

Nándori Ottó

Logikai aspektusok

Budapest

1990



Nándori Ottó

Logikai aspektusok

Budapest

1990

Matematikai szempontból áttekintette:

Dr. Sasvári Zoltán

ISBN 963 400 3230

© Nándori Ottó
Budapest

Készült a  Varitel Kft. támogatásával.

Az intenzív fejlődés tekintetében a XX. század fizikája zsákutcában van. Idekerülésének az elméleti fizika és a kozmológia egy-egy alapvető tévedésére vezethető elsősorban vissza.

Einstein súlyos hibát követett el, amikor kimondta a "vonatkoztatási rendszerek egyenértékűségének elvét" - mert a tudomány nem nélkülözheti egy bizonyos, és a természet mélyebb leírása szempontjából megkülönböztetett szerepet játszó vonatkoztatási rendszer bevezetését és alkalmazását. Ennek a kitüntetett vonatkoztatási rendszernek a bevezetése nélkül a valóság mélyebb leírása és megismerése lehetetlen.

A természetben a "relativitás" megjelenése csak következmény! Ezért a relativitás elvére épülő relativitás elmélete nem lehet alkalmas a valóság korrekt, minden igényt kielégítő leírására. Más, a természet lényegét jobban megragadó elvre van szükség.

A másik, és az előzőnél súlyosabb tévedés Hubble nevéhez kapcsolódik, aki a rendelkezésére álló jelentős kozmológiai tényeket helytelenül értelmezte, és kimondta a "Világegyetem tágulásának" hipotézisét.

Ennek az elméletnek a továbbfejlesztésére a kutatók még napjainkban is rendkívül sok energiát fordítanak, holott a rendelkezésünkre álló megfigyelési tények a természet egy más, és valódi lényegét mutatják.

x

Ez a kis terjedelmű könyv tartalmát tekintve három egymástól élesen elválasztható dolgozatot tartalmaz.

Valami mégis közös ebben a három munkában, mégpedig az, hogy mindháromban feltűnik egy és ugyanaz a "kitüntetett vonatkoztatási rendszer".

Az első dolgozatban egy nagyon egyszerűen megfogalmazható feladat megoldását tűzzük ki célul, melynek esetében a válasz nem adható meg másként, csak egy "kitüntetett vonatkoztatási rendszer" bevezetésével, valamint az abszolút egyidejűség fogalmának tisztázásával.

A másik dolgozatban a szerző (ismerve a fotonok valódi belső struktúrájának néhány újabb vonását), a fényt meg-lévő és ismert furcsa tulajdonságai mellett egy újabb meg-lépő tulajdonsággal "ruházza fel", mégpedig azzal, hogy a "foton" nem stabil részecske, hullámvonulat, de a valóságot jobban tükrözi az a fogalmazás, hogy a foton nem stabil a n y a g á l l a p o t .

A fotonok terjedésük során folyamatosan "párolognak", veszítenek energiájukból. Ez a nem ismert tulajdonságuk az oka kozmológiai vöröseltolódásuknak, s nem a galaxisok távolodása. Viszont a fotonoknak ez a feltételezett tulajdonsága nem Lorentz-invariáns, így ugyancsak elvezet az első dolgozatban már megtalált kitüntetett rendszerhez.

Leírásra kerül egy konkrét kísérlet, melynek megvalósítása nem könnyű, napjainkban nem is lehetséges, de elvégzése esetén meghatározható a kitüntetett rendszerhez viszonyított sebesség nagysága és iránya.

A harmadik dolgozatban egy új tudományág alapjait fektetjük le. Neve: matematikai mechanika. Tárgykörében egyfajta oszthatatlan gömbalakú részecskék kölcsönhatásaival foglalkozik, mely részecskék hipotézisünk szerint a Világegyetem egyetlen és végső szubsztrátumát képezik.

Az állítás meglehetősen furcsának tűnhet, de kétségtelen, hogy ezek az egyszerű részecskék szükségesek és elégségesek a természet jelenségeinek értelmezéséhez és leírásához.

Tartalmi kivonat

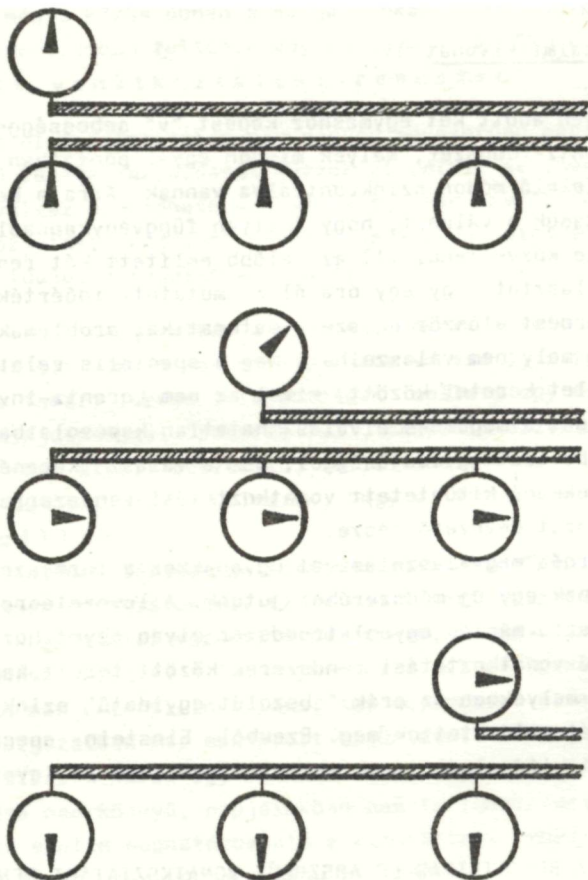
Legyen adott két egymáshoz képest " v " sebességgel mozgó Lorentz-rendszer, melyek minden egyes pontjában az órák megfelelő módon szinkronizálva vannak. Arra a kérdésre keressük a választ, hogy "milyen függvénykapcsolat köti össze közvetlenül (!) az előbb említett két rendszerből kiválasztott egy-egy óra által mutatott időértékeket. A kérdést először egyszerű matematikai problémaként kezeljük, mely nem válaszolható meg a speciális relativitáselmélet keretei között, mivel az nem Lorentz-invariáns. Viszont a megoldás elválaszthatatlan kapcsolatban van az abszolút egyidejűséggel, és a válasz keresésekor felbukkanó kitüntetett vonatkoztatási rendszerrel. Ez a dolgozat bevezető része.

A kérdés megválaszolásával ugyanakkor a természet kutatásának egy új módszeréhez jutunk. A levezetésre kerülő transzformációs egyenletrendszer olyan egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek között teremt kapcsolatot, melyekben az órák "abszolút egyidejű" szinkronizációját valósítottuk meg. Ezekből Einstein speciális relativitáselméletének egyenletrendszere is levezethető.

A RELATIVITÁS ÉS ABSZOLÚT VONATKOZTATÁSI RENDSZER

1. Bevezetés

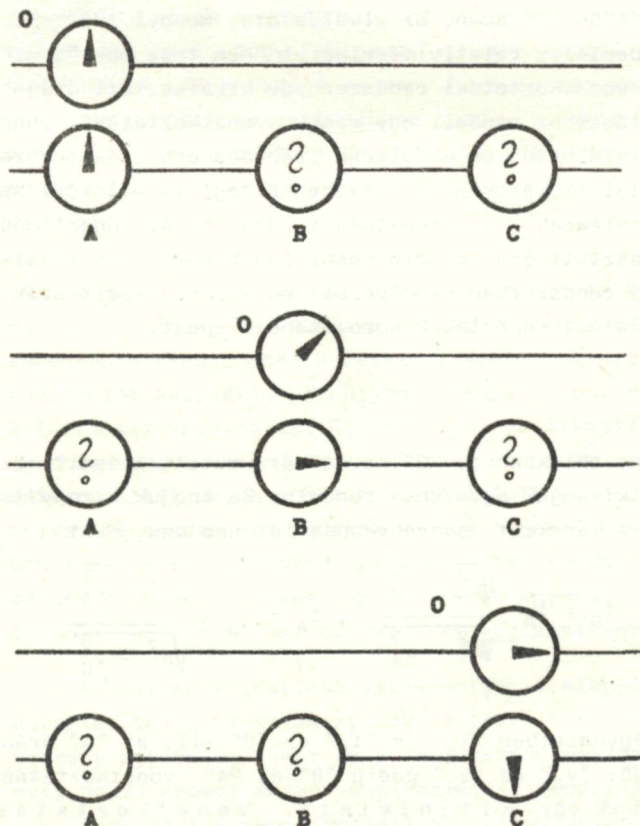
Tekintsük a következő ábrát, melyet a "Hogyan lett a fizika nagyhatalom" című Einstein-Infeld könyvből emeltünk ki, s mely ábra a "mozgó" óra késését kívánja szemléltetni a "nyugalomban" levőkhöz!



"56. ábra."

A fenti ábrával szemben van egy kifogásunk, mégpedig a következő: A relativitás elmélete semmilyen konkrét összefüggésre nem képes rámutatni egy adott Lorentz-rendszer már szinkronizált, és nem egy helyen lévő órái között. Ugyanez érvényes két, egymáshoz képest " v " sebességgel mozgó Lorentz rendszer egymást át nem fedő két órájára is.

A speciális relativitáselmélet csak azt jósolhatja meg teljes bizonyossággal, hogy a "mozgó" óra a "nyugvó" órák sorozatával való találkozások egyes pillanataiban milyen időértékeket fog mutatni. Ennek alapján pedig legfeljebb az alábbi ábrát rajzolhatjuk meg:



1. ábra

"0" és "A" találkozásának pillanatában semmilyen információnk nincs a "B" és a "C" órák mutatóinak állásáról. Az ilyen "közvetlen" függvénykapcsolatok felírására a relativitás elmélete nem ad lehetőséget. Ugyanígy, "0" és "B" találkozásakor sem vagyunk képesek megmondani azt, hogy az "A" és "C" óra milyen időértéket mutat. Ugyanez érvényes "0" és "C" találkozásánál, amikor is nem tudjuk, hogy az "A" és "B" órán, az elválás óta, mennyi idő telt el.

A speciális relativitáselmélet "nem tesz mást", mint az egyik vonatkoztatási rendszer egy kiválasztott órájának mutatóállásaihoz rendeli egy másik vonatkoztatási rendszerben található, és a haladás irányába eső órák sorozatának a találkozások pillanataiban elfoglalt mutatóállásait. Ilyen értelemben - vonatkoztatási rendszertől függetlenül - a "kiválasztott óra" mindig késni fog bármely más vonatkoztatási rendszerben elhelyezett és szinkronizált órák által mutatott időértékek sorozatához képest.

x

A továbbiakban az "0" és "A" óra mutatóállásait közvetlenül kívánjuk egymáshoz rendelni. Be fogjuk bizonyítani, hogy a keresett függvénykapcsolat nem más, mint

$$(1) \quad t_0 = t_A \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_0^2}}{\sqrt{c^2 - v_A^2}} ; \quad t_A = t_0 \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_A^2}}{\sqrt{c^2 - v_0^2}}$$

A fenti egyenletben " t_0 " és " t_A " az "0" ill. az "A" órán eltelt idő; " v_0 " és " v_A " pedig "0" és "A" vonatkoztatási rendszerének egy kitüntetett vonatkoztatási rendszer-hez viszonyított sebessége (az utóbbiban mérve).

2. Az abszolút egyidejűség fogalma

a/ A fogalom megközelítése

Ha az egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerek között olyan szinkronizációt valósítunk meg, mely esetben teljesül, hogy "valamely vonatkoztatási rendszerben történt két egyidejű esemény bármely más vonatkoztatási rendszerben is egyidejűnek adódik", akkor az ilyen értelemben megvalósított szinkronizációt nevezetjük-e abszolút egyidejűség-et megvalósító szinkronizációnak?

Nem, nem feltétlenül, mert az elhangzott kritériumnak eleget tesz, ha kiválasztunk egy Lorentz-rendszert, és ebben a rendszerben a relativitáselmélet szerinti szinkronizációt használjuk fel olyan formában, hogy minden ehhez a (kiválasztásunk által kitüntetett) vonatkoztatási rendszerhez képest mozgó vonatkoztatási rendszer óráit azonos értékre állítjuk, s ebben a kiválasztott rendszerben elhelyezett minden óra indítsa el egy meghatározott időpontban a hozzá képest mozgó vonatkoztatási rendszer óráit, mégpedig azokat, melyek éppen átfedik egymást. Az eljárást bármely vonatkoztatási rendszerrel megismételhetjük.

Az így megvalósított szinkronizáció eleget tesz annak a feltételnek: ha valamely vonatkoztatási rendszerben két esemény egyidejű, akkor ez a két esemény egyidejű lesz bármely hozzá képest mozgó vonatkoztatási rendszerben is.

Csak az így megvalósított szinkronizációnak van egy szépséghibája, mégpedig az, hogy a Lorentz-rendszerek közül bármelyiket választanánk "kitüntetettnek", ugyanez az eredmény adódna.

Egy szinkronizáció tehát, amely megvalósítja, hogy egy vonatkoztatási rendszerben történt két egyidejű esemény bármely más vonatkoztatási rendszerben is egyidejű lesz, szükséges, de nem elégséges feltételt szolgáltat az abszolút egyidejűség megvalósításához.

b/ Az abszolút egyidejűség megvalósítása a "0" jellel

Fejtegetéseink során induljunk ki abból a magától értetődő állításból, hogy minden óra önmagával abszolút egyidejűleg jár. Továbbá emlékezzünk, hogy az abszolút egyidejűség (hallgatólagosan vagy definíciószerűen) mindig feltételez egy "végtelen gyors jelet", ezért mi is definiáljuk ezt a fogalmat a következőképpen:

Egy 0 jel terjedését "abszolút értelemben" végtelen gyors -nak nevezzük, ha egy koordinátarendszer "P" pontjából bármely véges "r" távolságra lévő "P'" pontba kiségezve, majd onnan visszaverődve teljesül, hogy

$$t_{be} - t_{ki} = \Delta t = 0.$$

Ebből következik, hogy

$$t_{be} = t_{ki} ,$$

ami annyit jelent, hogy a "kisugárzás" és a "beérkezés" időpontja egyidejű, abszolút egyidejű.

Az elmondottakból következik, hogy egy tetszőleges rendszer óráit azonos értékre állítva, és referenciajelként a 0 jelet használva az órák "abszolút egyidejű" járását valósíthatnánk meg.

Egy, a leírt tulajdonságú jel birtoklásával kitűzött feladatunkat is könnyen megoldhatnánk, de mivel ilyen nincs, ezért a 8 jelet legfeljebb a gondolkodás és a megértés elősegítése érdekében használhatjuk föl.

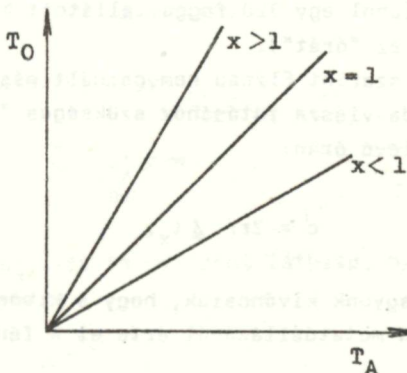
c/ Első lépés a feladat megoldásához

Kitűzött feladatunk is a két egymáshoz képest mozgó vonatkoztatási rendszerben kiválasztott egy-egy órát abszolút egyidejűséggel kapcsolja össze.

Elsőként azt kell leszögeznünk, hogy a keresett formula függvényként ábrázolva lineáris, mivel mindkét óra járása "egyenletes". Ezért felírhatjuk a következő összefüggést:

$$t_0 = x \cdot t_A,$$

ahol "x" az adott két vonatkoztatási rendszerhez rendelt konstans, melynek jellegéről egyelőre nem sokat tudunk mondani. Érdekes viszont az "x" konstansra vonatkozólag három minőségileg jól elhatárolható esetet megkülönböztetni, mint az a lenti ábrán is jól látható:



2. ábra

Semmilyen támpontunk nincs viszont arra, hogy adott két vonatkoztatási rendszer esetében a három változat közül melyik áll szükségszerűen elő. Vagyis nem tudjuk, hogy melyik óra jár gyorsabban, lassabban, ill. egyenlően jár-e.

d/ A fény sebessége abszolút időtartamokkal

Foglalkozzunk most a fény egy meghatározott vonatkoztatási rendszeren belüli adott és ellenkező irányú sebességével, ha ott az órák abszolút egyidejűleg járnak.

