# Kísérleti atommagfizika

Dr. Sükösd Csaba

2013.09.30

# Tartalomjegyzék


**1. Az atommag felépítése és jellemzői, a nukleonok jellemzői** **3**
1.1. Az atommag felfedezése, összetétele, mérete . . . 3
1.1.1. Rutherford kísérlete . . . 3
1.1.2. Az atommagok összetétele . . . 8
1.1.3. Az atommagok sugara . . . 10
1.2. Az atommagok töltése . . . 14
1.3. Az atommagok tömege . . . 15
1.3.1. Atomi tömegegység (atomic mass unit, u) . . . 17
1.4. Az atommagok perdülete (impulzusmomentuma) és paritása . . . 19
1.4.1. Egyetlen nukleon perdülete az atommagban . . . 19
1.4.2. Az atommag teljes perdülete (impulzusmomentuma) . . . 19
1.4.3. Az atommag paritása . . . 20
1.5. Az atommagok elektromágneses momentumai . . . 20
1.5.1. Elektromos multipólusok . . . 21
1.5.2. Mágneses dipólus-momentum . . . 23
1.5.3. Mag mágneses rezonancia (nuclear magnetic resonance, NMR) . . . 25
1.6. Az atommag stabilitása, tömeghiány, kötési energia . . . 29
1.6.1. Tömeghiány . . . 30
1.6.2. Energia és kötési energia . . . 30
1.7. Feladatok . . . 32

**2. Modellek az atommag leírására** **35**
2.1. Folyadékcsepp modell és a félempirikus kötési-energia formula . . . 35
2.1.1. Az atommag cseppmodellje . . . 35
2.1.2. Az atommag energiája . . . 36
2.1.3. Az energia-felület . . . 40
2.1.4. Az atommagok alakja . . . 45
2.2. A független részecske héjmodell alapjai . . . 48
2.2.1. Az atommagok héjmodelljének alapjai . . . 49
2.2.2. A független részecske héjmodell . . . 50
2.2.3. Könnyű atommagok szerkezete . . . 55

2.3. Feladatok . . . . . 56

**3. Radioaktivitás: a radioaktív bomlás formái és jellemző mennyiségei 59**
3.1. Alfa- béta- gamma-sugárzások . . . . . 61
3.2. A radioaktivitás jellemző mennyiségei . . . . . 65
3.2.1. Aktivitás . . . . . 65
3.2.2. Exponenciális bomlástörvény . . . . . 66
3.2.3. Poisson eloszlás . . . . . 68
3.2.4. Szimuláció . . . . . 69
3.3. Bomlási sorok, radioaktív egyensúly . . . . . 69
3.3.1. Bomlási sorok . . . . . 69
3.3.2. Radioaktív egyensúly . . . . . 70
3.4. Természetes radioaktivitás . . . . . 72
3.4.1. Földi eredetű természetes radioaktív anyagok . . . . . 73
3.5. Radioaktív kormeghatározások . . . . . 75
3.5.1. Geológiai kormeghatározások . . . . . 76
3.5.2. Tríciumos kormeghatározás elve . . . . . 78
3.5.3. Radiokarbon ($^{14}$C) kormeghatározás elve . . . . . 79
3.6. Feladatok . . . . . 79

**4. Radioaktív bomlások elméleti leírásának alapjai 83**
4.1. Az alfa-bomlás elméleti leírásának alapjai . . . . . 83
4.1.1. Alfa-bomlás energiaviszonyai . . . . . 83
4.1.2. Az alfa-bomlás felezési ideje . . . . . 85
4.2. Béta-bomlás . . . . . 87
4.2.1. Negatív béta-bomlás . . . . . 87
4.2.2. Paritássértés béta-bomláskor . . . . . 89
4.3. Gamma-bomlás . . . . . 94
4.3.1. Multipólus sugárzások, kiválasztási szabályok . . . . . 94
4.3.2. Elektromágneses átmenetek erőssége . . . . . 96
4.4. Feladatok . . . . . 98
4.5. A feladatok megoldása . . . . . 99

**5. Ionizáló sugárzások kölcsönhatása az anyaggal 101**
5.1. Elektromosan töltött részecskék kölcsönhatása az anyaggal . . . . . 101
5.1.1. Lineáris energiaátadás . . . . . 102
5.1.2. Behatolási mélység . . . . . 104
5.1.3. Alfa-részecskék behatolási mélysége és fajlagos ionizációja . . . . 105
5.1.4. Elektronok behatolási mélysége és fajlagos ionizációja . . . . . 107
5.2. Gamma- és neutronsugárzás kölcsönhatása az anyaggal . . . . . 109
5.2.1. Gamma-sugárzás kölcsönhatása az anyaggal . . . . . 109

5.2.2. Neutronok kölcsönhatása az anyaggal . . . 115
5.3. A sugárzás gyengülése az anyagon való áthaladás során . . . 116
5.3.1. Szimuláció . . . 117
5.4. Feladatok . . . 118
5.5. A feladatok megoldása . . . 119

**6. Detektorok** **120**
6.1. A detektorok általános tulajdonságai . . . 120
6.1.1. Áthatolóképesség és érzékelés . . . 121
6.2. Detektálási hatásfok . . . 121
6.2.1. Geometriai hatásfok . . . 122
6.2.2. Belső detektálási hatásfok . . . 123
6.3. Részecskék nyomát láthatóvá tévő, egyszerű detektorok . . . 125
6.3.1. Magfizikai fotoemulzió . . . 125
6.3.2. Szilárdtest nyomdetektorok . . . 126
6.3.3. Ködkamra . . . 128
6.3.4. Buborékkamra . . . 130
6.4. Részecskeszámlálók . . . 131
6.4.1. Gáztöltésű számlálók . . . 132
6.5. Spektrométerekben használatos detektorok . . . 138
6.5.1. Szcintillációs detektorok . . . 138
6.5.2. Félvezető detektorok . . . 143
6.6. Neutrondetektorok . . . 151
6.6.1. Hasadási kamra . . . 152
6.6.2. $BF_3$ számláló . . . 153
6.7. Összetett, nyomkövető detektorok . . . 153
6.7.1. Sokszálas proporcionális kamra (MWPC) . . . 154
6.8. Gamma-spektroszkópia . . . 155
6.8.1. A spektrum szerkezete . . . 155
6.8.2. Szimuláció . . . 160
6.9. Feladatok . . . 160
6.10. Feladatok megoldása . . . 161

**7. Magreakciók** **165**
7.1. Magreakciók általános törvényei és fajtái . . . 165
7.1.1. Megmaradó mennyiségek . . . 166
7.1.2. Magátalakulások energiaviszonyai . . . 167
7.1.3. Kinematikai leírás . . . 168
7.2. Hatáskeresztmetszet fogalma és tulajdonságai . . . 171
7.2.1. Mikroszkopikus hatáskeresztmetszet . . . 172
7.2.2. Makroszkopikus hatáskeresztmetszet . . . 173

7.2.3. A hatáskeresztmetszetek kettős additivitása . . . 174
7.2.4. Gerjesztési függvény . . . 175
7.2.5. Szögeloszlások, differenciális hatáskeresztmetszetek . . . 175
7.3. Magreakció mechanizmusok . . . 178
7.3.1. Összetett mag (közbenső mag) képződésével járó magreakciók . . . 178
7.3.2. Direkt magreakciók és jellemzőik . . . 182
7.3.3. Potenciálszórás . . . 182
7.3.4. A reakciómechanizmusok megkülönböztetése . . . 183
7.4. Feladatok . . . 183
7.5. Feladatok megoldása . . . 185

**8. Maghasadás, láncreakció** **188**
8.1. A maghasadás energiaviszonyai . . . 188
8.1.1. A hasadási gát . . . 190
8.1.2. Neutronokkal létrehozott maghasadás . . . 192
8.1.3. A maghasadásban felszabaduló energia térbeli és időbeli megoszlása 194
8.2. Hasadási neutronok . . . 195
8.2.1. Prompt neutronok . . . 195
8.2.2. Késő neutronok . . . 195
8.3. A hasadványok tömegeloszlása . . . 197
8.4. Láncreakció . . . 198
8.4.1. Önfenntartó láncreakció feltétele, sokszorozási tényező . . . 198
8.4.2. A láncreakció időbeli viselkedése . . . 199
8.4.3. A késő neutronok szerepe . . . 200
8.4.4. A kritikussági feltétel megteremtésének lehetőségei . . . 201
8.4.5. Moderátor jellemzői . . . 203
8.4.6. A reaktor elindítása, az exponenciális kísérlet . . . 207
8.5. Feladatok . . . 208
8.6. Feladatok megoldása . . . 210

**9. Atomreaktorok** **212**
9.1. Nukleáris üzemanyagok . . . 213
9.1.1. Hasadóképes és hasadóanyagok, szaporító anyagok . . . 213
9.1.2. Az urán dúsítása . . . 214
9.2. A heterogén atomreaktorok felépítése . . . 216
9.2.1. Az aktív zóna . . . 216
9.2.2. A reaktortartály és a biológiai védelem . . . 218
9.2.3. Primer kör, szekunder kör . . . 219
9.2.4. A térfogat-kompenzátor . . . 219
9.2.5. Változások üzem közben . . . 220
9.3. Reaktortípusok . . . 222

9.3.1. Termikus reaktorok . . . 222
9.3.2. Gyorsneutronos, „tenyésztő” reaktorok . . . 222
9.3.3. Negyedik generációs (GEN-IV) reaktorok . . . 224
9.4. A nukleáris energiatermelés járulékos problémái . . . 225
9.4.1. Radioaktív hulladékok kezelése és tárolása . . . 225
9.4.2. Az atomerőművek biztonsága . . . 226
9.4.3. Atomenergetika és az atomfegyverek elterjedése, illetéktelen kezekbe jutása . . . 227
9.5. Feladatok . . . 227

**10. A fúziós energiatermelés alapjai** **229**
10.1. Fúziós folyamatok . . . 230
10.2. Fúzió a csillagokban . . . 230
10.2.1. A proton-proton ciklus (pp-ciklus) . . . 231
10.2.2. A CNO ciklus . . . 232
10.3. A szabályozott magfúzió lehetőségei . . . 233
10.3.1. A Lawson-kritérium . . . 233
10.4. A Lawson-kritérium teljesítésének két útja . . . 235
10.4.1. Az inerciális fúzió . . . 235
10.4.2. A mágneses mezőbe zárt plazma . . . 235
10.4.3. A plazma fűtése . . . 239
10.4.4. A fúziós energiatermelés jövője. A JET és az ITER . . . 240
10.5. Feladatok . . . 245
10.6. Feladatok megoldása . . . 246

**11. Részecskegyorsító berendezések** **248**
11.1. Elektrosztatikus gyorsítók . . . 250
11.1.1. Cockroft-Walton generátor (kaszkád-generátor) . . . 250
11.1.2. Van de Graaff generátor . . . 253
11.1.3. Tandem Van de Graaf generátor . . . 254
11.2. Betatron . . . 257
11.3. Rezonancia gyorsítók . . . 258
11.3.1. Lineáris rezonancia-gyorsító (Linac) . . . 258
11.3.2. Zárt pályás rezonancia-gyorsítók . . . 262
11.3.3. Szinkrotron . . . 266
11.3.4. Ütközőnyalábok, tárológyűrűk . . . 269
11.4. CERN . . . 270
11.5. Feladatok . . . 274
11.6. Feladatok megoldása . . . 275

**Irodalomjegyzék** **277**

# Előszó

Ezt az elektronikus tananyagot a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetemen a Fizikus és az Energetikai mérnök alapképzési (BSc) szakok számára a magfizikai alapokat adó kurzusok ismeretanyaga alapján állítottam össze. Az anyag nagy mértékben támaszkodik a [1], [2] és [3] könyvekben korábban megjelent írásaimra. Az illusztrációk egy része az Interneten szabadon hozzáférhető fényképek és ábrák segítségével készült, de ahol lehetett, saját fényképeket használtam. A vonalas ábrákat újra rajzoltam. A hivatkozott szimulációk valamennyien teljes egészében saját készítésűek.

A téma iránt részletesebben érdeklődők figyelmét felhívom még a legújabb magyar nyelvű magfizika könyvre [4], valamint ezen a linken [5] található értékes elektronikus tananyagra.

Nagyon köszönöm *Dr. Raics Péter*nek az anyag minden részletre kiterjedő, igen gondos lektorálását és sok hasznos tartalmi és formai javaslatát, amelyek jelentősen hozzájárultak a tananyag jelen állapotának kialakulásához.

A tananyag elkészítésének támogatásáért köszönet illeti a TÁMOP 4.1.2.A/1-11/1-2011-0064 „Matematikai és fizikai oktatás a természettudományos műszaki és az informatikai felsőoktatásban” c. pályázatot.

Budapest, 2013. szeptember 30.

Dr. Sükösd Csaba.

# 1. fejezet

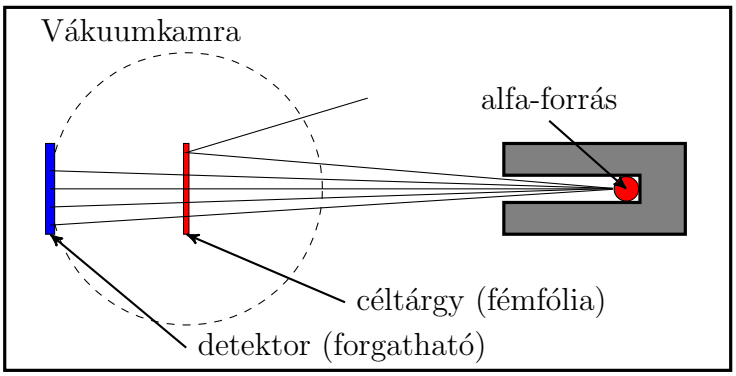
# Az atommag felépítése és jellemzői, a nukleonok jellemzői

## 1.1. Az atommag felfedezése, összetétele, mérete

### 1.1.1. Rutherford kísérlete

Az elektron felfedezése (1897) után J.J. THOMSON (1856-1940, Nobel-díj 1906) olyan modellt állított fel az atomok szerkezetére vonatkozóan, amely szerint az atomok egy kb. $10^{-10}$ m sugarú, gömb alakú pozitív elektromos töltésű anyagból, és bennük elhelyezkedő pontszerű elektronokból állnak (ld. 1-3 feladatok). Eszerint a modell szerint viszont igen meglepő volt az, hogy a radioaktív anyagokból kilépő alfa-sugárzás hatótávolsága szilárd anyagokban igen kicsiny. Az atomok ugyanis kifelé elektromosan semlegesek, tehát semmilyen elektromos hatást nem kellene kifejtsenek az alfa-részecskékre. Természetesen, az atom felé közeledő elektromosan töltött alfa-részecske megbonthatja a pozitív elektromos töltésű „atomi anyag" és a benne lévő elektronok egyensúlyát, töltéseltolódást okozhat, és esetleg így léphet kölcsönhatásba a Thomson-atommal. Ezért ezeknek a kérdéseknek a tisztázására E. RUTHERFORD (1871-1937, Nobel-díj 1908) 1911-ben olyan kísérletekbe kezdett, amelyek az alfa-részecske – anyag kölcsönhatás vizsgálatára irányultak. Radioaktív forrásból származó alfa-részecskékkel bombázott igen vékony fémfóliát (aranyfüstlemezt), vákuumkamrában (1.1 ábra). A vákuumra azért volt szükség, hogy a kamrában lévő levegő ne befolyásolja az alfa-részecskék útját, az aranyfüstlemezt pedig azért választotta, mert az arany volt az a fém, amelyből nagyon vékony fóliát lehetett készíteni. Az aranyfüstlemez olyan vékony, hogy szinte még a fény is áthalad rajta, és ráfújva elrepül, mint a füst (innen a neve is). Ilyen vékony fóliát csak néhány réteg atom alkot, ezért nagyon egyszerű körülmények között vizsgálható vele az alfa-részecskék és az atomok kölcsönhatása. A fémfólián áthaladt, ill. az arról szóródott alfa-részecskéket olyan anyaggal bevont lapkával detektálta, amely a részecskék becsapódására apró fényfelvillanásokkal válaszolt (szcintillátor). Mivel a fényfelvillanások igen aprók és gyengék

voltak, a detektort nagyító alatt, sötéthez szoktatott szemmel kellett órákon keresztül figyelni, számolva a felvillanásokat.




1.1. ábra. Rutherford kísérlete

Az akkor érvényesnek gondolt Thomson-féle atommodell alapján az atom felé nagy sebességgel száguldó nehéz alfa-részecske töltéseltolódást hozhat létre az atomban, és így léphet fel elektromos kölcsönhatás. A legnagyobb hatás természetesen akkor lenne, ha a „töltéseltolódás" teljesen végbemenne, azaz csak a pozitív elektromos töltésű anyag maradna ott, az elektronok eltávoznának. A kis tömegű elektronok amúgy sem tudnák a náluk 8000-szer nehezebb alfa-részecskék pályáját nagyon módosítani. A maximális hatás kiszámítására tehát elegendő csak a nehéz, pozitív töltésű anyag hatását vizsgálni! A tényleges hatás ennél biztosan kisebb lesz. Az 1.2 ábra mutatja az egyenletesen töltött $R$ sugarú gömbhöz közeledő alfa-részecske elektrosztatikus potenciális energiáját a gömb középpontjától mért $r$ távolság függvényében. Egyszerű elektrosztatikai számítás szerint ennek alakja

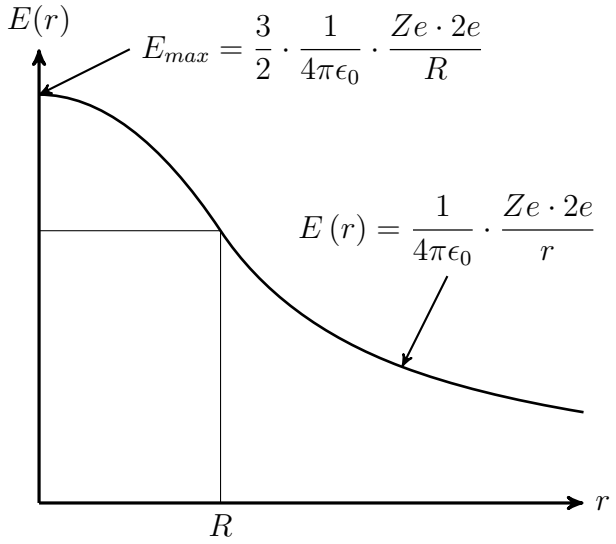
$$E(r) = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \dfrac{Ze \cdot 2e}{r} & \text{ha } r > R \\ \dfrac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \dfrac{Ze \cdot 2e}{R} \cdot \dfrac{1}{2}\left(3 - \dfrac{r^2}{R^2}\right) & \text{ha } r \leq R \end{cases} \tag{1.1}$$

ahol $\epsilon_0$ a vákuum permittivitása: $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$ C$^2$/(N$\cdot$m$^2$). Itt $e$ az elemi töltés, $Ze$ az „atom" teljes töltése, $2e$ az alfa-részecske elektromos töltése, $R$ pedig a pozitív töltésű gömb sugara.

A 1.1 képletekből látszik, hogy a potenciálgát maximális magassága (az $r = 0$ helyen) másfélszer akkora, mint a részecske potenciális energiája a pozitív töltésű gömb (az „atom") felszínén. Azaz

$$E_{max} = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze \cdot 2e}{R}\right) \tag{1.2}$$

Az arany atomjára vonatkozó számítás szerint (ld. 1.4 Feladat) az aranyatomok sugara




1.2. ábra. Alfa-részecske potenciális energiája

$R > 1,29 \cdot 10^{-10}$ m. Ezt behelyettesítve a maximális energiára $E_{max} = 4,23 \cdot 10^{-16}$ J adódik.

*Megjegyzés:* A makroszkopikus világunkban használt SI-energiaegység (J) az atomok és a mikrorészecskék világában alkalmatlan, mivel az ott előforduló energiák ennek töredékei, csak a J két számjegyű negatív kitevős hatványaival kifejezhetők. Ezért a mikrofizikában az elektronvoltot (eV) használjuk energiaegységként. Egy elektronvolt mozgási energiát kap egy elemi töltéssel ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C) rendelkező részecske (pl. elektron, proton), ha 1 V feszültség gyorsítja. Ezért az átváltás a két energiaegység között:

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \tag{1.3}$$

Természetesen, használjuk még az eV többszöröseit, amelyeket a szokásos SI előtagokkal (kilo-, mega-, giga-, tera stb.) képezünk.

Tehát a potenciálgát maximális magassága eV-ban kifejezve: 2644 eV = 2,64 keV. Rutherford rádium által kibocsátott alfa-részeket használt, amelyek mozgási energiája $E_{\text{kin}} = 4,87$ MeV volt, azaz több, mint ezerszer nagyobb, mint az energiagát magassága. Rutherford tehát azt várta a Thomson-modell alapján, hogy az alfa-részek alig eltérülve, szinte akadálytalanul átrohannak az aranyfüstlemezen, ezért az észlelést is a lemez mögött végezte. Az elvárásnak megfelelően az alfa-részecskék valóban áthaladtak a vékony fólián. Amikor azonban egyszer - szinte véletlenül - a lemez túloldalára is áthelyezték a detektort, azt tapasztalták, hogy az alfa-részek egy nagyon kis hányada szinte „visszapattant" a fóliáról. Rutherford saját beszámolója szerint: „Határozottan ez volt a leghihetetlenebb esemény, amellyel életemben találkoztam. Majdnem olyan hi-

hetetlen volt, mintha valaki 15 hüvelykes gránáttal egy selyempapír darabkára tüzelne, és az visszatérve őt magát találná el." Az, hogy egy alfa-részecske visszafordul, azt kell jelentse, hogy az alfa-részecske mozgási energiája kisebb, mint az energiagát magassága. Képletben:

$$E_{\text{kin}} < \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze \cdot 2e}{R} \right) \tag{1.4}$$

Ebből átrendezve a pozitív töltésű gömb sugarára kapunk egy felső korlátot:

$$R < \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Ze \cdot 2e}{E_{\text{kin}}} \right) \tag{1.5}$$

Behelyettesítve a számadatokat azt kapjuk, hogy $R < 7,15 \cdot 10^{-14}$ m , azaz több mint tízezerszer kisebb az aranyatomok sugaránál! Rutherford kísérlete tehát bebizonyította, hogy az atomok nagy tömegű és pozitív töltésű része az atom térfogatához képest elenyészően kis helyre - az atommagba - van összezsúfolva.

Ha tehát az alfa-részek az atommagon „visszapattannak", hogyan lehetséges az, hogy a legnagyobb részük mégis áthatolt a fólián? A magyarázat egyszerű: az atommagok kicsik, de „távol" vannak egymástól, hiszen az atommagok átlagos távolsága (a körülöttük lévő elektronok miatt) több mint tízezerszer akkora, mint az atommagok mérete. Ezért az alfa-részek nagy része az atommagok között átsuhant (az elektronok – kis tömegük miatt – nem tudnak számottevő irányváltozást okozni), és csak kis részük talált telibe egy-egy atommagot, és „pattant vissza".

## További vizsgálatok a Rutherford-kísérlettel kapcsolatban

### Többszörös szóródás vizsgálata

Rutherford gondos kísérletező volt, ezért megvizsgálta azt a lehetőséget is, hogy vajon egyes alfa-részecskék „visszapattanását" nem az okozza-e, hogy az aranyfólia több atomrétegén is szóródnak a részecskék (kis szögben), és a többszöri kis szögű eltérülés adódik össze végül egy nagy szögű szóródássá. Az egyszerűség kedvéért vizsgáljuk a kérdést két dimenzióban (azaz a részecskék csak egy síkban mozoghatnak), és tegyük fel, hogy egyetlen atomon való szóródás csak kis $\theta$ szöggel való eltérülést okoz. Mivel a többszöri szórás során azonos valószínűséggel szóródnak a részecskék mindkét irányba, ezért az eredő szögnek olyan eloszlása lesz, amelynek a várható értéke 0. Ahhoz, hogy végeredményben $N \cdot \theta$ szöget kapjunk, átlagosan $N^2$ szóródásra van szükség (a klasszikus „részeg tengerész" bolyongási problémához, vagy a részecskék diffúziójához hasonlóan). Az itt fellépő $N$ a fóliát alkotó atomi rétegek számával arányos. Ha tehát kiválasztunk egy (viszonylag nagy) eltérülési szöget, és különböző fóliavastagságok mellett vizsgáljuk azt, hogy a bejövő részecskék hányad része térül el ekkora szöggel, akkor különbséget tudunk tenni az egyszeres és a többszörös szóródások között. Ha az eltérülés egyszeres szóródással történik, akkor az eltérült részecskék száma a fólia vastagságának lineáris függvénye

lesz (hiszen ahányszor több réteget veszünk, annyiszor nagyobb lesz a szóródás valószínűsége). Ha a szögeltérülés többszörös szórással jön csak létre, akkor az eltérült részecskék száma a fólia vastagságának négyzetgyökével lesz arányos.

Rutherford, H. GEIGER (1882-1945) és E. MARSDEN (1889-1970) megvizsgálta a nagy szögben eltérült részecskék számát különböző vastagságú fóliákra. A kísérleti eredmények egyértelműen az alfa-részecskék egyszeri szóródását bizonyították.

Ezzel a módszerrel szokták megvizsgálni a mai szóráskísérletekben is, hogy egy céltárgy „elegendően vékony-e" az adott kísérletben, azaz hogy ott is csak egyszeri kölcsönhatások játszódnak-e le.

### A kölcsönhatás vizsgálata

Rutherford magyarázatának lényeges eleme, hogy feltételezte, hogy a Thomson-atomok pozitív elektromos töltésű anyaga és az alfa-részecske között csak a Coulomb-kölcsönhatás működik. Felvetődhet a kérdés, vajon nem lehetséges-e az, hogy az alfa-részek nem a Coulomb-kölcsönhatás miatt szóródnak vissza, hanem a „Thomson-pudding" belseje valamilyen más kölcsönhatás révén szórja vissza az alfa-részeket (pl. egy „kemény" gömb szórás)? Rutherford, Geiger és Mardsen megmérte az alfa-részek különböző szögtartományokba történő szóródásának valószínűségét. Ezt a valószínűséget elméleti úton is ki lehet számítani. Különböző belső szerkezetek és különböző kölcsönhatások más és más valószínűség-eloszlásokat adnak.

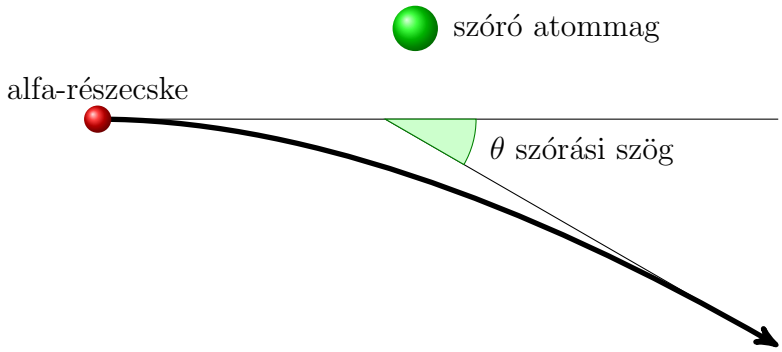
### A Rutherford-szórás hatáskeresztmetszete

A fizikusok a különböző szögtartományokba való szóródás valószínűségének leírására egy másfajta fogalmat vezetnek be, a differenciális hatáskeresztmetszetet (ld. 7.2.5 fejezet). A pontszerű szórócentrum Coulomb-kölcsönhatáson alapuló szórásának differenciális hatáskeresztmetszete az ún. Rutherford-féle szórási hatáskeresztmetszet.

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{(Ze)^2 \cdot (2e)^2}{16 \cdot E_{\mathrm{kin}}^2} \cdot \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \tag{1.6}$$

Itt $\theta$ az alfa-részecske irányváltoztatásának szöge – az ú.n. *szórási szög* (1.3 ábra).

A 1.6 kifejezés megmutatja, hogy $E_{\mathrm{kin}}$ mozgási energiájú alfa-részek hogyan szóródnak a $(\theta, \theta + \mathrm{d}\theta)$ közé eső $\mathrm{d}\Omega$ térszög-tartományba egy $Ze$ töltésű, nagy tömegű, pontszerűnek tekinthető szórócentrumon (pl. atommag). Rutherford, Geiger és Mardsen kiterjedt kísérletsorozatban igazolták a szórás szögfüggését ($\theta$), rendszámfüggését ($Z$), és a bombázó alfa-részecske kinetikus energiájától ($E_{\mathrm{kin}}$) való függését is. A kísérletileg megfigyelt eltérülési gyakoriságok egyértelműen a Coulomb-szórást igazolták, és kizárták más természetű kölcsönhatás hipotézisét.




1.3. ábra. A szórási szög értelmezése

**Szimuláció**

A Rutherford-kísérlet jobb megértését segíti ezen a linken lévő szimuláció, és az onnan elérhető magyarázatok.

### 1.1.2. Az atommagok összetétele

Az atommagnak két lényeges jellemzője van, amelyek mindegyike többé-kevésbé egy elemi érték egész számú többszöröseként változik: az elektromos töltés, és a tömeg. Az atommag elektromos töltése pontosan egész számú ($Z$) többszöröse a proton töltésének, a tömeg pedig közelítőleg egész számú ($A$) többszöröse a proton tömegének. Az atommagok tömegének mérésekor hamarosan rájöttek, hogy vannak azonos töltésű, de különböző tömegű atommagok. HEVESY György (1885-1966, kémiai Nobel-díj 1944) mutatta meg, hogy ezen atommagokkal alkotott atomok kémiailag teljesen azonos módon viselkednek, és ezért az elemek periódusos rendszerének azonos helyén kell legyenek. Ezeket az atommagokat *izotópoknak* nevezték el (izo toposz - görögül azonos helyet jelent). Bár az atomok kémiailag azonosak, atommagjaiknak mégis nagyon különböző tulajdonságaik lehetnek: az egyik bomlik, a másik nem, az egyiknek hosszabb a felezési ideje a másiké rövidebb, az egyik nagyobb energiával bomlik, a másik kisebbel. A hidrogénatom kivételével $A > Z$, azaz különböző számok. Az egyik legizgalmasabb kérdést az jelentette, hogy miből ered az atommag tömege, ill. az elektromos töltése? Az akkor ismert építőelemekből Rutherford úgy képzelte el az atommagok összetételét, hogy az atommagokban van $A$ db proton, és $A - Z$ elektron, és ezeket a vonzó Coulomb-kölcsönhatás tartja össze. Mivel az elektronok tömege sokkal kisebb a protonokénál, ezért az atommag tömege jó közelítéssel az $A$ proton tömegével egyezik meg. Az elektronok töltése pedig éppen semlegesíti $A - Z$ proton töltését, és így az atommag töltése pontosan $Z$ proton töltésével lesz egyenlő. Ez a modell már kezdetben is felvetett egy megválaszolatlan kérdést: mi dönti el, hogy egy elektron az atommag körül „külső” elektronként keringjen,

vagy pedig „bebújjon” az atommagba, és ott legyen? Rutherford, és fiatal munkatársa James CHADWICK (1881-1974, fizikai Nobel-díj 1935) éveken keresztül keresték a „kis hidrogénatomot”, azaz egy olyan részecskét, amelyet ugyanúgy egy proton és egy elektron alkot, mint a hidrogénatomot, csakhogy ez az elektron most nem „kint” kering, hanem a proton mellé közel bújik. Ennek elektromosan semleges részecskének kellene lenni, tömege alig valamivel nagyobb, mint a proton tömege, és olyan kis mérete is kellene legyen, mint egy protonnak. Rutherford és munkatársai felhagytak ezekkel a kutatásokkal, amikor az 1920-as években a kvantummechanika kimutatta, hogy a Coulomb-kölcsönhatás képtelen lenne egy elektront egy atommag roppant kis térfogatában kötve tartani! Ilyen modellel nem lehetett az atommagok szerkezetét a kvantummechanikával összhangban értelmezni. Ezt a nyugtalanító helyzetet oldotta meg 1932-ben a neutron felfedezése.

### A neutron felfedezése

1932-ben Fréderic JOLIOT-CURIE (1900-1958, Nobel-díj 1935) feleségével Irène CURIE-vel (1897-1956, Nobel-díj 1935) Franciaországban, valamint James CHADWICK (1891-1974, Nobel-díj 1935) Angliában az alfa-részecskék által berilliumból kiváltott különleges, nagy áthatolóképességű sugárzás tulajdonságait tanulmányozták. A sugárzást sem elektromos, sem mágneses térrel nem lehetett eltéríteni, és az anyag elég vastag rétegein is át tudott hatolni. Ezeknek alapján kézenfekvő volt az a feltételezés, hogy ez a sugárzás is valamilyen gamma-sugárzás, azaz elektromágneses természetű. Voltak azonban olyan jelek is, amelyek ennek a sugárzásnak a különleges létére utaltak: a sugárzást az anyagok másképpen nyelték el, mint az addig ismert gamma-sugárzásokat. Ezért a három fenti kutató úgy döntött, hogy e különleges sugárzásnak az anyaggal való kölcsönhatását „közvetlenül” is tanulmányozzák. Joliot-Curiék figyelték meg először, hogy ködkamrába helyezett gázok atommagjai néha erősen meglökődnek a berillium-sugárzás hatására. Joliot-Curiék ezt a Compton-szóródáshoz hasonló jelenségnek tulajdonították. Ahogyan a Compton-jelenségnél egy gamma-foton ütközik egy elektronnal, és azt meglöki, ugyanúgy - gondolta Joliot-Curie - egy nagy energiájú gamma-foton itt egy atommagot lök meg. A ködkamrában megfigyelt nyom adataiból a meglökött atommag mozgási energiája meghatározható volt, ennek ismeretében pedig ki lehetett számítani annak a gamma-fotonnak az energiáját, amely ilyen mértékben meg tudta lökni az atommagot (1.5. Feladat). A számítás meglepő eredményt adott: a Be „gamma-sugárzásának” energiájára a korábban ismert gamma-energiák sokszorosa jött ki! Még meglepőbb volt viszont az, hogy ha kicserélték a ködkamra töltőgázát, a meglökésekből kiszámított gamma-energia teljesen másnak adódott. Ahányféle atommag meglökéséből számoltak, annyiféle gamma-energiát kaptak, ami nyilvánvalóan képtelenség! A problémát Chadwick oldotta meg: feltételezte, hogy a Be-sugárzás nem gamma-sugárzás, hanem egy addig ismeretlen, elektromosan semleges részecske ütközik a gáz atommagjaival. Az alapvető különbség a kettő között az, hogy a gamma-sugárzás fotonjainak a nyugalmi tömege nulla, Chadwick pedig megengedte, hogy feltételezett részecskéjének legyen valamekkora nyugalmi tömege is. Emiatt az üt-

közéseket jellemző mechanikai mennyiségek - a mozgási energia ($E$) és a lendület ($p$) - a Chadwick-féle részecskénél $E = \frac{p^2}{2m}$ alakban függnek össze, míg a gamma-fotonnál $E = pc$ alakban. Természetesen, a Chadwick-féle részecskénél két ismeretlen paramétert kell meghatározni, az $E$-t és az $m$-et. Ezek viszont két mérésből - két különböző tömegű gázzal ütköztetve - már meghatározhatók (1.6. Feladat). Chadwick több különböző gázzal is ütköztette a Be-sugárzás részecskéit, és ellentmondásmentes eredményeket kapott: az új semleges részecske tömege mindig a proton tömegével nagyjából egyezőnek adódott. Az új részecske a neutron nevet kapta.

A neutron felfedezése után az atommagok összetétele is világossá vált: az atommagot protonok és neutronok alkotják. Ezeket közös névvel nukleonoknak nevezzük. A protonok száma, amelyet szokásosan $Z$-vel jelölünk, az elem rendszáma. A protonok és a neutronok számának az összegét az atommag tömegszámának nevezzük, és $A$-val jelöljük.

#### Az atommagok jelölése, izotóp, izobár

Egy atommagot (nuklidot) a benne lévő protonok $Z$ számával (rendszám) és az összes részecskék $A$ számával (tömegszám), valamint az elem vegyjelével szokás jelölni. Például az urán-atommagban 92 db proton, és összesen 238 db részecske (nukleon) van. Ezért a jelölése: $^{238}_{92}\mathrm{U}$. Nyilván a neutronok $N$ száma ebből a két adatból kiszámítható:

$$N = A - Z \tag{1.7}$$

**1.1. Definíció** *Azonos $Z$ rendszámú, de különböző $A$ tömegszámú atommagokat* ***izotóp****oknak, azonos $A$ tömegszámú, de különböző $Z$ rendszámú atommagokat pedig* ***izobár****oknak nevezünk. Ritkábban használják még az azonos $N$ neutronszámú, de különböző $A$ tömegszámú atommagok elnevezésére az* ***izotónok*** *elnevezést.*

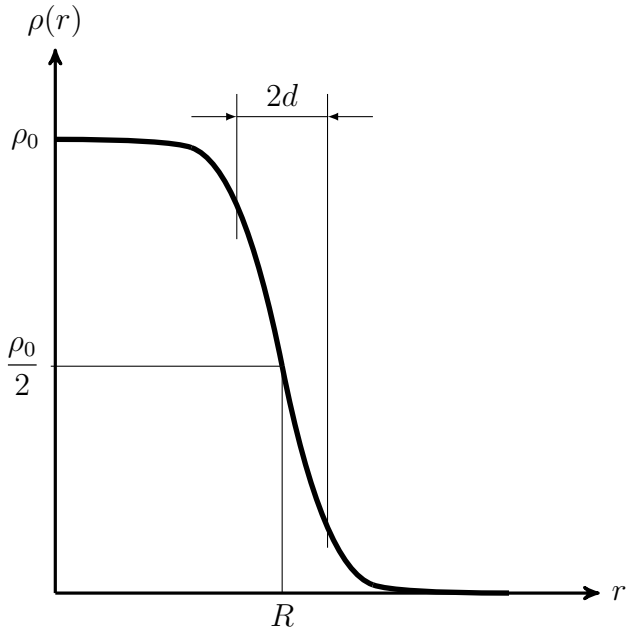
Például az $^{238}_{92}\mathrm{U}$ és a $^{235}_{92}\mathrm{U}$ az urán két izotópja (azonos a rendszámuk), a $^{40}_{19}\mathrm{K}$ és a $^{40}_{20}\mathrm{Ca}$ atommagok pedig izobárok (azonos a tömegszámuk).

### 1.1.3. Az atommagok sugara

A Rutherford-kísérlet csak felső korlátot tudott adni az atommagok méretére; megállapította, hogy az atommagok legalább tízezerszer kisebb sugarúak, mint maga az atom. Az atommag sugarának pontos meghatározása azonban nem egyszerű feladat, ehhez a Rutherford által használt néhány MeV energiájú alfa-sugárzásnál nagyobb energiájú – pontosabban rövidebb hullámhosszú – részecskék szükségesek. A későbbi kísérletek alapján kiderült, hogy az atommag nem egy éles határvonallal rendelkező objektum, amelynek sugara pontosan definiálható lenne. Az atommagban lévő anyagsűrűség eloszlására többé-kevésbé jó modellt ad a két paraméteres Fermi-függvény:

$$\rho(r) = \rho_0 \cdot \frac{1}{1 + e^{\left(\frac{r-R}{d}\right)}} \tag{1.8}$$

Ennek az eloszlásnak az alakja a 1.4 ábrán látható. Az atommag „sugarán” tehát azt az $R$ sugarat érthetjük, amelynél a középponti sűrűség a felére csökken. A felület diffuzitását a $d$ paraméter mutatja meg.



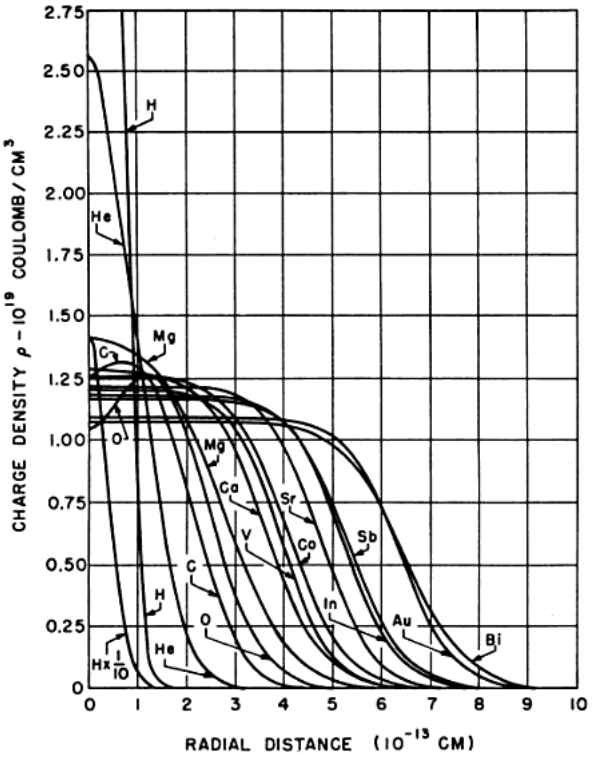

1.4. ábra. Az atommag anyagának sűrűsége a sugár függvényében

### Az atommagok sugarának meghatározása

Mivel az atommag roppant kicsiny, ezért a sugár meghatározásának egyik módja az, hogy mikrorészecskéket (protonokat, elektronokat, neutronokat, alfa-részeket stb.) szóratunk az atommagon, és a szórásképből következtetünk az atommag méretére. Itt mindenképpen figyelembe kell vennünk a részecskék hullámtermészetét. Mérésünk felbontóképességét az alkalmazott részecske $\lambda = \frac{h}{p}$ de-Broglie hullámhossza korlátozza (itt $h$ a Planck-állandó, $p$ pedig a részecske lendülete /impulzusa/). A de-Broglie hullámhossznál sokkal kisebb méretű objektumok már nem figyelhetők meg. Itt jegyezzük meg, hogy a Természet kétszeresen is kegyes volt Rutherford-hoz, aki nevezetes kísérlete végrehajtásakor még sem a de-Broglie hullámhosszról, sem a kvantummechanikáról nem tudhatott, ezért minden számítást a klasszikus fizika törvényei szerint végzett. A kísérletben használt alfa-részek de-Broglie hullámhossza – az alfa-részecskék nagy tömege miatt – az atommagok mérettartományába esett, tehát ezekkel már „meg lehetett látni” az atommagot. Másrészt pedig a Rutherford-féle hatáskeresztmetszet klasszikus levezeté-

se ugyanarra az eredményre vezet, mint a kvantummechanikai. Ez a Coulomb-potenciál érdekes tulajdonsága. További komplikációt jelent, hogy a különböző részecskék más és más módon lépnek kölcsönhatásba az atommaggal. Az elektronok nem vesznek részt az atommagot összetartó erős kölcsönhatásban, ezért az elektronszórás csak az atommagon belüli töltéseloszlást (a protonok eloszlását) teszteli. Ha pedig neutronokat szóratunk, akkor azok a Coulomb-kölcsönhatásra érzéketlenek, ezért az atommagon belüli nukleáris anyageloszlásra (nukleonok eloszlására) vonatkozólag adnak információt. Ezeknek alapján beszélhetünk az atommag „töltés" sugaráról, valamint „nukleáris" sugaráról. A következőkben röviden néhány mérési módszert, és azokból levont következtetéseket tekintünk át.

**Elektronszórás** Az atommagon belüli töltések eloszlását legrészletesebben először R. HOFSTÄDTER (1915-1990, Nobel-díj 1961) vizsgálta nagy energiájú elektronok szórásával az 1950-es évek második felében. Nagy energiájú ($E > 100$ MeV) elektronok de-Broglie hullámhossza a mag méreténél kisebb, ezért a szórás a töltéseloszlás részleteire is érzékeny. A 1.5 ábra néhány magra vonatkozólag mutatja a mérések alapján meghatározott töltéseloszlást. Hofstädter megállapította, hogy (a legkönnyebb magok kivételével) a




1.5. ábra. Atommagok töltéssűrűsége a sugár függvényében (Hofstädter 1957)

stabil atommagok belsejében a töltések eloszlása jól leírható egy Fermi-eloszlással, amely-

nek az $R$ sugárparamétere (amit az atommag töltéssugarának tekinthetünk) az atommag tömegszámával van szoros kapcsolatban:

$$R = r_0 \cdot \sqrt[3]{A} \tag{1.9}$$

Itt $r_0 = 1,23 \cdot 10^{-15}$ m = 1,23 fm. A magok diffuzitása többé-kevésbé független az atommag méretétől $d \approx 2,4 \cdot 10^{-15}$m. A $10^{-15}$ nagyságrendet az SI-rendszer femto előtaggal jelöli, az fm mértékegység tehát femtométer. A magfizikusok azonban a $10^{-15}$ m egységet Enrico FERMI (1901-1954, Nobel-díj 1938) tiszteletére ferminek nevezik. Későbbi kutatások megmutatták, hogy a 1.9 összefüggés csak közelítőleg igaz, a töltéssugarak attól kisebb-nagyobb mértékben eltérnek, finomszerkezetük is van. Ezekkel a részletekkel itt nem foglalkozunk, részletesebben lásd Atommagfizika, (szerk. Fényes Tibor, Debreceni Egyetem Kossuth Egyetemi Kiadó, 2005)[4].

**Neutronszórás** A neutronok az atommaggal nukleáris kölcsönhatásba lépnek, rájuk a Coulomb-erők nem hatnak. Ezért neutronszórással az atommagok nukleáris sugarát lehet meghatározni. Természetesen, itt is figyelni kell a de-Broglie hullámhosszra, ezért nagy energiájú neutronok rugalmas szórását kell vizsgálni. Sok ilyen kísérletet végeztek kb. 10 MeV-től egészen 1,4 GeV neutron energiákig. Ezek a kísérleti eredmények a 1.9-höz hasonló magsugarakat szolgáltattak, azzal a különbséggel, hogy a neutronszórásos mérésekből kissé nagyobb $r_0$ értékek adódtak: $1,3 \leq r_0 \leq 1,4$ fm. Ez arra utal, hogy az atommagokban a protonok eloszlása (töltéssugár) és a neutronok eloszlása nem pontosan azonos. Különösen nagy különbség lehet a kettő között neutrongazdag atommagokban. Nehéz neutrongazdag atommagok felszínén neutronbőr alakulhat ki, a könnyű neutrongazdag atommagoknál pedig neutronudvar (angolul: neutron halo). Például a $^{181}_{55}$Cs felszínén lévő kb. 2 fm vastag rétegben mintegy 10 neutron lehet (neutronbőr), a $^{6}_{2}$He-ban pedig az utolsó két neutron olyan lazán kötött, hogy a sugaruk akár a $^{48}$Ca atommag méretét is elérheti (neutronudvar).

**Tükörmagok kötési energiája** Az eddigiektől különböző elven kaphatunk becslést az atommagok sugarára tükörmagok kötési energiájának összehasonlításával. Tükörmagoknak azokat az atommagokat nevezzük, amelyeket egymásból a protonok és a neutronok számának felcserélésével kapunk (pl. $^{13}_{6}\text{C} \Leftrightarrow ^{13}_{7}\text{N}$, vagy $^{39}_{20}\text{Ca} \Leftrightarrow ^{39}_{19}\text{K}$ stb.). Ha a tükörmagok kötési energiáját a folyadékcsepp-modellel (2.1 fejezet) számítjuk, akkor mindegyik energiatagban megegyeznek, kivéve a Coulomb-energia tagot. Egy $R$ sugarú egyenletesen töltött gömb Coulomb-energiája

$$E_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{(Ze)^2}{R} \tag{1.10}$$

Foglalkozzunk csak azzal az esettel, amikor a két tükörmag rendszáma csak eggyel tér el! Ekkor az energia-különbség:

$$\Delta E_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{R} \cdot \left(Z^2 - (Z-1)^2\right) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{R} \cdot (2Z-1) \tag{1.11}$$

Nyilván

$$A = Z + N = Z + (Z - 1) = 2Z - 1 \tag{1.12}$$

Tegyük fel, hogy a magsugár itt is $R = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$ alakban függ a tömegszámtól, és írjuk be ezt a kifejezést a nevezőbe, és ekkor kapjuk:

$$\Delta E_c = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_0} \cdot A^{\frac{2}{3}} \tag{1.13}$$

A kötési-energia különbség kísérletileg két úton is megmérhető. Az egyik lehetőség az, hogy a tükörmagok egyike radioaktív és pl. béta-bomlással elbomlik a másik magra. A bomláskor kiszabaduló részecske (elektron vagy pozitron) maximális energiáját megmérve a két atommag energiakülönbsége – azaz $\Delta E_c$ – meghatározható. Az energiakülönbség meghatározásának másik módszere a magreakció. Például, ha a $^{11}_{5}$B-et protonokkal bombázzuk, előfordulhat, hogy a proton kilök egy neutront a magból, miközben ő maga fogva marad, $^{11}_{6}$C atommagot hozva létre. Ez a magreakció azonban csak akkor mehet végbe, ha a bombázó protonoknak legalább $\Delta E_c$ energiájuk van. A reakció „energiaküszöbét" meghatározva, $\Delta E_c$ megmérhető. Ha már $\Delta E_c$ megvan, $Z$ ismert, és így az $R$ magsugár meghatározható. Ezzel a módszerrel is nyilván a mag töltéssugarát határozzuk meg. Az ilyen típusú mérésekből $r_0 = 1,22$ fm. Ez láthatóan szép összhangban van a más módszerekkel kapott értékkel.

## 1.2. Az atommagok töltése

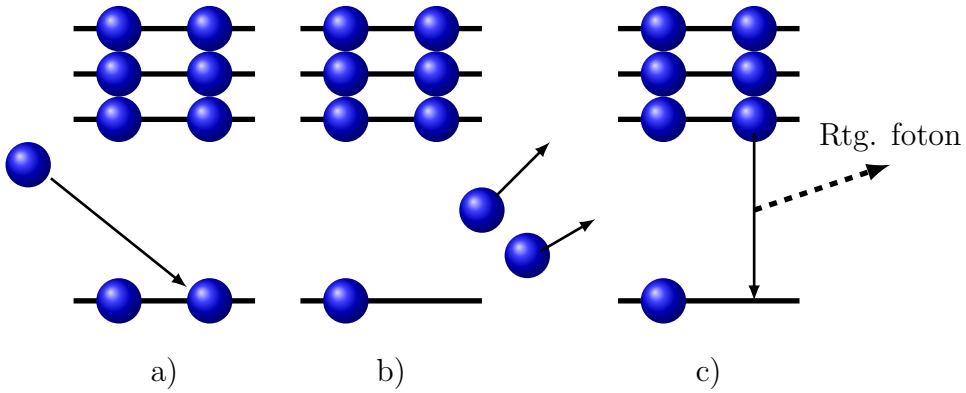
Az atommagok töltése $Ze$, ahol $Z$ az atommagban lévő protonok száma (rendszám), $e$ pedig az elemi töltés. A töltés meghatározása az atomok vonalas röntgenszínképe – a karakterisztikus röntgensugárzás – alapján lehetséges. Gyors elektronokkal bombázva a vizsgálni kívánt anyagot a Coulomb-taszítás következtében egy kötött elektron kilökhető az atomból. Kilökés után egy külső pályáról elektron ugorhat a megürült állapotba (1.6 ábra).

Eközben az atom elektromágneses sugárzást (fotont) bocsát ki, amelynek energiája:

$$h\nu = E_n - E_1 = Z^2 \cdot I_H \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \tag{1.14}$$

Itt $I_H$ a hidrogénatom ionizációs energiája. A képlet felírásakor feltételeztük, hogy a kötött elektron az 1s állapotból távozott, és helyébe az $n$ főkvantumszámú állapotból ugrott be egy másik. A képlet $Z > 1$ elektront tartalmazó atom esetén kissé módosítandó, mert az atommag töltését a többi elektron részben leárnyékolja. Ezért az elektron $Z$-nél kisebb magtöltést „érez".

$$h\nu = (Z - z)^2 \cdot I_H \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \tag{1.15}$$




1.6. ábra. Karakterisztikus Rtg-sugárzás keletkezése. a) Gyors elektron kiüt egy kötött elektront, b) mindkét elektron eltávozik, lyuk marad az elektronhéjban c) elektron ugrik a lyukba, karakterisztikus röntgen-fotont kibocsátva

ahol $z$ az árnyékoló elektronok effektív számát fejezi ki. $n = 2$ főkvantumszámú állapotból az 1s „lyukba" történő röntgenátmenet esetén $z = 1$, hiszen csak az 1s pályán maradt egyetlen elektron árnyékol. Ezért ekkor

$$\nu = C \cdot (Z - 1)^2 \tag{1.16}$$

ahol $C$ az átmenetre jellemző konstans. Ez a Moseley-törvény 1s elektronok esetén (az ún. K vonalakra), melyet felfedezőjéről, H. MOSELEY-ről (1887-1915) neveztek el. Innen látszik, hogy $\nu^{\frac{1}{2}}$ a $Z$ függvényében egyenest ad.

A karakterisztikus röntgensugárzás jellegzetes vonalainak a frekvenciáját megmérve abból a kibocsátó atom atommagjának $Z$ rendszáma és ezzel az atommag töltése meghatározható.

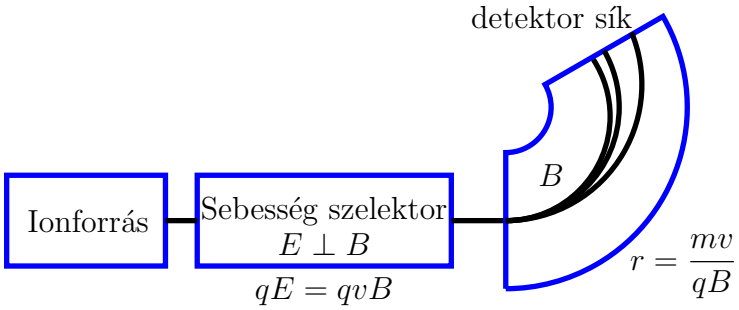
## 1.3. Az atommagok tömege

Az atommagok tömegének ismerete alapvető elméleti és kísérleti jelentőségű. Egy $(A, Z)$ összetételű atommag tömege kisebb, mint az őt alkotó protonok és neutronok tömegének összege.

$$M(A, Z) = Z \cdot m_{proton} + (A - Z) \cdot m_{neutron} - \Delta m \tag{1.17}$$

A $\Delta m$ különbség - a *tömeghiány* - abból adódik, hogy az atommagban lévő részecskék kötött állapotban vannak, és onnan a részecskéket kiszabadítani csak a kötési energia befektetésével lehet. Az Einstein-féle $E = m \cdot c^2$ összefüggésnek megfelelően a tömeghiány szoros kapcsolatban van a kötési energiával: $E_{kotesi} = \Delta m \cdot c^2$ . Az atommagok tömegének pontos megmérésével tehát az atommagok kötési energiáját is meg lehet határozni.

Részecskék tömegének meghatározási módszerét tömegspektroszkópiának, a meghatározásra alkalmas berendezéseket pedig tömegspektrográfnak, vagy tömegspektrométernek nevezzük. Egy tömegspektrográf fő részeit a 1.7 ábra mutatja.




