóságghű, viszonylag sima domborzatmodellt szolgáltat (4.16. ábra), bár simasága általában elmarad a direkt erre a célra kialakított spline illetve a

sugár alapú függvények módszerével nyert felszínekétől. Hátránya, hogy korrekt alkalmazásához el kell mélyedni a variogram értelmezésében, bár sok esetben automatikus beállításokkal is elég jól alkalmazható. Számításigénye jelentős, ami nagy adatfile-ok esetén jelenthet problémát.



4.16. ábra: Krigeléssel kapott felszín

4.3.8. Szintvonal alapú módszerek

Az összes eddig tárgyalt interpoláció X , Y , Z koordinátákkal megadott pontokra épül, és nem használják ki a szintvonalakban rejlő információt, azaz a gép az interpolálás során „nem látja a szintvonalakat”. Ezt a megállapítást különösen akkor fontos tudatosítani, ha azt tapasztaljuk, hogy az interpolált DTM szintvonalai nem esnek egybe a digitalizált szintvonalakkal, és javítani szeretnénk rajtuk.

A szakirodalomban és a szoftverekben lényegesen kevesebb az olyan interpoláció, amely ténylegesen figyelembe veszi a szintvonalakat, nem csak magassági pontok halmazaként tekint rájuk. Ennek feltehetőleg az az oka, hogy a magassági pontokra épülő interpoláció matematikailag „tisztá ügy”, míg a szintvonalak geometriája igen bonyolult helyzeteket hozhat létre, amelyek körültekintő kezelése nem egyszerű feladat.

Van olyan módszer (*ArcGIS Topo to Raster*), amelyik a szintvonalak megtörése alapján gerinc- és völgyvonalakat hoz létre és az interpoláció során ezt a plusz-információt használja fel, valójában azonban maga az interpoláció ez esetben is magassági pontokra épül.

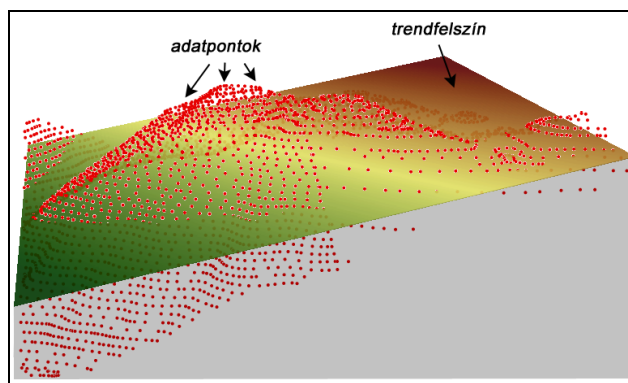
Az *Intercon* módszer (*Idrisi*) először raszteres formátumba alakítja át a szintvonalakat. Azok a cellák, amelyeken átmegy a szintvonal, közvetlenül megkapják ezt az értéket. A többi cella úgy kap értéket, hogy az adott cellán keresztül a koordináta-rendszer tengelyeivel párhuzamos és átlós irányú keresztszelvényeket készít az eljárás. Az egyes keresztszelvényekben az adott cellához tartozó magasság és meredekség értékeket a már definiált (azaz a szintvonalakra eső) pontok értékei alapján határozza meg az eljárás. Az így számolt magasságértékek közül kiválasztja azt, amelyikhez a legnagyobb meredekség tartozik, és ez lesz a cella értéke. Az így kialakuló domborzatmodell elég szögletes lesz, ezért ezen még egy simító szűrőt (ld. 6. fejezet) végig kell futtatni. Ez az eljárás sem eredményez sehol a megadott magasság-tartományból kilógó értékeket, így külön tetőpontok bevitele nélkül a tetők laposak maradnak. A módszer nehézsége, valamint a generált felszín szögletessége és a helyenként fellépő torzulások miatt nem igazán terjedt el ez a módszer.

4.3.9. Trendfelszínek

A trendfelszínek – az eddigiektől eltérően – nem azt a célt szolgálják, hogy a terep formáit pontosan modellezzük segítségükkel, hanem hogy a valós felszínnek egy erősen leegyszerűsített, csak a legfőbb lejtésirányokat kifejező domborzatát egy képlettel megadható felülettel közelíthessük. A trendfelszín úgy viszonyul a valós domborzathoz, mint a statisztikában a regressziós görbe a pontfelhőhöz (4.17. ábra). A trendfelszín úgy van meghatározva, hogy a trendfelszín és az adatpontok közötti eltérések négyzetösszege minimális legyen. A trendfelszíneket általában kétváltozós polinom függvényekkel szokták megadni, ezek általános képlete és neve harmas fokszámig:

- *lineáris*: $z(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y$
- *kvadrátikus*: $z(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$
- *köbös*: $z(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3$

ahol a_i a polinomok együtthatóit jelöli;
 x és y a horizontális koordináták;
 z a magasság.



4.17. ábra: Lineáris trendfelszín és valós felszín kapcsolata

4.3.10. Az interpoláció helyességének ellenőrzése

Az eddigiek során az interpoláció helyességét leginkább a „simaság” fogalmán keresztül ítéltük meg. A krigelés esetében a valószínűségi becslés szórását vehetjük figyelembe. Van azonban néhány általánosan használható, egyszerű, de számszerűsíthető lehetőség is az interpoláció „belső” helyességének ellenőrzésére. Azért „belső” helyességről beszélünk, mert ezek mind azt mutatják meg, hogy az alapadatokat mennyire jól írja le a modell, de nem azt, hogy a valóságot mennyire sikerült megragadni. Ha ugyanis a mintavételezés túl ritka, akkor a felszín nagyobb frekvenciájú változásait nyilván nem tükrözi a modell, és ezt az ellenőrzés sem mutatja ki.

- *Kereszt-validáció*: egy modell hibáját általában úgy határozhatjuk meg, hogy veszünk kontrollpontokat, és megvizsgáljuk, hogy a modell által adott eredmény és a valóság mennyire tér el egymástól. Általában az a cél, hogy más adatforrásból származó adatokat használjunk egy modell ellenőrzéséhez, például távérzékelte adatok esetén vehetünk földi kontrollpontokat. A DTM generálásakor azonban többnyire az összes rendelkezésre álló adatot igyekszünk fölhasználni, így „nem marad” kontrollpont. Ezt a helyzetet cselezi ki a kereszt-validáció módszere. Ennek lényege, hogy egyszerre mindig csak egy pontot hagyunk ki, elvégezzük az interpolációt, majd a kihagyott pontra interpolált értéket összehasonlítjuk a mért értékkel. Ezt az eljárást megismétljük tetszés szerinti számú adatpontra, és az eltéréseket statisztikailag elemezzük (átlag, minimum, maximum, stb.).

Ha az alapadatokban hibás, kiugró érték van, az jó eséllyel a kereszt-validáció során is kiugrik, ilyen esetekben el kell dönteni, hogy ez valóban adathiba-e, vagy az interpoláció nem képes jól modellezni az adott helyzetet.

- *Szintvonalak egyezése:* az interpolációval kapott DTM alapján az eredeti térkép beállításaihoz igazodó szintvonalas ábrázolást készítünk, és megvizsgáljuk, hogy a két szintvonalrendszer mennyire fedí egymást. Ez vizuálisan is elég jól érzékelhető, de kifejezhető számszerűen is. Megadható például, hogy az eredeti szintvonalak köré rajzolt adott szélességű pufferzónába az új szintvonalak hány %-a esik.

4.4. Konverzió

Időnként szükség lehet TIN típusú modellt GRID típusúvá alakítani és fordítva. TIN-ből GRID készítése interpolációval oldható meg. A másik irányú konverzióhoz eltérő módszerekre van szükség, több algoritmus is létezik a feladat megoldására. A cél alapvetően az, hogy a TIN minél kevesebb pontból álljon, de az eredeti felszíntől való eltérése ne legyen túl nagy, ez utóbbit általában egy z tolerancia értékkel szokták megadni. A két legismertebb GRID-ből TIN-t készítő algoritmus az alábbi:

- *Fowler-Little algoritmus.* A DTM-ből lokális vizsgálatok (3x3-as kisablakok) alapján kiszűrjük a fontos terepi pontokat, vonalakat. Ezek a következők: csúcs, gödör, nyereg, gerinc, völgy. Ezen pontok felhasználásával háromszöghálót generálunk. Ha valamelyik háromszögben a z tolerancia értékét meghaladja a megfelelő GRID-pontok magasságától való eltérés, ott újabb TIN-pontot veszünk föl, egészen addig, míg az eltérés sehol sem lesz nagyobb az előírtnál.
- *VIP (Very Important Points) algoritmus.* Ez éppen fordított irányú eljárás, azaz először vesszük az összes GRID-pontot, majd abból szép sorban elhagyogatjuk a kevésbé fontos pontokat. (Ahogy a süllyedő léghajóból sorra kihajigálják a kevésbé fontos tárgyakat...) Ehhez voltaképpen csak a pontok „fontosságának” definíciójára van szükség. Egy pont fontos akkor, ha elhagyása jelentősen megváltoztatja a felszínt, és jelentéktelen, „szürke” pont, ha a felszín alakja mit sem változik az elhagyásával. Matematikailag a következőképpen lehet definiálni: az adott pont egymással ellentétes irányú szomszédaira egyenest illesztünk, és megvizsgáljuk, hogy az adott pont magassága mennyire tér el ennek az egyenesnek a középpontjától. Négy ilyen egyenes húzható (két átlós és két tengely irányú), tehát négy ilyen eltérés értéket kapunk. A pont fontosságát e négy eltérés átlagaként számítjuk ki. A fontosságot az összes GRID-pontra kiszámítjuk, majd elhagyjuk a kevésbé fontosakat, míg el nem érünk egy megadott fontossági küszöbértéket vagy egy adott darabszámú TIN pontot.

5. „Készen” kapott DTM-ek

A DTM-ek készítésének fáradságos munkafolyamata tulajdonképpen megspórolható, ha találunk olyan adatbázist, ahonnan az igényeinknek megfelelő DTM-et tölthetünk le. Ezért fontos, hogy némi képünk legyen az interneten elérhető DTM-ekről. A világhálóra fölkerülő adatmennyiség folyamatosan bővül, megújul, teljes áttekintésre nyilván nem vállalkozhatunk, de a néhány legfontosabb adatbázis főbb jellemzőit bemutatjuk az alábbiakban.

Egyre fontosabb szerepet játszanak az *online* térkép illetve GIS szolgáltatások (pl. *GoogleEarth*), amelyek a jellemző feladatokhoz (pl. vizualizáció, navigáció) egyre sokoldalúbb kezelési felületet nyújtanak, de az elemzési lehetőségeik egyelőre nem érik el azt a szintet, amit a „saját” alkalmazások nyújtanak, ugyanakkor az adatokhoz való hozzáférés ennél a szolgáltatástípusnál többnyire korlátozott. A továbbiakban azokat az internetes adatbázisokat ismertetjük, ahol magát az adatot lehet letölteni. Ezen adatbázisoknál a fő értékelési szempontok a következők:

- Adatnyerés módja, adatmodell típusa;
- Lefedettségi;
- Felbontás;
- Pontosság, jellemző hibák;
- Ár (legjobb, ha ingyenes).

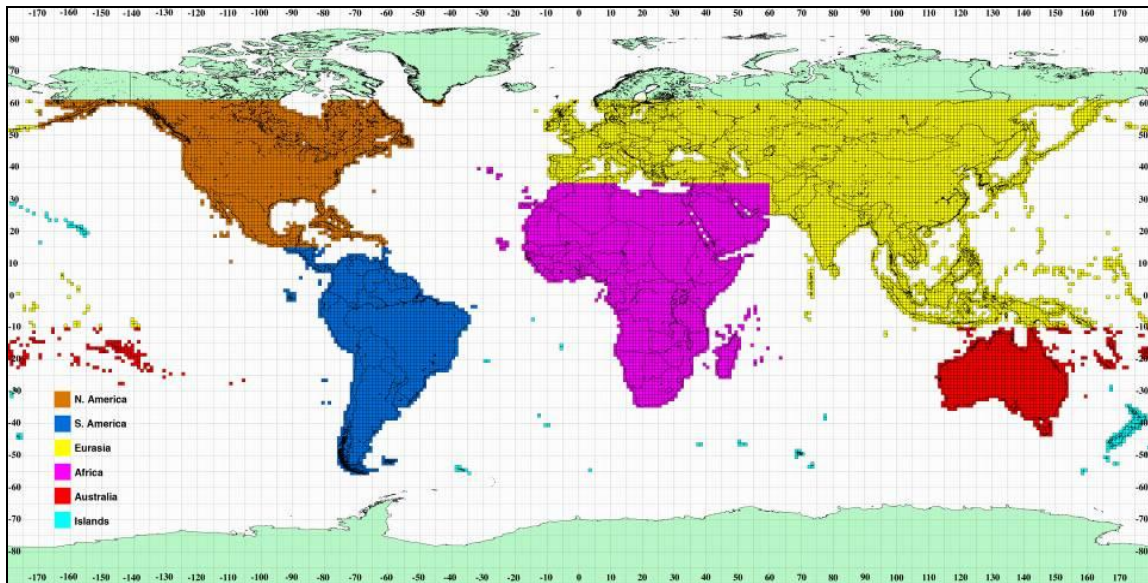
5.1. Globális adatbázisok

Ezek az adatbázisok a Föld egészét vagy legalábbis nagy részét lefedő, forma szempontjából egységes állományok. Ezek közül három (*SRTM*, *ASTER*, *GTPO30*) nagy apparátus segítségével készült adatállomány, egy (*Jonathan de Ferranti*) viszont magánakció, ami persze erősen támaszkodik a többire, de számos javítást, kiegészítést tartalmaz azokhoz képest.

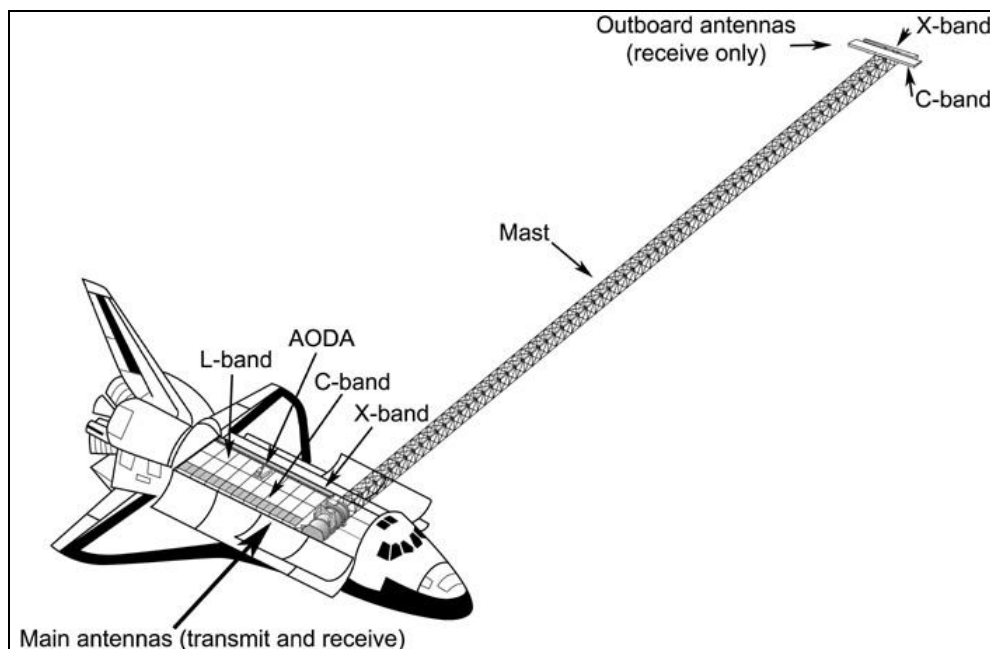
5.1.1. *SRTM (Shuttle Radar Topography Mission)*

Az *SRTM* adatbázist az amerikai *NASA (National Aeronautic and Space Administration)* hozta létre. 2000 februárjában az *Endavour* űrrepülőgép 11 napon keresztül végzett radar-interferometriás méréseket (a módszerről ld. 4. fejezet). Mivel az űrrepülőgép pályainklinációja 57 fok volt, ez a poláris területeket nem érintette, így az *SRTM*-program keretében térképezett terület a 60 fokos északi, illetve az 57 fokos déli szélességi körök közötti régióra terjed ki (5.1. ábra). Nem tartalmazza tehát az adatbázis pl. Finnország domborzatát.

A mérés során 5,6 illetve 3,1 centiméter hullámhosszúságú radarjeleket használtak. A jeleket két csatornán, a C- és az X-sávon vették. Az eredetileg német-olasz fejlesztésű, X-sávon működő berendezésnek kissé jobb volt a felbontása, azonban a repülési pályához, a szubsatellit-vonalhoz képest csak negyedakkora szélességű sávot tudott végigpásztázni, mint a 225 km-t átfogó C-sávós műszer. Az interferenciát két, egymástól fix 60 méteres távolságban elhelyezett vevő biztosította: a nyitott űrrepülőgépből egy 60 méteres rögzített tartószerkezet nyúlt ki, amelynek végén volt a másik érzékelő (5.2. ábra).



5.1. ábra: Az SRTM adatbázis által lefedett terület (zöld a kimaradó részeket jelöli). Forrás: NASA

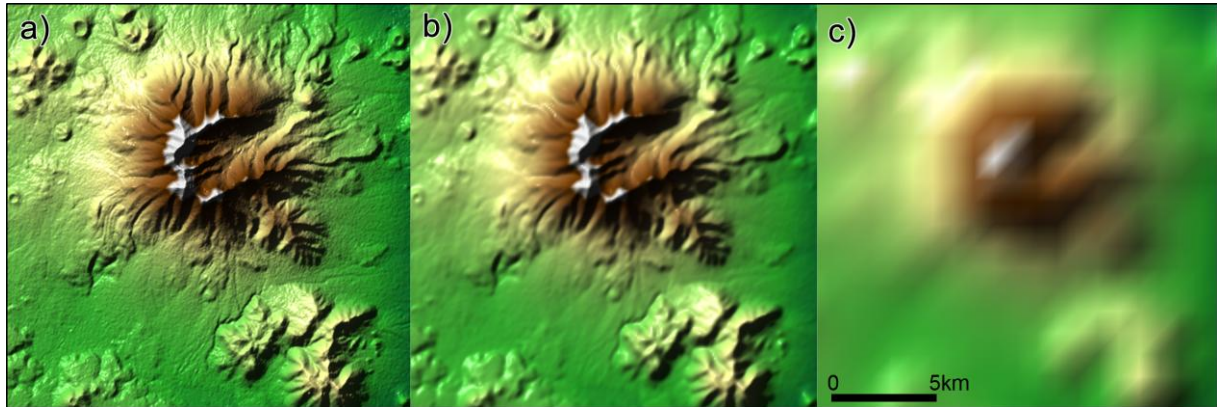


5.2. ábra: Az SRTM méréshez használt radar elrendezése az Endeavour űrrepülőgépen (forrás: NASA)

Az űrbeli méréseket mintegy 70 000 kilométer hosszban, GPS-műszerekkel végzett geodéziai szelvényezés egészítette ki, amely a modell vertikális pontosságát volt hivatva megállapítani és javítani. Emellett a vízszintes pontosság ellenőrzésére és javítására, egyes ritkán lakott területeken, fix pozíciókon, jól visszaverő felületű lapokat helyeztek el, amelyek a radarfelvételeken jól láthatók, és földi illesztőpontokként jól lehetett használni azokat.

A mért adatokat a szükséges előfeldolgozás (geokorrekció, szűrések) után ingyenesen hozzáférhetővé tették a NASA honlapján (<http://dds.cr.usgs.gov/srtm/>), de más oldalakról is letölthetők SRTM adatok, melyek akár további adatjavításon estek át. Az USA területéről 1" (szögmásodperc), a többi területről 3" felbontásban állnak rendelkezésre az adatok, illetve elérhetők kisebb, 30" felbontású adatok is (5.3. ábra). Tekintve, hogy a szélességi körök távolsága fix, a hosszúsági körök viszont a sarkok felé haladva egyre jobban közelítenek

egymáshoz, ezért a horizontális felbontás valós távolságban eltér É-D-i és Ny-K-i irányban számítva. A leggyakrabban használt 3" felbontású pixel É-D-i irányban 93 m-es távolságnak felel meg, Ny-K-i irányban az Egyenlítőn szintén 93 m-nek, Magyarország földrajzi szélességén 63 m-nek, a legészakibb SRTM szélességen (60°) pedig 46 m-nek. Ezért leggyakrabban 90 m felbontású négyzetes pixelekre szokták átkonvertálni az SRTM adatokat, de ez a fenti számok tükrében némi információvesztést jelent, ezért érdemes lehet jobb felbontást is alkalmazni.



5.3. ábra: Az SRTM terepmodell különböző felbontásokkal (San Francisco vulkán, Arizona, USA)
a) 1"; b) 3"; c) 30"

Az adatok földrajzi körzetek, kontinensek szerint vannak csoportosítva (5.1. ábra). A 3" felbontású adatok 1x1 fok kiterjedésű foktrapézonként adtak. A *.hgt kiterjesztésű állományok foktrapézonként 1201x1201 pixelt tartalmaznak. Ily módon a hálózat az ellipszoidi koordináták mentén egyenközű, az alkalmazott alapfelület a WGS84 földi ellipszoid. Az adatfile-ok nevében megadott földrajzi szélességi és hosszúsági fokértékek az ábrázolt foktrapéz délnyugati sarkának – pontosabban a délnyugati sarokpixel középpontjának – koordinátáit jelentik. A pixelértékek – az alább tárgyalt kivételekkel – a magasságadatokat tartalmazzák. A magasságok a szintezett magasság becslései, amelyek a mérésekből származtatott WGS84 ellipszoidi magasság és egy globális modellből (EGM96) vett helyi geoidunduláció-érték különbségeként álltak elő.