Ezt a fajta szinkronizációt azonban egyelőre nem áll módunkban megvalósítani, ezért - most és a továbbiakban - felhasználva a fénnel kapcsolatos néhány rendkívül fontos kísérleti eredményt, egyszerű logikai okfejtésekbe kezdünk.

Nézzük meg először azt, hogyan mérte meg Fizeau a "fény sebességét"!

Kísérletében egy fényforrás által kibocsátott fénysugarat a 8633 méter távolságra helyezett tükörrre vetítette, ahonnan az visszaverődött a fényforrás helyén tartózkodó megfigyelőhöz (ahol egy 720 foggal ellátott kerék szolgáltatta közvetve az "órát").

A fentiek szerint Fizeau nem csinált mást, mint megmérte a fény oda-vissza futásához szükséges "időt" a kibocsátás helyén lévő órán:

$$(2/1) \quad c = 2r / \Delta t_x.$$

Ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy a kibocsátás helyén lévő óra milyen mutatóállásánál érte el a fény az "r" tá-

volságra kijelölt "P" pontot, akkor erre a kérdésre nem tudunk konkrét választ adni; viszont feltételezhetjük, hogy $0 < \Delta t_{x_{oda}} (< \Delta t_x)$ időtávolság megtétele után. Ennek alapján írhatjuk:

$$(2/2) \quad c = \frac{2r}{\Delta t_{x_{oda}} + \Delta t_{x_{vissza}}}$$

Az "x" vonatkoztatási rendszerbeli abszolút egyidejűleg járó órák segítségével a (2/2)-ben szereplő időadatokat meghatározása lehetővé tenné, hogy definiáljuk a fény adott és ellenkező irányú sebességét az új szinkronizálási módnak megfelelően:

$$(2/3) \quad c'_{x_{oda}} = \frac{r_x}{t_{x_{oda}}} \quad ; \quad c'_{x_{vissza}} = \frac{r_x}{t_{x_{vissza}}} .$$

Ezt felhasználva (2/2) a következőképpen alakul:

$$(2/4) \quad c = \frac{2}{\frac{1}{c'_{x_{oda}}} + \frac{1}{c'_{x_{vissza}}}} .$$

Könnyen belátható, hogy

$$\frac{c}{2} < c'_{x_{oda}} < \infty ,$$

és ugyanez igaz $c'_{x_{vissza}}$ -re is. Viszont látható, ha $c'_{x_{oda}} < c$,

akkor $c'_x > c$; és fordítva, ha $c'_x > c$, akkor $c'_x < c$,
 vissza oda vissza
 ahol "c" a fény sebességét jelöli hagyományos értelemben.
 Megállapítható még, ha $c'_x = c$, akkor $c'_x = c'_x = c$ szük-
 oda oda vissza
 ságszerűen teljesül.

Konkrét példát említve: ha létezik olyan eset, hogy
 egy kiválsztott vonatkoztatási rendszerben, adott irány-
 ban $c'_x = 200000$ km/s, akkor $c'_x = 600000$ km/s kell legyen.
 oda vissza

3. A kitüntetett vonatkoztatási rendszer

Vegyünk most egy rudat, s tegyük föl, hogy mérni tud-
 juk a fény abszolút sebességét. A rud középpontjából bo-
 csássunk állandóan fényimpulzusokat a rud két végpontja
 felé, amikoris folyamatosan gyorsítjuk abba az adott i-
 rányba, melyben a fény sebességére 600000 km/s adódott; így
 a fény sebességére (abszolút értelemben) csökkenő értéke-
 ket kapunk. Gyorsítsuk a rudat addig, amíg a fény sebessé-
 gét pontosan "c"-nek nem mérjük. (Ezzel a művelettel elér-
 tük a rudnak egy olyan "mozgásállapotát", amikoris a fel-
 vett irányban és azzal ellenkezőleg a fény sebességére az
 ismert "c" érték adódik.)

A következő lépésben helyezzünk rudunkra (a megtalált
 vonatkoztatási rendszerben) merőlegesen egy másik rudat, s
 az előző eljárást ismételjük meg, amíg meg nem találjuk azt
 a vonatkoztatási rendszert, amelyben az újjonnan felvett
 irányban a fény sebességére újra "c" nem adódik.

(Az előzően felvett irányban a fény sebessége szimmetria okok miatt nem változhat "c" kell maradjon.) Így nyertünk egy síkot, melyet önmagára merőlegesen gyorsítva és az eljárást harmadszor is megismételve eljuthatunk egy olyan "mozgásállapothoz", egy olyan vonatkoztatási rendszerhez, melyben mindhárom merőleges irányban a fény sebességére "c" adódik. Ez annyit jelent, hogy a fény sebessége abszolút értelemben bármely irányban "c". Ezt a vonatkoztatási rendszert abszolút, vagy kitüntetett vonatkoztatási rendszernek nevezzük. Jele: V_0 .

Ezzel bebizonyítottuk V_0 egzisztenciáját.

V_0 -ban a θ jel segítségével nélkül is megvalósítható az abszolút egyidejű szinkronizáció, mert egyedül csak itt alkalmazható Einstein módszere.

Legyen adott egy koordinátarendszer V_0 -ban (K_{V_0}), melynek minden pontjába egy órát helyezünk. Az órákat a referencia fényfelvillanás előtt

$$t_{V_0} = \frac{r_{V_0}}{c}$$

értékre állítottuk, ahol r_{V_0} az origótól való távolságot jelöli. Egy pillanatban (idő még nincs, mert nincs működő óra) az origóból fényt bocsátunk ki, mely indítja az órákat. Mindig azokat, melyeket a fotonok éppen elértek. Mire az origóban található óra mutatója t_{V_0} távolságot tett meg, addigra a fotonok elérték azokat az órákat, és mindig azokat, melyek pontosan t_{V_0} értékre vannak állítva.

A fent leírt eljárással V_0 -ban megvalósítottuk az abszolút értelmű szinkronizációt. Ha θ jelet indítva, az megállítaná V_0 szinkronizált óráit, akkor azok egyazon értéket mutatnának.

V_0 az egyetlen vonatkoztatási rendszer, melyben Einstein szerint és abszolút értelemben is a fény sebessége irányától függetlenül "c". Más, V_0 -hoz képest v_{wx} sebességgel mozgó V_x vonatkoztatási rendszerben a két szinkronizálási mód egymástól eltérő eredményt ad.

Ha egy vonatkoztatási rendszerben megvalósítottuk az abszolút értelmű szinkronizációt (V_0), akkor ezt a már megvalósított szinkronizáció segítségével bármelyik vonatkoztatási rendszerben megtehetjük, a 2/a. részben leírtaknak megfelelően.

4. A kiinduló feladat megoldása

4/1. feladat: Mutassuk meg, hogy V_0 -hoz képest \bar{v}_{wx} sebességgel mozgó V_x vonatkoztatási rendszer órái a V_0 -beli órákhoz hasonlítva

$$\sqrt{1 - \frac{v_{wx}^2}{c^2}}$$

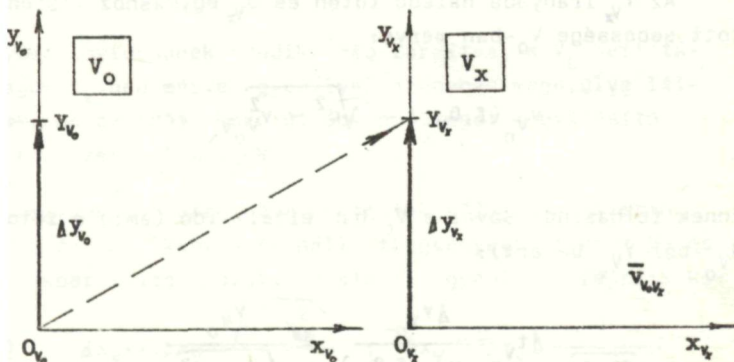
arányban lassabban járnak. Ha V_0 -ban két eseményhez tartozó időtávolság Δt_{V_0} és V_x -ben Δt_{V_x} , akkor a két mennyiség között az alábbi egyenlet teremt kapcsolatot:

$$(4/1) \quad \Delta t_{V_x} = \Delta t_{V_0} \cdot \sqrt{1 - \frac{v_{wx}^2}{c^2}}.$$

(\bar{v}_{wx} a V_x vonatkoztatási rendszer sebességét jelöli V_0 -hoz képest, az utóbbiban mérve.)

Megoldás: adott tehát V_0 , V_x és \bar{v}_{wx} . Vegyünk fel V_0 -ban egy koordinátarendszert (K_{V_0}) úgy, hogy annak "x" ten-

gelye mutasson \bar{v}_{v_x} irányába. V_x -ben is vegyünk fel egy koordinátarendszert (K_{V_x}), melynek "x" tengelye essen egybe K_{V_0} "x" tengelyével, irányítása is legyen ugyanaz. A koordinátarendszerek "y" és "z" tengelyei pedig legyenek egymással párhuzamosak. (A koordinátarendszerek ilyen értelmű megválasztása általában jellemző lesz.)



2/a. ábra

A koordinátarendszerek "y" tengelyein jelöljük ki az origóktól pozitív irányban két pontot (Y_{V_0} , Y_{V_x}) úgy, hogy legyen

$$Y_{V_0} = Y_{V_x}.$$

Indítsunk fényjelet O_{V_0} -ból Y_{V_0} -ba és Y_{V_x} -be akkor, amikor $O_{V_0} = O_{V_x}$ (2. ábra). A párhuzamosság miatt ekkor $Y_{V_0} = Y_{V_x}$, ami azt jelenti, hogy ebben az időpontban y_{V_0} és y_{V_x} kölcsönösen átfedik egymás.

Szimmetria okok miatt az "y" tengelyeken pozitív és negatív irányba haladó fénysugarak sebességének (mindkét vonatkoztatási rendszerben) meg kell egyezniök, és ennek számértéke nem lehet más, mint "c". Az is megállapítható, hogy a V_0 -ban haladó foton már elérte Y_{V_0} -t, amikor a V_x -ben haladó még nem érhetett 0_{V_x} -ből Y_{V_x} -be. (Ez a megállapítás az órák kvantitatív késésére utal.)

Az Y_{V_x} irányába haladó foton és 0_{V_x} egymáshoz viszonyított sebessége V_0 -ban mérve:

$$v_{V_0}(f, 0_{V_x}) = \sqrt{c^2 - v_{V_0}^2 v_x}.$$

Ennek felhasználásával a V_0 -ban eltelt idő (amíg a foton 0_{V_0} -ból Y_{V_x} -be ért):

$$\Delta t_{V_0} = \frac{\Delta y_{V_0}}{v_{V_0}(f, 0_{V_x})} = \frac{y_{V_0}}{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2 v_x}}.$$

A V_x -ben eltelt idő:

$$\Delta t_{V_x} = \frac{\Delta y_{V_x}}{c}.$$

Mivel $\Delta y_{V_0} = \Delta y_{V_x}$, ezért az előbbiekből következik (4/1).

Megjegyzés: Igaz viszont az is, hogy

$$(4/2) \quad \Delta t_{V_0} = \frac{\Delta t_{V_x}}{\sqrt{1 - \frac{v_{V_0}^2 v_x^2}{c^2}}}.$$

4/2. feladat: V_0 -hoz képest mozogjon $\bar{v}_{V_0 V_x}$ sebességgel egy V_x vonatkoztatási rendszer. Mutassuk meg, hogy a $\bar{v}_{V_0 V_x}$ irányú V_x -beli távolságok két végpontjának egyidejű lenyomata V_0 -ban mérve

$$\sqrt{1 - \frac{v_{V_0 V_x}^2}{c^2}}$$

arányban rövidebbnek adódik, míg fordítva, a V_0 -beli távolságok V_x -ben mérve ugyanilyen arányban megnyúlva látszanak, ha az időt abszolút egyidejűséget megvalósító órák rendszerével mérjük.

Legyenek a koordinátarendszerek a "2/a ábra" szerinti elrendezésűek. Ekkor a fennálló függvénykapcsolatot V_0 és V_x "x" koordinátái között az alábbi egyenletek fejezik ki:

$$(4/3) \quad \Delta x_{V_0} = \Delta x_{V_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{V_0 V_x}^2}}{c} ; \quad \Delta x_{V_x} = \Delta x_{V_0} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{V_0 V_x}^2}} .$$

Megoldás: V_x koordinátarendszerének "x" és "y" tengelyén mérjük ki az origótól $\Delta x_{V_x} = \Delta y_{V_x}$ távolságot. Akkor amikor $0_{V_0} = 0_{V_x}$, bocsássunk az origóból fénysugarakat, hogy azok a V_x -ben felvett távolságokon fussanak oda-vissza végig. Ebben az esetben egyszer igaz, hogy az "y" tengelyen futó fénysugár ideje:

$$\Delta t_{V_0} = \frac{2 \cdot \Delta y_{V_0}}{\sqrt{c^2 - v_{V_0 V_x}^2}} .$$

Másodszor, az "x" tengelyen oda-vissza futó fénysugárra felírható, hogy

$$\Delta t_{V_0} = \frac{\Delta x_{V_0}}{c + v_{V_0 V_x}} + \frac{\Delta x_{V_0}}{c - v_{V_0 V_x}} = 2 \cdot \Delta x_{V_0} \cdot \frac{c}{c^2 - v_{V_0 V_x}^2} ,$$

ahol Δx_{V_0} Δx_{V_x} abszolút egyidejű lenyomata V_0 -ban.

Az "x" koordinátákra felírhatjuk a következő egyenletet:

$$\Delta x_{V_0} = q \cdot \Delta x_{V_x},$$

ahol "q" valamilyen ismeretlen együttható. Helyettesítsük be ezt az előző egyenletbe! Ekkor az "x" tengelyen futó fénysugár V_0 -beli időtávolságát megadó kifejezés a következőképpen írható:

$$\Delta t_{V_0} = 2 \cdot q \cdot \Delta x_{V_x} \cdot \frac{c}{c^2 - v_{V_0} v_x}.$$

A Michelson-Morley-kísérlet alapján azonban a fénysugaraknak mindkét irányból egyszerre kell visszaérkezni. Tehát a két időtávolság megegyezik, Δt_{V_0} kiküszöbölhető. Ezt megvalósítva kapjuk, hogy

$$q = \sqrt{1 - \frac{v_{V_0}^2 v_x^2}{c^2}}.$$

Így állításunk igaz.

A kiinduló feladat megoldása: (Egy V_x -ben található óra mutatója Δt_{V_x} távolságot tett meg. Mennyi időtávolságot tett meg ezalatt egy tetszőleges V_y -ban található óra?)

(4/1) és (4/2) összefüggésünk segítségével kitűzött feladatunk már megoldható.

Amíg V_x -ben Δt_{V_x} idő telt el, addig V_0 -ban (4/2) szerint

$$\Delta t_{V_0} = \Delta t_{V_x} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2 v_x^2}}$$

Amíg azonban V_0 óráján ez a Δt_{V_0} idő eltelt, addig V_y -ban

$$\Delta t_{V_y} = \Delta t_{V_0} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2 v_y^2}}{c}$$

távolságot tett meg az itt rögzített órák mutatója. A két egyenletet egyenlővé tesszük egymással, Δt_{V_0} kiesik, és kapjuk az alábbi egyenleteket, melyek a felvetett probléma általános megoldását adják:

$$(4/4) \quad \Delta t_{V_x} = \Delta t_{V_y} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2}}{\sqrt{c^2 - v_{V_y}^2}} ; \quad \Delta t_{V_y} = \Delta t_{V_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{V_x}^2}}{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2}}$$

A (4/4) egyenletek az időkoordináták általános transzformációs egyenletei a vonatkoztatási rendszerek között.

5. Események térkoordinátáinak átszámítása

(V_0 -ból V_x -be és V_x -ből V_0 -ba)

Magától értetődő kíváncsi vagyok, hogy az időkoordináták transzformációja után a térkoordináták transzformációs egyenletrendszerét is vezessük le. Ebben a transzformációs egyenletrendszerben V_0 ugyancsak megkülönböztetett szerepet játszik.

5/1. feladat: Két esemény történt V_x -ben. Koordinátáik: $E_{V_x}(x, y, z, t)_1$ és $E_{V_x}(x, y, z, t)_2$.

Számítsuk ki a két esemény tér- és időtávolságát V_x -ben!