1.7. ábra. Tömegspektrográf vázlatos rajza

Az ionforrásban a vizsgálandó anyagot ionizáljuk, majd egy kihúzó feszültséggel az ionokat felgyorsítjuk, nyalábot formálunk belőlük. A nyaláb egy „sebességszelektorba" kerül, amely lényegében egymásra merőleges, homogén elektromos és mágneses térből áll. Az elektromosan töltött részecskékre a $qvB$ mágneses Lorentz erő, valamint a $qE$ elektromos erő hat, egymással ellentétes irányban. Azok a részecskék haladnak át irányváltoztatás nélkül, amelyekre $qE = qvB$, amiből $v = \frac{E}{B}$, tömegtől és töltéstől függetlenül. Ezért hívják ezt az elrendezést sebességszelektornak. Az így beállított sebességű (esetleg több fajta tömegű részecskét is tartalmazó) nyaláb egy szektor-mágneses térbe kerül, ahol a Lorentz-erő hatására a töltött részecskék körpályára állnak. A centripetális erőt a Lorentz-erő biztosítja, azaz $\frac{mv^2}{r} = qvB$, amiből

$$r = \frac{mv}{qB} \tag{1.18}$$

Egyes elrendezésekben a sebességszelektor a szektor mágneses tér kezdeti szakaszán van, azaz a sebességszelektorban használt mágneses tér ugyanakkora, mint a részecskéket eltérítő tér. Ekkor kapjuk:

$$r = \frac{m}{q} \cdot \frac{E}{B^2}, \text{ill.} m = \frac{rqB^2}{E} \tag{1.19}$$

A részecskék töltése nyilván az elemi töltés (vagy annak egész számú többszöröse), így $E$ és $B$ ismeretében, a pályasugár $r$ mérésével a tömeg meghatározható.

Bár a tömegspektrográf működési elve egyszerű, a gyakorlati megvalósításnál több fontos körülményt is figyelembe kell venni.

- Ahhoz, hogy a detektorba különböző helyekre érkező részecskéket meg lehessen különböztetni egymástól, oda a szétvált nyalábóknak fókuszálva kell érkezni. Az elektromos és mágneses terek a töltött részecskékre elektromágneses lencseként hatnak. Ezeket gondosan kell beállítani, hogy a fókuszsíkjuk a detektorsík legyen. Még így is lesznek „lencsehibák", amelyek az elérhető felbontást korlátozzák.

- A tömegspektrográf „felbontásán" azt a legkisebb $\Delta m/m$ hányadost értjük, amely tömegkülönbséget a detektorsíkban még meg tudunk különböztetni. A jó tömegspektrográfok $10^{-6}$ felbontást el tudnak érni. Ez azt jelenti, hogy ha két tömeg egy milliomodrésszel tér el csak egymástól, azt már különböző tömegként észleljük.

- Fontos paraméter a „fényerő", amely lényegében az időegység alatt a tömegspektrográfon áthaladt részecskék számával arányos. Általában kompromisszumot kell kötni a felbontás és a fényerő között: ha a felbontást növeljük, a fényerő csökken, és fordítva.

### 1.3.1. Atomi tömegegység (atomic mass unit, u)

Ahhoz, hogy a tömeget milliomodrésznyi pontossággal meghatározzuk, a 1.19 egyenletben szereplő mennyiségeket is legalább ilyen pontosan kellene ismerni. Ez, sajnos, általában nem keresztülvihető. A gyakorlatban a tömegspektrográfot egy adott tömegre kalibrálják, és utána relatív mérésekkel határozzák meg a többi atom tömegét. Az egyik legpontosabban megmért tömegű atommag a $^{12}$C. Ezért a nemzetközi megállapodások a $^{12}$C atom tömegének 12-ed részében határozzák meg az atomi tömegegységet (u, amu, atomic mass unit). A $^{12}$C atom tömege tehát definíció szerint pontosan 12,000000000 u (atomi tömegegység). Hangsúlyozzuk, hogy ez a $^{12}$C atom (és nem atommag!) tömege, tehát a szénatom 6 db elektronjának a tömegét is tartalmazza.

Értéke a szokásos tömegegységben: 1 u = 1,6605387310$^{-27}$ kg.

**Tömegdublett módszer**

Tegyük fel, hogy a $^{1}$H atom tömegét szeretnénk megmérni. Hiába kalibráltuk a tömegspektroszkópunkat a $^{12}$C atomra, a $^{1}$H atomot nem tudjuk ugyanazzal a beállítással megmérni, hiszen a két ion fajlagos töltése kb. tizenkettes faktorral eltér. Ha pedig a mágneses vagy elektromos teret megváltoztatjuk, akkor ezek beállításának hibája elrontja a mérésünk pontosságát. Ehelyett állítsuk be a spektroszkópunkat úgy, hogy a 128 tömegszámú, egyszeresen ionizált részecskék jussanak el a detektorra. Az ionforrásunkban ionizáljunk egy keveréket, amely $C_9H_{20}$–ból (nonan) és $C_{10}H_8$-ból (naftalin) áll. Mindkét molekula molekulatömege 128. A pontos tömegek persze eltérnek egy kicsit, ezért a $10^{-6}$ különbséget is felbontani képes spektrográfunkban a két molekula-ion kicsit más helyre fog becsapódni. Az eltérésből a tömegkülönbséget meg tudjuk mérni, az abszolút tömegeket viszont nem. A tömegkülönbség mért értéke atomi tömegegységben:

$\Delta m = 0,09390032 \pm 0,00000012$ u. (A pontosság itt kb. $10^{-6}$) . Másrészt

$$\Delta m = m\left(C_9H_{20}\right) - m\left(C_{10}H_8\right) = 12 \cdot m\left({}^1H\right) - m\left({}^{12}C\right), \tag{1.20}$$

amiből

$$m\left({}^1\mathrm{H}\right) = \frac{m\left({}^{12}\mathrm{C}\right)}{12} + \frac{\Delta m}{12} = 1,000000 + \frac{\Delta m}{12} = 1,00782503 \pm 0,00000001\mathrm{u} \tag{1.21}$$

Vegyük észre, hogy a relatív tömeg-meghatározás miatt itt a hiba már csak $10^{-8}$ nagyságrendű! Ha már a hidrogénatom tömegét elegendően pontosan ismerjük, nagyon sok atom tömegét meg lehet határozni a fenti módszerrel, különböző összetételű szénhidrogéneket alkalmazva. Például a nitrogén tömegének meghatározásához állítsuk be úgy a tömegspektrométerünket, hogy a 28-as tömegszámú, egyszeres töltésű ionokat tudjuk detektálni. Az ionforrásba pedig tegyünk $N_2$ gáz és $C_2H_4$ (etén) keverékét. A tömegkülönbség mért értéke: $\Delta m_N = 0,025152196 \pm 0,000000030$u. (A hiba itt is nagyságrendileg $10^{-6}$) Másrészt:

$$\Delta m_N = m\left(\mathrm{C_2H_4}\right) - m\left(\mathrm{N_2}\right) = 2 \cdot m\left({}^{12}\mathrm{C}\right) + 4 \cdot m\left({}^1\mathrm{H}\right) - 2 \cdot m\left({}^{14}\mathrm{N}\right), \tag{1.22}$$

amiből

$$m\left({}^{14}\mathrm{N}\right) = m\left({}^{12}\mathrm{C}\right) + 2 \cdot m\left({}^1\mathrm{H}\right) - \frac{\Delta m_N}{2} = 14,00307396 \pm 0,00000002\mathrm{u} \tag{1.23}$$

Nem minden egyes atommag tömegét szükséges tömegspektrométerekkel pontosan megmérni. Ha vannak jól megmért viszonyítási pontjaink, akkor az egyes magreakciókban ill. magbomlásokban felszabaduló energia mérésével a viszonyítási pontok alapján egyes atommagok tömege pontosan meghatározható. Tekintsük az $A + B \longrightarrow C + D$ atommag-reakciót, ahol az $A$ és a $B$ atommagok reakciójából $C$ és $D$ atommagok keletkeznek. A részecskék mozgási energiájának megmérésével a reakcióban felszabaduló energiát ($Q$) meghatározhatjuk. Másrészt viszont

$$Q = c^2 \cdot [m\left(A\right) + m\left(B\right) - m\left(C\right) - m\left(D\right)] \tag{1.24}$$

Példaként vegyük a ${}^1\mathrm{H} + {}^{14}\mathrm{N} \longrightarrow {}^{12}\mathrm{N} + {}^3\mathrm{H}$ reakciót! Tömeg-dublett mérésekből tudjuk, hogy $m\left({}^1\mathrm{H}\right) = 1,007825$u, $m\left({}^{14}\mathrm{N}\right) = 14,003074$u és $m\left({}^3\mathrm{H}\right) = 3,016049$u. A mért reakcióenergia padig $Q = -22,1355 \pm 0,0010$ MeV. Ezekből tehát kapjuk:

$$m\left({}^{12}\mathrm{N}\right) = m\left({}^1\mathrm{H}\right) + m\left({}^{14}\mathrm{N}\right) - m\left({}^3\mathrm{H}\right) - \frac{Q}{c^2} = 12,018613 \pm 0,000001\mathrm{u} \tag{1.25}$$

A mérési hiba legnagyobbrészt a $Q$ érték hibájából származik, a másik három tömeg értéke sokkal nagyobb pontossággal ismert. A ${}^{12}\mathrm{N}$ atommag radioaktív, felezési ideje 0,01 s. Ez túl rövid ahhoz, hogy a tömegét közvetlen mérésekkel (tömegspektroszkóppal) meghatározhatnánk. A most leírt módon azonban a rövid felezési idejű radioaktív izotópok tömegét is meghatározhatjuk.

## 1.4. Az atommagok perdülete (impulzusmomentuma) és paritása

### 1.4.1. Egyetlen nukleon perdülete az atommagban

Az atommagot alkotó protonoknak és neutronoknak saját perdületük (spinjük) van, amelynek értéke $\frac{1}{2}\hbar$. (Itt $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ , ahol $h$ a Planck-állandó.) A félegész (1/2, 3/2, 5/2 stb.) spinű részecskéket **fermion**oknak hívjuk. A nukleonok is tehát fermionok. A részecskék a kvantummechanika szerint különböző perdületű állapotokba („pályákra") kerülhetnek. A pálya-perdület értéke $\ell \cdot \hbar$ , ahol $\ell$ egész értékeket vehet fel. Egyetlen részecske teljes perdületét meghatározó $j$ kvantumszámra a „háromszög-egyenlőtlenség" érvényes:

$$|\ell - s| \leq j \leq \ell + s \tag{1.26}$$

Itt $s$ a spin-kvantumszám. Mivel $s = \frac{1}{2}$ , ezért $j = \ell \pm \frac{1}{2}$ . Más szóval, egyetlen nukleon teljes perdülete az atommagban mindig „félegész", azaz $j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, ...$ stb.

### 1.4.2. Az atommag teljes perdülete (impulzusmomentuma)

Egy atommag teljes perdületét az egyes nukleonok perdületeinek (vektori) összege határozza meg. A teljes perdület értékét jelöljük $I \cdot \hbar$-sal, ahol $I$ az atommag teljes perdületét jellemző kvantumszám. Sok nukleon perdülete elvileg sokféle módon kapcsolódhat össze (az $A$ darab vektorra vonatkozó „háromszög-egyenlőtlenség" által megszabott korlátokon belül). Ebből azonnal következik, hogy páratlan számú nukleont tartalmazó atommag (ahol az $A$ tömegszám páratlan szám) teljes perdület-kvantumszáma is félegész, hiszen akárhogyan is adunk össze (vagy vonunk ki) egymásból páratlan számszor „félegész" számokat, mindig félegészet kapunk. Hasonlóképpen, páros számú nukleont tartalmazó atommag ($A$ páros) teljes perdület-kvantumszáma mindig egész szám vagy 0.

Az atommagok perdületének mért értékei érdekes információkat adnak a magok szerkezetéről. Például, valamennyi (sok száz) ismert, stabil és radioaktív páros-páros atommag (ahol mind a protonok, mind a neutronok száma páros szám) perdülete nulla. Ez arra utal, hogy a protonok és a neutronok között hat egy olyan vonzó pár-kölcsönhatás, amely az éppen ellentétes irányba álló perdületű részecskéket 0 eredő perdületű párokba kapcsolja. A páros-páros összetételű atommagok tehát ilyen 0 perdületű párokból összetettnek gondolhatók. Ebből azonnal következik, hogy a páros-páratlan atommagok eredő perdülete az egyetlen „párosítatlan" nukleontól ered, hiszen a többi nukleonnak van lehetősége 0 perdületű párba kapcsolódni. A páratlan-páratlan atommagok eredő perdülete pedig a két párosítatlan nukleon (egy proton és egy neutron) perdületének összekapcsolódásából ered, ezért a háromszög-egyenlőtlenség miatt: $|j_p - j_n| \leq I \leq j_p + j_n$. Ahol $j_p$ és $j_n$ a párosítatlan proton, ill. neutron teljes perdülete. Ezeket a megállapításokat a 1.1 táblázat foglalja össze.

1.1. táblázat.

| Tömegszám ($A$) | Rendszám ($Z$) | Perdület ($I$) |
|---|---|---|
| páros | páros | Mindig 0 |
| páros | páratlan | Egész (0,1,2,3,4...) |
| páratlan | páratlan vagy páros | Félegész $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2} \ldots\right)$ |

A kvantummechanika szerint egy $I$ teljes perdületű állapot $2I+1$ -féleképpen „állhat be" a térben. Ezt a perdület $z$-tengelyre való vetületét jellemző $I_z$ mágneses kvantumszám írja le: $-I \leq I_z \leq +I$, vagyis $I_z = -I, (-I+1), (-I+2), \ldots (I-2), (I-1), I$. Általában a különféle beállásoknak megfelelő állapotok azonos energiájúak, kivéve, ha valamilyen külső fizikai erőtér (pl. mágneses erőtér) ki nem tüntet egy irányt.

### 1.4.3. Az atommag paritása

A kvantummechanika vezeti be a paritás fogalmát, amely egy állapotnak a tértükrözéssel szemben mutatott viselkedését írja le. (Tértükrözésnek az $\vec{r} \to -\vec{r}$ transzformációt nevezzük.) Két speciális eset van: ha egy állapot a tér tükrözésekor nem változik, azaz $\Psi(-\vec{r}) = \Psi(\vec{r})$, a paritása pozitív ($\pi = +1$), viszont ha előjelet vált a tér tükrözésekor, azaz $\Psi(-\vec{r}) = -\Psi(\vec{r})$, a paritása negatív ($\pi = -1$). Az atommag állapotait (alapállapot, ill. gerjesztett állapotok) kvantummechanikai állapotfüggvénnyel $\Psi(\vec{r})$ írjuk le, és az atommag paritását ennek a függvénynek a paritása adja meg. Magukhoz a részecskékhez is rendelünk paritást: önkényesen a nukleonok paritása +1, ebből már a nukleonrendszerre is megadható az eredő paritás. Ekkor például páratlan tömegszámú atommag esetében $(-1)^l$, ahol $l$ a párosítatlan nukleon keringési perdülete. Páratlan-páratlan atommag esetében a paritás $(-1)^{l_p+l_n}$, azaz a párosítatlan proton és a párosítatlan neutron paritásainak szorzata a pályaperdületekből számítva. A paritást atommagbomlások és atommag-reakciók segítségével kísérletileg is meg lehet határozni. Az atommag-állapot paritását az állapot perdület-kvantumszáma fölé jobbra írt + vagy – jelekkel szoktuk jelezni. Pl. $0^+, 2^-, \frac{1}{2}^+, \frac{5}{2}^-$ stb. Elméletileg nincs közvetlen kapcsolat egy atommag-állapot teljes perdülete és paritása között. Lényegében bármely $I$-hez tartozhat pozitív és negatív paritás is. Mivel a nukleonok spinje $\frac{1}{2}$ és paritásuk pozitív, ezért jelölésük: $\left(\frac{1}{2}\right)^+$.

## 1.5. Az atommagok elektromágneses momentumai

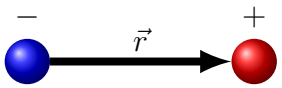
Az atommagok kölcsönhatásba lépnek az elektromágneses mezővel. Ebben a kölcsönhatásban mind a protonok, mind a neutronok részt vesznek. Első pillantásra meglepő a

neutronok részvétele, hiszen a neutronok elektromosan semleges részecskék. A neutronoknak és a protonoknak is van azonban mágneses dipólus-momentuma (azaz apró mágnestűként viselkednek), és ennek a mágneses momentumnak a segítségével a neutronok is részt tudnak venni az elektromágneses kölcsönhatásban. A protonok tehát egyrészt az elektromos mezővel lépnek kölcsönhatásba (elektromos töltésük révén), másrészt pedig a mágneses mezővel - a saját mágneses momentumuk, ill. a „keringésük" folytán létrejött pályamomentumuk révén.

### 1.5.1. Elektromos multipólusok

Az elektromos mező és egy tetszőleges töltéseloszlás kölcsönhatását az elektrodinamika multipólusok segítségével írja le. A legegyszerűbb elektromos multipólusok: az elektromos monopólus, dipólus, kvadrupólus stb. Egyszerű, gömbszimmetrikus töltéseloszlásnak nincsenek magasabb rendű multipólusai, az elektromos mezővel csak monopólus kölcsönhatásba lép. Ez annyit jelent, hogy a kölcsönhatás olyan, mintha a teljes töltés a gömb középpontjában pontszerű töltésként lenne összpontosítva.

A dipólus olyan objektum, amelynek az össztöltése nulla ugyan, de amelyben a pozitív és a negatív töltések súlypontja nem esik egybe. A dipólus jellemzője a dipólmomentum-vektor. Ennek értéke $\vec{d} = q \cdot \vec{r}$, ahol $q$ a szétvált töltések nagysága, $\vec{r}$ pedig az őket összekötő vektor (ld. 1.8 ábra)




1.8. ábra. Elektromos dipólus

A dipólmomentum ilyen bevezetése bár egyszerű, de feltételezi, hogy pontszerű töltések válnak szét $r$ távolságra. Egy töltéseloszlás dipólmomentumát a következő kifejezés adja meg:

$$\vec{d} = \int (\vec{r} - \vec{r}_0) \cdot \rho(\vec{r}) \cdot d^3\vec{r}, \tag{1.27}$$

ahol $\vec{r}_0$ a töltéseloszlás tömegközéppontjához mutató vektor.

Érdekes következtetést vonhatunk le az atommagok dipólus-momentumára az atommagok paritása alapján. A 1.4.3 szakaszban láttuk, hogy az atommag paritása jól meghatározott, azaz $\Psi(-\vec{r}) = \pm\Psi(\vec{r})$. Ebből következik, hogy

$$|\Psi(-\vec{r})|^2 = |\Psi(\vec{r})|^2 = \rho(\vec{r}), \tag{1.28}$$

azaz az atommag anyageloszlása (és töltéseloszlása) a koordinátarendszer tengelyeire nézve szimmetrikus. Emiatt minden atommag elektromos dipólus-momentuma alapállapotban nulla.

Fogalmazzuk ezt meg általánosan is! Valamely multipólus-operátort jelöljünk $Q$-val. Ekkor a megfelelő multipólus várható értéke:

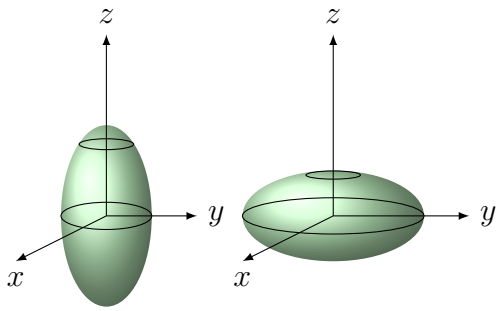
$$\langle Q \rangle = \int \Psi^* Q \Psi \cdot d^3\vec{r}. \tag{1.29}$$

Ha az integrál alatt álló kifejezés eredő paritása negatív, akkor az integrál azonosan eltűnik, hiszen a teljes térre való integráláskor minden pozitív járulékhoz ugyanakkora negatív járulék adódik hozzá az ellenkező térfélen. Az integrál alatt álló függvény paritását egyedül a $Q$ operátor határozza meg, hiszen az állapotfüggvény kétszer szerepel, ezért ezek együttesen mindig szimmetrikus (pozitív paritású) kombinációt adnak, mivel $\Psi(-\vec{r}) = \pm\Psi(\vec{r})$. Ebből az következik, hogy minden negatív paritású operátor várható értéke nulla! Az elektrodinamika multipólus-sorfejtése szerint az elektromos multipólusok paritása $(-1)^L$, a mágneses multipólusok paritása pedig $(-1)^{L+1}$, ahol $L$ a multipólus rendje (pl. dipólus esetén $L = 1$, kvadrupólus esetén $L = 2$ stb.).

Általánosságban is kimondhatjuk tehát, hogy az atommagok páratlan rendű elektromos multipólusai (elektromos dipólus, oktupólus, stb.), valamint páros rendű mágneses multipólusai (mágneses monopólus, kvadrupólus stb.) valamennyien nullák.

A két legkisebb rendű, el nem tűnő multipólus tehát az elektromos kvadrupólus és a mágneses dipólus. Ezekkel foglalkozunk most kicsit részletesebben.

A **kvadrupólus** egy tengely-szimmetrikusan deformált töltéseloszlást jellemez (forgási ellipszoid). A kvadrupólus-momentumot általában egy tenzorral lehet leírni, de ha a koordinátarendszerünk $z$-tengelyét a forgástengely irányába vesszük fel, akkor egyetlen paraméterrel, a szimmetriatengely-irányú és az arra merőleges tengelyek arányával is jellemezhető. Gömbszimmetrikus töltéseloszlás kvadrupólus-momentuma nulla, a szivar alakú deformációé pozitív, a „diszkosz"-alakúé pedig negatív. (ld. 1.9 ábra)




1.9. ábra. Elektromos kvadrupólus

Egy $\rho(r, \theta)$ sűrűségeloszlás kvadrupólus momentumát a következőképpen lehet meg-

határozni:

$$Q = \int_0^{\infty} \int_0^{\pi} \rho(r,\theta) \cdot \left[r^2 \left(3\cos^2\theta - 1\right)\right] \sin\theta \cdot d\theta \cdot r^2 \cdot dr \tag{1.30}$$

Ha ide $\rho(r,\theta)$ helyére a nukleonsűrűség eloszlását írjuk be, amelynek mértékegysége $\frac{1}{\mathrm{m}^3}$, akkor a kvadrupólus momentum mértékegységére $\mathrm{m}^2$-t kapunk. A magfizikában ehelyett egy sokkal kisebb felületegységet szokásos használni, a barnt. $1\ \mathrm{b} = 10^{-28}\mathrm{m}^2$. (A barnt a hatáskeresztmetszet mértékegységeként vezették be először, és ma is használjuk annak a leírására.)

Az elektromos kvadrupólmomentum kiszámításakor $\rho(r,\theta)$ helyére az elektromos töltéssűrűséget kell beírni. Ennek mértékegysége $\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}^3}$, ezért az elektromos kvadrupólmomentum mértékegysége $C \cdot \mathrm{m}^2$, illetve $\mathrm{C} \cdot \mathrm{b}$ (Coulomb·barn).

A stabil atommagok között vannak alapállapotban is deformált, pozitív és negatív kvadrupólus-momentumú atommagok is. Az ilyen atommagokat különösen könnyen lehet forgásra gerjeszteni.

### 1.5.2. Mágneses dipólus-momentum

A klasszikus fizikában egy apró köráram mágneses dipólus momentumot hoz létre: $\mu = I \cdot A$ , ahol $I$ az áramerősség, és $A$ pedig annak a körnek a területe, amelynek kerületén a köráram körbefolyik. A mágneses momentum vektor a „jobbkéz-szabálynak" megfelelően merőleges lesz a kör felületére. Az abszolút értékét a következő gondolatmenettel határozhatjuk meg. Ha egy $e$ elemi töltésnyi pozitív töltés $T$ keringési idővel szalad körbe egy $r$ sugarú kör kerülete mentén, akkor az áramerősség:$I = \frac{e}{T}$, és $\mu = \frac{e \cdot r^2\pi}{T}$. Alakítsuk ezt át egy kicsit:

$$\mu = \frac{e}{2M} \cdot r \cdot \left(M \cdot \frac{2r\pi}{T}\right) = \frac{e}{2M} \cdot r \cdot Mv, \tag{1.31}$$

hiszen a $\frac{2r\pi}{T}$ kifejezés éppen a kerületi sebesség. Legyen $L = r \cdot Mv$ a klasszikus perdület (impulzusmomentum) abszolút értéke. Így kapjuk: $\mu = \frac{e}{2M} \cdot |L|$.

A mágneses momentum tehát szoros kapcsolatban van a perdülettel. A fenti meggondolást egy pozitív elektromos töltésű, körpályán keringő részecskére elvégezve látható, hogy ez az egyenlet nemcsak abszolút értékre, hanem a vektorok irányára is kiterjeszthető (a perdületvektor ugyancsak merőleges a keringési síkra, és iránya a „jobbkéz-szabály" alapján határozható meg), azaz

$$\vec{\mu} = \frac{e}{2M}\vec{L} \tag{1.32}$$

A kvantummechanikában a perdület kvantált, és $L = \hbar \cdot \ell$ , ahol $\ell = 0, 1, 2, 3...$ , a pályamomentumra jellemző kvantumszám. Továbbá, a perdület „irányát" azzal írja le a

kvantummechanika, hogy megadja a perdület $z$-tengely irányú komponensét. $L_z = \hbar \cdot m_\ell$, ahol $-\ell \leqq m_\ell \leqq \ell$ , azaz az $m_\ell$ mágneses kvantumszám $2\ell+1$-féle értéket vehet fel. Mivel klasszikusan a mágneses momentum a perdületvektorhoz kötődik, kvantummechanikailag is a perdülethez hasonlóan fog viselkedni, azaz az „irányát" a $z$-tengely irányú vetülete fogja meghatározni. Ennek alapján kapjuk a mágneses momentum $z$-komponensének kifejezését:

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2M}\ell_m \tag{1.33}$$

Mágneses momentumon definíció szerint a vetület lehetséges maximális értékét értjük, azaz

$$\mu = \frac{e\hbar}{2M}\ell \tag{1.34}$$

Az $\dfrac{e\hbar}{2M}$ mennyiséget magnetonnak nevezzük. Az atomfizikában a nevezőbe az elektron tömege kerül, így kapjuk a Bohr-magnetont, melynek értéke: $\mu_B = 5,7884 \cdot 10^{-5}\dfrac{\text{eV}}{\text{T}}$. A magfizikában a nevezőbe a proton tömegét kell írjuk, ekkor kapjuk a mag-magnetont. Ennek értéke tehát kb. 2000-szer kisebb, mint a Bohr-magnetoné: $\mu_N = 3,1525 \cdot 10^{-8}\dfrac{\text{eV}}{\text{T}}$. A mag-magneton a magfizikai mágneses momentumok természetes egysége.

Látható, hogy az atomfizikai mágneses momentumok több, mint három nagyságrenddel nagyobbak, mint a magfizikaiak, ezért – néhány különleges kivételtől eltekintve – a természetben található mágneses jelenségeket (pl. ferromágnesség stb) az elektronoktól származó mágneses momentumok okozzák.

A mágneses momentumok nem feltétlenül egész számú többszörösei a mag-magnetonnak, ezért a (1.34) egyenletet általánosítva a következőképpen szokás felírni:

$$\mu_\ell = g_\ell \cdot \ell \cdot \mu_N \tag{1.35}$$

Az itt bevezetett $g_\ell$-faktor (giromágneses faktor) a nukleonok „keringéséhez" kapcsolódó mágneses momentumot írja le. A protonra, amelynek egységnyi pozitív töltése van $g_\ell = 1$, a neutronra pedig $g_\ell = 0$, hiszen a neutronnak nincs elektromos töltése. Az atommag mágneses momentumát azonban nemcsak az atommagban lévő elektromos töltések „keringése" okozza, hanem az is, hogy a protonnak és a neutronnak van saját mágneses momentuma is! Ezért a protonok és a neutronok a pályamozgástól függetlenül is hozzájárulnak az eredő mágneses momentum kialakításához. Ezeket a mágneses momentumokat a (1.35) egyenlet mintájára a részecskék saját perdületéhez (spinjéhez) kötjük.

$$\mu_s = g_s \cdot s \cdot \mu_N \tag{1.36}$$

Természetesen, $s = \dfrac{1}{2}$ protonokra, neutronokra (sőt még elektronokra is). Az elektronok $g_s$-faktorára a relativisztikus kvantummechanika Dirac-egyenlete pontosan $g_s = 2$

értéket ad. (Pontos mérések szerint a mért érték: $g_s = 2,0023$, ami nagyon jó egyezésnek tekinthető. Az elméleti értéktől való kis eltérést a kvantum-elektrodinamika meg is magyarázza, így az elektron esetében az elmélet és a kísérlet összhangja teljes.) A proton és a neutron esetében azonban az elméleti $g_s = 2$ érték és a kísérletileg mért értékek nagyon messze esnek egymástól (lásd 1.2 táblázat).

1.2. táblázat.

| részecske | $g_s$ |
|---|---|
| proton | $5,5856912 \pm 0,0000022$ |
| neutron | $-3,8260837 \pm 0,0000018$ |

Nemcsak, hogy a proton esik messze az elméleti $g_s = 2$ értéktől, de a semleges neutronnak is nullától különböző mágneses momentuma van (a negatív előjel azt mutatja, hogy a mágneses momentum-vektor a perdületvektorral éppen ellentétes irányba mutat)! A fizika történetében ez volt az első olyan tény, amely arra utalt, hogy a protonnak és a neutronnak talán belső szerkezete lehet! Dirac még a nukleonokat körüllengő $\pi$-mezonok felhőjével próbálta magyarázni a proton és a neutron különleges mágneses momentumát. Ma már a protonokat és neutronokat összetevő kvarkokban keressük a magyarázatot.

### 1.5.3. Mag mágneses rezonancia (nuclear magnetic resonance, NMR)

Elektrodinamikából ismert, hogy egy $\vec{\mu}$ mágneses momentumnak $\vec{B}$ homogén mágneses mezőben

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \tag{1.37}$$

kölcsönhatási energiája van. Vegyük fel koordinátarendszerünk $z$-tengelyét a mágneses mező irányában. Ekkor kapjuk, hogy

$$E = -\mu_z \cdot B, \tag{1.38}$$

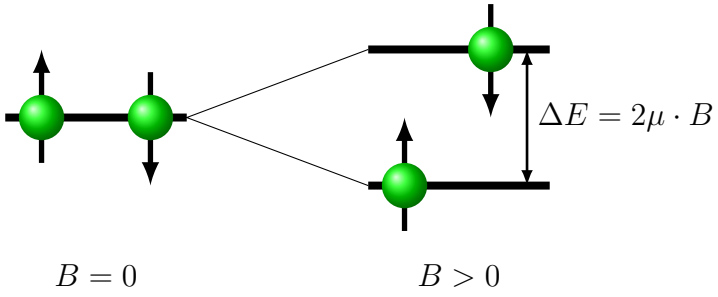
azaz a mágneses momentum $z$-tengely irányú vetülete és a mágneses mező abszolút értékének a szorzata.

1.33 szerint azonban a mágneses momentum $z$-komponense az állapot mágneses kvantumszámával kifejezhető (éppen ezért hívják „mágneses” kvantumszámnak):

$$\mu_z = \frac{e\hbar}{2M} \cdot m_\ell = m_\ell \cdot \mu_N. \tag{1.39}$$

Vegyünk példaként feles spinű protonokat, amelyek mágneses momentumának abszolút értéke: $\mu = g_s \cdot s \cdot \mu_N = 5,5856912 \cdot \frac{1}{2}\mu_N = 2,7928456 \cdot \mu_N$. A kvantummechanika szerint $\frac{1}{2}$ spinű részecskék perdülete kétféleképpen állhat be egy kijelölt irányhoz (pl. a $z$-tengelyhez) képest: vagy annak irányába mutat $\left(s_z = +\frac{1}{2}\right)$, vagy pedig azzal ellentétes irányba $\left(s_z = -\frac{1}{2}\right)$. Ezért a proton mágneses momentumának a $z$-komponense is kétféle lehet: $+\mu$, vagy $-\mu$. Természetesen, ez a kétféle „beállás" különböző kölcsönhatási energiákat is jelent a mágneses térrel, amelyek energiakülönbsége (ld. 1.10 ábra) :

$$\Delta E = 2\mu \cdot B. \tag{1.40}$$




1.10. ábra.

Sok protont tartalmazó anyagot mágneses térbe helyezve azt várnánk, hogy a protonok mágneses momentuma „beáll" a tér irányába, azaz valamennyi proton az alacsonyabb energiájú állapotba kerül. Ez azonban csak abszolút nulla fokon lenne így. A statisztikus fizika szerint az alacsonyabb és a magasabb energiájú állapotok betöltöttsége közötti arányt termikus egyensúlyban a Boltzmann-faktor adja meg: $\frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$.

Példaként vegyünk egy közepes térerősséget $B = 1$ T, ezzel (1.40) alapján $\Delta E = 2\mu \cdot B = 2 \cdot 2,79 \cdot 3,15 \cdot 10^{-8} = 1,758 \cdot 10^{-7}$eV. Tudván, hogy szobahőmérsékleten $kT \approx 2,5 \cdot 10^{-2}$eV , a Boltzmann-faktor kitevőjében $10^{-5}$ nagyságrendű kis szám áll. Ez azt jelenti, hogy a betöltöttségekben roppant kis különbség lesz szobahőmérsékleten. Bár ez a különbség nagyon kicsiny, abszolút értékben mégis azt jelenti, hogy pl. $10^{23}$ protonból kb. $10^{18}$-nal többen lesznek átlagosan az alacsonyabb energiaszinten, mint a magasabbon. Helyezzük most ezt a rendszert olyan frekvenciájú elektromágneses mezőbe, amelyre

$$h \cdot f = \Delta E = 2\mu \cdot B. \tag{1.41}$$

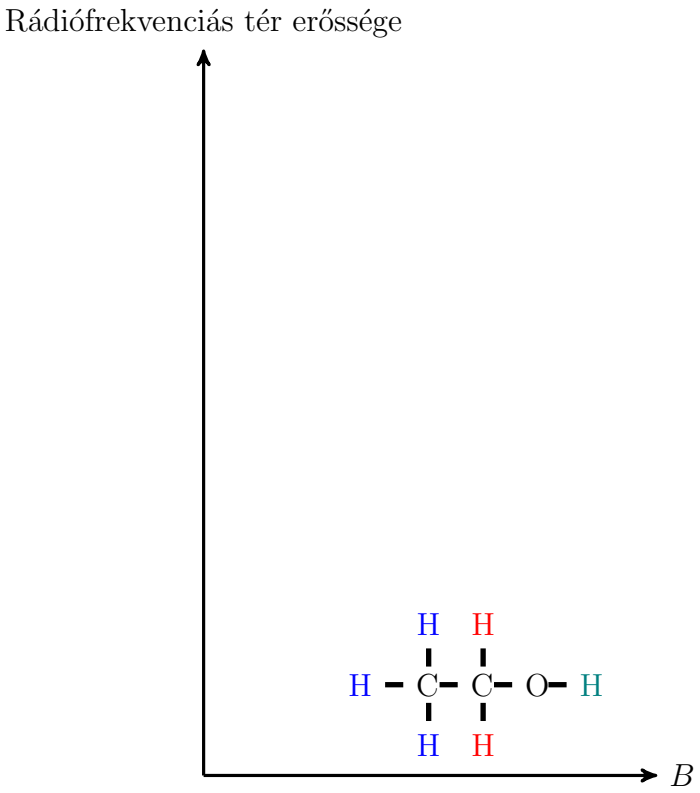
Az alacsonyabb energiájú szinten lévő protonok energiát tudnak fölvenni az elektromágneses mezőből, „átfordul" a mágneses momentumuk, és a magasabb energiájú állapotba kerülnek. Természetesen, a magasabb energiaszinten lévő protonok pedig indukált emisszióval le is adhatnak energiát az elektromágneses mezőnek, és az alacsonyabb szintre kerülnek. Ennek a két folyamatnak a valószínűsége – Einstein szerint – megegyezik. Mivel azonban az alacsonyabb energiaszinten kezdetben valamivel több proton van, ezért eredőben a minta energiát nyel el (abszorbeál) az elektromágneses mezőből – legalábbis kezdetben. Hamarosan új egyensúlyi állapot alakul ki, és a minta tovább már nem nyel el. Ez lenne a helyzet, ha egymástól teljesen független részecskékből álló „protongázzal" végeznénk a kísérletet. Általában azonban a protonok valamilyen anyagban vannak, és kölcsönhatásban állnak a környezetükkel. Ezért a magasabb energiaszinten lévő protonok a többlet-energiájukat át tudják adni annak az anyagi környezetnek, amelyben vannak. Ez a folyamatot nevezzük spin-rács relaxációnak. Emiatt a magasabb energiaszinten lévő protonok számát nemcsak az indukált emisszió csökkenti, hanem ezek a relaxációs folyamatok is. Az új egyensúly tehát úgy fog kialakulni, hogy időegység alatt annyival több elnyelés következik be mint indukált emisszió, amennyi a veszteség a felső energiaszinttől a relaxáció miatt. Röviden: a minta *folyamatosan nyel el energiát az elektromágneses mezőből*, ha teljesül a (1.41) rezonancia-feltétel. Ha a gerjesztő elektromágneses mezőt megszüntetjük, a régi egyensúly áll vissza az energiaszintek betöltöttségében. Ilyenkor a minta rövid ideig „visszasugároz", sugárzást bocsát ki. A felsőbb energiaszintről visszaugró protonok olyan frekvenciájú elektromágneses fotonokat bocsátanak ki, amelyekre a (1.41) rezonanciafeltétel teljesül. A rezonanciához szükséges frekvencia (1.41)-ből – $\Delta E$ ismeretében – kiszámítható. Közepes erősségű mágneses mezők esetén ez a frekvencia a rádióhullámok frekvenciájának nagyságrendjébe esik (a fenti példában, ahol $\Delta E = 1,758 \cdot 10^{-7}$eV, ebből $f = 42,45$ MHz adódik).

Ennek a módszernek nagy gyakorlati jelentősége is van. Itt két alkalmazást említünk.

### Kémiai szerkezetvizsgálat mag-mágneses rezonanciával

A (1.41) rezonanciafeltételben szereplő $B$ mágneses mező értelemszerűen a proton helyén lévő mágneses mezőt jelenti. Ez viszont nemcsak az anyagra kívülről adott mágneses tértől, hanem attól a molekuláris környezettől is függ, amelyben a proton van. Emiatt különböző molekuláris környezetben lévő protonokra a külső mágneses mező különböző értékeinél áll fenn a rezonanciafeltétel (azonos gerjesztő frekvencia mellett). Változtassuk tehát lassan a homogén mágneses mezőt, és vizsgáljuk a minta abszorpcióját a mágneses mező függvényében. A 1.11 ábra mutatja, hogy milyen abszorpciót várhatunk pl. az etilalkohol protonjaitól.

A $CH_3$-$CH_2$-OH etilalkohol molekulában 3 proton van a metil-csoportban ($CH_3$), két proton van a középső szénatomhoz kapcsolódva, és egy proton pedig az OH gyökben. Ez három különböző molekuláris környezetet jelent. Emiatt a rezonancia-feltétel is három, kismértékben különböző mágneses tér esetén teljesül. Az abszorpciós vonalak intenzitá-




1.11. ábra. Etilalkohol molekula NMR jele

sából még a három helyzetben lévő protonok relatív számára is lehet következtetni. Mit ez az egyszerű példa is mutatja, a mag-mágneses rezonancia kémiai szerkezetvizsgálat fontos eszköze.

### Orvosi alkalmazás (képalkotás mágneses rezonanciával, magnetic resonance imaging, MRI)

Az emberi szervezet molekuláiban igen sok proton található. A protonsűrűség függ az illető szövet típusától és egyéb állapotától is. A daganatos, burjánzó szövetek sűrűbbek, ezért ott nagyobb a protonsűrűség is. A mágneses rezonancia tomográfia (MRI) olyan vizsgálati eljárás, amikor a beteget időben állandó, de térben inhomogén mágneses mezőbe helyezik, és rádiófrekvenciás elektromágneses hullámokkal gerjesztik a protonokat (ld. 1.12 ábra). A térbeli inhomogenitás miatt egy adott pillanatban csak a test egy kis térfogatelemében van éppen akkora mágneses mező, hogy fennálljon a rezonancia-feltétel. Abból a kis térrészből kapott rezonanciajel annak a térrésznek a protonjaira (sűrűség, relaxáció stb.) ad felvilágosítást. A mágneses tér lassú változtatásával a rezonancia-

feltétellel végig lehet pásztázni a test többi kis térfogatelemét is, és így akár az egész testről három dimenzióban felvételt lehet készíteni. A kapott információkat számítógép tárolja el, és az orvos kívánsága szerinti rétegfelvétellé állítja össze. Az MRI tomográfok részletes működésére itt nem térhetünk ki, de megjegyezzük, hogy nagyon nagy előnye a vizsgálatnak, hogy jelenlegi tudásunk szerint sem a sztatikus mágneses mezőnek, sem pedig a rádióhullámoknak nincs semmilyen káros hatása az egészségre. Ez nem mondható el sok egyéb vizsgálati módról (pl. Röntgen-felvétel, Röntgen-tomográfia (CT), vagy izotópos vizsgálatok).

1.12. ábra. Mágneses rezonancia képalkotó készülék (MRI) [6]

## 1.6. Az atommag stabilitása, tömeghiány, kötési energia

A jelenleg ismert több mint 2000 atommag két nagy csoportra osztható: a stabil atommagok és a radioaktív atommagok csoportjára. Stabilnak nevezzük azokat az atommagokat, amelyek nem bomlanak el, pontosabban amelyek élettartama olyan hosszú, hogy a jelenlegi eszközeinkkel nem tudjuk a bomlásukat kimutatni (például a proton élettartamáról jelenleg annyi tudunk csak, hogy nagyobb, mint $10^{32}$ év); radioaktívak pedig azok, amelyek rövidebb-hosszabb idő alatt kimutathatóan elbomlanak.

Az atommagok kötött nukleon-rendszerek, és csak bizonyos kötési energia befektetésével bonthatók szét. Mivel ez az energia nem áll rendelkezésre, ez akadályozza meg, hogy az atommagok a létrejöttük után azonnal szétessenek összetevőikre.

**1.2. Definíció** *Kötési energia: Egy részecske kötési energiáján azt az energiát értjük, amit ahhoz kell befektetni, hogy az adott részecskét a kötésből kiszakítsuk, és onnan végtelen távolra vigyük.*

**1.3. Definíció** *Az atommag kötési energiája az az energia, amit ahhoz kell befektetni, hogy az atommagot teljesen szétbontsuk alkotóelemeire (protonokra és neutronokra), és ezeket egymástól végtelen távolra elvigyük.*

### 1.6.1. Tömeghiány

Egy atommag tömege kisebb, mint az őt alkotó protonok és neutronok tömegének összege (lásd még korábban is, 1.17).

$$M\left(A,Z\right) = Z \cdot m_{proton} + \left(A-Z\right) \cdot m_{neutron} - \Delta M \tag{1.42}$$

A $\Delta M$ különbség - a *tömeghiány*, vagy régiesebb, idegen szóhasználattal *tömegdefektus* - abból adódik, hogy az atommagban lévő részecskék kötött állapotban vannak, és onnan a részecskéket kiszabadítani csak a kötési energia befektetésével lehet. Ezért a tömeghiány és a kötési energia szoros kapcsolatban állnak egymással az Einstein-féle összefüggésnek megfelelően:

$$B = \Delta M \cdot c^2 \tag{1.43}$$

Egy $Z$ rendszámú és $A$ tömegszámú atommag tömeghiánya a 1.42 képlet alapján:

$$\Delta M = \left(Z \cdot M_{proton} + \left(A-Z\right) \cdot M_{neutron} - M\left(A,Z\right)\right) = \frac{B}{c^2} \tag{1.44}$$

ahol $B$ az illető atommag teljes kötési energiája.

Egy a + b → c + d atommag-reakció végén a résztvevő részecskék tömegének valamely része mozgási energia formájában is megjelenhet, ezért a reakció végén a részecskék (nyugalmi) tömegének összege akár kisebb is lehet, mint a reakció elején. Ezt is tömeghiánynak, vagy tömegdefektusnak szokás nevezni. Ebben az esetben, természetesen

$$\Delta M = \left(M_a + M_b\right) - \left(M_c + M_d\right) \tag{1.45}$$

### 1.6.2. Energia és kötési energia

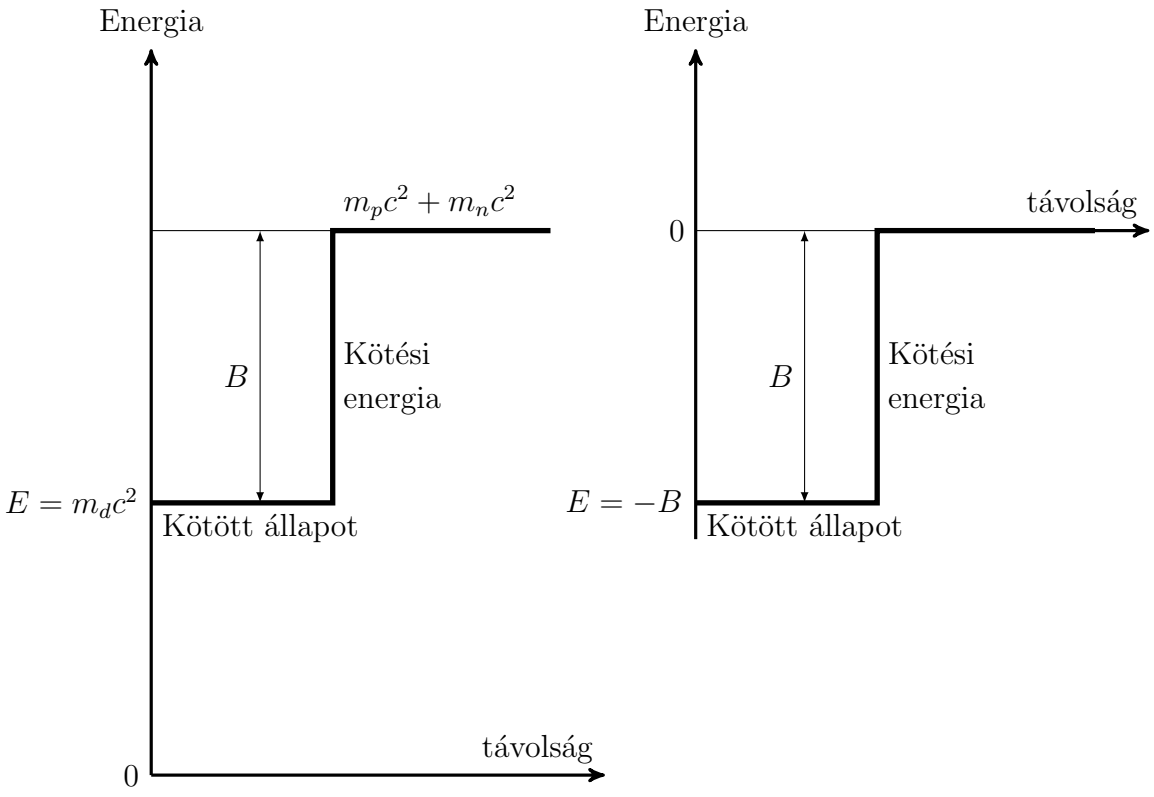
Fontos megkülönböztetnünk az energiát a kötési energiától. Egy rendszer teljes energiáját az Einstein-féle $E = m \cdot c^2$ képlet alapján a rendszer tömegének ismeretében lehet

megadni. Itt az energiaskála nullpontja a tömeg- és energia nélküli, „anyagmentes” állapot. Ezen a skálán minden létező rendszer energiája pozitív.

Tekintsünk példaként egy egyszerű atommagot, a deuteront! Ennek a teljes energiája a tömegével kifejezhető: $E_d = M_d \cdot c^2$. Bontsuk szét ezt egy protonra és egy neutronra, és a két részecskét vigyük olyan távol, hogy már ne álljanak egymással kölcsönhatásban! A második rendszer teljes energiája tehát: $E = m_p \cdot c^2 + m_n \cdot c^2$. A szétbontáshoz $B$ energiát kellett befektetni, tehát magasabb energiájú állapotot kapunk:

$$m_p \cdot c^2 + m_n \cdot c^2 = m_d \cdot c^2 + B \tag{1.46}$$

Ezeket a viszonyokat mutatja a 1.13 ábra bal oldala.




1.13. ábra. Energia és kötési energia

Gyakran azonban csak az az energia*változás* érdekel minket, amely egy kötött rendszer létrejöttekor történik. Ilyenkor - megállapodás szerint - ott vesszük fel a rendszer energiájának a nulla szintjét, amikor a rendszer elemei még végtelen távol vannak egymástól, azaz nincsenek kötésben (1.13 ábra jobb oldala). Amikor létrejön a kötés, a rendszer mélyebb energiájú állapotba kerül, tehát ilyen nullapont választása mellett az

energiája negatív lesz ($E < 0$). Ahhoz, hogy onnan kihozzuk – a kötést megszüntessük –, pozitív energiát ($B$) kell befektessünk. Ezt a pozitív energiát nevezzük kötési energiának. Más szóval $B = -E$. A kötési energia tehát pozitív, a kötött rendszer energiája viszont negatív.

## 1.7. Feladatok

**Feladat 1.1..** (Mintafeladat) Mutassuk meg, hogy a hidrogénatom Thomson-féle atommodelljében az „atomi" anyag középpontjában ülő elektront fogva tartó elektromos erő olyan, mintha „rugalmas" erő tartaná ott. Mekkora ennek a képzeletbeli rugónak a direkciós ereje ?

*Adatok:* Az elektron töltése: $1,6 \cdot 10^{-19}$C, a H-atom sugara: $0,529 \cdot 10^{-10}$m.

**Megoldás 1.1.** A $Q$ töltésre ható erő a $Q$ töltés és az $\vec{E}$ térerősség szorzata. Legyen a kiszemelt töltés $r$ távolságra a középponttól. Mivel gömbszimmetria van, a térerősség csak az $r$ távolság abszolút értékétől függ. Gauss tétele szerint ha egy zárt felülettel körbeveszünk $q$ töltést, és a zárt felület minden pontjában megmérjük és összeadjuk a térerősségnek a felületre merőleges komponenseit, akkor éppen a zárt felületen belül lévő $q$ töltés $\frac{1}{\epsilon_0}$-szorosát kapjuk. Képletben: $\oint \vec{E} d\vec{F} = \frac{1}{\epsilon_0} q$. Most a zárt felületünk gömb, amelynek minden pontjában ugyanakkora a térerősség, ezért ez kiemelhető az összegzés alól. A felületre való összegzéskor pedig éppen a gömb felszínét kapjuk. Ezért Gauss tétele alapján: $E(r) \cdot 4\pi r = \frac{1}{\epsilon_0} \cdot q$. Ebből kapjuk: $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$. Ez a gömbön kívül az elektrosztatikában jól ismert összefüggést adja, hiszen ott a teljes töltés mindig a felületen belül van, azaz $q = Q_n$. Más a helyzet a gömbön belül. Ekkor a teljes töltésnek csak egy hányada esik a „körbevevő" gömbön belülre, mégpedig akkora hányada, amekkora a kis gömb térfogatának az aránya a nagy gömbéhez. Azaz $q = Q_n \cdot \frac{r^3}{R^3}$. A térerősség tehát az „atomon" belül: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot Q_n \cdot \frac{r^3}{R^3} = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q_n}{R^3} \right) \cdot r = D^* \cdot r$. A $Q$ töltésre ható erő pedig $F = E \cdot Q$, azaz végeredményben $F = D \cdot r$, ahol $D = d^* \cdot Q = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q_n}{R^3}$ egy konstans.

Mivel az elektron $Q = -e$ töltése negatív, így végeredményben $F = -D \cdot r$ adódik. A negatív előjel azt jelenti, hogy a Thomson-atomban a pozitív töltésű anyag visszafelé vonzza a középpontból kitérített elektront. Látható, hogy a visszatérítő erő egyenesen arányos az elektronnak a középponttól (az egyensúlyi helyzettől) mért távolságával, ezért ez ugyanolyan erő, mint amilyet a klasszikus fizikában egy rugó gyakorol a kitérített testre.

Az így kapott képzeletbeli rugó „direkciós ereje" is kiszámítható: $D = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q \cdot Q_n}{R^3}$.

A hidrogénatomra $|Q| = Q_n = 1,6 \cdot 10^{-19}$C, $R = 0,529 \cdot 10^{-10}$m, és $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ amiből behelyettesítés után kapjuk: $D = 1556,38$N/m.

**Feladat 1.2..** Határozzuk meg a Thomson-féle atommodell alapján, hogy mekkora a hidrogénatom ionizációs energiája?

*Adatok:* Az elektron töltése: $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, a H-atom sugara:$0,529 \cdot 10^{-10}$ m.

**Feladat 1.3..** Mekkora lenne a rezgésszáma a Thomson-féle atommodell alapján a H-atom elektronjának, ha kissé kitérítenénk a középponti helyzetéből?

*Adatok:* A H-atom sugara: $0,529 \cdot 10^{-10}$ m, az elektron tömege: $0,911 \cdot 10^{-30}$ kg.

**Feladat 1.4..** Az arany atomsúlyának és sűrűségének ismeretében adjunk becslést az aranyatomok sugarára!

*Adatok:* az arany atomsúlya 197, sűrűsége pedig 19320 kg/m$^3$.

**Feladat 1.5..** Határozzuk meg, mekkora lehetett annak a gamma-fotonnak az energiája, amely a ködkamrában lévő $^{14}$N atommaggal egyenesen ütközve annak $E_N = 2 \cdot 10^{-13}$ J energiát adott át.

*Adatok:* a $^{14}$N atommag tömegét vegyük 14 atomi tömegegységnek. Egy atomi tömegegység $= 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

**Feladat 1.6..** Ismeretlen tömegű és energiájú részecskék sugározzák be a ködkamrában lévő gázt. Két mérésből határozzuk meg az ismeretlen részecske tömegét és mozgási energiáját! Mindkét esetben olyan ütközést analizálunk, ahol a részecske pontosan 180 fokban visszafelé szóródott, azaz a meglökött gáz-atommag a részecske beesési irányában haladt tovább. Az első kísérletben $^4$He-gáz volt a ködkamra töltőgáza, a második kísérletben $^{14}$N. Az első kísérletben a meglökött He atommag energiája $E_{He} = 0,512 \cdot 10^{-12}$ J, a második kísérletben pedig a $^{14}$N atommag $E_N = 0,2 \cdot 10^{-12}$ J energiával lökődött meg.

*Adatok:* vegyük a He atommag tömegét 4 atomi tömegegységnek, a $^{14}$N atommag tömegét pedig 14 atomi tömegegységnek. Egy atomi tömegegység $= 1,66 \cdot 10^{-27}$ kg.