Az adatok használatakor figyelembe kell vennünk, hogy azok radar-technológia használatával készültek. Vízfelületekről – az elkerülhetetlen hullámvisszaverés hatása miatt – bizonytalan jelek érkeznek, emiatt a tengereken és tavakon, illetve folyókon hamis adatok jelennek meg. Ezek egy részét a feldolgozás során kiszűrték, és e pixeleknél NULL értéket adtak. Hasonlóképpen NULL értéket kapott számos hegyvidéki pixel is, leginkább az olyan mély völgyek területén, amelyek a felvételi geometriából adódóan radarárnyékban voltak, és ahonnan nem érkezett visszavert radarjel. Értelmeszerűen magasabb hegyvidékeken gyakoribb az emiatt bekövetkezett adathiány, mely meghaladhatja akár a 25%-ot is. Szintén nagyon sok az adathiányos pixel az erős szóródás miatt a homoksivatagok (pl. Szahara) területén is. Szükség esetén más, gyengébb felbontású modellből, illetve interpolációval pótolhatjuk az itt hiányzó értékeket.

Az 5,6 centiméter hullámhosszú rádiójelek nem hatolnak át a sűrű, vagy akár a közepes sűrűségű lomboszonon, és természetesen visszaverődnek az épületek szilárd tetőzetéről, burkolatáról. Így a magasságértékek az 5,6 centiméteres hullámhosszú elektromágneses jel számára reflektorként viselkedő réteg szintezett magasságát adják: városokban, erdők területén az épületek, a fák magassága is megjelenik az adatokban! Az erdők fáinak magasság-többlete – az átlagos famagasság megbecslésével – a szintén publikusan elérhető,

bár az SRTM-mérésnél 8-11 évvel korábban készült Landsat TM űrfelvételek segítségével bizonyos mértékig korrigálható.

Az SRTM adatok pontosságát kontinensek szerinti bontásban az 5.1. táblázat mutatja be. A hibákat kontrollpontokkal történő statisztikai összehasonlítás alapján határozták meg. Összességében elmondható, hogy a hiba nagyságrendileg 10 méter alatti, de helyenként kiugró (ritkán 100 méteres) hibák is előfordulnak. Meredek domborzatú terepen a vízszintes eltérés is okozhat jelentős hibát a magasság abszolút értékében.

| | Afrika | Ausztrália | Eurázsia | Szigetek | É-Amerika | D-Amerika |
|----------------------------------|--------|------------|----------|----------|-----------|-----------|
| Abszolút vízszintes hiba | 11,9 | 7,2 | 8,8 | 9,0 | 12,6 | 9,0 |
| Abszolút magassági hiba | 5,6 | 6,0 | 6,2 | 8,0 | 9,0 | 6,2 |
| Relatív magassági hiba | 9,8 | 4,7 | 8,7 | 6,2 | 7,0 | 5,5 |
| Nagy hullámhosszú magassági hiba | 3,1 | 6,0 | 2,6 | 3,7 | 4,0 | 4,9 |

5.1. táblázat: Az SRTM adatok pontossága (forrás: RODRIGUEZ et al., 2006). A hibák méterben értendők, az adott területre vonatkozó hibák 90%-a ennél kisebb.

Az SRTM megjelenésekor óriási minőségi ugrást jelentett a korábban elérhető adatbázisokhoz (pl. GTOPO30-hoz) képest, és globális értelemben igazából máig az egyik leghasználatóbb digitális magassági adatbázis.

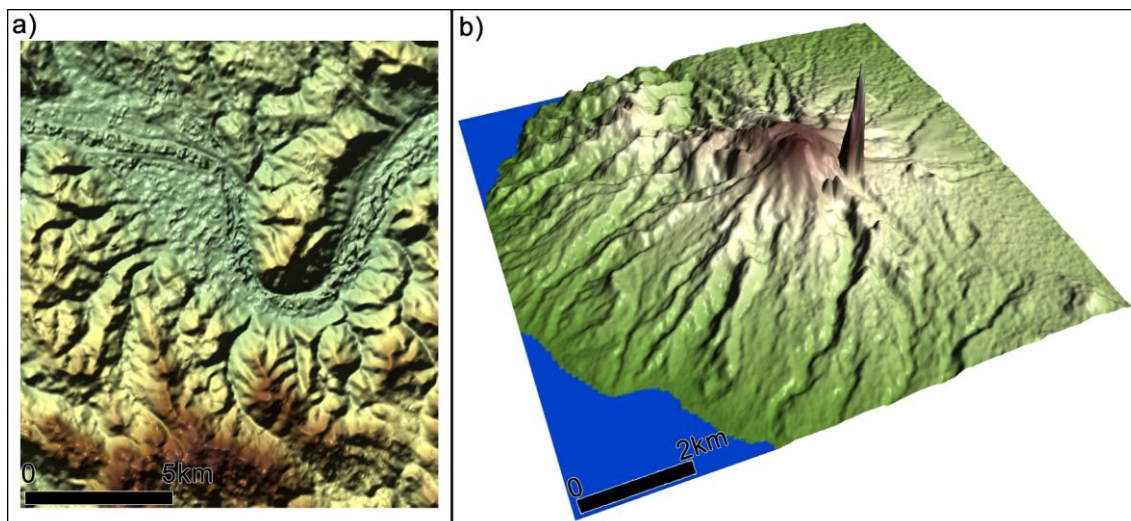
5.1.2. ASTER GDEM (Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer Global Digital Elevation Model)

Az SRTM legfőbb konkurense az ASTER GDEM. Ez a japán Gazdasági, Kereskedelmi és Ipari Minisztérium valamint a NASA együttműködéséből született 2009-ben. A különböző adatnyerési eljárás miatt jellemzői nagymértékben eltérnek az SRTM-től. Az ASTER GDEM a Terra műhold ASTER érzékelője által 2000-2009 között készült, 15 m felbontású sztereo-űrfelvételek automatizált fotogrammetriai kiértékelésével készült. A polárishoz közelebbi műholdpálya miatt globálisan jobb lefedettséget biztosít, mint az SRTM, mivel az északi és déli szélesség 83. foka közötti területekről áll rendelkezésre.

Az űrfelvételek szempontjából a fő korlátozó tényező a felhőzet, de a közel 10 éves adatgyűjtési időszak alatt a legtöbb területről sikerült felhőmentes (vagy minimális felhőzetű) képeket készíteni. Így a magashegységek és a sivatagok esetében lényegesen jobb lefedettséget biztosít, mint az SRTM.

Az ASTER GDEM horizontális felbontása 1" (azaz ~30m), ami háromszor jobb, mint a globálisan elérhető 3"-es SRTM. Az adatok itt is 1x1 fokos foktrapézokra vannak osztva, ami a nagyobb felbontás miatt 3601x3601 pixeles felbontást jelent. Az adatok – az SRTM-hez hasonlóan – földrajzi koordinátarendszerben értendők, WGS84 ellipszoid és EGM96 geoid vonatkoztatási felületekkel.

Eddig az előnyeit láthattuk, de vannak hátrányai is az SRTM-hez képest. Az ASTER pontossága horizontálisan 30 m-es, vertikálisan 20 m-es (mindkét adat 95%-os hibaszinthez tartozik), ami azt jelenti, hogy e szempontból csupán kevéssel gyengébb, mint az SRTM. Nagyobb problémát inkább az jelent, hogy a felhők kitakarása is automatikusan történt, ami számos esetben hibákat, „műtermékeket” eredményezett. Ezek a hibák lehetnek hirtelen kiugró csúcsok vagy gödrök, illetve kacskaringósan futó „féregjáratok” (5.4. ábra). További gond, hogy a szárazföldek vízfelületeit nem maszkolták ki, így a tavak, nagyobb folyók helyén is dimbes-dombos térszín láthatunk. Ezért az ASTER GDEM felhasználásakor időigényes előkezelésre van szükség e hibák kiirtásához.



5.4. ábra: Hibák az ASTER GDEM-ben.

- a) Dunakanyar – főleg a Duna és a mellette fekvő enyhe domborzatú terep hibái feltűnők;
 b) Mt. Pelée (Martinique sziget) – toronyszerűen kimagasló, durva hiba a valódi lávadóm mellett

Az ASTER GDEM (<http://gdem.ersdac.jspacesystems.or.jp/search.jsp>) szintén ingyenesen letölthető, de regisztrációhoz kötött és kicsit körülményesebb, mint az SRTM-hez való hozzáférés. Ez természetesen bármikor megváltozhat.

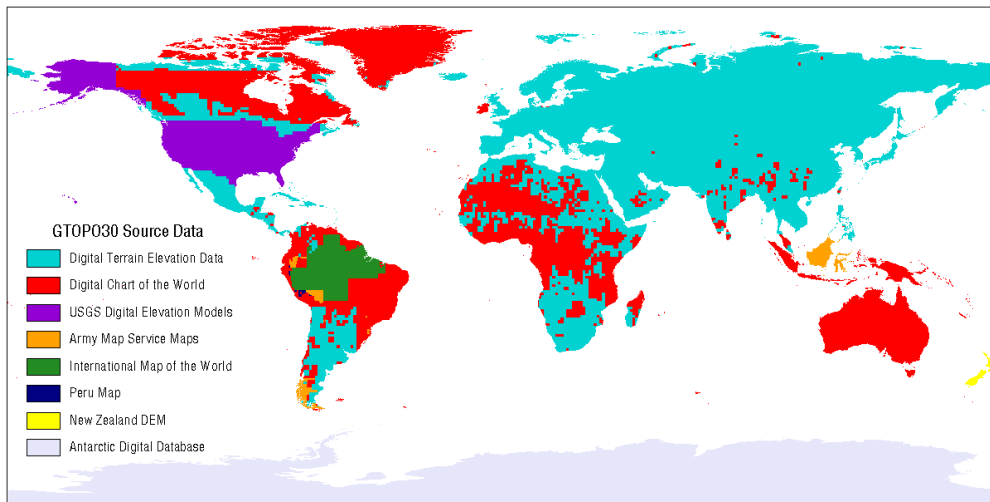
Végeredményben azt az ajánlást tehetjük, hogy az SRTM kényelmesebben és megbízhatóbban használható, főleg nagyobb vizsgálati terület esetén, de ha valamivel nagyobb felbontásra vágyunk, vagy a sarkvidékekről szeretnénk adatokat, akkor inkább az ASTER GDEM-et érdemes választani.

5.1.3. GTOPO30

A GTOPO30 (*Global Topography*) a USGS (United States Geological Survey, USA Geológiai Szolgálat) által készített globális domborzati modell, melynek felbontása 30" (~1 km). Ez volt az első, viszonylag részletes, globális lefedettséget nyújtó, ingyenes, digitális domborzati adatbázis, mely több évi munka után 1996-ra készült el. Az adatnyerési eljárás ismét teljesen más, mint a fenti adatbázisoknál. Alapvetően korábbi szintvonalas térképek digitalizálásával és összefésülésével készült (5.2. táblázat; 5.5. ábra).

| Adatforrás kódja | Terület hány %-a | Adatforrás neve |
|------------------|------------------|---|
| 0 | | Óceán |
| 1 | 50% | Digital Terrain Elevation Data |
| 2 | 29% | Digital Chart of the World |
| 3 | 6,7% | USGS 1° DEM |
| 4 | 1,1% | Army Map Service 1:1 000 000 térképek |
| 5 | 3,7% | International Map of the World 1:1 000 000 térképek |
| 6 | 0,1% | Peru 1:1 000 000 térképe |
| 7 | 0,1 | Új-Zéland DEM |
| 8 | 8,3% | Antarktisz Digitális Adatbázis |
| 9 | | SRTM (későbbi kiegészítés, javítás) |

5.2. táblázat: A GTOPO30 alapjául szolgáló adatbázisok (forrás: USGS)



5.5. ábra: A GTOPO30 forrásadatok terület szerinti eloszlása (forrás: USGS)

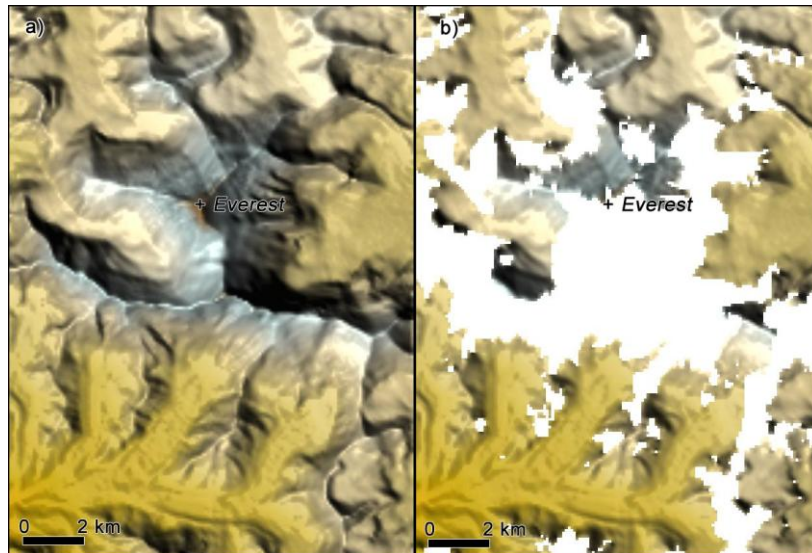
A forrástérképek mögötti adattartalom így igencsak eltérő, mind minőségében, mind korában, mind az eredeti adatnyerési eljárásban. Közelítőleg 1 km-es felbontása elsősorban kontinentális méretű ábrázolásokra és elemzésekre teszi alkalmassá. Ugyanez a felbontás jellemzi a 30'' SRTM adatokat is, amelyeknek az adattartalma viszont jóval egységesebb, így a GTOPO30 bizonyos értelemben feleslegessé vált, bár nagy területek, kontinensek ábrázolására ma is kényelmesen használható, különösen ott, ahol az SRTM nem létezik (sarkvidékek) vagy sok benne az adathiány (magashegységek, sivatagok).

A GTOPO30 nagyméretű csempékre (*tile*) tagolva érhető el: ezek (az Antarktisz kivételével) 40° (szélesség) x 50° (hosszúság) kiterjedésűek, és a változatosság kedvéért a bal-felső koordináta adja a file nevét. Az Antarktisz csempéi 60° x 30° kiterjedésűek.

5.1.4. Jonathan de Ferranti

Az előző három nagyágyúval szemben itt egy magánakcióról van szó. Jonathan Ferranti olasz művészek és skót grófok kései leszármazottja, az adatok ingyenes megosztásának híve, lelkes hegymászó és domborzatmodellező. Számunkra fontos projektje (<http://www.viewfinderpanoramas.org/dem3.html#others>) még az SRTM előtti időkben indult azzal a céllal, hogy a GTOPO30-nál jobb felbontású és jó minőségű, azaz kevés hibával terhelt DTM-eket szolgáltatson, elsősorban szintvonalas térképek digitalizálására építve. Az SRTM és az ASTER GDEM megjelenése kissé átírta céljait, de a munka nem vált teljesen okafogyottá, mert több lehetőség is maradt még a felbontás, a lefedettség és a minőség javítására.

Adatbázisának gerincét jelenleg elsősorban az SRTM adja. De az SRTM adatokat alaposan átvizsgálta, számos helyen javította. A hiányos részeket (hegyvidékek, sivatagok, sarkvidékek) kiegészítette (5.6. ábra), részben az ASTER GDEM alapján (természetesen a hibákat ebben is korrigálva), részben más, kisebb területre vonatkozó digitális adatbázisok alapján (USA, Japán), részben Landsat űrfelvételek alapján, de főleg topográfiai térképek felhasználásával. A topográfiai térképek közül legfontosabbak a szinte az egész Földet lefedő, jó minőségű, 1:200 000-es és 1:100 000-es orosz katonai térképek voltak, de kisebb területek – elsősorban európai országok – esetében 1:50 000-es és 1:25 000-es térképeket is digitalizált.



5.6. ábra: A Mount Everest környékének DDM-je
a) Jonathan de Ferranti; b) SRTM (fehér folt: nem hó, hanem nincs adat)

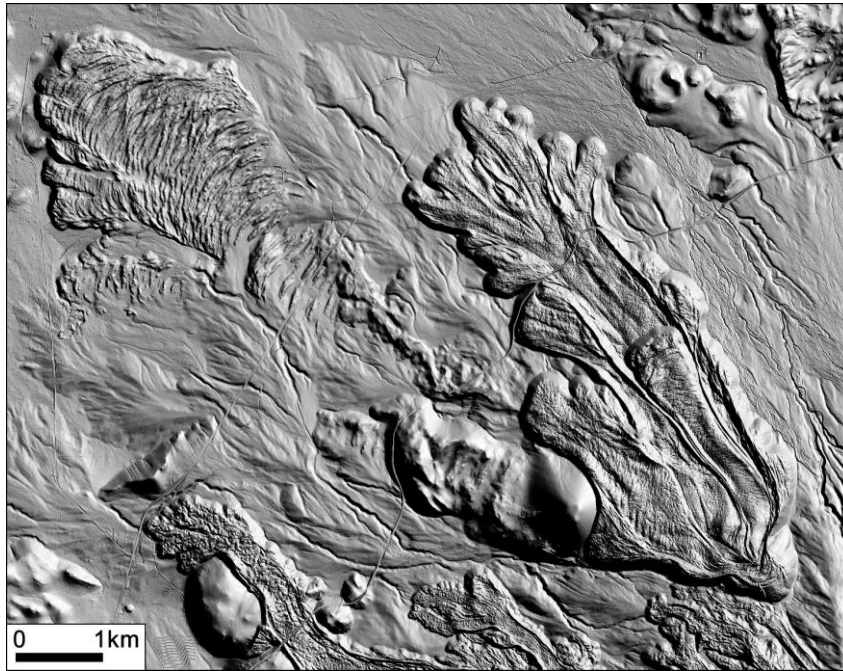
Az eredmény: 3'' (~90m) és 15'' (~450m) felbontású adatok valóban a Föld szárazföldjeinek egészére, tehát még az ASTER GDEM-hez képest is teljesebb a lefedettség (sarkkutatók figyelem!). Ezen kívül 1 szögmásodperc felbontású adatok Európa egyes hegyvidéki térségeire (pl. az Alpok egészére). Továbbá a hibák, hiányok sokkal kisebb aránya a fenti nagy adatbázisokhoz képest. Az adatok formátuma teljesen megegyezik az SRTM szabvánnyal. Mindezek miatt igen jól használható ez az adatbázis.

5.2. Nemzeti adatbázisok

A fejlett országokban a globális modellekhez képest jobb felbontású DTM-ek is elérhetők. Jellemzően topográfiai térképek digitalizálásával nyert 10 vagy 25 méteres felbontású adatokról van szó, de a legfejlettebb, kisebb területű országokban (pl. Svájc, Dánia) teljes a lefedettség LiDAR-alapú 1 méteres magasságmodellekkel is. A nemzeti adatok elérése általában regisztrációt igényel, és az ingyenesség országos szinten nem jellemző, bár akadnak rá példák (pl. TINItaly – Olaszország kutatási célra ingyenesen igényelhető DTM-je), vélhetőleg ezek aránya nőni fog. Mintaként két ország adatait mutatjuk be: egy teljesen ingyenest (USA) és egy teljesen fizetőst (Magyarország).

5.2.1. USA

Mint láttuk, az USA globális szinten élenjár az ingyenesen hozzáférhető adatok közlésében. Ugyanez érvényes nemzeti szinten is. Gyakorlatilag az USA teljes területéről letölthetők jó minőségű, ingyenes DTM-ek. A NED (National Elevation Dataset) adatbázisban az egész ország (kivéve Alaszka) területe megtalálható 1'' (~30m) és 1/3'' (~10m) felbontással, de sok területről elérhető 1/9'' (~3m) felbontású DTM is (5.7. ábra).



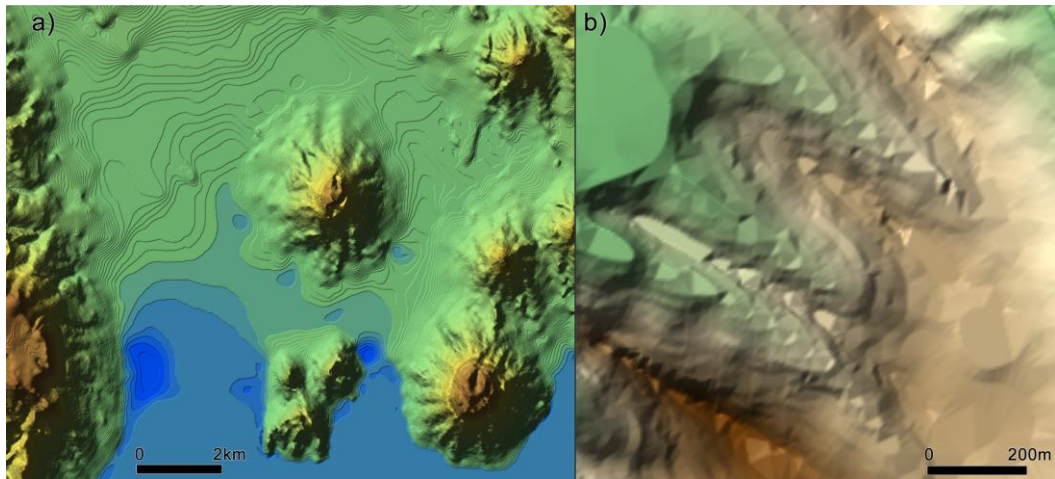
5.7. ábra: 1/9" felbontású DTM (NED). Mt. Shasta (USA), ebben a felbontásban a lávafolyások domborzata is rendkívül szépen látszik már

Az adatok forrása legnagyobbbrészt szintvonalas térkép, amit helyenként radar-interferometriával, vagy közvetlen fotogrammetriával egészítettek ki. A legfinomabb felbontású DTM-ek viszont főleg LiDAR, kisebb részben digitális fotogrammetriai kiértékelés alapján készültek. Az adatokat rendszeresen frissítik, javítják. Ilyen nagy területre vonatkozó és heterogén eredetű adatbázis esetén a pontosságot nem lehet univerzálisan értékelni, de a geodéziai ponthálózattal való összehasonlítás során a négyzetes középhiba (RMSE, ld. 7. fejezet) értéke 2,44 m volt.