Megoldás: Minden V_x "belül" egy euklidészi rendszert képvisel, ezért az adott vonatkoztatási rendszerben a már ismert módon számolhatunk. A két esemény térbeli távolságát V_x -ben az alábbi kifejezés adja:

$$r_{V_x}^2 = \Delta x_{V_x}^2 + \Delta y_{V_x}^2 + \Delta z_{V_x}^2 = (x_2 - x_1)_{V_x}^2 + (y_2 - y_1)_{V_x}^2 + (z_2 - z_1)_{V_x}^2,$$

az időbelit pedig:

$$\Delta t_{V_x} = t_{2_{V_x}} - t_{1_{V_x}}.$$

5/2. feladat: Adott két esemény V_0 -ban: $E_{V_0}(x, y, z, t)_1$ és $E_{V_0}(x, y, z, t)_2$.

Számítsuk ki a két esemény V_x -beli koordinátáit, $E_{V_x}(x, y, z, t)_1$ -et és $E_{V_x}(x, y, z, t)_2$ -t; határozzuk meg az inverz transzformációs egyenleteket is!

Megoldás: A feladat megoldása a 4/1. és 4/2. feladat alapján már egyszerű. Vegyünk fel egy-egy koordinátarendszert mindkét vonatkoztatási rendszerben a már ismert módon! (Ha a V_0 -beli események koordinátái nem az ilyen speciális helyzetű koordinátarendszerben adódtak, akkor előzőleg Descartes-féle koordinátatranszformációval át kell számolni.) Tegyük föl, hogy az első esemény végbemenetelkor a két koordinátarendszer origója egybeesik.

a./ Az első esemény térkoordinátáinak kiszámítása V_x -ben:

$$(5/1) \quad x_{1_{V_x}} = x_{1_{V_0}} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{V_0 V_x}^2}} ; \quad x_{1_{V_0}} = x_{1_{V_x}} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{V_0 V_x}^2}}{c}$$

$$y_{1_{V_x}} = y_{1_{V_0}}$$

$$z_{1_{V_x}} = z_{1_{V_0}}$$

b./ A második esemény térkoordinátái:

A második esemény végbemenetelekor a két origó már

$$\overline{0_{V_0} 0_{V_x}} = v_{V_0 V_x} \cdot \Delta t_{V_0}$$

távolságra mozdult el egymástól V_0 -ban. Ez a változás, az előző esethez képest, csak az "x" koordinátákra lesz hatás-sal. Ennek alapján a transzformációs egyenletek a következ-
zőképpen módosulnak:

$$(5/2) \quad x_{2_{V_x}} = (x_{2_{V_0}} - \Delta t_{V_0} \cdot v_{V_0 V_x}) \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{V_0 V_x}^2}}$$

$$y_{2_{V_x}} = y_{2_{V_0}}$$

$$z_{2_{V_x}} = z_{2_{V_0}}$$

Az inverz transzformációs egyenleteket a V_x -beli mér-
tékek felhasználásával:

$$(5/3) \quad x_{2_{V_0}} = (x_{2_{V_x}} + \Delta t_{V_x} \cdot v_{V_x V_0}) \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{V_x V_0}^2}}{c}$$

$$y_{2_{V_0}} = y_{2_{V_x}}$$

$$z_{2_{V_0}} = z_{2_{V_x}}$$

c./ Az időkoordináták meghatározása a következőképpen történik: átszámítjuk a V_0 -beli időtávolságot V_x -be, s ha ismerjük valamelyik esemény időpontját itt, akkor a másik esemény időkoordinátája már könnyen számítható.

Megjegyzés: $v_{V_0 V_x}$ (és "c") ismeretében $v_{V_x V_0}$ egyszerűen meghatározható.

A sebesség definíciója szerint

$$v_{x_0} = \frac{\Delta x_{v_x}}{\Delta t_{v_x}},$$

ami a (4/1) és (4/3) behelyettesítésével a

$$v_{x_0} = \frac{\Delta x_{v_x} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{x_0}^2}}}{\Delta t_{v_x} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{x_0}^2}}} = \frac{\Delta x_{v_0}}{\Delta t_{v_0}} \cdot \frac{c^2}{c^2 - v_{x_0}^2}$$

alakra hozható, amiből

$$(5/4) \quad v_{x_0} = v_{x_0} \cdot \frac{c^2}{c^2 - v_{x_0}^2}.$$

(5/4)-ből v_{x_0} -et kifejezve az alábbi egyenletet kapjuk:

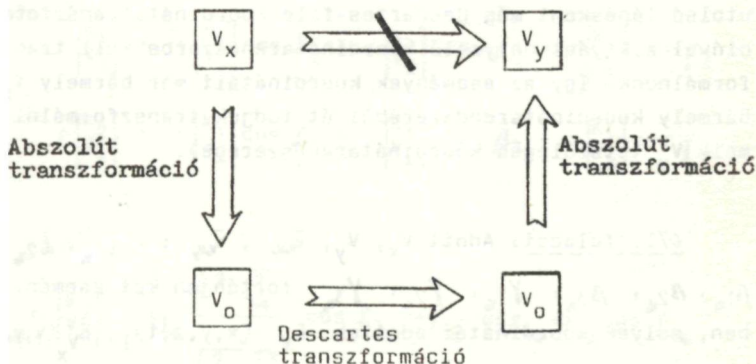
$$(5/5) \quad v_{x_0} = c \cdot \frac{\sqrt{c^2 + 4v_{x_0}^2} - c}{2v_{x_0}},$$

melyből jól látható, hogy míg v_{x_k} tetszőlegesen nagy értéket felvehet, addig v_{y_k} egyetlen ilyen érték mellett sem érheti el "c"-t.

6. Események térkoordinátáinak átszámítása

(V_x -ből V_y -ba és V_y -ből V_x -be)

Az általános transzformációs egyenletek létrehozása a következő séma szerint történik:



3. ábra

1. V_x -ben felvesszünk egy koordinátarendszert (K_{V_x}). Ennek "x" tengelye mutasson \bar{v}_{x_k} irányába. Az első lépésben egy olyan V_o -beli koordinátarendszerbe (K_{V_o}) végzünk abszolút térkoordináta transzformációt, melynek "x" tengelye egybeesik K_{V_x} "x" tengelyével, az "y" és "z" tengelyek pedig párhuzamosak a mozgás folyamán.

2. V_0 -ban végzünk egy Descartes-féle koordinátatranszformációt. Az 1. pontban számított V_0 -beli koordinátákat transzformáljuk egy olyan V_0 -beli koordinátarendszerbe (K_{2V_0}), melynek "x" tengelye $\bar{v}_{v_0v_0}$ irányába mutat.

3. V_0 -ból végzünk ismét egy abszolút térkoordináta transzformációt V_y egy olyan koordinátarendszerébe ($K_{v_0v_y}$), melynek "x" tengelye $\bar{v}_{v_0v_y}$ irányába mutat és egybeesik K_{2V_0} "x" tengelyével; az "y" és "z" tengelyek pedig megint csak párhuzamosak.

(Ha egy olyan V_x -beli koordinátarendszerből kell transzformálni egy olyan V_y -beli koordinátarendszerbe, melyek nem a már leírt speciális tengely elhelyezésűek, akkor első és utolsó lépésként még Descartes-féle koordinátatranszformációval a kívánt helyzetű koordinátarendszerbe kell transzformálnunk. Így az események koordinátáit már bármely V_x bármely koordinátarendszeréből át tudjuk transzformálni bármely V_y tetszőleges koordinátarendszerébe).

6/1. feladat: Adott $V_x, V_y, \bar{v}_{v_0v_x}, \bar{v}_{v_0v_y}$; $\beta_{1v_0}, \beta_{2v_0}, \beta_{3v_0}, \gamma_{1v_0}, \gamma_{2v_0}, \gamma_{3v_0}$. Történjen két esemény V_x -ben, melyek koordinátái adottak: $E_{V_x}(x, y, z, t)_1, E_{V_x}(x, y, z, t)_2$.

Határozzuk meg $E_{V_y}(x, y, z, t)_1$ -et és $E_{V_y}(x, y, z, t)_2$ -t, Plusz az inverz egyenleteket is!

Megoldás:

Az első esemény transzformációja (a koordináta rendszerek origói egybeesnek: $0|_{V_x}^{K_0} = 0|_{V_0}^{K_0} = 0|_{V_0}^{K_0} = 0|_{V_0}^{K_0}$).

1. V_x -ből V_0 -ba. (5/1) alapján kapjuk, hogy

$$(6/1) \quad x_1 \left| \frac{K_1}{V_0} \right| = x_{1v_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_x}^2}}{c}$$

$$y_1 \left| \frac{K_1}{V_0} \right| = y_{1v_x}$$

$$z_1 \left| \frac{K_1}{V_0} \right| = z_{1v_x}$$

2. V_0 -ból V_0 -ba. (6/1)-et behelyettesítjük a Descartes féle koordináta transzformációs egyetlenrendszer alábbi alakjába:

$$(6/2) \quad x \left| \frac{K_2}{V_x} \right| = x \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \varphi_1 + y \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \beta_1 + z \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \gamma_1$$

$$y \left| \frac{K_1}{V_x} \right| = x \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \varphi_2 + y \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \beta_2 + z \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \gamma_2$$

$$z \left| \frac{K_2}{V_x} \right| = x \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \varphi_3 + y \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \beta_3 + z \left| \frac{K_1}{V_x} \right| \cos \gamma_3$$

$$(6/3) \quad x_1 \left| \frac{K_2}{V_0} \right| = x_{1v_x} \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_x}^2}}{c} \cdot \cos \varphi_{1v_x} + y_{1v_x} \cos \beta_{1v_x} + z_{1v_x} \cos \gamma_{1v_x}$$

$$y_1 \left| \frac{K_2}{V_0} \right| = x_{1v_x} \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_x}^2}}{c} \cdot \cos \varphi_{2v_x} + y_{1v_x} \cos \beta_{2v_x} + z_{1v_x} \cos \gamma_{2v_x}$$

$$z_1 \left| \frac{K_2}{V_0} \right| = x_{1v_x} \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_x}^2}}{c} \cdot \cos \varphi_{3v_x} + y_{1v_x} \cos \beta_{3v_x} + z_{1v_x} \cos \gamma_{3v_x}$$

3. V_0 -ból V_y -ba. A 2. pontban nyert koordinátaértékeket transzformáljuk ((5/1) alábbi alakjával V_y -ba:

(6/4)

$$x_{1_{v_y}} = x_1 \left| \frac{K_2}{V_0} \right| \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - v_{K_2}^2}}$$

$$y_{1_{v_y}} = y_1 \left| \frac{K_2}{V_0} \right|$$

$$z_{1_{v_y}} = z_1 \left| \frac{K_2}{V_0} \right|$$

(6/4)-ba helyettesítve (6/3)-at, kapjuk az első esemény V_y -beli koordinátáit:

$$(6/5) \quad x_{1_{v_y}} = \left[x_{1_{v_x}} \cdot \frac{\sqrt{C^2 - v_{K_2}^2}}{C} \cdot \cos \beta_{1_{v_x}} + y_{1_{v_x}} \cdot \cos \beta_{1_{v_x}} + z_{1_{v_x}} \cdot \cos \gamma_{1_{v_x}} \right] \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - v_{K_2}^2}}$$

$$y_{1_{v_y}} = x_{1_{v_x}} \cdot \frac{\sqrt{C^2 - v_{K_2}^2}}{C} \cdot \cos \beta_{2_{v_x}} + y_{1_{v_x}} \cdot \cos \beta_{2_{v_x}} + z_{1_{v_x}} \cdot \cos \gamma_{2_{v_x}}$$

$$z_{1_{v_y}} = x_{1_{v_x}} \cdot \frac{\sqrt{C^2 - v_{K_2}^2}}{C} \cdot \cos \beta_{3_{v_x}} + y_{1_{v_x}} \cdot \cos \beta_{3_{v_x}} + z_{1_{v_x}} \cdot \cos \gamma_{3_{v_x}}$$

b. A második esemény transzformációja:

1. K_{v_x} -ből $K_{1_{v_0}}$ -ba. A feladat jelöléseit írva (5/3)-ba, és (5/4) fölhasználásával kapjuk, hogy

$$(6/6) \quad x_2 \left| \frac{K_1}{V_0} \right| = x_{2_{v_x}} \cdot \frac{\sqrt{C^2 - v_{K_1}^2}}{C} + v_{K_1} \cdot \Delta t_{v_x} \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - v_{K_1}^2}}$$

$$y_2 \left| \frac{K_1}{V_0} \right| = y_{2_{v_x}}$$

$$z_2 \left| \frac{K_1}{V_0} \right| = z_{2_{v_x}}$$

2. $K_{1_{V_0}}$ -ből $K_{2_{V_0}}$ -ba. Most a (6/6)-os egyenleteket helyettesítjük (6/2)-be:

$$(6/7) \quad x_2 \left| \frac{K_2}{V_0^2} \right| = \left(x_2 \cdot \frac{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}}{C} + V_{0V_x} \cdot \Delta t_{V_x} \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}} \right) \cos \beta_{1_{V_0}} + y_2 \cdot \cos \beta_{1_{V_0}} + z_2 \cdot \cos \beta_{1_{V_0}}$$

$$y_2 \left| \frac{K_2}{V_0^2} \right| = \left(x_2 \cdot \frac{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}}{C} + V_{0V_x} \cdot \Delta t_{V_x} \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}} \right) \cos \beta_{2_{V_0}} + y_2 \cdot \cos \beta_{2_{V_0}} + z_2 \cdot \cos \beta_{2_{V_0}}$$

$$z_2 \left| \frac{K_2}{V_0^2} \right| = \left(x_2 \cdot \frac{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}}{C} + V_{0V_x} \cdot \Delta t_{V_x} \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}} \right) \cos \beta_{3_{V_0}} + y_2 \cdot \cos \beta_{3_{V_0}} + z_2 \cdot \cos \beta_{3_{V_0}}$$

3. $K_{2_{V_0}}$ -ből K_{V_y} -ba. A feladat jelölései szerint az (5/2) egyenlet:

$$(6/8) \quad x_{2_{V_y}} = \left(x_2 \left| \frac{K_2}{V_0^2} \right| - \Delta t_{V_0} \cdot V_{0V_y} \right) \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - V_{0V_y}^2}}$$

$$y_{2_{V_y}} = y_2 \left| \frac{K_2}{V_0^2} \right|$$

$$z_{2_{V_y}} = z_2 \left| \frac{K_2}{V_0^2} \right|$$

(6/8)-ba írva (6/7) megfelelő koordinátáit, kaphatók a második esemény V_y -beli koordinátái:

$$(6/9) \quad x_{2_{V_y}} = \left[\left(x_2 \cdot \frac{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}}{C} + \frac{C \cdot \Delta t_{V_x} \cdot V_{0V_x}}{\sqrt{C^2 - V_{0V_x}^2}} \right) \cos \beta_{1_{V_0}} + y_2 \cos \beta_{1_{V_0}} + z_2 \cos \beta_{1_{V_0}} - \frac{C \cdot \Delta t_{V_0} \cdot V_{0V_y}}{\sqrt{C^2 - V_{0V_y}^2}} \right] \cdot \frac{C}{\sqrt{C^2 - V_{0V_y}^2}}$$

$$y_{2v_3} = \left(x_{2v_3} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}}{c} + \frac{c \cdot \Delta t_{v_3} \cdot v_{v_3}}{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}} \right) \cos \delta_{2v_3} + y_{2v_2} \cdot \cos \beta_{2v_3} + z_{2v_2} \cdot \cos \gamma_{2v_3}$$

$$z_{2v_3} = \left(x_{2v_3} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}}{c} + \frac{c \cdot \Delta t_{v_3} \cdot v_{v_3}}{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}} \right) \cos \delta_{3v_3} + y_{2v_3} \cdot \cos \beta_{3v_3} + z_{2v_2} \cdot \cos \gamma_{3v_3}$$

Az inverz transzformációs egyenletek az inverz Descartes-féle formulák felhasználásával:

$$(6/10) \quad x \left| \frac{K_1}{V_x} \right| = x \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \delta_1 + y \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \delta_2 + z \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \delta_3$$

$$y \left| \frac{K_1}{V_x} \right| = x \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \beta_1 + y \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \beta_2 + z \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \beta_3$$

$$z \left| \frac{K_1}{V_x} \right| = x \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \gamma_1 + y \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \gamma_2 + z \left| \frac{K_2}{V_x} \right| \cdot \cos \gamma_3,$$