## Feladatok megoldása

**Megoldás 1.2.** A teljes energia két részből áll: először ki kell vinnünk az elektront az atom felszínére (az ehhez szükséges energiát a 1.1. Feladat alapján meghatározhatjuk), majd innen el kell vinni az elektront a „végtelenbe” (az ehhez szükséges energia a Coulomb-törvény alapján adódik). Végeredményben kapjuk: $E = 6,52 \cdot 10^{-18}$ J. Ezt összehasonlítva a ténylegesen mért $2,2 \cdot 10^{-18}$ J ionizációs energiával látható, hogy nagyságrendileg jó az egyezés, azonban mintegy háromszoros értéket kaptunk. Természetesen,

J.J Thomson még csak hozzávetőlegesen ismerte a H-atom sugarát, ezért már a nagyságrendi egyezés is igen jó eredménynek számított. A kérdést fordítva is fel lehet tenni: mekkora lehet a H-atom sugara, hogy a helyes ionizációs energia értéket megkapjuk? Az előzőekhez teljesen hasonló gondolatmenettel $R \approx 1,57 \cdot 10^{-10}$ m adódik, ami, természetesen, ugyancsak a helyes nagyságrend, ezért Thomsonnak nem okozott meglepetést.

**Megoldás 1.3.** A 1.1. Feladat megoldása szerint az elektront a H-atom belsejében „rugalmas" erő köti, amelynek „direkciós ereje" $D = 1556,38$ N/m. A klasszikus fizika szerint egy $m$ tömegű rezgő rendszer frekvenciája: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$. Behelyettesítve a megadott értékeket azt kapjuk, hogy : $f = 6,58 \cdot 10^{15}$ Hz. Egy ilyen frekvenciával rezgő elektron miniatűr „antennaként" ilyen frekvenciájú elektromágneses sugárzást, fényt fog kibocsátani. Összehasonlítva ezt a Balmer-sorozat legnagyobb frekvenciájú tagjával ($2,42 \cdot 10^{15}$ Hz) látjuk, hogy meglepően jó nagyságrendi egyezést kapunk. Ha pedig a H-atom sugarára (amelyet Thomson még nem ismerhetett pontosan) $1,02 \cdot 10^{-10}$ m-t vennénk, akkor a frekvenciára $2,43 \cdot 10^{15}$ Hz jönne ki, ami teljesen összefér a kísérletileg mért értékkel.

**Megoldás 1.4.** Az arany atomjának a méretére abból kaphatunk becslést, ha megvizsgáljuk, hogy egyetlen aranyatomot mekkora kockába lehetne elhelyezni. Az arany atomsúlya 197, azaz 0,197 kg aranyban van $6 \cdot 10^{23}$ (mólnyi mennyiségű) atom. Az arany sűrűsége 19320 kg/m$^3$. Mólnyi mennyiségű arany térfogata tehát $0,197/19320 \approx 10^{-5}$m$^3$. Egyetlen arany atomra jutó térfogat tehát: $V = \frac{10^{-5}}{6 \cdot 10^{23}} \approx 16 \cdot 10^{-30}$m$^3$. Ekkora tehát annak a „kockának" a térfogata, amibe egyetlen arany atomot bele lehet tenni. A kocka éle - az arany atom átmérője - ennek a köbgyöke, azaz: $2R = 2,57 \cdot 10^{-10}$ m. Végül az arany atom sugara: $R = 1,29 \cdot 10^{-10}$ m.

**Megoldás 1.5.** $E = 2,89 \cdot 10^{-9}$ J. Ez legalább ezerszer akkora, mint a magfizikában szokásos gamma-energiák.

**Megoldás 1.6.** $m = 1,68 \cdot 10^{-27}$ kg, és $E = 7,96 \cdot 10^{-13}$ J.

# 2. fejezet

# Modellek az atommag leírására

Az atomok és az atomi elektronállapotok leírására a kvantummechanikai atommodell nagyon sok sikert könyvelhet el. A sok elektront tartalmazó atomoknál problémát és komplikációt okoz ugyan az elektronok egymás közötti kölcsönhatásának a figyelembevétele, ám a központi, (majdnem) pontszerűnek tekinthető atommag által létrehozott centrális Coulomb-potenciál elsődleges hatása mellett az elektronok egymás közötti kölcsönhatása általában perturbációszámítással elég jó közelítéssel figyelembe vehető.

Egészen más a helyzet az atommagoknál. Itt nincsen egy központi mag, ami elsődleges rendezőként megszabná a nukleonok mozgását. Itt csak a nukleonok egymás közötti kölcsönhatása hozza létre a kötést. Emiatt egy sok nukleont tartalmazó rendszer esetén a kölcsönhatások száma rohamosan nő (még akkor is, ha csak két-test kölcsönhatásokat feltételezünk), és ez roppant nehézzé teszi a nukleonok közötti kölcsönhatásokból kiinduló, *ab initio* kvantummechanikai leírást. További problémát jelent, hogy a nukleonok közötti kölcsönhatás sokkal bonyolultabb szerkezetű, és nem is ismert olyan pontossággal és részletességgel, mint az atommag és az elektronok közötti Coulomb-kölcsönhatás.

Mindezek ahhoz vezetnek, hogy a magfizikusok az atommagok leírására - különböző szempontok alapján - többféle egyszerűsítő modellt kénytelenek használni. Ebben a fejezetben a két legegyszerűbb modellt, a cseppmodellt és a független részecske héjmodell alapjait ismertetjük.

## 2.1. Folyadékcsepp modell és a félempirikus kötési-energia formula

### 2.1.1. Az atommag cseppmodellje

A cseppmodellben az atommagot elektromosan töltött folyadékcsepphez hasonlítjuk. A 2.1 táblázat alapján beláthatjuk, hogy melyek azok a tulajdonságok, amelyek a makroszkopikus folyadékokat alkalmassá teszik arra, hogy az atommagokat modellezzük velük.

2.1. táblázat. Folyadékcsepp és atommag összehasonlítása

| | Folyadékcsepp | Atommag |
|---|---|---|
| Alkotórészek | Molekulák | Nukleonok |
| Hatótávolság | rövid (néhány molekulaméret $10^{-10}$ m) | rövid (néhány nukleonméret $10^{-15}$ m) |
| Kölcsönhatás | vonzó, és nem tesz különbséget a molekulák között (Van der Waals), rövid távon taszítóvá válik (Pauli elv miatt) | vonzó, és nem tesz különbséget a nukleonok között (magerők), rövid távon taszítóvá válik (magerők tulajdonsága) |

A kölcsönhatás hasonlósága az oka az atommagok és a folyadékcseppek nagyfokú hasonlóságának. A hasonlóságnak egyik érdekes következménye az atommag anyagának, az ún. maganyagnak az atommag méretétől független, állandó sűrűsége. A maganyag sűrűsége

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{A \cdot m_{\text{nukleon}}}{\frac{4\pi}{3} R^3}. \tag{2.1}$$

Használjuk ki az atommag sugarára és tömegszámára vonatkozó összefüggést: (ld. 2.5), $R = r_0 \cdot \sqrt[3]{A}$ ekkor kapjuk:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{A \cdot m_{\text{nukleon}}}{\frac{4\pi}{3} r_0^3}, \tag{2.2}$$

hiszen az $A$ tömegszám kiesett a képletből ($m_{\text{nukleon}}$ egyetlen nukleon tömegét jelenti). A maganyag sűrűségére nagyságrendi becslést is adhatunk, hiszen a fenti képletben minden mennyiség ismert.

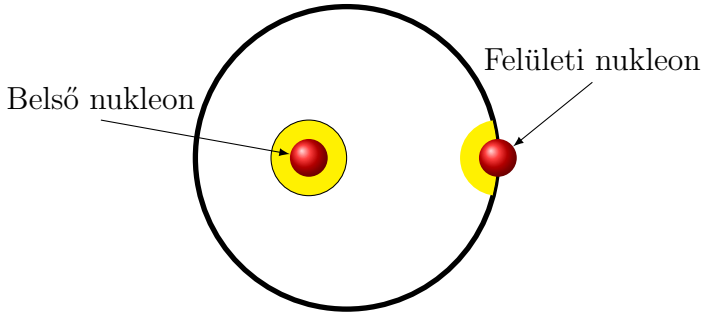
A nukleontömeg $m_{\text{nukleon}} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, és $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$ m. Ezeket behelyettesítve azt kapjuk, hogy: $\rho \approx 23 \cdot 10^{16}$ kg/m$^3$. Ez elképzelhetetlenül sűrű anyagot jelent! Az egyik legsűrűbb földi szilárd anyag, a platina sűrűsége $21 \cdot 10^3$ kg/m$^3$, azaz az atommag sűrűsége 13 nagyságrenddel nagyobb ennél!!!

### 2.1.2. Az atommag energiája

Az atommag energiáját a cseppmodell alapján határozzuk meg, annak figyelembevételével, hogy az atommag energiáját az egyes nukleonok energiáinak összege adja meg. Vegyük tehát először szemügyre az egyes nukleonok kötési energiáját! Az energiák meghatározásánál a 1.13 ábra jobb oldala szerint vesszük fel az energiaskála nullpontját, tehát a kötött részecskék energiája negatív lesz.

### A térfogati energia

A csepp belsejében minden részecskének több szomszédja van, több részecskéhez tud kötődni, ezért erősebben kötött (alacsonyabb energiájú) állapotban van, mint a felszínen lévő részecskék. (Ilyen oka van a folyadékok felületi feszültségének is.) Ha minden nukleon „belső" nukleon lenne, akkor azonos energiával lenne kötve az atommagban, hiszen a rövid hatótávolságú magerők miatt csak a közvetlen környezetével áll kölcsönhatásban (ld. 2.1 ábra).




2.1. ábra. Nukleonok kötöttsége bent és a felszínen

Jelöljük egy ilyen nukleon kötési energiáját $e_b$-vel! A nukleon energiája tehát $-e_b$. Egy $A$ nukleont tartalmazó atommag energiája tehát $A$-szor ekkora lenne, azaz $-e_b \cdot A$. Az atommag energiájának ezt a részét térfogati energiának nevezzük, mivel a benne lévő részecskék száma a mag térfogatával arányos. Azaz $E_V = -e_b \cdot A$. A negatív előjel mutatja, hogy ez az energiatag erősíti a kötést.

### A felületi energia

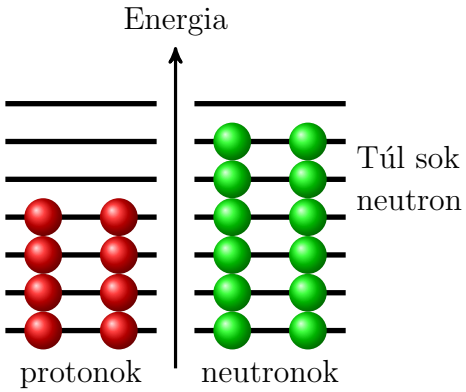
Az atommag felszínén lévő nukleonok száma az atommag felszínével arányos, ezért a felszín miatt bekövetkező energianövekedés nagysága: $E_F = b_F \cdot 4\pi R^2$. Ez az energiatag pozitív előjelű, hiszen a térfogati energiában a felszíni nukleonokat is „belső" nukleonként vettük számba, ezért a kötésüket túlbecsültük.

### A Coulomb energia

A protonok elektromos töltésüknél fogva taszítják egymást, és így az atommag energiájának meghatározásakor a nukleáris energiatagok mellett egy Coulomb-energia is fellép. A Coulomb-energia $\dfrac{Q^2}{R}$-el arányos, ahol $Q$ az atommag töltése, és $R$ pedig a sugara. Felhasználva, hogy $Q = Ze$, kapjuk, hogy a Coulomb energia $E_C = b_C \dfrac{(Ze)^2}{R}$. A Coulomb-energia gyengíti a kötést, tehát pozitív előjelű.

### Az aszimmetria energia

Még a cseppmodellben is figyelembe kell venni, hogy az atommag nem klasszikus objektum, hiszen a benne lévő részecskék de Broglie-hullámhosza az objektum méretével összemérhető, valamint, hogy a protonokra és a neutronokra érvényes a Pauli-elv. A Pauli-elv miatt egy energiaszinten legfeljebb két részecske lehet, ezért a protonok és a neutronok számának eltérése többletenergiát eredményez. Egy $N$ neutront és $Z$ protont tartalmazó atommagban a protonoknál magasabb szintre szorult neutronok száma $(N-Z)$. De ugyancsak $(N-Z)$-vel arányos az egy neutronra jutó átlagos többletenergia is, mivel $(N-Z)$-vel arányosan magas szintig töltődnek be a többlet energiaszintek (2.2 ábra). A Pauli-elvből adódó többletenergiát, – amit aszimmetria-energiának nevezünk – a következőképpen számolhatjuk: $E_A = e_a \dfrac{(N-Z)^2}{A} = e_a \dfrac{(A-2Z)^2}{A}$.




2.2. ábra. Aszimmetria energia

A neutron-proton aszimmetria gyengíti a kötést, ezért az aszimmetria energia pozitív előjelű.

### A párenergia

Az atommagok kötési energiájának tapasztalati (empirikus) vizsgálatából leszűrhető, hogy azok az atommagok, amelyekben valamelyik nukleonfajta (proton vagy neutron) páros számú, erősebben kötöttek, mint amelyekben páratlan számú proton és/vagy neutron van.

Párosság szempontjából három csoportba sorolhatjuk az atommagokat:

- páros-páros magok (ps-ps): páros $Z$ és páros $N$
- páros-páratlan magok (ps-ptl): páros $Z$ és páratlan $N$ (vagy fordítva)

- páratlan-páratlan magok (ptl-ptl): páratlan $Z$ és páratlan $N$

Itt $Z$ a protonok számát, $N$ pedig a neutronok számát jelenti. A párenergia felléptének az az oka, hogy az atommagokban az azonos fajta nukleonok párokba kapcsolódnak. Ennek a párkölcsönhatásnak az az eredménye, hogy a több száz stabil atommag közül mindössze négy van olyan, amelyikben mindkét komponens páratlan számú: ${}^{1}_{1}\mathrm{H}_{1}$, ${}^{6}_{3}\mathrm{Li}_{3}$, ${}^{10}_{5}\mathrm{B}_{5}$, ${}^{14}_{7}\mathrm{N}_{7}$. A párenergia felléptét a cseppmodell nem tudja megmagyarázni, ennek kvantummechanikai oka van. Az atommagok energiájának kiszámításakor egy tapasztalati képlettel mégis figyelembe szoktuk venni:

$$E_P = e_p \cdot \delta \cdot A^{-\frac{1}{2}}, \text{ ahol } \delta = \begin{cases} 1 & \text{ha páros-páros} \\ 0 & \text{ha páros-páratlan} \\ -1 & \text{ha páratlan-páratlan} \end{cases}. \tag{2.3}$$

A tapasztalati $e_p$ konstans negatív, mert páros-páros atommagok esetén a kötést erősíteni, páratlan-páratlanok esetén pedig gyengíteni kell.

### Az atommagok teljes energiája

A fentieket összefoglalva megállapíthatjuk, hogy az atommagok teljes energiáját tehát öt tag összegeként kaphatjuk meg, amelyek az atommagok összetételének (a $Z$ rendszámnak és az $A$ tömegszámnak), valamint az atommag sugarának ($R$) a függvényei:

$$E\left(Z, A, R\right) = -e_V \cdot A + b_F \cdot 4\pi R^2 + b_C \cdot \frac{e^2 Z^2}{R} + e_a \cdot \frac{\left(A - 2Z\right)^2}{A} + e_p \cdot \delta \cdot A^{-\frac{1}{2}}. \tag{2.4}$$

Felhasználva az $R = r_0 \cdot \sqrt[3]{A}$ összefüggést (ld. 1.9) az $R$-től való függést kiküszöbölhetjük, és végül kapjuk:

$$E\left(Z, A\right) = -e_V \cdot A + e_F \cdot A^{\frac{2}{3}} + e_C \cdot \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} + e_a \cdot \frac{\left(A - 2Z\right)^2}{A} + e_p \cdot \delta \cdot A^{-\frac{1}{2}}. \tag{2.5}$$

Az $e_V$, $e_F$, $e_C$, $e_a$, $e_p$ mennyiségek tapasztalati (empirikus) úton meghatározott konstansok. Ezekre néhány – egymástól kissé különböző – készlet található az irodalomban. Mi a következőket használjuk:

- $e_V = 15,69$ MeV $\quad (= 2,52 \cdot 10^{-12}$ J)
- $e_F = 17,81$ MeV $\quad (= 2,85 \cdot 10^{-12}$ J)
- $e_C = 0,69$ MeV $\quad (= 0,11 \cdot 10^{-12}$ J)
- $e_a = 23,75$ MeV $\quad (= 3,80 \cdot 10^{-12}$ J)

- $e_p = -9,31$ MeV $\quad (= -1,49 \cdot 10^{-12}$ J.)

Az atommag kötési energiája a fentiek alapján
$B(Z,A) = -E(Z,A)$.

A 2.5 képletet Weizsäcker-féle félempirikus kötési energia formulának nevezik. A fenti konstansokkal a fenti képlet az ismert több mint 2000 különböző (stabil és radioaktív) atommag energiáját kb. 1-2%-os pontossággal megadja. (A képlet által adott értéktől csak a mágikus atommagoknál vannak kisebb eltérések). Ebből is látszik, hogy a cseppmodell az atommagok kötési energiájának lényeges vonásait jól ragadja meg

### 2.1.3. Az energia-felület

Az atommagok teljes energiája a $Z$ rendszám és az $A$ tömegszám függvénye: $E(Z,A)$. A függvény konkrét alakját a 2.5 képlet adja meg. Az atommagok átalakulásainak (bomlások, magreakciók) vizsgálatakor célszerű azt figyelni, hogy az újonnan létrejött rendszerben az egyes nukleonok vajon mélyebben kötött állapotba kerülnek-e vagy sem. Ezért be szokás vezetni az egy nukleonra jutó átlagos energia fogalmát: $\epsilon = \frac{E}{A}$. Nyilván $\epsilon$ is a két változó, a $Z$ rendszám és az $A$ tömegszám függvénye.

$$\epsilon(Z,A) = \frac{E(Z,A)}{A} \tag{2.6}$$

Ez egy felülettel szemléltethető (ld. 2.3 ábra).

Vizsgáljuk meg ennek a felületnek a sajátosságait kissé részletesebben.

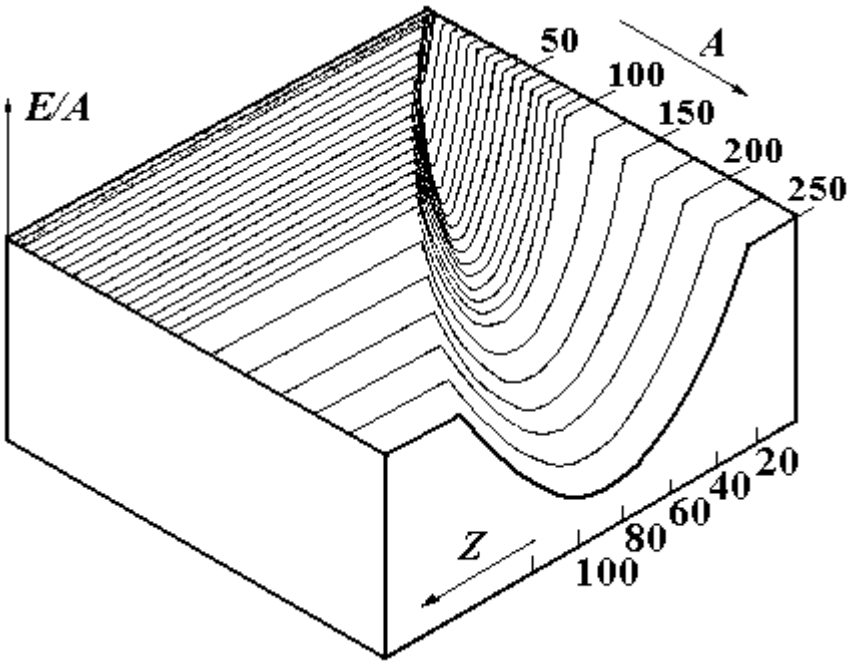
#### Izobárok energiája

Izobárok esetén definíció szerint $A =$ konstans, tehát az izobárok energiája csak $Z$-től függ. Konstans $A$ esetén az $\epsilon(Z,A)$ függvényt alkotó öt tagból háromnak az értéke állandó (ezek a térfogati energia, felületi energia, párenergia), ezért ezeket egyetlen tagba ($\epsilon_0$) összefoglalhatjuk. A maradék két tag, a Coulomb-energia és az aszimmetria energia befolyásolja csak az izobárok energiáját, ekkor viszont:

$$\epsilon(Z,A)_{A=\text{konst.}} = \epsilon_0(A) + e_C \cdot \frac{Z^2}{A^{\frac{4}{3}}} + e_a \cdot \frac{(A-2Z)^2}{A^2} = a \cdot Z^2 + b \cdot Z + c. \tag{2.7}$$

Látható, hogy ez $Z$-nek másodfokú függvénye (parabola). Célszerű ezt a parabolát olyan matematikai alakban felírni, amelyről leolvasható, hogy melyek a parabola „csúcspontjának" a koordinátái: $\epsilon(Z) = a \cdot (Z - Z_{min})^2 - \epsilon_{min}$. Mindkét kifejezést kifejtve és $Z$ hatványainak együtthatóit összehasonlítva kapjuk:

$$a = \frac{e_C}{A^{\frac{4}{3}}} + 4\frac{e_a}{A^2} = 4\frac{e_a}{A^2}\left(1 + A^{\frac{2}{3}}\frac{e_C}{4e_a}\right) \tag{2.8}$$




2.3. ábra. Az energia-felület

$$Z_{min} = \frac{2e_a}{a \cdot A} = \frac{A}{2}\left(\frac{1}{1 + A^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{e_C}{4e_a}}\right) \tag{2.9}$$

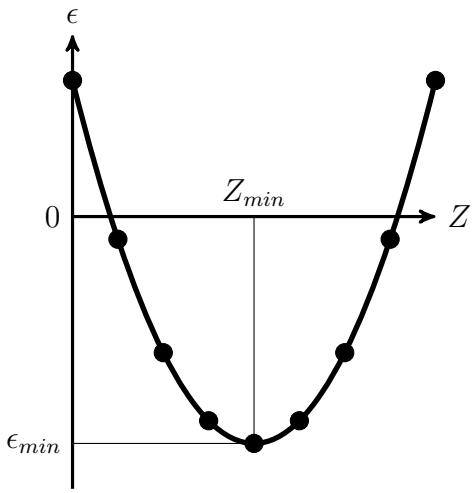
$$\epsilon_{min} = \epsilon_0 + e_a - a \cdot Z_{min}^2 = \epsilon_0 + e_a\left(1 - \frac{1}{1 + A^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{e_C}{4e_a}}\right) \tag{2.10}$$

Mivel $a > 0$, ezért $\epsilon(Z)$ egy „felfelé nyíló” parabola, azaz minimumpontja van (ld. 2.4 ábra).

Ez fizikailag azt jelenti, hogy adott $A$ nukleonszám mellett van az atommagnak egy olyan összetétele ($Z = Z_{min}$ rendszám), amely a legmélyebb energiájú, és ezért energetikailag a legkedvezőbb. Mivel $\frac{e_C}{4e_a} \approx 0,00724$, ezért

$$Z_{min} = \frac{2e_a}{a \cdot A} = \frac{A}{2}\left(\frac{1}{1 + A^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{e_C}{4e_a}}\right) = \frac{A}{2}\left(\frac{1}{1 + A^{\frac{2}{3}} \cdot 0,00724}\right). \tag{2.11}$$

Innen jól látszik, hogy amíg $A$ nem túl nagy, addig a második tört nevezője 1 közelébe




2.4. ábra. $\epsilon\,(Z)$ a rendszám függvényében, ha $A$ =konstans

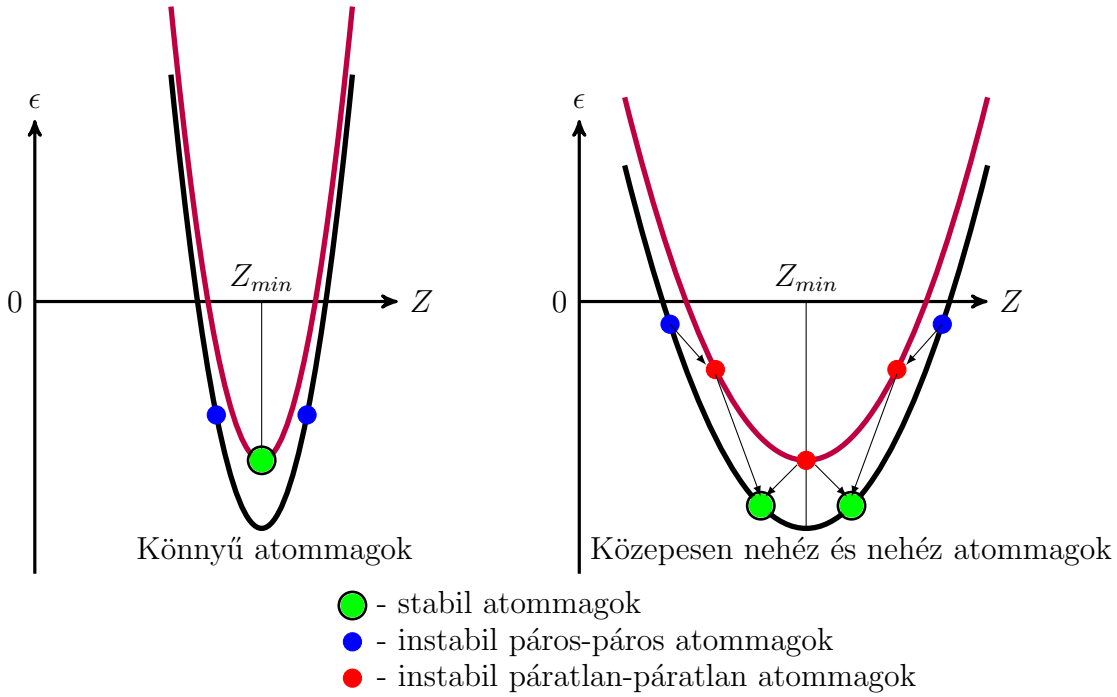
esik, és addig $Z_{min} \approx \frac{A}{2}$. Ennek alapján tehát megértettük, hogy a könnyű atommagokban miért van nagyjából ugyanannyi proton, mint neutron!

A nehezebb atommagoknál viszont eltolódik az arány a neutronok javára: több neutron lesz a magban, mint proton. Például $A = 235$ -höz csak $Z_{min} = 92$ tartozik, azaz a 235-ös tömegszámú mag összetétele 92 proton és $235 - 92 = 143$ neutron esetén lesz a legkedvezőbb energetikailag (ez éppen az $^{235}$U atommag).

A párenergia szerepe érdekes helyzetet teremt azoknál az izobároknál, ahol a tömegszám páros, hiszen páros $A$-t kapunk páros-páros és páratlan-páratlan magok esetén is (ld. 2.5 ábra). Ezért ilyenkor „két” parabola van, az egyiken a páros rendszámú (páros-páros), a másikon a páratlan rendszámú (páratlan-páratlan) magok helyezkednek el. A két parabola energiája egymáshoz képest éppen a párenergia kétszeresével van eltolva. A 2.3 ábráról látszik, hogy a kis tömegszámú atommagok esetén az $A$ = konstans parabolák nagyon meredekek. Ezért csak a legkisebb tömegszámok esetén találunk stabil páratlan-páratlan atommagokat! Ezek: $^{2}_{1}$H, $^{6}_{3}$Li, $^{10}_{5}$B, és $^{14}_{7}$N.

A kifejezésekből látszik, hogy a parabolák gyorsan emelkednek, és a $Z_{min}$-tól nem túl messze elérik a 0 értéket. Ezt követően viszont az energia pozitívvá válik, azaz nem lesz kötött a rendszer. Ezért a természetben semmilyen izobárból sem létezhet nagyon sokféle összetételű.

Az izobárok energiájánál megismertek alapján az atommagok energia-felületét úgy képzelhetjük el a legegyszerűbben, hogy az $A$ = konstans metszeteket leíró parabolákból összetettnek gondoljuk. Ezt a felületet ábrázolta a 2.3 ábra. A felület egy jellegzetes,




2.5. ábra. Páros tömegszámú izobárok energiája

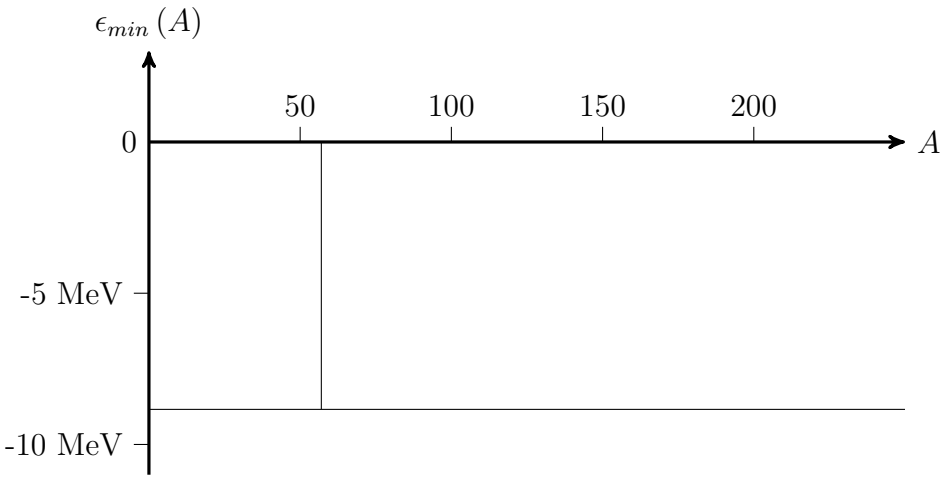
hosszú „völgyet” mutat. Amellett, hogy a völgy két oldala meredeken lejt a völgy közepe felé, a legstabilabb izobároknak megfelelő „legmélyebb” pontok mélysége $\epsilon_{min}$ szerint változik $A$ függvényében. 2.10-be behelyettesítve $\epsilon_0$ értékét (és a párenergiát elhagyva ($\delta = 0$) kapjuk:

$$e_{min}(A) = -e_b + e_F A^{-\frac{1}{3}} + e_a \left( 1 - \frac{1}{1 + A^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{e_C}{4e_a}} \right) \tag{2.12}$$

Ezt ábrázolja a 2.6 ábra.

Az ábráról leolvasható, hogy a nukleonok az 55-60 tömegszám tartományban (a vas környékén) lévő atommagokban vannak a legerősebben kötve. Az ezeknél kisebb atommagokban a kötés azért gyengül, mert túl nagy lesz a felületre kiszorult nukleonok aránya (erősen nő a felületi energia súlya), a vasnál nagyobb atommagok esetén pedig a növekvő számú proton taszító hatása az, ami csökkenti a kötés erősségét (erősen nő a Coulomb-energia). A vas környéki atommagokban a részecskék átlagos energiájának abszolút minimuma van.

A ténylegesen mért energiák nem pontosan ilyen szép sima függvényt követnek, de a mért értékek ehhez az elméleti görbéhez elég közel esnek. Van azonban néhány olyan



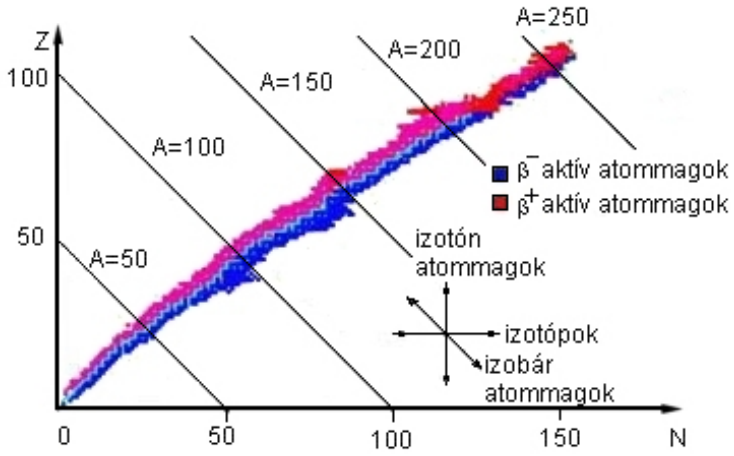

2.6. ábra. Nukleonok átlagos energiája a stabilitási völgy mentén

atommag, amelyekben a nukleonok átlagosnál nagyobb kötési energiával rendelkeznek. Ezekben az atommagokban vagy a protonok, vagy a neutronok száma (vagy mindkettőé) a következő számok valamelyike: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Ezeket *mágikus számoknak* hívjuk, azokat az atommagokat pedig, amelyekben valamelyik összetevő ilyen számban van jelen, *mágikus atommagoknak*. Ezt a jelenséget az atommagok héjmodellje értelmezi (lásd 2.2.2 szakasz).

### A stabil atommagok völgye

A stabil atommagokat az energia-felület alján kell keressük, hiszen ezek már nem tudnak alacsonyabb energiájú állapotba elbomlani. Az $A$ tömegszámú atommagok közül a $Z_{min}\,(A)$ rendszám közelébe eső atommagok a stabilak, ill. a leghosszabb felezési idejűek. A 2.11 egyenlet mutatja meg, hogy hogyan változik $Z_{min}$ a tömegszám függvényében. Gyakran – mint ahogyan a 2.7 ábrán is – a $Z$,$A$ változók helyett a $Z$,$N$ változópárt használják (itt $N$ a neutronok száma). Természetesen, ezek a változók egymással összefüggnek, hiszen $A = Z + N$.

A stabil atommagok völgyének két oldalán helyezkednek el a radioaktív magok. A völgy egyik oldalán a negatív béta-bomlók (ott, ahol a rendszám növelése kedvezőbb energetikailag), a völgy másik oldalán az elektronbefogással, ill. pozitron-bomlással bomlók, hiszen ott a rendszám csökkentésével haladhat az anyag a völgy mélypontja felé. Az átalakulás után a nukleonok erősebben kötöttek az új atommagban, mint a régiben, az energiájuk csökken. Ez az energiakülönbség felszabadul az átalakuláskor és a környezetbe távozik (a bomláskor keletkező részecskék elviszik). Az atommagok energia-felülete segítségével tehát a radioaktív bomlások is értelmezhetővé válnak. A sokféle radioaktív




2.7. ábra. Az N-Z térkép

bomlás tehát egyetlen közös okra vezethető vissza: az anyag vándorlására a nukleáris energia-felület legmélyebb energiájú állapota felé.

### 2.1.4. Az atommagok alakja

A cseppmodell folyadékcsepphez hasonlítja az atommagot. Egy folyadékcseppet a felületi feszültség gömbbé ránt össze, ha egyéb hatások nincsenek. Az atommagok felületi energiája hasonló a felületi feszültséghez, ezért azt várjuk, hogy az atommagok is gömbszimmetrikusak. A tapasztalat azonban azt mutatja, hogy vannak nem-gömbszimmetrikus atommagok is. A legegyszerűbb deformáció az, hogy a gömb alakú folyadékcseppet az egyik tengelye mentén kissé „meghúzzuk”, vagy „összenyomjuk”. Az első esetben „szivar” alakot, a második esetben „diszkosz” alakot kapunk (ld. 1.9 ábra). A fizikusok ezt a fajta deformációt az ún. kvadrupólus-momentum segítségével fejezik ki. Gömbszimmetria esetén ez a mennyiség nulla, szivar esetén pozitív, diszkosz-alak esetén negatív. Az atommagok elektromosan töltöttek, tehát a gömbszimmetriától való eltérést elektromágneses mezővel ki lehet mutatni (ld. 1.5.1 fejezet), és így az atommagok alakját kísérletileg is meg lehet határozni.

#### Deformált atommagok

Az atommagok alapállapoti deformáltságának az atommagok héjszerkezete az oka. A legjobban deformált atommagok a mágikus számoktól messze lévő proton- ill. neutronszámú atommagok között vannak (pl. egyes ritka-földfémek atommagjai).

### Rezgő és forgó atommagok (vibrációs és rotációs gerjesztések)

Egy fémlapra ejtett higanycseppet kissé meglökve, rezgésre gerjeszthető. Alakváltozásakor megnő a csepp felülete, és ezáltal – a felületi feszültség következtében – a felületi energiája is, és ez hozza létre a visszatérítő erőt. A cseppmodell szerint az atommagnak is van felületi energiája, tehát a felületének megváltozásakor ez is megváltozik, és ezért ugyancsak visszatérítő erő lép fel. Ezért az atommag is – ha valamilyen módon gerjesztjük – rezgésekre, idegen szóval vibrációra képes. Az atommagok gerjesztéseinek egyik nagy csoportja a vibrációs gerjesztés. Egyes atommagok alapállapotban sem gömbszimmetrikusak, hanem „szivar", vagy „diszkosz" alakúak. Ezeket az atommagokat meg is lehet „forgatni", és ez egy újabb gerjesztési lehetőséget jelent. Az ilyen típusú gerjesztéseket rotációs gerjesztéseknek nevezzük. Alapállapotban gömbszimmetrikus atommagok nem forgathatók meg, hiszen a gömbszimmetria miatt értelmetlenség arról beszélni, hogy „milyen irányban állnak a térben". Ezeknek az atommagoknak nincs forgási gerjesztésük. Természetesen, ha valamilyen részecskével „megrúgjuk" őket, akkor a folyadékcsepp rezgésbe jöhet, azaz még ezeknek a gömbszimmetrikus atommagoknak is vannak vibrációs gerjesztéseik.

A rotációs és a vibrációs gerjesztések az atommag egész anyagának a mozgásával kapcsolatosak, és ezért *kollektív gerjesztéseknek* nevezik őket, megkülönböztetve az egyrészecske-gerjesztésektől. Ez utóbbiaknál az atommagban egyetlen nukleon kerül magasabb energiájú üres állapotba. Itt mi csak a rotációs gerjesztésekkel foglalkozunk röviden.

Egy klasszikus merev test forgási energiája a $J$ perdületének (impulzusmomentumának) és a $\Theta$ tehetetlenségi nyomatékának a segítségével kifejezhető:

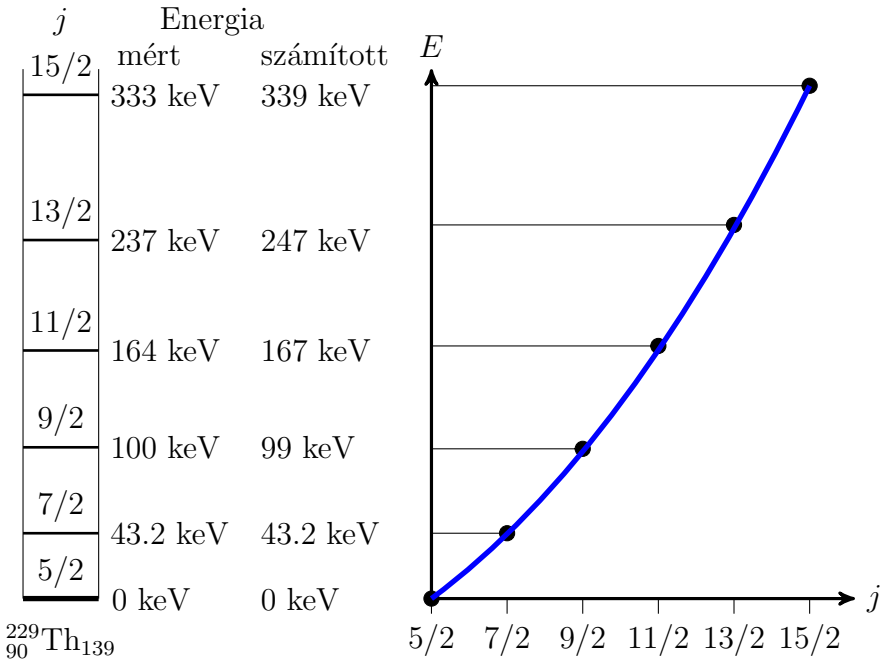
$$E = \frac{J^2}{2\Theta} \tag{2.13}$$

Egy centrális potenciállal leírható kvantummechanikai rendszerben a $J^2$ operátor sajátértéke: $\hbar^2 j\,(j+1)$, ezért az atommagok rotációs gerjesztéseinek energiája:

$$E = \frac{\hbar^2}{2\Theta} j\,(j+1) \tag{2.14}$$

Az alapállapotban is deformált atommagok esetében ez az összefüggés többé-kevésbé jó közelítéssel teljesül is. Ezt mutatja a 2.8 ábra.

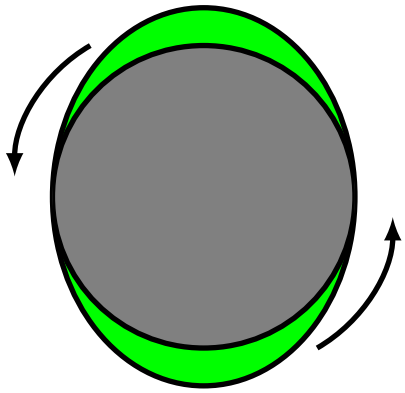
Az ábra bal oldalán a $^{229}$Th atommag legalacsonyabban fekvő gerjesztett állapotai (az atommag nívósémájának részlete) láthatók. Az ábra jobb oldala mutatja, hogy mennyire jól teljesül a 2.14 összefüggés az állapotok perdülete és gerjesztési energiája között. A gerjesztett állapotok közötti átmenetek során kibocsátott gamma-fotonok energiája megmérhető, és ezzel az atommag nívósémáját föl lehet térképezni. (A mag-spektroszkópia többek között ezzel is foglalkozik). A gerjesztett állapotok energiáit a 2.14 képlettel összehasonlítva az atommag tehetetlenségi nyomatékát kísérletileg is meg lehet határozni.




2.8. ábra. A $^{229}$Th atommag forgási (rotációs) gerjesztései

**Szuperfolyékony atommagok és a „back-bending”**

A kvadrupólus-momentum segítségével a mag deformáltsága megmérhető, és ebből viszont a mag tehetetlenségi nyomatéka elméletileg kiszámítható. Jelöljük $\Theta_{elm}$ -vel az így kiszámított tehetetlenségi nyomatékot. Az előző pontban láttuk, hogy a rotációs energiák megmérésével viszont a tehetetlenségi nyomaték közvetlenül is meghatározható $\Theta_{mért}$. Azt az érdekes ellentmondást találták, hogy a két módon meghatározott tehetetlenségi nyomaték sok esetben nagyon eltér egymástól: $\Theta_{mért} < \Theta_{elm}$. A magyarázat az atommagok anyagát alkotó maganyag egy különleges tulajdonságán alapul. Az atommagokban a protonok és a neutronok 0 perdületű párokba kapcsolódnak össze, és ennek következtében az atommag anyaga szuperfolyékony lesz, azaz belső súrlódása (viszkozitása) pontosan nulla. Ebből következően, amikor egy deformált atommagot meg akarunk „forgatni”, csak a deformált részt tudjuk mozgásra bírni, és ez, mint egy „felületi hullám” szalad körbe az atommag felületén (2.9 ábra). Az atommag tömegének nagyobb részét alkotó belső törzs nem vesz részt a forgásban. Emiatt a forgó tömeg sokkal kisebb, mint az atommag teljes tömege, és ez a tehetetlenségi nyomaték csökkenéséhez vezet. Érdekes, hogy a nagy perdületű rotációs gerjesztéseknél a nukleonok párokba kapcsolódása megszűnik, mert a Coriolis-erő a nukleonspineket párhuzamosra állítja (ezt *rotational alignment*-nek, azaz rotációs beállásnak hívják). Ezáltal megszűnik az atommag szuperfolyékonysága is.



2.9. ábra. Felületi hullám szuperfolyékony állapotban (csak a zölddel jelzett részek vesznek részt a forgásban, a középső, szürke anyagdarab mozdulatlan marad)

Ezért a nagy perdületű rotációkra az atommag tehetetlenségi nyomatéka megváltozik, és az atommag merev testként kezd viselkedni. A magfizikai szakirodalom ezt a jelenséget *back-bending*-nek (visszahajlásnak) hívja.

## 2.2. A független részecske héjmodell alapjai

A korábban ismertetett folyadékcsepp-modell az atommagok sok tulajdonságának az általános trendjét, szabályszerűségeit jól tudja értelmezni. Vannak azonban olyan atommagok, amelyek nem követik ezeket az általános szabályokat, és kitűnnek a szomszédaikhoz képest kiemelkedő stabilitásukkal. A megfigyelések szerint ezekben az atommagokban a protonok vagy a neutronok száma (vagy mindkettő) a következő számok valamelyike: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Ezeket a számokat mágikus számoknak, az ilyen proton- vagy neutronszámú atommagokat pedig mágikus atommagoknak nevezzük. Van néhány olyan atommag is, amelyekben mind a proton- mind a neutronszám mágikus szám: ${}^{4}_{2}\mathrm{He}$, ${}^{16}_{8}\mathrm{O}$, ${}^{40}_{20}\mathrm{Ca}$, ${}^{56}_{28}\mathrm{Ni}$,${}^{208}_{82}\mathrm{Pb}$. Ezeket kétszer mágikus atommagoknak hívjuk.

A kiemelkedő stabilitás (nagy kötési energia) mellett több más tulajdonság is utal ezeknek az atommagoknak a különleges viselkedésére. Például:

- azoknak az elemeknek van a legtöbb stabil izotópja, amelyekben a protonszám a mágikus számok valamelyike;
- azoknak az atommagoknak a gerjesztéséhez szükséges kiemelkedően nagy energia, amelyekben akár a proton- akár a neutronszám (vagy mindkettő) a mágikus számok valamelyike;

- a mágikus atommagok valamennyien gömbszimmetrikusak (kvadrupól-momentumuk nulla), és ez ugyancsak a kiemelkedő stabilitás és szimmetria egyik megnyilvánulási formája.

### 2.2.1. Az atommagok héjmodelljének alapjai

Az atomok tulajdonságainak és az elemek periódusos rendszerének értelmezésében bevált az elektronok héjmodellje. A Periódusos Rendszerben a nemesgázok felelnek meg a „mágikus" konfigurációnak, hiszen a nemesgázok (kémiai) stabilitása kiemelkedő! A nemesgázoknak azonban a következő rendszámaik vannak: 2, 10, 18, 36, 54, 86. Az első kivételével ezek teljesen más számok, mint az atommagoknál megfigyelt mágikus számok! Nyilvánvaló, hogy a hasonlóság mellett lényeges különbségek is lesznek a két modell között. Hasonlítsuk tehát össze a két rendszert néhány tulajdonság szempontjából (2.2 táblázat).

2.2. táblázat. Az elektronburok és az atommag összehasonlítása

| Tulajdonság | Elektronburok | Atommag |
|---|---|---|
| Alkotórészek | elektronok | nukleonok (n,p) |
| Az alkotórészek tipikus tömege | 0,0005 u | 1 u |
| Tipikus méret (sugár) | $10^{-10}$ m | $10^{-14}$ m |
| Tipikus de-Broglie hullámhossz | $10^{-10}$ m | $10^{-14}$ m |
| Pauli elv | Igen | Igen |
| tipikus kötési energia | 1-10 eV | 4-8 MeV |
| Potenciális energia | Coulomb potenciál | „Lapos" átlagpotenciál |

Az elektronburok és az atommag tulajdonságainak összehasonlítása mutatja, hogy az őket alkotó részecskék tömegében, energiájában és a rendszer geometriai méretében fennálló több nagyságrendnyi különbség ellenére az elektronok rendszere és a nukleonok rendszere hasonlít egymásra két dologban:

- mindkettőben a részecskék tipikus hullámhossza a rendszer geometriai méreteinek nagyságrendjébe esik
- mind az elektronokra mind pedig a nukleonokra érvényes a Pauli-elv.

Az előbbi azt jelenti, hogy mindkettőre a részecskék kvantummechanikai modelljét kell alkalmazzuk, az utóbbi viszont azt, hogy a protonok és a neutronok ugyanúgy kettesével töltik be a rendelkezésre álló állapotokat, mint azt az elektronok teszik az atomburok felépítésénél. Ebből azonnal következik, hogy az $s$ állapotokba 2 proton és 2 neutron fér (ellentétes spinnel), a $p$ állapotokba 6 proton és 6 neutron, a $d$ állapotokba 10 proton és 10 neutron, és így tovább.

### Mit nevezhetünk egy héjnak?

Akár az atomok, akár az atommagok kiemelkedő stabilitását szeretnénk értelmezni, meg kell vizsgáljuk ennek a stabilitásnak a fizikai okát. Az ok az energiaszint-rendszerben rejlik. Egy kvantummechanikai rendszer (és ilyenek az atomok és az atommagok is) akkor gerjeszthető könnyen, ha a legutolsó betöltött állapot „fölött" (magasabb energián) közel vannak üres állapotok. Ekkor ugyanis a betöltött állapotokban lévő valamelyik részecske (elektron az atomban, ill. nukleon az atommagban) kis energiát felvéve, „könnyen" magasabb energiájú állapotba kerülhet, és ezzel a rendszerünk máris gerjesztett állapotba került. Ebből azonnal következik, hogy azok a rendszerek lesznek különösen stabilak, ahol az utolsó betöltött állapot „felett" nagy energiahézag van. Ekkor ugyanis csak nagy energia befektetésével lehet a rendszert gerjeszteni. Ebből következik az energiahéj alábbi definíciója:

**2.1. Definíció** *Energiahéjnak azon állapotok rendszerét nevezzük, amelyek energiában közel vannak egymáshoz, de a többi állapottól a héjon belüli energiakülönbségeknél jóval nagyobb energiahézag választja el őket.*

Ennek alapján tehát a mágikus számok értelmezéséhez meg kell vizsgáljuk az atommagokban kialakuló nukleon-állapotok energiáit, és meg kell keressük az állapotrendszerben található energia-ugrásokat.

## 2.2.2. A független részecske héjmodell

### Átlagpotenciál

A 2.2 táblázatban összehasonlítottuk az atomokat és az atommagokat, mint kvantummechanikai rendszereket, és láttuk, hogy sok szempontból hasonlítanak. A hasonlóságok mellett azonban vannak különbségek is! Az egyik leglényegesebb különbség, hogy nagyon különbözik annak a potenciálnak az alakja, amelyben a nukleonok mozognak, attól a potenciálétól, amit az atomi elektronok éreznek. Az elektronburok esetében a központi (a burok méretéhez képest igen kicsiny) atommag mély Coulomb-potenciálkutat létesít, amit az egyes elektronok árnyékoló hatása csak kicsit módosít. A nukleonokra ható potenciálról azonban nem sokat tudunk. Meghatározása első pillanatban reménytelenül bonyolult feladatnak látszik, hiszen az atommagban nincs olyan központi vonzó centrum mint az atomoknál, a nukleonok valahogyan „egymás között" alakítják ki a potenciált. Ez azt jelenti, hogy egy nukleon mozgása lényegesen módosítja a potenciált, a potenciál megváltozása pedig visszahat a nukleonok mozgására... Az ördögi körből egy egyszerűsítő feltevés vezet ki: feltételezzük, hogy a nukleonok kölcsönhatása révén kialakul egy átlagpotenciál. Ezt rögzítettnek gondoljuk, és úgy tekintjük, hogy a nukleonok ebben a potenciálban egymástól függetlenül mozognak. Ez az atommag „független részecske modellje".

Az átlagpotenciál alakját elsősorban az szabja meg, hogy a magerők rövid hatótávolságúak. Ennek következtében egy nukleon számára „teljesen mindegy”, hogy az atommag belsejében hol helyezkedik el, hiszen úgyis csak egy kis környezetből érzékeli a többi nukleon hatását. Ezt már a folyadékcsepp-modellnél is kihasználtuk (ld. 2.1 ábra). Ezek szerint az átlagpotenciál legfontosabb tulajdonsága az, hogy a magon belül állandó, és csak egy kis felületi rétegben változik gyorsan. Az egyes állapotok energiáját (a Schrödinger-egyenletben) a mozgási és a potenciális energia együttesen határozza meg. Ha a potenciál állandó, akkor a potenciális energia sem függ a hullámállapot milyenségétől, tehát az egyes mintázatok energiáját elsősorban a mozgási energia fogja megszabni.

*Megjegyezzük*, hogy ilyen „lapos” potenciál a fizika már területein is előfordul: például a fémeknél a vezetési elektronok hasonlóan lapos átlagpotenciálban mozognak. A potenciál hasonlósága miatt több hasonlóság is van a fémekben lévő vezetési elektronok állapotai és az atommagban lévő nukleonállapotok között.

### Nukleonok energiaszintjei egy atommagban

Tekintsünk egy háromdimenziós, gömbszimmetrikus potenciált, amelyben a nukleonok mozognak. Mivel a potenciál csak a mag középpontjától mért távolságtól függ (centrális potenciál), ezért a háromdimenziós Schrödinger-egyenlet megoldása szeparálható a sugár abszolút értékétől függő részre, valamint a gömbfüggvényekre:

$$\Psi\left(r,\theta,\phi\right)=\frac{R_{n_r}\left(r\right)}{r}\cdot Y_{\ell}^{m}\left(\theta,\phi\right) \tag{2.15}$$

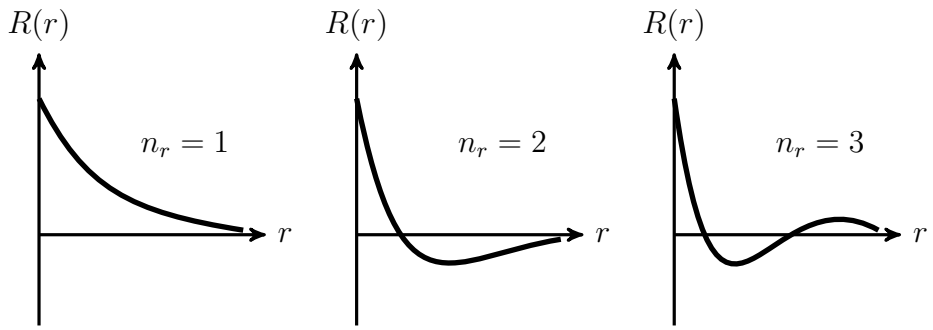
Az itt fellépő három kvantumszám neve:

- $n_r$ - radiális kvantumszám
- $\ell$ - mellékkvantumszám (orbitális kvantumszám),
- $m$ - mágneses kvantumszám.

A mellékkvantumszám és a mágneses kvantumszám szerepe hasonló, mint az atomi elektronállapotoknál, azaz $\ell \geq 0$ , és $-\ell \leq m \leq +\ell$. A radiális kvantumszám pedig az állapotfüggvény sugárirányú viselkedését jellemzi, és szemléletesen a függvény „csomópontjainak” a számával hozhatjuk kapcsolatba (2.10 ábra).

A csomók száma $= n_r - 1$. Ezért nyilván $n_r \geq 1$.

A radiális és az orbitális kvantumszámok egymástól függetlenül változhatnak, de természetesen lehetnek olyan $(n_r, \ell)$ értékpárok, amelyekhez tartozó állapotok azonos energiájúak (elfajultak). Ilyenekkel a H-atom kvantummechanikájában is találkoztunk, hiszen ott az állapotok energiája csak az $n$ főkvantumszámtól függ $\left(E=-\frac{\text{konst}}{n^2}\right)$, ahol a főkvantumszám: $n = n_r + \ell$. Az ilyen elfajulás a Coulomb-potenciál sajátossága.