5.2.2. Magyarország

Az ország egész területét lefedő „hivatalos” DDM-ek mind szintvonalas térképek digitalizálásával készültek. Elnevezéseik: DDM-100, DDM-50, DDM-10, DDM-5, melyben a szám a pixel felbontásra utal. A DDM-100 az 1:100 000 méretarányú, EOTR topográfiai térképekből készült, a DDM-50 és a DDM-10 az 1:50 000 méretarányú, Gauss-Krüger katonai topográfiai térképekből, míg a DDM-5 az 1:10 000 méretarányú EOTR topográfiai térképekből. A történeti fejlődés eredményeként úgy alakult a dolog, hogy a DDM-100 és a DDM-5 adatgazdája a „civil” térképezési munkákért felelős FÖMI (Földmérési és Távérzékelési Intézet), míg a DDM-50 és a DDM-10 a Magyar Honvédség (HM Térképészeti NKft) kezelésében áll.

A DDM-10 pontosságát domborzati kategóriákra vonatkoztatva adják meg: síkvidéken a középhiba < 0,8 m, dombvidéken a középhiba < 2,5 m, végül hegyvidéken a középhiba < 5,0 m. Nem pontossági, hanem minőségi hiba, hogy a DDM-10-ben a magassági értékek egész számokkal vannak megadva, ami síkvidéki területeken teraszokra emlékeztető felszín hoz létre (5.8. ábra), s így korlátokat jelent a levezetett térképek, és különösen a hidrológiai modellezés használhatósága szempontjából. A DDM-5 pontossága átlagosan 0,7 m. A DDM-5 készítéséhez TIN-alapú lineáris interpolációt használtak, melynek eredményeként sok helyen szögletes a felszín (5.8. ábra), ami szintén problémákat jelent a levezetett térképek illetve a hidrológiai elemzések tekintetében.



5.8. ábra: Magyar adatbázisok hibái: a) „teraszok” a DDM-10-ben (Tapolcai-medence); b) TIN-háromszögek a DDM-5-ben (Cserehát)

5.3. Adatformátumok

Alapvetően technikai, szoftverfüggő kérdés az adatformátum, amit itt részleteiben nem tárgyalunk. Néhány alapvető megjegyzést azonban mégis teszünk a könnyebb tájékozódás érdekében.

GRID típusú adatokat sokféle módon, formátumban lehet tárolni. A „láthatóság” szempontjából beszélhetünk *bináris* és *ASCII* típusú file-okról. Az előbbi típusban az adatok tömören, hatékonyan, de szövegszerkesztővel nem olvashatóan vannak tárolva. Előnyük, hogy jóval kisebb fájlméret tartozik hozzájuk. Akad köztük szerzői joggal védett formátum is. Az *ASCII* típusú file-okban a számok általánosan használt karakter-kódolással, „normál” számjegyekkel vannak rögzítve, így ezeket szövegszerkesztővel, táblázatkezelővel is meg lehet nézni, viszont lényegesen nagyobbak. Általában ezeket szokták adat-átvitelre használni két különböző szoftver között.

Az adatokat lehet *XYZ formátumban* tárolni, melyben minden pont mindhárom koordinátája szerepel. Ez fájlméret szempontjából rendkívül gazdaságtalan, ezért csak egyes adatok kinyerésére illetve átvitelre használatos. Helyette általában csak a *Z* értékek szerepelnek minden egyes pontra, és a rács geometriáját egy rövid fejléc (*header*) tartalmazza. A fejlécben az alábbi információk szoktak szerepelni: sorok száma, oszlopok száma, sarokkoordináták, pixelméret, adathiány kódja, továbbá esetlegesen vetületi adatok, statisztikai jellemzők és az adatforrásra vonatkozó információk. Ezek szerepelhetnek mind egyetlen file-ban, vagy több file-ba – sőt extrém módon akár több könyvtárba (pl. *ArcGrid*) – szétosztva.

A magasságértékek megadása szempontjából egész értékű (*integer*) vagy valós (*real*) számbábról beszélhetünk (ez utóbbit az informatikus zsargonra visszavezethetően „lebegőpontos” */float, double/* elnevezésekkel is szokták illetni). Mint a DDM-10 esetében említettük, az egész értékű számbábról kisebb területek és síkvidékek esetén okozhat torzulásokat.

Vannak olyan adatformátumok, melyek alapvetően egy-egy adatbázishoz kapcsolhatók, bár később esetleg mások is átvették. Ilyen például az USA-ban alkalmazott **.dem* formátum, vagy az SRTM-hez tartozó **.hgt*. Számos olyan formátum is van, mely eredetileg általános raszteres adattárolásra szolgált, de DDM-ként is felhasználható (pl. *GeoTIFF*).

A szoftverek közötti adat-konverzió könnyen okozhat problémát, bár a helyzet folyamatosan javul. Megfigyelhető, hogy a „kisebb szoftverek” gyakran rugalmasabbak a különféle file-formátumok kezelésében, mint a „nagy programok”.

6. Elemzési lehetőségek

A DTM készítése, megjelenítése már önmagában is hasznos illetve élményszerű lehet. Még fontosabb azonban, hogy a DTM alapján sokoldalú elemzésre nyílik lehetőség. Az alábbiakban áttekintjük a gyakrabban előforduló módszereket, de megjegyezzük, hogy kellő kreativitással e módszerek igen sok irányba tovább bővíthetők, amire számtalan példa akad a szakirodalomban. Egy szinte valamennyi módszer esetében fontos szempontként itt hívjuk fel a figyelmet: az elemzéseknél általában az a jó, ha a vízszintes és függőleges mértékegység megegyezik, ezért erre érdemes odafigyelni.

6.1. Közvetlen számítási lehetőségek pont, vonal, terület alapján

6.1.1. Pont magasságának meghatározása

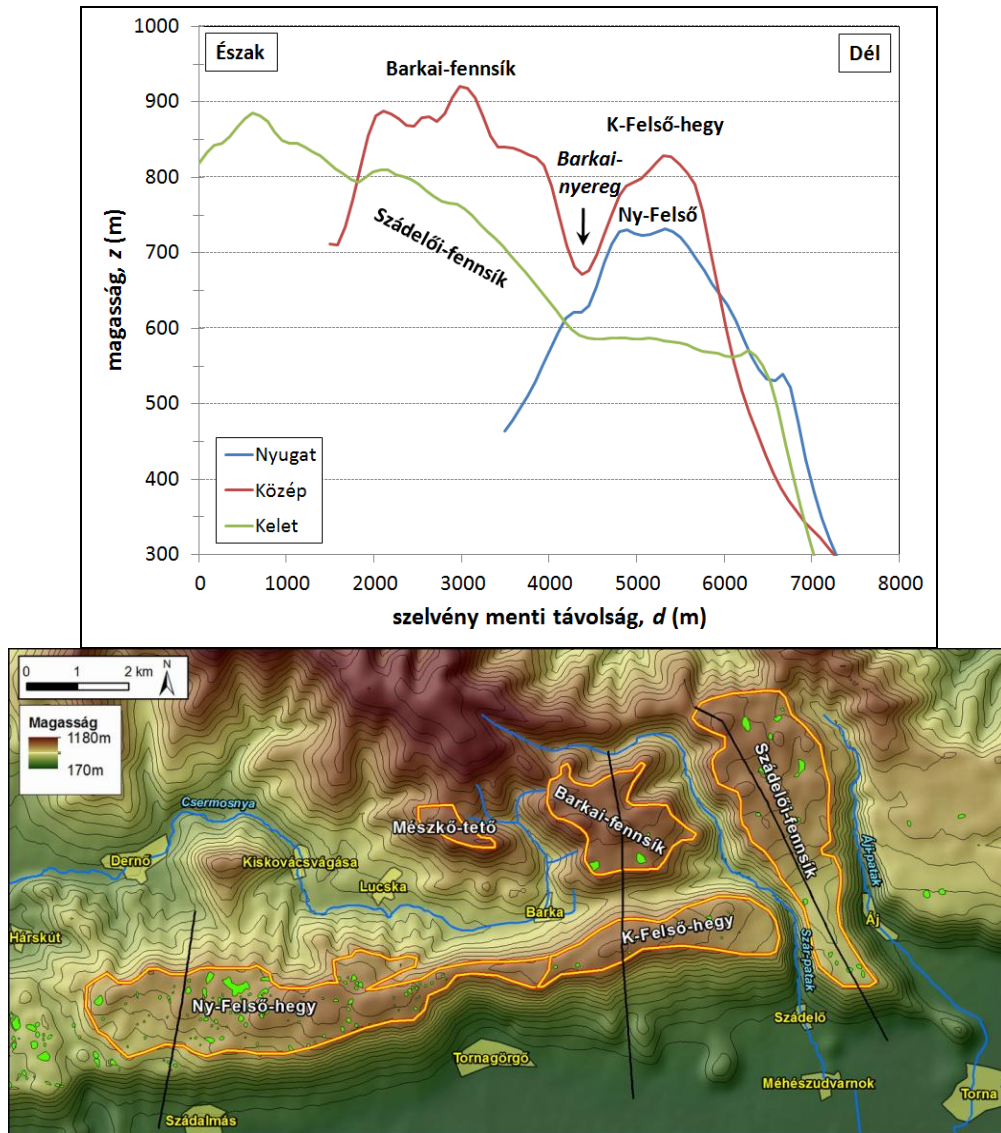
Legegyszerűbb eset *egy pont magasságának lekérdezése*, de – meglepő módon – már erre sem teljesen egyértelmű a válasz. Megadható ugyanis a pontot tartalmazó cellának a magassága, de a válaszadás során alkalmazhatunk valamilyen interpolációt (bilineáris, kettős köbös, ld. 3. fejezet) is. Jó felbontás esetén a különbség nem nagy, de gyenge felbontás esetén az interpolált érték általában jobban közelíti a valóságot.

6.1.2. Szelvénykészítés vonal illetve sáv mentén

Az egyik legklasszikusabb domborzatelemzési feladat a *kereszt-szelvény* készítés. A kézi szerkesztés régebben elég hosszadalmas munkát jelentett, de a DTM alapján a feladat igencsak egyszerűvé vált, meg kell adni a vonal helyét, és a szoftver kiszámolja a vonal egyes pontjaiban a magasságot. Ezek a mintavételi pontok általában egyenként helyezkednek el, a GRID felbontásához igazodva. A vonal lehet egyenes vagy gyakran valamilyen felszíninformához (pl. gerincvonalhoz, völgyvonalhoz, esetleg egy turistaúthoz) igazodó töröttvonal. A kereszt-szelvény adatai között általában szerepel a mintavételi pontok x , y és z koordinátája, valamint a szelvény menti távolság (d). Ez utóbbi azért fontos, mert a szelvénykészítéshez alapvetően erre van szükség: a z értéket kell ábrázolni a d függvényében (6.1. ábra). A szelvény elemzéséhez hozzátartozhat a teljes hossz, az emelkedő és lejtő szakaszok hosszának meghatározása. Felhasználóbarát szoftverek néhány kattintásra elvégzik az egész folyamatot.

A kereszt-szelvényekkel kapcsolatos elvi probléma, hogy azok meghúzása sokszor önkényes (véletlenül vagy szándékosan!), így a mintázásból fontos pontok (pl. csúcsok) kimaradhatnak. Erre kínál megoldást a *sáv-szelvények* módszere (*swath analysis*), amely lényegében egy általánosított kereszt-szelvény. Bár ezzel már tulajdonképpen területi kiterjedéssel rendelkező objektumot vizsgálunk, a logikai kapcsolódás miatt mégis ebben a pontban tárgyaljuk.

A sáv-szelvényt úgy kaphatjuk meg, hogy a magassági értékeket nem egyszerűen egy adott vonal mentén határozzuk meg, hanem egy adott szélességgel rendelkező sáv mentén haladva meghatározzuk a középvonala merőleges zónákban mért magassági értékek statisztikáit (minimum, átlag, szórás, stb.).



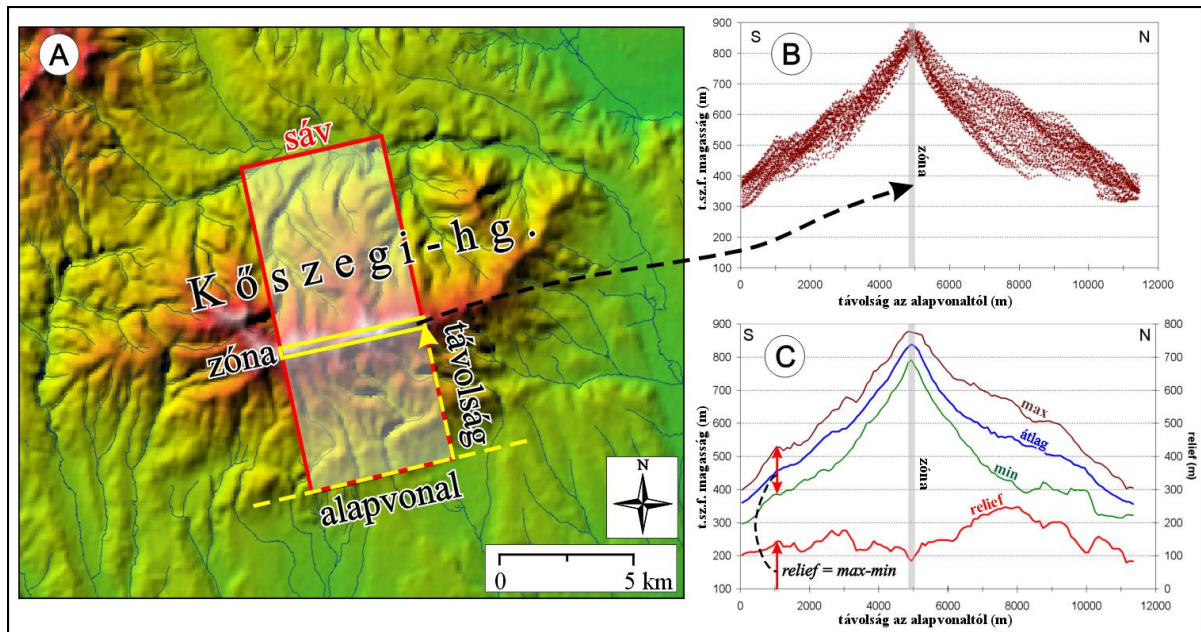
6.1. ábra: Domborzati keresztmetszvények összehasonlítása a Gömör-Tornai-karszt ÉK-i részének példáján (magassági torzítás kb. 10-szeres; a keresztmetszvények futását az alsó térkép fekete vonalai jelzik)

A sávszelvény készítése technikailag az alábbi lépésekben valósítható meg DTM alapján:

- 1) A vizsgálandó sáv (általában téglalap) kivágása a DTM-ből (6.2. ábra a).
- 2) A téglalap egyik oldalát alapvonalnak tekintve meghatározzuk az egyes cellák alapvonaltól számított távolságát. Ezt ábrázolva egy pontfelhőt kapunk (6.2. ábra b).
- 3) Az alapvonaltól számított távolság alapján osztályokba (zónákba) soroljuk a cellákat.
- 4) Meghatározzuk az egyes zónák átlagmagasságát, illetve más statisztikáit (pl. minimum, maximum, szórás, relief, stb.), és ezt ábrázoljuk a zónának az alapvonaltól számított távolsága függvényében (6.2. ábra c).

A sávszelvény-elemzés esetében az irány megválasztása rendszerint a domborzati formák csapásirányára merőlegesen vagy éppen azzal párhuzamosan történik. A sávszelvényt kiterjeszthetjük bizonyos „elfajuló” esetekre, például részleges vagy teljes körszimmetriát mutató felszínformák (pl. vulkánok, hordalékkúpok) esetében téglalap helyett körcikkek, illetve teljes kör alaprajzú terület választható ki, és az alapvonal helyett a forma középpontjától vett

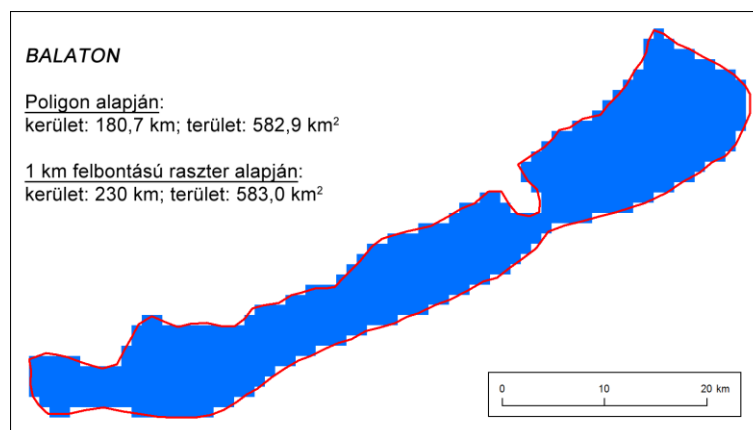
távolsággal érdemes számolni. Ebben az esetben a vizsgálat lényegében polárkoordináták szerint történik.



6.2. ábra: A sávszelvény készítésének módszere. a) sáv elhelyezkedése; b) magasság – távolság pontfelhő; c) a kész sávszelvény

Lehetőség szerint arra kell törekedni, hogy a vizsgált domborzati egység minél nagyobb részét lefedje az elemzési sáv, ugyanakkor az eltérő domborzatú területek (pl. perem felől bemélyedő öblözetek, medencék stb.) kihagyása indokolt lehet a sávszelvény jobb értelmezhetősége miatt, így adott esetben végül a sáv alakja a téglalaptól eltérő, szabálytalan forma is lehet. Elhajló formákhoz (pl. ívelt csapású hegységhez) is igazítható a sávszelvény, bár a görbe futású sávszelvény készítése számos technikai problémát is felvet, ezeket itt nem részletezzük.

6.1.3. Területi kiterjedéssel rendelkező objektumok vizsgálata



6.3. ábra: Terület- és kerületszámítás poligon illetve pixel alapú körvonal alapján

Gyakran kíváncsiak vagyunk egy kiterjedt objektum területére és kerületére. Ez számítható az objektum vektorosan meghatározott poligon-körvonal alapján, de számítható az objektumhoz tartozó pixelek alapján is (6.3. ábra). Ha jó a felbontás, akkor a területekben

nincs nagy eltérés, a kerületekben viszont igen, mert a pixeleket körbeölelő „lépcsős” futású vonal („derékszögű kerítés”) lényegesen hosszabb lesz.

Ha élénk domborzatú terepen egy *felszín tényleges területét* (*surface area*) akarjuk meghatározni, akkor az különbözni fog az alaprajzi területtől. Egy α szögű lejtő esetén az alaprajzi terület és a felszín terület aránya $\cos \alpha$. Így a lejtőszög ismeretében (ld. később) pixelenkénti számítással viszonylag pontosan meghatározható a felszín tényleges területe.

A 3D igazi előnye azonban leginkább a *térfogat* számításánál domborodik ki (nem véletlenül – éppen ez jelentette a DTM-ek egyik első alkalmazását). Legegyszerűbb esetben meghatározandó a felszín és egy adott horizontális szint közötti térfogat. Erre van szükség például egy hegy térfogatának kiszámításához, vagy – fordított előjellel – egy tó vagy egy tervezett tározó vízbefogadó képességének meghatározásához. Gyakoribb azonban, hogy két különböző felszín közti térfogatot kell kiszámítani. Ez a feladat például egy vulkánkitörés során felszínre került vagy egy csuszamlás során megmozdult anyag térfogatának meghatározásakor.

A térfogatszámítás elve a következő: legyen az adott szint most az egyszerűség kedvéért a 0 magasság, a felbontás Δx és Δy (e kettő általában megegyezik), a DTM értéke egy adott pontban $z_i(x_i, y_i)$. Tekintsük a DTM celláit vízszintes sík felületűnek, így a *legközelebbi szomszéd* módszernek megfelelő „lépcsős” felületet kapjuk, de ha a pixel z értéke az adott cella átlagmagasságát adja meg, akkor ez a számítást nem befolyásolja. Az adott pixelhez tartozó térfogat egy hasábnak felel meg, melynek térfogata:

$$V_{i, \text{pixel}} = z_i(x_i, y_i) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (6.1. \text{ képlet})$$

A DTM által meghatározott, adott területre (T) vonatkozó térfogatot pedig a pixel-térfogatok összegzésével kaphatjuk (mintha függőleges rudacskákból raknánk ki a domborzatmodellt).

$$V_{\text{teljes}} = \sum_{i, \text{pixel} \in T} V_{i, \text{pixel}} = \sum_{i, \text{pixel} \in T} z_i(x_i, y_i) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \quad (6.2. \text{ képlet})$$

Ez a számítás, a matematika nyelvén megfogalmazva, a $z(x, y)$ felszín kettős integráljának felel meg, azaz:

$$V = \iint_T z(x, y) dx dy \quad (6.3. \text{ képlet})$$

Két különböző felszín közti térfogat a különbség-függvényből számítható, ugyanezzel a módszerrel.