(6/11)

$$x_{2v_3} = \left[\left(x_{2v_3} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}}{c} + \frac{c \cdot \Delta t_{v_3} \cdot v_{v_3}}{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}} \right) \cos \delta_{1v_3} + y_{2v_3} \cdot \cos \delta_{2v_3} + z_{2v_3} \cdot \cos \delta_{3v_3} - \frac{c \cdot \Delta t_{v_3} \cdot v_{v_3}}{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}} \right] \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}}$$

$$y_{2v_3} = \left(x_{2v_3} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}}{c} + \frac{c \cdot \Delta t_{v_3} \cdot v_{v_3}}{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}} \right) \cos \beta_{1v_3} + y_{2v_3} \cdot \cos \beta_{2v_3} + z_{2v_3} \cdot \cos \beta_{3v_3}$$

$$z_{2v_3} = \left(x_{2v_3} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}}{c} + \frac{c \cdot \Delta t_{v_3} \cdot v_{v_3}}{\sqrt{c^2 - v_{v_3}^2}} \right) \cos \gamma_{1v_3} + y_{2v_3} \cdot \cos \gamma_{2v_3} + z_{2v_3} \cdot \cos \gamma_{3v_3}$$

(6/9) és (6/11) helyett általában az alábbi transzformációs egyenletrendszereket használjuk:

$$(6/12) \quad x_{v_x} = \left[x_{v_z} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}}{c} + \frac{c \cdot v_{v_z} \Delta t_z}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}} \right] \cos \gamma_{v_z} + y_{v_z} \sin \gamma_{v_z} - \frac{c \cdot \Delta t_z \cdot v_{v_z}}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}} \left[\frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}} \right]$$

$$y_{v_x} = \left(x_{v_z} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}}{c} + \frac{c \cdot v_{v_z} \Delta t_z}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}} \right) (-\sin \gamma_{v_z}) + y_{v_z} \cdot \cos \gamma_{v_z}$$

$$z_{v_x} = z_{v_z}$$

$$(6/13) \quad x_{v_y} = \left[\left(x_{v_z} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}}{c} + \frac{c \cdot v_{v_z} \Delta t_z}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}} \right) \cos \gamma_{v_z} + y_{v_z} \cdot (-\sin \gamma_{v_z}) - \frac{c \cdot \Delta t_z \cdot v_{v_z}}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}} \right] \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}}$$

$$y_{v_y} = \left(x_{v_z} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}}{c} + \frac{c \cdot v_{v_z} \Delta t_z}{\sqrt{c^2 - v_{v_z}^2}} \right) \sin \gamma_{v_z} + y_{v_z} \cdot \cos \gamma_{v_z}$$

$$z_{v_y} = z_{v_z}$$

A (6/12) és (6/13) olyan speciális helyzetű koordináta rendszereket "használ", melyek "z" tengelyei merőlegesek, a \bar{v}_{v_x} és \bar{v}_{v_y} által kifeszített síkra.

Az alábbi egyenletek csak annyiban különböznek az előzőektől, hogy ezekben

$$\Delta t_{v_x} = \Delta t_z = 0.$$

$$\begin{aligned}
 (6/14) \quad x_{v_y} &= \left[x_{v_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{kv_y}^2}}{c} \cdot \cos \gamma_{v_o} + y_{v_y} \cdot \sin \gamma_{v_o} \right] \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{kv_y}^2}} \\
 y_{v_y} &= x_{v_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{kv_y}^2}}{c} \cdot (-\sin \gamma_{v_o}) + y \cdot \cos \gamma_{v_o} \\
 z_{v_y} &= z_{v_y} \\
 (6/15) \quad x_{v_x} &= \left[x_{v_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{kv_x}^2}}{c} \cdot \cos \gamma_{v_o} + y_{v_x} \cdot (-\sin \gamma_{v_o}) \right] \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{kv_x}^2}} \\
 y_{v_x} &= x_{v_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{kv_x}^2}}{c} \cdot \sin \gamma_{v_o} + y_{v_x} \cdot \cos \gamma_{v_o} \\
 z_{v_x} &= z_{v_x}
 \end{aligned}$$

7. Az einsteini transzformációs egyenletek levezetéséhez szükséges eszközrendszer előállítása

Először tárjuk fel az einsteini szinkronizáció és az abszolút szinkronizáció közötti kapcsolatot.

7/1. feladat: Adott V_x és a hozzá tartozó \bar{v}_{kv_x} . Vegyünk föl V_x -ben egy koordinátarendszert (K_{V_x}), hogy annak "x" tengelye mutasson \bar{v}_{kv_x} irányába. Rendeljük K_{V_x} minden pontjához két órát, melyek közül az egyiket abszolút, a másikat einsteini módon szinkronizáltuk.

Igazoljuk, hogy a két szinkronizálási mód pontonkénti "dilatációját" az alábbi egyenlet fejezi ki:

$$(7/1) \quad t_{A_{V_x}} - t_{E_{V_x}} = \Delta t_{V_x}^{\text{dil.}} = x_{V_x} \cdot \frac{v_{V_x}}{c^2}.$$

Megoldás: K_{V_x} -ben vegyünk fel egy $P_{V_x}(x, y, z)$ pontot, ahol y_{V_x} és $z_{V_x} \neq 0$.

a. A $P_{V_x}(x, y, z)$ ponthoz rendelt (egyik) órát Einstein szerint

$$(7/2) \quad t_{E_{V_x}} = \frac{r_{V_x}}{c} = \frac{x_{V_x}^2 + y_{V_x}^2 + z_{V_x}^2}{c}$$

értékre kell állítani a referencia-villanás elindítása előtt

b. Ha az órákat abszolút értelemben kívánjuk szinkronizálni, akkor minket az kell, hogy érdekeljen, mennyi utat tett meg az óra mutatója K_{V_x} origójában addig, amíg a fény megtette az \overline{OP}_{V_x} távolságot, és erre az értékre kell állítani a P_{V_x} pontba helyezett (másik) órát.

A V_x -beli abszolút időtávolság (4/1) segítségével úgy is megkapható, hogy meghatározzuk, mennyi utat tett meg ez alatt a fény V_0 -ban:

$$r_{V_0} = \sqrt{\left(x_{V_x} \frac{\sqrt{c^2 - v_{V_x}^2}}{c} + v_{V_0} v_{V_x} \cdot t_{A_{V_x}}\right)^2 + y_{V_0}^2 + z_{V_0}^2},$$

de

$$\Delta t_{A_{V_x}} = \frac{r_{V_0}}{c}.$$

Ezért

$$t_{A_{k_0}} = \frac{\sqrt{\left(x_{k_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{k_0}^2}}{c} + t_{A_{k_0}} \cdot v_{k_0} v_{k_x}\right)^2 + y_{k_0}^2 + z_{k_0}^2}}{c}$$

Ebből:

$$c^2 \cdot t_{A_{k_0}}^2 = x_{k_x}^2 \cdot \frac{c^2 - v_{k_0}^2}{c^2} + v_{k_0}^2 \cdot t_{A_{k_0}}^2 + 2x_{k_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{k_0}^2}}{c} \cdot v_{k_0} v_{k_x} \cdot t_{A_{k_0}} + y_{k_0}^2 + z_{k_0}^2,$$

$$(c^2 - v_{k_0}^2) \cdot t_{A_{k_0}}^2 - 2x_{k_x} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{k_0}^2}}{c} \cdot v_{k_0} v_{k_x} \cdot t_{A_{k_0}} - \left(x_{k_x}^2 \cdot \frac{c^2 - v_{k_0}^2}{c^2} + y_{k_0}^2 + z_{k_0}^2\right) = 0.$$

$$t_{A_{k_0}}^{(1,2)} = \frac{2x_{k_x} v_{k_0} v_{k_x} \frac{\sqrt{c^2 - v_{k_0}^2}}{c} \pm \sqrt{4x_{k_x}^2 v_{k_0}^2 \frac{c^2 - v_{k_0}^2}{c^2} + 4 \cdot (c^2 - v_{k_0}^2) \cdot \left(x_{k_x}^2 \cdot \frac{c^2 - v_{k_0}^2}{c^2} + y_{k_0}^2 + z_{k_0}^2\right)}}{2 \cdot (c^2 - v_{k_0}^2)},$$

$$t_{A_{k_0}}^{(1,2)} = \frac{x_{k_x} \cdot \frac{v_{k_0} v_{k_x}}{c} \pm \sqrt{x_{k_x}^2 \cdot \frac{v_{k_0}^2}{c^2} + x_{k_x}^2 \cdot \frac{c^2 - v_{k_0}^2}{c^2} + y_{k_0}^2 + z_{k_0}^2}}{\sqrt{c^2 - v_{k_0}^2}},$$

$$t_{A_{k_0}} = \frac{x_{k_x} \frac{v_{k_0} v_{k_x}}{c} + \sqrt{x_{k_x}^2 + y_{k_0}^2 + z_{k_0}^2}}{\sqrt{c^2 - v_{k_0}^2}} = \frac{x_{k_x} \frac{v_{k_0} v_{k_x}}{c} + r_{k_x}}{\sqrt{c^2 - v_{k_0}^2}}.$$

(7/2) fölhasználásával alakítsuk át az előbbi egyenletet:

$$(7/3) \quad t_{A_{V_0}} = \frac{x_{V_0} \cdot \frac{V_{V_0} V_x}{c^2} + t_{E_{V_x}}}{\sqrt{1 - \frac{V_{V_0}^2}{c^2}}},$$

melyből (4/1) alapján kapható, hogy

$$(7/4) \quad t_{A_{V_x}} = t_{E_{V_x}} + x_{V_x} \cdot \frac{V_{V_0} V_x}{c^2}.$$

Ezzel beláttuk(7/1)-et.

Megjegyzés: (7/4) szerint a két szinkronizáció közötti dilatáció csak x_{V_x} -től és $V_{V_0} V_x$ -től függ. Ha egy pillanatban θ jelet indítva megállítatnánk egy einsteini módon szinkronizált rendszer óráit, akkor bármely, az "y" és "z" tengely által kifeszített síkkal párhuzamos (vagyis \bar{V}_{V_x} -re merőleges) sík órái azonos értéket mutatnának. Ezeket a síkokat nevezzük abszolút egyidejűségi síkoknak. Az előzőekből természetesen következik, hogy bármely vonatkoztatási rendszernek végtelen sok egymással párhuzamos abszolút egyidejűségi síkja van. Speciális helyet foglal el V_0 , mert benne minden sík abszolút egyidejűségi sík.

7/2. feladat: Adott V_x és \bar{V}_{V_x} . Lássuk be, ha egy V_x -ben egy órát végtelen lassan mozgatunk, akkor ez az óra az abszolút értelemben szinkronizált órákhoz képest ugyancsak

$$t_{V_x} = x_{V_x} \cdot \frac{v_{v_0 v_x}}{c^2}$$

dil.

eltolódást fog szenvedni. (A mozgató óra is szinkronizált volt.)

Megoldás: Tegyük fel, hogy az órát v_x távolságon egyenletesen "mozgattuk", de valamilyen véges sebességgel. Ez azt jelenti, hogy az óra átkerült egy másik vonatkoztatási rendszerbe, melyet jelöljünk V_y -nal.

V_y -ban eltelt idő az óra megérkezéséig:

$$t_{V_y} = t_{V_0} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_0 v_y}^2}}{c}$$

Ezalatt a V_x -ben eltelt idő :

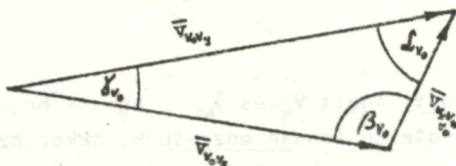
$$t_{V_x} = t_{V_0} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_0 v_x}^2}}{c}$$

A két óra dilataciója a mozgás során:

$$\Delta t_{V_x} = \frac{t_{v_0}}{c} (\sqrt{c^2 - v_{v_0 v_x}^2} - \sqrt{c^2 - v_{v_0 v_y}^2}).$$

dil.

A feladat ezen kifejezés határértékének a kiszámítása.



3. ábra

Az ábrából

$$v_{kx}^2 = v_{kx}^2 + v_{ky}^2 - 2v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \beta_k$$

Ezt behelyettesítve az előző egyenletbe

$$t_{V_0} = \frac{r_{V_0}}{v_{kx}}$$

felhasználásával kapjuk az alábbi egyenletet:

$$\Delta t_{V_x} \text{ dil.} = \frac{r_{V_0}}{c \cdot v_{kx}} \cdot \left(\sqrt{c^2 - v_{kx}^2} - \sqrt{c^2 - v_{kx}^2 - v_{ky}^2 + 2v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \beta_k} \right)$$

Szorozzuk be a kapott kifejezést a két gyökös tag összegével és osszuk is el vele; egyben átalakítva kapjuk, hogy

$$\Delta t_{V_x} \text{ dil.} = \frac{r_{V_0}}{c \cdot v_{kx}} \cdot \frac{(c^2 - v_{kx}^2) - (c^2 - v_{kx}^2 - v_{ky}^2 + 2v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \beta_k)}{\sqrt{c^2 - v_{kx}^2} + \sqrt{c^2 - v_{kx}^2 - v_{ky}^2 + 2v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \beta_k}}$$

$$\Delta t_{V_x} \text{ dil.} = \frac{r_{V_0}}{c \cdot v_{kx}} \cdot \frac{v_{ky}^2 - 2v_{kx} \cdot \cos \beta_k \cdot v_{ky}}{\sqrt{c^2 - v_{kx}^2} + \sqrt{c^2 - v_{kx}^2 - v_{ky}^2 + 2v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \beta_k}}$$

$$\lim_{\substack{v_{ky} \rightarrow 0}} \Delta t_{V_x} \text{ dil.} = \frac{r_{V_0} \cdot v_{ky}}{c \cdot v_{kx}} \cdot \frac{v_{ky} - 2v_{kx} \cdot \cos \beta_k}{\sqrt{c^2 - v_{kx}^2} + \sqrt{c^2 - v_{kx}^2 - v_{ky}^2 + 2v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \beta_k}}$$

ebből:

$$t_{V_x} \text{ dil.} = r_{V_0} \cdot \cos \beta_k \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{kx}^2}} \cdot \frac{v_{kx}}{c^2}$$

Mivel

$$x_{V_x} = r_{V_0} \cdot \cos \beta_{V_0} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2}}$$

(ahol r_{V_0} az r_{V_x} távolság képe V_0 -ban, és $r_{V_0} \cdot \cos \beta_{V_0}$ pedig a \bar{v}_{V_x} irányú komponens), így a feladat állítását igazoltuk.

Megjegyzés: A 7/1 és 7/2 feladat alapján megállapítható: ha egy V_x -ben az órákat einsteini módon szinkronizáltuk, és ugyanabban a V_x -ben egy órát végtelen lassan mozgatunk, akkor az nem fog mérhető fáziseltolódást szenvedni; míg abszolút szinkronizáció esetén (V_0 kivételével) mindig fáziseltolódás tapasztalható, ha az elmozdulásnak van \bar{v}_{V_x} irányú komponense.

7/3. feladat: Határozzuk meg a V_y vonatkoztatási rendszer sebességét (v_{V_y} - t) V_x -ben és v_{V_x} -et, ha adott v_{V_0} és a közöttük bezárt γ_{V_0} szög.

Megoldás:

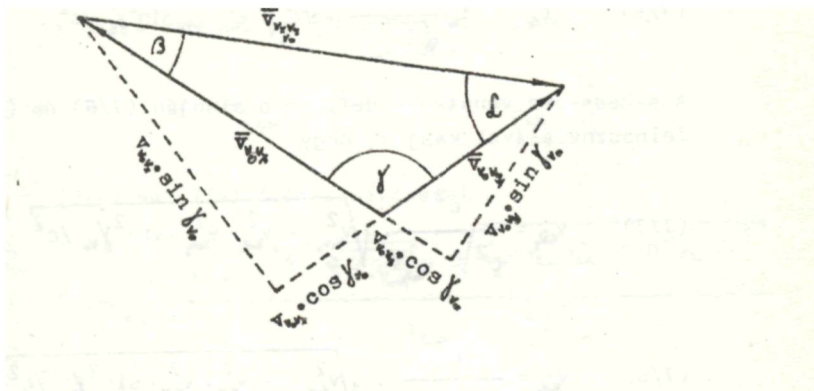
$$v_{V_y} = \frac{r_{V_x}}{t_{V_x}} ; \quad r_{V_0} = t_{V_0} \cdot v_{V_x} \cdot \gamma_{V_0}$$

r_{V_0} -nak kell meghatároznunk az "x" és "y" irányú komponensét V_0 -ban, ami már könnyen áttranszformálható V_x -be.