2.10. ábra. Az első néhány radiális állapotfüggvény

### A harmonikus-oszcillátor potenciál

A háromdimenziós Schrödinger egyenletet nemcsak a Coulomb-potenciálra, hanem a harmonikus oszcillátor potenciálra is meg lehet oldani analitikusan. A harmonikus oszcillátor potenciál sokkal jobban hasonlít az atommagok átlagpotenciáljához, hiszen a közepén nincs olyan mély potenciálkút, mint a Coulomb-potenciálnál. Kvantummechanikából ismert, hogy a háromdimenziós harmonikus oszcillátor energiája az „oszcillátor-kvantumszámmal" a következőképpen fejezhető ki:

$$E_n = \hbar\omega \left( n + \frac{3}{2} \right). \tag{2.16}$$

Az oszcillátor-kvantumszám azonban nem ugyanúgy tevődik össze a radiális- és orbitális kvantumszámokból, mint ahogy a Coulomb-potenciálnál megismertük, hanem

$$n = 2\,(n_r - 1) + \ell. \tag{2.17}$$

A 2.3 táblázat összefoglalja, hogy ennek alapján milyen kvantumszámú állapotok energiája esik egybe. Nyilván az egybeeső energiájú állapotok fognak egy energiahéjat alkotni, hiszen közöttük nincs energiakülönbség, és a következő lehetséges energiaállapottól nagyobb energiaugrás választja el őket.

*Megjegyzés:* A magfizikában az állapotok jelölésére az $n_r$ radiális kvantumszámot, és az $\ell$ pályamomentum kvantumszámhoz rendelt betűket (s,p,d,f,g,h,i,j...) használjuk.

### A spin-pálya kölcsönhatás

Látható, hogy az első három mágikus szám jól kiadódik, a továbbiak azonban, sajnos nem. Azt gondolhatjuk, hogy ez valószínűleg azért van így, mert a harmonikus oszcillátor

2.3. táblázat. Kvantumállapotok paraméterei a 3D harmonikus oszcillátornál

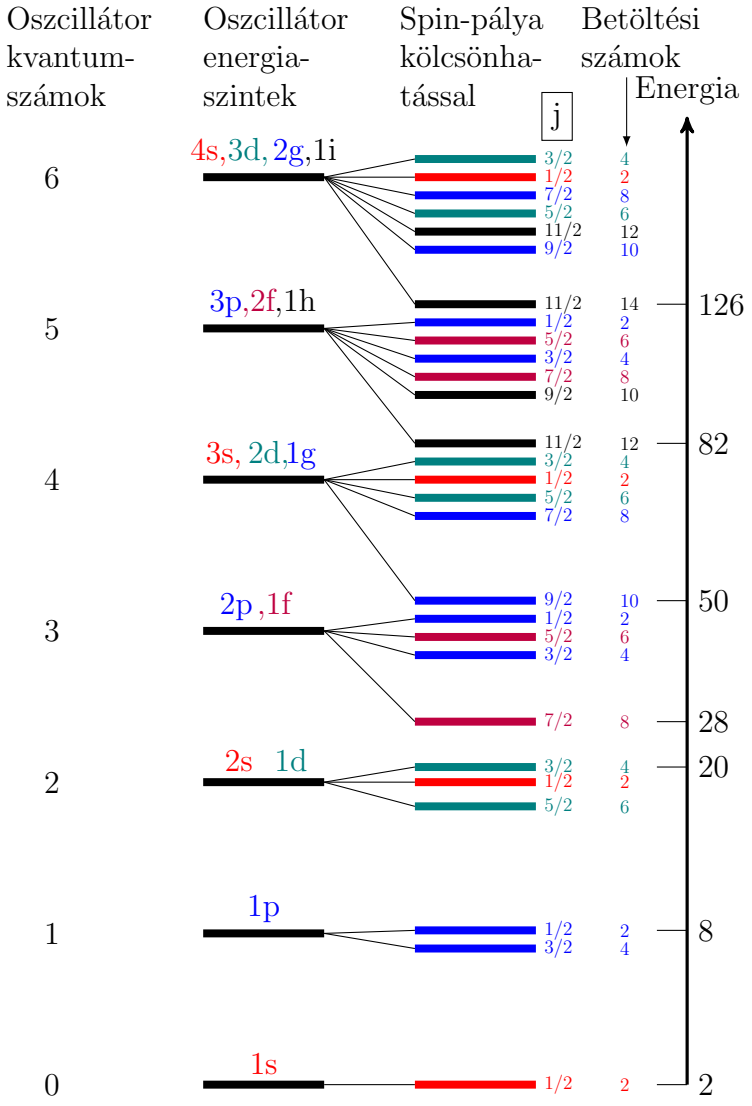
| $n$ | $n_r$ | $\ell$ | jelölés | $2(2\ell+1)$ | Mágikus szám |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 | 1s | 2 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1p | 6 | 8 |
| 2 | 2 | 0 | 2s | 2 | |
| | 1 | 2 | 1d | 10 | 20 |
| 3 | 2 | 1 | 2p | 6 | |
| | 1 | 3 | 1f | 14 | 40 |
| 4 | 3 | 0 | 3s | 2 | |
| | 2 | 2 | 2d | 10 | |
| | 1 | 4 | 1g | 18 | 70 |

potenciál nem eléggé jól közelíti a valóságos potenciál alakját. Többen sokféle potenciállal próbálták megmagyarázni a megfigyelt mágikus számokat, de sikertelenül. A más alakú potenciálok „felhasítják" ugyan az elfajult oszcillátor-nívókat, de nem okozzák a nívók átrendeződését, és ezzel nem oldják meg a kérdést. A kísérletileg is megfigyelt értékeket csak akkor lehetett elméletileg is levezetni, amikor a modellbe beépítettek egy, a nukleonok spinje és pályamomentuma közötti kölcsönhatást, az ún. spin-pálya kölcsönhatást. (Ilyen kölcsönhatás már az atomfizikában is bevezetésre kerül az elektron-állapotok energiájának finomabb leírására) A Schrödinger-egyenletben lévő potenciál alakja tehát:

$$V(r) = V_r(r) + V_{LS}(r)\left(\vec{L}\cdot\vec{S}\right) \tag{2.18}$$

Az $\frac{1}{2}$ spin és az $\ell$ pályamomentum összekapcsolódása teljes $j$ perdületté kétféleképpen mehet végbe: $j = \ell + \frac{1}{2}$, vagy $j = \ell - \frac{1}{2}$. A spin-pálya kölcsönhatás fellépte ahhoz vezet, hogy ez a kétfajta csatolódás különböző energiájú állapotot eredményez. Ha $V_{LS}(r)$ olyan, hogy a $j = \ell + \frac{1}{2}$ perdületű pálya lesz az alacsonyabb energiájú, akkor a kísérletileg megfigyelt mágikus számok reprodukálhatók (2.11 ábra). Természetesen, az adott $j$ perdületű állapotok még mindig elfajultak, hiszen a mágneses kvantumszámok $2j+1$-féle értéket vehetnek fel, amelyekhez azonos energiájú állapotok tartoznak. Ezt a $2j+1$ értéket mutatják az ábrán a „betöltési számok". Látható, hogy az állapotok $j$-szerinti szétválásával kialakulhatnak olyan állapotcsoportok, amelyek energiában közel vannak egymáshoz, de amelyeket egy-egy nagyobb energiahézag választ el a következő állapottól. Így ezek egy-egy héjnak tekinthetők. A mágikus számok éppen azok, amikor ezek a héjak teljesen betöltődnek.

A mágikus számok spin-pálya kölcsönhatás bevezetésével történő megmagyarázásáért, és az atommagok független részecske héjmodelljének kidolgozásáért WIGNER Jenő (1902-1995, Nobel-díj 1963) tanítványai Maria GOEPPERT-MEYER (1906-1972, Nobel-díj 1963) és J. Hans D. JENSEN (1907-1973, Nobel-díj 1963) Nobel-díjat kaptak (Az 1963-as fizikai Nobel-díj másik felét Wigner Jenő kapta).




2.11. ábra. A mágikus számok kialakulása a héjszerkezet alapján

### 2.2.3. Könnyű atommagok szerkezete

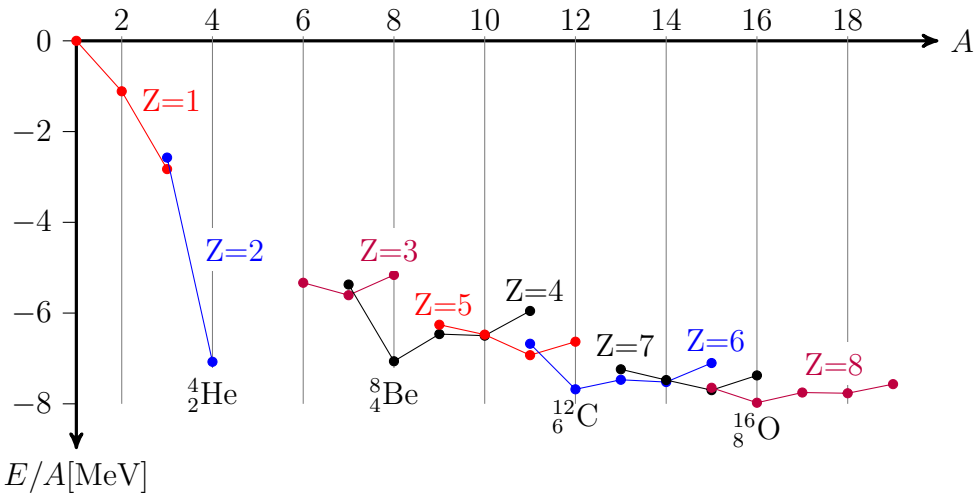
A könnyű atommagokban kevés számú nukleon van, ezek a magpotenciálban mélyen fekvő, erősen kötött állapotokat töltik fel. Ezek az állapotok energiában még eléggé távol (ritkán) vannak egymástól, azaz egy-egy héj betöltődése után nagy energiahézaggal van egy következő lehetséges állapot. Ezért a héj betöltődése nagyon erős kötésű atommagot hoz létre. A könnyű atommagokban emiatt nagyon jól megfigyelhetők a héjeffektusok. Nehezebb atommagok esetén, amikor a sűrűbben fekvő, magasabb energiaszintek töltődnek fel, egy-egy héj betöltődése nem jelent már akkora különbséget, hiszen a következő üres állapot már jóval kisebb energia befektetésével elérhető. Az első héj, az 1s állapot, a $^4_2$He atommagnál töltődik be (alfa-részecske). Ez kétszeresen mágikus atommag, és a könnyű atommagok között a legerősebben kötött, az első „nukleáris nemesgáz".

Az alfa-részecske annyira erősen kötött, hogy még csak nem is gerjeszthető. Ha elég nagy energiát (≈27 MeV) közlünk vele, inkább szétesik, semhogy gerjesztett állapotba kerülne. Igen nagy kötési energiája a magyarázat arra, hogy a nehéz elemekből energia felszabadulása mellett kiléphet (alfa-bomlás), jóllehet külön-külön a neutronokat és a protonokat is csak energia befektetésével lehetne kihozni. A második „nukleáris nemesgáz" az $^{16}_8$O, az oxigén atommagja. Itt az 1s és az 1p állapotok vannak betöltve 2, ill. 6 részecskével. Ugyancsak kétszeresen mágikus atommag. Minthogy az atommag energiaszint-rendszerében a 2s és az 1d állapotok energiája közel van (ld. 2.11 ábra, n = 2 oszcillátor-kvantumszámból kialakult állapotok), ezek az állapotok együtt alkotnak egy héjat, az ún. sd-héjat. Erre a héjra a Pauli-elv értelmében 2+10 = 12 részecske fér el. Ez a korábbi 8 részecskével együtt összesen 20 részecske elhelyezésére ad lehetőséget. Ezért a következő kétszeresen mágikus atommag a $^{40}_{20}$Ca.

A „nukleáris nemesgázok" *között* lévő atommagokban az egyes héjak csak részben vannak betöltve, ezért szerkezetüket és tulajdonságaikat azok a nukleonok határozzák meg, amelyek egy-egy lezárt „héjon" kívül esnek. A magfizikai héjmodell nagy sikereket ért el ezek tulajdonságainak értelmezésében.

Az alfa-részecske különösen erősen kötött volta még egy érdekes következménnyel jár. Azokról a könnyű atommagokról, amelyek tömegszáma néggyel osztható, bebizonyosodott, hogy bennük 2-2 proton és 2-2 neutron ideiglenesen „összeáll", és az atommag belsejében ún. alfa-csomókat (idegen szóval clustereket) képez. A 2.12 ábra az egy nukleonra jutó energia (E/A) értékét mutatja a könnyű atommagok esetén:

Látható, hogy az olyan atommagokban, amelyek alfa-csomókból összetettnek képzelhetők, a nukleonok különösen erősen kötött állapotban vannak. Ezen atommagok szerkezetét sok szempontból úgy lehet jól megérteni, ha azt képzeljük róluk, hogy 3, 4, 5, stb.... alfa-részecskéből ($^4_2$He) állnak. Ilyen atommagok a következők: $^8_4\text{Be} = 2 \cdot (^4_2\text{He})$, $^{12}_6\text{C} = 3 \cdot (^4_2\text{He})$, $^{16}_8\text{O} = 4 \cdot (^4_2\text{He})$, $^{20}_{10}\text{Ne} = 5 \cdot (^4_2\text{He})$. A $^8_4$Be atommag nem stabil, hanem keletkezése után szinte azonnal szétesik két alfa-részecskére (felezési ideje $10^{-16}$ s). A $^{12}_6$C atommag is szétbontható 3 alfa-részecskére bizonyos energia befektetésével. Sokkal mélyrehatóbb következményei vannak viszont annak, hogy a $^{12}_6$C atommag különösen




2.12. ábra. A nukleonok átlagos energiája a könnyű atommagokban

nagy valószínűséggel alakul ki forró és sűrű csillagokban, ha 3 alfa-részecske találkozik (rezonancia-effektus). Ennek a magfizikai-magszerkezeti ténynek a csillagok fejlődésében, és az Univerzumban található szén, ill. oxigén izotópok arányának kialakításában van döntő jelentősége.

## 2.3. Feladatok

**Feladat 2.1..** (Mintafeladat) Mekkora sugarú gömbbe férne el a Hold anyaga, ha csak az atommagokat kellene elhelyezni úgy, hogy az atommagok teljesen kitöltsék a gömböt?

*Adatok:* A Hold tömege $7,347 \cdot 10^{22}$ kg.

**Megoldás 2.1.** A maganyag sűrűségét kiszámíthatjuk $A$ nukleont tartalmazó atommag tömegének és térfogatának hányadosaként. Felhasználva, hogy $R = r_0\sqrt[3]{A}$ kapjuk:

$$\rho = \frac{A \cdot m_n}{\frac{4\pi}{3}R^3} = \frac{A \cdot m_n}{\frac{4\pi}{3}r_0^3 \cdot A} = \frac{m_n}{\frac{4\pi}{3}r_0^3} = \text{konstans}, \tag{2.19}$$

ahol $m_n$ egy nukleon tömege, és $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$ m. A nukleontömeg $= 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg, ezért az atommagok sűrűsége $\approx 23{\cdot}10^{16}$ kg/m$^3$. A Hold tömegét ilyen sűrűséggel $V = \frac{M_H}{\rho}$ térfogatba lehetne berakni. Ha $R_H$ lenne a gömb sugara, akkor $\frac{4\pi}{3}R_H^3 = \frac{M_H}{\rho}$, amiből $R_H = \sqrt[3]{\frac{3M_H}{4\pi\rho}} = r_0\sqrt[3]{\frac{M_H}{m_n}}$. Az adatokat behelyettesítve kapjuk: $R_H = 42,4$ m.

**Feladat 2.2..** Tudjuk, hogy negatív béta-bomlás akkor jöhet létre, ha egy atommag $Z$ rendszámára $Z < Z_{min}(A)$, elektronbefogás pedig akkor, ha $Z > Z_{min}(A)$. Ezért azt várnánk, hogy nincs olyan atommag, amely egyszerre negatív béta-bomló és elektronbefogó is lenne. A $^{40}$K izotóp azonban 88%-os valószínűséggel negatív béta-bomló, 12%-os valószínűséggel pedig elektronbefogással bomlik. (Nemcsak a $^{40}$K ilyen, vannak még más ilyen atommagok is). Hogyan lehetséges ez?

**Feladat 2.3..** Határozzuk meg pontosan a neutron tömegét, tudva, hogy a neutron béta-bomlásakor a felszabaduló energia $1,2522 \cdot 10^{-13}$ J.

*Adatok*: A proton tömege: $1,672614 \cdot 10^{-27}$ kg, az elektron tömege: $9,109558 \cdot 10^{-31}$ kg.

**Feladat 2.4..** Határozzuk meg, hogy a héjmodell alapján milyen perdületet és paritást várunk a következő atommagok alapállapotára: $^{17}_{8}$O, $^{41}_{20}$Ca!

## Feladatok megoldása

**Megoldás 2.2.** Az azonos $A$ tömegszámú magok energiája $Z$-nek másodfokú függvénye, azaz egy parabolán helyezkednek el. Páros $A$ kétféleképpen valósulhat meg: vagy páros $Z$ és páros neutronszám, vagy páratlan $Z$ és páratlan neutronszám mellett. A párenergia miatt a páros $A$-nak megfelelő izobár atommagok tehát nem egy, hanem két, egymáshoz képest „függőlegesen" eltolt parabolán helyezkednek el. Az alacsonyabban fekvőn a páros rendszámúak, a magasabban fekvőn pedig a páratlanok. Ezért lehetséges, hogy egy páratlan rendszámú atommag energiája magasabb lehet mindkét „szomszédos" páros rendszámú izobárnál, azaz mind a rendszámnövelő, mind a rendszámcsökkentő bomlás lehetséges energetikailag.

**Megoldás 2.3.** A neutron béta-bomlása a következőképpen játszódik le:

$$n \to p + e^- + \tilde{\nu} + \text{Energia}. \tag{2.20}$$

Ebből látszik, hogy a neutron tömegéből kell „fedezni" a proton tömegét, az elektron tömegét, és a felszabaduló energiának az Einstein-féle tömeg-energia összefüggés alapján megfelelő tömeget $m = \dfrac{\text{Energia}}{c^2}$. Az antineutrínó tömegét csak azért hagyjuk ki, mert arról feltételezzük, hogy annak nyugalmi tömege nulla (vagy legalábbis olyan kicsiny, hogy itt nyugodtan elhanyagolhatjuk). Ezért a neutron tömege:

$$m_n = 1,672614 \cdot 10^{-27} + 9,109558 \cdot 10^{-31} + \frac{1,2522 \cdot 10^{-13}}{\left(2.996 \cdot 10^8\right)^2}, \tag{2.21}$$

azaz $m_n = 1,674920 \cdot 10^{-27}$ kg.

**Megoldás 2.4.** Mindkét atommagban a kétszeresen mágikus törzsön kívül egyetlen nukleon van (az egyikben egy proton, a másikban egy neutron). Azt, hogy az atommagnak milyen perdülete és paritása lesz, végeredményben ez a törzsön kívüli nukleon határozza meg. A 2.11 ábra alapján az $^{17}_{8}$O esetében az $n = 1$ oszcillátor-kvantumszámú héj betöltése után a legalacsonyabb lehetséges állapotban a perdület $j = \frac{5}{2}$ (betöltési szám $= 6$), és ez az $\ell = 2$, azaz d pályából jön létre a nukleonspin hozzácsatolódása révén $\left(j = \ell + s = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}\right)$. Ennek a pályának a paritása pozitív, mivel a paritás$= (-1)^{\ell}$. Ezért az $^{17}_{8}$O alapállapota: $j^{\pi} = \left(\frac{5}{2}\right)^{+}$. Hasonló okfejtéssel a $^{41}_{20}$Ca alapállapotára kapjuk: $j^{\pi} = \left(\frac{7}{2}\right)^{-}$.

# 3. fejezet

# Radioaktivitás: a radioaktív bomlás formái és jellemző mennyiségei

A XIX. század végére a természetről alkotott ismeretek sokak számára teljesnek, befejezettnek tűntek. A kémia megállapította, hogy vannak olyan anyagok, amelyeket semmilyen módon nem lehetett átalakítani, szétbontani vagy más anyagokból létrehozni, ezek voltak az elemek. Minden további anyag ezen elemek egyszerű szabályok szerinti kapcsolódásából állt össze (egyszeres és többszörös súlyviszonyok törvénye, John DALTON, 1766-1844). Az elemek tovább nem bontható, átalakítható apró részeit a kémikusok atomoknak nevezték, az összetett anyagok legapróbb részeit pedig molekuláknak. Amadeo Lorenzo AVOGADRO (1776-1856) 1811-ben megfogalmazta a róla elnevezett tételt: azonos nyomás, térfogat, hőmérséklet mellett a gázok azonos számú részecskét (molekulát, ill. atomot) tartalmaznak, anyagi minőségtől függetlenül. Az Avogadro-féle szám fontos természeti állandó, amely valamely kémiai elem vagy vegyület egy molekulasúlynyi (mólnyi) mennyiségében levő részecskék számát jelenti. $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$. Jóllehet az atomokat és a molekulákat – közvetlen bizonyítékok hiányában – sokan még nem fogadták el ténylegesen létezőknek, az anyagok atomos/molekuláris szerkezetének feltételezése nagyon sikeres modell volt. A szén égése a szénatomok és az levegő oxigén-molekuláinak széndioxiddá történő egyesülésével magyarázható: $C+O_2 \rightarrow CO_2$. Az Avogadro szám ismeretében azt is meg lehetett határozni, hogy egyetlen szénatom elégetésekor mekkora energia szabadul fel:

$$E_C = \frac{Q}{N_A} \approx 0,7 \cdot 10^{-18}\text{J}, \tag{3.1}$$

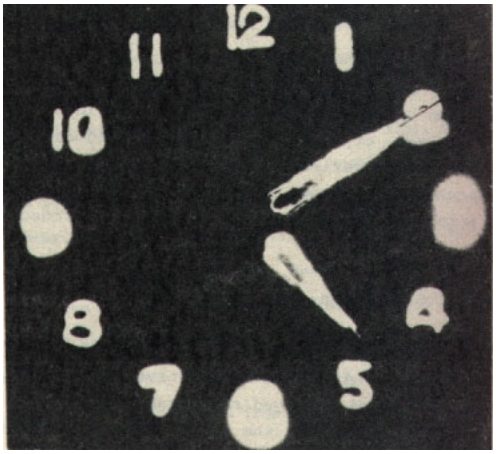
ahol $Q \approx 400$ kJ a mólnyi szén égéshője. A kémiai átalakulások során történő energiaváltozások valamennyien $10^{-18}$ J nagyságrendjébe esnek.

A XIX. század utolsó éveire a fizika már lefektette az energia-megmaradás törvényét, valamint a hőtan törvényeit. A mechanika, a fénytan törvényei szintén kikristályosodtak, és James Clark MAXWELL (1831-1879) egységbe foglalta az elektromosságtan és a mágnesség törvényeit is.

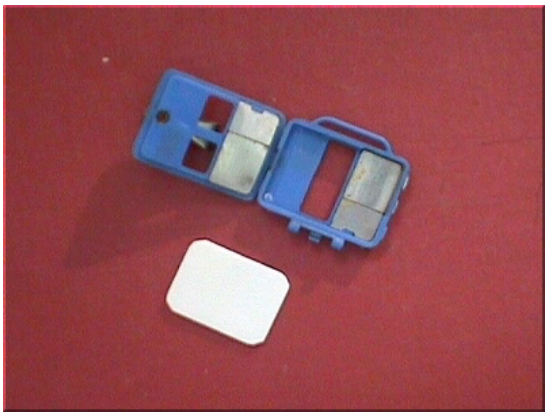
Ebbe a világképbe robbant bele 1896-ban Henri Antoine BECQUEREL (1852-1908) francia kutató felfedezése, hogy egyes elemek – külső behatás és külső energiaforrás nélkül – energiát hordozó sugárzást bocsátanak ki. Ez egyszerre mondott ellent az addigi kémiai ismereteknek (mert az átalakulás során a korábban változhatatlannak hitt kémiai elemek alakulnak át egymásba), és az energia-megmaradásnak, hiszen ennek az átalakulásnak a során látszólag a semmiből keletkezik energia, amelyet az anyag nagy energiájú részecskék (alfa- béta- gamma-sugárzások) formájában kisugároz. Ezt a különleges jelenséget nevezték el radioaktivitásnak

**A radioaktivitás felfedezése**

1895-ben Wilhelm Conrad RÖNTGEN (1845-1923, Nobel-díj 1901) felfedezte, hogy léteznek olyan sugárzások, amelyek anyagokon áthatolnak (Röntgen-sugarak). Ezt követően a kutatók azt kezdték keresni, hogy vajon vannak-e olyan foszforeszkáló ill. fluoreszkáló anyagok, amelyek ilyen nagy áthatolóképességű sugarakat bocsátanak ki magukból? Becquerel uránsók foszforeszkáló tulajdonságait vizsgálta 1896-ban, és nagy áthatolóképességű sugárzásokat keresett. Azt a meglepő felfedezést tette, hogy az urán külső behatás és energiaforrás nélkül is nagy áthatolóképességű sugárzást bocsát ki, amely a fekete papírba csomagolt fényképezőlemezt is megfeketíti. Becquerel felfedezésének ma több közvetlen gyakorlati felhasználása is van: ezen az elven működnek a sugárveszélyes helyen dolgozókat ért sugárdózis ellenőrzésére szolgáló filmdoziméterek, valamint ezt használja az autoradiográfia módszere is (3.1 ábra).




(a) Rádiumtartalmú „világító” számlapú óra autoradiogramja

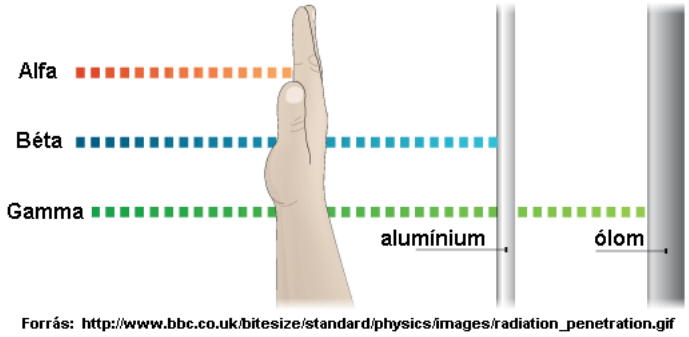


(b) Filmdoziméter

3.1. ábra.

## 3.1. Alfa- béta- gamma-sugárzások

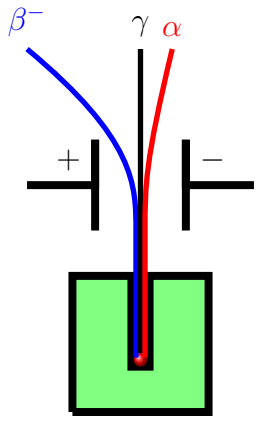
A radioaktivitás felfedezését követően sok kutató bekapcsolódott a radioaktív sugarak vizsgálatába. Sir Ernest RUTHERFORD (1871-1937, kémiai Nobel-díj 1908) angol fizikus 1898-ban megállapította, hogy a sugárzás nem homogén, hanem van egy erősen ionizáló összetevője, amelyet azonban már egy nagyon vékony anyagréteg (pl. papír) is elnyel, és amelynek a levegőben a hatótávolsága csak néhány centiméternyi. Van azonban egy másik összetevő is, amelyik sokkal kevésbé ionizál, de sokkal nagyobb áthatolóképességgel rendelkezik. Rutherford ezeket az összetevőket a görög ábécé első két betűje nyomán alfa- ($\alpha$) ill. béta- ($\beta$) sugaraknak nevezte el. Két évvel később Paul Ulrich VILLARD (1860-1934) francia fizikus felfedezte a béta-sugaraknál is nagyobb áthatolóképességű sugárzást (3.2 ábra), ami a gamma-sugárzás ($\gamma$) nevet kapta. A vizsgálatok




3.2. ábra. Sugárzások áthatolóképessége

ez után arra irányultak, hogy megállapítsák e sugarak természetét. Becquerel megállapította, hogy a béta-sugarak negatív elektromos töltést hordoznak, és a tömegük és töltésük viszonya megegyezik az elektronokéval. A béta-sugárzás tehát nagysebességű elektronokból áll, ezért mind az elektromos, mind a mágneses mező eltéríti (3.3 ábra). 1909-ben Rutherford állapította meg, hogy az alfa-részek tulajdonképpen nagy energiájú héliumionok. Mivel ezek is elektromos töltésű részecskék, ezeket is eltéríti mind az elektromos, mind a mágneses mező, csak éppen ellenkező irányba, mint a béta-sugarakat. A gamma-sugárzásról pedig kiderült, hogy nagyon kis hullámhosszúságú elektromágneses sugárzás, ezért ezeket sem elektromos, sem mágneses mezővel nem lehet eltéríteni.

Az elektromos és mágneses mezőben való eltérülésből az elektromos töltésű részecskék energiája is meghatározható. Nagy megdöbbenést keltett, amikor kiderült, hogy ezek az energiák több nagyságrenddel – néha milliószor – nagyobbak, mint a kémiai átalakulásoknál fellépő energiák (ld. 3.1 összefüggés, $E \approx 10^{-18}$ J). Ma már tudjuk, hogy radioaktív bomláskor az atomok középpontjában lévő atommagok alakulnak át. Az őket alkotó protonok és neutronok átrendeződnek, és erősebben kötött állapotba kerülnek.




3.3. ábra. $\alpha$- , $\beta$- , $\gamma$-sugárzás eltérülése elektromos mezőben

A radioaktív sugárzás részecskéi az átalakulás során felszabaduló kötési energiából nyerik hatalmas energiájukat. A radioaktivitás nem más, mint az anyag „vándorlása” az atommagok energiavölgyében (ld. 2.1.3 fejezet).

Ezekben az átalakulásokban – bármilyenek legyenek is azok, – bizonyos fizikai mennyiségekre megmaradási törvények állnak fenn. Egy fizikai mennyiségre vonatkozó megmaradási törvény azt jelenti, hogy a végállapotban (pl. a bomlás után) a részecskék megfelelő fizikai mennyiségeit összeadva ugyanannyit kell kapjunk, mint amennyi a kezdőállapotban (a bomlás előtt) volt. A fizikában sok megmaradási törvény van, ezek közül most csak hármat sorolunk fel, amelyeknek a radioaktív bomlások leírásánál jelentős szerepe van:

- az elektromos töltés megmaradása,
- a nehéz-részecske szám (az ún. bariontöltés) megmaradása és a
- könnyű-részecske szám (leptontöltés) megmaradása.

Néhány, a radioaktív bomlásokban szereplő részecske paramétereit az 3.1 Táblázat tartalmazza

Egy protonokból és neutronokból álló atommag paramétereit a benne található neutronok és protonok megfelelő paramétereinek összegzésével kapjuk meg. Mivel mind a protonok mind a neutronok leptontöltése nulla, ezért az atommagoké is nulla, akárhány protont vagy neutront is tartalmaznak. Egy $Z$ protonból és $N$ neutronból álló atommag elektromos töltése $+Z$ (elemi töltés), bariontöltése pedig $A = Z + N$.

3.1. táblázat. Részecskék töltés-paraméterei

| Részecske | Elektromos töltés (elemi töltés egységben) | Barion töltés (nehézrészecske-szám) | Lepton töltés (könnyűrészecske-szám) |
|---|---|---|---|
| Proton | +1 | +1 | 0 |
| Neutron | 0 | +1 | 0 |
| Elektron | -1 | 0 | +1 |
| Pozitron | +1 | 0 | -1 |
| Neutrínó | 0 | 0 | +1 |
| Antineutrínó | 0 | 0 | -1 |

### Alfa-részecske, alfa-sugárzás

Az alfa-bomláskor kibocsátott részecskét alfa-részecskének nevezzük. Ez tulajdonképpen hélium-atommag, amelyben 2 proton és 2 neutron van. Elektromos töltése tehát +2, és összesen 4 nehéz részecske van benne (bariontöltése 4). Ezért az alfa-bomlás során egy $Z$ protont (rendszám) és $A$ nehéz részecskét (tömegszám) tartalmazó atommagból $Z-2$ protont (töltésmegmaradás) és $A-4$ nehéz részecskét (barionszám-megmaradás) tartalmazó atommag jön létre. Képletben:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He} \tag{3.2} $$

Ezek valamennyien „nehéz” részecskék, a leptontöltést (könnyűrészecske-számot) tehát nem változtatják meg. Az elektromos-töltés megmaradását az „alsó indexek”, a barionszám-megmaradást a „felső indexek” alapján lehet ellenőrizni. Az alfa-bomlással később (4.1 fejezet) részletesebben is foglalkozunk.

### Béta-bomlások

A béta-bomlásoknak három fajtája van: negatív és pozitív béta-bomlás, valamint elektron-befogás.

**Negatív béta-bomlás**

A legkorábban felfedezett béta-bomlás során elektron keletkezik. Az elektron negatív elektromos töltésű, könnyű részecske: $\mathrm{e}^- = {}^{0}_{-1}\mathrm{e}$. Ezért sokáig a következőképpen képzelték el a béta-bomlás lefolyását:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}\mathrm{e} \tag{3.3} $$

Látható, hogy az elektromos töltés (alsó indexek) és a bariontöltés (felső indexek) megmarad. A könnyűrészecske-szám megmaradási törvény azonban nem teljesül, hiszen a

jobb oldalon az elektron miatt a könnyűrészecske-szám eggyel nagyobb, mint a baloldalon (ld. 3.1 Táblázat). Ezért ki kell bocsátódjon egy olyan könnyű részecske, amely elektromosan semleges (tehát nem „rontja el" az elektromos töltésmegmaradást), viszont a könnyűrészecske száma -1. Az 3.1 Táblázat szerint az antineutrínónak vannak ilyen tulajdonságai. A negatív béta-bomlás tehát helyesen:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X}(0) \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\,\mathrm{Y}(0) + {}^{0}_{-1}\,\mathrm{e}(1) + \tilde{\nu}(-1) \tag{3.4} $$

A zárójelben lévő szám az illető részecske leptontöltését (könnyűrészecske-számát) jelzi. A leptonszámot általában nem szokás jelölni, mi is csak most egyszer, az érthetőség kedvéért jeleztük. A negatív béta-bomlás szokásos jelölése:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}\,\mathrm{Y} + \mathrm{e}^{-} + \tilde{\nu} \tag{3.5} $$

**Pozitív béta-bomlás**

1932-ben felfedezték az elektron antirészecskéjét, a pozitront. Ezt követően a mesterségesen előállított radioaktív anyagok bomlásai között hamarosan találtak pozitív béta-bomlási folyamatokat is.

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\,\mathrm{Y} + \mathrm{e}^{+} + \nu \tag{3.6} $$

Az itt szereplő $\mathrm{e}^{+}$ könnyű részecske egyszeres pozitív elektromos töltésű, és az elektronnak az antirészecskéje. A neve: pozitron. A $\nu$ részecske elektromosan semleges könnyű részecske, a neve: *neutrínó*.

**Elektron-befogás** Földi világunkban az atommagot sűrű elektronfelhő veszi körül. Ezért – energetikailag kedvező esetben – az atommag be tud fogni egy elektront az atomi elektronhéjból. A megmaradási törvények miatt ez a következőképpen mehet csak végbe:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + \mathrm{e}^{-} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\,\mathrm{Y} + \nu \tag{3.7} $$

Ezt a folyamatot elektronbefogásnak nevezzük. Vegyük észre, hogy ebben a folyamatban csak egy neutrínó lép ki (a megmaradt atommag mellett, természetesen). Mivel a neutrínót roppant nehéz érzékelni, tehát ezt a folyamatot közvetlenül nem tudjuk megfigyelni. Közvetett megfigyelésre azonban nyílik mód, hiszen az atommag által elnyelt elektron helye „üresen" marad az atomi elektronhéjban. Ebbe egy külső (magasabb energiájú) pályáról beugrik egy elektron, és közben az atom a többlet-energiát karakterisztikus röntgen-sugárzás formájában kisugározza. Ekkor azonban az atommag töltése már $Z-1$, tehát a karakterisztikus röntgensugárzás hullámhossza is ilyen rendszámú atomra lesz jellemző. Amikor tehát egy $Z$ rendszámú anyagdarabból $Z-1$ rendszámú atomokra jellemző karakterisztikus röntgensugárzást észlelünk, akkor tulajdonképpen az elektronbefogásokat detektáljuk közvetett módon.

A 2.1.3 fejezet alapján a béta-bomlások valamennyien az energiavölgy „oldalán" lezajló folyamatok, az $A$ =konstans izobárokat leíró energia-parabolák mentén. Ezért a negatív béta-bomlások azokra az atommagokra jellemzők, amelyekben túl kevés proton

van az adott tömegszámnak megfelelő $Z_{min}$-hoz képest, a pozitív béta-bomlások és az elektronbefogások pedig azokra az atommagokra, amelyekben $Z_{min}$-nál több proton van.

Természetesen, ugyanezt a neutronok számával is megfogalmazhatjuk. Adott $A$ tömegszámhoz egy optimális $N_{opt} = A - Z_{min}$ neutronszám tartozik. Ilyen neutronszámú atommagok a legerősebben kötöttek az izobárok közül. Negatív béta-bomlások az ehhez képest túl sok neutront tartalmazó atommagokra, a pozitív béta-bomlások és az elektron-befogások pedig a túl kevés neutront tartalmazó atommagokra jellemzőek.

**Gamma-bomlások**

A gamma-bomlás során az atommag elektromágneses sugárzást (fotont) bocsát ki. Mivel a kisugárzott fotonnak mind az elektromos-, mind a barion-, mind pedig leptontöltése nulla, ezért a gamma-bomlás során az atommag semmilyen összetevője nem változik meg. Azaz

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X}^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}\mathrm{X} + \gamma \tag{3.8} $$

Az X* atommag egy magasabb energiájú (gerjesztett) állapotából (ezt jelzi a csillag) egy alacsonyabb energiájú állapotába megy át, és az energiakülönbséget elektromágneses sugárzás formájában kibocsátja. A sugárzás frekvenciájára érvényes a Planck- összefüggés:

$$ h\nu = E_{\mathrm{magasabb}} - E_{\mathrm{alacsonyabb}} \tag{3.9} $$

Itt $\nu$ a kibocsátott elektromágneses sugárzás frekvenciája, $\mathrm{E}_{\mathrm{magasabb}}$ és $\mathrm{E}_{\mathrm{alacsonyabb}}$ az atommag kezdeti ill. végállapotának energiája, $h$ pedig a Planck-állandó.

Ha a gamma-bomlást az energiavölgyön szeretnénk ábrázolni, akkor úgy képzelhetjük, hogy a gerjesztett atommag a völgy „fölött" helyezkedik el, hiszen a völgyön az *alapállapotú* atommagok vannak! A gamma-bomlás során tehát a völgy fölött lévő, gerjesztett állapotban lévő atommag az összetételének változtatása nélkül lejjebb kerül, közelebb a völgyhöz, de akár rá is kerülhet a völgyre, amikor alapállapotba kerül.

Magasan gerjesztett atommag általában valamilyen más magátalakulásban (pl. bétabomlásban) keletkezik. Ezért a gamma-bomlás általában valamilyen más magátalakulást követő bomlási mód.

## 3.2. A radioaktivitás jellemző mennyiségei

### 3.2.1. Aktivitás

A radioaktív anyagok mennyisége időben fokozatosan csökken, hiszen a bomlásra képes atommagok egy része elbomlik. Az időegység alatt bekövetkező bomlások számát aktivitásnak nevezzük. Jelöljük $N(t)$-vel a bomlásra képes atommagok számát a $t$ időpillanatban, ekkor

$$ a = -\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \tag{3.10} $$

A bomlásra képes atommagok száma a bomlás miatt csökken, ezért $\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}$ negatív. A fenti definícióval az $a$ aktivitás pozitív értékű. Az aktivitás egysége a becquerel (ejtsd : bekerel).

$$1\mathrm{Bq} = 1\mathrm{bomlás/s} \tag{3.11}$$

Az aktivitás régi egysége a curie (ejtsd: küri). 1 Ci $= 3,7 \cdot 10^{10}$ Bq.

*Megjegyzés*: Maria SKLODOWSKA-CURIE (1867-1934, Fizikai Nobel-díj 1903, Kémiai Nobel-díj 1911) lengyel származású fizikusnő, aki férjével, Pierre CURIE-vel (1859-1906, Fizikai Nobel-díj 1903) együtt fedezte fel és állította elő a rádium és polónium elemeket. Az aktivitás régi egységét róluk nevezték el. 1 g rádiumnak éppen 1 Ci ($=3,7 \cdot 10^{10}$ Bq) aktivitása van.

Radioaktív forrás aktivitása egyenesen arányos az anyagban lévő, bomlásra képes (még el nem bomlott) atommagok számával ($N$) :

$$a = \lambda \cdot N \tag{3.12}$$

$\lambda$ neve: bomlásállandó, mértékegysége: 1/s.

A mag- és részecskefizikában gyakran használják a bomlásállandó reciprokát:

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \tag{3.13}$$

$\tau$ idő [s] dimenziójú, és a a bomló magok átlagos **élettartamát** adja meg (ld. 3.1. Feladat)

*Megjegyzés*: A kvantummechanika szerint véges élettartamú állapot energiája nem lehet teljesen határozott: $\tau \cdot \Delta E \geq \frac{\hbar}{2}$. Egyes könyvek ezt az energiára és időre vonatkozó Heisenberg-féle határozatlansági relációnak hívják - helytelenül.

Az aktivitás az élettartammal is kifejezhető, mint az egyszerűen látható:

$$a = \frac{N}{\tau} \tag{3.14}$$

Mivel a bomlásállandó kapcsolatban van a $T$ felezési idővel is (ld. lentebb), az aktivitás még a következőképpen is írható:

$$a = \frac{\ln 2}{T} \cdot N \tag{3.15}$$

### 3.2.2. Exponenciális bomlástörvény

A radioaktív bomlás statisztikus jelenség, ezért törvényei gyakorlatilag csak nagyszámú atommag bomlására alkalmazhatók, egyes atommagok bomlására csak valószínűségi kijelentéseket tehetünk. Annak a valószínűsége például, hogy egy kiszemelt atommag a $T$

felezési idő alatt elbomlik éppen 1/2. Újabb $T$ idő alatt bekövetkező bomlás valószínűsége ismét 1/2, attól függetlenül, hogy az atommag mióta „vár” már a bomlásra. Az 3.10 és 3.12 egyenletekből az el nem bomlott atommagok $N$ számára elsőrendű differenciálegyenletet kapunk:

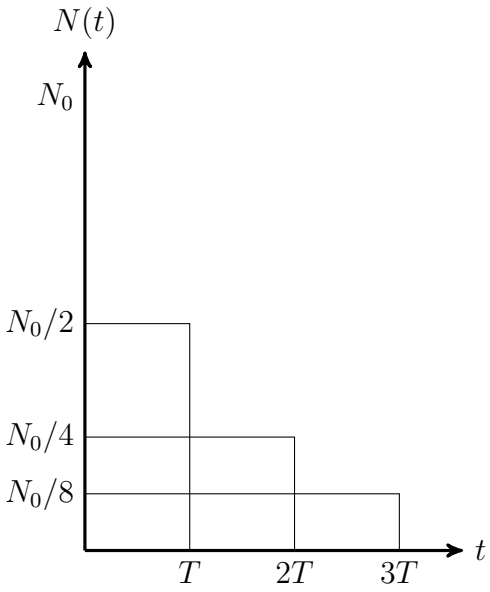
$$-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \lambda \cdot N(t) \tag{3.16}$$

Ennek a differenciálegyenletnek a megoldása exponenciális függvény:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \tag{3.17}$$

Az $N_0$ konstans értelmezése: a függvény értéke a $t = 0$ kezdeti időpontban (a mi esetünkben a kezdetben meglévő radioaktív atommagok száma).

Ennek az időfüggvénynek a menetét mutatja a 3.4 ábra.




3.4. ábra. Exponenciális bomlástörvény

### Felezési idő

Az exponenciális bomlástörvény egy másik, gyakran használt alakját úgy kapjuk meg, ha az $e$ alapról ( = 2,718281828459..., a természetes logaritmus alapszáma) 2-es alapra térünk át:

$$N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \tag{3.18}$$

Az ebben az alakban szereplő $T$ felezési idő és az előző képletben szereplő $\lambda$ bomlásállandó nem függetlenek egymástól:

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} \tag{3.19}$$

mint az könnyen igazolható.

Az aktivitásnál bevezetett bomlásállandónak ($\lambda$) érdekes értelmezést adhatunk. Legyen $\mu$ annak a valószínűségsűrűsége, hogy egyetlen atommag időegység alatt elbomoljon! Ekkor az illető atommag $dt$ idő alatt $\mu \cdot dt$ valószínűséggel bomlik el. Azt, hogy egy kiszemelt atommag pontosan mikor fog elbomlani, nem lehet megmondani, de ha nagyszámú atommagot vizsgálunk, akkor meg lehet mondani, hogy nagyon sok ($N$) közül átlagosan hány bomlik el $dt$ idő alatt: $N \cdot \mu \cdot dt$. Ennyi idő alatt tehát ennyivel csökken a meglévő atommagok száma, azaz az atommagok számának $dN$ megváltozása: $\mathrm{d}N = -N \cdot \mu \cdot \mathrm{d}t$. (A negatív előjel azt fejezi ki, hogy az atommagok száma csökken.) Ez az egyenlet összefüggést ad az atommagok számának megváltozása és a meglévő $N$ szám között:

$$-\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \mu \cdot N(t). \tag{3.20}$$

Ezt az egyenletet összehasonlítva 3.16-vel azonnal látható, hogy $\mu = \lambda$, azaz a bomlásállandó éppen az időegységre eső bomlási valószínűség.

### 3.2.3. Poisson eloszlás

A radioaktív bomlások statisztikus folyamatok, ezért csak valószínűségi törvényekkel írhatók le. Legyen $p$ annak a valószínűsége, hogy egy atom $t$ idő alatt elbomlik, ekkor nyilván annak a valószínűsége, hogy nem bomlik el, $1-p$. A fent levezetett exponenciális bomlástörvény alapján $1 - p = e^{-\lambda \cdot t}$, azaz

$$p = 1 - e^{-\lambda \cdot t}. \tag{3.21}$$

Annak a valószínűsége, hogy kezdetben meglévő $N$ atomból éppen $k$ atom bomlik el a fenti $t$ idő alatt a binomiális eloszlással számítható ki.

$$P\left(k, N, p\right) = \binom{N}{k} p^k \left(1-p\right)^{N-k}, \tag{3.22}$$

hiszen ehhez az kell, hogy éppen $k$ részecske bomoljon el, és $N-k$ ne bomoljon el. A $k$ darab elbomló részecskét viszont tetszőlegesen kiválaszthatjuk a meglévő $N$ részecskéből, ezért jelenik meg az $\binom{N}{k}$ tényező. Megmutatható, hogy $k$ várható értéke: $\langle k \rangle = N \cdot p$.

Levezethető, hogy nagy $N$ részecskeszámok és kis $p$ valószínűségek esetén a binomiális eloszlás átmegy egy úgynevezett *Poisson-eloszlásba*, ha a határátmenet úgy történik, hogy a várható érték $N \cdot p$ konstans marad. Ennek következtében annak valószínűsége,

hogy $t$ idő alatt egy $a$ aktivitású radioaktív forrásban pontosan $k$ bomlás következzen be, Poisson-eloszlást követ, ha a várható értéke $(at)$ elegendően nagy $(at > 10)$:

$$P(k, at) = \frac{(at)^k}{k!} e^{-at} \tag{3.23}$$

Ez az összefüggés addig használható, amíg az aktivitás időben állandónak tekinthető, azaz $t \ll T$ (itt $T$ a felezési idő). Hasonlóképpen, Poisson-eloszlást követ az is, hogy egy detektorral (pl. GM-cső) $t$ idő alatt pontosan $k$ beütést érzékeljünk, ha az időegység alatt várható beütésszám $a$.

### 3.2.4. Szimuláció

A radioaktív bomlás jobb megértését segíti ezen a linken lévő szimuláció, és az onnan elérhető magyarázatok.

## 3.3. Bomlási sorok, radioaktív egyensúly

### 3.3.1. Bomlási sorok

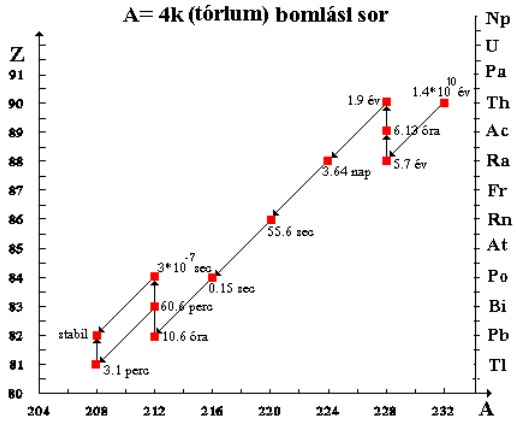
Radioaktív sugárzás kibocsátásakor (a $\gamma$-bomlás kivételével) új összetételű atommag (ún. leánymag) keletkezik. Ha a keletkezett atommag ismét radioaktív, a bomlás tovább folytatódik. Több, egymásra következő bomlás sorozatát radioaktív bomlási sornak nevezzük. A radioaktív bomlási sorban általában $\alpha$-bomlások és $\beta$-bomlások vannak, amelyeket $\gamma$-bomlások követnek. Ezek közül egyedül az $\alpha$-bomlás változtatja meg az $A$ tömegszámot: néggyel csökkenti. Így négy bomlási sort különböztetünk meg attól függően, hogy a bomlási sorban lévő atommagok tömegszáma néggyel osztva milyen maradékot ad. Ezeket a 3.2 Táblázat mutatja.

3.2. táblázat. Radioaktív bomlási sorok paraméterei

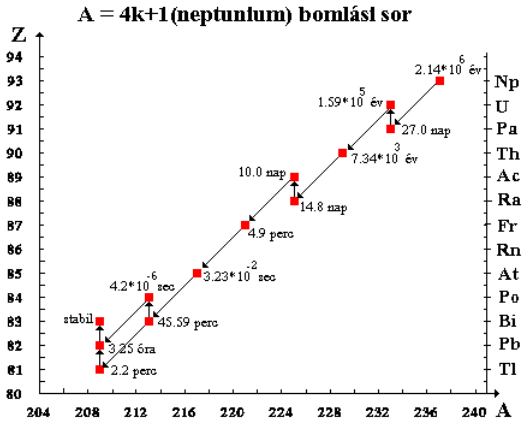
| Család | Első atommag | Felezési idő (év) | Utolsó atommag |
|---|---|---|---|
| $4k$ | $^{232}_{90}\mathrm{Th}$ | $1,4 \cdot 10^{10}$ év | $^{208}_{82}\mathrm{Pb}$ |
| $4k+1$ | $^{237}_{93}\mathrm{Np}$ | $2,14 \cdot 10^{6}$ év | $^{209}_{83}\mathrm{Bi}$ |
| $4k+2$ | $^{238}_{92}\mathrm{U}$ | $4,51 \cdot 10^{9}$ év | $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ |
| $4k+3$ | $^{235}_{92}\mathrm{U}$ | $7,04 \cdot 10^{8}$ év | $^{207}_{82}\mathrm{Pb}$ |

A rövid felezési idő miatt a $4k+1$ családnak a tagjai már mind elbomlottak, és így csak mesterségesen állíthatók elő.

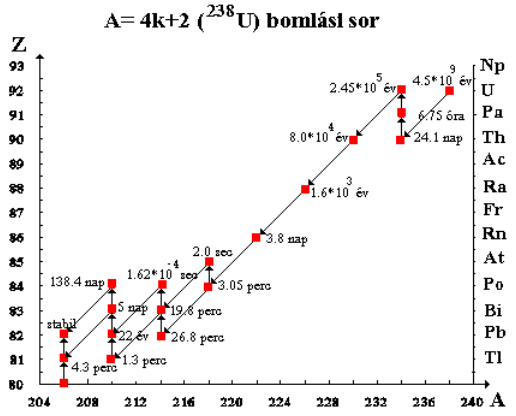
A radioaktív családokat a 3.5 ábrák mutatják:



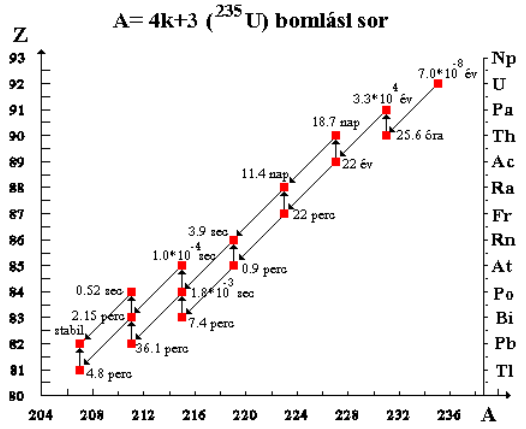

(a) $A = 4k$ (Tórium) bomlási sora




(b) $A = 4k + 1$ (Neptunium) bomlási sora




(c) $A = 4k + 2$ ($^{238}$U) bomlási sora




(d) $A = 4k + 3$ ($^{235}$U) bomlási sora

3.5. ábra. Radioaktív bomlási sorok

### 3.3.2. Radioaktív egyensúly

Az egyszerűség kedvéért vizsgáljunk egy 3 elemből álló bomlási sort $A \to B \to C$. Az egyes izotópokból $t$ időpillanatban meglévő atommagok számát jelöljük $N_A(t)$, $N_B(t)$,

$N_C(t)$-vel. Az ezekre vonatkozó differenciálegyenletek:

$$\frac{\mathrm{d}N_A}{\mathrm{d}t} = -\lambda_A \cdot N_A(t) \tag{3.24}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_B}{\mathrm{d}t} = +\lambda_A \cdot N_A(t) - \lambda_B \cdot N_B(t) \tag{3.25}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_C}{\mathrm{d}t} = +\lambda_B \cdot N_B(t) \tag{3.26}$$

Az első egyenlet leírja, hogy a bomlási sor első tagja nem „keletkezik", csak a saját bomlásállandójával bomlik. A második egyenletből kiderül, hogy a $B$ izotóp az $A$-ból keletkezik és a saját bomlásállandójával bomlik, míg a harmadik egyenlet arról tájékoztat minket, hogy a $C$ izotóp már stabil, nem bomlik tovább, csak a $B$-ből keletkezik. Kezdeti feltételnek vegyük azt, hogy kezdetben csak a sor első tagja van jelen, azaz

$$N_A(0) = N_0$$
$$N_B(0) = 0$$
$$N_C(0) = 0$$

Nyilván az első egyenlet megoldása semmi érdekességet nem rejt:

$$N_A(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda_A t}, \tag{3.27}$$

egyszerű exponenciális bomlást kapunk.