6.2. Magassági eloszlás vizsgálata hisztogrammal

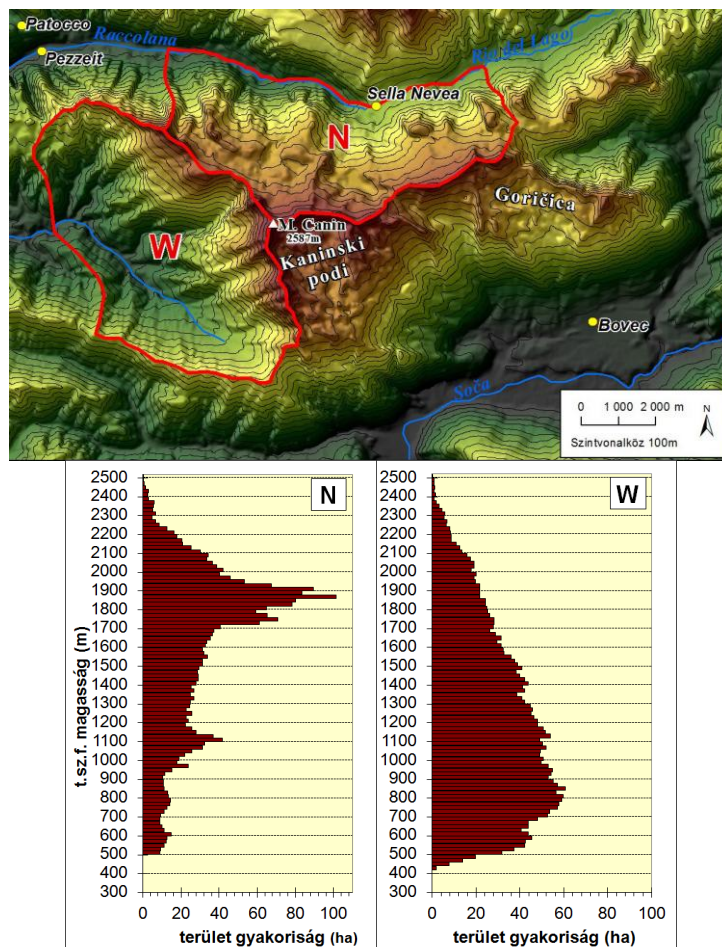
A *hisztogram*, más néven gyakorisági oszlopdiagram segítségével sokkal alaposabban megismerhetjük egy valószínűségi változó eloszlását, mint ha egyszerűen csak a nyers statisztikai mutatószámokat tekintjük. A DTM elemzésekor a változónk a magasság, és ennek gyakorisági eloszlását vizsgálhatjuk hisztogram segítségével, elsősorban akkor, ha jellegzetes magassági szintekre vagyunk kíváncsiak. Az általános statisztikai gyakorlatban – és a szoftverek is általában ezt támogatják – a változó a vízszintes tengelyre kerül, a gyakoriság pedig a függőlegesre. Mivel azonban a magasságnak térbeli értelme is van, ezért sok esetben

jobbnak tartjuk, ha a DTM-ből készült hisztogramoknál a magasság kerül a függőleges tengelyre és a gyakoriság a vízszintesre (6.4. ábra).

A gyakoriság a DTM-ek esetében azon pixelek számát jelenti, amelyek egy adott magassági osztályba esnek. Ezt azonban érdemes lehet átváltani területre ($=\text{pixelszám} \cdot \text{pixelterület}$), esetleg relatív (%-os) értékre. Az osztályok számának meghatározása, mint minden hisztogram esetében, kissé önkényes, nincs rá általános szabály, hogy hány osztálynak, vagy mekkora osztályköznek kell lenni. Túl nagy osztályközök esetén az információ „elmosódik”, túl kis osztályközök esetén viszont az egyes osztályok elemszámát már erősen befolyásolja a véletlenszerűség. Több próba és kísérletezés alapján juthatunk el az ideális osztályközhöz. Egy praktikus szempont, hogy az osztályhatárok kerek számok legyenek, mert így lényegesen könnyebb az értelmezés.

A kumulatív (azaz halmozott) hisztogram használata is gyakori, a földtudományi szakkönyvek gyakran a Föld teljes felszínét jellemző kumulatív hisztogram, azaz a *hipszografikus görbe* ismertetésével kezdik a Föld nagyléptékű domborzatának tárgyalását. Bár a kumulatív hisztogram elvben nem függ az elemző által önkényesen választott intervallumbeosztástól, mégis a domborzati elemzésekhez (szintek kereséséhez) vizuálisan könnyebben értelmezhetőnek tartjuk az egyszerű hisztogramot.

A hisztogram alakja és a felszín típusa között szoros összefüggés van. Például egy szűk völgyekkel tagolt fennsík hisztogramján az eloszlás maximuma fent lesz, míg egy erózió által jobban felszabdalt terület hisztogramján az eloszlás maximuma inkább az alsóbb szinteken várható (6.4. ábra).



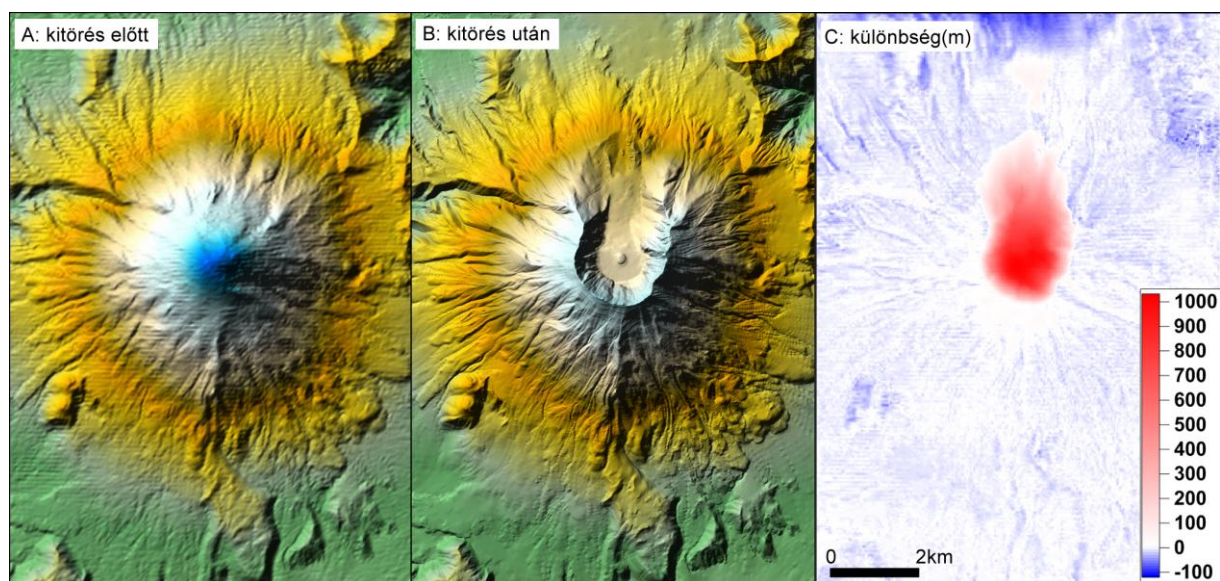
6.4. ábra: A Júliai-Alpokban található Canin-hegység északi (N) és nyugati (W) oldalának magassági hisztogramja. Az északi oldal eróziósan tagolatlan karsztfennsík, míg a nyugati oldal a glaciális és folyóvízi erózió hatására erősebben lepusztult terület.

6.3. Általános raszter műveletek

Az elemzések során számos olyan, viszonylag egyszerű művelet elvégzésére lehet szükség, amelyeknél a domborzati jelentés közvetlenül nincs kihasználva, hanem általánosságban a raszteres típusú téradatakra alkalmazhatók. Ezeket tekintjük át röviden az alábbiakban.

A GRID-dekkel végezhetünk egyszerű *matematikai műveleteket*, mint például összeadás, kivonás, szorzás, osztás vagy éppen használhatunk *logikai műveleteket* is. Ilyenkor a műveletek az egyes cellákra külön-külön, egymástól függetlenül hajtódnak végre. Ha több GRID szerepel a műveletben, akkor nem árt, ha a rács-geometria (felbontás, cellák pontos helye) egyezik, mert egymáshoz képest részben eltolts cellák esetén nem egyértelmű, hogy melyiket hogyan kell számításba venni. Néhány egyszerű példa matematikai GRID műveletekre (ahol C az új, A és B az eredeti GRID):

- Méter-láb átváltás: $A = 0,3048 \cdot B$;
- Különbség-térkép készítése (6.5. ábra), hogy két állapot közti magassági változást térben tudjunk elemezni: $C = A - B$ (pl. csuszamlás esetén az anyagiányos ill. felhalmozódásos részek);
- Összeg-térkép: $C = A + B$ (pl. jelenlegi domborzatra ráhelyezünk egy adott vastagságú gleccsert);
- Adott szint leválogatása a domborzatmodellből: $C = (A > 500) \text{ AND } (A < 600)$



6.5. ábra: Különbség térkép a St. Helens vulkán kitörés előtti és utáni állapotának összehasonlításával

Néha szükséges a raszter horizontális átformázása, azaz *transzformációja* (pl. forgatás, tükrözés, nyújtás, eltolás). Geokorrigált adatoknál az egyszerűbb „kézi” transzformációk kevésbé fontosak, annál inkább szükség lehet a *vetületi rendszer átváltására (reprojection)*, amit itt nem célunk ismertetni, ez általános térinformatikai munkákban megtalálható és szerencsére a domborzatmodellező szoftverek is egyre jobban támogatják a vetületek használatát.

Sokszor van szükség arra, hogy egy nagyobb DTM-ből *kivágjunk* egy kisebb darabot, ez történhet téglalap alakú határ mentén vagy valamilyen szabálytalan formával (pl. egy vízgyűjtőterülettel). Az első esetben általában „valódi” kivágás történik, a második esetben

azonban a levágott részek sokszor „No Data” értéket kapnak, de a DTM területi kiterjedése marad a régi.

A kivágással ellentétes művelet a *mozaikolás*, amikor több kisebb darabból rakjuk össze az új DTM-t. Ilyenkor meg kell határozni az új GRID paramétereit (felbontás, melyik rácshoz igazodjon) és hogy az átfedő illetve érintkező részekkel mi történjen. Ha az eredeti GRID-ek önállóan készültek és épphogy csak érintik egymást, de nincs átfedés, akkor az érintkezés helye a mozaikolt GRID-en is észlelhető lesz kis megtörések formájában. Ezt két módon kerülhetjük el, ha kezünkben vannak a vektoros alapadatok (szintvonalak, pontok):

- Az alapadatokat rakjuk össze, és az egész területre egyben hajtjuk végre az interpolációt. Nagy terület esetén azonban ez az eljárás extrém sokáig tarthat.
- Az eredeti mozaikdarabok szélein kissé túllógva hajtjuk végre az interpolációt, majd a mozaikolás során „fokozatos átmenetet” biztosítunk a határoló vonalak mentén.

Egyes feladatok megkívánják a *felbontás változtatását* (*újrámintavételezés; resampling*). Rontásra, azaz nagyobb pixelméret választására (*aggregálás*) akkor lehet szükség, ha a fájlméreten spórolni kell. Ezt nemcsak a tárolási kapacitás szűkössége, hanem a gyorsaság igénye is indokolhatja, továbbá előfordulhat az is, hogy egyszerűen nincs szükség az adott részletességre. Az adatok információtartalmának javítását nem tudjuk elérni a felbontás javításával, mégis sok esetben hasznos lehet, ha csökkentjük a pixelméretet. Például több, különböző forrásból származó GRID méretének összehangolásakor, vagy esetenként a megjelenítés szempontjából is fontos lehet. Az árnyékolt kép vagy a kitétség térkép esetén így jobb hatást érhetünk el, mint ha egyszerűen bilineáris vagy kettős köbös interpolációt alkalmaznánk a megjelenítésnél.

6.4. Klasszikus domborzati paraméterek számítása GRID alapján

6.4.1. Lejtőszög, kitétség

A domborzat jellemzésének egyik legfontosabb eleme a lejtők vizsgálata. Ennek egyik paramétere a *lejtőszög* (α vagy s , *slope angle*), másik a *kitettség* (A , *aspect*). A lejtőszög határozza meg, hogy milyen gyorsan folyik le a víz a domboldalon, vagy hogy mennyire lihegünk mászás közben. A lejtőszög tükrözi a felszínt alakító belső és külső erők hatását (tektonika, tömegmozgások, erózió, stb.), de egyben vissza is hat ezen erők működésére. A kitétség elsősorban a mikroklímát befolyásolja, s így közvetve hatással van a növényzetre és a felszínalakító folyamatokra. A lejtőszög és a kitétség a szűk emberi környezet szempontjából sem elhanyagolható, számításba kell venni például az építési költségeknél vagy éppen a telekár meghatározásánál, a mezőgazdasági értékelésről nem is beszélve.

Az alábbiakban bemutatjuk, hogy a lejtőszöget és a kitétséget hogyan lehet DTM alapján meghatározni. Emlékeztetőül: egy adott szakasz mentén a szintkülönbség (dz) és a lejtőirányú vízszintes távolság (dl) hányadosa a *meredekség* ($m = dz / dl$, angolul *slope* vagy *gradient*), melyet mértékegység nélküli hányadosként, vagy 100-zal szorozva %-ként szokás megadni. A lejtőszög és meredekség közti összefüggést az $m = \tan(\alpha)$ képlet adja meg, melynek megfordítása: $\alpha = \arctan(m)$. (Mivel az informatikában és az angolszász szakirodalomban a tangens rövidítése *tan*, ezért mi is ezt használjuk a *tg* rövidítés helyett.) Függvények esetében a meredekséget a derivált értéke mutatja meg, ami a dz/dl hányados adott pontbeli határértéke.

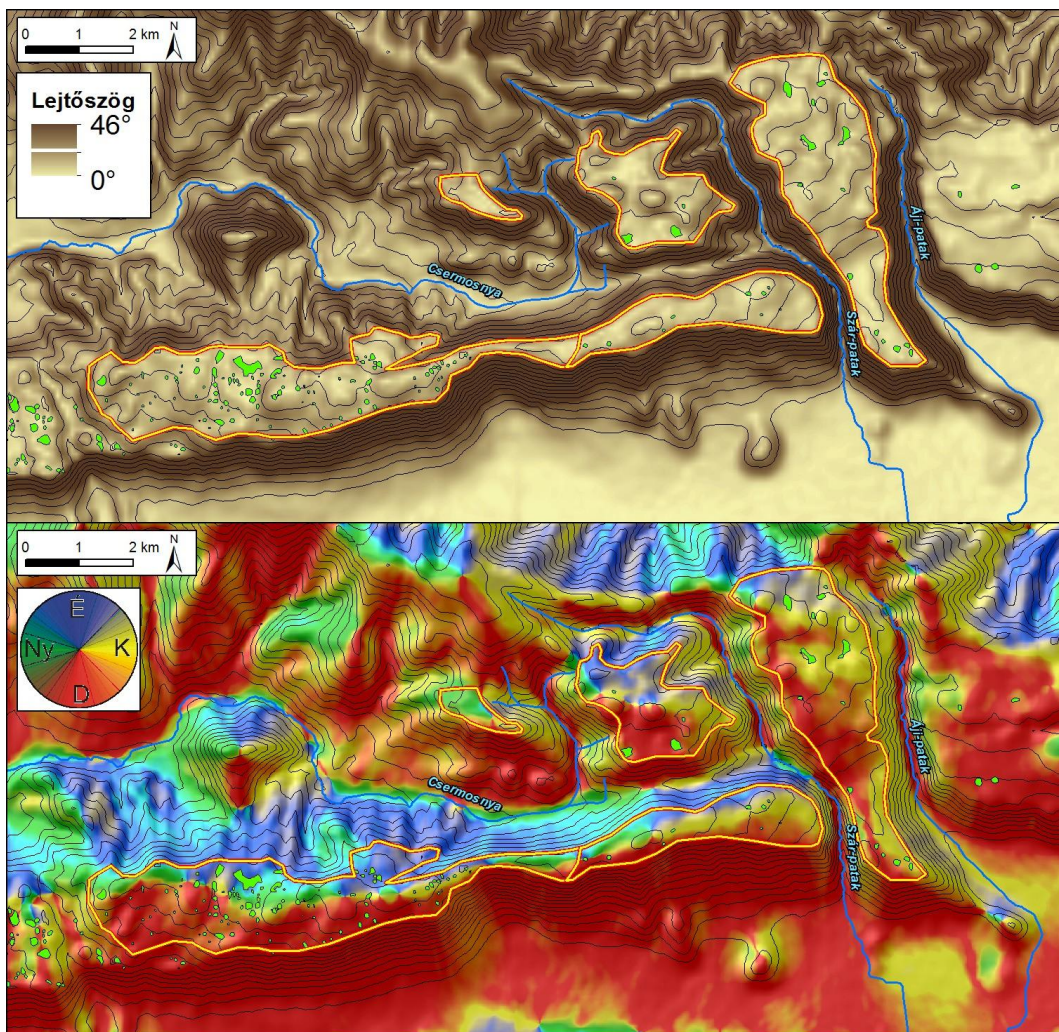
Egy felszín esetében beszélhetünk x és y irányú meredekségről (vagyis iránymenti deriváltakról), ezek jele: $\frac{dz}{dx}$ és $\frac{dz}{dy}$. „Szép” matematikai függvények esetén az iránymenti deriváltak képletszerűen megadhatók, a DTM-ek „durva” cellái alapján viszont csak közelítő

(ám egyszerű) számítás végezhető. Erre több megközelítés is létezik, mi a legegyszerűbbet mutatjuk be a 6.6. ábrán, amit a meredekség fogalma alapján könnyen értelmezhetünk. Figyeljük meg, hogy ennél a módszernél csak a középső cella (z_5) négy tengelyirányú szomszédját vesszük figyelembe, az átlósan elhelyezkedő cellákat nem.

| | | | |
|-------|-------|-------|---|
| z_1 | z_2 | z_3 | $\frac{dz}{dx} = \frac{z_6 - z_4}{2\Delta x}$, ahol Δx az x irányú felbontás |
| z_4 | z_5 | z_6 | |
| z_7 | z_8 | z_9 | $\frac{dz}{dy} = \frac{z_8 - z_2}{2\Delta y}$, ahol Δy az y irányú felbontás |

6.6. ábra: A lejtőszög és kitettség meghatározásához szükséges iránymenti deriváltak számítása

A felszín lejtését az alapján határozzuk meg, hogy milyen irányba legnagyobb a meredekség, azaz a víz milyen irányba folya le az adott pontból. Ez az irány a kitettség, az adott pont meredeksége pedig a legnagyobb meredekséggel egyenlő. A meredekség (m) és a kitettség (A) az iránymenti deriváltak segítségével határozható meg, mégpedig úgy, hogy m a $\left(\frac{dz}{dx}; \frac{dz}{dy}\right)$ vektor hosszával egyenlő, A pedig ugyanennek a vektornak az irányával.

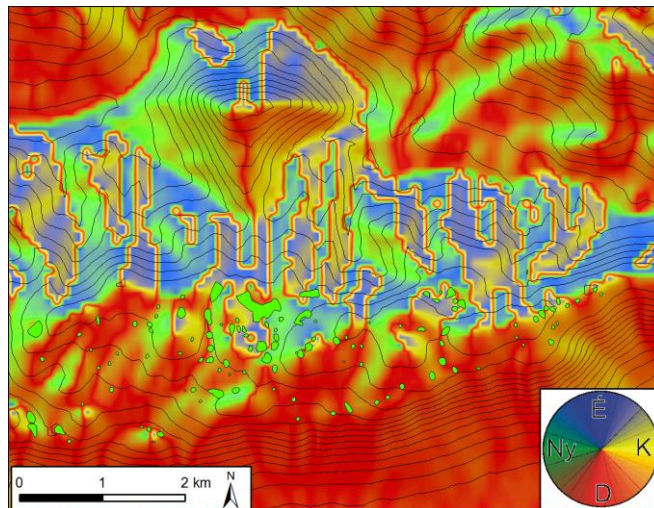


6.7. ábra: A Gömör-Tornai-karszt ÉK-i részének lejtőszög térképe (felül) és kitettség térképe (alul) (árnyékolással és szintvonalazással kiegészítve).
Ugyanezen terület domborzati térképét ld. a 6.1. ábrán

Ez az elméleti formula egyértelmű, azonban – mint említettük – az iránymenti deriváltak kiszámítása már nem az, ezért az egyes szoftverek által számított lejtőszögek kissé eltérhetnek egymástól, de ez a gyakorlat szempontjából elhanyagolható.

Mind a lejtőszög-, mind a kitettségterképet (6.7. ábra) színfokozatos ábrázolással érdemes elkészíteni, amit enyhe árnyékolással, vagy a tömbszelvényre való ráhúzással érdemes még plasztikussabbá tenni. A lejtőszög térkép előnye, hogy sok esetben jobban kihangsúlyozza a kisebb felszinformákat, mint az eredeti térkép. A lejtőszög térkép ábrázolásánál két dologra érdemes figyelni. Egyrészt a szint úgy jó választani, hogy a sík részek legyenek világosak, a meredek részek sötétek, másrészt egy-egy kiugró meredekségérték miatt az automatikus kontraszt sokszor nem elég jó, ezért érdemes a maximum értéket kézzel kisebbre állítani, vagy az adatok eloszlásához igazodó színezést (szórás, kvantilis, stb.) választani.