A 4. ábrából látható, hogy

$$r_{V_0}(x) = t_{V_0} \cdot (v_{V_x} - v_{V_y} \cos \gamma_{V_0}) ,$$

$$r_{V_0}(y) = t_{V_0} \cdot v_{V_y} \cdot \sin \gamma_{V_0} .$$



4. ábra

Az "x" és "y" komponenseket transzformálva V_x -be:

$$r_{V_x}(x) = t_{V_0} \cdot (v_{V_x} - v_{V_0} \cdot \cos \gamma_{V_0}) \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2}}$$

$$r_{V_x}(y) = t_{V_0} \cdot v_{V_0} \sin \gamma_{V_0},$$

$$(7/5) \quad r_{V_x} = t_{V_0} \sqrt{(v_{V_x} - v_{V_0} \cos \gamma_{V_0})^2 \cdot \frac{c^2}{c^2 - v_{V_0}^2} + v_{V_0}^2 \sin^2 \gamma_{V_0}}.$$

(7/5) átalakításokkal a következő alakra hozható.

$$r_{V_x} = t_{V_0} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{V_0}^2}} \cdot \sqrt{v_{V_x}^2 - 2v_{V_x} v_{V_0} \cos \gamma_{V_0} + v_{V_0}^2 \cos^2 \gamma_{V_0} + v_{V_0}^2 \sin^2 \gamma_{V_0} - \frac{v_{V_x}^2 v_{V_0}^2}{c^2} \sin^2 \gamma_{V_0}},$$

$$(7/6) \quad r_{V_x} = t_0 \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{0V_x}^2}} \cdot \sqrt{\frac{v_{V_x V_y}^2 - v_{0V_x}^2 \cdot v_{0V_y}^2 \cdot \sin^2 \gamma_0}{c^2}}.$$

A sebességre vonatkozó definíció alapján (7/6) és (4/1) felhasználásával kapjuk, hogy

$$(7/7) \quad v_{V_x V_y} = \frac{c^2}{c^2 - v_{0V_x}^2} \cdot \sqrt{\frac{v_{V_x V_y}^2 - v_{0V_x}^2 \cdot v_{0V_y}^2 \cdot \sin^2 \gamma_0}{c^2}},$$

$$(7/8) \quad v_{V_y V_x} = \frac{c^2}{c^2 - v_{0V_y}^2} \cdot \sqrt{\frac{v_{V_x V_y}^2 - v_{0V_x}^2 \cdot v_{0V_y}^2 \cdot \sin^2 \gamma_0}{c^2}}.$$

Ha $v_{V_x V_y}$ és $v_{V_y V_x}$ közül az egyik ismert, akkor a másikat az alábbi egyszerű képlet alapján is számolhatjuk:

$$(7/9) \quad \frac{v_{V_x V_y}}{v_{V_y V_x}} = \frac{c^2 - v_{0V_y}^2}{c^2 - v_{0V_x}^2}$$

7/4. Feladat: Adott v_{0V_x} , v_{0V_y} és γ_0 . Igazoljuk, hogy bármely V_x és V_y esetében

$$v_{V_x V_y}^E = v_{V_y V_x}^E.$$

(Ez annyit jelent, hogy einsteini szinkronizáció esetén a két vonatkoztatási rendszer relatív sebessége bármelyikben mérve ugyanaz.)

Megoldás: Vegyünk fel V_x -ben és V_y -ban egy-egy "szokásos" helyzetű koordinátarendszert! Egy adott időpontban legyen $0_{V_x} = 0_{V_y}$. K_{V_y} origójának sebességét számítjuk V_x -ben

a relativitáselmélet szerint. Ez a megtett távolság és a hozzá rendelt einsteini idő hányadosa:

$$v_{E_{v_x v_y}} = \frac{r_{v_x}}{t_{E_{v_x}}} \quad ; \quad v_{E_{v_x v_y}} = \frac{r_{v_y}}{t_{E_{v_y}}}$$

(7/4) és (7/6) felhasználásával

$$v_{E_{v_x v_y}} = \frac{r_{v_x}}{t_{E_{v_x}}} = \frac{t_{v_0} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{v_0}^2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{v_{v_0}^2} - v_{v_x}^2 \cdot v_{v_y}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{v_0}} / c^2}{t_{v_x} - x_{v_x} \cdot \frac{v_{v_x}}{c^2}}$$

De

$$x_{v_x} = - (v_{v_x} - v_{v_0} \cos \gamma_{v_0}) \cdot t_{v_0} \cdot \frac{c}{c^2 - v_{v_0}^2},$$

és

$$t_{v_x} = t_{v_0} \cdot \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_0}^2}}{c} \quad ;$$

ezeket behelyettesítve az előző egyenletbe kapjuk, hogy

$$v_{E_{v_x v_y}} = \frac{t_{v_0} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{v_0}^2}} \cdot \sqrt{\frac{2}{v_{v_0}^2} - v_{v_x}^2 \cdot v_{v_y}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{v_0}} / c^2}{t_{v_0} \frac{\sqrt{c^2 - v_{v_0}^2}}{c} + (v_{v_x} - v_{v_0} \cos \gamma_{v_0}) \cdot t_{v_0} \cdot \frac{c}{\sqrt{c^2 - v_{v_0}^2}} \cdot \frac{v_{v_x}}{c^2}},$$

és ebből

$$(7/10) \quad v_{E_{v_x v_y}} = \frac{c^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{v_{v_0}^2} - v_{v_x}^2 \cdot v_{v_y}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{v_0}} / c^2}{c^2 - v_{v_x} v_{v_y} \cos \gamma_{v_0}}.$$

(7/10) pedig a következő alakban írható:

$$(7/11) \quad v_E = \frac{c^2 \cdot \sqrt{v_{kx}^2 + v_{ky}^2 - 2v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \gamma_{k_0} - v_{kx}^2 \cdot v_{ky}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{k_0}} / c^2}{c^2 - v_{kx} \cdot v_{ky} \cdot \cos \gamma_{k_0}}$$

Az állítás igaz, mert (7/11) szimmetrikus v_{kx} -re és v_{ky} -ra.

Az einsteini transzformációs egyenletek levezetésénél még szükségünk lesz az alábbi egyenletekre, melyek különösebb nehézség nélkül beláthatók:

$$(7/12) \quad \sin \beta_{k_x} = \frac{v_{kx} \cdot \sin \gamma_{k_0} \cdot \sqrt{c^2 - v_{kx}^2}}{\sqrt{c^2 \cdot v_{ky}^2 - v_{kx}^2 \cdot v_{ky}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{k_0}}},$$

$$\cos \beta_{k_x} = \frac{c \cdot (v_{kx} - v_{ky} \cdot \cos \gamma_{k_0})}{\sqrt{c^2 \cdot v_{ky}^2 - v_{kx}^2 \cdot v_{ky}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{k_0}}},$$

$$\sin \beta_{k_y} = \frac{v_{ky} \cdot \sin \gamma_{k_0} \cdot \sqrt{c^2 - v_{ky}^2}}{\sqrt{c^2 \cdot v_{kx}^2 - v_{ky}^2 \cdot v_{kx}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{k_0}}},$$

$$\cos \beta_{k_y} = \frac{c \cdot (v_{ky} - v_{kx} \cdot \cos \gamma_{k_0})}{\sqrt{c^2 \cdot v_{kx}^2 - v_{ky}^2 \cdot v_{kx}^2 \cdot \sin^2 \gamma_{k_0}}}.$$

A fenti egyenletekben a 4. ábra szerinti β_{k_0} -t és β_{k_0} -t transzformáltuk v_x -be illetve v_y -ba a rendelkezésre álló adatok alapján.

Az eddig leírtakkal megteremtettük a feltételét annak, hogy az abszolút egyidejűséget megvalósító szinkronizációra épülő transzformációs egyenletrendszerünkben levezethessük Einstein speciális relativitáselméletének egyszerű egyenleteit. Ennek leírását most mellőzzük. A levezetés nem különösebben nehéz, de kissé hosszadalmas. Merjük remélni, hogy a Tisztelt Olvasók közül néhányan vállalkoznak erre a feladatra.

Tartalmi kivonat

Az alábbi dolgozatban arra szeretnénk rámutatni, hogy a birtokunkban lévő kozmológiai tények nem a Világegyetem tágulását bizonyítják. Az általunk adott értelmezés szerint a megfigyelt jelenségek inkább a fény egy új tulajdonságát sejtetik. Ez az új tulajdonság elvezet minket az első dolgozatban már szereplő kitüntetett vonatkoztatású rendszerhez, s annak kísérleti behatárolhatóságát is lehetővé teszi.

LOGIKAI ASPEKTUSOK

1. Bevezetés

1929-ben Hubble-nek három olyan fontos kozmológiai tény állt rendelkezésére, melyekből messzemenő következtetéseket lehetett levonni.

1. A távoli galaxisokról hozzánk érkező fény hullámhossza a vörös felé tolódik el (Slipher 1917).
2. Közelebbi távolságokon az eltolódás egyenesen arányos a távolsággal (Hubble 1929).
3. Az eltolódás mértéke független a fény hullámhosszától (?).

Természetes lehetőségként kínálkozott a fenti három tény Doppler-effektusként való értelmezése, mely szerint: a galaxisok a távolság arányában növekvő sebességgel távolodnak egymástól, a Világegyetem - úgy tűnik - tágul.

Ezt a következtetést vonta le Hubble, de élete végéig maradtak kétségei elmélete helyességét illetően. A távolodás realitásának problémája egész életét végigkísérte, miközben állandóan empirikus bizonyítékokat keresett. A már említett dolgozatában is a "radiális sebesség" fogalmát mindig feltételes módon használta.

Megszületett a táguló Világegyetem elméletének gondolatköre, melyben a vöröseltolódást a fizikai távolodás egyértelmű következményének tartják.

A galaxisok expanzióját egyesek már tényként kezelik, és így is akarják elfogadtatni, holott ez a feltételezés máig sem nőtt a valószínű hipotézis rangján túl. El kell ismernünk viszont, hogy a táguló Világegyetem elmélete messze a legjobb pozícióban lévő elmélet, de azt is meg kell állapítanunk, hogy ennek ellenére mégis sokan idegenkedéssel tekintenek rá.

Anélkül azonban, hogy mélyebben elemezni kívánnám az elmélet pozícióját, emlékeztetni szeretném az olvasót, hogy a fény már néhányszor alaposan "megtréfált" bennünket - s Hubble megfigyelései is a fényre vonatkoznak. És emlékezzünk csak a fény tulajdonságaiban meglévő "furcsaságokra", pl. különleges terjedés módjára, vagy a hullám-részecske kettőségre, melynek köszönhetően már Huygenstől és Newton-tól, a XVII. sz. végétől megindult a két felfogás harca, s amely csak Plancknak és Einsteinnek köszönhetően a XX. sz. elején csillapodott le, amikor is a két antagoniztikusnak tűnő nézet egyetlen, de részleteiben máig sem tisztázott képben egyesült. Sejtésünk talán nem ok nélkül dik-tálja, hogy a tény tartogat még számunkra meglepetéseket!

Az előző okra hivatkozva jogosan vetődhet föl a kérdés: Mi van akkor, ha a fény vöröseltolódásában a fotonok egy új, eddig nem ismert tulajdonsága tükröződik? (Mi pedig erre a megfigyelésre való hivatkozással "felrobbantjuk" az Univerzumot!) Mi van abban az esetben, ha a fotonok útjuk során valamilyen általunk nem ismert kozmikus kölcsönhatásban folyamatosan veszítenek energiájukból? (A galaxisok pedig a valóságban "békésen" végzik mozgásukat a Világegyetemben.)

Tágul-e a Világegyetem? Napjaink legfontosabb csillagászati problémájának tartom a kérdés megválaszolását. A fény kozmikus vöröseltolódásának értelmezésére a csillagrendszerek távolodásán kívül valóban nincs más ésszerű alternatíva?

Az én véleményem az, hogy van. Az Univerzum expandálásának feltételezése önmagában és következményei halmazában a XX. sz. legnagyobb tudományos tévedése.

2. A fotonok felezési ideje

Minden természettudományos elképzelés életképessége abban nyilvánul meg, hogy az mennyire képes megfelelni az általunk birtokolt tényeknek. A fényre vonatkozó alábbi hipotézis Hubble három tényéből eleget tesz az elsőnek és a harmadiknak:

Létezzen egy V_x vonatkoztatási rendszer, melyben - iránytól függetlenül - az $E = h \cdot \nu$ energiájú foton egy meghatározott R_f távolság megtétele után elveszíti energiája felét.

A hipotézisből következik, hogy a foton hullámhossza R_f távolság megtétele után az adott vonatkoztatási rendszerben a kétszeresére nő, melyet az alábbiak szerint fejezhetünk ki:

$$(1) \quad \lambda' = \lambda \cdot 2^{\frac{x}{R_f}} = \lambda \cdot e^{\frac{x}{R_f} \ln 2},$$

ahol " λ " a foton hullámhossza a kibocsátás pillanatában, " x " a foton által megtett távolság az adott vonatkoztatási rendszerben, R_f az a távolság, melynek megtétele után a foton energiája a felére csökken, vagyis hullámhossza a kétszeresére nő, " λ' " pedig az " x " távolság megtétele után a már megnövekedett hullámhossz.

Slipher megfigyelési ténye alapján felállítottuk a fotonok instabilitásáról szóló hipotézisünket; a harmadik tény alapján (más lehetőség hiányában) feltételeznünk kellett az exponenciális hullámhossz növekedést, mert csak így mutatkozhat meg az effektus minden fotonra kiterjedő univerzális jellege.

Most két feladat áll előttünk: meg kell határoznunk az R_f konstans értékét, s elképzelésünkbe kell építeni Hubble (2) megfigyelési tényét. Mint azt látni fogjuk, R_f értékének meghatározását pont ez a tény teszi lehetővé.

A cél érdekében használjuk föl Hubble hipotézisét!

Hubble szerint, ha a vöröseltolódást a galaxisok távolodásaként fogjuk fel, akkor a csillagrendszerek távolsága és sebessége között kapcsolat lineáris:

$$(2) \quad v = H_0 \cdot r.$$

H_0 a legnehezebben meghatározható fizikai állandó egyike. Értéke az idők folyamán csaknem egy nagyságrendet csökkent a galaxisok távolságmeghatározásában használt módszerek finomítása következtében. A napjainkban

megadott értékek is sajnálatosan nagy szórást mutatnak. Annyi azonban megállapítható, hogy H_0 értéke nagy valószínűséggel 50 és 100 km/s.Mpc érték közé esik. Mi önkényesen a Sandage által javasolt értéket fogadjuk el:

$$H_0 = 53 \pm 5 \text{ km/s.Mpc.}$$

(2)-ben a fény sebessége "v"-re korlátot ad, ami azt jelenti, hogy "r"-re is felső korlát adódik. Ennek neve Hubble-távolság vagy Hubble-rádusz, és értéke az adott H_0 mellett

$$R_H = (18 \pm 2) \cdot 10^9 \text{ fényév.}$$

Megadjuk még a Hubble-időt:

$$T_H = \frac{1}{H_0} = (18 \pm 2) \cdot 10^9 \text{ év} = (5,8 \pm 0,6) \cdot 10^{17} \text{ sec.}$$

A tőlünk sugárirányban "v" sebességgel távolodó, és λ hullámhosszon sugárzó forrás által kisugárzott fényt mi

$$(3) \quad \lambda' = \lambda \cdot \frac{\sqrt{c + v}}{\sqrt{c - v}}$$

megnövekedett hullámhosszúságúnak érzékeljük.