A második egyenlet megoldása érdekesebb. Mivel az első egyenlet megoldása már ismert, így $N_A(t)$ behelyettesíthető, és kapjuk:

$$\frac{\mathrm{d}N_B}{\mathrm{d}t} = -\lambda_B \cdot N_B(t) + \lambda_A \cdot N_0 e^{-\lambda_A t} \tag{3.28}$$

Ez tehát egy inhomogén elsőrendű differenciálegyenlet az $N_B(t)$ függvényre. A választott kezdeti feltétellel az egyenlet megoldása:

$$N_B(t) = N_0 \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) \tag{3.29}$$

A B izotóp aktivitása:

$$a_B(t) = \lambda_B N_B(t) = a_A(0) \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) \tag{3.30}$$

Ezt egy kicsit átírhatjuk:

$$a_B(t) = a_A(t) \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \left(1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A) t}\right) \tag{3.31}$$

Vizsgáljunk meg egy speciális esetet: ha $\lambda_B > \lambda_A$, akkor elegendően hosszú idő után a zárójelben lévő második tag elhanyagolhatóan kicsi lesz. Így kapjuk:

$$a_B(t) = a_A(t)\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \tag{3.32}$$

Azaz a két aktivitás aránya időtől független, konstans. Ezt **átmeneti egyensúlynak** nevezzük.

Különösen érdekes az az eset, amikor $\lambda_b \gg \lambda_A$. Ekkor ugyanis az 3.32 egyenlet jobb oldalán lévő tört nevezőjében el lehet hanyagolni $\lambda_A$-t, és az aktivitások arányára kapjuk: $\frac{a_B(t)}{a_A(t)} = \frac{\lambda_B}{\lambda_B} = 1$. Azt kapjuk tehát, hogy $a_B(t) = a_A(t)$. Ezt **szekuláris egyensúlynak** nevezzük. Ilyenkor időegység alatt ugyanannyi bomlik el az egyik fajtából, mint amennyi a bomlási sor őt megelőző tagjából keletkezett.

Több tagot tartalmazó bomlási sorra hasonló módon le lehet vezetni, hogy szekuláris egyensúlyban a bomlási sor egyes tagjainak az aktivitása egyenlő:

$$a_A(t) = a_B(t) = a_C(t)... \tag{3.33}$$

Ebből az aktivitás és a felezési idő közötti összefüggés felhasználásával azonnal adódik, hogy szekuláris radioaktív egyensúlyban lévő izotópokra:

$$N_A : N_B : N_C... = T_A : T_B : T_C... \tag{3.34}$$

Itt $N_A$, $N_B$, $N_C$... a bomlási sor egyes tagjaiból meglévő atommagok számát, $T_A$, $T_B$, $T_C$... pedig a megfelelő felezési időket jelöli. Ennek az összefüggésnek egyik felhasználási területe az, amikor egy anyagdarabban radioaktív egyensúlyban lévő radioaktív elemek koncentrációja alapján azok felezési idejére lehet következtetni. Ilyen módszerrel lehet nagyon hosszú felezési időket is meghatározni, amelyek követlen megmérése egyébként lehetetlen lenne.

### Szimuláció

A radioaktív bomlási sorok jobb megértését segíti ezen a linken lévő szimuláció, és az onnan elérhető magyarázatok.

## 3.4. Természetes radioaktivitás

A Földön az élőlényeket az élet kialakulása óta érik különböző eredetű ionizáló sugárzások. Ilyen körülmények között alakult ki és maradt fenn rajta az élet, zajlott és zajlik ma is az evolúció, és így fejlődött ki az emberi lét is. Az emberi tevékenységtől függetlenül jelenlévő radioaktivitást természetes radioaktivitásnak nevezzük. Ennek két forrása van:

a Föld anyagának kialakulásakor létrejött, hosszú felezési idejű radioaktív izotópok és ezek leányelemeinek még megmaradt része, ill. a kozmikus sugárzás által folyamatosan létrehozott radioaktív atommagok. Az 3.3 Táblázat összefoglalja, hogy átlagosan milyen természetes eredetű sugárterhelésnek vagyunk kitéve.

3.3. táblázat. Természetes eredetű sugárterhelés

| | |
|---|---|
| Az égboltból | Óránként kb. 140000 kozmikus sugárzásból származó neutron, és kb. 400000 másodlagos kozmikus sugár ér bennünket. |
| A belélegzett levegőből | Óránként kb. 30000 atom bomlik el a tüdőnkben és bocsát ki $\alpha$-, $\beta$- és $\gamma$-sugárzást |
| Ételből és italból | Óránként kb. 15 millió $^{40}$K atom, és kb. 70000 természetes eredetű uránatom bomlik el a testünkben. |
| Talajból és az épületek anyagából | Óránként több mint 200 millió $\gamma$-foton ér bennünket. |

### 3.4.1. Földi eredetű természetes radioaktív anyagok

A Föld anyagát alkotó anyag nagy része - jelenlegi ismereteink szerint - egy 4-5 milliárd évvel ezelőtt lezajlott csillagkatasztrófa, ún. szupernova-robbanás során jött létre. Mára csak azok az atommagok maradhattak fenn, amelyek vagy stabilak (nem radioaktívak), vagy felezési idejük olyan hosszú, hogy még a Föld életkora sem volt elegendő ahhoz, hogy teljesen elbomoljanak, vagy pedig azok, amelyek ilyenek bomlása során folyamatosan és állandóan újra keletkeznek (pl. egy radioaktív bomlási sor tagjai). A ma még megtalálható, földi eredetű természetes radioaktív atommagokat az 3.4 táblázat foglalja össze. Az utolsó oszlopban található gyakoriság a földkéregben való előfordulásra vonatkozik (pl. $10^{-6}$-os gyakoriság azt jelenti, hogy a földkéregben található minden milliomodik atommag ilyen.) Ezeknek a radioaktív elemeknek - azon túlmenően, hogy az élőlénye-

3.4. táblázat. Földi eredetű természetes radioaktív elemek

| Izotóp | Felezési idő (év) | Átlagos bomlási energia | Gyakoriság a földkéregben |
|---|---|---|---|
| $^{40}$K | $1,28 \cdot 10^9$ | 1,38 MeV (0,221 pJ) | $3,1 \cdot 10^{-5}$ |
| $^{87}$Rb | $47,0 \cdot 10^9$ | 0,27 MeV (0,043 pJ) | $8,6 \cdot 10^{-5}$ |
| $^{235}$U és bomlási sora | $7,04 \cdot 10^8$ | 25,3 MeV (3,05 pJ) | $21,5 \cdot 10^{-7}$ |
| $^{238}$U és bomlási sora | $4,51 \cdot 10^9$ | 28,6 MeV (4,576 pJ) | $30,0 \cdot 10^{-5}$ |
| $^{232}$Th és bomlási sora | $14,1 \cdot 10^9$ | 20,5 MeV (3,280 pJ) | $80,0 \cdot 10^{-5}$ |

ket folyamatos és állandó sugárterhelésnek teszik ki - igen nagy jelentőségük van a Föld történetében. A bomlásuk által termelt hő az, amely folyamatosan melegen tartja a Föld középpontjában lévő anyagot, és ezáltal hajtja a Föld felszínét folyamatosan alakító lemeztektonikai mozgásokat, és létrehozza a kontinensek vándorlását és a vulkáni tevékenységet. Ennek az ún. radiogén hőnek a teljesítménye ma kb. $5,65 \cdot 10^{13}$ J/s. Ennek döntő többségét az urán és a tórium bomlási sorok adják. A $^{87}$Rb által időegység alatt keltett hő elenyészően kis arányban járul ehhez hozzá. (Ennek két oka is van: egyrészt a lényegesen hosszabb felezési idő miatt adott mennyiségből időegység alatt jóval kevesebb bomlik el, másrészt pedig a bomlása során felszabaduló átlagos energia eléggé csekély mind a kálium bomlásakor felszabaduló energiához képest, mind pedig az urán ill. tórium bomlási sorok teljes bomlási energiájához képest.)

A természetes radioaktív anyagok által termelt hő nélkül a Föld már régen kihűlt volna, még mielőtt az élet létrejöhetett volna rajta. Az élet létrejötte tehát a Föld radioaktivitásának köszönhető.

### Kozmikus eredetű természetes radioaktív anyagok

A kozmikus sugárzás elsődleges és másodlagos komponensei a Föld légkörében található anyagokkal különféle atommag-reakciókat hoznak létre, amelyeknek kapcsán radioaktív atommagok (is) létrejönnek. Ezek közül a legfontosabbak a radiokarbon ($^{14}$C), valamint a trícium ($^{3}$H). Kisebb mennyiségben jönnek még létre a következő radioizotópok: $^{7}$Be, $^{10}$Be, $^{22}$Na, $^{24}$Na.

**A radiokarbon ($^{14}$C)**

A radiokarbon a kozmikus sugárzás másodlagos neutronjainak hatására keletkezik a levegő nitrogén atommagjaiból a következő atommagreakcióval:

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{14}_{6}\mathrm{C} + ^{1}_{1}\mathrm{H} \tag{3.35}$$

Szavakban: a kozmikus sugárzásból származó gyors neutronok protont löknek ki a nitrogén atommagból, miáltal az eggyel alacsonyabb rendszámú szén atommaggá alakul. Létrejöttét követően a radiokarbon beépül az atmoszférában lévő széndioxid ($CO_2$) gázba, és részt vesz a szén körforgásában a természetben az atmoszféra, a bioszféra és a litoszféra között. A szén stabil, 12-es tömegszámú izotópjához viszonyított előfordulási gyakorisága az atmoszférában állandó: $2 \cdot 10^{-12}$. Felezési ideje 5568 év, ezért bomlásával fiatal geológiai képződmények és archeológiai leletek abszolút életkorát lehet meghatározni (kb. maximum 30000 évig). Ezzel az 3.5.3 szakaszban ($^{14}$C kormeghatározás) kissé részletesebben is foglalkozunk.

**A trícium ($^{3}$H)**

A trícium a hidrogén 3-as tömegszámú, radioaktív izotópja. Negatív béta-bomlással bomlik, a kibocsátott elektron maximális energiája igen kicsi, mindössze $2,9 \cdot 10^{-15}$ J. Felezési ideje 12,262 év. A kozmikus sugárzás másodlagos neutronjainak hatására kelet-

kezik a Föld légkörében.

$$^{14}_{7}\mathrm{N} + ^{1}_{0}\mathrm{n} \rightarrow ^{12}_{6}\mathrm{C} + ^{3}_{1}\mathrm{H} \tag{3.36}$$

A radioaktivitás miatt elbomló tríciumot a keletkezés folyamatosan pótolja, ezért dinamikus egyensúly áll be. Az atmoszférában a tríciumnak a legkönnyebb hidrogénizotóphoz viszonyított aránya állandó (kb. $1 \cdot 10^{-18}$). A légköri hidrogénizotópok — és így a trícium is — nem gáz formájában vannak jelen a légkörben, hanem oxigénhez kötődve, víz formájában. Az esővíz révén folyamatosan részt vesz a víz körforgásában a természetben az atmoszféra, a litoszféra és a bioszféra között. Nem túl régi, az atmoszférától elzárt (pl. felszín alatti) vizek életkorának meghatározására szokták használni. A tríciumos kormeghatározással az 3.5.2 szakaszban kissé részletesebben is foglalkozunk.

A levegőben lévő trícium koncentrációját az 1960-as években jelentősen megemelték a légköri hidrogénbomba kísérletek. Az általuk létrehozott tríciumtöbblet az atomcsendegyezmény óta folyamatosan csökken a 12,262 éves felezési időnek megfelelően, és lassan ismét közelít a korábbi egyensúlyi értékhez. Az atomerőművek is bocsátanak ki tríciumos vizet a környezetbe. Ennek a hatása azonban a természetes eredetű tríciumhoz képest jelenleg elhanyagolható.

## 3.5. Radioaktív kormeghatározások

Radioaktív kormeghatározásról akkor beszélünk, ha a mintában található valamely radioaktív izotóp bomlási tulajdonságait felhasználva következtetünk a minta életkorára. Azon alapul, hogy a radioaktív izotóp minden szempontból (kémiai, fizikai, geológiai stb.) ugyanúgy viselkedik, mint a nem-radioaktív (stabil) izotóp, kivéve, hogy az idő folyamán bomlik. Ebből következik az a feltevés, hogy a közeg kémiai viselkedése nem változtatja meg az izotóp arányokat. A bomlási sorokban lehetnek gáz halmazállapotú termékek is. A kormeghatározás akkor ad helyes eredményt, ha ezek a gázok nem tudnak eltávozni a közegből. Ez, sajnos, nem minden esetben áll fenn, és ez bizonytalansági faktort hozhat be a radioaktív kormeghatározásba.

A bomlás miatt a radioaktív és a stabil izotóp aránya az időben változik. Ha valahonnan tudjuk, hogy „kezdetben” mekkora volt ez az arány, akkor a jelenleg mért arányból vissza lehet következtetni arra, hogy mennyi idő telt el a „kezdet” óta. A radioaktív kormeghatározás pontossága akkor a legnagyobb, amikor a minta életkora azonos nagyságrendbe esik annak az izotópnak a felezési idejével, amelynek segítségével az életkort meg akarjuk határozni. A kormeghatározásban leggyakrabban használt radioizotópokat, a felezési idejüket és a stabil izotópokhoz viszonyított jelenlegi gyakoriságukat az 3.5 táblázat tartalmazza:

3.5. táblázat. Kormeghatározáshoz leggyakrabban használt elemek

| Izotóp | Felezési idő | Gyakoriság a stabil izotóphoz viszonyítva |
|---|---|---|
| $^{3}$H (trícium) | 12,262 év | $1 \cdot 10^{-18}$ |
| $^{14}$C (radiokarbon) | 5568 év | $2 \cdot 10^{-12}$ |
| $^{40}$K | $1,3 \cdot 10^{9}$ év | $1,19 \cdot 10^{-4}$ |
| $^{87}$Rb | $5 \cdot 10^{10}$ év | 0,278 |
| $^{238}$U | $4,51 \cdot 10^{9}$ év | 0,992739 |
| $^{235}$U | $7,04 \cdot 10^{8}$ év | 0.007204 |
| $^{232}$Th | $1,39 \cdot 10^{10}$ év | 1.0 |

### 3.5.1. Geológiai kormeghatározások

Ásványok, meteoritok stb. kora általában néhány millió évtől néhány milliárd évig terjed. Kétfajta kormeghatározást különböztetünk meg: viszonylagos kormeghatározást és abszolút kormeghatározást.

#### Viszonylagos kormeghatározás

A viszonylagos kormeghatározás a kőzetek korának viszonylagos meghatározása az üledékes kőzetekben található kövült ősmaradványok tanulmányozása (paleontológiai módszer) és a rétegeknek a földkéregben való folyamatos elhelyezkedése alapján. A szerves világ az egyszerűtől az összetettebb irányában egyenes vonalban fejlődik, ezért a Föld történetének minden korát jellegzetes szerves élettársulás jellemzi. Az üledékes kőzetek különböző rétegeiben talált kihalt őslények és növények összehasonlítása alapján, amelyek aránylag rövid ideig nagy területeken éltek (ezek az ún. vezérkövületek), meg lehet különböztetni ezen kőzetekben az idősebbet a fiatalabbtól, és össze lehet hasonlítani egymástól nagy távolságra eső területek rétegeit. Ezenkívül a kőzetek viszonylagos korát azok helyzetéből is meg tudjuk állapítani. A földtani szelvényben mélyebben fekvő kőzetek idősebbek a magasabban fekvő üledékes rétegeknél (meg nem zavart telep esetén). Az üledékes kőzeteket áttörő magmás kőzetek fiatalabbak az üledékeknél, amelyeket áttörnek. Ilyen módszerrel a Föld kérgének üledékes kőzetrétegeit szintekre, emeletekre, sorozatokra, rendszerekre és csoportokra osztották fel.

### Abszolút kormeghatározás

Az abszolút kormeghatározás valamely földtani esemény óta eltelt időt és az egyes földtani korok, időszakok és idők abszolút időtartamát határozza meg ezer és millió években. A kormeghatározáshoz olyan ásványok abszolút korát határozzák meg radioaktív kormeghatározással, amelyek viszonylagos kora ismert. Az abszolút földtani kormeghatározás azon alapul, hogy az ásványokban meghatározható mennyiségben radioaktív elemek és azok bomlási termékei találhatók. Az őskori kőzetek abszolút kormeghatározására leggyakrabban 4 módszert alkalmaznak, de egyedi esetekben más módszereket is kifejlesztettek. A négy fő módszer neve: kálcium-argon- , stroncium-, ólom- és hélium-módszer. E módszerek az 3.5 táblázat nagy felezési idejű radioaktív izotópjainak ($^{40}$K, $^{87}$Rb, $^{238}$U, $^{235}$U, $^{232}$Th) bomlását használják ki.

**a) Stroncium-módszer**

A $^{87}$Rb izotóp béta-radioaktivitásán alapuló kormeghatározási módszer. A $^{87}$Rb izotóp béta-bomlása során $^{87}$Sr izotóppá alakul. A többi radioaktív kormeghatározási módszerhez hasonlóan, a $\frac{^{87}\mathrm{Sr}}{^{87}\mathrm{Rb}}$ arány megmérésével a Rb-tartalmú kőzet életkora meghatározható. A kálcium-argon-módszerrel és az ólom-hélium-módszerrel szemben az az előnye, hogy a két elem egyike sem nemesgáz, ezért biztosabbak lehetünk abban, hogy az idők folyamán nem távoztak el a kőzetből, tehát az arányukat egyéb zavaró jelenségek nem módosítják.

**b) Ólom-hélium-módszer**

Kormeghatározási módszer, amely azon alapul, hogy az $^{238}$U, az $^{235}$U és a $^{232}$Th bomlása során további radioaktív elemek keletkeznek, és ezek bomlási sorokat alkotnak (3.3.1 alfejezet). Ezen sorok utolsó (stabil) eleme az ólom valamilyen izotópja. A bomlások több-kevesebb része alfa-bomlás, amelynek során alfa-részecske (elektronjaitól megfosztott hélium-atommag) bocsátódik ki, és ezért a kőzet repedéseiben hélium halmozódik fel. Ezeket az átalakulásokat vázlatosan a következő módon lehet felírni:

- $^{238}\mathrm{U} \rightarrow {}^{206}\mathrm{Pb} + 8\cdot {}^{4}\mathrm{He} +$ energia
- $^{232}\mathrm{Th} \rightarrow {}^{208}\mathrm{Pb} + 6\cdot {}^{4}\mathrm{He} +$ energia
- $^{235}\mathrm{U} \rightarrow {}^{207}\mathrm{Pb} + 7\cdot {}^{4}\mathrm{He} +$ energia

A kormeghatározást az alábbiak nehezítik:

- általában mindhárom bomlási sor tagjai jelen vannak egy ásványban
- egyszerű eszközökkel a különböző ólomizotópok nem választhatók szét
- a hélium - nemesgáz lévén - részben vagy teljesen megszökhet a kőzetből

- mindegyik bomlási sornak az egyik közbülső tagja a radon, amely - nemesgáz lévén - ugyancsak részben megszökhet, és akkor a bomlási sor megszakad, ill. kevesebb stabil ólomizotóp alakul ki (és kevesebb hélium is keletkezik azon a helyen), mint amennyi a kezdeti urán- ill. tóriumtartalom alapján várható lenne.

Az első két nehézségen a tömegspektrográfok segítenek. Az ásványban lévő atommagokat tömegszámuk szerint szét lehet válogatni, és akkor meghatározhatók az $\frac{^{206}\mathrm{Pb}}{^{238}\mathrm{U}}, \frac{^{207}\mathrm{Pb}}{^{235}\mathrm{U}}, \frac{^{208}\mathrm{Pb}}{^{232}\mathrm{Th}}$ arányok, és ezzel a kőzet életkora.

**c) Kálium-argon-módszer**

A $^{40}$K (radioaktív kálium) radioaktivitásán alapuló kormeghatározási módszer. Ez a módszer földtani szempontból igen jelentős, mert a kálium-ásványok a földkéregben rendkívül elterjedtek, és ezért többek között széles körben alkalmazzák az összes földtani abszolút kormeghatározásnál, beleértve az üledékes kőzeteket is. A legmegbízhatóbb számításokat ezen módszer szerint a csillámoknál végezhetjük. A $^{40}$K két úton bomlik: az atommagok 88%-ból negatív béta-bomlással $^{40}$Ca lesz, míg az atommagok 12%-a elektronbefogással $^{40}$Ar-á alakul. Radioaktív kormeghatározás során meg kell mérni a $\frac{^{40}\mathrm{Ca}}{^{40}\mathrm{K}}$, illetve az $\frac{^{40}\mathrm{Ar}}{^{40}\mathrm{K}}$ arányokat, és ezekből lehet az ásvány korára következtetni. Ennek a módszernek a következő nehézségei vannak:

- A $^{40}$Ca nagyon gyakori a földkéregben (kétszeresen mágikus atommag, ld. 2.2 fejezet), ezért nehéz megmondani, hogy a kőzetben talált $^{40}$Ca-ból mennyi képződött a $^{40}$K radioaktív bomlásából, és mennyi volt már ott „kezdetben” is.

- Az $^{40}$Ar nemesgáz, ezért a kőzet résein, pórusain keresztül eltávozhat a keletkezés helyéről, és ezáltal módosíthatja a kormeghatározás kiindulási alapjául szolgáló $\frac{^{40}\mathrm{Ar}}{^{40}\mathrm{K}}$ arányt.

## 3.5.2. Tríciumos kormeghatározás elve

A trícium a hidrogén 3-as tömegszámú, radioaktív izotópja. Felezési ideje 12,262 év. A kozmikus sugárzás hatására keletkezik a Föld légkörében. A radioaktivitás miatt elbomló tríciumot a keletkezés folyamatosan pótolja, ezért dinamikus egyensúly áll be. Az atmoszférában a trícium aránya a legkönnyebb hidrogénizotóphoz állandó (kb. $1 \cdot 10^{-18}$). A légköri hidrogénizotópok nem gáz formájában vannak jelen, hanem oxigénhez kötődve, víz formájában. Ezért az esővízben is ez az arány áll fenn, és minden olyan élő vagy élettelen anyagban, amely folyamatos kontaktusban, „anyagcserében” áll a légkörrel. Az óceánok nagy víztömegéhez képest a frissen (akár 12 év alatt összesen) lehullott eső aránya kicsi, ezért az óceánok vizében a trícium aránya számottevően kisebb, mint az esővízben. A szárazföldi felszíni vizek a trícium felezési idejéhez képest gyorsan lefutnak a tengerbe, így ezeknek a trícium-koncentrációját az esővíz határozza meg. A szárazföldi

növények, állatok a szárazföldi vizekből táplálkoznak, ezért bennük is a trícium koncentrációja megegyezik az esővíz koncentrációjával. Szemben a $^{14}C$ viselkedésével (ld. radiokarbon, $^{14}C$ kormeghatározás 3.5.3 szakasz), az élőlény pusztulásakor nem szűnik meg a víz „anyagcseréje", ezért a trícium koncentrációból általában nem lehet a halál időpontjára következtetni. A tríciumos kormeghatározást elsősorban felszín alatt mélyebben található vizek (pl. talajvíz, kutak vize) életkorának meghatározására lehet használni. Azok a vizek, amelyek már régebb óta a föld alatt vannak, nem állnak közvetlen kapcsolatban az esővízzel, és ezért bennük a trícium bomlását nem pótolja semmi. A radioaktív bomlás miatt a trícium koncentrációja fokozatosan csökken az exponenciális bomlástörvénynek megfelelően. A mért arányból vissza lehet számolni a víz korára.

### 3.5.3. Radiokarbon ($^{14}C$) kormeghatározás elve

Szerves anyagok életkorának meghatározására a $^{14}C$ izotóp bomlását használják leggyakrabban. A $^{14}C$ természetes eredetű radioaktív izotóp, a kozmikus sugárzás hatására keletkezik a légkörben. Koncentrációja a stabil $^{12}C$ izotóphoz képest többé-kevésbé állandó $\frac{^{14}C}{^{12}C} \approx 2 \cdot 10^{-12}$, mert időegység alatt ugyanannyi keletkezik a kozmikus sugárzás hatására a levegőben, mint amennyi radioaktív bomlás miatt elbomlik. A növények – az asszimiláció során – a levegőben lévő széndioxidból „építik fel" szerves anyagaikat, ezért az ilyen módon előállított szerves anyagokban is állandó a $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ arány. Ugyanez igaz a növényekkel táplálkozó állatokra, és végül a tápláléklánc végén lévő ragadozókra ill. az emberre is. Amikor azonban a növény (állat, ember) elpusztul, az anyagcsere megszűnik, és a testben lévő szervesanyag-maradványokban a $^{14}C$ izotóp a radioaktív bomlás miatt fogyni kezd. Ezért az anyagcsere megszűnte után a $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ arány az exponenciális bomlástörvénynek megfelelően, a $^{14}C$ felezési ideje (5568 év) szerint csökken. Régészeti leletben a $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ arány megmérésével vissza lehet számolni arra az időpontra, amikor az arány megegyezett a levegőben található egyensúlyi $\frac{^{14}C}{^{12}C}$ aránnyal.

## 3.6. Feladatok

**Feladat 3.1..** (Mintafeladat)

Mutassuk meg, hogy a bomló atommagok élettartamának várható értéke $\frac{1}{\lambda}$.

**Megoldás 3.1.** Az exponenciális bomlástörvény alapján annak a valószínűségsűrűsége, hogy egy atom $t$ ideig „él", azaz nem bomlik el, arányos $e^{-\lambda \cdot t}$-vel. Ez azonban még nem egy igazi valószínűségsűrűség, hiszen nem normált. Ahhoz, hogy valószínűségsűrűség

legyen, normálni kell:

$$p\left(t\right)=\frac{e^{-\lambda\cdot t}}{\int_0^\infty e^{-\lambda\cdot t}\mathrm{d}t}=\frac{e^{-\lambda\cdot t}}{\frac{1}{\lambda}}=\lambda e^{-\lambda\cdot t}. \tag{3.37}$$

A $t$ várható értékét a szokásos módon számíthatjuk ki:

$$\langle t\rangle=\int_0^\infty t\cdot p\left(t\right)\mathrm{d}t=\lambda\int_0^\infty t\cdot e^{-\lambda\cdot t}\mathrm{d}t=\lambda\cdot\frac{1}{\lambda^2}=\frac{1}{\lambda}. \tag{3.38}$$

Tehát valóban: $\langle t\rangle=\dfrac{1}{\lambda}=\tau$.

**Feladat 3.2..** Számítsuk ki, legalább mekkora tömegű uránszurokércet kellett a Curie házaspárnak feldolgoznia 1 g tiszta rádium előállításához!

*Adatok*: A $^{226}$Ra az urán bomlási sorának tagja, felezési ideje 1602 év. Az $^{238}$U felezési ideje $4,51\cdot10^9$ év. Tegyük fel, hogy az uránszurokérc csak uránt és rádiumot tartalmazott.

**Feladat 3.3..** Határozzuk meg egy urántartalmú kőzet életkorát, tudva, hogy a benne lévő $^{238}$U és $^{206}$Pb atomok aránya 3:1.

*Adatok*: az $^{238}$U felezési ideje $4,51\cdot10^9$ év.

**Feladat 3.4..** A Föld anyaga egy szupernovarobbanásban keletkezett. Tegyük fel, hogy a kozmikus robbanás nem tett különbséget az urán két izotópja között, vagyis ugyanannyi 238-as tömegszámú keletkezett, mint amennyi 235-ös. Határozzuk meg, hogy milyen régen keletkezhetett a Föld anyaga, ha tudjuk, hogy a természetes uránban a Földön ma átlagosan csak minden 140-ik uránatommag 235-ös tömegszámú, a többi 238-as.

*Adatok*: az $^{238}$U felezési ideje $4,51\cdot10^9$ év, az $^{235}$U-ösé pedig $7,04\cdot10^8$ év.

**Feladat 3.5..** Egy fáraó múmiájának vizsgálatakor azt találták, hogy a benne lévő radiokarbon aránya a stabil $^{12}$C izotóphoz $1,2\cdot10^{-12}$. Mennyi idővel ezelőtt halt meg a fáraó?

*Adatok*: A $\dfrac{^{14}\mathrm{C}}{^{12}\mathrm{C}}$ egyensúlyi arány a levegőben $2\cdot10^{-12}$, a $^{14}$C felezési ideje 5568 év.

**Feladat 3.6..** Egy múmiából származó anyagdarabkát gondosan ellenőrzött körülmények között elégettünk, és a keletkezett széndioxid gázt felfogtuk. A felfogott gázt, amelynek tömege 220 mg, egy gáztöltésű számlálóba vezettük, amely a radiokarbon bomlását detektálja. A számláló 20 óra alatt 1200 bomlást érzékelt. Milyen régi lehet a múmia?

*Adatok*: A $\dfrac{^{14}\mathrm{C}}{^{12}\mathrm{C}}$ egyensúlyi arány a levegőben $2\cdot10^{-12}$, a $^{14}$C felezési ideje 5568 év. Tegyük fel, hogy a detektorunk csak a $^{14}$C bomlásából származó részecskéket érzékeli (nincs „háttér”), azokat viszont veszteség nélkül detektálja (a hatásfoka 100%).

**Feladat 3.7..** Egy borkereskedőnek állítólagos 48 éves bort kínáltak megvételre. A dugón keresztül szúrt injekciós tűvel kiszívott belőle 1,8 g-ot, és egy olyan sugárzásmérő detektorba tette, amely folyadékok radioaktivitását tudja nagy hatásfokkal megmérni (ún. folyadékszcintillátor). A detektor 250 óra alatt 100 beütést érzékelt. Lehet-e ez a bor 48 éves?

*Adatok*: A trícium ($^3$H) felezési ideje 12,262 év, egyensúlyi koncentrációja $1 \cdot 10^{-18}$. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a detektor minden bomlást detektál (hatásfoka 100%), és hogy a tríciumon kívül nincs más zavaró háttér.

## A feladatok eredménye:

**Megoldás 3.2.** A feladat szerint 1 g rádiumot kell előállítani, azaz az ásványban lévő rádium atommagok száma annyi, mint amennyi 1 g rádiumban van. Mivel tömegszáma 226, ezért 226 g rádiumban van mólnyi mennyiségű atommag, azaz $6 \cdot 10^{23}$. Ezért 1 g rádiumban lévő atommagok száma:

$$N_{Ra} = \frac{6 \cdot 10^{23}}{226} = 2,65 \cdot 10^{21}.$$

Az urán atommagok száma ekkor - a radioaktív egyensúly miatt – (ld. 3.34 képlet)

$$N_U = \frac{T_U}{T_{Ra}} \cdot N_{Ra} = \frac{4,51 \cdot 10^9}{1602} \cdot 2,65 \cdot 10^{21} = 7,46 \cdot 10^{27}.$$

Ennyi uránatom tömege pedig:

$$m_U = \frac{7,46 \cdot 10^{27}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 238g = 2,96 \cdot 10^6 g = 2960 \text{ kg}.$$

További közelítésként kiszámíthatnánk az urán bomlási sora többi tagjának a hatását is. Az eredmény csak a negyedik jegyben módosul. Mégis, a Curie házaspárnak a fentebb számítottnál jóval nagyobb tömegű uránszurokércet kellett feldolgoznia egyetlen gramm tiszta rádium előállításához, mert az ásvány nagy mennyiségben tartalmazott olyan elemeket is, amelyek nem tartoznak az urán bomlási sorába, és így nem szerepelnek a számításainkban.

**Megoldás 3.3.** A kőzet életkora $1,87 \cdot 10^9$ év.

**Megoldás 3.4.** A Föld életkorára az adatok felhasználásával $t \approx 6 \cdot 10^9$ év adódik. Ez a becslés nagyságrendileg helyes értéket szolgáltat. Egyéb becslések alapján a Föld életkorára ma elfogadott érték 4,5-5 milliárd év. A különbség arra vezethető vissza, hogy alapfeltevésünk, miszerint a szupernovarobbanáskor ugyanannyi $^{238}$U keletkezett, mint $^{235}$U, csak közelítőleg igaz. Az $^{238}$U atommag szerkezete stabilabb (erősebben kötött), mint a $^{235}$U-é, mert az előbbiben páros számú neutron van, az utóbbiban pedig páratlan számú. Ezért „kezdetben” valamivel több stabilabb $^{238}$U keletkezhetett, mint $^{235}$U.

**Megoldás 3.5.** A számolás elvégzése után a múmia korára kapott érték: $t = 4103$ év. Mivel a kormeghatározás pontossága legjobb esetben is kb. 5%, ezért a múmia korára

kb. 4000-4200 évet adhatunk meg. Az utolsó két jegy megadásának nincs tehát értelme. (A valóságban végzett kormeghatározásoknál a mérés pontosságát is gondosan meg kell határozni.)

**Megoldás 3.6.** A múmia kora: $t = 2808$ év. Mivel a kormeghatározás pontossága legjobb esetben is kb. 5%, ezért a múmia korára kb. 2740-2860 évet adhatunk meg. Az utolsó két jegy megadásának nincs tehát értelme. (A valóságban végzett kormeghatározásoknál a mérés pontosságát is gondosan meg kell határozni.)

**Megoldás 3.7.** A számolás elvégzése után $t \approx 11,7$ évet kapunk. A kormeghatározás bizonytalansága nem olyan nagy, hogy ekkora tévedést megengedne, ezért a borkereskedő nyugodtan állíthatja, hogy a bor nem lehet 48 éves!

# 4. fejezet

# Radioaktív bomlások elméleti leírásának alapjai

## 4.1. Az alfa-bomlás elméleti leírásának alapjai

### 4.1.1. Alfa-bomlás energiaviszonyai

Az alfa-bomlás energiaviszonyainak vizsgálatakor magától adódik a kérdés: hogyan lehetséges, hogy a nagy tömegszámú atommagokból négy nukleon energia-nyereséggel ki tud lépni, amikor egyetlen nukleon kibocsátása nem lehetséges, hiszen az atommagok kötött rendszerek (a nukleonok energiája negatív)?

Nukleon csoportok (pl. 2 proton és 2 neutron) kilépésének energetikailag több előnye is van egyetlen nukleon kibocsátásával szemben:

- az atommag tömegszáma nem eggyel csökken, hanem néggyel, így az anyag a lankás energiavölgyben nem „lépked", hanem „ugrik" a minimum felé, ezért egy lépésben több energia szabadulhat fel.

- a kibocsátott nukleonok nem magas energiájú, szabad állapotban keletkeznek, hanem energetikailag kedvező, erősen kötött helyzetben vannak. Emlékezzünk arra, hogy az atommagok héjszerkezete miatt az $\alpha$-részecskében a nukleonok különösen erősen kötöttek. Az $\alpha$-részecskében minden egyes nukleon erősebben kötött lesz, mint a kiindulási atommagban!

Ez a két hatás együttesen teszi lehetővé, hogy míg egyetlen nukleon kibocsátása energetikailag nem megengedett, addig négy nukleon együttes kibocsátása létrejöhessen. Az atommagok energiafelülete segítségével pontosan is kiszámíthatjuk, mely atommagoknál várhatunk egyáltalán $\alpha$-bomlást. Az $\alpha$-bomlás egyenlete:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y} + {}^{4}_{2}\mathrm{He}, \tag{4.1} $$

ezért a jobb oldalon összesen ugyanannyi proton ill. neutron van, mint a kiindulási atommagban. A folyamat energiamérlege tehát:

$$M(Z,A)c^2 = M(Z-2,A-4)c^2 + M(2,4)c^2 + Q \tag{4.2}$$

Figyelembe véve az atommag – kötésből származó – energiájának definícióját:

$$E(Z,A) = M(Z,A)c^2 - Z \cdot M_p c^2 - N \cdot M_n c^2 \tag{4.3}$$

kapjuk:

$$E(Z,A) = E(Z-2,A-4) + E(2,4) + Q \tag{4.4}$$

A bomlás akkor mehet végbe, ha energia „szabadul fel", azaz ha $Q > 0$. Itt $E(2,4)$ az $\alpha$-részecske kötésből származó energiája, ami: $E(2,4) = -4,533 \cdot 10^{-12}$ J. A bomlás energetikai feltételére azt kapjuk, hogy

$$E(Z,A) - E(Z-2,A-4) > 4.533 \cdot 10^{-12} \text{ J} \tag{4.5}$$

$E(Z,A)$ ill. $E(Z-2,A-4)$ alakját az atommagok teljes energiája alapján behelyettesíthetjük, és kapjuk:

$$5,447 - 2,85\left(A^{\frac{2}{3}} - (A-4)^{\frac{2}{3}}\right) - 0,11\left(\frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \frac{(Z-2)^2}{(A-4)^{\frac{1}{3}}}\right) + 15,2\frac{(A-2Z)^2}{A(A-4)} \leq 0 \tag{4.6}$$

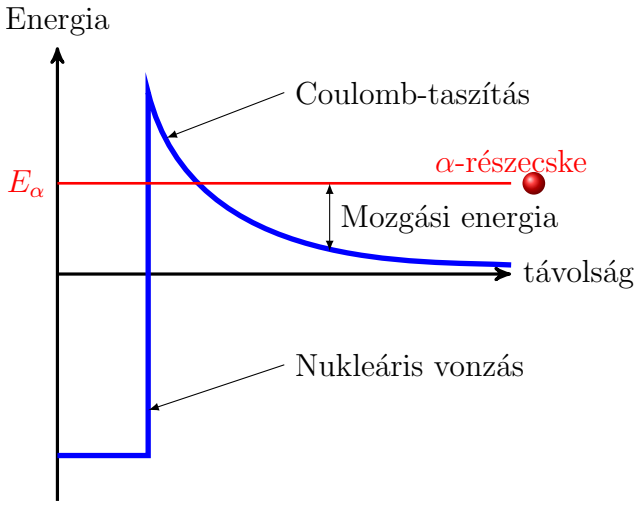
Észrevehető, hogy a kifejezés második tagja a kiindulási és a leánymagra felírt felületi energiák, a harmadik tag a Coulomb-energiák, a negyedik tag pedig az aszimmetria-energiák különbsége.

Rögzített $A$ tömegszám esetén a bal oldal $Z$ másodfokú függvénye (parabola). A $Z^2$-es tag együtthatója: $a = \dfrac{60,8}{A(A-4)} - 0,11\left(\dfrac{1}{A^{\frac{1}{3}}} - \dfrac{1}{(A-4)^{\frac{1}{3}}}\right)$. Minthogy minden fizikailag értelmes $A$-ra $a > 0$, ezért a parabola „felfelé nyitott", azaz az egyenlőtlenség az egyenlet $Z_1$ és $Z_2$ gyökei *közötti* területre teljesül, vagyis $Z_1 \leq Z \leq Z_2$ esetén. Rögzített $A$-ra a gyökök a másodfokú egyenlet megoldó képlete segítségével könnyen meghatározhatók. Valós megoldás csak $A > 90$ mellett van, egyébként a diszkrimináns negatív. E feltétel által meghatározott tartománynak a „stabil magok völgyével" csak a nagy rendszámú és tömegszámú atommagok esetén van átfedése. És valóban, a természetben csak az ólomnál nehezebb elemek között vannak alfa-bomló izotópok.

Az energia-feltétel teljesülése önmagában még nem jelenti azt, hogy az $\alpha$-bomlás meg is figyelhető. A következő szakaszban látjuk majd, hogy az $\alpha$-bomlás kvantummechanikai alagúteffektussal megy végbe. A túl kis felszabaduló energia viszont azt jelenti, hogy az alagúteffektus valószínűsége annyira kicsiny lesz, hogy a bomlás - bár energetikailag nem tiltott - gyakorlatilag mégis megfigyelhetetlen.

### 4.1.2. Az alfa-bomlás felezési ideje

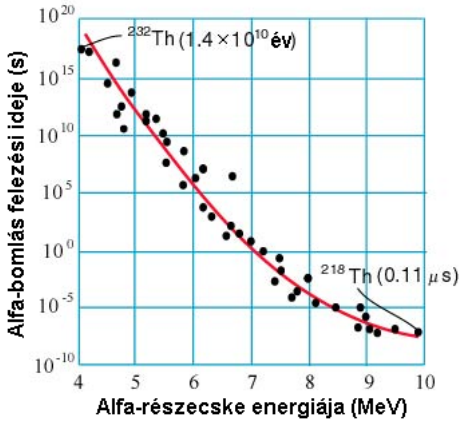
Az $\alpha$-bomlás során nukleonok távoznak az atommagból, tehát az erős kölcsönhatás kellene megszabja a bomlás sebességét. Ha tehát energetikailag lehetséges, akkor nagyon gyorsan be kellene következzen, ha pedig nincs rá elég energia, akkor soha nem következne be. A tapasztalat mégis azt mutatja, hogy az $\alpha$-bomló izotópok felezési ideje sok nagyságrendet változhat. Vannak, amelyek milliomod másodperces felezési idővel bomlanak, de vannak olyanok is (pl. az $^{238}$U), amelyeknek több milliárd év a felezési ideje. Ha egyszer lehetséges energetikailag, miért nem következik be azonnal? A kérdést a kvantummechanika, az alagúteffektus oldotta meg. Ennek a modellnek a felállítása George GAMOW (1904-1968), Oroszországban született fizikus nevéhez fűződik. Jobban megértjük a folyamatot, ha képzeletben megfordítjuk a bomlást, és egy olyan folyamatot vizsgálunk, amikor egy nagy energiájú $\alpha$-részecske bebújik az atommagba (4.1 ábra). Amíg az $\alpha$-részecske távol van, addig lényegében csak mozgási energiája van.




4.1. ábra.

Ahogyan közeledik az atommaghoz, az atommag Coulomb-taszítása mind erősebbé válik: az $\alpha$-részecske mozgási energiája csökken, potenciális energiája nő. Ez addig folytatódik, amíg az $\alpha$-részecske el nem éri az atommag felszínét, és a rövid hatótávolságú, erősen vonzó magerők működésbe nem lépnek. Innen kezdve az atommag „beszippantja" az $\alpha$-részecskét, azaz a potenciális energiája ismét lecsökken. Így alakul ki az ábrán látható potenciál, ami tehát az $\alpha$-részecske és a mag kölcsönhatását írja le. Vegyük észre, hogy ez a potenciál akkor is érvényes, amikor az $\alpha$-részecske „bentről" indul kifelé.

Ha az $\alpha$-részecske teljes energiája nagyobb mint a potenciálgát legnagyobb magassága, akkor az „első nekirugaszkodásra" át tud menni a potenciálgát másik oldalára. Ha kint volt, akkor bemegy, ha bent volt, akkor azonnal kijön. Más a helyzet akkor, ha a




4.2. ábra. Geiger-Nuttal törvény érvényesülése ([7] alapján)

teljes energiája kisebb, mint a potenciálgát legmagasabb pontja (ilyen helyzetet ábrázol a 4.1 ábra). A klasszikus fizikában ilyenkor lehetetlen a dombon való átjutás. A kvantummechanikai alagúteffektus azonban ilyenkor is lehetőséget ad egy részecskének arra, hogy - kis valószínűséggel ugyan, - de átjusson a domb túloldalára.

Ennek a modellnek az alapján azt várjuk, hogy az $\alpha$-bomlás felezési ideje függni fog az alfa-részecske teljes energiájától. Mégpedig, minél nagyobb az $\alpha$-részecske energiája, annál nagyobb valószínűséggel tud átjutni a potenciálfalon, tehát annál rövidebb lesz az $\alpha$-bomlás felezési ideje. Ez az összefüggés kísérletileg is jól megfigyelhető. Az azonos rendszámú, de különböző tömegszámú izotópokra a felezési idő és a bomlási energia jól közelíthető a következő képlettel:

$$\log T = a\frac{Z}{\sqrt{E_\alpha}} + b, \tag{4.7}$$

Itt $E_\alpha$ az $\alpha$-bomlás teljes bomlási energiája (azaz a kibocsátott $\alpha$-részecske és a visszalökődött leánymag mozgási energiáinak összege), $a$ és $b$ pedig konstansok. Ennek a teljesülését mutatja az 4.2 ábra (vegyük észre, hogy a felezési idő harminc nagyságrendet változik az ábrán).

*Megjegyzés*: például tízes alapú logaritmussal számolva, és az $E_\alpha$ energiát MeV-ben mérve kapjuk $a = 1,54$ és $b = -50.05$.

1911-ben H. GEIGER (1882-1945) és J. M. NUTTALL (1890-1958) kísérleti tapasztalatok alapján a következő összefüggést írta fel az $\alpha$-bomlás felezési ideje és az $\alpha$-részecske $R$ hatótávolsága között:

$$\log T = a \log R + b \tag{4.8}$$

Ez az ún. Geiger-Nuttall szabály (egyes helyeken Geiger-Nuttall törvénynek nevezik).

Az $\alpha$-részecskék hatótávolsága azonban az energiájuknak hatványfüggvénye:

$$R = C \cdot (E_\alpha)^n \,, \tag{4.9}$$

ezért $\log R = \log C + n \cdot \log E_\alpha$. Így a logaritmikus összefüggés az energiára is felírható:

$$\log T = \tilde{a} \cdot \log E_\alpha + \tilde{b} \tag{4.10}$$

ahol $\tilde{a} = a \cdot n$ , és $\tilde{b} = b + a \cdot \log C$. Az eredetileg felírt (4.8)-hez hasonló alak miatt (4.10)-t is Geiger-Nuttall szabálynak szokták nevezni.

## 4.2. Béta-bomlás

A béta-bomlások az anyag minimális energiájú állapotra való törekvésének azok a módjai, amikor a bomlás során az atommag $Z$ rendszáma eggyel változik, de $A$ tömegszáma nem (izobár átalakulás).

A 3.1 alfejezetben láttuk, hogy a béta-bomlások két csoportra bonthatók: rendszámnövelő $Z \to Z + 1$ és rendszámcsökkentő $Z \to Z - 1$ béta-bomlásokra. Az előbbire a negatív béta-bomlás, az utóbbira az elektronbefogás és a pozitív béta-bomlás a példa.

### 4.2.1. Negatív béta-bomlás

A negatív béta-bomlás során az atommagban képletesen szólva egy neutron protonná alakul, és közben egy elektron és egy antineutrínó keletkezik: $\mathrm{n} \to \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \tilde{\nu}$. Az elektron (és az antineutrínó) nincs, és eleve nem is lehet jelen a neutronban, ezt a kvantummechanika tiltja. Az elektron és az antineutrínó a *bomlás pillanatában születnek*, akárcsak a foton, fénykibocsátáskor. A bomlás során felszabaduló energián a kilépő elektron és az antineutrínó véletlenszerűen osztozik (a leánymag - nagy tömege miatt - csak elhanyagolhatóan kis mozgási energiát tud elvinni), ezért a kilépő elektron energiája 0-tól egy maximális értékig bármilyen értéket felvehet (folytonos energia-eloszlás).

Ez a folytonos energia-eloszlás a neutrínó felfedezéséig rejtélyes volt a fizikusok számára. Neutrínó nélkül ugyanis a kezdő és végállapoti atommagok tömegkülönbségének megfelelő energiát a bomláskor kibocsátott elektronnak kellene elvinnie, azaz a kibocsátott elektron energiájának mindig ugyanakkorának kellene lenni. A tapasztalt folytonos energiaeloszlás megmagyarázására olyan nagy fizikusok is, mint pl. N.BOHR(1885-1962, Nobel-díj 1922), J.C.SLATER(1900-1976) vagy L.D.LANDAU(1908-1968, Nobel-díj 1962) még az energiamegmaradás törvényét is hajlandók lettek volna feladni a mikroszkopikus átalakulásokra vonatkozóan.

Hasonló probléma volt a perdület megmaradása. Például a $^{14}\mathrm{C} \to ^{14}\mathrm{N} + \mathrm{e}^- + \tilde{\nu}$ negatív béta-bomlásban a kiindulási atommag perdülete nulla (hiszen páros-páros mag), a $^{14}$N atommag perdülete $1\hbar$, az elektroné pedig $\frac{\hbar}{2}$. Látható, hogy ezekkel a perdületekkel

semmilyen módon nem teljesíthető a perdület-megmaradás, $\frac{\hbar}{2}$ perdület „hiányzik”! Wolfgang PAULI (1900-1958, Nobel-díj 1945) volt az, aki a neutrínó feltételezésével ezeket a problémákat megoldotta. Annak érdekében, hogy a megmaradási törvények továbbra is érvényesek legyenek, a „feltételezett” neutrínónak – Pauli szerint – a következő tulajdonságokkal kell rendelkeznie:

- elektromosan semlegesnek kell lenni (a töltésmegmaradás a neutrínó nélkül is teljesül),
- $\frac{\hbar}{2}$ spinűnek kell lennie ( a perdület-megmaradás miatt)
- nagyon kis nyugalmi tömegűnek kell lenni (az elektron megfigyelt maximális energiája miatt)
- Nagyon gyengén kell kölcsönhatnia az anyaggal (nem lehetett leárnyékolni)

Enrico FERMI (1901-1954, Nobel díj 1938) volt az első, aki Pauli neutrínó-feltételezése alapján először megalkotta a béta-bomlások elméletét. Ennek itt csak a főbb gondolatait ismertetjük.

Mint említettük, az elektron és az antineutrínó a bomlás pillanatában születnek a mag helyén, és a felszabaduló energián véletlenszerűen „osztoznak”. Legyen $E_0$ a bomláskor felszabaduló energia, $E$ az elektron energiája a bomlás pillanatában, és $E_\nu$ peidg az antineutrínó energiája a bomlás pillanatában.

$$E_0 = E + E_\nu \tag{4.11}$$

Be szokás vezetni az elektron $m$ nyugalmi tömegére „normált” (dimenziótlan) energiákat: $\epsilon_0 = \dfrac{E_0}{mc^2}$ , valamint $\epsilon = \dfrac{E}{mc^2}$ és $\epsilon_\nu = \dfrac{E_\nu}{mc^2}$ . Ezekkel nyilván az energia megmaradása:

$$\epsilon_0 = \epsilon + \epsilon_\nu \tag{4.12}$$

Fermi abból a feltételezésből indult ki, hogy a keletkezett elektron-antineutrínó pár véletlenszerűen osztozik a rendelkezésre álló bomlási energián, azaz egyenletesen töltik be a „fázisteret” (egyetlen részecske fázistere a három dimenziós konfigurációs tér és az ugyancsak háromdimenziós impulzustérből álló hat-dimenziós tér; két részecskére pedig, természetesen, 12 dimenziós a közös fázistér).

Az 4.12 egyenletből a nem-megfigyelhető antineutrínó energiája (és ezáltal a lendülete is) kifejezhető, és így a fázistérbeli számolásból az antineutrínó adatai kiejthetők, csak az $\epsilon_0$ és az $\epsilon$ maradnak bent.

Végeredményben az elektron energia-eloszlására a következő kifejezés adódik.

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\epsilon} = \text{konst} \cdot \sqrt{\epsilon^2 - 1} \cdot \epsilon \cdot (\epsilon_0 - \epsilon)^2 \tag{4.13}$$

Ez lenne a béta-bomlásban kibocsátott elektron energia-spektruma akkor, ha az elektron energiáját a kibocsátás pillanatában a mag helyén mérni tudnánk. A kirepülő elektront azonban fékezi a mag Coulomb-vonzása, ezért a detektorunkhoz már más energiával érkezik meg. Más szóval, a mag elektromos mezője torzítja az elektronspektrumot. Ezt a torzító hatást egy $F(Z,\epsilon)$ függvénnyel szokás figyelembe venni. Ez a függvény kvantummechanikailag kiszámítható, és értékét táblázatokba foglalják. Végül a mért spektrumot a következő alakhoz szokás hasonlítani:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\epsilon} = \text{konst} \cdot F(Z,\epsilon)\sqrt{\epsilon^2-1} \cdot \epsilon \cdot \left(\epsilon_0 - \epsilon^2\right) \tag{4.14}$$

A tapasztalat szerint a béta-spektrumok nagy részének alakja jól leírható ezzel az alakkal. A kísérleti eredmények könnyebb kiértékelésére a mért energiaeloszlásból a következő kifejezést szokták képezni:

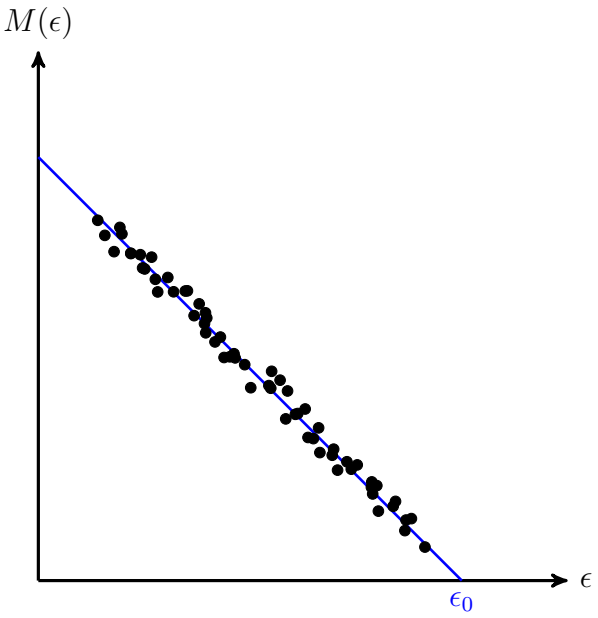
$$M(\epsilon) = \sqrt{\frac{\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\epsilon}}{F(Z,\epsilon)\cdot\epsilon\cdot\sqrt{\epsilon^2-1}}} = \text{konst} \cdot (\epsilon_0 - \epsilon) \tag{4.15}$$

Mivel $M(\epsilon)$ lineáris függvénye $\epsilon$-nak, ezért a kísérletileg mért (és számított) pontok ábrázolása egyszerű. Az egyenes extrapolált metszéspontjából pedig az $\epsilon_0$ bomlási energia is elég nagy pontossággal meghatározható. Ezt a fajta ábrázolást Fermi-Kurie ábrának hívják (4.3 ábra).

Nem minden esetben kapunk egyenest, amikor a Fermi-Kurie ábrát felvesszük. Ennek az az oka, hogy az energia szerinti eloszlás nemcsak a végállapot-sűrűségektől, hanem az átmeneti mátrixelemtől is függ. Amikor a kibocsátott elektron energiája nem függ (vagy csak kicsit függ) a mátrixelemtől, ilyen béta-bomlásokra ad a Fermi-Kurie ábra jó közelítéssel egyenest. Azokkal az esetekkel, amikor a béta-spektrum a mátrixelemtől is függ, itt nem tudunk foglalkozni. Pusztán annyit jegyzünk meg, hogy a Fermi-Kurie féle ábrázolás lehetőséget ad annak megállapítására, hogy a béta-spektrum függ-e (és ha igen, akkor hogyan) a mátrixelemtől.

### 4.2.2. Paritássértés béta-bomláskor

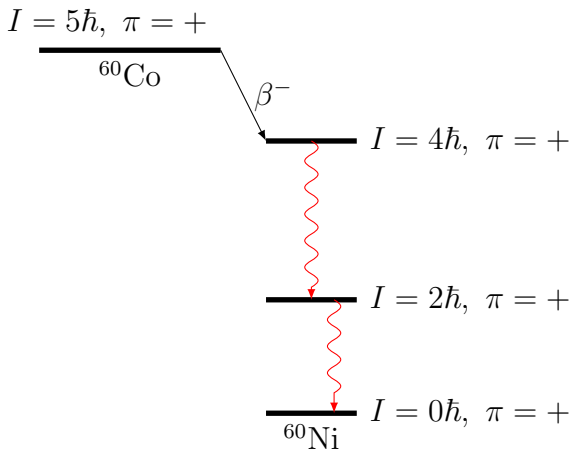
Korábban említettük (1.4.3 szakasz), hogy a paritás az atommag-fizikában jó kvantumszám, mert mind az erős kölcsönhatás által, mind pedig a Coulomb-kölcsönhatás által történő átalakulásokban, megmarad. Ezért volt nagyon meglepő, amikor 1956-ban Tsung Dao LEE (1926–, Nobel-díj 1957) és Chen Ning YANG (1922–, Nobel-díj 1957) felfedezték, hogy a béta-bomlásokat okozó gyenge kölcsönhatás megsérti a paritás megmaradásának törvényét. Lee és Yang a K mezonok bomlásából következtetett erre. A béta-bomlásoknál kísérletileg Chien-Shiung WU (1912-1997) kínai származású fizikusnő mutatta ki a paritássértést közvetlenül Washingtonban, a „Cryogenics Physics Laboratory at the National Bureau of Standards" laboratóriumban.