A kitettség térkép színeit földrajzi szempontból úgy jó választani, hogy valamennyire kifejezzék a hideg északi és meleg déli oldalakat (ausztrál diákoknak természetesen fordított az ajánlás!). E mellett a kitettség térképnek van egy „trükkje” is. A színfokozatos megjelenítésről szóló részben (ld. 3. fejezet) megfogalmaztuk, hogy bilineáris vagy kettős köbös interpolációval eltüntethető a térkép pixeles jellege. Ez azonban a kitettség esetében nem működik! Ha mégis beállítjuk, úgy „tekergőző férgek” jelennek meg a térképen (6.8. ábra). Tüzetesebb szemlélés után fölfedezhetjük, hogy ezek a „férgék” az északi oldalakat szeretik... A magyarázat a kitettség körkörös voltában rejlik. Értéke ugyanis $0-360^\circ$ -ig változik, és az 1° illetve a 359° minimális eltéréssel az északi irányt jelöli. Az interpoláció azonban ezt „nem tudja”, ezért nagyítás esetén, amikor a képernyő pixelei már sűrűbben vannak mint a DTM pixelei, az 1 és 359 értékű cella-középpontok közti átmenő képernyő-pixelek köztes értékeket vesznek fel, vagyis két szomszédos, északi kitettségű cella közé szinte a teljes színskála bekerül. Ha nem akarunk „férgéket”, de a pixelek zavaróan hatnak a kívánt méretben, akkor egy dolgot tehetünk: megnöveljük az eredeti DTM felbontását, és az alapján újraszámítjuk a kitettséget.



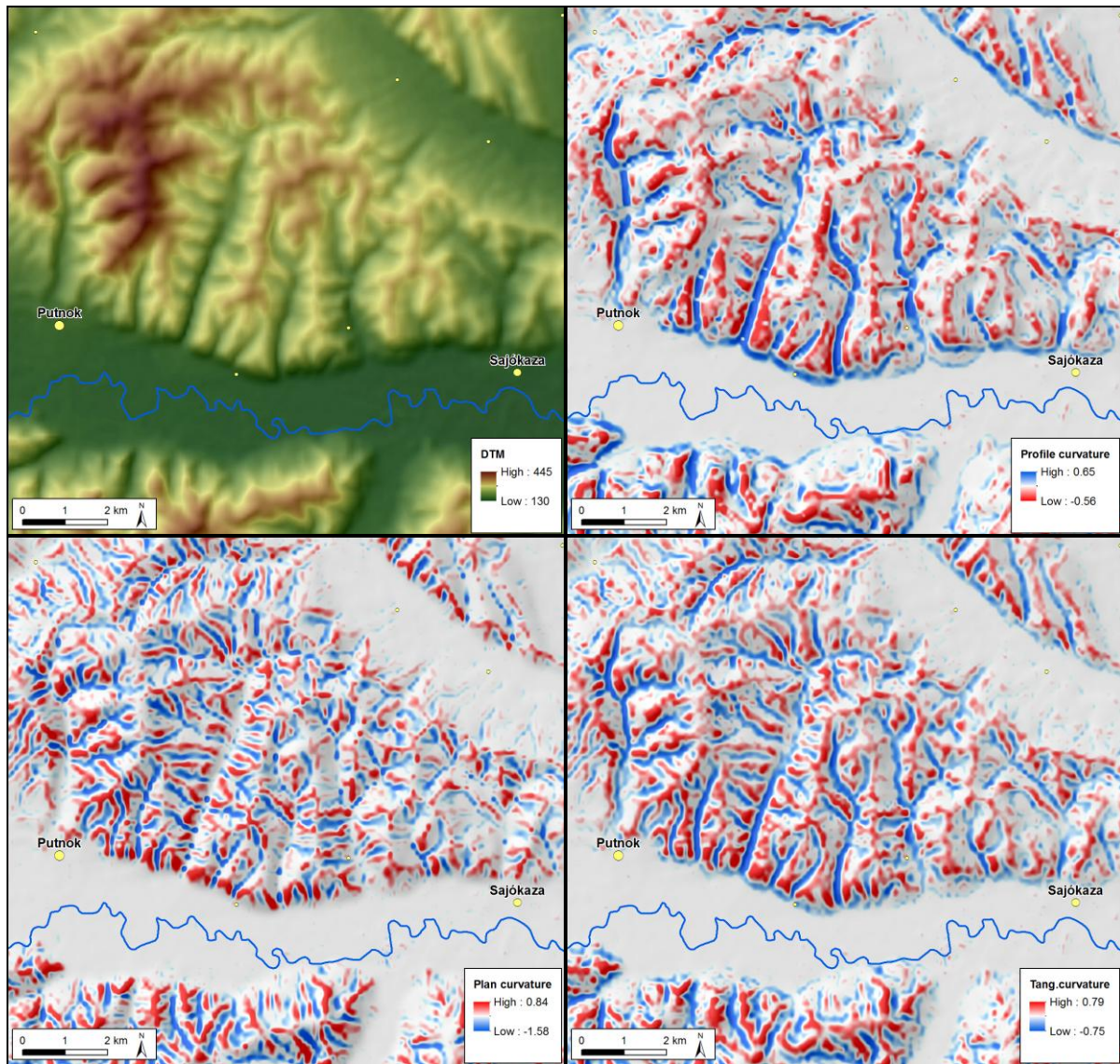
6.8. ábra: Bilineáris interpolációval kapott „férgék” a kitettség térképen

6.4.2. Görbület

Ha a lejtőszög megváltozását vizsgáljuk, vagyis hogy a felszín melyik részén nő a lejtőszög, melyik részén csökken, akkor beszélhetünk görbületről (*curvature*). Domború a lejtő, ha lefelé haladva egyre meredekebb lesz, homorú, ha lefelé haladva csökken a

meredeksége. Általánosságban elmondhatjuk – bár kivételek akadnak –, hogy a tetők, háta a domború formák, a völgyek a homorú formák. Itt jegyezzük meg, hogy a földrajzosokkal ellentétben a matematikusok alulról nézik a függvényeket, így számukra épp a völgyek a konvex (domború) és a dombok a konkáv (homorú) formák. Ez a különbség tulajdonképpen csak az előjelben számít, tehát a völgyek görbülete lesz pozitív, a domboké pedig negatív.

A görbület matematikailag a meredekség meredeksége, azaz az eredeti függvény második deriváltja. Egy felület esetében részben hasonló a helyzet, mint a lejtéssel. Itt is vannak iránymenti második deriváltak, melyek segítségével a görbület meghatározható. Többféle görbületről is beszélhetünk:



6.9. ábra: A Putnoki-dombság egy részének DTM-je (balra fent), lejtőirányú (jobbra fent), vízszintes (balra lent) és érintőirányú (jobbra lent) görbülete

- *lejtőirányú görbület (profile curvature)*: ez a legnagyobb meredekség irányába számított görbület. Úgy kell elképzelni, mintha egy függőleges síkkal a szintvonalra merőlegesen elvágnánk a felszínt, és ebben a síkban vizsgáljuk az adott pont görbületét.
- *vízszintes (sík) görbület (plan curvature)*: ezt úgy számítjuk, hogy egy vízszintes síkkal metsszük el a felszínt, tehát a szintvonalak görbületét kapjuk eredményül. Végző soron ez

is a völgyeket, hátaakat mutatja, hiszen egy szintvonalas térképen a gyakorlott szem éppen a görbület alapján tudja azonosítani ezeket a formákat.

- *érintőirányú görbület (tangential curvature)*: ez a lejtésre merőleges síkban mérhető görbületet adja meg. A felszínforma görbületét talán ez ragadja meg legjobban.

A görbületet szintén színfokozatos térképen szokás ábrázolni (6.9. ábra). Mivel a fő alaktani különbség a pozitív és negatív görbületű pontok között van, ezért érdemes úgy beállítani a színskálát, hogy a 0-nál fehér (átlátszó), a pozitív és negatív irányba pedig eltérő színű legyen. Az általában előforduló extrém szélsőértékek miatt itt is érdemes a színskála szélsőértékeit kézzel átállítani, vagy adateloszlás alapú színbeállítást alkalmazni.

6.5. Szűrők

Szűrőket eredetileg a fényképezés során használtak különféle hatások elérése érdekében. A digitális fotók megjelenésével a virtuális szűrők komoly teret nyertek a számítógépes képfeldolgozásban, de az itt kidolgozott eljárások praktikusnak bizonyultak más raszteres vizsgálatokban, így a DTM-ek elemzésében is. A szűrő-technika lényege, hogy a raszter celláit „lokálisan manipuláljuk”. Ez a gyakorlatban azt jelenti, hogy a raszter celláin végigfuttatunk egy mozgóablakot, és az ablakba eső cellák értékeiből kiszámolunk egy statisztikai mutatót, amit beírunk az aktuális középső cellába. Ez alapján nevezik ezeket a módszereket *mozgóablakos műveleteknek*, vagy *szomszédsági statisztikának (neighbourhood statistics)* esetleg *fokális statisztikának (focal statistics)*. Az eljárás legfontosabb tényezője, hogy milyen statisztikát alkalmazunk. Igen gyakran az ablakba (A) eső cellák valamilyen *lineáris konvolúcióját* számítjuk az alábbi képlet szerint:

$$z_c = \sum_{(x,y) \in A} \lambda_i \cdot z(x,y) \quad (6.4 \text{ képlet})$$

ahol z_c az aktuális középső cella értéke; λ_i együtthatók.

A képlet hasonlít egy súlyozott átlaghoz, de az együtthatók beállításától függ, hogy tényleg valamilyen átlagot számít-e, vagy éppen a kilógó elemeket nagyítja fel még jobban. Az együtthatókat tartalmazó mátrixot *kernelnek* szokták nevezni (6.10. ábra).

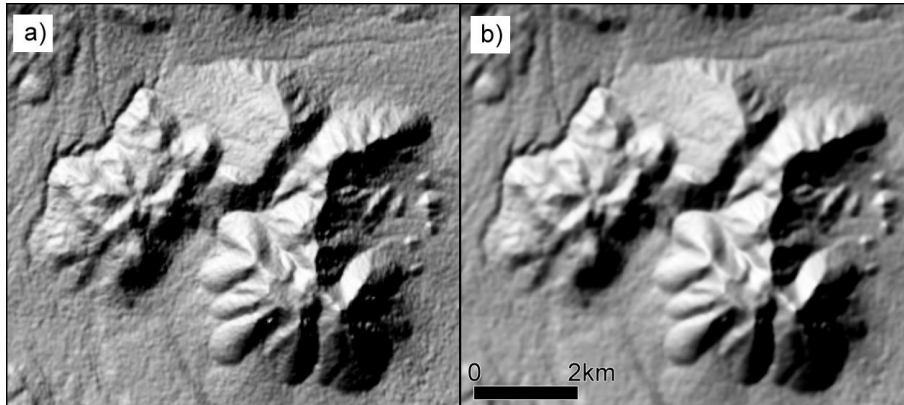
| a) mozgóátlag | | | | | b) távolsággal ford. arányos | | | | | c) gerinc és völgy | | | | |
|---------------|---|---|---|---|------------------------------|------|-----|------|------|--------------------|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,35 | 0,45 | 0,5 | 0,45 | 0,35 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,45 | 0,71 | 1 | 0,71 | 0,45 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,5 | 1 | 2 | 1 | 0,5 | -1 | -1 | 24 | -1 | -1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,45 | 0,71 | 1 | 0,71 | 0,45 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0,35 | 0,45 | 0,5 | 0,45 | 0,35 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 |

6.10. ábra: Néhány tipikus 5x5-ös kernel: a) mozgóátlagos aluláteresztő szűrő; b) távolsággal fordítottan arányos aluláteresztő szűrő; c) gerinc- és völgykiemelő szűrő

- *Aluláteresztő szűrők (low-pass filter)*: ezek egy része (pl. a 6.10a ábra) az adott pont környezetének átlagmagasságát adja meg. Általánosságban elmondható, hogy átlagoló, simító hatást érhetünk el ezek segítségével. Ha egy adott pont fölfelé vagy lefelé kilóg a környezetéből, akkor az aluláteresztő szűrő eredményeként belesimul a környezetébe,

tehát a csúcsokat, gerinceket lefaragjuk, a gödröket, völgyeket feltöltjük ezzel a módszerrel, azaz összességében az aluláteresztő szűrő a *domborzat simítására* való. Akkor van rá szükség, ha a DTM túl „zajos”, „érdes” felszínű (6.11. ábra). Ilyen esetekben sokat segíthet egy aluláteresztő szűrő használata (akár többszöri, egymás utáni alkalmazással), ugyanakkor ennek az a hátulütője, hogy a részletesség is csökken.

Az aluláteresztő szűrők számos altípusa abban különbözik egymástól, hogy a súlyozást milyen módszer szerint osztják el. Legegyszerűbb, ha minden súly megegyezik – ez a térbeli *mozgóátlag* (6.10. ábra). De csökkenhetnek a súlyok a *távolsággal arányosan* is (6.10. ábra), hatványfüggvény, vagy éppen Gauss-görbe szerint (6.10. ábra).



6.11. ábra: Gauss-féle simító szűrő alkalmazása.

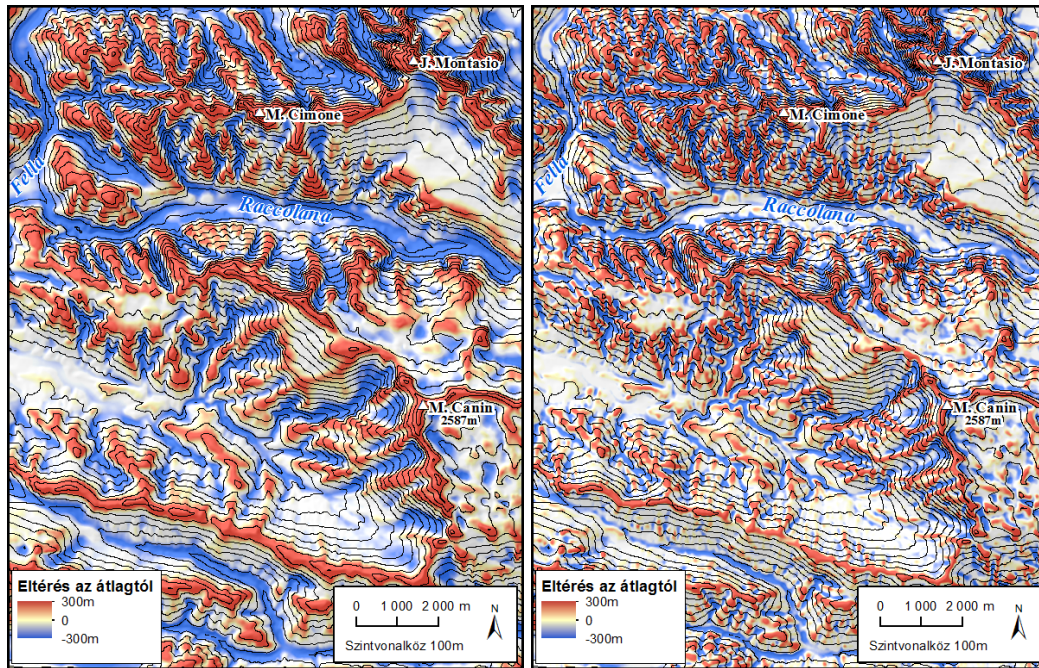
a) az eredeti „zajos” modell (SRTM 1”, Arizona, USA) és b) a simított változat

- *Felüláteresztő szűrők (high-pass filter)*: ezek éppenhogy az átlagtól eltérő értékeket erősítik fel. Hasznosak lehetnek a formák kontúrjainak kihangsúlyozására, ám ezzel együtt a DTM hibáit is jobban kidomborítják.
- *Élkiemelő szűrők (edge-enhancement filter)*: ezek célja, hogy a peremeket hangsúlyozzák ki minél jobban.
- *Gerinc- és völgykiemelő szűrők*: segítségükkel a domborzat fontos formáit, a völgyeket és gerinceket lehet meghatározni (6.12. ábra). Egy egyszerű megközelítés: a gerinc a környezete átlaga fölé magasodó forma, a völgy a környezete átlagánál alacsonyabb cella. Ezt két lépésben úgy valósíthatjuk meg, hogy készítünk egy mozgóátlaggal simított felszínt, majd a DTM-ből kivonjuk az átlagszűrővel kapott, simított DTM-et. De akár egy lépésben is elvégezhető ez a számítás egy megfelelően beállított kernel (pl. 6.10. ábra) segítségével. A színezést – csakúgy, mint a görbület térképek esetén – érdemes úgy beállítani, hogy a 0-nál fehér (átlátszó), a pozitív és negatív irányba pedig eltérő színű legyen.

Az eddig említett szűrőkön kívül használhatók *nemlineáris filterek* is. Végző soron a külön fejezetben tárgyalt lejtőszög, kitettség, görbület is tekinthető nemlineáris filternek. Ezekon kívül is akad azonban néhány könnyen értelmezhető, nemlineáris szűrő, amelyek a mozgóablakban szereplő értékek valamilyen statisztikai mutatóját számítják ki:

- *Medián*: ez az átlaghoz hasonló, de az egyedi kilógó értékektől kevésbé befolyásolt eredményt szolgáltat. Számítása viszont – főleg nagy ablakméret esetén – jóval hosszabb időt vehet igénybe.
- *Minimum, Maximum*: ezek az adott pont környezetének legalacsonyabb, legmagasabb értékét adják vissza. Tetőszintek, völgytalpak lehatárolásához ezt is lehet használni.

- *Terjedelem*: a statisztikai terjedelem, vagyis a maximum és minimum különbsége. A geomorfometriában ez a mutató régóta szerepel *relatív relief* néven. A lepusztulás fontos tényezője, mely szoros kapcsolatban áll a lejtőszöggel.
- *Szórás*: az adott pont környezetébe eső pontok magasságának (vagy más értékének) szórását adja meg. Alapvetően a terep tagoltságát fejezi ki és a lejtőszöggel szintén szoros kapcsolatban áll.



6.12. ábra: Gerinc- és völgykiemelő szűrővel kapott kép különböző ablakméretek esetén (Canin-hegység, Olaszország/Szlovénia).
bal) 450mx450m-es szűrő; jobb) 150mx150m-es szűrő (felbontás: 30 m)

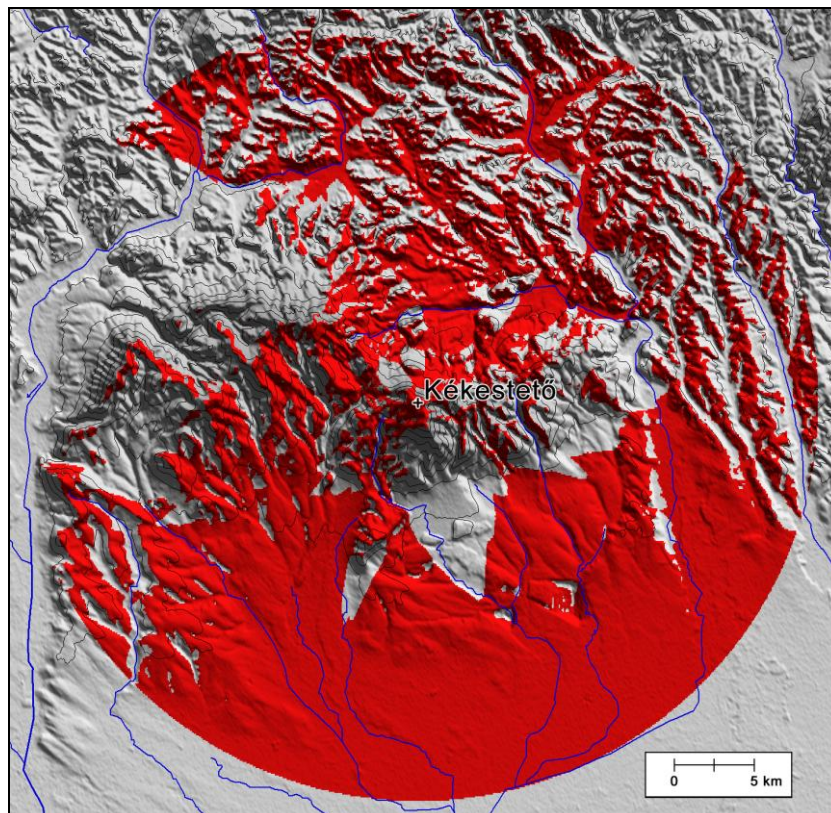
Az itt felsorolt szűrők valójában csak egy szűk válogatást jelentenek, és a gyakorlatban számos olyan feladat van, amelyhez kreatívan kell megtalálni, kialakítani a megfelelő szűrőt. A szűrő típusán kívül azonban akad még néhány beállítandó tényező:

- *Ablak mérete*: ez nagyon fontos tényező, gyakorlatilag ez adja meg a vizsgálatunk léptékét. A szűrők egyik óriási előnye pont abban rejlik, hogy ez a lépték változtatható (6.12. ábra). Lehet, hogy egy forma 100 méteres léptékben völgy, de 1 kilométeres léptékben völgyoldal, stb. Előfordulhat, hogy egy 3x3-as simítás nem elegendő, ilyenkor lehet nagyobb szűrővel próbálkozni. Mint említettük, a lejtőszög – relatív relief – szórás aránylag szoros kapcsolatban áll egymással, a felszínérdesség témaköréhez kapcsolódnak. A lejtőszöghöz képest a másik kettő előnye, hogy az ablakméret változtatásával léptéket tudunk váltani (Természetesen különböző trükkökkel – pl. felbontás-változtatással – a lejtőszöget is tudjuk más léptékhez igazítani, de ez körülményesebb.) Számítani kell azonban arra, hogy az ablakméret növelésével a futtatási idő megnő – kb. az ablakméret négyzetével arányosan.
- *Ablak alakja*: ez leggyakrabban négyzet, mert technikailag ez a legkényelmesebb; de lehet akár téglalap is (ha a vizsgálatunk valamiért irányfüggő/anizotróp); „kör” (a raszter celláihoz igazodva, ami kisebb ablakméretek esetén valójában eléggé szögletes forma, erre utal az idézőjel) – elvi szempontból tulajdonképpen ez a legkíváncsabb; lyukas kör (melynek számításából épp a középső pont ki van hagyva), esetleg gyűrű.
- *Peremek*: a raszter szélső pixelein végzett számításnál a mozgóablak egy része mögött „nincs semmi”, ezért ki kell találni, hogy itt a számítás hogyan történjen. Bizonyos

műveletek (pl. maximumkeresés) elvégezhetők kevesebb cella alapján is, de előfordul az is, hogy a raszter peremén lévő értékeket ideiglenesen kiterjesztjük a mozgóablak sugarának megfelelő távolságig. Sok szoftvernél választható az is, hogy a peremen lévő cellákra tükrözzük a másik oldalon lévő értékeket. Mindezek miatt gondolni kell arra, hogy a szűrő eredményeként előálló raszter a peremen lévő pontokban kismértékben torz lehet, vagy esetleg *No Data* értékek szerepelnek a mozgóablak sugarának megfelelő sávban.