Figyelembe véve, hogy $\lambda + \Delta\lambda = \lambda'$, alakítsuk át (3)-at:

$$(4) \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\sqrt{c + v}}{\sqrt{c - v}} - 1.$$

Mivel szokás, hogy a csillagászok a vörösetolódást $z = \Delta\lambda/\lambda$ paraméterrel jellemezzék, ezt írjuk a fenti egyenletbe és fejezzük ki "v"-t:

$$v = c \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}.$$

Ebbe az egyenletbe "v" helyére (2) alapján írjuk $H_0 \cdot r$ -et, s így kapjuk az alábbi összefüggést, melyre végül is majd szükségünk lesz:

$$(5) \quad r = \frac{c}{H_0} \cdot \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1}.$$

Fejezzük ki még (1)-ből is "r"-t:

$$(6) \quad r = \frac{R_f}{\ln 2} \cdot \ln(z+1).$$

Ezek után (5) és (6) segítségével R_f értéke könnyen meghatározható, mert a két függvénynek a nulla közeli helyeken a megfigyelés hibahatárán belül át kell fedniük egymást. A matematika nyelvére lefordítva ez annyit jelent, hogy a két függvény deriváltjának a nulla helyen egyenlőnek kell lennie:

$$f'_z(0) = f'_r(0),$$

$$\frac{c}{H_0} = \frac{R_f}{\ln 2}$$

melyből a feleződési távolság

$$(7) \quad R_f = \frac{c}{H_0} \cdot \ln 2,$$

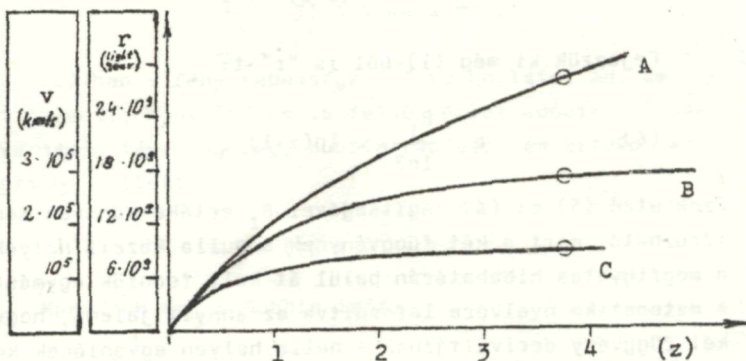
ami írható még az alábbiak szerint is:

$$R_f = c \cdot T_H \cdot \ln 2 = R_H \cdot \ln 2.$$

H_0 választott értéke mellett a fotonok feleződési útja és felezési ideje számszerűen:

$$R_f = (12,5^{+1,5}_{-1,5}) \cdot 10^9 \text{ fényév} = (11,8^{+1,5}_{-1,5}) \cdot 10^{25} \text{ m},$$

$$T_f = (12,5^{+1,5}_{-1,5}) \cdot 10^9 \text{ év} = (4,0^{+0,4}_{-0,4}) \cdot 10^{17} \text{ sec}.$$



1. ábra

Írjuk át (6)-ot (7) felhasználásával!

$$(8) \quad r = \frac{c}{H_0} \cdot \ln(z+1).$$

A kapott egyenletet összehasonlítva (5)-el láthatjuk, hogy a két egyenlet csak egy szorzótényezőben különbözik egymástól.

3. Csillagrendszerek távolsága

(5) és (8) egyaránt alkalmas távolságmeghatározásra (1. ábra B és A görbéje), de mindkettő esetében tisztázni kell néhány kérdést!

Végezzük vizsgálatainkat egy gyakorlati példán.

1982-ben ausztrál csillagászok a PKS 2000-330 jelzésű rádióforrást vizsgálták, melynek vöröseltolódására $z=3,78$ adódott. (A távoli objektumokra vonatkozó megfigyelések leírásánál szokás "z"-t, a vöröseltolódás mértékét megadni, mivel ez az egyetlen biztos adat.) Ennek ismeretében (5)-el és (8)-al egyaránt kiszámíthatunk egy-egy távolságot. Jelöljük ezeket r_5 -el és r_8 -al.

A kérdés az, hogy mit fejeznek ki ezek a távolságok?

Vizsgáljuk először r_5 -öt!

$$r_5 = 16,5 \cdot 10^9 \text{ fényév,}$$

azt fejezi ki, hogy a PKS 2000-330 a "nagy robbanás" óra eltelt Hubble-idő alatt milyen messzire távolodott tőlünk (ha lassulási tényezőt nem veszünk figyelembe), és sebessége 0,916c a Földhöz rögzített vonatkoztatási rendszerben.

De láthatjuk mi ezt az állapotot távcsöveinkben? Nyilvánvalóan nem, mert a fény csak véges sebességgel képes információt szállítani; az üzenetközvetítéshez a távolsággal arányos időre van szükséges. Ha a PKS 2000-330 "most" 16,5 milliárd fényév távolságra van, akkor mi erről csak kb. 16,5 milliárd év múlva győződhetünk meg, amikor is a "most" kisugárzott fény eléri a Földet.

A fentiekre hivatkozva meg kell állapítanunk, hogy r_5 számunkra nem sokat mond. Valóságos értéke (ha van) csak elvi jelentőségű, mert igazáról nem áll módunkban meggyő-

zódni. Így az 1. ábrabeli B görbe olyan távolságok sorozatát adja meg, melyekre csak következtethetünk.

Nekünk elsősorban azokra az adatokra kell támaszkodnunk, amelyek mérhetőek, s más híján arra a képre kell szorítkoznunk, melyet most vagyunk kénytelenek látni.

Jelen helyzetünkben

$$(9) \quad r_V = \frac{c}{H_0} \frac{v}{c+v}$$

felhasználásával (1. ábra C görbe) csak azt konstatálhatjuk, hogy a PKS 2000-330 8,6 milliárd fényévre volt tőlünk, amikor a szemünkbe most érkező fényt kisugározta, és 9,4 milliárd év alatt jutott el (a Föld vonatkoztatási rendszerében) ebbe a távolságba.

Ez azt jelenti, hogy mi a rádióforrást 8,6 milliárd évvel ezelőtti állapotában látjuk, tehát kora legfeljebb 9,4 milliárd év.

A speciális relativitáselmélet alapján, a 0,916-szoros fénysebesség miatt, azonban számításba kell venni, hogy a PKS 2000-330-on a fizikai folyamatok 2,5-szer lassabban(!) mennek végbe, így a földre érkező fény legfőljebb az anyag őszrobbanás utáni, 3,76 milliárd éves állapotát mutathatja. Ez pedig csaknem ötöde a 18 milliárd évnek! Így még az is kérdéses, hogy ennyi idő alatt végbemehet-e az anyag galaxisokká való szerveződése.

A második lényeges tényező, hogy (5)-ben H_0 értéke időben nem állandó, hanem fordított arányban csökken. Ez egyébként természetes, ha a $H_0 = 1/T_H$ definícióra gondolunk.

Az előzőeket figyelembe véve megállapítható: ha távcsöveinkben a csillagrendszerek "egyenletes" eloszlása megfigyelhető, akkor az izotrópia a valóságban nem létezik; de ha létezik, akkor egy sajátos inhomogenitás észlelhető. (S természetesen létezik még a harmadik eset.)

Most határozzuk meg (8) segítségével, hogy szerintünk milyen távolságból küldte felénk sugárzását a PKS 2000-330 rádióforrás:

$$r_8 = 28,2 \cdot 10^9 \text{ fényév.}$$

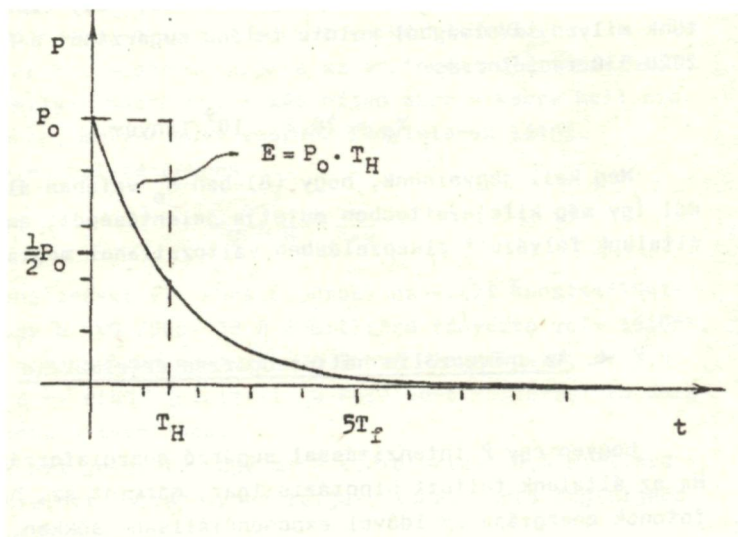
Meg kell jegyeznünk, hogy (8)-ban H_0 valóban állandó! Így még kifejezettebben mutatja jelentőségét, amit az általunk felvázolt elképzelésben változatlanul megtartott.

4. Az univerzális háttérsugárzás értelmezése

Legyen egy P intenzitással sugárzó energiaforrásunk. Ha az általunk feltett hipotézis igaz, mármint az, hogy a fotonok energiája az idővel exponenciálisan csökken, akkor ez a forrás sugározhat akár végtelen ideig is, az általa kisugárzott és a térben visszamaradt elektromágneses sugárzás egy meghatározott értéket akkor sem haladhat túl.

Helyezzünk egy V térfogatú szobába egy állandó P intenzitással sugárzó villanykörtét. Arra vagyunk kíváncsiak, hogyha a forrás végtelen ideig világít, milyen energiasűrűség marad vissza a szobában, ha annak falai az elektromágneses sugárzást teljes mértékben visszaverik.

A válasz keresésekor felhasználjuk azt a módosítást, hogy nem a kisugárzott fotonok energiája csökken exponenciálisan az időben, hanem a forrás teljesítménye, mert a végeredmény mindkét esetben ugyanaz.



2. ábra

A feladatot megoldottuk, ha kiszámítjuk a 2. ábrán látható görbe alatti területet. Felhasználva az

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$$

határozott integrált.

$$E = P \int_0^{\infty} e^{-ax} dx = P \frac{T_f}{\ln 2},$$

vagyis

$$(10) \quad E = P \cdot T_H.$$

A szobában kialakult energiasűrűség pedig

$$E = P \cdot T_H / V.$$

Érdemes talán megnéznünk a példát konkrét számadatakkal! Legyen $P=100$ w= 100 J/s és $V=100$ m³. Ilyen adatok mellett a kialakult energiasűrűség

$$\rho_E = (10^9 \text{ erg/s} \cdot 5,8 \cdot 10^{17} \text{ s}) / 10^8 \text{ cm}^3 = 5,8 \cdot 10^{18} \text{ erg/cm}^3.$$

Sokan könyvelték el az ősrobbanás melletti döntő bizonyítékként a kozmikus háttérsugárzást, melyet Penzias és Wilson fedezett fel 1965-ben, de létezését már korábban megjósolta George Gamow. Ha elképzelésünket el kívánjuk fogadtatni, akkor elvárható tőle, hogy a háttérsugárzás jelenségét is értelmezni tudja.

Ez úgy történik, hogy az előző eljárást kozmológiai szinten alkalmazzuk.

A Tejút vég nélküli és egyenletes sugárzását feltételezve az energiatranszport révén

$$E_T = P_T \cdot T_H = 23,7 \cdot 10^{60} \text{ erg}$$

energia volna állandóan jelen a térben (ha $P_T=4 \cdot 10^{43}$ erg/s).

Azt is tudjuk, hogy a kozmikus háttérsugárzás energiasűrűsége kb. $5 \cdot 10^{-13}$ erg/cm³. Ha meg kívánjuk kapni ezt az energiasűrűséget, akkor feltételeznünk kell, hogy minden $47 \cdot 10^{72}$ cm³ térfogatban átlagosan egy Tejút méretű galaxis van. Ez egy olyan kocka térfogatának felel meg, melynek éle 3,8 millió fényév. Ezek szerint a kozmikus háttérsugárzás összefüggésben van a galaxisok sűrűségével. A kapott eredmény nincs ellentmondásbana tapasztalattal.

Ismerve a Tejútrendszer tömegét ($2 \cdot 10^{44}$ g), megbecsülhetjük az Univerzum nyugalmi tömegének átlagsűrűségét, melyre így

$$\rho_u = 5 \cdot 10^{-30} \text{ g/cm}^3$$

adódik.

5. Egy lehetőség H_0 földi meghatározására

A 3. fejezetben szándékosan nem beszéltünk a fényre tett hipotézisünkkel kapcsolatos "problémákról".

Definícióinkban csak azt kötöttük ki, hogy az effektus egy vonatkoztatási rendszerben legyen izotróp. A relativitás elve azonban megkövetelné, hogy az izotrópia minden vonatkoztatási rendszerben igaz legyen, s ennek a levezetések során kapott egyenletek szimmetrikus formájában kellene mutatkoznia.

A fény energiája csak egyetlen vonatkoztatási rendszerben csökkenhet izotróp módon (ennek levezetésétől most eltekintünk), tehát az effektus nem Lorentz-invariáns. Ezt a rendszert joggal nevezhetjük kitüntetett vonatkoztatási rendszernek, mely rendszer azonos azal a rendszerrel, melyben a kozmikus háttérsugárzás eloszlása izotrópikusnak mutatkozik.

Az alábbiakban leírunk egy kísérletet, melynek elvégzésével lehetőség nyílhatna a kitüntetett vonatkoztatási rendszerhez viszonyított sebesség irányának és nagyságának, valamint H_0 -nak a meghatározására.

Legyen adott egy gömb egy V_x vonatkoztatási rendszerben, melynek középpontjába helyezzünk egy rendkívül stabil " λ " hullámhosszúságú emissziós fényforrást. Ha rendelkezünk még egy rendkívül pontos interferometrikus készülékkel, akkor megkereshetjük a gömb felszínén azt a pontot, ahol a "vöröseltolódás" maximális:

$$(11) \quad \lambda_{1(\max)} = \lambda \cdot s_H^r \cdot \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

Ennek a mérésnek az elvégzésével egyúttal meghatároztuk a kísérlet vonatkoztatási rendszere és a kitüntetett vonatkoztatási rendszer közötti sebesség irányát is.

A legkisebb hullámhossznövekedés az előbb kapott sugát átmérővé hosszabbításával meghatározott gömbi pontban lesz:

$$(12) \quad \lambda_{2(\min)} = \lambda \cdot e^{\frac{r}{R_H} \cdot \sqrt{\frac{C-v}{C+v}}}$$

Fejezzük ki "v"-t (11)-ből és (12)-ből az alábbi módon:

$$(13) \quad v = c \cdot \frac{\ln \frac{\lambda_1}{\lambda_2}}{\ln \frac{\lambda_1 \cdot \lambda_2}{\lambda^2}},$$

mely a kitüntetett vonatkoztatási rendszerhez viszonyított sebesség nagysága.

A leírt kísérlet sikeres megvalósítását nehezíti, hogy bármely földi távolság a Hubble-távolsághoz képest elenyészően kicsi, ezért az általunk kimutatni kívánt effektus olyan nagy mérési pontosság elérését követelné meg, amelyet még a legpontosabb földi kísérletek pontosságát is sok nagyságrenddel meghaladná.

Ha a kísérlet egyszer mégis megvalósításra kerül, akkor aszámított sebesség és a gömb sugarának ismeretében R_H , és így H_0 is meghatározható lesz.

6. Következmények

H_0 új értelmezésének következményei beláthatatlanok! Ebben a rövid írásban sajnos nem állt módomban ezeket a már leírtaknál mélyebben és szélesebb körben kifejteni.

Illett volna beszélni arról, hogy hova tűnik el a foton energiája... Amire én azt válaszoltam volna, hogy az Univerzális Anyagtérbe, melynek anyagsűrűsége 10^{13}g/cm^3 . Ebben az esetben már azt is le kellett volna írnom, hogy mit értek "Univerzális Anyagtér"-en, s arról, hogy minden csak állapot, melynek során egy adott állapot anyaga szüntelenül kicserélődik a mező anyagával, miközben az adott állapot mindig önmaga marad; miközben a hatalmas anyagsűrűség miatt, de egyéb tényezők közreműködése miatt is, meg kell változtatni a gravitációs erőtvénnyt, s új kozmológiai alapelvet kell létrehozni, melyben a Világegyetem stacionáris állapotú és benne az anyag az állapotok rendszerének örökös körforgását hozza létre, miközben a Világegyetem képe mindig ugyanilyen marad, amilyennek a távcsőbe tekintő csillagász ma látja. Mert az entrópia így maximális.

lartalmi kivonat

Az alábbi munka egy új - a matematika és a fizika határán fekvő - tudományág alapjait fekteli le. Leginkább a fizika részét képező mechanikához hasonlítható, mivel egész rendszere egy nagyon egyszerű részecskére, illetve azok kölcsönhatásaira épül. Sok a hasonlóság, de egyértelmű a különbség! Mint minden tudományos felfedezésnek, úgy ennek a tudományágnak a megszületését is egy "új", egyszerű felismerés tette lehetővé.

A MATEMATIKAI MECHANIKA ALAPJAI

(Nándori Ottó - Vinczellér Zoltán)

1. Bevezetés

A legtökéletesebb térbeli geometriai alakzat a gömb. Valószínű, mindenki jól ismeri a billiárdgolyókat. Miért pattannak ezek a testek vissza egymásról? Nyilvánvaló, mert valamit átadnak egymásnak. Valami megváltozik, még-ha a golyók formáján szemmel ez a változás nem is látható, de mozgásuk mindenestre egyértelműen ezt tükrözi. A fizikusok ezt a folyamatot röviden csak úgy jellemzik, hogy "energia kicserélődés megy végbe".