4.3. ábra. Fermi-Kurie ábra

**Wu kísérlete**

Az 4.4 ábra a $^{60}$Co izotóp bomlássémáját mutatja. A $^{60}$Co alapállapotának perdülete



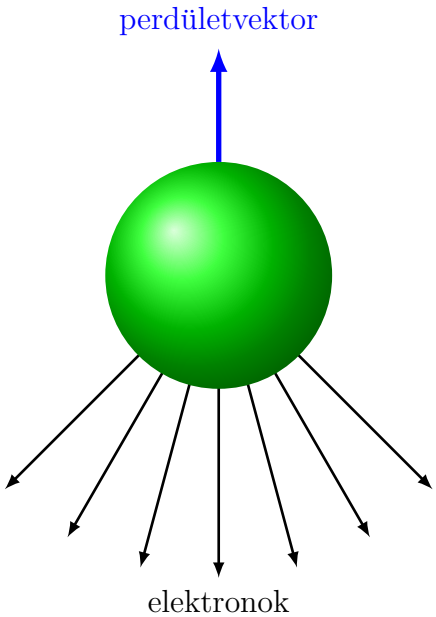

4.4. ábra. A $^{60}$Co bomlási sémája

$5\hbar$, paritása ($\pi$) pedig pozitív. Ez az atommag negatív béta-bomlással a $^{60}$Ni atommag egy gerjesztett állapotára bomlik, amelynek perdülete $4\hbar$, és paritása ugyancsak pozitív.

A leánymag ebből a gerjesztett állapotból azután két gamma-foton kibocsátásával kerül alapállapotba, de ez a kísérlet magyarázata szempontjából már nem lényeges.

A kísérlet végrehajtásához a $^{60}$Co izotóp atommagjainak perdület-vektorait „egy irányba" kellett állítani. Ezért Wu mágneses mezőbe helyezte a mintát, és lehűtötte az abszolút nulla fok közelébe (0,01 K). Az atommag mágneses momentuma a külső mágneses mezővel kölcsönhatásba lép, és „beáll" a mágneses tér irányába, mint ahogyan az iránytű is beáll a Föld mágneses terének megfelelően. A lehűtésre azért volt szükség, hogy a hőmozgás ne zilálja szét a mágneses kölcsönhatás által létrehozott rendet. Pontosabban megfogalmazva: a mágneses mezővel párhuzamosan, ill azzal ellentétesen álló mágneses momentumok betöltési számainak aránya: $\frac{n_\downarrow}{n_\uparrow} = e^{-\frac{2\mu B}{kT}}$. Itt $B$ az alkalmazott mágneses mező indukciója, $\mu$ az atommag mágneses momentuma, $k$ a Boltzmann-állandó, és $T$ az abszolút hőmérséklet. Látható, hogy akkor érünk el rendezett állapotot, ha $kT \ll \mu B$. Mivel az atommagok mágneses momentuma elég kicsiny, ezért ennek teljesüléséhez elég nagy mágneses térerősség, és elég alacsony hőmérséklet kell.

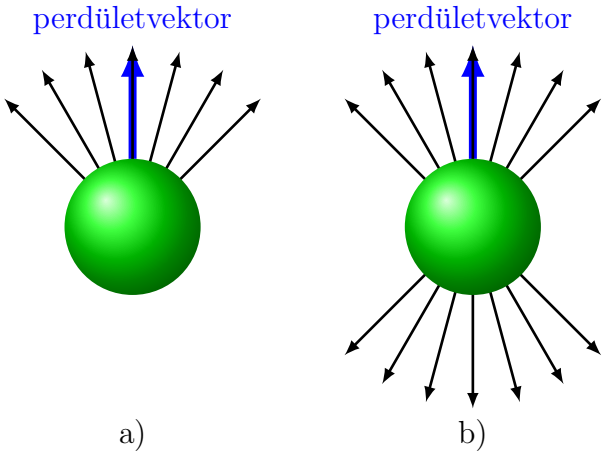
A kísérlet meglepetése az volt, hogy az így beállított perdületű atommagokból béta-bomlás során az elektronok aszimmetrikusan léptek ki, lényegében csak a perdületvektorral ellentétes oldalon (ld. 4.5 ábra).




4.5. ábra. Wu kísérletében az elektronok a perdülettel ellentétes irányban léptek ki

Miért bizonyítja ez a béta-bomlás paritás-sértését? A paritás megmaradása azt jelenti, hogy a jelenség a koordinátarendszer középpontos tükrözésével szemben szimmet-

rikusan viselkedik – ugyanaz lesz a tükrözött koordinátarendszerben. Az $\vec{r}$ helyvektor és a $\vec{p}$ lendület-vektor a koordinátarendszer tükrözésekor előjelet váltanak, azaz $-\vec{r}$,$-\vec{p}$ lesz belőlük. Nem vált viszont előjelet az $\vec{I} = \vec{r} \times \vec{p}$ perdület-vektor, hiszen $-\vec{r} \times -\vec{p} \equiv \vec{r} \times \vec{p}$ (az ilyen transzformációs tulajdonságú „vektorokat" *axiálvektornak* hívják). Nézzük meg, hogy mit kapnánk a 4.5 ábrából a koordinátarendszer tükrözésekor (4.6 ábra a) oldala)! A perdületvektor – mint láttuk – megőrzi az irányát, de az elektronok iránya megválto-



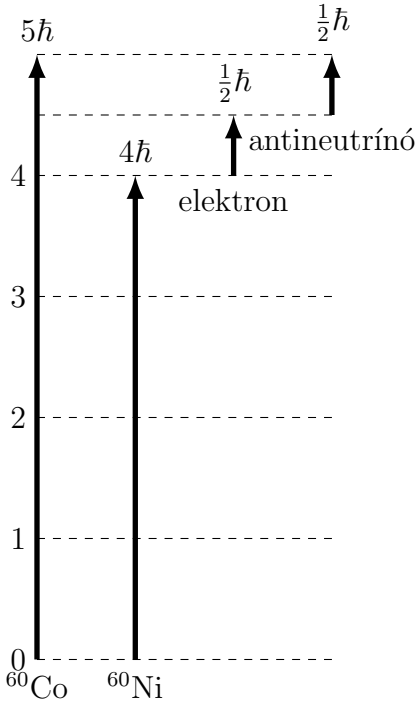

4.6. ábra. Tértükrözés hatása paritást sértő (a) és paritást megőrző (b) esetben

zik, mivel azt az elektronok lendületvektorának iránya szabja meg. A koordinátarendszer tükrözésekor az elektronok a perdületvektorral megegyező oldalon kellene kilépjenek! Ez nyilván egészen más jelenség, mint ami az 4.5 ábrán látható! Ha a paritás megmaradna olyan eloszlást várnánk, amely nem változtatja meg a jellegét, amikor a koordinátarendszert tükrözzük! Ilyen például az 4.6 b) ábrán látható. Wu kísérlete tehát egyértelműen megmutatta, hogy a béta-bomlások során a paritás nem marad meg!

A kísérlet értelmezése arra is rávilágított, hogy a paritássértésért a neutrínók a felelősek. Említettük, hogy a neutrínók feles spinű részecskék, tehát egy kijelölt irányhoz képest a spinjük kétféleképpen állhat be: vagy azzal egy irányba, vagy pedig ellenkező irányba. Sokáig úgy gondolták, hogy a neutrínók nyugalmi tömege nulla. Ma már tudjuk, hogy nem lehet pontosan nulla, de az értékét ma sem tudjuk pontosan. Mindössze annyit tudunk, hogy nagyon kicsi. A nagyon kis tömeg miatt a neutrínók fénysebességhez nagyon közeli sebességgel kell mozogjanak. Például az SN1987A szupernovarobbanásból származó neutrínók a fényjelekkel egyszerre érkeztek mintegy 160000 fényév távolságból (sőt még valamivel korábban is, mivel a csillag belsejéből hamarabb kijutottak, mint a fénysugárzás). A lendület mindig kijelöl egy irányt a neutrínók számára, a spinjük tehát – elvileg – ezzel egy irányba, vagy ezzel ellentétesen állhatna be. A neutrínók paritássértése abban áll, hogy a neutrínók spinje nem független a haladási irányuktól

(lendületvektoruktól). A *neutrínó* spinje mindig a haladási irányával ellentétesen áll, az *antineutrínó* spinje pedig mindig a haladásának az irányába mutat. Nincs tehát olyan neutrínó, amelynek a spinje a haladás irányába mutatna, és nincs olyan antineutrínó, amelynek a haladással ellentétesen állna a spinje.

Hogyan magyarázza meg ez Wu kísérletét? Mivel a béta-bomlás során egy $5\hbar$ perdületű atommagból egy $4\hbar$ perdületű keletkezik, a kibocsátott részecskéknek (elektron+antineutrínó) legalább $1\hbar$-nyi perdületet el kell vinniük, ez pedig csak úgy lehet, ha a spinjük párhuzamosan áll (4.7 ábra).

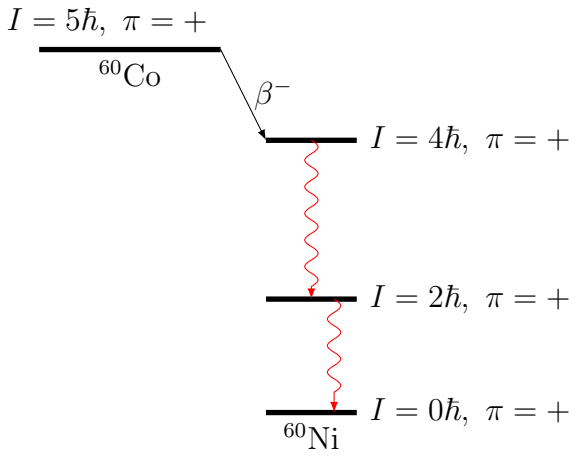



4.7. ábra. Perdület megmaradása a Wu kísérletben

A perdület megmaradásához az kell, hogy a kibocsátott elektron és antineutrínó spinje is „fölfelé" álljon. Mivel azonban az antineutrínó mozgásiránya és spinjének iránya megegyezik, ezért szükséges, hogy az antineutrínó fölfelé (azaz a $^{60}$Co atommag spinjének irányában) induljon el! A lendület-megmaradás miatt viszont ekkor a másik részecskének (az elektronnak) ellentétes irányban kell elindulnia! Természetesen, ez erősen leegyszerűsített tárgyalásmód, hiszen valamekkora lendületet a $^{60}$Ni leánymag is fel tud venni, ezért az elektronoknak nem kell mindig pontosan függőlegesen lefelé mozogni. Az mindenesetre már látszik, hogy az antineutrínónak fentebb leírt sajátossága aszimmetrikus elektron-eloszláshoz, és ezáltal paritás-sértéshez vezet.

## 4.3. Gamma-bomlás

Ha $Z$ számú proton és $N = A - Z$ számú neutron valamilyen atommagfolyamat eredményeként összejön, a kialakulás pillanatában nem feltétlenül kerül minden nukleon az elérhető lehető legalacsonyabb energiaszintre. Az 4.8 ábra olyan helyzetet mutat, amikor egy negatív béta-bomlást követően az új atommag gerjesztett állapotban keletkezik. A




4.8. ábra. A $^{60}$Co bomlási sémája

gerjesztett atommag ilyenkor – az összetételének megváltoztatása nélkül – elektromágneses foton kisugárzásával alapállapotba, vagy legalábbis alacsonyabb energiájú állapotba juthat. Ez a gamma-bomlás. A kisugárzott foton $\nu$ frekvenciájára érvényes a Bohr-féle frekvencia-feltétel: $h\nu = E_{kezd} - E_{vég}$, ahol $E_{kezd}$ a kiinduló állapot energiáját, $E_{vég}$ a végállapot energiáját jelenti, $h$ pedig a Planck-állandó. Az atommag kis méretéből adódóan ezek az energiakülönbségek mintegy milliószor akkorák, mint az atomok, molekulák gerjesztett állapotai között lévő energiakülönbségek. Ezért a gamma-bomláskor kibocsátott elektromágneses fotonok sem a látható tartományba esnek, ezeket csak speciális érzékelő berendezésekkel – detektorokkal – lehet megfigyelni.

### 4.3.1. Multipólus sugárzások, kiválasztási szabályok

#### Elektromos dipólsugárzás

A klasszikus elektrodinamika szerint elektromágneses hullámokat gyorsuló töltések tudnak kisugározni. A rádióadók hosszú egyenes antennája olyan dipólus, amelynek elektromos dipólmomentuma az idő függvényében periodikusan változik: $\vec{d}(t) = \vec{d}_0 \cos \omega t$. Az ilyen antennák sugárzásának speciális irányeloszlása van: az antenna tengelyében a

kisugárzott intenzitás nulla, és az antennára merőleges síkban pedig maximális erősségű a sugárzás. Ha tehát nem látnánk az antennát, egy rádióvevő segítségével nemcsak az antenna helyét, de az irányát is meg lehetne határozni, ha elegendően sok pontban „körbemérjük" a sugárzási teret.

### Mágneses dipólsugárzás

Másfajta elrendezést kapunk akkor, amikor az antennát gondolatban „összehajtjuk", hurkot képezünk belőle. Ilyenkor ebben a kör alakú hurokban folyik periodikusan oda-vissza az áram. Ez a köráram az elektrodinamika szerint olyan mágneses dipólussal ekvivalens, amelynek mágneses dipólmomentuma az idő függvényében periodikusan változik. Ennek is van sugárzási tere, de ennek másfajta irányeloszlása van, mint az elektromos dipólsugárzásnak. A sugárzó objektum körüli sugárzási teret körbemérve tehát azt is meg tudjuk mondani, hogy a váltakozó áram egy egyenes vezetőben halad-e (elektromos dipólsugárzás), vagy egy körvezetőben (mágneses dipólsugárzás).

### Magasabbrendű multipólusok

Az elektromos- és a mágneses dipólsugárzás csak az első két tagja egy tetszőlegesen változó töltés- és árameloszlás által kibocsátott sugárzási tér sorfejtéssel történő leírásának. Egy bonyolult töltés- és árameloszlást sok, időben változó, elektromos- és mágneses multipólussal lehet jól leírni. Ezek valamennyien — mivel gyorsuló töltések mozgását írják le — elektromágneses sugárzási teret is keltenek.

Mi köze mindennek az atommag gamma-sugárzásához? Az atommagban – miközben gerjesztett állapotából alacsonyabb energiájú állapotba megy – töltések átrendeződnek, mozognak, és ezt a bonyolult mozgást az előbb említett módon lehet komponensekre bontani. Az egyes komponensekhez pedig meghatározott irányeloszlású multipólus sugárzás kibocsátása tartozik.

### Kiválasztási szabályok atommagok elektromágneses átmeneteinél

Láttuk korábban (1.4 szakasz), hogy az atommagok alap- és gerjesztett állapotait a gerjesztési energia mellett a perdület (impulzusmomentum) és a paritás kvantumszámmal jellemezzük. Az elektromágneses átmeneteknek csak úgy szabad végbemenni, hogy sem a perdület- sem pedig a paritás-megmaradás ne sérüljön. Ez más szavakkal annyit jelent, hogy a sugárzási térnek perdületet és (esetleg) paritást is el kell vinnie.

Tegyük fel, hogy a kezdeti állapot jellemzői: $J_1^{\pi_1}$, a végállapoté pedig $J_2^{\pi_2}$ (a perdület-kvantumszám mellett jobbra fönt lévő $\pi_1$ és $\pi_2$ jelek az állapotok paritását jelzik).

Egy $L$ multipolaritású elektromágneses átmenet (dipólnál $L = 1$ , kvadrupólnál $L = 2$ stb.) kibocsátásakor akkor nem sérül a perdületmegmaradás, ha a $J_1, J_2, L$ kvantumszá-

mok „vektorháromszöget” alkotnak, azaz teljesül rájuk a háromszög-egyenlőtlenség:

$$|J_1 - J_2| \leq L \leq J_1 + J_2. \tag{4.16}$$

Ez a klasszikus fizikai háromszög-egyenlőtlenség kvantummechanikai megfelelője.

Vegyük például azt az esetet, amikor $J_1 = 2$ és $J_2 = 1$. A háromszög-egyenlőtlenség alapján e két állapot közötti átmenetnél háromféle, $L = 1, 2, 3$ multipolaritású sugárzás is kibocsátódhat.

Fontos megszorítás még az, hogy $L \geq 1$. Ennek az az oka, hogy a fotonnak van „sajátperdülete” is: legalább $1\hbar$ perdületet el kell vigyen. Ez a megszorítás megtiltja például, hogy $J_1 = 0$ és $J_2 = 0$ perdületű atommag-állapotok között közvetlen gamma-bomlás történjen (hiszen az (4.16) háromszög-egyenlőtlenség csak $L = 0$ esetén teljesülne, ez viszont az $L \geq 1$ megszorítás miatt tilos).

A paritás-megmaradás szempontjából azonban szétválnak az „elektromos”- és a „mágneses” multipólus sugárzások. Vegyük példaként csak az $L = 1$ (dipólus) sugárzást! Az elektromos dipólus — definíciója szerint — $\vec{d} = q\vec{r}$, ahol $q$ a szétvált töltések nagysága, és $\vec{r}$ pedig az a vektor, amely a negatív töltésből a pozitív felé mutat. Innen látszik, hogy $\vec{d}$ vektorként transzformálódik a koordinátatengelyek tükrözésekor, azaz előjelet vált. Az elektromos dipólus-sugárzás tehát negatív paritást visz el.

A mágneses dipólus azonban – mint a 1.5.2 szakaszban láttuk – szoros kapcsolatban van a perdülettel, és ezért úgy transzformálódik, mint a perdület-vektor: $\vec{j} = \vec{r} \times \vec{p}$. Mivel a koordinátatengelyek tükrözésekor mind az $\vec{r}$ mind a $\vec{p}$ előjelet vált, ezért a belőlük képzett $\vec{j}$ nem vált előjelet (az ilyen jellegű mennyiségeket axiálvektornak hívják). A mágneses dipólus-sugárzás tehát nem „visz el” paritást. Megmutatható, hogy a sugárzások paritás-változtatása:

$$\pi_{vég} = (-1)^L \cdot \pi_{kezd} \qquad \text{elektromos átmenetek esetén} \tag{4.17}$$

$$\pi_{vég} = (-1)^{L+1} \cdot \pi_{kezd} \qquad \text{mágneses átmenetek esetén} \tag{4.18}$$

*Megjegyzés:* Az, hogy melyik multipolaritású sugárzás hogyan transzformálódik a tértükrözéskor, szigorúan véve csak a sugárzási tér vizsgálatából lehet levezetni. Ez azonban túlnyúlik ennek az anyagnak a keretein. A 4.17 egyenletek a pontos levezetés eredményét mutatják.

A fenti példánkban ($J_1^\pi = 2^+$ és $J_2^\pi = 1^-$) a kezdő és a végállapot paritása különbözik, tehát csak olyan sugárzás hagyhatja el a magot, amely megváltoztatja a paritást. Azaz a háromszög-szabály által megengedett $L = 1, 2, 3$ multipolaritások közül az $L = 1$ és az $L = 3$ multipolaritású sugárzás „elektromos” (dipól, ill. oktupól), az $L = 2$ multipolaritású pedig csak „mágneses” (kvadrupól) típusú sugárzás lehet.

### 4.3.2. Elektromágneses átmenetek erőssége

A kiválasztási szabályok megmutatják, hogy a perdület- és a paritás-megmaradás miatt milyen multipolaritású elektromos vagy mágneses átmenetek jöhetnek létre két atommag-

állapot között. A háromszög-egyenlőtlenség általában több lehetőséget is megenged. Ezek a lehetőségek azonban általában nem egyforma valószínűséggel következnek be.

A $\gamma$-bomlás valószínűségét kísérleti úton is meg lehet határozni. Ahhoz azonban, hogy a kísérletileg megmért értékből az atommag szerkezetére lehessen következtetni, célszerű — bizonyos modell feltevések mellett — elméleti úton is meghatározni ezeket a valószínűségeket, hogy azután a kísérletileg mért értékeket össze lehessen vetni az elmélettel.

### Weisskopf-egységek

Victor WEISSKOPF (1908-2002) abból a feltételezésből vezetett le formulákat az átmenetek valószínűségére, hogy az atommagban csak egyetlen proton változtatja meg az állapotát (egyrészecske-átmenet). Ezeket a formulákat Weisskopf-egységeknek hívják. Anélkül, hogy ezek konkrét levezetésébe belemennénk, röviden összefoglalunk néhány következtetést, amely ezekből az átmenetek valószínűségére vonatkozóan levonható:

- az alacsonyabb multipolaritású átmenetek sokkal valószínűbbek, mint a magasabbak;
- azonos multipolaritású „elektromos" átmenetek valószínűbbek, mint a „mágnesesek";
- a nagyobb energiájú átmenetek valószínűbbek, mint a kisebb energiájúak.

Ha tehát egy kísérletileg mért átmeneti valószínűség a Weisskopf-egység közelébe esik, akkor jó okunk van azt feltételezni, hogy az atommagban egyetlen proton „ugrott" egy magasabb energiájú helyről egy alacsonyabbra. Ha a kísérletileg mért átmeneti valószínűség sokkal nagyobb, mint az átmenetre vonatkozó Weisskopf-egység, akkor általában az atommag „kollektív" átrendeződéséről (forgásáról, rezgéséről) van szó, amelyek sok nukleont érintenek egyszerre.

### Összegszabály

A kérdést másik oldalról is meg lehet közelíteni. Legyen például $|0\rangle$ az atommag alapállapota, és próbáljuk meg „gerjeszteni" ezt az atommagot egy $Q$ (elektromos, vagy mágneses) multipólus-operátorral. Általában a $Q|0\rangle$ állapot (amit az operátor létrehozott) nem sajátállapota a mag Hamilton-operátorának, sőt, általában még nem is normált! Viszont kifejthető a mag $|f\rangle$ sajátállapotai szerint, mivel ezek ortonormált, teljes rendszert alkotnak: $Q|0\rangle = \sum_f a_f |f\rangle$.

Az $a_f$ kifejtési együtthatókat úgy kapjuk, hogy az egyenlet mindkét oldalát balról megszorozzuk $\langle k|$-val.

$$\langle k|Q|0\rangle = \sum_f a_f \langle k|f\rangle = a_k, \tag{4.19}$$

hiszen $\langle k|f\rangle = \delta_{kf}$, mivel az állapotok teljes, ortonormált rendszert alkotnak.

Ez az állapot akkor lesz normálható, ha az

$$S = \sum_k |a_k|^2 = \sum_k |\langle k|Q|0\rangle|^2 \tag{4.20}$$

összeg létezik, azaz, ha $S < \infty$.

Ezt az összeget Thomas-Kuhn-féle összegszabálynak hívják. Jelentősége abban áll, hogy nagyon általános feltételek mellett (ha a mag Hamilton-operátorában lévő potenciál csak a nukleonok helykoordinátáitól függ) ez az összeg elméletileg meghatározható. A szumma alatt sok mátrixelem biztosan nulla, hiszen a magnak sok olyan állapota van, amely az alapállapotból az adott $Q$ multipólus operátorral -– már csak a kiválasztási szabályok miatt sem — gerjeszthető. Adhat viszont több, különböző energiájú $\langle k|$ gerjesztett állapot is járulékot. Ha csak egyetlen tag különbözne nullától, akkor a mag azon gerjesztett állapotára azt mondanánk, hogy 100%-ban kimeríti a $Q$ operátor összegszabályát. Az atommagoknak vannak olyan gerjesztései, amelyek nagy százalékban kimerítik az összegszabályt - ezeket *óriásrezonanciáknak* hívják (éppen ezért hívják őket óriásinak).

Míg a Weisskopf-egységek az átmeneti erősségek alsó határát adják, az összegszabály felső korlátot ad. A sok nukleont érintő „kollektív" átmenetek (pl. a 2.1.4 szakaszban tárgyalt rotációs, vibrációs gerjesztések) az összegszabály nagy hányadát kimerítik, az egyrészecske-átmenetek erőssége pedig a Weisskopf-egységek közelébe esik.

## 4.4. Feladatok

**Feladat 4.1..** (Mintafeladat) Számítsuk ki az $^{238}_{92}$U $\alpha$-bomlásakor felszabaduló energiát!

*Adatok:* Az egy részecskére jutó kötési energia $\left(\frac{B}{A}\right)$ az $^{238}_{92}$U-ban: 7570,145 keV, a $^{234}_{90}$Th-ban: 7596,876 keV, a $^{4}_{2}$He-ban: 7073,918 keV.

**Megoldás 4.1.** A bomlás lefolyása: $^{238}_{92}\mathrm{U} \rightarrow ^{234}_{90}\mathrm{Th} + ^{4}_{2}\mathrm{He} + Q$. Itt $Q$ a bomláskor felszabaduló energia. Írjuk fel a folyamatra a teljes energia megmaradást:

$$(92m_p + 146m_n)\,c^2 - 238 \cdot 7570,145 = \tag{4.21}$$
$$= (90m_p + 144m_n)\,c^2 - 234 \cdot 7596,876 + (2m_p + 2m_n)\,c^2 - 4 \cdot 7073,918 + Q \tag{4.22}$$

A proton, ill. neutron tömegeket tartalmazó tagok kiesnek (ahogy kell is, hiszen a reakcióban a proton- és neutronszám megmarad), csak a kötési energiák maradnak. Ezekből $Q$ kifejezhető:

$$Q = 234 \cdot 7596,876 + 4 \cdot 7073,918 - 238 \cdot 7570,145 = 4270,146 \text{ keV} \tag{4.23}$$

**Feladat 4.2..** A 4.7 összefüggés alapján határozzuk meg az urán ($Z = 92$) két izotópja alfa-bomlásának energiáját, tudva, hogy az $^{238}$U felezési ideje 4,468 milliárd év, a $^{235}$U felezési ideje pedig 703,8 millió év! Használjuk az $a = 1,54$ és $b = -50,05$ konstansokat.

**Feladat 4.3..** A trícium ($^3$H) kötési energiája 8481,822 keV, a $^3$He-é pedig csak 7718,058 keV. Ennek alapján azt gondolnánk, hogy a trícium erősebben kötött, mint a $^3$He. Mégis a trícium bomlik béta-bomlással a $^3$He-ra, és nem fordítva. Vajon miért?

**Feladat 4.4..** Egy atommag negatív béta-bomlással a $^{14}_{7}$N atommag alapállapotára bomlik. A $^{14}$N atommag alapállapotának a perdülete (impulzusmomentuma) $1\hbar$. A bomlás során kibocsátott elektronokat megfigyeljük. Várhatóan milyen irányban áll a $^{14}$N atommag perdülete a kibocsátott elektron irányához képest?

**Feladat 4.5..** A 4.8 ábra a $^{60}$Co atommag bomlási sémáját mutatja. A negatív béta-bomlás után gerjesztett állapotban létrejött $^{60}$Ni atommag két gamma-foton kibocsátásával jut alapállapotba. Az ábrán fel vannak tüntetve az érintett állapotok perdületei és paritása is. Ezeknek segítségével határozzuk meg, hogy a két gamma-bomlásnál elektromos vagy mágneses sugárzásokról van-e szó, és határozzuk meg a lehetséges multipolaritásokat valamint a legvalószínűbb multipolaritást!

## 4.5. A feladatok megoldása

**Megoldás 4.2.** A 4.7-ből kifejezhetjük az alfa-bomlás energiáját:

$$E = \left( \frac{a \cdot Z}{\log T - b} \right)^2 \tag{4.24}$$

A számadatok behelyettesítésével kapjuk a $^{238}$U-ra: $E = 4,45$ MeV, a $^{235}$U-ra pedig $E = 4,55$ MeV. Ezek az értékek 3-4% pontossággal megközelítik a kísérletileg mért értékeket. (A számítás során természetesen figyelni kell arra, hogy $T$ értékét másodpercekben kell behelyettesíteni!)

**Megoldás 4.3.** Azt, hogy egy bomlás végbemegy-e vagy sem, nem a kötési energia, hanem a rendszer teljes energiája dönti el. A trícium béta-bomlásának egyenlete:

$$^3_1\mathrm{H} \rightarrow ^3_2\mathrm{He} + \mathrm{e}^- + \tilde{\nu} + Q \tag{4.25}$$

Ennek alapján az energiamérleg:

$$(m_p + 2m_n)\, c^2 - 8481,822 = (2m_p + m_n)\, c^2 - 7718,058 + m_e c^2 + Q \tag{4.26}$$

Itt feltételeztük, hogy az antineutrínó tömege nulla, ezért „létrehozásához” nem kell energia.

Ebből $Q$ kifejezhető:

$$Q = (m_n - m_p - m_e)\,c^2 + 7718,058 - 8481,822 = (m_n - m_p - m_e)\,c^2 - 763,764 \text{ keV} \tag{4.27}$$

A neutron, a proton és az elektron tömegének behelyettesítéséből (vagy a neutron béta-bomlásából) azonban tudjuk, hogy

$$(m_n - m_p - m_e)\,c^2 = 782,353 \text{ keV}, \tag{4.28}$$

ezért végeredményben kapjuk: $Q = 782,353 - 763,764 = 18,589$ keV. Azaz a bomlás reakcióenergiája pozitív, vagyis a bomlás létrejöhet. A levezetés alapján nyilvánvaló, hogy bár a trícium kötési energiája nagyobb, ám a neutron-proton tömegkülönbség ezt túlkompenzálja, így a teljes energia szempontjából a trícium lesz magasabb energiájú.

**Megoldás 4.4.** Először határozzuk meg a kiindulási atommagot, és annak perdületét. Mivel negatív béta-bomlás vezet a $^{14}_{7}$N atommagra, ezért a kiindulási atommag a $^{14}_{6}$C atommag kell legyen. Mivel ez páros-páros atommag, az alapállapotának a perdülete nulla. A perdület-megmaradásból következik, hogy a bomláskor létrejött perdületeknek is nulla eredőt kell adni, azaz a végmag $1\hbar$ perdülete ellentétes irányú kell legyen mind a kibocsátott elektron $\frac{1}{2}\hbar$, mint pedig a kibocsátott antineutrínó $\frac{1}{2}\hbar$ perdületével. Wu kísérletéből viszont tudjuk, hogy az antineutrínó mozgásiránya egybeesik a perdületének irányával, azaz ebben az esetben az antineutrínó a végmag perdületével ellentétes irányba kell távozzon. A lendület-megmaradás miatt viszont ekkor az elektronnak az antineutrínóval többé-kevésbé ellentétes irányba kell távoznia, azaz a $^{14}$N végmag perdületével azonos irányba. (Azért csak többé-kevésbé, mert a végmag is átvehet valamekkora lendületet.)

**Megoldás 4.5.** Az első gamma-bomlás a $4\hbar$ perdületű, pozitív paritású állapotból vezet a $2\hbar$ perdületű, ugyancsak pozitív paritású állapotba. Jelöljük $L$-el a kibocsátott gamma-foton által elvitt perdületet. Ekkor a háromszög egyenlőtlenség: $|4-2| \leq L \leq 4+2$, azaz $L$ lehetséges értékei: 2, 3, 4, 5, 6. Mivel paritásváltozás nincs, ezért a 2, 4, 6 átmenetek „elektromos" típusúak kell legyenek (hiszen azoknál a paritásváltozás $=(-1)^L$), az $L = 3$ és $L = 5$ átmenetek pedig „mágneses" átmenetek kell legyenek. A lehetséges átmenetek tehát: E2, M3, E4, M5, E6. A legvalószínűbb az E2 átmenet. Egyrészt, mert a nagyobb multipolaritású átmenetek valószínűsége erősen csökken, másrészt pedig az elektromos átmenetek amúgy is valószínűbbek, mint az ugyanolyan multipolaritású mágneses átmenetek.

A második gamma-bomlás a $2\hbar$ perdületű, pozitív paritású állapotból vezet a $0\hbar$ perdületű, ugyancsak pozitív paritású állapotba. A háromszög egyenlőtlenség: $|2-0| \leq L \leq 2+0$, és ez egyetlen $L$-re teljesül: $L = 2$. Az átmenet tehát egyértelműen kvadrupólsugárzás típusú. Mivel perdületváltozás sincs, ezért csak elektromos átmenet lehet. Azaz a második gamma-bomlás E2 típusú.

# 5. fejezet

# Ionizáló sugárzások kölcsönhatása az anyaggal

A radioaktív sugárzások energiája általában sokkal nagyobb, mint az anyagban lévő atomok vagy molekulák ionizálásához szükséges energia. Ezért ezek a sugárzások az anyagban megtett útjuk során ionokat keltenek, vagy legalábbis kelthetnek. Ionizáló sugárzásoknak mindazokat a sugárzásokat nevezzük, amelyek - közvetve vagy közvetlenül - az anyagban ionokat hozhatnak létre. Az elektromosan töltött részecskék (protonok, alfa-sugárzás, béta-sugárzás, stb.) az anyagban haladva *közvetlenül* ionizálnak. Az elektromos töltés nélküli részecskék (pl. röntgen- vagy gamma-sugárzás, ill. neutronok) csak *közvetett* módon ionizálnak: először valamilyen kölcsönhatás révén elektromosan töltött részecskéket keltenek, illetve ilyeneknek adják át energiájukat, és ezek ionizálják tovább az anyagot. Ezért először az elektromosan töltött részecskék anyaggal történő kölcsönhatásával foglalkozunk.

## 5.1. Elektromosan töltött részecskék kölcsönhatása az anyaggal

Az anyagok szerkezete elektromosan töltött részecskékből áll: pozitív elektromos töltésű, kis kiterjedésű atommagok, amelyeket negatív töltésű elektronok vesznek körül (atomok), ill. tartanak össze (molekulák, fémek, szilárd anyagok). Az atommagok térfogata az anyag teljes térfogatának mindössze $10^{-15}$ része. Ebből azonnal következik, hogy bár a töltött részecskék az atommagokkal is kölcsönhatásba lépnek (pl. Rutherford-szórás), ez a kölcsönhatás azonban általában elhanyagolható valószínűségű az elektronokkal való kölcsönhatáshoz képest. Elektromos töltések között a jól ismert Coulomb-kölcsönhatás hat, azonos előjelű töltések taszítják, különböző előjelűek pedig vonzzák egymást. Ha tehát egy nagy energiájú elektromosan töltött részecske behatol az anyagba, a Coulomb-kölcsönhatás révén energiát ad át az anyagban lévő elektronoknak.

Az energia megmaradása miatt a bejövő részecske energiája csökken, miközben energiát ad át az anyagnak. Minél messzebb haladt egy részecske az anyagban, annál kisebb és kisebb lesz a részecske energiája. Ez az energiacsökkenés addig folytatódik, amíg a részecske végül meg nem áll, ill. amíg hőmérsékleti egyensúlyba nem kerül a közeggel (átlagos mozgási energiája egyenlő nem lesz a hőmozgás energiájával).

Az energiaátadásnak a következő formái lehetnek:

- gerjesztés (az atomokban, molekulákban egyes elektronok magasabb energiájú állapotba kerülnek)
- ionizáció (elektronokat leszakít, és ionok jönnek létre)
- rugalmas ütközés az atomokkal (az atomok mozgási energiát nyernek a bejövő részecskétől, a közeg felmelegszik)
- fékezési sugárzás (nehéz atommagok terében a könnyű töltött részecskék nagy gyorsulásra tesznek szert, és ennek következtében elektromágneses sugárzást bocsátanak ki)

### 5.1.1. Lineáris energiaátadás

Minden $E$ energiájú, elektromosan töltött részecske (pl. alfa-részecske, proton, elektron, stb.) az anyagon való áthaladásakor energiát ad át a közegnek. A hosszegységre jutó átadott energiát $-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$ lineáris energiaátadásnak (angolul: linear energy transfer, LET) nevezzük. Természetesen, – az energia-megmaradás törvénye miatt – amekkora energia átadódik a közegnek, ugyanannyi energiát veszít a bejövő részecske. Emiatt ezt a mennyiséget lineáris (vagy fajlagos) energiaveszteségnek is szokás nevezni. (A definícióban azért szerepel negatív előjel, mert a $\mathrm{d}E$ a részecske energiájának a megváltozása, ami negatív. Így a LET — ami az anyagnak átadott energia – végülis pozitív lesz).

#### Bethe-Bloch formula

Először az elektronnál jóval nehezebb töltött részecskékkel (alfa-részecske, proton, hasadvány, nehézion stb.) foglalkozunk. A legnagyobb energiaátadás centrális egyenes ütközéskor történik, ezért tegyük fel, hogy egy $E_{\mathrm{kin}}$ mozgási energiájú, $M$ tömegű részecske tökéletesen rugalmasan, egyenesen ütközik egy $m$ tömegű elektronnal. Az energia- és lendület-megmaradás:

$$p(M) = p'(M) + p(m) \tag{5.1}$$

$$E_{\mathrm{kin}}(M) = \frac{p(M)^2}{2M} = \frac{p'(M)^2}{2M} + \frac{p(m)^2}{2m} = E'_{\mathrm{kin}}(M) + E_{\mathrm{kin}}(m) \tag{5.2}$$

Ebből rövid számolással kapjuk, hogy a részecske mozgási energiájának megváltozása:

$$\Delta E_{\text{kin}}(M) = E_{\text{kin}}(M) - E'_{\text{kin}}(M) = E_{\text{kin}} \frac{4M \cdot m}{(M+m)^2}. \tag{5.3}$$

Mivel $M \gg m$, ezért $\Delta E_{\text{kin}}(M) \approx \frac{4m}{M}$. Egy kb. 5 MeV energiájú alfa-részecske ezek szerint egyetlen ütközéskor *legfeljebb* 2,7 keV energiát képes veszíteni. Ha állandóan csak egyenesen ütközne az elektronokkal, akkor is majdnem húszezer ütközés kellene a teljes lelassulásig (és ennél a becslésnél még nem vettük figyelembe azt, hogy a későbbi ütközésekkor már csökken a képletben szereplő $E_{\text{kin}}$, tehát még egyenes (frontális) ütközéskor sem tud annyi energiát veszíteni, mint az első ütközéskor). Ebből néhány következtetést azonnal levonhatunk:

- Sok tízezer ütközés kell, amíg egy nehéz részecske átadja az összes energiáját az anyagnak. Más szóval: egy-egy ütközéskor átadott energia kicsi.
- Az elektronnal való ütközéskor a nehéz részecske lendületváltozása igen kicsiny, ezért a részecske pályája az anyagban többé-kevésbé egyenes
- Mivel a Coulomb-erő hosszú hatótávolságú, ezért a részecske egyszerre sok elektronnal áll kölcsönhatásban, ennek következtében az energiáját folytonos ütemben adja át. Egy bizonyos távolság megtétele után, amikor a teljes energiáját átadta, a részecske „megáll” (pontosabban a közeg hőmérsékletének megfelelő hőmozgást végez). Azt a távolságot, amikor ez bekövetkezik, a részecske *behatolási mélységének* nevezzük (részletesebben lásd 5.1.2 szakasz).
- Az atomok, molekulák ionizációs energiája a 10-100 eV tartományba esik. Ezért pl. a fenti példában a 2,7 keV energiájú kilökött elektron további atomokat tud ionizálni, és ezáltal másodlagos ionizáció jön létre az anyagban.
- Sok olyan kölcsönhatás is van, amelyben az átadott energia kisebb, mint az atom ionizációs energiája. Ennek következtében az anyagban gerjesztett atomok keletkeznek (amelyek azután rövidebb-hosszabb idő alatt visszabomlanak az alapállapotba).

Az anyagnak átadott energia leírásánál tehát ezeket a folyamatokat mind figyelembe kell venni.

Az anyagban bekövetkező szóródási folyamatok kvantummechanikai tárgyalásával a közegben haladó, nehéz töltött részecskékre (proton, alfa-részecske, stb.) a lineáris energiaátadást közelítőleg a következő képlet alapján lehet kiszámítani:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \text{konst.} \cdot \left(\frac{z^2}{v^2}\right) \cdot \left(\frac{Z \cdot \rho}{A}\right) \cdot K \tag{5.4}$$

Ezt Bethe-Bloch formulának nevezik kidolgozóik, H. BETHE (1906-2005, Nobel-díj 1967), F. BLOCH (1905-1983, Nobel-díj 1952) után. Az egyenlet jobb oldalán az első zárójelben a bejövő részecske jellemző adatai vannak ($z$ a töltése elemi töltés egységekben, $v$ a sebessége), a második zárójel a közeg jellemzőit tartalmazza ($\rho$ a sűrűség $\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right]$, $Z$ az anyag átlagos rendszáma, $A$ pedig az átlagos móltömege $\left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mól}}\right]$), $K$ pedig egy, a nemrelativisztikus tartományban lassan változó függvény. Az egyenletben szereplő konstans természeti állandókat, és egységválasztástól függő konstansokat tartalmaz:

$$\text{konst.} = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{4\pi N_0}{m_e} \tag{5.5}$$

Itt $e$ az elemi töltés, $N_0$ az Avogadro-állandó, $m_e$ pedig az elektron nyugalmi tömege. A $K$ függvény függ a közeg atomjainak átlagos gerjesztési potenciáljától, tartalmaz anyagsűrűség-korrekciót, héjkorrekciót és relativisztikus korrekciót:

$$K = \ln\left(\frac{2m_e c^2\beta^2}{I}\right) - \ln\left(1-\beta^2\right) - \beta^2 \tag{5.6}$$

Ebben a képletben $\beta = \frac{v}{c}$, a részecske sebességének viszonya a fénysebességhez, $I$ pedig a közeg ionizációjára jellemző energia, amelyet empirikusan szoktak meghatározni. Általában $I \approx Z \cdot 10$ eV. Levegőben például $I = 86$ eV, alumíniumban pedig $I = 163$ eV.

A Bethe-Bloch formulát vizsgálva meglepő, hogy a lineáris energiaátadás a bejövő részecske sebességének négyzetével fordítottan arányos, azaz kétszer nagyobb sebességű részecskék egységnyi kis úton négyszer kevesebb energiát adnak le. Ennek eredményeképpen egy nagy sebességű részecske az anyag felszíne közelében hosszegységenként csak kis energiát ad le, azaz az energiája is lassan csökken. Ahogy azonban csökken a sebessége, egyre jobban és jobban ionizál, és végül szinte hirtelen megáll. A legtöbb energiát a megállási pont környezetében adja le.

### 5.1.2. Behatolási mélység

Azt a távolságot, ameddig a sugárzás részecskéi egyáltalán eljutnak az anyagban, a sugárzás behatolási mélységének nevezzük. Ezt matematikailag a Bethe-Bloch formula (5.4) inverzének integrálásával kaphatjuk:

$$R = \int_{E_0}^{0} \left(-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)^{-1} \mathrm{d}E \tag{5.7}$$

Essenek részecskék egy alfa-sugárforrásból egy anyag felületére. A 5.1 ábra azt mutatja meg, hogy hány részecske jut el az anyag felszínétől adott távolságra. Az ábra alapján az

5.1. ábra. Anyagba behatolt $\alpha$-részecskék száma a távolság függvényében

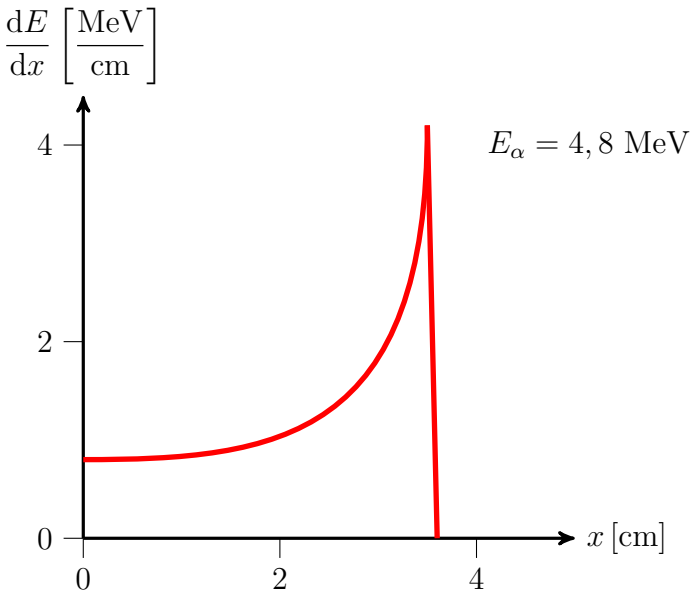
alfa-részecskék legnagyobb része eljut a behatolási mélység környékére, és ott áll meg. A görbe azonban nem hirtelen esik le nullára. Ennek az az oka, hogy statisztikus folyamatok miatt nem minden alfa-részecske halad pontosan ugyanolyan mélyre. Szigorúan véve azt szokás behatolási mélységnek nevezni, amelybe éppen a részecskéknek a fele jut el.

*Megjegyzés*: Vannak olyan sugárzások (pl. gamma-sugárzás), ahol a behatolási mélység nem értelmes fogalom, mert nincs olyan „keskeny" réteg, amelyben a sugárzás részecskéi megállnának. Ilyen esetben a felezési rétegvastagság fogalmát szokás használni. A behatolási mélység fogalma jól használható az erősen ionizáló részecskéknél (proton, alfa-részecske, nehézion), a felezési rétegvastagság pedig a gyengén ionizáló, és ezért nagy áthatolóképességű sugárzásoknál.

### 5.1.3. Alfa-részecskék behatolási mélysége és fajlagos ionizációja

A 5.2 ábra mutatja egy 4,8 MeV kezdeti energiájú alfa-részecske által a normál állapotú levegőnek hosszegységenként átadott energiát $\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}$, a levegőben megtett $x$ távolság függvényében. Az ábrán látható alfa-sugárzás behatolási mélysége levegőben kb. 3,5 cm.

Vegyük észre, hogy a (5.4) összefüggés első zárójelének nevezőjében a részecske mozgási energiájával arányos kifejezés áll. Ezért ezt az összefüggést átírhatjuk a következő




5.2. ábra. $\alpha$-részecske lineáris energiaátadása a levegőben megtett távolság függvényében

alakra:

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = C \cdot \frac{1}{E} \tag{5.8}$$

ahol a $C$ konstans már nem függ a bejövő részecske energiájától (nem relativisztikus esetben).

Ez az egyenlet az $E(0) = E_0$ kezdeti feltétel mellett könnyen integrálható:

$$E(x) = E_0\sqrt{1 - \frac{x}{R}} \tag{5.9}$$

ahol $R$ egy integrációs állandó. Fizikai jelentése is van, $x = R$ távolságnál csökken a bejövő részecske energiája nullára. Ezt behatolási mélységnek nevezzük (ld. következő pont). Az energia távolságfüggésének ismeretében a 5.2 ábrán a „felfutó" görbe egyenlete egyszerűen megadható:

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{E_0}{2R}\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{x}{R}}} \tag{5.10}$$

Ebből azonnal levonható a következtetés, hogy az anyagba behatoló nehéz részecske a pályája végén ionizál a legjobban.

*Megjegyzés*: Természetesen, ez csak egy közelítés, hiszen a Bethe-Bloch formula csak az elektronokkal való ütközésekből származó energiaátadást veszi figyelembe. A részecske pályájának vége felé (kb. 100 - 200 keV mozgási energiánál kisebb energiák esetén),

az atomokkal való ütközés egyre dominánsabbá válik. Ekkor már a Bethe-Bloch formula is érvényét veszti. Ennek következtében természetesen az 5.2 ábrán látható görbe sem lesz ilyen „hegyes”, hanem az energiaátadás a maximum elérése után folytonos és deriválható (sima) függvény szerint esik le nullára. Ezeknek a folyamatoknak a részletesebb tárgyalásával itt nem foglalkozhatunk, de megemlítjük, hogy ezekre a szakirodalomban többféle közelítés és modell is létezik, sőt szimulációs programokat is írtak (pl. SRIM, MARLOWE [8]).

#### Behatolási mélység empirikus közelítése

Kis rendszámú elemeket tartalmazó anyagok esetében (ilyenek a levegő, a víz, a test szövetei stb.) az alfa-sugárzás behatolási mélységének kiszámítására jól használható a következő empirikus összefüggés

$$R = 4,15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{E^{1,5}}{\rho} \tag{5.11}$$

Itt $E$ az alfa-részek energiája MeV-ben, $\rho$ a közeg sűrűsége kg/m$^3$-ben, és az $R$ behatolási mélységet méterben kapjuk.

#### Bragg-Kleeman szabály

Alfa-részecskék két különböző anyagba való behatolási mélysége között a félempirikus Bragg-Kleeman szabály áll fenn, amelynek segítségével egy referencia-anyagra vonatkozó behatolási mélység ismerete alapján becslést adhatunk egy másik anyagba való behatolási mélységre:

$$\frac{R_1}{R_0} \approx \frac{\rho_0\sqrt{A_1}}{\rho_1\sqrt{A_0}} \tag{5.12}$$

### 5.1.4. Elektronok behatolási mélysége és fajlagos ionizációja

Kis energiájú elektronok (és pozitronok) kölcsönhatása az anyaggal hasonló, mint amit a Bethe-Bloch formula leír, jóllehet néhány változást figyelembe kell venni:

- A béta-sugárzásban kibocsátott elektronok relativisztikus sebességgel mozognak
- A bejövő elektronoknak ugyanakkora a tömegük, mint az anyagban lévő elektronoknak, ezért szóródáskor nagy lendületátadás is történhet. Emiatt az elektronok zegzugos pályán mozognak az anyagban. Ebből következően a behatolási mélység (amely az anyag felületétől a leállásig mért lineáris távolság), nagyon különbözik az elektronok által ténylegesen megtett út hosszától.

- Tökéletesen rugalmas, centrális egyenes ütközésben egy elektron a teljes energiáját át tudja adni egy másik elektronnak. Azt is figyelembe kell azonban vegyük, hogy az elektronok megkülönböztethetetlenek, azaz nem tudjuk eldönteni, hogy a bejövő elektron halad-e tovább, vagy pedig a meglökött elektron.

- Mivel az elektronok sebessége egyetlen ütközésben is nagyot változhat, a nagy gyorsulás miatt megnő a fékezési sugárzás által történő energiaátadás szerepe.

Elektronok lineáris energiaátadásának elméleti tárgyalását ugyancsak Bethe végezte el. A képlet valamivel bonyolultabb, mint a nehéz részecskék esetén. Két részből áll: az egyik ($c$ indexszel jelölt) az ütközéses energiaátadást írja le, a másik ($r$ index) a fékezési sugárzásos energiaátadást. Az ütközéses energiaátadásnál a (5.4) képlet kisebb változtatásokkal használható. Értelemszerűen $z = 1$ (hiszen az elektronok töltése egységnyi), és az ott szereplő konstans értékét 2-vel osztani kell, hiszen az ütközéskor a két-elektron rendszer „redukált tömegét” $\frac{m_e}{2}$ kell használjuk. A (5.4)-ban szereplő $K$ függvény pedig – az elektronok erősen relativisztikus jellege miatt – valamivel bonyolultabb:

$$K = \ln \frac{E_{\text{kin}} \left(E_{\text{kin}} + mc^2\right)^2 \beta^2}{2I^2 mc^2} + \left(1 - \beta^2\right) - \left(2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2\right) \ln 2 + \frac{\left(1 - \sqrt{1-\beta^2}\right)^2}{8}$$

A sugárzási energiaátadás kifejezése pedig:

$$\left(-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_r = \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{Z^2 N_0 \rho \left(E_{\text{kin}} + mc^2\right)}{137 m^2 c^4 A} \left(4 \ln \frac{2\left(E_{\text{kin}} + mc^2\right)}{mc^2} - \frac{4}{3}\right)$$

Ezekben a képletekben $E_{\text{kin}}$ az elektron mozgási energiája, a többi betű jelentését pedig a (5.4) képletek tárgyalásakor már tisztáztuk. A teljes energiaátadás a két energiaátadás összege:

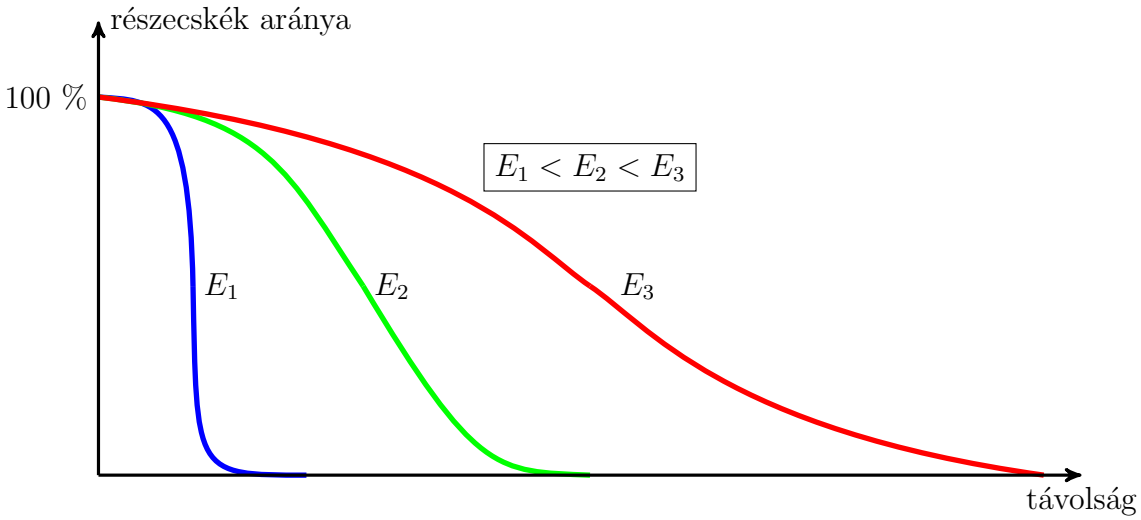
$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \left(-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_c + \left(-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_r \tag{5.13}$$

A két tag hányadosa:

$$\frac{\left(-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_r}{\left(-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)_c} \approx \frac{E_{\text{kin}} + mc^2}{mc^2} \cdot \frac{Z}{1600} \tag{5.14}$$

Ebből látszik, hogy a sugárzásos energiaveszteség csak nagy rendszámú anyagokban, és olyan elektronenergiákon válik jelentőssé, ahol $E_{\text{kin}} > mc^2$.

Kis energiájú elektronok elnyelődése (abszorpciója) inkább a korábban vizsgált alfa-részecskék abszorpciójához hasonlít, nagy energiájú elektronoké pedig inkább a nagy hatótávolságú részecskék (pl. $\gamma$-sugárzás) abszorpciójához (ld. következő pont). A 5.3 ábra mutatja, hogy különböző energiájú elektronokból a részecskék hányadrésze jut el az anyag felszínétől adott távolságra.