6.6. Összeláthatósági elemzés

Egy viszonylag egyszerű elemzési lehetőségről van szó, mely a DTM-ek történeti fejlődése során is hamar megjelent (Magyarországon például a Posta Kísérleti Intézet hozta létre az első országos, DTM-200 adatbázist az 1970-es években, éppen a távközlési tervezés számára). Az összeláthatósági vizsgálat azt adja meg, hogy a terep egy adott pontjáról a felszín mely pontjai láthatók (6.13. ábra). Ehhez értelemszerűen a felszínmodell jobb, mint a domborzatmodell. Az összeláthatósági vizsgálatokra szükség lehet egy adótorony vagy egy lokátor helyének tervezésekor, de akár egy kilátótorony panorámájának értékelésekor is. A számításhoz meg kell adni a kiindulási pontot (mely a terephez képest általában kiemelt pozíciót foglal el), és egy hatósugarat. A számítás elve egyszerű: a kiindulási pontot összekötjük a terep minden egyes pontjával, és megvizsgáljuk, hogy az adott egyenes metszi-e valahol a felszínt. Ha nem, akkor az összeláthatóság feltétele teljesül. Hosszabb távolságokon már a Föld görbületét is figyelembe kell venni.



6.13. ábra: A Kékestetőn álló torony 50 méteres relatív magasságából látható területek 25 km sugarú körben (piros színnel). Figyeljük meg, hogy a hegygerincek Kékes felőli oldala piros, a másik szürke; hogy a Kékestől délre nyúló gerinc milyen sokat kitakar a déli hegylábi területből; hogy a Mátraalja (Mátrától délre eső terület) és a Mátralába (Mátrától északra eső terület) eltérő domborzati viszonyai hogyan jelentkeznek a láthatóságban!

6.7. Hidrológiai elemzések

A DTM alapú hidrológiai modellezésben a célkitűzések alapján két szintet különíthetünk el. Az első szint esetében a cél az, hogy a DTM-ből levezessük a terület vízfolyásait, illetve hogy egy adott ponthoz meg tudjuk adni a hozzá tartozó vízgyűjtő-területet. A következő szinten a lefolyás modellezése a cél, melyhez már szükség lehet más adatokra is. Ezen a szinten a DTM tulajdonképpen egy összetett hidrológiai modell részévé válik. Ezek a komplex modellek már a hidrológia tárgykörébe tartoznak, ezért itt a módszereket nem ismertetjük. Fókuszáljunk tehát az első szintre!

6.7.1. Vízhálózat levezetése

A vízhálózat levezetése során a legfőbb alapelv az a fizikailag józan föltevés, hogy a víz mindig a legnagyobb felszíni lejtés irányába folyik le. Már itt, ezen a ponton megjegyezzük, hogy a síkvidéki területeken a víz mozgását nem feltétlenül a domborzat határozza meg, ezért az alábbi elemzések elsősorban az élénkebb domborzatú dombsági és hegységi térszínre alkalmazhatók.

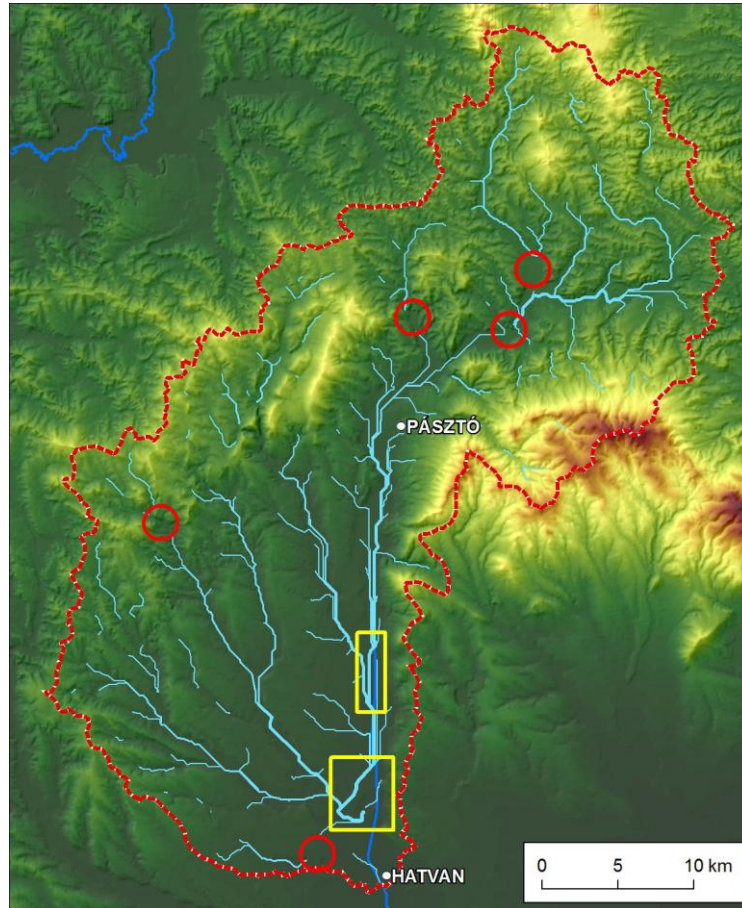
Ha celláról cellára nyomon követjük a lefolyó víz útját, akkor megkapjuk a lefolyási pályákat, és ezek közül kijelölhetjük azokat a vonalakat, amelyeken sok víz folyik keresztül, ezek lesznek a vízfolyások. Ezzel a módszerrel azt is meg tudjuk határozni, hogy egy adott pontba mely cellákból jut el a víz, így a vízgyűjtő-terület is meghatározható. A modell úttörői hamar szembesültek két problémával, melyeket itt most előre közlünk, hogy az algoritmus lépései érthetőek legyenek:

- A DTM előkezelése nélkül a vízfolyások csak kis darabokból állnak, nem lesz összefüggő a vízhálózat (6.14. ábra). Ennek az az oka, hogy a DTM-ek gyakorlatilag minden esetben tele vannak „gödrökkel” (más néven *nyelőkkal*; angolul *pit*, *sink*). Ezek olyan cellák, melyek az összes szomszédjuknál alacsonyabbak, ezért a víz innen nem folyik tovább. Ezek a gödrök lehetnek a valóságban is létezők (pl. karsztvidékek töbrei, jégcsiszolta terek mélyedései), ilyen esetekben valóban nincs összefüggő vízhálózat, de a legtöbb esetben a DTM valamilyen hibájáról van szó. Ez a hiba lehet adathiba, lehet az interpoláció eredménye vagy előfordulhat, hogy a felbontás gyengesége miatt egy szűk kijárat nincs reprezentálva a DTM-ben. Ezért az előkezelés részeként ezeket a lyukakat fel kell tölteni a DTM-ben.
- A DTM által lefedett terület egy részéről gyakran rendelkezésünkre áll a vektoros vízhálózat (vagy esetleg pontos topográfiai térkép). Előkezelés nélkül a levezetett vízhálózat bizonyos mértékig eltérhet a vektoros formában adott vízhálózattól (6.14. ábra), ami nyilván nem szerencsés. Ez a hiba jellemzően a sík térszíneken, szélesebb völgytalpakon fordul elő, ahol a domborzat már nem kellőképpen determinálja a vízfolyások elhelyezkedését. E hiba kiküszöbölésére szolgál a vízfolyások „beégetése”.

Mindezek tükrében már érthetőek lesznek a vízhálózat levezetéséhez szükséges algoritmus lépései:

- *Vízfolyások „beégetése” (Burn Rivers)*. A vektorosan adott vízfolyások vonalai mentén a DTM-t besüllyesztjük, azaz mintegy beégetjük a medret a DTM-be. Technikailag ez például úgy oldható meg, hogy a vektoros vízfolyásokat raszterre kell alakítani, melynek értéke ~5 méter a vízfolyások mentén, 0 egyébként, majd ezt kivonjuk az eredeti DTM-ből.
- *„Gödrök” feltöltése (Fill Sinks)*. A zárt mélyedéseket feltöltjük a perem legalacsonyabb értékével egyező szintig, azaz mintha a víz kitöltené a mélyedést és tó alakulna ki, melyből a perem legalacsonyabb pontján át van lefolyás. Ez egy *iteratív* azaz többször

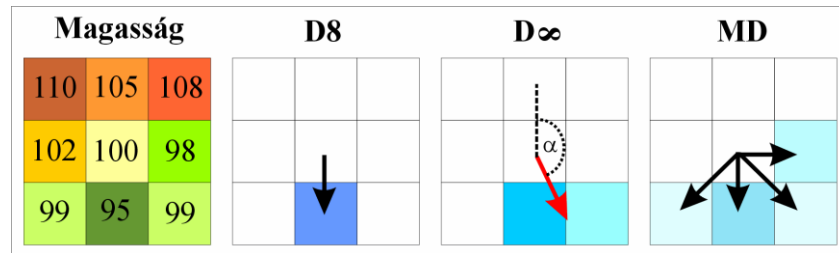
ismétlődő eljárás, mert egy feltöltött cella esetleg elzárhatja egy másik cellából idefolyó víz útját, tehát új gödröt hoz létre. Ezért addig kell ismételni a feltöltéseket, amíg a gödrök teljesen el nem fogynak. Ezzel azért érdemes tisztában lenni, hogy értsük, hogy a szoftverek miért ismételnének többször is bizonyos lépéseket ezen művelet végrehajtása során.



6.14. ábra: A „kezeletlen” DTM-ből levezetett vízhálózat hibái a Zagyva példáján.
piros kör: szétcsúszó vízhálózat (nincs az összes ilyen hely jelölve);
sárga téglalap: a valódi és a levezetett vízhálózat nem esik egybe.

- *Lefolyásirányok (Flow Direction)* meghatározása. A lefolyásirányt elvileg a kitettség határozza meg. A DTM-ben viszont egy cellának csak 8 szomszédja van, melyek $k-45^\circ$ -os irányoknak felelnek meg. A kitettség azonban elvileg tetszőleges értékeket fölvehet. Ezért a lefolyásirány meghatározására több lehetőség is kínálkozik, melyből röviden hármat mutatunk be (6.15. ábra).
 - *D8-módszer*: kiválasztjuk azt a cellát, amelyiknek az irányába legnagyobb a meredekség (*maximum downward gradient method*). Ezt a központi cellához viszonyított szintkülönbség és az attól mérhető távolság hányadosaként kapjuk. A távolság tengelyirányokban egyenlő a felbontással, átlós irányokban $\sqrt{2}$ -ször nagyobb. A lényeg, hogy a lefolyó vizet ez esetben teljes egészében, azaz determinisztikusan, egyetlen másik cellába irányítjuk, innét származik a módszer neve (*Determinisztikus 8-as*; a 8 a szomszéd cellák számára utal). A módszer hátránya, hogy a lefolyási pályák csak 45° többszöröseinek megfelelő szakaszokból állnak. Jó felbontás esetén ez kevésbé zavaró, viszont egyszerű a módszer, ezért ez a legelterjedtebb.

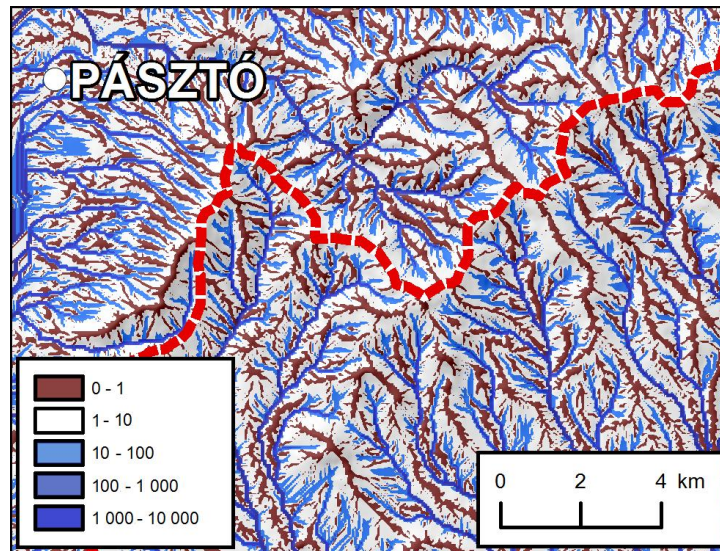
- *D ∞ -módszer (Tarboton)*: ez már egy többirányú lefolyást használó módszer, a lefolyó víz a kitettség vektor irányához legközelebb eső 2 cella között oszlik meg. A víz-elosztás pedig azzal arányos, hogy melyik cella mennyire esik közel a kitettség vektorhoz. A ∞ jel a kitettség vektor végtelen lehetséges irányára utal.
- *MD (Multiple direction)-módszer (Freeman)*: Ez az eljárás az összes alacsonyabb szomszéd cellába juttat vizet. Az elosztás a meredekség p -edik hatványával arányos. P értéke önkényes, fizikai tartalma nincs, általában 1,1 körüli értéket javasolnak. A módszer hátránya, hogy túl nagy lehet a szóródás, ezért a vízfolyási pályák nem rajzolódnak ki jól. Viszont egy árvizes helyzetet aránylag jól jellemezhet ez a módszer.



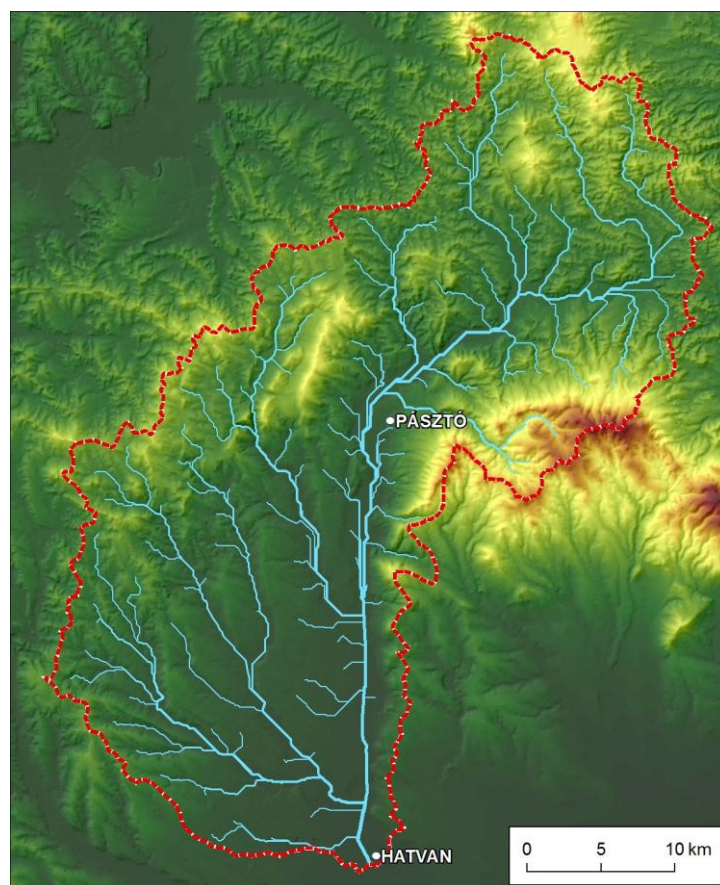
6.15. ábra: A víz továbbítása más cellákba különböző lefolyási modellek esetén.
Magasság értékek; D8; D ∞ (α : kitettség); MD

- *Lokális vízgyűjtő-terület*. Erre nincs egységes magyar szakkifejezés, a lehetséges alternatívák: *kumulált lefolyás*, *vízfolyás-összegyűlekezés*, és angolul is elég tarka a kép (*Flow Accumulation*, *Upslope Area*, *Upstream Area*, *Contributing Area*). A lényeg, hogy ez mind azt jelenti, hogy a DTM egy adott pixelén hány másik pixelről lefolyó víz halad keresztül, vagyis hogy mekkora az adott ponthoz tartozó vízgyűjtőterület (6.16. ábra). Ez az érték általában pixelszámban van megadva, amit a pixelterület ismeretében át lehet váltani tényleges területre.
A lokális vízgyűjtő-terület ábrázolásával kapcsolatban meg kell jegyezni, hogy általában több nagyságrendbeli különbségek vannak az egyes pontok között. A gerincek, hátaik, ahonnan csak lefolyik a víz 0 értéket kapnak (itt most pixelszámokat írunk). A völgyoldalak, amelyeken többé kevésbé „egyenesen” folyik le a víz 10-es nagyságrendű értékkel jellemezhetők (persze ez esetben már a felbontás is számít), végül a vízfolyásokban, amelyek összegyűjtik egy-egy terület vizét, több nagyságrenddel nagyobb értékek is előfordulhatnak a DTM kiterjedésének és felbontásának függvényében. Ezért az ábrázolásnál általában valamilyen nemlineáris skála szerinti, vagy adatelosztás alapú megjelenítés (pl. kvantilizsek, szórás szerint) javasolt.
- *Vízhálózat (Stream Network) meghatározása* (6.17. ábra). Az erózióval foglalkozó szakemberek igen régóta vitatkoznak azon, hogy miként határozható meg, hogy egy vízfolyás pontosan hol kezdődik. A terepen elvileg a meder végpontja jelöli ki ezt a helyet, elméletben pedig a vízfolyás ott kezdődik, ahol az areáisan ható lepusztulás (lepelerózió, lejtős tömegmozgások) átvált vonalas pályával rendelkező lineáris erózióba. Ha nem pont ennek a tanulmányozása a feladat, akkor a vízfolyásokat legegyszerűbben úgy adhatjuk meg, hogy azt tekintjük vízfolyás-pixelnek, ahol a lokális vízgyűjtő-terület meghalad egy bizonyos értéket. Mivel a lokális vízgyűjtő-terület lefelé monoton nő, ezért egy ilyen küszöbérték alapján összefüggő vízfolyásokat kapunk, amit vektorossá lehet alakítani. A küszöbérték tényleges meghatározása történhet önkényesen (ha csak az ábrázolás a cél), illetve más forrásból származó adatok (topográfiai térkép, légifotó, terepi felmérés) felhasználásával. Minden egyes esetre pontosan illeszkedő küszöbérték nem létezik, de egy homogén területen belül reális feltevés egy közös küszöbérték használata.

Ha azonban az alapkőzet, talajadottságok, növényborítottság, illetve az éghajlat eltéréseket mutat, akkor ez a vízfolyások kezdőpontját is befolyásolhatja. A vízfolyások ábrázolásához egy praktikus szempont, hogy ha a vektorra alakítás során a Horton-Strahler vagy Shreve-féle vízfolyás-rendűséget is meghatároztuk, akkor a vonal vastagságát ehhez igazítva olyan térképet kaphatunk, amely a vízfolyások méretét is jól érzékelteti.



6.16. ábra: Pásztó környékének lokális vízgyűjtőterület térképe (piros, szaggatott vonal: a Hatvanhoz tartozó Zagyva vízgyűjtő határa)

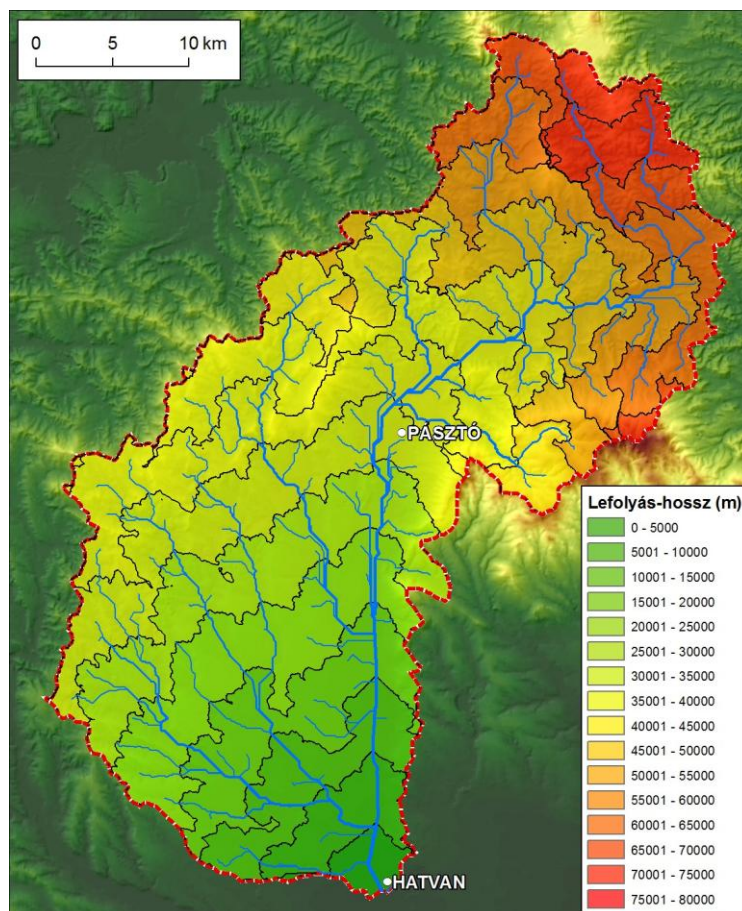


6.17. ábra: A Zagyva folyó hatvani vízgyűjtőjének levezetett vízhálózata (vastagság a vízfolyás-rendűséggel arányos)

6.7.2. Egyéb hidrológiai paraméterek

A további paramétereket csak röviden, az említés szintjén tárgyaljuk. A lefolyás modellezéséhez szükség van a *sebesség* meghatározására, melyet általában a lejtőszög (meredekség) figyelembevételével lehet meghatározni (*Chézy*, *Manning* és más formulák segítségével). Megjegyezzük, hogy épp a nagyobb vízfolyásokban, a feltöltés miatt gyakran kialakulnak teljesen lapos részek. Ezeken a részeken az esés nélküli pixelek meredekségét hosszabb távolságok nem nulla értékű átlagával kell helyettesíteni, különben a sebességképletek általában 0-t eredményeznek, ami lehetetlenné teszi a lefolyás-modellek alkalmazását.