Vonatkoztassunk most el a billiárdgolyóktól és tegyük fel azt a kérdést: hogyan mennének végbe a kölcsönhatások abban az esetben, ha olyan egyforma, mozgó, anyagukban tökéletesen homogén és oszthatatlan gömbök sokaságát képzelnénk el, melyek között az "oszthatatlanság" feltétele miatt semmiféle anyagkicserélődési folyamat nem mehet végbe? Ezek a részecskék visszapatthanának egymásról, mint azt a billiárdgolyók teszik?

Ha mélyen belegondolunk, azt kell mondanunk, hogy nem! Ezeknek a részecskéknek semmi okuk nincs arra, hogy így cselekedjenek. Anyaguk tökéletesen kemény, és "rugalmatlan", a "visszapattanás" nem tartozhat tulajdonságaik közé. Hatásaikat egymásra csak addig fejthetik ki, amíg közvetlen fizikai kapcsolatban állnak, amíg érintkeznek egymással. És a kölcsönhatás megszűnése után? A részecskéknek nem lehet más választásuk, minthogy fölvegyék a maguk természetes állapotát vagyis eredeti sebességüket és annak irányát.

Feltétlenül elvárjuk, hogy a kölcsönhatások során teljesüljenek bizonyos megmaradási elvek, törvények, gondolunk elsősorban az impulzusmegmaradás törvényére.

A "matematikai mechanika" az ilyen típusú részecskék, az elemi impulzusok kölcsönhatásai során felmerülő problémákkal, az őket jellemző fizikai mennyiségek meghatározásával, azok kiszámításával foglalkozik.

2. Az elemi impulzus fogalma - tulajdonságai

Legyen adott az euklideszi térben egy vonatkoztatási rendszer (V_0) , melyben mozogjon izotróp módon " m " tömegű, " r " sugarú, " \vec{v} " sebességű, gömb alakú részecskék sokasága.

Definíció: Azokat a mozgó, anyagukban tökéletesen homogén, oszthatatlan és deformálhatatlan gömb alakú részecs-

kéket, melyeknek tömege (m) és sugara (r) egyforma, továbbá kölcsönhatástól mentes állapotukban V_0 -beli $|\vec{v}|$ sebességük is megegyezik (sebességük iránya azonban különbözik), elemi impulzusoknak nevezzük.

Nyilvánvaló, hogy valamilyen speciális formában, átalakítva vagy kiegészítve, de igaznak kell lenni Newton három törvényének!

Newton I. törvénye (a tehetetlenség törvénye) elemi impulzusokra: Minden elemi impulzus megtartja egyenes vonalú egyenletes mozgását mindaddig, amíg egy másik elemi impulzus annak megváltoztatására nem kényszeríti.

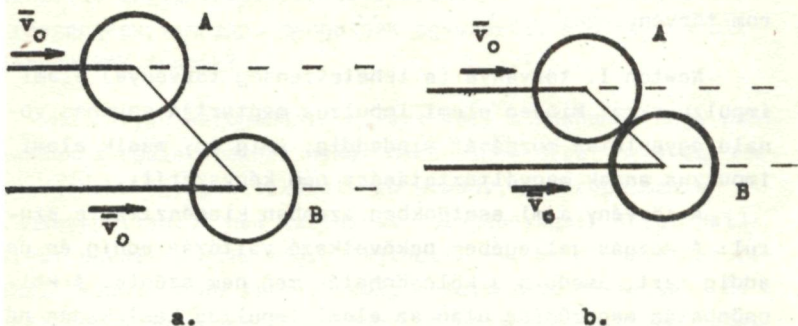
A törvény a mi esetünkben azonban kiegészítésre szorul: A mozgás jellegében bekövetkező változás addig és csak addig tart, ameddig a kölcsönhatás meg nem szűnik. A kölcsönhatás megszűnése után az elemi impulzus késlekedés nélkül fölveszi sebességének eredeti nagyságát és örökös haladási irányát. Az ütközés viszont általában eltolja az elemi impulzusok ütközés előtti hatásvonalát.

Newton másik két törvényének átfogalmazásával csak a kölcsönhatások mélyebb vizsgálata után foglalkozhatunk.

3. Két elemi impulzus kölcsönhatásának elemzése

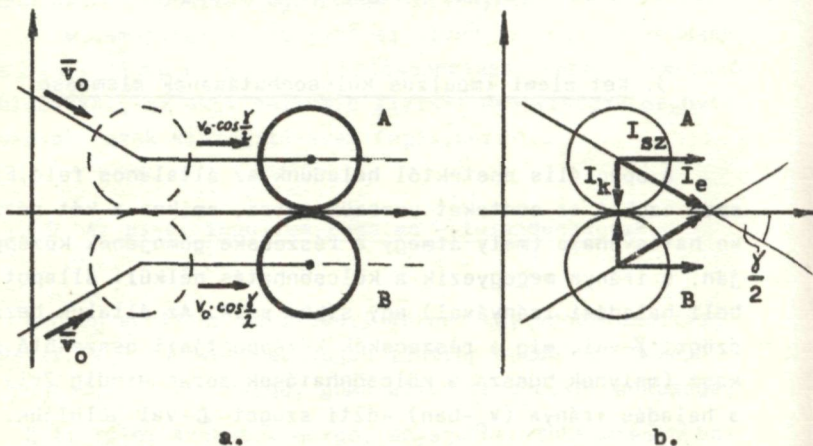
A speciális esetektől haladunk az általános felé. Először azokat az eseteket vesszük sorra, amikor a két részecske hatásvonala (mely átmegy a részecske gömbjének középpontján, s iránya megegyezik a kölcsönhatás nélküli állapot V_0 -beli haladási irányával) egy síkba esik. Az általuk bezárt szöget γ -val, míg a részecskék középpontjait összekötő szakasz (melynek hossza a kölcsönhatások során mindig $2r$!) és a haladás iránya (V_0 -ban) közti szöget α -val jelöljük.

a. $\gamma = 0$ esetben a két részecske hatásvonala párhuzamos, így nem állhatnak kölcsönhatásban egymással soha. A közöttük lévő távolság (melyet a középpontoktól mérünk) a mozgás folyamán mindig állandó. Értéke: $d \leq 2r$. $d = 2r$ egyfajta határeset, amikor érintik ugyan egymást (1.ábra), de még sincsenek kölcsönhatásban.



1. ábra

b. Kerüljön kölcsönhatásba γ szög alatt két részecske tengelyesen szimmetrikusan (2/a.ábra). Hogyan változik ebben az esetben a részecskék pályája és sebessége?



2. ábra

Bármely elemi impulzushoz tartozó impulzusérték V_0 -ban "abszolút értékben" megegyezik és értéke

$$1. \quad I = m_0 \cdot v_0.$$

Vegyük most két elemi impulzus impulzusvektorát! Bár-hogy helyezkedjenek el ezek a síkban, mindig fel tudjuk őket bontani két azonos irányú és egyenlő nagyságú (kölcsonhatásba nem kerülő) "szabad" komponensre (I_{sz}) és két egyenlő nagyságú de ellentétes irányú "kölcsonható" komponensre. Tengelyesen szimmetrikus esetekben a "kölcsonható" komponensek hatásvonala egybeesik (2/b. ábra), így azok teljesen kioltják egymást:

$$m_0 v_0 \cdot \sin \frac{\gamma}{2} + m_0 v_0 \cdot \sin (360^\circ - \frac{\gamma}{2}) = I_{A_k} + I_{B_k} = 0.$$

Mindkét részecske pályája az összeütközés pillanatában $\gamma/2$ szöggel (ellentétes irányban) megtörik. A két elemi impulzus összetapadva

$$v_e = v_0 \cdot \cos \gamma/2$$

eredő sebességgel repül tovább V_0 -ban a "szabad" (I_{sz}) impulzuskomponens irányába. Eredő impulzusuk

$$I_e = 2m_0 v_0 \cdot \cos \gamma/2.$$

Ha $\gamma = 180^\circ$, akkor nincs "szabad" komponens, csak "kölcsonható" komponensek, melyek semlegesítik egymást, ami azt jelenti, hogy a két részecskéből álló rendszer ebben a speciális esetben V_0 -ban nyugalomba kerül. Ebben az állapotban a két részecske egyforma nagyságú de ellentétes irányú

$$I_F = m_0 \cdot v_0$$

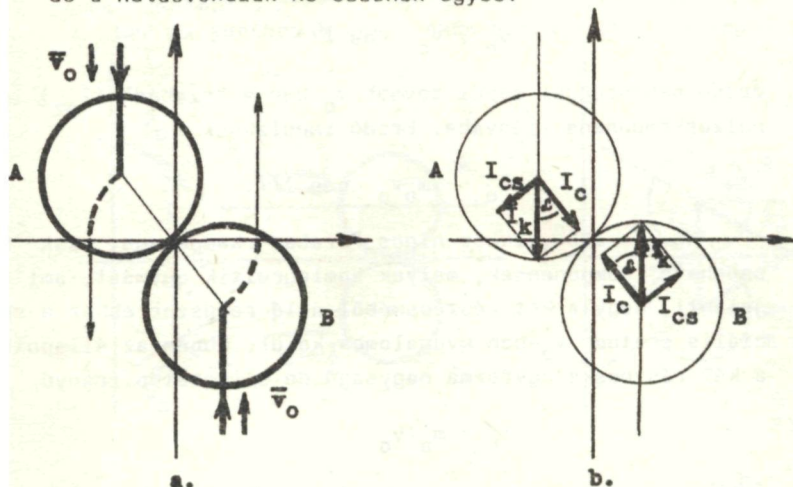
állandó impulzus erővel nyomja egymást.

Az impulzuserő hatásában egyik oldalról erősen hasonlítható ahhoz a jól ismert valóságos esethez, amikor egy csapágygolyó a gravitációs erő hatására állandó ($F_g = m \cdot g$) erővel nyomja az asztalt vagy a tenyerünket. A két "erő" közötti minőségi különbség ott van, hogy míg a vasgolyó az akadály megszüntetése után a gravitációs erő hatására fokozatosan gyorsul, addig egy adott elemi impulzus csak az "akadály" megszüntetésének függvényében fog gyorsulni. Ha az "akadály" $\Delta t=0$ idő alatt szűnne meg, akkor az elemi impulzus ennyi idő alatt szerezne vissza "nyugalmi állapotát", vagyis V_0 -beli v_0 sebességét.

Megjegyezzünk még egy érdekes realitást.

Mivel tökéletes gömbökről van szó, ezért ütközéskor azok csak egyetlen geometriai pontban érintkezhetnek. Így, ebben a pontban, a két részecskére nehezedő "nyomás" végtelen, s az elemi impulzusok mégsem roppanhatnak össze.

c. Vizsgáljuk most azt az esetet, amikor $\gamma = 180^\circ$, de a hatásvonalak ne essenek egybe!



3. ábra

Nézzük a 3. ábrát! Mint megállapítottuk, az adott esetben csak kölcsönhatni képes (I_k) komponensek léteznek. Mivel azonban hatásvonaluk nem esik egybe, így nem tudják egymást teljesen kioltani. Az elemzések megkönnyítése végett ezért célszerű I_k -t egy "elcsúszó" (I_{cs}) és egy, a másik részecske középpontja felé ható, I_c komponensre bontani:

$$(3) \quad I_{cs} = m_0 v_0 \cdot \sin \mathcal{L}_0 ,$$

$$(4) \quad I_c = m_0 v_0 \cdot \cos \mathcal{L}_0 ,$$

ahol \mathcal{L}_0 a részecske hatásvonalának és a középpontokat összekötő szakasz által bezárt szög.

Próbáljuk meghatározni, hogy milyen lesz a részecskék pályája a kölcsönhatás ideje alatt!

Látható, hogy a két részecske helyzete szimmetrikus (3/a. ábra), így szimmetrikus lesz a részecskék pályája is. Még hozzá az első érintkezési pontra nézve! Továbbá, a két részecskének ki kell kerülnie egymást. Ezt pedig nem tehetik másként, minthogy elcsúsznak egymáson. Az elcsúszás addig tart, amíg \mathcal{L} nem éri $\pi/2$ -öt. Ebben a helyzetben lesz $I_c = 0$, ami azt jelenti, hogy a kölcsönhatni képes (I_k) impulzus kölcsönható komponense (I_c) nullává válik. A kényszermozgás megszűnt. Az elemi impulzus visszanyerte természetes állapotát, eredeti sebességét és annak irányát, miközben pályája egy " r_0 " sugarú körnek ($\pi/2 - \mathcal{L}_0$) szöghöz tartozó ívét írta le.

Ezek után fel tudjuk írni az elemi impulzus által megített utat és sebességet a kölcsönhatás folyamán \mathcal{L} függvényében

$$(5) \quad s(\mathcal{L}) = r_0 \cdot (\mathcal{L} - \mathcal{L}_0) ,$$

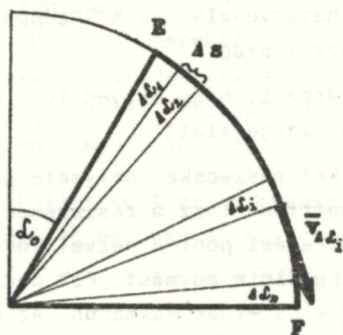
$$(6) \quad v(\mathcal{L}) = v_0 \cdot \sin \mathcal{L} ,$$

mely egyenletekben a kezdeti feltételek folytán természetesen igaz, hogy $(\mathcal{L}_0 \leq \mathcal{L} \leq \pi/2)$.

Figyelemreméltó, hogy az érintkezési pontok halmaza V_0 -ban végig az első érintkezési pontban marad. Ez annak következménye, hogy a kölcsönhatás folyamán mindvégig

$$I_{CA} - I_{CB} = 0.$$

Az alábbiakban azt a kérdést igyekszünk megválaszolni, hogy mennyi a kölcsönhatás időtartama (az az idő, ami az ütközés pillanatától az elválásig tart).



4. ábra

A fenti ábrán a $(\pi/2 - \mathcal{L}_0)$ szöghöz tartozó kölcsönhatási ívet (\widehat{EF}) "n" egyenlő részre osztottuk:

$$\Delta \mathcal{L}_1 = \Delta \mathcal{L}_2 = \dots = \Delta \mathcal{L}_i = \dots = \Delta \mathcal{L}_n.$$

Minden $\Delta \mathcal{L}$ -hoz tartozó ív

$$\Delta s = r_0 \cdot \Delta \mathcal{L}_{red} = r_0 \cdot \frac{\pi/2 - \mathcal{L}_{0red}}{n}$$

és minden i-edik $\Delta \mathcal{L}$ végpontjához ($\Delta \mathcal{L}_i$ -hez) tartozó pillanatnyi sebesség

$$v_{\Delta \mathcal{L}_i} = v_0 \cdot \sin(\mathcal{L}_0 + i \Delta \mathcal{L}).$$

Az előzőek alapján az i -edik $\Delta \mathcal{L}$ -hoz tartozó i -edik rész-idő:

$$\Delta t_i = \Delta s / v_{\mathcal{L}_i} = \frac{r_0 \cdot \Delta \mathcal{L}_{red.}}{v_{\mathcal{L}_i}}$$

Összegezzük a részeitőket!

$$T_k \simeq \sum t_i = \frac{r_0}{v_0} \cdot \frac{\pi/2 - \mathcal{L}_{0red.}}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sin(\mathcal{L}_0 + \frac{\pi/2 - \mathcal{L}_0}{n} \cdot i)}$$

A kölcsönhatási idő (T_k) csak megközelítőleg egyenlő $\sum t_i$ -vel. "n" növelésével a pontosság tetszőleges mértékig fokozható. A megoldást a szóbanforgó intervallum minden határon túli finomításával kapjuk:

$$\begin{aligned} T_k &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum t_i = \frac{r_0}{v_0} \cdot \int_{\mathcal{L}_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin \mathcal{L}} d\mathcal{L} = \frac{r_0}{v_0} \cdot \left[\ln \operatorname{tg} \frac{\mathcal{L}}{2} \right]_{\mathcal{L}_0}^{\frac{\pi}{2}} = \\ &= 0 - \frac{r_0}{v_0} \ln \operatorname{tg} \frac{\mathcal{L}_0}{2}. \end{aligned}$$

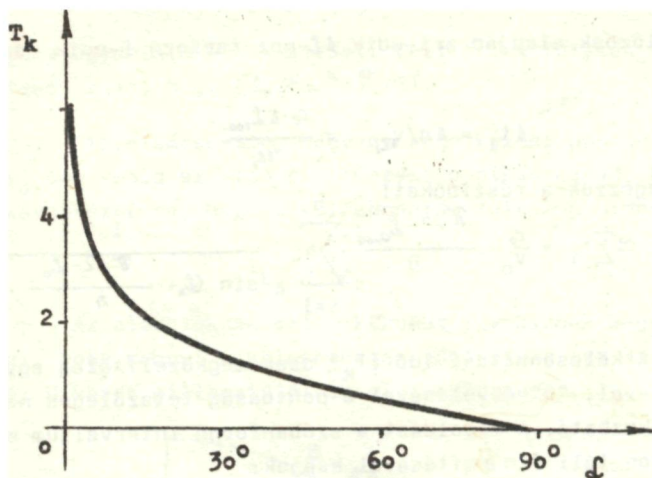
A kölcsönhatás időtartama tehát \mathcal{L}_0 kezdeti szög alatti ütközés esetén:

(7)

$$T_k = - \frac{r_0}{v_0} \cdot \ln \operatorname{tg} \frac{\mathcal{L}_0}{2}$$

r_0/v_0 -t (7)-ben elnevezzük "kvantumidőnek". Jele: T_q . Ha r_0 -t és v_0 -t egységnyinek vesszük, akkor T_q is egységnyi lesz. Ennyi idő alatt teszi meg egy elemi impulzus a sugarának megfelelő távolságot, és ennyi idő alatt halad el kölcsönhatásmentes állapotban két elemi impulzus egymás mellett.