5.3. ábra. Anyagba behatolt elektronok száma a távolság függvényében

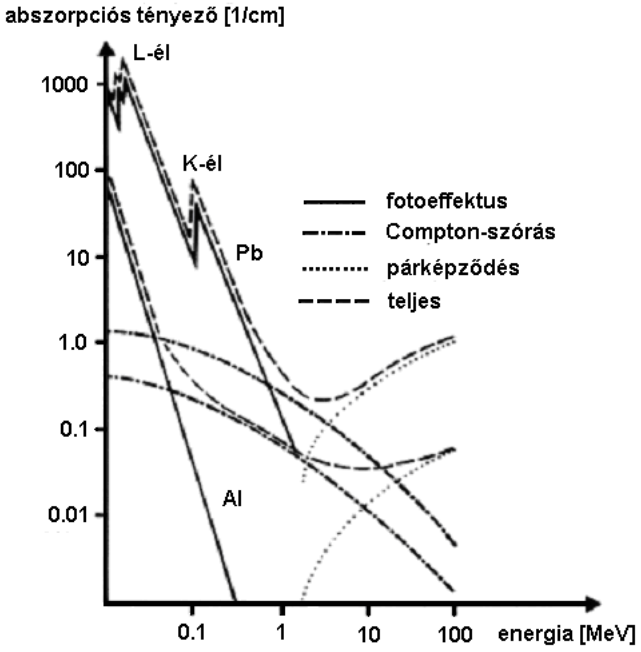
## 5.2. Gamma- és neutronsugárzás kölcsönhatása az anyaggal

### 5.2.1. Gamma-sugárzás kölcsönhatása az anyaggal

Az elektromos töltés nélküli részecskék (röntgen- ill. gamma-fotonok, neutronok) anyaggal történő kölcsönhatására jellemző, hogy ezek a részecskék csak igen kis valószínűséggel lépnek kölcsönhatásba az anyagban lévő részecskékkel (atomokkal, molekulákkal, elektronokkal, atommagokkal). Ennek következtében az anyagban hosszú utat tudnak megtenni anélkül, hogy ütköznének vagy, hogy energiát veszítenének. Emiatt ezeknek a részecskéknek nagy a hatótávolsága, akár sokmillió atomréteg vastagságú anyagon is számottevő veszteség nélkül át tudnak haladni A gamma-sugarak elsősorban az anyagban lévő elektronokkal lépnek kölcsönhatásba, azoknak adnak át több-kevesebb energiát, és az így előállt nagy energiájú elektronok már töltött részecskeként adják át energiájukat a detektornak (ld. 5.1 fejezet: Elektromosan töltött részecskék kölcsönhatása az anyaggal). Fontos megérteni, hogy minden gamma-detektor csak a gamma-sugárzás által meglökött *elektronok* energiáját érzékeli. A gamma-sugárzás és az anyagban lévő elektronok kölcsönhatásában a következő három folyamat szerepe a legnagyobb:

- Compton-szórás
- Fotoeffektus
- Párkeltés

Minthogy ezek a folyamatok eléggé kis valószínűséggel mennek végbe, a gamma-foton az anyagban sokmillió elektron „mellett” kölcsönhatásmentesen elhaladhat anélkül, hogy a fenti folyamatok közül bármelyik is bekövetkezzen. Ezért a gamma-sugarak az anyagba

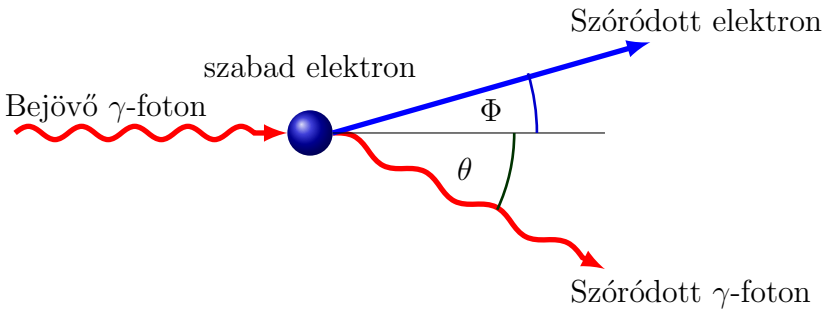



5.4. ábra. Gamma-sugárzás abszorpciós tényezője ólomban és alumíniumban

mélyen be tudnak hatolni, akár több centiméter vastag ólomrétegen is áthatolnak (ld. exponenciális gyengülési törvény). A bekövetkezés valószínűsége ráadásul függ még a gamma-foton energiájától, és attól is, hogy milyen erősen kötött az az elektron, amellyel a foton kölcsönhatásba léphet. Miután mindhárom kölcsönhatás külön-külön függ a gamma-foton energiájától, ezért egy anyagban a gamma-fotonok eredő kölcsönhatási valószínűsége eléggé bonyolult függvénye lehet a gamma-energiának (ld. 5.4 ábra).

### Compton-szórás

A Compton-szórás során a gamma-foton „biliárdgolyószerűen” ütközik egy szabad (vagy szabadnak tekinthető) elektronnal, és átad az elektronnak valamennyi energiát, ő maga pedig lecsökkent energiával (kisebb frekvenciával), megváltozott irányba továbbhalad. Ezt a folyamatot A.H.COMPTON (1892-1962, Nobel-díj 1927) figyelte meg 1923-ban. Attól függően, hogy a szóródott foton milyen irányba halad tovább, az elektronnak átadott energia is más és más lesz. A legtöbb energiát akkor tudja a foton átadni az




5.5. ábra. A Compton szórás

elektronnak, amikor „egyenesen" ütközik vele, és az elektron a gamma-foton eredeti irányába indul el, a gamma-foton pedig visszafelé szóródik. Ilyenkor sem tudja azonban átadni a teljes energiáját. A lendület- és energiamegmaradás az ütközési folyamatra:

$$\frac{E_\gamma}{c} = \frac{E'_\gamma}{c}\cos\theta + \frac{mc\beta\cos\Phi}{\sqrt{1-\beta}} \tag{5.15}$$

$$0 = \frac{E'_\gamma}{c}\sin\theta - \frac{mc\beta\sin\Phi}{\sqrt{1-\beta}} \tag{5.16}$$

$$E_\gamma + mc^2 = E'_\gamma + \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{5.17}$$

Ha a szóródott foton energiájára vagyunk kíváncsiak, akkor a fenti 3 egyenletből kiküszöböljük a $\beta$ és a $\Phi$ változókat, és kapjuk:

$$E'_\gamma = E_\gamma \frac{1}{1+\frac{E_\gamma}{mc^2}(1-\cos\theta)} = E_\gamma \frac{1}{1+\alpha(1-\cos\theta)} \tag{5.18}$$

Itt $\alpha = \dfrac{E_\gamma}{mc^2}$, a $\gamma$-foton energiájának az elektron nyugalmi tömegéhez való aránya.

Látjuk, hogy a szóródott foton energiája függ a $\theta$ szórási szögtől. A legnagyobb $\theta = 0$ esetén (nincs szóródás), és a legkisebb $\theta = 180^o$ esetén (hátrafelé szórás). A különböző $\theta$ szögekbe való szóródás azonban nem egyformán valószínű! Azt, hogy a bejövő fotonok hányad része szóródik egy adott $(\theta, \theta + \mathrm{d}\theta)$ szögtartományba, a differenciális hatáskeresztmetszettel lehet leírni.

A Compton-szórás differenciális hatáskeresztmetszetét O.B.KLEIN (1894-1977) és Y. NISHINA (1890-1951) határozták meg kvantum-elektrodinamikai számítások alapján:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(\theta) = r_0^2\left[\frac{1}{1+\alpha(1-\cos\theta)}\right]^3\left(\frac{1+\cos\theta}{2}\right)\left[1+\frac{\alpha^2(1-\cos\theta)^2}{(1+\cos^2\theta)[1+\alpha(1-\cos\theta)]}\right]$$

Itt $\alpha = \frac{E_\gamma}{mc^2}$, és $r_0 = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 mc^2} = 2{,}818$ fm, az ún. klasszikus elektronsugár.

*Megjegyezzük*, hogy ez pusztán egy szokásos elnevezés, és semmi köze sincs az elektron „méretéhez". Az elektron mérete a kvantummechanika szerint értelmetlen fogalom.

Gamma-sugarak árnyékolásánál érdekes lehet az, hogy a Compton-szórás a bejövő gamma-fotonok hányad részét „szórja ki" a foton-nyalábból. Miután ilyenkor a szóródott fotonokat nem figyeljük meg, ezért a Klein-Nishina formulát integrálni kell minden szögre. Az eredmény a teljes hatáskeresztmetszet:

$$\sigma_c = 2\pi \int_0^\pi \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega}(\theta) \sin\theta \mathrm{d}\theta = \tag{5.19}$$

$$= \frac{\pi r_0^2}{\alpha} \left\{ \left[ 1 - \frac{2(\alpha+1)}{\alpha^2} \right] \ln(2\alpha+1) + \frac{1}{2} + \frac{4}{\alpha} - \frac{1}{2(2\alpha+1)^2} \right\} \tag{5.20}$$

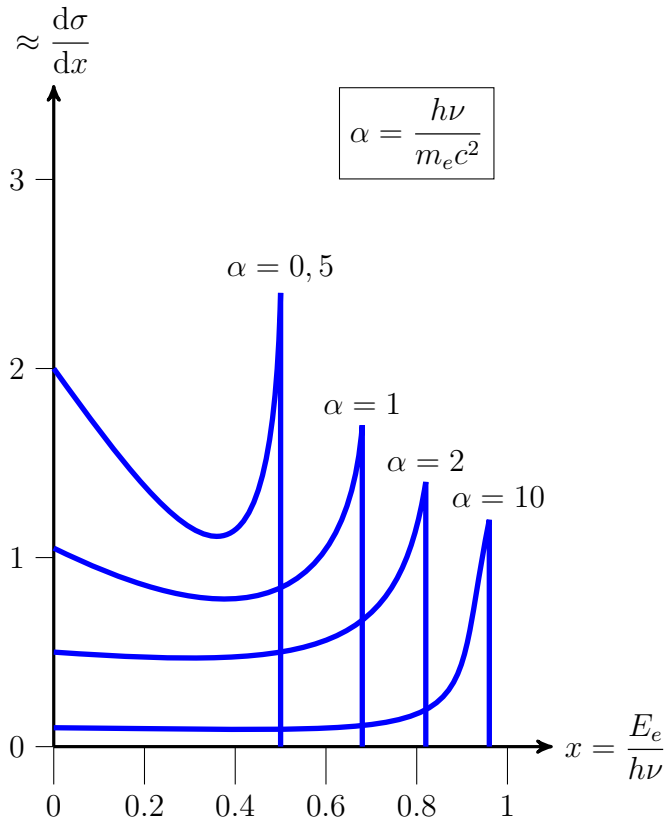
Mivel ezek a formulák a gamma-fotonoknak egyetlen elektronnal való kölcsönhatását írják le, az anyagokban annál erősebb a Compton-szórás hatása, minél több elektron jut egyetlen atomra, azaz minél nagyobb az anyag rendszáma. A Compton szóródás valószínűsége tehát az anyag $Z$ rendszámával arányos.

Ha a detektorunk a Compton-szóródott elektront érzékeli (emlékezzünk, hogy a detektorban csak az elektronok hoznak létre közvetlenül ionizációt!), akkor – még monoenergiás gamma-sugarak esetén is – egy nagy energiatartományban kapunk beütéseket. Több, különböző energiájú gamma-foton által meglökött elektronok spektruma az 5.6 ábrán látható $\left(\alpha = \frac{h\nu}{mc^2}\right)$. Látható, hogy a detektált energia 0-tól egészen egy – $\alpha$-tól függő – maximális értékig terjed, de nem éri el a beérkező gamma-foton $h\nu$ energiáját (a vízszintes tengelyen az 1-et).

### Fotoeffektus

A fotoeffektus során a beérkező gamma-foton egy erősen kötött elektront (többnyire a K-héjról) kiüt a helyéről, és átadja neki az összes energiáját, azaz a gamma-foton megszűnik (lásd 5.7 ábra). A Compton-szórás részletes tárgyalása után könnyű belátni, hogy egy gamma-foton nem tudja átadni a teljes energiáját egy szabad (vagy szabadnak tekinthető) elektronnak, ilyenkor ugyanis nem lenne egyszerre teljesíthető az energia- és lendületmegmaradás törvénye. Szükség van egy „harmadik" partnerre – az atommagra – amely a többlet-lendületet átveszi. Ugyanakkor az atommag – relatív nagy tömege miatt – az energiából csak elhanyagolhatóan kis mértékben részesül. Ebből néhány dolog azonnal következik:

- Ahhoz, hogy az atommag lendületet tudjon átvenni, az elektronnak kölcsönhatásban kell állnia az atommaggal. Minél erősebben kötött tehát az elektron, annál nagyobb lendületet tud átadni az atommagnak. Ennek az a következménye, hogy

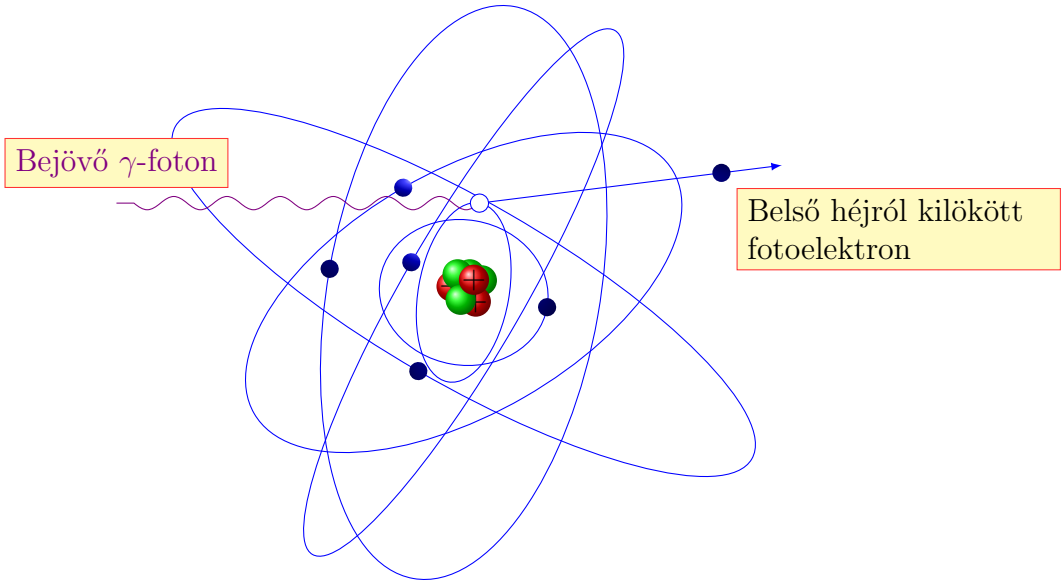



5.6. ábra. Compton-szórással meglökött elektronok energia-eloszlása különböző gamma-energiákra

a fotoeffektus legnagyobb valószínűséggel az atommaghoz legerősebben kötött, legbelső héjon lévő elektronokon (az ún. K-héj elektronjain) következik be. A kirepülő elektron mozgási energiája tehát: $E_{\mathrm{kin}} = E_\gamma - B_e$ ahol $E_\gamma$ a foton energiája, $B_e$ pedig az elektron kötési energiája.

- Mivel az elektron általában egy belső héjról lökődik ki, a fotoeffektus után egy külső elektron „beugrik” az üresen maradt helyre, és közben karakterisztikus röntgensugárzás bocsátódik ki. Ez gyakorlati szempontból szinte azonnal bekövetkezik, és a detektor általában ezt is érzékeli, így végeredményben az eredeti foton teljes energiája a detektorban marad.

- Az atommag nagy lendületet, de kis energiát vesz át a folyamatban. Ez utóbbi az esetek legnagyobb részében a gamma-fotonok energiamérése szempontjából elhanyagolható. Van azonban egy érdekes jelenség, amikor az atommag visszalökődésével (ill. annak hiányával) komolyan számolni kell: ez a *Mössbauer-effektus*.




5.7. ábra. A fotoeffektus jelensége

Ezzel itt nem foglalkozunk részletesebben.

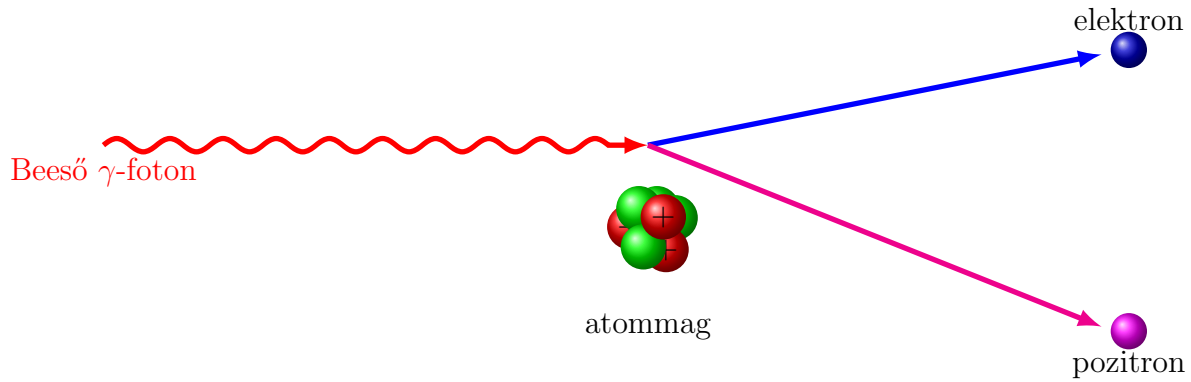
Mivel a fotoeffektus során az elektron megkapja a foton teljes energiáját és azt át is adja a detektornak, ezért (monoenergiás gamma-forrás esetén) a detektor csak egy adott energiánál érzékel beütéseket, azaz a detektált spektrum vonalas lesz. Ha egy energiát is mérni képes detektorban fotoeffektus következik be, akkor a detektor a gamma-foton teljes energiáját méri, azaz a teljes energia csúcsba kapunk beütést (lásd „Teljes energia csúcs" a Gamma-spektroszkópia (6.8) című fejezetben).

*Megjegyzés*: Nagyobb méretű detektoroknál vannak olyan kombinált folyamatok, amikor a bejövő gamma-foton teljes energiája átadódik a detektornak (pl. néhány Compton-szóródás után sem tudnak a szóródott fotonok kijutni a detektorból, és végül a maradék kisenergiájú foton foteffektussal elnyelődik). Ilyenkor is a teljes energia csúcsba kapunk beütést annak ellenére, hogy esetleg több Compton-szórás is lezajlott a detektorban.

A fotoeffektus csak erősen a maghoz kötött elektronon tud lejátszódni, és ott is csak akkor, ha az elektronnak átadásra kerülő energia nem túl nagy. Ezt mutatja, hogy a bekövetkezésének valószínűsége $\frac{Z^5}{E_\gamma^{3.5}}$-el arányos. Emiatt a nagy rendszámú elemek (pl. ólom, bizmut) különösen alkalmasak gamma-fotonok elnyelésére, és különösen kis energiákon nagy az elnyelődés.

**Párkeltés**

Az a folyamat, amikor egy nagy energiájú foton egy részecske-antirészecske párt kelt. Leggyakoribb az elektron-pozitron pár keltése. Bizonyos értelemben a párkeltés a szét-




5.8. ábra. A párkeltés jelensége

sugárzás fordított folyamata. Magfizikában általában csak elektron-pozitron pár keltése történik, de nagy gyorsító-berendezések mellett párkeltéssel állítanak elő antiprotonokat és egyéb antirészecskéket is.

Az energiaviszonyok párkeltéskor: $E_\gamma = (E_{\text{kin}}(e^+) + mc^2) + (E_{\text{kin}}(e^-) + mc^2)$. Az első zárójel a pozitron mozgási és nyugalmi energiáját tartalmazza, a második zárójel pedig az elektronra ugyanezeket. Látható, hogy a bejövő foton energiájának legalább a két részecske nyugalmi tömegével ekvivalens energiát kell fedeznie (az Einstein-féle $E = mc^2$ képlet alapján). Mivel egy elektron nyugalmi tömege 0,511 MeV energiával ekvivalens, csak olyan foton kelthet elektron-pozitron párt, amelynek energiája ennek legalább a kétszerese, azaz $E_\gamma > 1,022$ MeV $= 1,6352 \cdot 10^{-13}$ J. Ekkora energiával a párkeltés már lehetséges ugyan, de a valószínűsége igen kicsi. A párkeltés valószínűsége a foton-energia növekedésével meredeken nő. A párkeltés létrejöttéhez a fotonon kívül szükség van még egy atommagra is, amelynek a Coulomb-terében jön létre a párkeltés. A párkeltés valószínűsége a rendszám négyzetével, azaz $Z^2$-el arányos, tehát főleg nagy rendszámú anyagokban figyelhető meg.

## 5.2.2. Neutronok kölcsönhatása az anyaggal

A neutronok elektromosan semleges részecskék, és ezért számukra az anyagban lévő sűrű elektronfelhő „láthatatlan”, azaz szabadon áthatolnak rajta. A neutronok csak az anyagban lévő atommagokkal lépnek kölcsönhatásba több-kevesebb valószínűséggel.

A kölcsönhatásnak kétféle formája lehet:

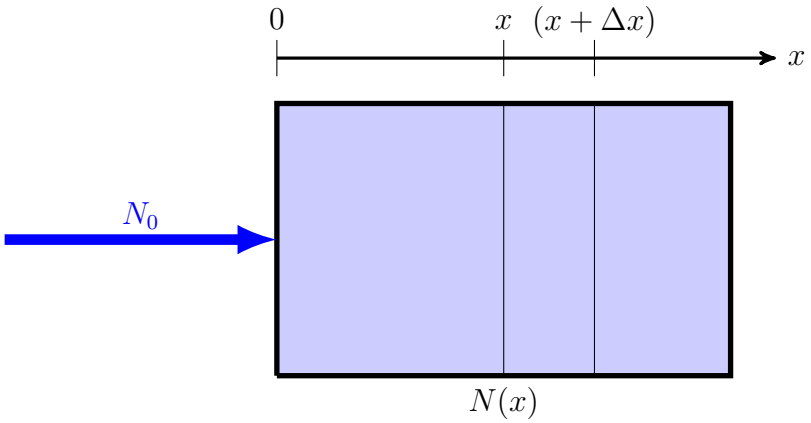
- rugalmas szóródás,
- atommag-reakció.

Ezekkel majd a neutrondetektorok című fejezetben (6.6 fejezet) foglalkozunk részletesebben.

## 5.3. A sugárzás gyengülése az anyagon való áthaladás során

Láttuk, hogy a nehéz töltött részecskék a megállásukig fokozatosan adják le az energiájukat, mivel útjuk mentén sűrűn ionizálnak. Nem ez a helyzet azokkal a sugárzásokkal, amelyek csak ritkán lépnek egy-egy kölcsönhatásba az anyaggal, mint pl. a gamma-sugárzás, vagy a neutron-sugárzás. Ezeknek a sugárzásoknak a gyengülése más törvényeket követ. Ezekkel foglalkozunk a következőkben.

Essen be $N_0$ részecske párhuzamos nyalábban egy anyagdarab felületére (lásd 5.9 ábra). A feladat az, hogy általánosan is meghatározzuk, hogy hány részecske marad a nyalábban, miután az már megtett $x$ távolságot az anyagdarab belsejében. Jelöljük ezt




5.9. ábra. Az exponenciális gyengülési törvény levezetéséhez

a számot $N\,(x)$-szel. Haladjon a nyaláb még tovább egy kis $\mathrm{d}x$ távolságot! Jelöljük $\mu$-vel annak a valószínűségét, hogy egyetlen részecske egységnyi úton eltűnik a nyalábból (elnyelődik, vagy kiszóródik)! Ekkor $\mathrm{d}x$ úton $\mu \cdot \mathrm{d}x$ valószínűséggel „tűnik el” egy részecske. Ha a részecskenyaláb nagy hatótávolságú, azaz a részecskék sokáig akadálytalanul képesek haladni az anyagban, akkor nem lehet megmondani azt, hogy egy kiszemelt részecske pontosan melyik rétegben fog kiszóródni, vagy elnyelődni. De ha nagyszámú részecskét

vizsgálunk, akkor meg lehet mondani, hogy a nagyon sok részecske közül átlagosan hány szóródik ki (vagy nyelődik el) $\mathrm{d}x$ úton: $N\mu \cdot \mathrm{d}x$. Ekkora úton tehát ennyivel csökken a nyalábban lévő részecskék száma. Ezért a nyalábban lévő részecskék számának $\mathrm{d}N$ megváltozása: $\mathrm{d}N = -\mu \cdot N(x)\,\mathrm{d}x$. (A negatív előjel azt fejezi ki, hogy a részecskék száma csökken.) Ez az egyenlet összefüggést ad a részecskék számának $\mathrm{d}x$ úton történő megváltozása és az $x$ távolságban meglévő $N(x)$ részecskeszám között:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}x} = -\mu \cdot N(x) \tag{5.21}$$

Ilyen jellegű differenciálegyenlettel nagyon gyakran találkozunk nemcsak a fizikában, de más természeti jelenségek leírása során is (pl. biológiában egyes populációk növekedése, kémiában egyes reakciók lefolyása, stb.). Ennek a differenciálegyenletnek a megoldása exponenciális függvény:

$$N(x) = N_0 \cdot e^{-\mu x} \tag{5.22}$$

Az $N_0$ konstans a függvény értékét adja meg az $x = 0$ kezdőpontban (a mi esetünkben az anyagdarabra ráeső részecskék száma).

Ez az exponenciális gyengülési törvény egyik alakja. Egy másik, gyakran használt alakot úgy kapunk meg, ha az „e” alapról (e = 2,718281828459..., a természetes logaritmus alapszáma) 2-es alapra térünk át:

$$N(x) = N_0 \cdot 2^{-\frac{x}{L}} \tag{5.23}$$

Az ebben az alakban szereplő $L$ felezési rétegvastagság és az előző képletben szereplő $\mu$ (egységnyi úthosszra eső kiszóródási valószínűség) nem függetlenek egymástól:

$$L = \frac{\ln 2}{\mu} \tag{5.24}$$

A $\mu$ – általában anyagtól és a sugárzás típusától és energiájától is függő – állandót lineáris gyengítési együtthatónak is szokás nevezni. Olyan anyagok esetében, amelyeknek a sűrűsége is változik (pl. gázok) célszerű bevezetni egy olyan mennyiséget, amely már a sűrűségtől független. Mivel nagy hatótávolságú részecskék esetén a kiszóródás valószínűsége egyenesen arányos azoknak az atomoknak a számával, amelyek mellett a részecske elhaladt, ezért az anyag sűrűségével is egyenesen arányos lesz, azaz $\mu = \mu_m \cdot \rho$. Itt $\rho$ a közeg sűrűsége. A $\mu_m$ mennyiség neve: tömeggyengítési állandó, vagy *tömeggyengítési együttható*.

### 5.3.1. Szimuláció

Az exponenciális gyengülési törvény jobb megértését segíti ezen a linken lévő szimuláció, és az onnan elérhető magyarázatok.

## 5.4. Feladatok

**Feladat 5.1..** (Mintafeladat) A Bethe-Bloch formula alapján határozzuk meg, hogy hogyan függ egy $\alpha$-részecske behatolási mélysége a részecske energiájától és a közeg sűrűségétől! Szorítkozzunk a nem-relativisztikus esetre.

**Megoldás 5.1.** A Bethe-Bloch formula alapján kapjuk (lásd 5.8)

$$-\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x} = \frac{C \cdot \rho}{E(x)} \tag{5.25}$$

ahol a $C$ konstans már nem függ sem a részecske energiájától, sem a közeg sűrűségétől. Ezt átírhatjuk a következő alakra: $E(x) \cdot \mathrm{d}E = -C \cdot \rho \cdot \mathrm{d}x$. Mindkét oldalt integrálva a megfelelő határok között:

$$\int_{E_0}^{0} E(x)\mathrm{d}E = -C \cdot \rho \cdot \int_{0}^{R} \mathrm{d}x \tag{5.26}$$

Az integrálást elvégezve kapjuk: $0 - \frac{E_0^2}{2} = -C \cdot \rho \cdot (R - 0)$, azaz $R = \frac{E_0^2}{2C \cdot \rho}$. Összefoglalva: $R = \mathrm{konst}\frac{E_\alpha^2}{\rho}$. Ezt összehasonlítva a 5.11 egyenlet $R = 4,15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{E_\alpha^{1,5}}{\rho}$ empirikus összefüggésével látható, hogy a Bethe-Bloch egyenlet kissé erősebb energiafüggést jósol (kitevő =2), mint az empirikusan megállapított 3/2-es kitevő. Ez is mutatja, hogy a Bethe-Bloch összefüggés mellé még további korrekciókat is kell tenni, hogy a kísérletileg mért eredményeket helyesen írjuk le.

**Feladat 5.2..** Az $^{241}$Am $\alpha$-részecskéinek energiái 5,44 MeV, és 5,49 MeV.

a) Mekkora ezeknek a részecskéknek a behatolási mélysége normál levegőben?

b) Mekkora a behatolási mélységük emberi testszövetben?

*Adatok:* A normál levegő sűrűsége: 1,293 kg/m$^3$, a levegő átlagos móltömege 14,6 g. A testszövet átlagos sűrűsége 1000 kg/m$^3$, átlagos móltömege pedig 9 g.

**Feladat 5.3..** Mutassuk meg, hogy egy $\gamma$-foton nem adhatja át a teljes energiáját egy szabad elektronnak!

**Feladat 5.4..** Egy $\gamma$-sugárzó forrástól 1 m távolságra lévő $\gamma$-detektor másodpercenként 1000 beütést számlál. Amikor a forrást egy 1 cm falvastagságú ólom-konténerbe tesszük, a számlálás sebessége lecsökken, már csak 250 beütést számlálunk másodpercenként. Milyen vastag konténert kell használjunk, ha a kezdeti intenzitást a század részére akarjuk csökkenteni?

## 5.5. A feladatok megoldása

**Megoldás 5.2.** a) Az $R = 4,15 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{E_\alpha^{1,5}}{\rho}$ empirikus összefüggést használva az eredmény: $R$=4,07 cm, ill. $R$=4,13 cm.

b) Miután a levegőre már meghatároztuk a behatolási mélységet, az emberi szövetre használhatjuk a Bragg-Kleeman szabályt: $\dfrac{R_1}{R_0} \approx \dfrac{\rho_0\sqrt{A_1}}{\rho_1\sqrt{A_0}}$. Ebből kapjuk $R_1 \approx R_0\dfrac{\rho_0\sqrt{A_1}}{\rho_1\sqrt{A_0}}$, ahol itt a 0 indexek a levegőre vonatkozó értékek, az 1 indexek pedig a testszövetre vonatkozó értékek. Ekkor kapjuk

$$R_1 \approx 4,07\frac{1,293\sqrt{9}}{1000\sqrt{14,6}} = 0,00413 \text{ cm}$$

Az eredmény tehát: 41,3·$10^{-6}$ m, azaz kb. 41 mikron.

**Megoldás 5.3.** Azt kell megmutatnunk, hogy nem teljesülhet egyszerre az energia és a lendület-megmaradás. Az általánosság megszorítása nélkül feltehetjük, hogy a szabad elektron áll, azaz az elektronhoz rögzített inerciarendszert választunk.

Tegyük fel, hogy teljesül a lendület-megmaradás! Ha ez teljesül, akkor az elektron lendülete a kölcsönhatás után meg kell egyezzen a foton kölcsönhatás előtti lendületével, azaz: $p = \dfrac{E_\gamma}{c}$. Az elektron teljes energiája a kölcsönhatás után ekkor így írható: $E = \sqrt{p^2c^2 + (m_0c^2)^2} = \sqrt{E_\gamma^2 + (m_0c^2)^2}$.

Az energia-megmaradás akkor teljesülne, ha $E_\gamma + m_0c^2 = \sqrt{E_\gamma^2 + (m_0c^2)^2}$ fennállna. Ez pedig nyilvánvalóan nem lehetséges, hiszen ehhez az kellene, hogy $2E_\gamma \cdot m_0c^2 = 0$ legyen, mint az négyzetre emelés után azonnal látható. Mivel az elektron nyugalmi tömege $m_0 > 0$, így az egyenlőség csak $E_\gamma = 0$ esetén teljesülhetne, ekkor pedig nincs $\gamma$-foton.

**Megoldás 5.4.** Az intenzitás az exponenciális törvény szerint csökken, azaz

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{250}{1000} = \frac{1}{4} = e^{-\mu \cdot x_1}. \tag{5.27}$$

Ebből $\mu \cdot x_1 = -\ln 0,25$. Hasonlóan, a keresett vastagságra: $\mu \cdot x_2 = -\ln 0,01$. A két egyenlet hányadosából kapjuk: $x_2 = x_1\dfrac{\ln 0,01}{\ln 0,25} = 3,32$ cm.

# 6. fejezet

# Detektorok

Detektornak nevezünk minden olyan eszközt, amely az emberi érzékszervekkel közvetlenül nem érzékelhető hatásokról valamilyen érzékelhető formában hírt ad, ill. valamilyen információt szolgáltat.

## 6.1. A detektorok általános tulajdonságai

A sugárzások érzékelése (detektálása) azon alapul, hogy a sugárzások valamilyen *kölcsönhatásba* lépnek az anyaggal, és ennek a kölcsönhatásnak az eredményét érzékelhetjük. Legtöbb esetben ez az elemi kölcsönhatás elektromágneses természetű (Coulomb-kölcsönhatás). Ezért elektromosan semleges részecskéket közvetlenül nem lehet detektálni, csak másodlagosan, azokon a töltött részecskéken keresztül, amelyeket létrehoznak (pl. a röntgen- és $\gamma$-sugárzás elsősorban az anyagban lévő elektronokat löki meg, a neutronok pedig atommag-reakciót okoznak, és így jönnek létre elektromosan töltött részek). Az elemi kölcsönhatásoknak számos makroszkopikusan is észlelhető következménye lehet, amelyek lehetővé teszik a részecske detektálását. Ezek közül a leggyakrabban használtak a következők:

- A részecske ionizál. Ezt használják ki a gáztöltésű számlálók (ionizációs kamra, GM-cső, stb.).
- Félvezetőkben elektron-lyuk párokat kelt a részecske (félvezető detektor),
- Egyes anyagokat úgy gerjeszt a sugárzás, hogy az anyag fénykibocsátással tér vissza az alapállapotba (szcintillációs detektorok, termolumineszcens dozimèterek)
- A sugárzás kémiai, ill. fiziko-kémiai változást okoz (fotoemulzió, magemulzió, ködkamra, buborékkamra).

### 6.1.1. Áthatolóképesség és érzékelés

Természetesen, ezek a kölcsönhatások nemcsak az érzékelést teszik lehetővé, hanem magát a sugárzást is megváltoztatják – gyengítik, vagy akár meg is szüntethetik. Ennek alapján érthető, hogy szoros kapcsolat van a sugárzások áthatolóképessége, és az érzékelés bonyolultsága között.

Az anyaggal nagyon erősen kölcsönható sugárzásokat azért nehéz érzékelni, mert ezeknek nagyon rövid a hatótávolságuk (kis áthatolóképesség), és ezért sok esetben ki sem lépnek az őket kibocsátó anyagdarabkából. Ilyen sugárzást bocsát ki pl. a trícium, vagy a $^{14}$C (radiokarbon). Ezek kizárólag negatív béta-bomlással bomlanak, és ráadásul a kibocsátott elektron energiája is eléggé kicsi.

Azokat a sugárzásokat pedig, amelyek nagyon gyengén lépnek kölcsönhatásba az anyagokkal, más okból nehéz érzékelni. Ilyen pl. a neutrínó-sugárzás, amelynek annyira kicsi a kölcsönhatása az anyaggal, hogy a Napból a Földre jövő neutrínók legnagyobb része kölcsönhatásmentesen keresztülszeli az egész földgolyót. Az ilyen sugárzásoknak ugyan óriási a hatótávolsága, de hiába jut el a detektorba, ott sem hagy érzékelhető nyomot.

A sugárzás érzékelésével kapcsolatban különböző szempontok játszanak szerepet.

- Van, amikor csak a sugárzás létére vagy nem létére vagyunk kíváncsiak. Ilyenkor elegendő a részecskéket csak megszámlálni, a sugárzás többi paramétere nem érdekes. Ezek a *részecskeszámlálók*.

- Van, amikor a részecskék iránya, ill. az anyagban befutott útjuk érdekes. Ezek a részecskék nyomát láthatóvá tévő detektorok, vagy *nyomkövető detektorok*.

- Van, amikor olyan detektorokat kell használjunk, amelyek a részecskék energiáját is meg tudják mérni. Ezeket *spektrométereknek* nevezzük.

A detektorok felépítése és bonyolultsága is széles skálán mozog. Vannak egyszerű detektorok, és vannak sokféle detektorelemből összetett, igen nagy bonyolultságú, összetett detektorok. Ezért a részecskék érzékelésére használt berendezések fajtái igen sokfélék.

## 6.2. Detektálási hatásfok

Mielőtt az egyes detektorfajtákat részletesebben szemügyre vennénk, vizsgáljuk meg, hogy mi történik a sugárzásokkal útjuk során, amíg elérik a detektorokat.

Egy radioaktív forrás részecskéket bocsát ki, amelyeket majd érzékelni (detektálni) fogunk. Nem minden részecskét tudunk azonban érzékelni, amit a forrás kibocsát, hiszen közben a következő dolgok történhetnek vele:

- Elbomlik (ha a kibocsátott részecske nem stabil. Ilyen pl. a neutron)

- Elnyelődik (vákuumban ez nem következhet be, mert nincs ami elnyelje)

- Elkerüli a detektort („elmegy” mellette)
- „Eltalálja” ugyan a detektort, de kölcsönhatás nélkül áthalad rajta, és így nem keletkezik érzékelhető jel.

**6.1. Definíció (Teljes detektálási hatásfok)** *Azt az arányt, amely megmutatja, hogy az összes kibocsátott részecske hányad részét detektáljuk, teljes detektálási hatásfoknak nevezzük.*

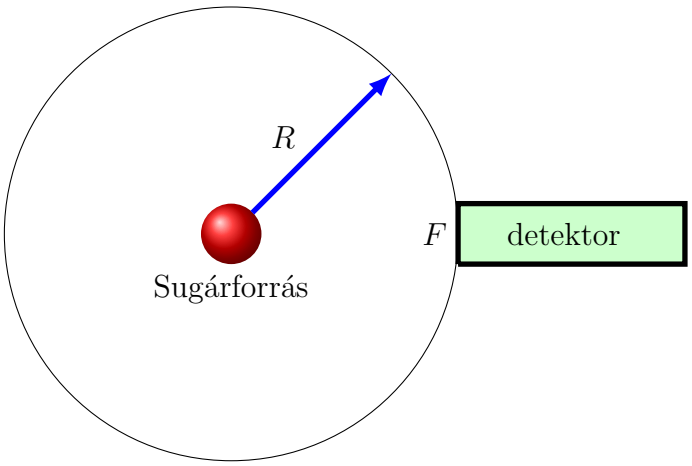
$$\text{teljes hatásfok} = \frac{\text{detektált részecskeszám}}{\text{kibocsátott részecskeszám}} \tag{6.1}$$

A teljes detektálási hatásfok két tényezőből tevődik össze: a geometriai hatásfokból, és a detektor belső (intrinsic) hatásfokából.

### 6.2.1. Geometriai hatásfok

Először tekintsük a legegyszerűbb esetet, amikor a részecskék nem bomlanak el, és nincs ami elnyelje őket (vákuumban való terjedés). Ilyenkor csak a forrás és a detektor geometriai elhelyezkedése szabja meg azt, hogy a részecskék hányad része éri el a detektort. A legegyszerűbb eset egy *pontszerű* sugárforrás esete.

Vegyünk egy pontszerű sugárforrást, amelynek $A$ aktivitása van, azaz időegység alatt $A$ részecske bocsátódik ki véletlenszerűen a tér minden irányába. Mivel nem bomlanak el, és semmilyen fizikai mező – elektromos, mágneses, gravitációs stb. – sincs jelen, ezért a kibocsátott részecskék vákuumban egyenes vonalban mozognak tovább. Ez azt jelenti, hogy bármely $R$ sugarú gömb felületén – amelyet a forrás, mint középpont köré húzunk – időegység alatt ugyancsak $A$ részecske kell áthaladjon (ld. 6.1 ábra). Fordítson a




6.1. ábra. Geometriai hatásfok

detektorunk $F$ felületet a sugárzás felé! Ha időegység alatt $A$ részecske halad át az $R$ sugarú gömb $4\pi R^2$ felületén, akkor a detektoron áthaladt részecskék számának várható értéke: $\frac{F}{4\pi R^2}$. Miután $A$ és $F$ is állandó, a detektált részecskeszám a forrástól való távolság négyzetével fordított arányban csökken, azaz tízszer akkora távolságban százszor kevesebb részecskét érzékelünk.

**6.2. Definíció (Geometriai hatásfok)** *Azt a hányadost, amely megmutatja, hogy egy radioaktív forrásból kibocsátott részecskék hányad része éri el a detektort a forrás-detektor geometriai elrendezésének következtében, geometriai hatásfoknak nevezzük.*

$$\epsilon_g = \frac{\text{detektort elért részecskeszám}}{\text{kibocsátott részecskeszám}} \tag{6.2}$$

A fenti megfontolás szerint egyszerű esetekben (pontszerű forrás, kis $F$ detektorfelület, nagy $R$ forrás-detektor távolság) a geometriai hatásfok jól közelíthető a következő képlettel: $\epsilon_g = \frac{F}{4\pi R^2}$. Bonyolultabb esetekben (kiterjedt forrás, közeli forrás-detektor elrendezés, stb.) a geometriai hatásfokot csak nehéz számításokkal - néhány eset kivételével általában szimulációval - lehet meghatározni.

#### $4\pi$ számláló

Azokat a detektorokat, amelyeknél a geometriai hatásfok $\epsilon_g = 1$ (azaz a forrásból kibocsátott *minden* részecske eléri a detektort) $4\pi$ számlálóknak hívjuk. Ez az elnevezés onnan ered, hogy az ilyen detektorok teljesen körülfogják a forrást az egész $4\pi$ térszögben.

Hangsúlyozni kell, hogy ez még nem jelenti azt, hogy a detektor ténylegesen érzékel is minden részecskét, hiszen előfordulhat, hogy a detektort ért részecske kölcsönhatás nélkül áthalad a detektoron! Azt, hogy egy, a detektorra eső részecske milyen valószínűséggel halad át vagy hagy nyomot, a részecskének a detektor anyagával történő kölcsönhatása szabja meg.

### 6.2.2. Belső detektálási hatásfok

A sugárzásoknak az anyaggal történő kölcsönhatásával foglalkozó fejezetben láttuk, hogy vannak olyan sugárzások, amelyek csak kis valószínűséggel lépnek kölcsönhatásba az anyaggal. Ilyen volt például a gamma-, vagy a neutronsugárzás. Ezért könnyen elképzelhető, hogy a részecske bár eléri a detektort, mégsem kelt benne detektálható jelet, mivel kölcsönhatás nélkül áthalad rajta. Annak a valószínűségét, hogy egy részecske, amely elérte a detektort, jelet is kelt benne, a detektor belső hatásfokával írjuk le.

**6.3. Definíció (Belső (intrinsic) hatásfok)** *Azt a hányadost, amely megmutatja, hogy egy detektorra eső részecskék hányad részét detektáljuk előre meghatározott módon, a detektor belső (intrisic) hatásfokának nevezzük.*

$$\epsilon_i = \frac{\text{adott módon detektált részecskeszám}}{\text{detektort elért részecskeszám}} \tag{6.3}$$

Fontos az, hogy a belső hatásfok más és más lehet még ugyanarra a detektorra vonatkozólag is, ha a detektálásnak más módját kötjük ki. Például, más az intrinsic hatásfoka egy gamma-detektornak akkor, ha csak annyit követelünk meg, hogy egyáltalán detektálja valahogyan a gamma-sugárzást, mintha azt is megköveteljük, hogy a sugárzás energiáját is meg lehessen mérni vele (azaz a teljes-energia csúcsban való detektálást választjuk ki).

A detektor teljes hatásfoka tehát, mint az a definíciókból könnyen látható:

$$\epsilon_t = \epsilon_g \cdot \epsilon_i \tag{6.4}$$

# A detektorok csoportosítása

A jelen fejezetben néhány olyan detektort ismertetünk, amelyek az ionizáló sugárzások érzékelésére alkalmasak.

Az *egyszerű* detektorokat – funkciójuk szerint – három nagy csoportba soroljuk.

- A részecskék nyomát láthatóvá tevő detektorok:
  - a szilárdtest nyomdetektor,
  - a fotoemulzió,
  - a ködkamra,
  - a buborékkamra.
- A részecskeszámlálók:
  - ionizációs kamra,
  - proporcionális számláló,
  - GM-cső.
- A spektrométerek:
  - a szcintillációs detektorok

- a félvezető detektorok.

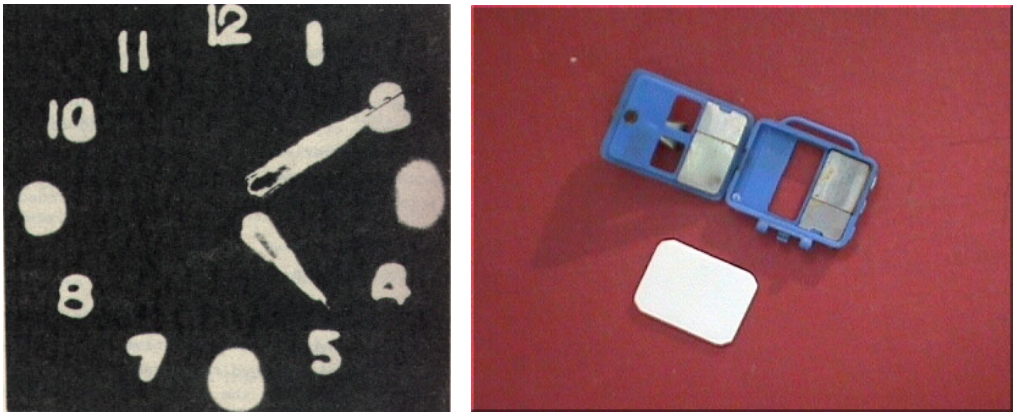
Az *összetett* detektorok olyan sokfélék, hogy azok ismertetése túlnyúlik ennek az anyagnak a keretein. Egyetlen képviselőjüket említjük csak meg a későbbiekben: a sokszálas proporcionális kamrát (MWPC).

## 6.3. Részecskék nyomát láthatóvá tévő, egyszerű detektorok

Ezek a detektorok azt használják ki, hogy a közvetlenül ionizáló, elektromos töltéssel rendelkező részecskék az útjuk során sűrűn ionizálják a közeget, és a keltett töltéspárok olyan (fizikai vagy kémiai) változások kiinduló pontjai, amelyek már vagy szabad szemmel, vagy mikroszkóppal megfigyelhetők. A legősibb ilyen detektor a fényképezőlemez kissé továbbfejlesztett változata, a fotoemulzió.

### 6.3.1. Magfizikai fotoemulzió

Már a radioaktivitás felfedezését is az tette lehetővé, hogy az uránból származó sugárzás hatására a fényképezőlemez megfeketedett. Az ionizáló sugárzásoknak ezt a hatását használja ki ma is a radiográfia módszere, illetve a sugárveszélyes helyen dolgozókat ért sugárdózis mérésére szolgáló filmdoziméter (lásd 6.2 kép).




(a) Rádiumtartalmú „világító” számlapú óra autoradiogramja

(b) Filmdoziméter

6.2. ábra. Ionizáló sugárzás filmre gyakorolt hatását használó eszközök

A fényképező-lemezben zselatinban egyenletesen elosztott apró, kristályos ezüstjodid (AgI), ill. ezüst-bromid (AgBr) szemcsék vannak. A lemezbe behatoló részecske ioni-

zációs hatása révén olyan kémiai folyamatot indít el, amelynek eredményeképpen kis mennyiségben fémes ezüst válik ki. A parányi fémezüst központok az ionizáló részecske pályája mentén sorakoznak, és így a részecske pályája mentén egy még észrevehetetlen, rejtett (látens) kép alakul ki. A kialakult kis központok a film előhívása során katalizátorként viselkednek, és körülöttük nagyobb mennyiségű, fénymikroszkóppal is látható méretű ezüstszemcse alakul ki (a szaknyelv ezeket „blob"-nak hívja). Az előhívás során ezek a blobok egyre nőnek, növésüket a film fixálása állítja meg. Ezáltal a film előhívása után mikroszkóppal láthatóvá válik a részecske pályája.

A részecskedetektorként alkalmazott fotoemulzió – az ún. magemulzió – annyiban tér el a hagyományos fényképezőlemeztől, hogy a benne lévő kristálykák mérete kisebb, eloszlása különösen egyenletes, valamint, hogy a réteg jóval vastagabb. Ezáltal a részecske pályája – szerencsés esetben – három dimenzióban is vizsgálható. Optimális esetben a blobok átmérője ezredmilliméternél is kisebb lehet, ezáltal ez a fajta detektor igen pontos térbeli meghatározást tesz lehetővé. A fotoemulzió fontos szerepet játszott egyes elemi részecskék felfedezésében és a kozmikus sugárzás tanulmányozásában. Ennek segítségével fedezték fel pl. a müont. (Ezt a részecskét a felfedezése idején még $\mu$-mezonnak hívták, mivel „közepes" tömegű volt, hiszen a tömege az elektron és a proton tömege közé esett. Ma már a mezon megjelölést a részecskefizika kizárólag a kvark-antikvark párokból felépített részecskékre használja. Jelenlegi tudásunk szerint a müon elemi részecske, nincs belső szerkezete, ezért nem sorolható a mezonok közé.)

A fotoemulziót már csak ritkán használják a nagyenergiájú fizika egyes kísérleteiben.

### 6.3.2. Szilárdtest nyomdetektorok

A szilárdtest nyomdetektorok működésének mechanizmusa emlékeztet a fényképezésre, ahol a fény hatására a fotoemulzióban láthatatlan, kémiai elváltozásokból álló rejtett kép keletkezik, amelyet azután kémiai úton (előhívás, fixálás) láthatóvá teszünk. A szilárdtest nyomdetektorok működése azon alapul, hogy nagyon sokféle szilárd szigetelőanyagban – szerves polimerekben, üvegszerű anyagokban, egykristályokban – az erősen ionizáló nehéz töltött részecskék áthaladása nyomán maradandó változások keletkeznek. Ezek a szubmikroszkópikus (még fénymikroszkóppal sem látható) változások azonban megváltoztatják egyes kémiai ill. fiziko-kémiai folyamatok sebességét, és így ilyen folyamatok segítségével – az ún. maratással – a nyomok mérete megnövelhető annyira, hogy már mikroszkóppal is láthatók legyenek. Itt tehát a maratás veszi át azt a szerepet, amit a fényképezésben az előhívás/fixálás játszik.

A leggyakoribb detektoranyagok:

- Szervetlen kristályos anyagok: *csillám, olivin.* Viszonylag érzéketlenek, csak a szilíciumnál nagyobb tömegű, elektromosan töltött részecskék észlelésére használhatók. Maratásra tömény fluorsavat (HF) vagy NaOH, ill. KOH-t szokás használni.

- *Üvegek.* A nehéz részecskék kutatásában használható detektoranyagok. Csak a kénnél nagyobb tömegű, elektromosan töltött részecskék észlelésére használhatók. Maratásra tömény fluorsavat (HF) szokás használni.

- *Polikarbonátok.* Műanyagok, többnyire fólia alakban készülnek. A szénnél nem kisebb tömegű nehézionok hagynak bennük jól kiértékelhető nyomot. Szokásos előhívószerük a NaOH.

- *Cellulóz-nitrát.* A jelenleg ismert egyik legérzékenyebb műanyag detektor. Alkalmas alfa-részecskék, sőt egyes esetekben még deuteronok detektálására is. Hátránya viszont, hogy környezeti hatásokra is eléggé érzékeny, valamint nehéz egyenletes minőségben előállítani, ezért minden szériát külön szokás kalibrálni. Szokásos marószere a NaOH, esetleg oxidálószerekkel kombinálva.

- *Cellulóz-triacetát* (CTA) és *cellulóz-acetát-butirát* (CAB). Kevésbé érzékeny műanyagok, mint a cellulóz-nitrátok, de alfa-részecskéket még éppen detektálnak. A környezeti hatásokra is kevésbé érzékenyek, mint a cellulóznitrátok, és minőségük is egyenletesebb. Szokásos marószerük ugyancsak a NaOH, oxidálószerekkel kombinálva.

### A szilárdtest-nyomdetektor főbb tulajdonságai

Csak olyan részecskét detektál, amelynek az ionizáló-képessége (lineáris energiaátadás) meghaladja az anyagra jellemző küszöbértéket. Készítésük, előhívásuk egyszerű és gyors. Vannak nagyon olcsó, ill. a természetben előforduló detektoranyagok is. A kristályos anyagok és üvegek érzéketlenek szélsőséges környezeti hatásokra is, ezért a nyomokat hosszú időn át eltárolják. A sugárzási behatás és a nyomok előhívása között igen hosszú idő is eltelhet. A lineáris energiaátadás hozzávetőlegesen meghatározható, és ezzel bizonyos korlátok között még részecskeazonosítást és energiamérést is lehetővé tesz. Néhány alkalmazási terület:

- Sugárvédelmi, ill. dozimetriai alkalmazások

- Nehéz részecskék keletkezésének kutatása (pl. hasadási termékek keletkezése, vagy a kozmikus sugárzás nehéz primer komponenseinek vizsgálata).

- Hasadó anyagokat tartalmazó rétegek és nyomdetektorok szendvicsszerű összefogásával olcsó neutron-dózismérő készíthető. A neutronok maghasadásokat okoznak, a hasadványok pedig a szilárdtest-nyomdetektorban nyomokat hagynak. Csak nagy (pl. baleseti) neutrondózisok mérésére használható.

### 6.3.3. Ködkamra

Működése azon alapul, hogy túltelített gőzben a gőz kicsapódik a jelenlevő ionokra, és ezek a kicsapódott ködcseppecskék a további kicsapódás centrumaivá válnak. Emiatt tovább növekednek, és végül akkora méretűek lesznek, hogy láthatóvá válnak. Így ki lehet mutatni azoknak a részecskéknek a pályáját, amelyek haladásuk során ionizálják a ködkamrában lévő gázt.

Az *expanziós ködkamrában* a túltelítettséget úgy hozzák létre, hogy a gőz térfogatát adiabatikusan kitágítják.