A DTM alapján meghatározható a *lefolyáshossz*, ami egy adott pixeltől a vízgyűjtő kifolyási pontjáig terjedő távolság (6.18. ábra). Ha a lefolyáshosszt pixelenként a sebesség reciprokával súlyozzuk, azaz minden egyes pixelre az úthossz/sebesség hányadost számítjuk, akkor így végeredményben a *lefolyási idő* értékét kaphatjuk meg.



6.18. ábra: A Zagyva vízgyűjtő lefolyáshossz térképe

Eróziós modellekben a *munkavégző képesség* (*stream power index*, ω) meghatározására gyakran szerepel az alábbi formula, melyet a lokális vízgyűjtőterület (A_s) és a lejtőszög (β) alapján számíthatunk:

$$\omega = A_s \cdot \tan \beta \quad (6.5. \text{ képlet})$$

Ez a formula gyakorlatilag megfelel a geomorfológia klasszikus felfogásának, mely szerint egy vízfolyás munkavégző képességében a vízhozam és az esés a két meghatározó

tényező. Az első tényezőben szereplő lokális vízgyűjtőterület ugyanis elvben a vízhozammal egyenesen arányos, míg a második tényező pont az esést fejezi ki. Ezt a képletet illetve ennek változatait használják a talaj pusztulását számító modellekben, de a felszínfejlődés hosszútávú szimulációiban is.

A lokális vízgyűjtőterület értékét lehet felhasználni a felszín vízjárta vagy éppen száraz területeinek jellemzésére is. Egy kőzet, talaj, növényborítottság szempontjából homogén területen a talaj tartós csapadék hatására kialakuló víztelítettségi szintjét jellemzi az alábbi *topográfiai nedvesség index* (*topographic wetness index*, W):

$$W = \ln (A_s / \tan \beta) \quad (6.6. \text{ képlet})$$

Többek között e képlet felhasználásával – természetesen további tényezőket is figyelembe véve – a talajtípusok térbeli eloszlását viszonylag jó közelítéssel le lehet vezetni a DTM-ből, hiszen a talajok kialakulásának egyik fontos paramétere a vízellátottság.

7. Hibák a DTM-ben

Az örömben mindig vegyül egy kis ürm is. Nincs hibátlan DTM. A hibák változatos formákban bukkannak fel, ezek egy részéről már szót ejtettünk a korábbi fejezetekben, de itt most szeretnénk összefoglalni és kiegészíteni ezt a kérdéskört, mert igazán most állnak rendelkezésünkre eszközök a hibák detektálására és javítására. A hibákat több szempontból is csoportosíthatjuk. Alapvetően beszélhetünk *menyiségi* és *minőségi* jellegű hibákról. A hiba kiterjedése alapján lehet *lokális* vagy *globális*. A hibák megértése szempontjából a legfontosabb talán a hiba *forrása* szerinti megközelítés, ezt alkalmazzuk az alábbiakban, de előtte a hibák feltárásáról ejtünk pár szót.

7.1. Hibák felismerése

A hibák detektálása leggyakrabban valamilyen ábrázolás alapján történik. A 3D-s megjelenítés segítségével például a *kiugró értékek* könnyen észlelhetők. A hiba *lokalizációjára* viszont a felülnézeti képek – leginkább a szintvonalas térképek – alkalmasabbak. A felszín *érdeessége*, *szögletessége*, a *textúra eltérései* a legtöbb vizualizáción nyomot hagynak, de különösen jók az ilyen hibák felismerésére a felszín első- és másodrendű levezetett térképei, azaz például a lejtőszög- vagy a görbület-térképek.

Az adatok statisztikai vizsgálata is segíthet a hibák feltárásában. Első megközelítésben az x , y és különösen a z koordináták minimum és maximum értékei alapján a területről horizontális vagy vertikálisan kilógó értékeket azonosíthatjuk be (ez általában a „nyers” adatok feldolgozásánál fontos). A magassági hisztogram elemzése is rámutathat bizonyos hibákra.

Az az elvi kérdés, hogy „*a valósághoz*” képest mennyi a hiba, általában nem válaszolható meg. Helyette inkább arra tudunk válaszolni, hogy két különböző módon – például radarfelméréssel, illetve szintvonalas térkép digitalizálásával – kapott DTM mennyire tér el egymástól. Ilyen esetekben készíthető különbségtérkép, illetve ha a kontroll-felszín csak pontokból áll (pl. GPS-szel felmért, vagy geodéziai ponthálózat), akkor az adott pontokra vonatkozó statisztikai elemzés végezhető (különbségek minimuma, maximuma, stb.). Leggyakrabban használt mutatószám a *négyzetes középhiba* (RMSE, *Root Mean Square Error*), mely az alábbi képlettel számítható:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}(z - z_c)^2} \quad (7.1. \text{ képlet})$$

ahol n a vizsgálatba vont pontok száma;

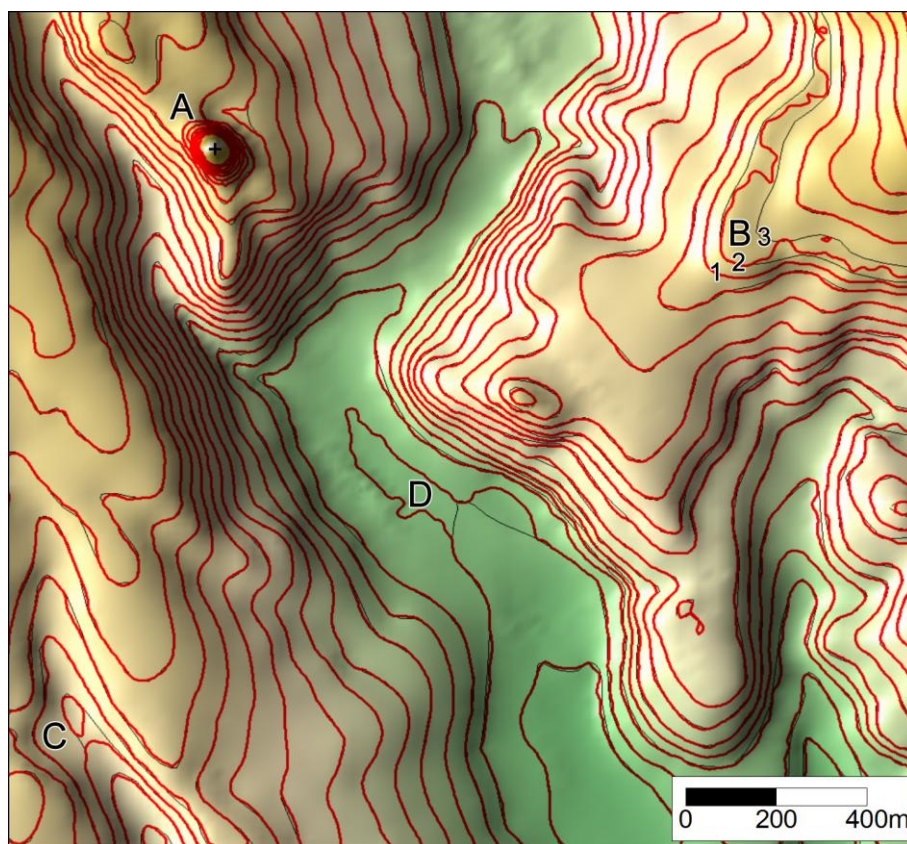
z a DTM magassága egy adott pontban, z_c a kontroll-adat magassága ugyanitt.

Ennek dimenziója megegyezik az eredeti mértékegységgel, és körülbelül úgy értelmezhetjük, hogy a DTM „átlagosan” ennyivel tér el a kontroll-felszíntől. (Az idézőjel arra utal, hogy ez nem egyenlő a „számtani átlaggal”, ezért olyan esetekben, amikor pontos megfogalmazásra van szükség, akkor jobb, ha négyzetes középhibaként említjük.)

7.2. Digitalizáláshoz kapcsolódó hibák

Digitalizálás során előfordulhatnak *geometriai hibák*: a szintvonal nem pontosan ott fut, ahol a térképen található, vagy a magassági pont elhelyezkedése némileg eltér. Ezek oka lehet gyors, nem elég alapos digitalizálás. Hatásukra a DTM pixeleinek értéke a hiba nagyságától és a felbontástól függő mértékben eltér a valóságtól, tehát mennyiségi értelemben hiba keletkezik, de minőségi szempontból – hacsak nem nagyon durva a digitalizálás – általában nem okoznak jelentős hibát.

Más a helyzet a hibásan bevitt *magassági értékekkel*. Ezek látványos hibát eredményezhetnek a DTM-ben. *Magassági ponthoz* kapcsolódó hiba kiugró csúcsot, vagy mély gödröt hoz létre, ami 3D képen is feltűnő, illetve szintvonalas térképen az adott pont körül sűrűsödő, koncentrikus szintvonalak jelezhetik (7.1. ábra A). *Elírt vagy félreértelmezett magasságú szintvonal* esetében a DTM-ből generált szintvonal „göcsörtös” jellege hívhatja fel a figyelmet a hibára (7.1. ábra B).



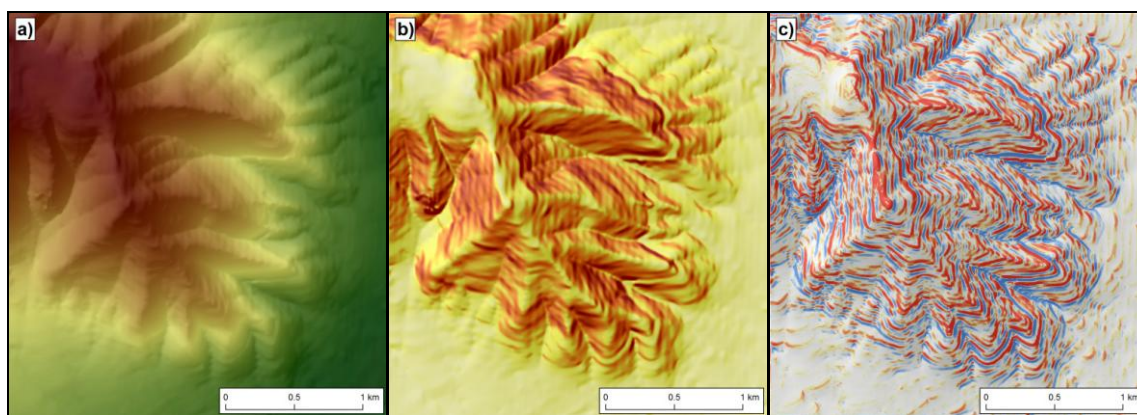
7.1. ábra: Digitalizálás és interpoláció során előálló jellegzetes hibák a DTM-ben. Fekete: eredeti szintvonal; piros: interpoláció után kapott szintvonal. A) elírt magassági pont (100 m hiba) hatása; B) hibás szintvonal értékadás következménye: 1 – az eredeti térképen nem létező szintvonal, csak „kényszerből” jön létre a hibás szintvonal miatt, 2 – az elrontott értékű szintvonal, melynek értéke így megegyezik a 3-as szintvonallal. Így az interpoláció után nyert szintvonal ide-oda „kacsázik” az azonos értékű 2-es és 3-as között. C) interpolációs eredetű kis mélyedés a völgytalpon; D) közel sík völgytalpon az interpolációval kapott szintvonal a kevés adat miatt erősen eltérhet az eredetitől

Ha rendelkezésünkre áll az alapadat (digitalizált szintvonalak, pontok), akkor a *javítást* legjobb azokban elvégezni, és újra interpolálni. Ha csak a DTM van a „kezünkben”, akkor kényszermegoldásként úgy járhatunk el, hogy a hibás részeket kivágjuk, majd egy viszonylag kis környezet alapján interpolációval pótoljuk a hiányzó részt.

7.3. Interpolációhoz kapcsolódó hibák

Ezek egy részét (pl. *szögletes felszín*) az egyes interpolációk során már tárgyaltuk. Néhány további jellemző hibára azonban itt hívjuk fel a figyelmet. Szűk völgyek – illetve fordított helyzetben: gerincek – esetében, ahol a szintvonalak erősen görbülnek, gyakran keletkeznek *kisméretű, zárt szintvonalak* (7.1. ábra C). Ennek az az oka, hogy az interpolációk többsége a szűk völgytalpat két oldalról lehatároló, ugyanazon szintvonalhoz tartozó, ezért azonos magasságú pontokat érzékel, így közéjük egy keskeny, lapos völgytalpat generál. De a kisebb súllyal figyelembe vett távolabbi pontok hatására ez a völgytalp mégsem teljesen lapos, hanem enyhén hullámos lesz, ezért jelenhetnek meg benne a kisméretű, zárt szintvonalak.

Igen gyakori jelenség az ún. *rizsteraszos* vagy *tigriscsíkos* domborzat (*padi terraces*, *tiger stripes*), ami azt jelenti, hogy a DTM-felszín úgy néz ki, mint DK-Ázsiában az élénk domborzatú vidékek rizsföldjei, azaz keskeny, a szintvonalak mintázatát követő teraszocskákat láthatunk. Ez a hiba a szintvonalas térképen nem ismerhető fel, a 3D-s ábrázolásnál már kismértékben észrevehető, markánsabb a lejtőszög térképen és legegértelműbb a lejtőirányú görbület térképen (7.2. ábra). Statisztikailag a magassági hisztogram szintvonal értékekhez igazodó szisztematikus kiugrásai mutatják meg legjobban ezt a hibát.



7.2. ábra: Szintvonalakhoz igazodó rizsteraszos domborzat.
a) 3D képen, b) lejtőszög-térképen; c) lejtőirányú görbület térképén.

Ez a torzulás egyértelműen a szintvonal-alapú DTM-ekre jellemző (tehát radar-alapú adatokban ne keressük). Oka, hogy az interpolációk nagy része valamilyen súlyozott átlagot számít az adatpontokból. De az adatpontok túlnyomó többsége a szintvonalakból származik, ezért a számítás során az egyes szintvonalak értéke „túlreprezentált”, így az adott szintvonal kis környezetén belül ez az érték fog dominálni, ez adja meg a teraszocska lapos felszínét. Ez a hiba igen nehezen küszöbölhető ki. Segíthet rajta, ha a szintvonalak pontsűrűségét csökkentjük (vagy eleve ritkábban vesszük fel a pontokat), természetesen a „fontos” pontokat nem kihagyva („fontos pont” az, ahol fordul a szintvonal). Vannak erre hajlamosabb (pl. TIN alapú lineáris) és kevésbé hajlamos (pl. krigelés, radial basis) interpolációk. Gyengébb felbontás esetén a hiba kevésbé jelentkezik, de ez persze más szempontból nem biztos, hogy előnyös. Illetve lehet magát a DTM-et simítani, de ennek ismét lehetnek káros mellékhatásai a részletesség csökkenése miatt. Az idomvonalak használata azonban erősen lecsökkentheti ezt a hatást (feltéve, hogy rendelkezésünkre áll ilyen adat).

7.4. Elsődleges adatok hibája

Az adatnyerés módjától függően különböző nagyságrendű hibák terhelik a mért értékeket, ezeket az erről szóló 4. fejezetben vettük végig. Hibát jelenthet, ha nem ismerjük az adatnyerés módját és ezért tévesen értelmezzük az adatokat, például egy radarméréssel kapott felszínmodellt domborzatmodellnek tekintünk.

7.5. Adatbázishoz kapcsolódó hibák

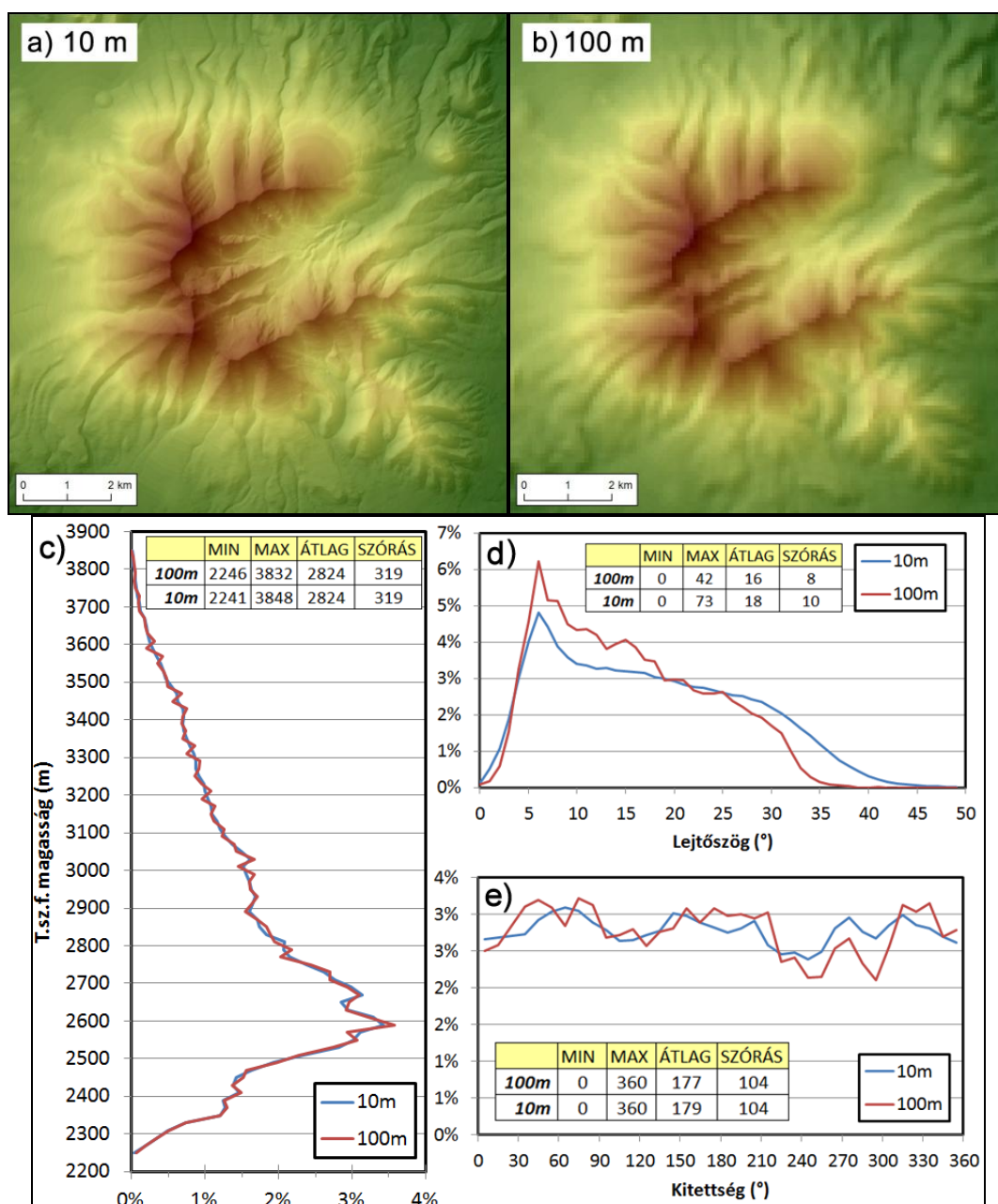
Az adatok rögzítése és továbbítása során keletkező hibák előfordulhatnak, de a mai számítógépes környezetben kevésbé jellemzők. Az adatok átalakítása (pl. vetületi konverzió) során szintén keletkezhetnek hibák, de ezek általában nem jelentősek.

Nagyobb adatbázisok egyes részei lehetnek heterogének. Ilyen például a GTOPO30, amelyet több különböző forrásból állítottak össze, de gyakran fölismerhető a DTM-ekben az egyes térképlapok összeillesztési vonala, amit kis megtörések jellemezhetnek, vagy például a lejtőszögek markáns eltérést mutatnak, ami a digitalizálás/térképi adatforrás eltérő minőségére utal.

7.6. A felbontás szerepe

Ez egy kulcsfontosságú kérdés. Ami a *függőleges felbontást* illeti, az adattárolás szempontjából – főleg régebben – fontos szempont volt a számformátum. Élénkebb domborzatú térszíneken a méteres precizitású magassági értékek általában bőven elegendők, ezért sok ilyen DTM-ben csak egész számok (*integer*) szerepelnek, ami jóval kisebb fájl méretet eredményez. (Megjegyzendő, hogy a méteres precizitás nem azonos azzal, hogy az adatok pontossága méteres, a precizitás csak a számábrázolás pontosságát jelenti.) Sík térszíneken, de akár a hegyvidéki területek szélesebb völgytalpain is ez a precizitás már nem elegendő, mert a DTM-ben nagy kiterjedésű, teljesen sík teraszokat észlelhetünk (vö. DDM-10).

A *vízszintes felbontás* hatása az adatok, és különösen a levezetett értékek pontosságára, még sarkalatosabb, számos kutató által alaposan vizsgált kérdés. A vízszintes felbontás szempontjából meghatározó tényezők az adatnyerés módja és terepi felbontása, a tárolási és számítási kapacitás illetve a felhasználási cél. Nem feltétlenül beszélhetünk „legjobb” felbontásról, hanem általában az adott feladathoz és eszközökhöz legjobban igazodó *optimális felbontásról*. Túl nagy pixelméretnél értelemszerűen elvesznek a részletek, ilyen értelemben a valósággal összemérve akár „hibáról” is beszélhetünk, de a túl kis pixelméret is okozhat gondokat például hidrológiai modellezés esetén.