Rajzoljuk fel koordináta-rendszerben az egyes \mathcal{L}_0 -ákhoz tartozó T_k -kat, és vegyük szemügyre az így megrajzolt függvény képét!



5. ábra

(7) inverz függvénye

$$(8) \quad L_0 = 2 \cdot \operatorname{arctg} e^{-\frac{\pi}{2} \cdot T_k}$$

azt mutatja meg, hogy ha ismerjük az adott helyzetű ($\gamma=180^\circ$) kölcsönhatás időtartamát (T_k), akkor mennyi volt L_0 az ütközés pillanatában.

Meglepő bizonyos mértékig az elemi impulzusok "mozgékony-sága"! Elenyészően kicsi L_0 -k esetén is néhány-szor tíz kvantumidőn belül elválnak.

Az alábbiakban azt nézzük meg, hogy rögzített L_0 esetén, hogyan változik L a kölcsönhatás során az idő (t) függvényében.

Könnyen belátható, hogy

$$L(t) = 2 \cdot \operatorname{arctg} e^{-\frac{\pi}{2}(T-t)},$$

mely egyenlet értelmezési tartományát a fizikai feltételek

$0 \leq t \leq T_k$ korlátok között tartják, s mely egyenlet átalakításokkal a következő alakra hozható:

$$(9) \quad \mathcal{L}(t) = 2 \cdot \arctg\left(\operatorname{tg} \frac{\mathcal{L}_0}{2} \cdot e^{\frac{v_0}{r_0} \cdot t}\right),$$

ahol természetesen

$$\mathcal{L}(0) = \mathcal{L}_0 \quad \text{és} \quad \mathcal{L}(T_k) = \frac{\pi}{2}.$$

Minket elsősorban az $s(t)$, $v(t)$ és $a(t)$ függvények érdekelnek.

Az elemi impulzus által megtett ív hossza az idő függvényében - (9) ismeretében - egyszerűen felírható:

$$(10) \quad s(t) = r_0 \left[2 \cdot \arctg\left(\operatorname{tg} \frac{\mathcal{L}_0}{2} \cdot e^{\frac{v_0}{r_0} \cdot t}\right) - \mathcal{L}_0 \right].$$

Mivel az "arctg" mögött zárójelben lévő kifejezés gyakran jut szerephez, ezért (s az egyszerűbb írásmód kedvéért) "Q"-val fogjuk csak jelölni, ami természetesen egy $Q(t)$ függvényt jelent

$$\operatorname{tg} \frac{\mathcal{L}_0}{2} \cdot e^{\frac{v_0}{r_0} \cdot t} = e^{\frac{t - T_k}{T_k}} = Q.$$

Q deriváltja

$$Q' = \frac{v_0}{T_k} \cdot Q.$$

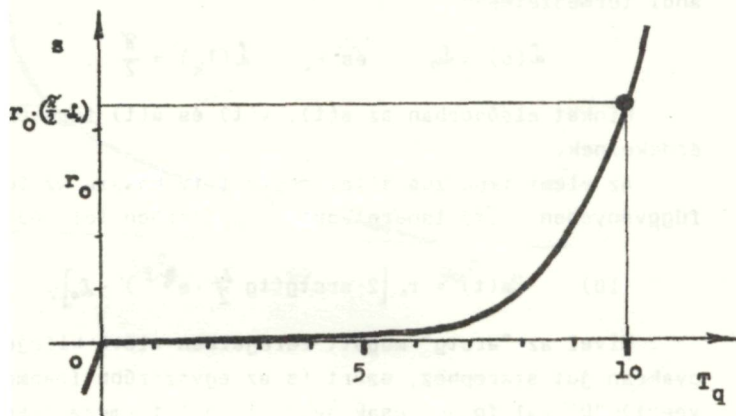
A fenti rövidítést használva most már (10) egyszeri és kétszeri differenciálásával nem okoz problémát a sebesség és a gyorsulás formuláinak felállításása sem.

$$s'(t) = v(t) \quad ; \quad s''(t) = a(t).$$

Az előzőek szerint

$$(11) \quad s(t) = r_0 \cdot (2 \cdot \arctg Q - \mathcal{L}_0).$$

Ábrázoljuk a megtett kölcsönhatási ív hosszát az idő függvényében, ha a teljes kölcsönhatási idő $T_k = 10 T_q$. (Ekkor $\delta_0 = 9,079986 \cdot 10^{-5}$ fok, vagy $\delta_{0_{rad}} = 1,5847565 \cdot 10^{-6}$ radián.)

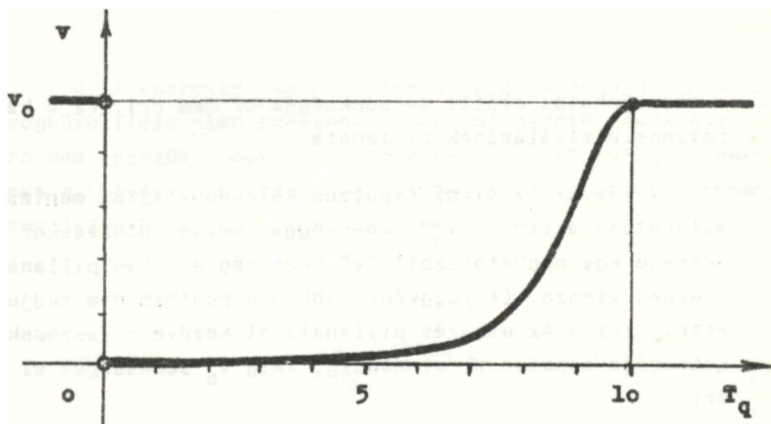


6. ábra

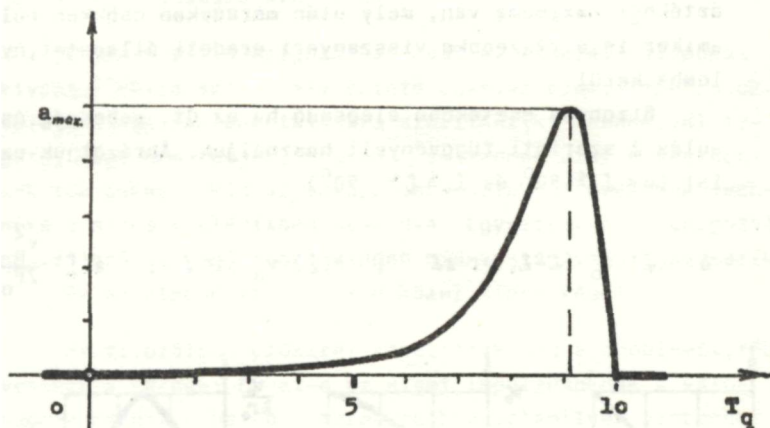
Írjuk fel a sebesség és a gyorsulás függvényét is, és ábrázoljuk őket az előző adatok felhasználásával!

$$(12) \quad v(t) = v_0 \cdot \frac{2Q}{1 + Q^2},$$

$$(13) \quad a(t) = \frac{v_0^2}{r_0} \cdot \frac{2Q \cdot (1 - Q^2)}{(1 + Q^2)^2}.$$



7. ábra



8. ábra

Az ábrák jól tükrözik az elemi impulzusok tulajdonságait.

6. ábrán az út-idő függvény lineraritása megtörik, az "x" tengely felé hajlik, amint az ütközés bekövetkezett, majd a görbe meredeksége folyamatosan nő mindaddig, amíg

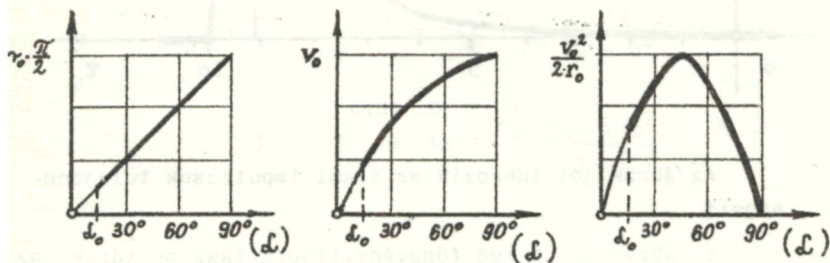
a kölcsönhatás előtti meredekségét el nem éri. Ez a két részecske elválásának pillanata.

7. ábra: Az elemi impulzus kölcsönhatástól mentes állapotban állandó " v_0 " sebességgel mozog. Ütközéskor sebessége egy meghatározott " v " sebességre zuhan pillanatszerűen vissza. (A függvényt ebben a pontban nem tudjuk értelmezni.) Az ütközés pillanatától kezdve a részecske sebessége monoton nő mindaddig, amíg v_0 sebességét el nem éri.

8. ábra: Az ütközés pillanatában (mivel a részecske végtelen rövid idő alatt szenved véges sebesség változást) a gyorsulás mínusz végtelen, ezért ebben az időpontban a függvény nem értelmezhető. A gyorsulásnak egy meghatározott értéknél maximuma van, mely után meredeken csökken nulláig, amikor is a részecske visszanyeri eredeti állapotát, nyugalomba kerül.

Bizonyos esetekben elegendő ha az út, sebesség és gyorsulás \angle szerinti függvényeit használjuk. Ábrázoljuk ezeket is! ($0 < \angle_0 \leq 90^\circ$ és $\angle_0 \leq \angle \leq 90^\circ$)

$$\Delta s(\angle) = r_0 \cdot (\angle - \angle_0) = r_0 \cdot \Delta \angle \quad ; \quad v(\angle) = v_0 \cdot \sin \angle \quad ; \quad a(\angle) = \frac{v_0^2}{2r_0} \cdot \sin 2\angle$$



9. ábra

d. A kétrészeske probléma általános megoldásának megközelítése elég nehéznek tűnhet mindaddig, amíg észre nem vesszük, hogy az "általános helyzet" tulajdonképpen a "b" és a "c" eset kombinálásával "jön létre". Ennek részletes analízisétől most eltekintünk.

4. Sejtés

A matematikai mechanikában a problémák halmaza gyakorlatilag kimeríthetetlen. Megoldásuk többnyire rendkívül nehéz, előbb-utóbb a nagyteljesítményű számítógépek alkalmazása elkerülhetetlenné válik, de a problémáknak megvan a sajátosságuk szépségük!

Ebben a rövid dolgozatban csak az elméleti alapokat kívántuk közre adni, mely szinte csak az elemi impulzusok tulajdonságainak bemutatására szorítkozik. Rendkívül izgalgó, hogy nem tudjuk, hogyan viselkednek ezek a részecskék tömegekben! Még az egyszerűbb esetek elemzésének technikája sincs kielégítően megoldva. Egyszerűen ez a dolgozat egy úttörő jellegű munka minden hiányosságával rendelkezik.

De az elmondottakkal még közel sincs vége!

Ha filozófiai oldalról közelítjük meg a problémát, fölvetődik a kérdés: Lehet-e az elemi impulzusoknak a valósághoz közük? Lehet-e a természetben valamilyen szerepük?

A válasz nem tagadó, mert az elmúlt több, mint két évtized alatt folytatott vizsgálataim során sehol nem kerültem ellentmondásba az elméleti fizikával de a csillagászatral sem. Ellenben a sejtés tényként való kezelésével egyértelműen adódik néhány szigorú, a lehetőségeket rendkívül leszűkítő korlát, ami a további kutatást meghatározott irányba tereli; ugyanakkor meglepő következtetések

adódnak! És ismétlem: mind ez ideig ellentmondás nem bukkant föl, s ez önmagában is rendkívül meglepő.

Előttünk áll tehát a lehetőség, hogy bebizonyítsuk: az elemi impulzusok a Világegyetem egyetlen és végső szubsztrátumai; ellenkező esetben a matematikai mechanika "csak" a matematika egyik ágát fogja majd képezni.

JELÖLÉSEK

" θ "	a végtelen gyorsaságú jel
" V_x "	inerciális vonatkoztatási rendszer
" V_0 "	a kitüntetett vonatkoztatási rendszer
" $P_{V_x}(x,y,z)_{K_1}$ "	V_x " K_1 " koordinátarendszerében adott pont (ρ) koordinátái
" $E_{V_x}(x,y,z,t)_1$ "	az "első" esemény koordinátái V_x egy K koordinátarendszerében
" $x_1 \begin{vmatrix} K_1 \\ V_0 \end{vmatrix}$ "	az első esemény " x " koordinátája V_0 K_2 koordinátarendszerében
" x_1 "	az első esemény " x " koordinátája V_y -ban
$\Delta t_{V_x}, \Delta t_{A_{V_x}}$	a V_x vonatkoztatási rendszerben mér abszolút időtávolság (az " A " index ritkán szerepel)
" $\Delta t_{E_{V_x}}$ "	einsteini időtávolság V_x -ben
" $v_{V_x} V_y$ "	a V_x és V_y vonatkoztatási rendszer sebessége V_x -ben mérve (annak a vonatkoztatási rendszernek a jele áll elől, melyben a mérést végeztük)
" $v_{V_x} V_0$ "	a V_x és V_y vonatkoztatási rendszer sebessége V_0 -ban mérve (annak a vonatkoztatási rendszernek a jele áll egyedül, melyben a mérést lefolytattuk)
" c "	a fény sebességeként ismert mennyiség

TARTALOM

Előszó	(3)
--------	-----

A RELATIVITÁS ÉS ABSZOLÚT VONATKOZTATÁSI RENDSZER

1. Bevezetés	(5)
2. Az abszolút egyidejűség fogalma	(9)
a/ A fogalom megközelítése	(9)
b/ Az abszolút egyidejűség megvalósítása a θ -jellel	(10)
c/ Első lépés a feladat megoldásához	(11)
d/ A fény sebessége abszolút időtartamokkal	(12)
3. A kitüntetett vonatkoztatási rendszer	(14)
4. A kiinduló feladat megoldása	(16)
5. Események térkoordinátáinak átszámítása (V_0 -ból V_x -be és V_x -ből V_0 -ba)	(21)
6. Események térkoordinátáinak átszámítása (V_x -ből V_y -ba és V_y -ből V_x -be)	(25)
7. Az einsteini transzformációs egyenletek levezetéséhez szükséges eszközrendszer előállítása	(32)

LOGIKAI ASPEKTUSOK

1. Bevezetés	(44)
2. A fotonok felezési ideje	(46)
3. A csillagrendszerek távolsága	(51)
4. Az univerzális háttérsugárzás értelmezése	(53)
5. Egy lehetőség H_0 földi meghatározására	(56)
6. Következmények	(57)

A MATEMATIKAI MECHANIKA ALAPJAI

1. Bevezetés	(59)
2. Az elemi impulzus fogalma-tulajdonságai	(60)
3. Két elemi impulzus kölcsönhatásának elemzése	(61)
4. Sejtés	(73)
JELÖLÉSEK	(75)

TARTALOM