7.3. ábra: Felbontás romlásának hatása néhány domborzati paraméterre az arizonai San Francisco vulkán példáján. a) 10 m felbontású DTM; b) 100 m felbontású DTM (bilinéaris interpoláció szándékosan mellőzve); c) magassági eloszlás; d) lejtőszög-eloszlás; e) kitétségek eloszlás

A pixelméret változtatása nem egyformán hat a magassági és a különböző levezetett értékekre. Néhány egyszerű, logikus összefüggést érdemes észben tartani, amit az arizonai San Francisco vulkán 10 méteres és 100 méteres felbontású DTM-jének példáján mutatunk be (7.3. ábra). A felbontás romlása az egyes formákat fokozatosan elmosódottá teszi (7.3b ábra), ám a *magassági értékek eloszlása* és statisztikai jellemzői csak kevésbé változnak (7.3c ábra). A lejtőszög érzékeny mutató, a rosszabb felbontás simító hatást jelent, így a *lejtőszögek egyértelmű csökkenése* figyelhető meg a hisztogramon és az átlagértékben is, de különösen a maximum értékében, azaz a legmeredekebb lejtők viszonylatában (7.3d ábra). A *kitétséget szisztematikusan nem befolyásolja* a felbontás romlása, de véletlenszerű eltérések adódnak, hiszen egy kicsit is tagolt terepen a jó felbontású pixelek változatos, egyedi kitétségi értékeit a rosszabb felbontás esetén egyetlen pixel kitétségi értéke helyettesíti (7.3e ábra).

Irodalomjegyzék

A vizsgált téma jellegéből adódóan a világháló bőséges információt tartalmaz a digitális terepmodellekkel kapcsolatban. Mára szinte áttekinthetetlen mennyiségben vannak szakcikk, melyek különböző mélységben foglalkoznak a digitális terepmodellekkel, illetve azok alkalmazásával. Ezek a szakcikk többnyire jól hozzáférhetők, bár vannak olyanok, amelyek csak fizetős adatbázisokból érhetők el. A régebbi szakirodalom elsősorban azoknak lehet fontos, akik szeretnék elmélyedni az egyes módszerek kialakulásában, de a felhasználás szempontjából ezek másodlagos fontosságúak. Jó áttekintést nyújtó könyv viszonylag kevesebb akad és jellemzően nincsenek meg a hazai könyvtárakban. Mindezek mellett természetesen rendkívül hasznosak a jobb szoftverek leírásai illetve rengeteg hasznos tipp gyűjthető a szakmai fórumokról. Ezeket szintén nem soroljuk fel, az érdeklődő olvasó könnyedén rájuk találhat.

Egy kivételt viszont teszünk, annak érdekében, hogy a kezdeti keresgélés hatékonyabb legyen: egy nagyon jó, átfogó irodalomjegyzéket itt is ajánlunk. A <http://www.geomorphometry.org> webhelyen, a *Bibliography* menüben 1805-től (!) kezdve összeállították a legrelevánsabb művek listáját. A listát a téma legjobb szakértői folyamatosan bővítik, aktualizálják.

Az alábbiakban mi csak a „hagyományos” munkák néhány fontosabb elemét kívánjuk kiemelni tematikus csoportosítással.

Áttekintő munkák:

- BURROUGH, P.A., McDONNELL, R.A., 1998: Principles of Geographical Information Systems. – Oxford University Press, Oxford, 306 p.
- CZIMBER K., 2001: Geoinformatika. – Elektronikus jegyzet, Sopron, 101 p. <http://geo.emk.nyme.hu/index.php?id=17850&L=1>
- FLORINSKY, I.V., 2012: Digital Terrain Analysis in soil science and geology. Academic Press, 432 p. <http://www.sciencedirect.com/science/book/9780123850362>
- KATONA E., 2013: Térinformatika. – Egyetemi jegyzet, Szegedi Tudományegyetem, Szeged, 108 p. <http://www.inf.u-szeged.hu/~katona/gis.pdf>
- MOORE, I.D., GRAYSON, R.B., LADSON, A.R., 1991: Digital terrain modelling: A review of hydrological, geomorphological, and biological applications. – *Hydrological Processes*. 5(1), 3–30. DOI: [10.1002/hyp.3360050103](https://doi.org/10.1002/hyp.3360050103)
- SÁRKÖZI F., évszám nélkül.: Térinformatika. – Elektronikus jegyzet, BME. http://www.agt.bme.hu/tutor_h/terinfor/tbev.htm
- WILSON, J.P. (2012): Digital terrain modeling. – *Geomorphology*, 137(1), 107–121. DOI: [10.1016/j.geomorph.2011.03.012](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2011.03.012)
- WILSON, J. P., GALLANT, J. C. (eds.), 2000: Terrain analysis: principles and applications. – Wiley, 479 p.
- WOOD, J. W., 1996: The geomorphological characterisation of digital elevation models. – Ph.D. Dissertation, Department of Geography, University of Leicester, Leicester, U.K., 456 p. <http://www.soi.city.ac.uk/~jwo/phd/>

Adatmodell, adatbázisok:

- BARSI Á., DETREKŐI Á., LOVAS T., TÓVÁRI D., 2003: Adatgyűjtés légi lézerletapogatással. – *Geodézia és Kartográfia*, 55(7), 10–17. <http://www.fomi.hu/honlap/magyar/szaklap/2003/07/2.pdf>

- CHEN, Z.T., GUEVARA, J.A., 1987: Systematic selection of very important points (VIP) from digital terrain model for constructing triangular irregular network. – *Proceedings of AUTO-CARTO 8 Baltimore, MO, U.S.A.*
- DORNINGER, P., SZÉKELY, A., ZÁMOLYI, A., RONCAT, A., 2011: Automated Detection and Interpretation of Geomorphic Features in LiDAR Point Clouds. – *Österreichische Zeitschrift für Vermessung und Geoinformation (VGI)*, 99(2), 60–69. http://www.ovg.at/uploads/media/02_dorninger-Szekely-zamolny-roncat_.pdf
- FARR, T., KOBRICK, M., 2001: The shuttle radar topography mission. – *Eos, Transactions of the American Geophysical Union*, 81(48), 583–585. DOI: [10.1029/E0081i048p00583](https://doi.org/10.1029/E0081i048p00583)
- FOWLER, R.J., LITTLE, J.J., 1979: Automated extraction of irregular network digital terrain models. – *Computer Graphics*, 13, 199–207. <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=807444> DOI: [10.1145/965103.807444](https://doi.org/10.1145/965103.807444)
- HASTINGS, D.A., DUNBAR P. (eds), 1999: Global Land One-kilometer Base Elevation (GLOBE) Digital Elevation Model, Version 1.0, Documentation Version 1.0. <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/topo/DATATILES/pictures/GLOBEDocumentationManual.pdf>
- KIRÁLYG., 2004: Domborzatmodellek előállításához felhasználható forrásadatok összehasonlító vizsgálata – HUNDEM 2004 Konferencia, Miskolc. <http://www.uni-miskolc.hu/~fkt/hundem/Cikkek/Kiraly%20Geza.pdf>
- KRAUS, K., PFEIFER, N. 1998: Determination of terrain models in wooded areas with airborne laser scanner data. – *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 53, 193–203. DOI: [10.1016/S0924-2716\(98\)00009-4](https://doi.org/10.1016/S0924-2716(98)00009-4)
- LOVAS T., BERÉNYI A., 2011: Fogalmak, kifejezések a lézerszkennelésben. – *Geodézia és Kartográfia*, 63(4), 9-12.
- MILLER, C.L., LAFLAMME, R.A., 1958: The Digital Terrain Model. Theory and applications. – *Photogrammetric Engineering*, 24(3). pp. 433–442.
- PEUCKER, T. K., FOWLER, R. J., LITTLE, J. J., MARK, D. M., 1978: The Triangulated Irregular Network. – *American Society of Photogrammetry: Digital Terrain Modell Symposium*, St. Louis, Missouri.
- RABUS, B., EINEDER, M., ROTH, A., BAMLER, R., 2003: The shuttle radar topography mission – a new class of digital elevation models acquired by spaceborne radar. – *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, 57(4), 241–262. DOI: [10.1016/S0924-2716\(02\)00124-7](https://doi.org/10.1016/S0924-2716(02)00124-7)
- RAYBURG S., THOMS M., NEAVE M., 2009: A comparison of digital elevation models generated from different data sources. – *Geomorphology*, 106(3-4), 261–270. DOI: [10.1016/j.geomorph.2008.11.007](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2008.11.007)
- RODRIGUEZ, E., MORRIS, C.S., BELZ, J.E., 2006: A Global Assessment of the SRTM Performance. – *Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, 72(3), 249–260. http://www.asprs.org/a/publications/pers/2006journal/march/2006_mar_24_9-260.pdf
- SZABÓ G., 2006: Eltérő alapú DEM-ekből származtatott kvantitatív geomorfológiai térképek pontosságának vizsgálata – HUNDEM 2006 Konferencia, Miskolc. <http://www.uni-miskolc.hu/~fkt/HunDEM2006/Cikkek/SzaboG.pdf>
- SZÉKELY B., MOLNÁR G., RONCAT A., 2007: Domborzat- és felületmodellek teljes jelalakos légi lézerszkenneléssel. – *Geodézia és Kartográfia*, 59(12), 8–13. <http://www.fomi.hu/honlap/magyar/szaklap/2007/12/2.pdf>
- TIMÁR G., TELBISZ T., SZÉKELY B., 2003: Űrtechnológia a digitális domborzati modellezésben: az SRTM adatbázis. – *Geodézia és Kartográfia*, 55(12), 11–15. <http://www.fomi.hu/honlap/magyar/szaklap/2003/12/2.pdf>

Megjelenítés (vizualizáció):

- BUCKLEY, A., HURNI, L., KRIZ, K., PATTERSON, T., OLSENHOLLER, J., 2004: Cartography and visualization in mountain geomorphology. In: BISHOP, M.P., SHRODER, J.F. (eds.): Geographic Information Science and Mountain Geomorphology, Springer & Praxis Publishing, Chichester, UK, 253–287.
- HORN, B. K. P., 1981: Hill shading and the reflectance map. – *Proceedings of the IEEE*, 69(1), 14–47. DOI: [10.1109/PROC.1981.11918](https://doi.org/10.1109/PROC.1981.11918)
- MITAŠOVA, H., HARMON, R. S., WEAVER, K. J., LYONS, N. J., OVERTON, M. F., 2012: Scientific visualization of landscapes and landforms. – *Geomorphology*, 137(1), 122–137. DOI: [10.1016/j.geomorph.2010.09.033](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2010.09.033)

Interpoláció:

- CARRARA A., BITELLI G., CARLA R., 1997: Comparison of techniques for generating digital terrain models from contour lines. – *International Journal of Geographical Information Science*, 11(5), 451–473. DOI: [10.1080/136588197242257](https://doi.org/10.1080/136588197242257)
- DESMET, P.J.J., 1997: Effect of interpolaton errors on the analysis of DEMs. – *Earth Surface Processes and Landforms*, 22(6), 563–580. DOI: [10.1002/\(SICI\)1096-9837\(199706\)22:6<563::AID-ESP713>3.0.CO;2-3](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9837(199706)22:6<563::AID-ESP713>3.0.CO;2-3)
- HARDY, R. L., 1990: Theory and applications of the multiquadric-biharmonic method 20 years of discovery 1968–1988. – *Computers & Mathematics with Applications*, 19(8-9), 163–208. DOI: [10.1016/0898-1221\(90\)90272-L](https://doi.org/10.1016/0898-1221(90)90272-L)
- HUTCHINSON, M. F., 1989: A new procedure for gridding elevation and stream line data with automatic removal of spurious pits. – *Journal of Hydrology*, 106, 211–232. DOI: [10.1016/0022-1694\(89\)90073-5](https://doi.org/10.1016/0022-1694(89)90073-5)
- ISAAKS E.H., SRIVASTAVA, R.M., 1989: An introduction to applied geostatistics. – Oxford University Press, Oxford, 592 p.
- LAM, N. S-N., 1983: Spatial interpolation methods: a review. – *The American Cartographer*, 10(2), 129–149. DOI: [10.1559/152304083783914958](https://doi.org/10.1559/152304083783914958)
- MITAŠ, L., MITAŠOVA, H., 1999: Spatial interpolation. – in: LONGLEY P. A., GOODCHILD M. F., MAGUIRE D. J., RHIND D. W. (eds): Geographical Information Systems. Principles, Techniques, Applications and Management. Second Edition. Wiley, 481–492. http://www.colorado.edu/geography/class/homepages/geog_4203_s08/readings/mitas_mitasova_1999_2005.pdf
- MITÁŠOVÁ, H., HOFIERKA, J., 1993: Interpolation by regularized spline with tension – II, application to terrain modeling and surface geometric analysis. – *Mathematical Geology*, 25(6), 657–669. DOI: [10.1007/BF00893172](https://doi.org/10.1007/BF00893172)
- MITÁŠOVÁ H., MITÁŠ L., 1993: Interpolation by regularised spline with tension: I. Theory and implementation. – *Mathematical Geology*, 25(6), 641–655. DOI: [10.1007/BF00893171](https://doi.org/10.1007/BF00893171)
- ROBINSON, G.J., 1994: The accuracy of digital elevation models derived from digitised contour data. – *Photogrammetric Record*, 14(83), 805–814. DOI: [10.1111/j.1477-9730.1994.tb00793.x](https://doi.org/10.1111/j.1477-9730.1994.tb00793.x)
- SIBSON, R., 1981: A brief description of natural neighbor interpolation (Chapter 2). In V. Barnett, V. (ed.): Interpreting Multivariate Data. John Wiley, Chichester. pp. 21–36.
- TOBLER, W. R., 1979: Smooth pycnophylactic interpolation for geographic regions. – *Journal of the American Statistical Association*, 74, 519–536. DOI: [10.1080/01621459.1979.10481647](https://doi.org/10.1080/01621459.1979.10481647)

Levezetett térképek, elemzések, hibák:

- JONES, H.K., 1998: A comparison of algorithms used to compute hill slope as a property of the dem. – *Computers & Geosciences*, 24(4), 315–323. DOI: [10.1016/S0098-3004\(98\)00032-6](https://doi.org/10.1016/S0098-3004(98)00032-6)

- OKSANEN, J., SARJAKOSKI, T., 2006: Uncovering the statistical and spatial characteristics of fine toposcale DEM error. *International Journal of Geographical Information Science*, 20(4), 345–369. DOI: [10.1080/13658810500433891](https://doi.org/10.1080/13658810500433891)
- PODOBNIKAR, T., 2009: Methods for visual quality assessment of a digital terrain model. *S.A.P.I.E.N.S.* [online] 2(2), <http://sapiens.revues.org/738>
- TELBISZ, T., KOVÁCS, G., SZÉKELY, B., KARÁTSÓN, D., 2012: A sávszelvény-elemzés (swath analysis) módszere digitális terepmodell (DTM) alapján. – *Földtani Közlöny*, 142(2), 193–200.
- WALKER, J. P., WILLGOOSE, G. R., 1999: On the effect of digital elevation model accuracy on hydrology and geomorphology. *Water Resources Research*, 35(7), 2259–2268. DOI: [10.1029/1999WR900034](https://doi.org/10.1029/1999WR900034)
- WALKER, W.S., KELLNDORFER, J.M., PIERCE, L.E., 1997: Quality assessment of SRTM C- and X-band interferometric data: Implications for the retrieval of vegetation canopy height. *Remote Sensing of Environment* 106(4), 428–448. DOI: [10.1016/j.rse.2006.09.007](https://doi.org/10.1016/j.rse.2006.09.007)
- ZEVENBERGEN, L.W., THORNE C.R., 1987: Quantitative Analysis of Land Surface Topography. – *Earth Surface Processes and Landforms*, 12, 12–56. DOI: [10.1002/esp.3290120107](https://doi.org/10.1002/esp.3290120107)
- ZHANG, W., MONTGOMERY, D.R., 1994: Digital elevation model grid size, landscape representation, and hydrologic simulations. – *Water Resources Research*, 30(4), 1019–1028. DOI: [10.1029/93WR03553](https://doi.org/10.1029/93WR03553)
- ZHOU, Q., LIU, X., 2002: Error assessment of grid-based flow routing algorithms used in hydrological models. *International Journal of Geographical Information Science*, 16(8):819–842. DOI: [10.1080/13658810210149425](https://doi.org/10.1080/13658810210149425)
- ZHOU, Q., LIU, X., 2004: Analysis of errors of derived slope and aspect related to DEM data properties. *Computers & Geosciences*, 30(4):369–378. DOI: [10.1016/j.cageo.2003.07.005](https://doi.org/10.1016/j.cageo.2003.07.005)

Modellezés, hidrológia:

- BEVEN, K. J., KIRKBY, M. J., 1979: A physically based, variable contributing area model of basin hydrology. – *Hydrological Science Bulletin*, 24(1), 43–69. DOI: [10.1080/02626667909491834](https://doi.org/10.1080/02626667909491834)
- BÓDIS K., 2009: Digitális domborzatmodellek és alkalmazási lehetőségeik az árvízi kockázatkezelésben. – PhD értekezés, Szegedi Tudományegyetem, http://doktori.bibl.u-szeged.hu/1348/1/bodiskatalin_phd_ertekezes.pdf
- COSTA-CABRAL, M.C., BURGESS, S.J., 1994: Digital elevation model networks (DEMON): A model of flow over hillslopes for computation of contributing and dispersal areas. – *Water Resources Research*, 30(9), 1681–1692. DOI: [10.1029/93WR03512](https://doi.org/10.1029/93WR03512)
- DESMET, P.J.J., GOVERS, G., 1996: Comparison of routing algorithms for digital elevation models and their implications for predicting ephemeral gullies. – *International Journal of Geographical Information Systems*, 10(3), 311–331. DOI: [10.1080/02693799608902081](https://doi.org/10.1080/02693799608902081)
- FREEMAN, T.G., 1991: Calculating catchment area with divergent flow based on a regular grid. – *Computers and Geosciences*, 17(3), 413–422. DOI: [10.1016/0098-3004\(91\)90048-I](https://doi.org/10.1016/0098-3004(91)90048-I)
- HUTCHINSON, M.F., 1989: Id. az interpolációnál.
- JENSON, S.K., DOMINGUE, J.O., 1988: Extracting topographic structure from digital elevation data for geographical information system analysis. – *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 54(11), 1593–1600. http://eserv.asprs.org/PERS/1988journal/nov/1988_nov_1593-1600.pdf

- KISS R., 2004: Determination of drainage network in digital elevation models, utilities and limitations. – *Journal of Hungarian Geomathematics*, 2, 16–29. http://www2.sci.u-szeged.hu/foldtan/geomatematikai_szakosztaly/JHG/Vol_02/Kiss_Richard_J_HG.pdf
- LEA, N.L., 1992: An aspect driven kinematic routing algorithm. – in: PARSONS, A.J., ABRAHAMS, A.D (eds.): *Overland Flow: Hydraulics and Erosion Mechanics*, Chapman and Hall, New York, pp. 374–388.
- MARTZ, L.W., GARBRECHT, J., 1992: Numerical definition of drainage network and subcatchment areas from Digital Elevation Models. – *Computers and Geosciences*, 18(6), 747–761. DOI: [10.1016/0098-3004\(92\)90007-E](https://doi.org/10.1016/0098-3004(92)90007-E)
- O'CALLAGHAN, J.F., MARK, D.M., 1984: The extraction of drainage networks from digital elevation data. – *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 28, 323–344. DOI: [10.1016/S0734-189X\(84\)80011-0](https://doi.org/10.1016/S0734-189X(84)80011-0)
- QUINN, P.F., BEVEN, K.J., CHEVALLIER, P., PLANCHON, O., 1991: The prediction of hillslope paths for distributed hydrological modelling using digital terrain models. – *Hydrological Processes*, 5(1), 59–79. DOI: [10.1002/hyp.3360050106](https://doi.org/10.1002/hyp.3360050106)
- QUINN, P.F., BEVEN, K.J., LAMB, R., 1995: The $\ln(a/\tan\beta)$ index: How to calculate it and how to use it within the TOPMODEL framework. – *Hydrological Processes*, 9(2), 161–182. DOI: [10.1002/hyp.3360090204](https://doi.org/10.1002/hyp.3360090204)
- TARBOTON, D.G., 1997: A New Method for the Determination of Flow Directions and Contributing Areas in Grid Digital Elevation Models. – *Water Resources Research*, 33(2), 309–319. DOI: [10.1029/96WR03137](https://doi.org/10.1029/96WR03137)
- TARBOTON, D.G., BRAS, R.L., RODRIGUEZ-ITURBE, I., 1991: On the Extraction of Channel Networks from Digital Elevation Data. – *Hydrologic Processes*, 5(1), 81–100. DOI: [10.1002/hyp.3360050107](https://doi.org/10.1002/hyp.3360050107)
- TELBISZ T., 2007: Digitális domborzatmodellekre épülő csapadék-lefolyás modellezés. – *Hidrológiai Közlöny*, 8(3), 53–59.
- WILLGOOSE, G., BRAS, R.L., RODRIGUEZ-ITURBE, I., 1991: A coupled channel network growth and hillslope evolution model. 1. Theory. – *Water Resources Research*, 27(7), 1671–1684. DOI: [10.1029/91WR00935](https://doi.org/10.1029/91WR00935)

Társadalomföldrajzi alkalmazások:

- JAKOBI Á., 2009: Felületmodellek és lejtők a társadalomföldrajzban, avagy térbeli interpoláció társadalomföldrajzi adatokon. – HUNDEM 2009 Konferencia, Miskolc. [http://www.uni-miskolc.hu/~fkt/Hundem es Geoinfo 2009/Cikkek/JakobiA.pdf](http://www.uni-miskolc.hu/~fkt/Hundem_es_Geoinfo_2009/Cikkek/JakobiA.pdf)