Az expanziós ködkamra működése a következő három szakaszból áll:

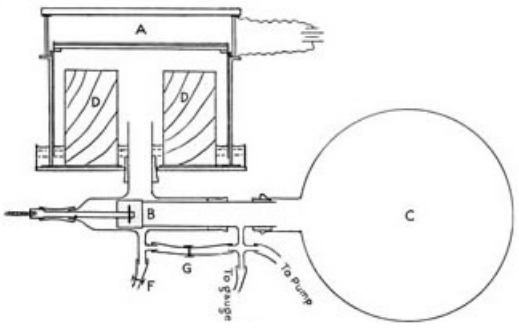
- a kamra előkészítése (telített állapot előállítása a kamrában)
- a kamra gyors expanziója (térfogatának megnövelése). Ekkor a gáz adiabatikusan kitágul, lehűl, és emiatt telített állapotból túltelített állapotba kerül.
- A keletkezett nyomok lefényképezése. A kialakult ködfonalat oldalról megvilágítják, így a sötét háttér előtt a nyomok jól kiemelkednek, és a fényképezőgép könnyen rögzíti. Több, egymásra merőleges irányból történt, egyidejű felvétellel a nyomok térbeli helyzete is visszaállítható.

Egyes esetekben a ködkamrát erős homogén mágneses térbe helyezik, mert a részecskék által a mágneses térben befutott pálya alakjából a részecske egyes paraméterei is meghatározhatók (pl. lendülete, fajlagos töltése). Lásd pl. 6.3 fénykép.

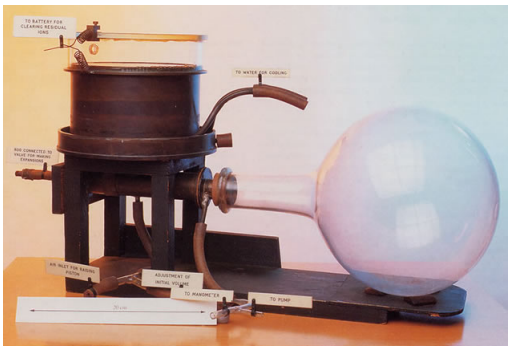
Az első ködkamrát Charles Thomson Rees WILSON (1869–1959, Nobel-díj 1927) skót fizikus építette az 1910-es években (lásd 6.4 ábra). Ezért az expanziós ködkamrát gyakran Wilson-féle ködkamrának is hívják. A magfizika hőskorában az egyik leggyakrabban használt, és a legtöbb információt szolgáltató detektor volt.

A folyamatos működésű *diffúziós ködkamrában* a gőz túltelítettségét más módon hozzák létre. Azt használják ki, hogy egy gázban különböző hőmérsékleteken a gáz különböző mértékben tudja a párát felvenni. Mindennapi tapasztalat, hogy a pára lecsapódik a szemüvegre akkor, ha hidegből jövünk be a meleg szobába. A meleg levegőben lévő pára nem kondenzálódik, viszont a hideg szemüvegre azonnal kicsapódik. A diffúziós ködkamra terének alsó részét erősen hűtik, míg a tetején, a folyadék párologtatási helyén magasabb hőmérséklet (pl. szobahőmérséklet) uralkodik (lásd 6.5 ábra). Ennek következtében a kamrában függőleges irányú hőmérséklet-gradiens alakul ki. Mivel alul van a hidegebb, ezért gáz-áramlás nem indul meg, a melegebb és hidegebb rétegek nem keverednek, emiatt a hőmérséklet-gradiens tartósan fennmarad. A fent elpárolgott anyag azonban diffúzióval lassan lejjebb jut. Amikor eléri a lenti hidegebb régiót, lesz olyan réteg, amelyben túltelítetté válik a gőz. Ez a diffúziós ködkamra érzékeny rétege. Ha ebben a rétegbe ionizáló sugárzás érkezik, ott látható ködnyomokat kelt.

6.3. ábra. Részecskenyomok mágneses térbe helyezett ködkamrában ([9]




(a) A ködkamra felépítése. Az 'A'-val jelzett hengeres kamra átmérője 16,5 cm, magassága 3,4 cm.

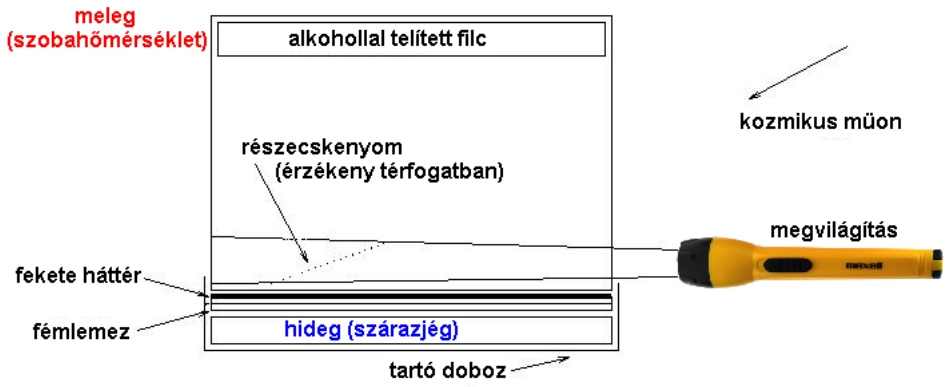


(b) A ködkamra a Cavendish múzeumban

6.4. ábra. Wilson-féle ködkamra ([10])

A kamrára elektromos „tisztító" feszültséget is szoktak kapcsolni annak érdekében, hogy a keletkezett ionok gyorsan eltávozzanak az érzékeny térfogatból. Így a túltelített állapot egy nyom után gyorsan visszaáll, és a kamra ismét érzékeny lesz.

Számos elemi részecskét (pl. a pozitront, a müont stb.) ködkamra felvételek segítségével fedezték fel. Ma már fokozatosan háttérbe szorult. Az elemi részek kutatásában ma már sokféle más, modernebb, elektronikusan működő detektort használnak.




6.5. ábra. Egyszerű diffúziós ködkamra felépítése

### 6.3.4. Buborékkamra

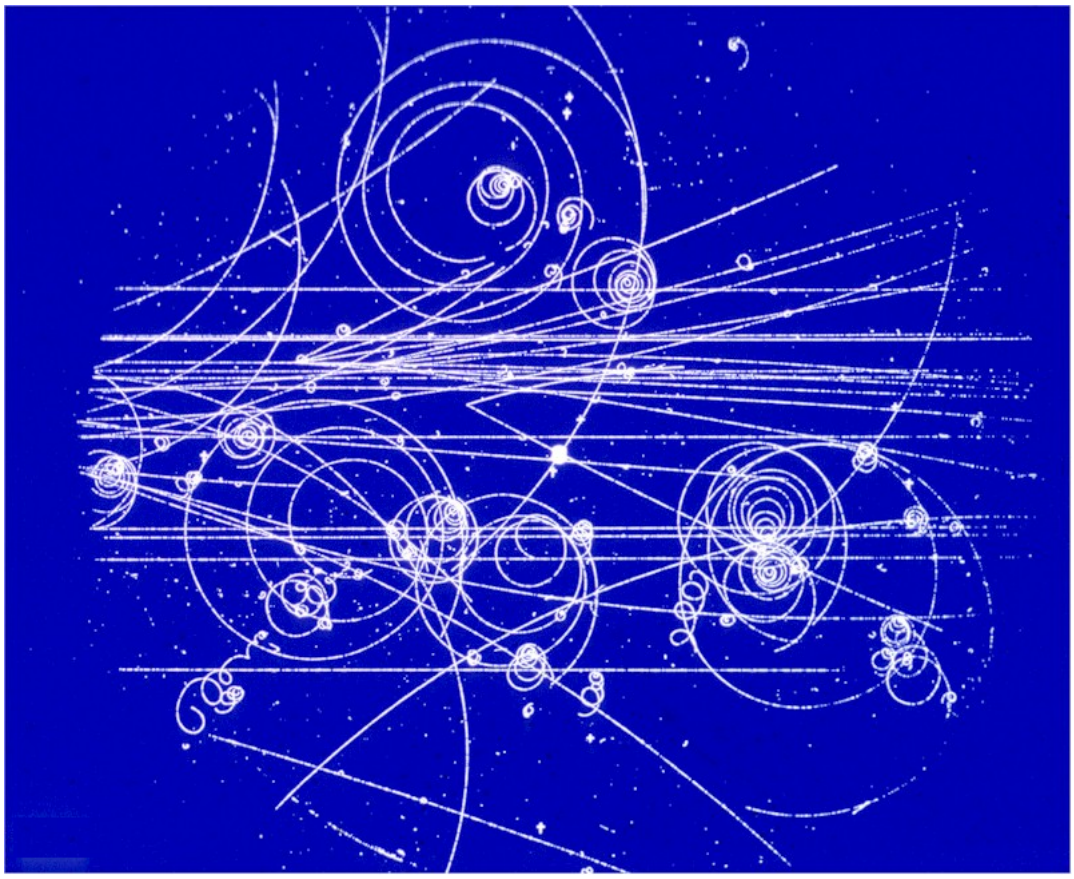
Egy túlhevített folyadékban állandóan keletkeznek és eltűnnek buborékok. Az, hogy a keletkezés, vagy az eltűnés dominál-e, sok paramétertől, többek között a hőmérséklettől is függ. A buborékkamra működése azon alapul, hogy az elektromos töltésű buborékok másképpen viselkednek, mint az elektromosan semlegesek. Van olyan hőmérsékleti tartomány, amelyben az elektromos töltésű buborékok már tovább nőnek, míg az elektromosan semlegesek pedig visszaoldódnak. A buborék elektromos töltését az elemi részek ionizáló hatása alakítja ki. Ha tehát a buborékkamrában a megfelelő túlhevítettséget előállítják – általában a nyomás hirtelen lecsökkentése útján – a részecskepályák mentén lefényképezhető méretű buboréksorozat alakul ki. A fényképezés technikája hasonló a ködkamráéhoz.

Előnye a ködkamrával szemben, hogy a benne lévő anyag sokkal sűrűbb (a ködkamrában gáz van, a buborékkamrában folyadék), és emiatt nagy energiájú és nagy hatótávolságú részecskék is nyomot hagynak benne (lásd 6.6 kép).

További előnye, hogy – a ködkamrával szemben – óriási méretű buborékkamra is készíthető (lásd 6.7 fénykép).

Hátránya viszont, hogy a buborékfonal csak nagyon rövid ideig „él”, és a kamra „holtideje” ehhez képest eléggé hosszú. Ezért előre tudni kell, hogy a detektálni kívánt részecske beérkezése pontosan mikorra várható, mert a kamrát erre az időpillanatra kell érzékennyé tenni. Ez azonban a jelenlegi, pulzált üzemmódú gyorsító-berendezések mellett általában könnyen megoldható.

*Megjegyzés*: vannak gyors ciklusú buborékkamrák is, ahol a holtidő a hagyományos kamrákénál akár százszor rövidebb is lehet, sőt kidolgoztak már állandó érzékenységű kamrákat is, ahol a buborékok növekedéséhez szükséges termodinamika állapotot ultrahang segítségével állandósítják.



6.6. ábra. Nagyenergiás ütközésben keletkezett részecskék nyomai buborékkamrában [15]

## 6.4. Részecskeszámlálók

A legegyszerűbb részecskeszámlálók csak valamilyen jelet adnak ki (fény, hang stb.) egy-egy részecske beérkezése esetén, de vannak köztük olyan eszközök is, amelyek a beérkező részecskéről egyéb információkat (leggyakrabban az energiáját) is képesek meghatározni, bár nem ez az elsődleges használati módjuk.

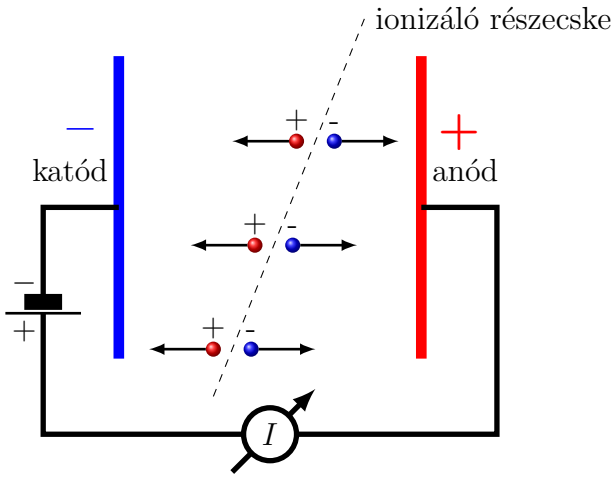
A részecskeszámlálók közül mi csak a következő gáztöltésű számlálókkal foglalkozunk:

- ionizációs kamra,
- proporcionális számláló,
- GM-cső

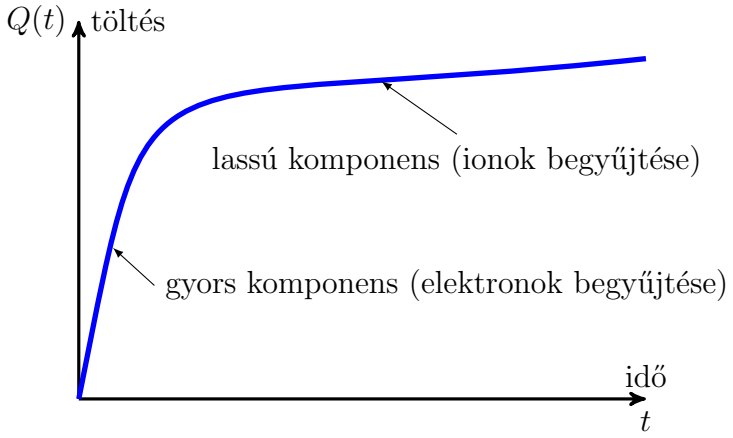
6.7. ábra. Nagy méretű, kiállított buborékkamrák a CERN-ben (saját felvétel)

### 6.4.1. Gáztöltésű számlálók

A gáztöltésű számlálókban az ionizáló sugárzás gázokban hoz létre töltéshordozó-párokat (elektronokat, ill. ionokat). Ha a gázban elektromos térerősséget hozunk létre (pl. a gázteret két elektróda közé helyezzük), a keletkezett töltéshordozók megindulnak a töltésükkel ellentétes pólus felé. Útjuk közben az elektromos térerősség gyorsítja őket, a többi gázrészecskével való ütközések viszont fékező hatást gyakorolnak. A töltések mozgása áramlökést jelent, azaz a korábban semleges atomokból-molekulákból álló gáz az ionizáló sugárzás hatására rövid időre vezetővé válik. Az elektronok általában gyorsabban mozognak, mint a sokkal nagyobb tömegű ionok, ezért az elektronok hamarabb elérik az anódot, mint a pozitív ionok a katódot. Ennek következtében a legegyszerűbb esetben az áramlökésnek két komponense lesz: egy gyorsabb lefutású, amely az elektronok begyűjtésétől ered, és egy jóval hosszabb ideig elnyúló komponens, amely az ionoktól származik (a 6.9 ábra a begyűjtött töltések időfüggését ábrázolja)




6.8. ábra. Gáztöltésű számlálók felépítése és működési elve




6.9. ábra. Elektromos töltések begyűjtése gáztöltésű számlálóban

### Impulzus üzemmód és folytonos üzemmód

Ha a beütésszámok olyan ritkán jönnek, hogy egy-egy áramlökésnek van ideje teljesen lezajlani, akkor az egyes áramlökések egymástól jól elkülöníthetők, és megfelelő eszközökkel akár egyedi tulajdonságaik (pl. a begyűjtött töltések száma stb.) is megmérhető. Ilyenkor a gáztöltésű detektor *impulzus üzemmódban* működik. (Elektromos impulzus = rövid idejű áram- vagy feszültséglökés.)

Ebben az üzemmódban egyetlen ionizáló részecske által keltett $Q$ töltés:

$$Q = e \cdot \frac{E}{K}, \tag{6.5}$$

ahol $E$ az ionizáló részecske által a kamrában lévő gáznak átadott összes energia, $K$ pedig egy gázmolekula átlagos ionizációs energiája. Természetesen, ez a szétvált töltések nagysága; ugyanennyi pozitív és negatív töltés keletkezik. A keletkezett töltések begyűjtésével és megmérésével lehetőség nyílik a részecske által a gázban leadott energia meghatározására is.

Nagyobb intenzitású sugárterekben azonban az egy ionizációktól származó áramlökések „összefolynak", és egy időben többé-kevésbé állandó, folytonos áramot mérhetünk. Ekkor a kamra *folytonos üzemmódban* működik. Ilyenkor nem lehet megmérni a részecskék által külön-külön leadott energiát, csak a kamrának időegység alatt átadott energiát. A 6.5 képletből kapjuk

$$I = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = e \cdot \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}\frac{1}{K} \tag{6.6}$$

A $\dfrac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t}$ mennyiség tehát a gáz anyagának időegység alatt átadott energia. Ebből a gázban *elnyelt dózis* intenzitására lehet következtetni.

*Megjegyzés*: A sugárvédelemben fontos *elnyelt dózis* egy anyag tömegegysége által az ionizáló sugárzásból elnyelt energia $D = \dfrac{E}{m}$. Egysége a Gray (Gy). $1\ \mathrm{Gy} = 1\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}$.

### Másodlagos folyamatok a gáztérben

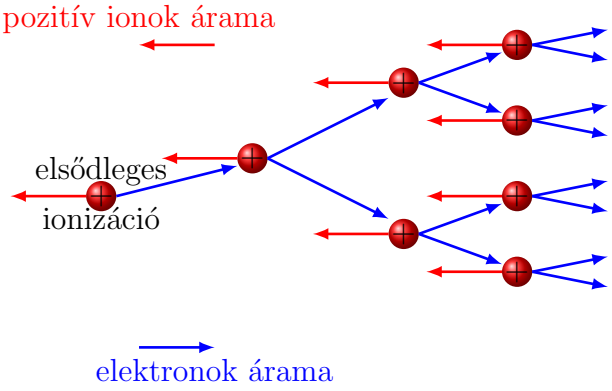
Impulzus üzemmódban a 6.5 képlet alapján a gázban leadott energia is megmérhető, ha begyűjtjük és megmérjük az egy ionizáció során keltett összes töltést. Ennek azonban két akadálya is lehet.

Az egyik a *rekombináció*. Ennek során egy pozitív ion még a gáz belsejében találkozik egy elektronnal, és ismét semleges atommá (molekulává) egyesülnek. Ekkor mindketten hiányoznak majd a begyűjtött töltések közül. A másik folyamat a negatív ion képződése. Egyes atomok és vegyületek (amelyeknek nagy az elektronegativitása, pl. oxigén, vízgőz, halogének és vegyületeik) nagy valószínűséggel fogják el a vándorló elektronokat, és negatív ionokat képeznek velük. Ezek ugyan eljutnak az elektródákra, de nagy tömegük miatt sokkal lassabban, mint az elektronok, és ezért hiányozni fognak a gyors, elektronoktól származó áramkomponensből.

Olyan esetekben, amikor a begyűjtött töltés mennyiségét ebből a komponensből határozzuk csak meg, a negatív ionok is csökkentik a mért töltésmennyiséget.

Ha csak a bejövő részecske által közvetlenül keltett töltéshordozó-párokat gyűjtjük be (azokat viszont mind), akkor a gáztöltésű számlálónkat *ionizációs kamrának* hívjuk.

*Gázerősítés* Vannak azonban ellenkező előjelű másodlagos folyamatok is, olyanok, amelyek nem csökkentik, hanem növelik a begyűjtött töltést. Nagy elektromos térerősség mellett az elektronok elegendően nagy mozgási energiát tudnak nyerni két ütközés között, és ilyenkor a soron következő ütközésnél már ők maguk is tovább tudnak ionizálni. Hasonlóképpen, a rekombináció során kibocsátott ultraibolya fény ionizálhat további részecskéket. E másodlagos folyamatok hatására tehát a gázban több töltéshordozópár keletkezik, mint amennyit a bejött részecske közvetlenül keltett, *ionlavina* alakul ki. Nagyobb feszültségek esetén azonban ez a folyamat telítésbe megy, a kiadott jel (összegyűjtött töltés nagysága) már független lesz a kiváltó részecske energiájától. A részecske által végzett ionizáció „gyufaként" csak elindítja a lavinafolyamatot, de annak lefolyására már nincs hatása. Ekkor már természetesen nem lehetséges semmilyen energiamérés.




6.10. ábra. Ionlavina kialakulása gáztöltésű számlálóban

A gázerősítéstől függően a gáztöltésű detektorok három típusát különböztetjük meg:

- Ionizációs kamra (nincs gázerősítés, de minden elsődleges töltést begyűjtünk)
- Proporcionális kamra (van gázerősítés, de a begyűjtött töltések nagysága még arányos az elsődlegesen keltett töltésekkel)
- Geiger-Müller (GM) számláló (nagy a gázerősítés, a begyűjtött töltések nagysága már nem függ az elsődlegesen keltett töltésektől.

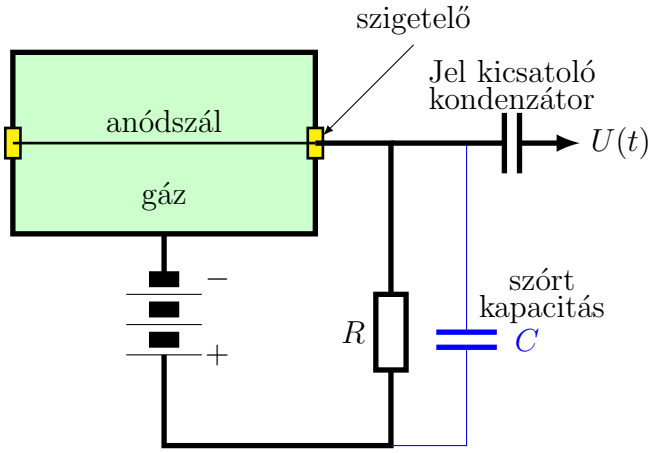
Ezekkel a következőkben kissé részletesebben is foglalkozunk.

### Ionizációs kamra

Az egyik legegyszerűbb felépítésű részecskedetektor. Lehet pl. egy párhuzamos fegyverzetű síkkondenzátor, amelynek a lemezei közé ritka gázt engedünk (mint pl. a 6.8

ábrán). A gyakorlatban azonban a kamrák általában hengeresek vagy gömb alakúak. Az árammérést a belső vékony szálon (az anódon) végezzük (lásd 6.11 ábra).

Ha a kondenzátor lemezei között ionizáló részecskék haladnak át, töltéshordozó-párok keletkeznek. A kondenzátorra kapcsolt $U$ feszültség hatására az elektronok és az ionok az elektródákra vándorolnak, az $R$ munkaellenálláson áram folyik át.




6.11. ábra. Hengeres ionizációs kamra felépítése

Az ábrán $R$-el jelöltük az ún. munkaellenállást, $C$-vel pedig a kamra kapacitásának és a mindig jelenlévő szórt kapacitásnak az eredőjét. A kapacitás hatására a korábban már mutatott, – gyors- és lassú komponensekből álló – jelalak lényegesen torzul, és gyakorlati szempontból csak a gyors komponens ad kiértékelhető jelet. Az $R$ ellenálláson létrejövő feszültségesés hatására kialakuló feszültségimpulzust (jelet) egy nagyfeszültség-leválasztó kondenzátorral csatoljuk ki, és vezetjük további elektronikus feldolgozó eszközökre.

Az ionizációs kamra a legjobb esetben is csak annyi töltést tud begyűjteni, amennyit az ionizáló részecske a kamra gázterében szétválaszt. Emiatt nagyon kis áramlökések (pikoamper) tudnak csak kialakulni, és ezek elektronikus érzékelése nem kis feladat.

### Proporcionális számláló

A proporcionális számláló az ionizációs kamra továbbfejlesztett változata. A részecske által létrehozott ionizáció másodlagos folyamatok során tovább erősödik (lásd 6.10 ábra), és így a proporcionális számlálóban sokkal több töltés tud szétválni, mint amit a bejövő részecske az ionizáció során kelt. Emiatt a létrejövő áramlökések is jóval nagyobbak, mint az ionizációs kamránál. Lényeges azonban az, hogy a kamra még mindig a proporcionális (arányos) üzemmódban működik, azaz a kijövő jel amplitúdója arányos marad a bejövő részecske által a kamrában leadott energiával. Kétszer akkora energia-leadás kétszer akkora amplitúdójú áramlökést hoz létre.

A gázerősítés létrehozását két folyamat teszi lehetővé. Az egyik az elektronlavina kialakulása. Ha eléggé nagy a kamrában lévő térerősség, az elektronok két ütközés között (az ún. szabad úthossz megtétele során) az elektromos mezőből annyi mozgási energiára tesznek szert, hogy a következő ütközéskor a gázmolekulát már ionizálni tudják. Ilyen módon az elektronok és az ionok száma gyorsan sokszorozódik, lavinafolyamat alakul ki.

Első látásra azonban eléggé nehéz ilyen térerősséget létrehozni, hiszen a szabad úthossz nagyságrendileg $10^{-6}$ m, az ionizációs energia pedig nagyságrendileg 10 eV. Eszerint $10^7$ V/m térerősségre lenne szükség ahhoz, hogy a szabad úthossz alatt az elektronok megfelelő sebességre felgyorsuljanak. Ez azt jelentené, hogy 1 cm méretű kamrára kb. százezer volt feszültséget kellene kapcsolni. Ez a meggondolás azonban csak akkor igaz, ha a kamrát párhuzamos kondenzátorlemezekkel (homogén elektromos térrel) alakítjuk ki. Hengeres elrendezés esetén a térerősség nem homogén, és ha a középső szál igen vékony (néhány századmilliméter átmérőjű), a szál környezetében igen nagy lokális térerősség alakul ki. Ebben a tartományban a lavinafolyamat könnyedén végbemehet. A hengeres elrendezésnek más előnye is van: mivel nagy térerősség csak az anódszál közvetlen közelében alakul ki, a gázerősítés mértéke lényegében független lesz attól, hogy a kamra mely részében történt a primer ionizáció. Ez nem lenne így párhuzamos lemezeket tartalmazó, állandó térerősségű kamra esetén.

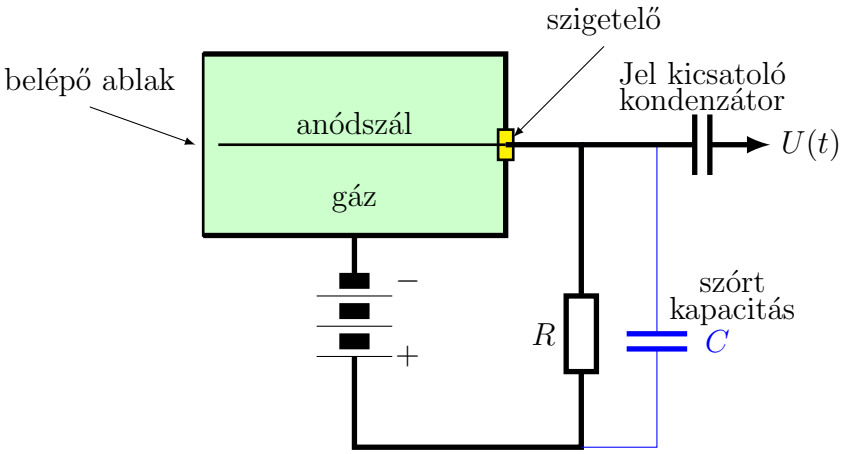
A másik folyamat, amely további erősítést okozhat az, hogy a gázatomok rekombinációjakor ultraibolya fény sugárzódik ki. Az ultraibolya fotonok a katód anyagából külső fotoeffektussal elektronokat ütnek ki. Ezek a szekunder elektronok azután újra gyorsulnak az anód felé, és újabb lavinát indítanak be. Ez a lavinafolyamat akár még állandósulhat is, és a cső „átüt", és tönkremegy. Ezért ezt meg szokták akadályozni azzal, hogy a töltőgázba olyan gázt (pl. metánt) kevernek, amely az ultraibolya fotonokat nagy valószínűséggel elnyeli.

### Geiger-Müller számláló (GM-cső)

Ionizáló sugárzások észlelésére használt eszköz. A eszköz első változatát H. GEIGER(1882-1945) dolgozta ki, majd tanítványa, W. MÜLLER(1905-1979) tökéletesítette. A többnyire hengeres elrendezésű, két elektródát tartalmazó csövet gáz tölti ki.

Az elektródákra feszültséget kapcsolnak. A negatív elektróda a henger palástja, a pozitív pedig a cső tengelyében elhelyezett fémszál. Az ionizáló sugárzás által a csövet kitöltő gáz részecskéiből (atomjaiból, molekuláiból) kiszakított elektronok az elektródákra kapcsolt nagyfeszültség hatására gyorsulni kezdenek. A nagy sebességre felgyorsult elektronok az útjuk során újra ionizálnak, és így – lavinaszerűen – sokkal több másodlagos töltés keletkezik, mint amennyit a beeső ionizáló sugárzás elsődlegesen keltett.

Ez a nagy mennyiségű töltés viszonylag egyszerű eszközökkel is érzékelhető, ill. megszámlálható elektromos áramlökéseket okoz. A GM-cső egy-egy ionizáló részecske becsapódásakor ad ki egy-egy ilyen áramimpulzust, azaz a beérkező részecskék számának megállapítására kiválóan alkalmas. A lavinafolyamat következtében azonban az áramlökések




6.12. ábra. Végablakos Geiger-Müller számlálócső felépítése

nagyjából egyformák, azaz elvész az ionizáló részecske energiájára vonatkozó információ. Egyszerűsége, olcsósága és megbízhatósága miatt még ma is gyakran használják.

## 6.5. Spektrométerekben használatos detektorok

A spektrométerek elsődleges feladata valamilyen sugárzás energia szerinti eloszlásának meghatározása. Ezért olyan detektorokra van szükség, amelyek lehetőleg minél pontosabban meg tudják mérni a részecskék energiáját. A következőkben az alábbi két detektortípussal foglalkozunk, amelyeket leggyakrabban (de nem kizárólagosan) gamma-spektroszkópiában használnak:

- Szcintillációs detektorok
- Félvezető detektorok

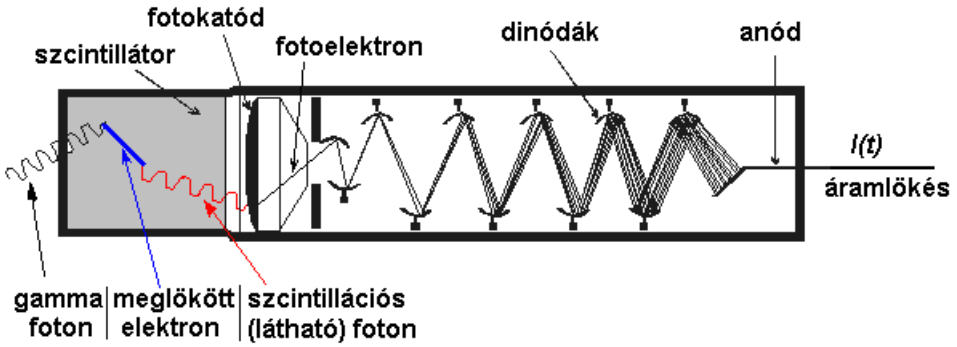
### 6.5.1. Szcintillációs detektorok

Az atommagsugárzások egyik legrégebbi észlelési technikája a sugárzások által kristályokban keletkező fényfelvillanások – az ún. szcintillációk – megfigyelésén alapul. 1903-ban W. CROOKES (1832-1919), J.P.L. ELSTER (1854-1920 )és H. F. GEITEL (1855-1923) vékony ZnS rétegre ejtette a radioaktív anyagok sugárzását, és sötéthez szoktatott szemmel rendszertelen felvillanásokat figyeltek meg. Később ezeket a felvillanásokat mikroszkóppal nézték, és így a mikroszkóp látótere megszabta azt a területet, ahonnan a felvillanások érkezhettek. Ezáltal a detektor geometriai hatásfoka egyértelműen meghatározottá vált, és kvantitatív mérések is lehetővé váltak. A kis nagyítású mikroszkóppal

figyelt ZnS lapka neve „spinthariscope”. Az ezzel végzett mérések ugyan fáradságosak voltak, mégis pl. Rutherford ilyen eszközt használt híres szóráskísérletében, amely az atommag felfedezéséhez vezetett.

Ma már a szcintillációs fényfelvillanásokat nem szabad szemmel, hanem *fotoelektron-sokszorozókkal* figyelik. Ezek az eszközök nagyon gyenge fényfelvillanásokat is képesek észrevenni, és a fényfelvillanás erősségével arányos nagyságú elektromos áramlökést állítanak elő. Az első valóban használható fotoelektron-sokszorozót BAY Zoltán (1900-1992) gyulavári születésű magyar fizikus állította elő Magyarországon a Tungsramban, 1938-ban.

A szcintillációs detektor tehát valamilyen szcintillátorból és a hozzá optikailag jól illesztett fotoelektron-sokszorozóból, vagy akár fotoelektron-sokszorozók rendszeréből áll. Mivel a szcintillációs felvillanások igen gyengék, az egész rendszert a környezet fényeitől jól el kell szigetelni.




6.13. ábra. Szcintillációs detektor felépítése

A 6.13 ábra mutatja egy gamma-foton detektálásának lépéseit.

- A gamma-foton kölcsönhatásba lép a szcintillátor anyagával (pl. fotoeffektus, Compton-szórás, vagy párkeltés).

- A keltett elektron az energiáját átadja a kristálynak, gerjesztve annak atomjait. A szervetlen kristályok többnyire „aktivátor” atomokat tartalmaznak annak érdekében, hogy a kibocsátott fény számára a kristály átlátszó maradjon. Az atomok legerjesztődéskor látható (esetleg ultraibolya) fényt bocsátanak ki. Ez a szcintilláció. A kibocsátott fotonok száma a gerjesztett atomok számával, és így a részecske által leadott energiával arányos.

- A szcintillációs fotonok a kristály és a fotoelektron-sokszorozó között lévő optikai csatoláson keresztül kilépnek, és a fotoelektron-sokszorozó katódjából elektronokat (fotoelektronok) ütnek ki.

- Ezeket a fotoelektronokat az egyre magasabb pozitív potenciálra kapcsolt „dinódák” (elektródák) között kialakuló elektromos mező gyorsítja, majd ezek a következő dinódába csapódva szekunder elektronokat váltanak ki. Ilyen módon a dinódák között az elektronok száma sokszorozódik.

- Végül, az anódra már nagyszámú elektron csapódik be, így ott viszonylag egyszerűen tovább erősíthető és feldolgozható áramlökés alakul ki.

Két fontos tulajdonsága van ennek az elrendezésnek: a linearitás, és a kedvező jel/zaj arány.

A folyamat a kristályban (a meglökött elektron által) leadott energiától kezdve jó közelítéssel lineáris. Azaz az elektron által gerjesztett atomok száma:

$$N = \frac{E}{K}, \tag{6.7}$$

ahol $K$ egy atom által a gerjesztés során átvett energia. Minden gerjesztett atom egyetlen szcintillációs fotont bocsát ki a legerjesztődése során, így a kibocsátott szcintillációs fotonok száma is ennyi. Mivel a kristály jól tükröző anyaggal van beborítva, ezeknek a fotonoknak arányos része jut el a fotokatódra, és ott kivált egy fotoelektront:

$$N_e = \epsilon \cdot N = \epsilon \cdot \frac{E}{K}, \tag{6.8}$$

ahol $\epsilon$ a fotonok fotoelektronná való konverziójának hatásfoka. Tegyük fel, hogy minden fotoelektron $n$ szekunder elektront kelt a dinódákon, és a dinódák száma legyen $m$. Ekkor a fotoelektron-sokszorozó „erősítése” $A = n^m$, azaz végül az áramlökésben lévő töltésmennyiség:

$$Q = e \cdot \epsilon \frac{E}{K} \cdot m^n = \text{konstans} \cdot E \tag{6.9}$$

Látható, hogy végig megmarad az arányosság, azaz a fotoelektron-sokszorozó anódján kialakuló jel egyenesen arányos lesz a kristálynak átadott energiával. Ezért a szcintillációs detektor *energiamérésre alkalmas*.

A fotoelektron-sokszorozónak kicsi az elektromos zaja, hiszen csak a fotokatódból kiváltott fotoelektronokat sokszorozza. Ezek pedig az Einstein-féle fotoelektromos összefüggés értelmében csak akkor lépnek ki a fémből, ha a ráeső foton energiája egy küszöbértéket meghalad.

$$E_e = h\nu - E_k, \tag{6.10}$$

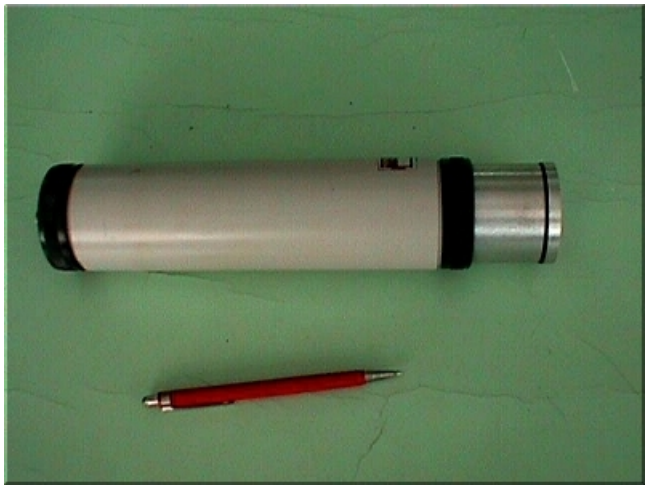
ahol $E_e$ a kilépő elektron mozgási energiája, $E_k$ pedig az elektron kötési energiája a fémben. Mivel a mozgási energia nem lehet negatív, ezért ez a folyamat csak akkor mehet végbe, ha $h\nu > E_k$. $E_k$ értéke azonban jóval nagyobb a hőmérsékleti gerjesztések energiájánál, ezért a fotoelektron-sokszorozónak igen kicsi a hőmérsékleti zaja, a „sötétárama”. A dinódákra adott megfelelő feszültségekkel elérhető, hogy egy elektron által kiváltott

szekunder elektronok átlagos száma 3-4 között legyen. Ekkor például egy 12 dinódát tartalmazó fotoelektron-sokszorozó „erősítése” könnyen elérheti, sőt meg is haladhatja az egymilliót (hiszen pl. $4^{12} > 16000000$. A fotoelektron-sokszorozó tehát egy igen nagy erősítésű, kis zajú, lineáris, speciális erősítő.

A fotoelektron-sokszorozó hátrányai:

- Vigyázni kell arra, hogy a fotoelektron-sokszorozóba csak a szcintillátor fénye kerüljön, különben a kívülről bejutó fény fotonjai nemcsak lehetetlenné teszik az igen halvány szcintillációs felvillanások megfigyelését, hanem tönkre is tehetik a készüléket.

- Az egy elektron hatására kiváltott szekunder elektronok száma (a fentiekben $m$-el jelöltük) nyilvánvalóan függ a dinódába becsapódó elektronok energiájától, ez pedig a dinódák közötti potenciál-különbségtől. Mivel a fotoelektron-sokszorozó erősítése a kiváltott szekunder elektronok $m$ számának sokadik hatványától függ (pl. tizenkét dinóda esetén $m^{12}$), ezért az erősítés igen érzékeny a fotoelektron-sokszorozóra adott feszültségre. Igen kis változás a feszültségben, az erősítés nagy változását okozza. Ezért állandó erősítés elérése érdekében a fotoelektron-sokszorozóra adott feszültséget különös gonddal kell stabilizálni.



6.14. ábra. Szcintillációs detektor fényképe. A jobb oldali fényes hengerben van a szcintilláló kristály, a hosszú hengerben pedig a fotoelektron-sokszorozó (saját felvétel)

### Szcintillátor típusok

A megoldandó feladattól függően többféle szcintillátort is használnak:

*Szervetlen szcintillátorok.*

Ilyen a már említett ZnS, de leggyakrabban nagyra növesztett ionos egykristályokat használnak (NaI, CsI, LiF, BaF2 stb.).

*Szerves szcintillátorok.* Ezek között is vannak szerves kristályok (antracén, stilben, naftalin), és vannak szcintilláló folyadékok (többnyire szerves oldatok). Ez utóbbiak jelentősége igen nagy, mert kis hatótávolságú sugárzások (pl. a radiokarbon, vagy a trícium béta-sugárzása) csak úgy érzékelhetők, ha a sugárzó anyagot a detektorral közvetlenül érintkezésbe hozzák, vele elkeverik. Ez pedig vagy gáztöltésű számlálóval, vagy folyadékszcintillátorral tehető meg.

A szcintillációs detektorokat leggyakrabban a gamma-spektroszkópiában (ld. 6.8 fejezet) használják, bár vannak béta-sugárzást érzékelő szcintillátor-elrendezések is (lásd 6.15 ábra).

6.15. ábra. Béta-sugárzás mérésére használható szcintillációs kristály fényképe (saját felvétel)

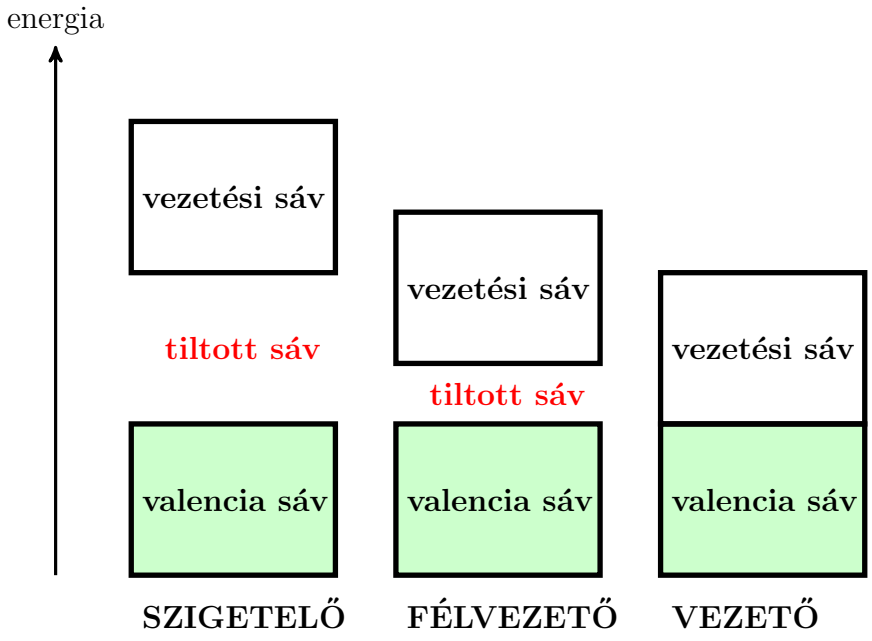
Ez utóbbiakat igen vékony, általában alumíniumból készült fólia takarja el, amely a külvilág fényeit nem engedi a kristályhoz és a fotoelektron-sokszorozóhoz, de a nem túl kis energiájú elektronok (béta-sugarak) át tudnak hatolni a vékony alumínium-fólián, és bejutnak a szcintilláló kristályba.

Gamma-sugarak vizsgálata (az ún. gamma-spektroszkópia, 6.8) számára azért előnyös a szcintillátorok használata, mert egyes kristályok igen nagy méretűre is növeszthetők, és ez lehetővé teszi a nagy áthatolóképességű gamma-sugárzás nagy hatásfokkal történő észlelését. A másik előnyös tulajdonságuk az, hogy a kristályok egyik összetevőjének lehet nagy rendszámú elemet választani (pl. jódot a NaI kristályban), és emiatt a kristályban a fotoeffektus jóval nagyobb valószínűséggel megy végbe, mint a kis rendszámú elemeknél, és így a gamma-foton energiája könnyebben megmérhető.

*Energiafelbontás* szempontjából a szcintillációs detektorok a gáztöltésű számlálók (ionizációs kamra, proporcionális kamra) és a félvezető detektorok közé esnek. Első közelítésben egy monoenergiás gamma-forrás teljesenergia-csúcsának energia felbontása: $\Delta E \approx \sqrt{E}$, azaz $\frac{\Delta E}{E} \approx \frac{1}{\sqrt{E}}$. Nagyságrendileg 5-7%-os relatív felbontás, azaz $\frac{\Delta E}{E} \approx 5-7\,\%$ érhető el a $^{137}$Cs izotóp 662 keV energiájú gamma-vonalára vonatkoztatva.

### 6.5.2. Félvezető detektorok

A különböző félvezető anyagok közül széleskörűen csak a szilíciumot és a germániumot alkalmazzák ionizáló sugárzások mérésére. Ezekből az anyagokból – nagyon gondos tisztítás után – kisebb-nagyobb egykristályt készítenek. Miután ezek az anyagok kristályok, bennük az atomok szigorú rendben helyhez kötöttek. Az elektronokat sem lehet csak egyetlen atomhoz rögzítettnek gondolni, mint pl. a gázokban, hanem a lehetséges elektronállapotokat az egész kristály határozza meg. A szilárdtestekre általában jellemző, hogy az elektronállapotok energia szerint energiasávokba rendeződnek, ahol a lehetséges energiaállapotokat tiltott sávok választják el (lásd 6.16 ábra).




6.16. ábra. Szilárdtestek (szigetelők, félvezetők, vezetők) sávszerkezete

A rajzon az elektronokkal betöltött sávokat színessel jelöltük (valencia-, vagy más néven vegyérték sávok), a lehetséges, de nem betöltött „üres” állapotok sávját (vezetési

sávok) pedig fehéren hagytuk. Az elektromos áram vezetése mozgó elektronokat feltételez. Egy teljesen betöltött sávban lévő elektronok nem képesek elmozdulni (hasonlóan ahhoz, ahogy egy zsúfolt nézőtéren sem lehet a padsorok mentén arrébb ülni). Az áram vezetéséhez olyan elektronokra van szükség, amelyek szinte energia befektetése nélkül el tudnak mozdulni (azaz nagyon közel vannak hozzájuk üres állapotok). Mivel az áramvezetést az „üres" sávban lévő elektronok határozzák meg, ezért ezt a sávot vezetési sávnak hívják.

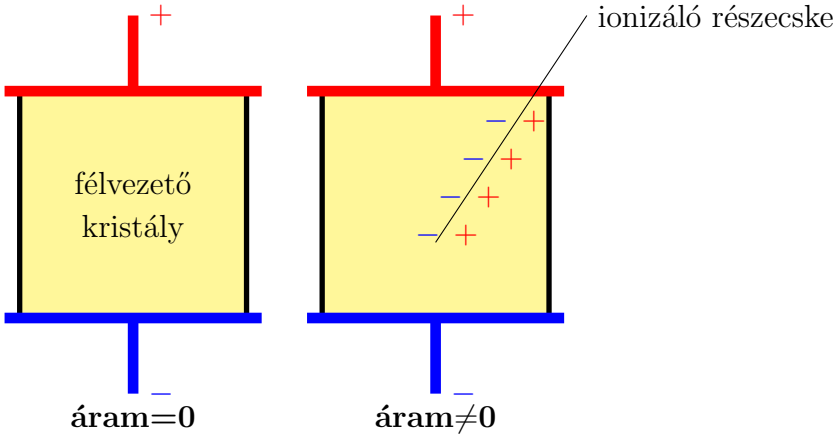
A *szigetelőknél* a tiltott sáv nagyon széles. A szigetelők azért nem vezetik az elektromos áramot, mert nagyon nagy energiát kellene adni egyes elektronoknak, hogy a valencia sávból a vezetési sávba kerüljenek.

A *fémeknél* a betöltött állapotokat és az üres állapotokat nem választja el egymástól energiahézag, ezért az elektronok elmozdításához szinte nem is kell energiát befektetni.

A *félvezetőkre* az a jellemző, hogy a legutolsó betöltött elektronállapot és a következő megengedett energiaszint között egy viszonylag keskeny tiltott sáv van. A félvezetők alacsony hőmérsékleten tehát szigetelőként viselkednek. Magasabb hőmérsékleten azonban, amikor a hőmozgás energiája megközelíti a tiltott sáv szélességét, az elektronok hőmérsékleti gerjesztés révén feljuthatnak a vezetési sávba, és ott már szabadon elmozdulhatnak. A félvezetők tehát a hőmérséklet emelkedésével egyre jobban vezetővé válnak.

### Félvezető detektorok általános sajátságai

Hűtsünk le egy (ideális) félvezető-darabot alacsony hőmérsékletre, a két oldalára helyezzünk elektródákat, és kapcsoljunk rá nagy feszültséget!




6.17. ábra. Ideális félvezetőből készült detektor működési elve

A lehűtött (ideális) félvezető szigetelőként viselkedik, azaz elektromos áram nem folyik a két elektróda között. Amikor azonban ionizáló sugárzás éri a kristályt, az ionizáló

sugárzás az útja mentén elektronokat emel ki a valencia sávból a vezetési sávba (ezt jelzik a rajzon a kis kék „−” jelek). A valencia sávban pedig a kilépett elektronok helyén üres helyek, „lyukak” maradnak vissza. Ezeket a kis piros „+” jelekkel jeleztük. A kristályra kapcsolt elektromos tér hatására mind a vezetési sávba került elektronok, mind pedig a valencia sávban maradó lyukak vándorolni kezdenek az ellentétes töltésű lemezek felé – a kristályban áramlökés keletkezik.

Az áramlökés során összesen annyi töltés ér a lemezekre, amennyi elektront az ionizáló sugárzás a vezetési sávba emelt. A töltés mérésével tehát a vezetési sávba emelt elektronok száma, és ebből pedig a kristálynak átadott teljes energia meghatározható. Jelöljük $\epsilon_i$-vel egyetlen töltéshordozó-pár (elektron-lyuk pár) létrehozásához szükséges energiát, ekkor

*teljes energia = (vezetési sávba emelt elektronok száma)* $\cdot \epsilon_i$

Itt jegyezzük meg, hogy egy töltéshordozó-pár létrehozásának $\epsilon_i$ energiája nem azonos a tiltott sáv szélességével ($E_g$). A kettő között azonban – meglepő módon, a félvezető anyagától függetlenül – lineáris összefüggés van [11]:

$$\epsilon_i \approx \frac{14}{5} E_g + 0,75 \ \ [\mathrm{eV}] \,. \tag{6.11}$$

A félvezető detektornak a működése tehát hasonló az ionizációs kamra működéséhez abból a szempontból, hogy mindkettő az ionizáló sugárzás által keltett pozitív és negatív töltéshordozókat gyűjti be. Néhány fontos különbség azonban van:

- A szilárd kristály sűrűsége kb. ezerszer nagyobb, mint a gázoké, tehát a nagy áthatolóképességű sugárzásokat (pl. gamma-sugárzás) a félvezető detektorokban sokkal nagyobb hatásfokkal lehet detektálni, mint gáztöltésű detektorokban.

- A félvezetők tiltott sávjának a szélessége ($E_g$) kb. százszor kisebb, mint az ionizációs kamrában használt gázok ionizálásához szükséges energia. Ezért ugyanannyi energia leadásakor kb. százszor annyi töltés válik szét a félvezető detektorban, mint az ionizációs kamrában. Emiatt nagyobb a keletkezett áramimpulzus is, ami egyszerűbben és kisebb relatív zajjal mérhető; a nagyobb részecskeszám relatív statisztikus szórása kisebb, és így sokkal pontosabb mérést tesz lehetővé (ez az egyik oka a félvezető detektorok jó energiafelbontásának).

- A félvezetők jó energiafelbontásának másik oka a félvezetők kristályszerkezetében, és ebből következően a lehetséges gerjesztések sokféleségében rejlik. Ez ahhoz vezet, hogy a töltések számának szórása (pontosabban:varianciája) eltér a várt négyzetgyökös formulától, mert egy egynél kisebb faktorral, az úgynevezett Fano-faktorral szorzódik. $\sigma = \sqrt{FN}$, ahol $N$ a létrejött töltéshordozók száma, $F$ pedig a Fano-faktor [12]. Ennek tipikus értéke: $F \approx 0,1$. A Fano-faktor létrejöttének a fizikai okaira itt nem térhetünk ki, az irodalomra utalunk [12].

A nagyságrendek érzékelésére számítsuk ki például, hogy mekkora áramlökést várhatunk, ha egy 1 MeV-es gamma-fotonnak a teljes energiája elnyelődik egy tiszta Ge kristályban! Tiszta Ge kristályban a tiltott sáv szélessége 0,7 eV, így egy töltéshordozó-pár (elektron-lyuk pár) létrehozásához szükséges energia $\epsilon_i = \frac{14}{5}0,7 + 0,75 = 2,71$ eV. Az 1 MeV-es gamma-foton által keltett töltéshordozó-párok száma tehát: $\frac{10^6}{2,71} = 369000$. Minden egyes töltéshordozó-pár töltése $2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, tehát összesen $369000 \cdot 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 1,18 \cdot 10^{-13}$ C töltés mozog. Ha ezeket a töltéseket a detektorban lévő térerősség 1 $\mu$s alatt gyűjti be, akkor a létrejött áramlökés nagysága $\frac{1,18 \cdot 10^{-13}}{10^{-6}} = 0,118 \cdot 10^{-6}$ A. Látható, hogy a mikroamper tört része lesz az áramlökés. Az áramlökés amplitúdója annál kisebb lesz, minél lassabban gyűjtjük be a töltéseket, ezért célszerű minél nagyobb térerősséget létrehozni a detektorban, hogy a töltések begyűjtése lehetőleg gyors legyen. Még egy dolgot meg kell jegyezzünk: a detektor hatásfoka annál nagyobb lesz, minél nagyobb térfogatból tudjuk begyűjteni a töltéseket. Nagy térfogatú detektornál viszont messze kerülnek egymástól az elektródák, és nagy térerősség létrehozásához nagy feszültséget kell rákapcsoljunk.

Van azonban néhány technikai jellegű probléma, amelyet az ilyen detektorok előállításakor meg kell oldani. Az ionizáció során keletkezett áramlökés még mindig igen kicsi, ezért a detektornak nagyon jó szigetelőnek kell lennie üzem közben. Ha ez nem teljesül, akkor az ún. visszáram teljesen elnyomhatja, és lehetetlenné teheti a beérkezett részecske hatására létrejött apró áramlökés érzékelését. Az előző példánknál maradva, ha a detektor visszárama akár csak nanoamper nagyságrendű ingadozásokat mutat, akkor a mért áramimpulzus amplitúdójához ez a véletlenszerű ingadozás hozzáadódik, és a detektor energiafelbontása (lásd később 6.8.1 szakasz) leromlik, mivel ugyanakkora elnyelt energiára ingadozó nagyságú jeleket produkál. A visszáram pedig, sajnos, nő a detektorra adott feszültség növelésével! Túl nagy visszáram esetén a detektor átüt, és tönkremegy. Ez korlátozza a detektorra adható feszültség nagyságát.

A visszáram azonban nemcsak a detektorra adott feszültségtől, hanem több más körülménytől is függ.

- A visszáram erősen függ a hőmérséklettől, mivel a vezetési sávba a hőmérsékleti gerjesztés során felkerült elektronok száma $\propto e^{-\frac{E_g}{kT}}$, ahol $T$ az abszolút hőmérséklet, és $k$ a Boltzmann állandó. A hőmérséklet csökkentésével exponenciálisan csökken a vezetési sávba felkerült elektronok száma, ezért a mérést általában minél alacsonyabb hőmérsékletre (általában folyékony nitrogén hőmérsékletére) lehűtött detektorral lehet elvégezni. Az ilyen detektorokat a hozzájuk csatlakozó, folyékony nitrogént tartalmazó, hőszigetelt falú edényről (ún. Dewar-edény /ejtsd: Djúar/) könnyen fel lehet ismerni (lásd 6.18 ábra). A környezettől való megfelelő hőszigetelés érdekében a detektor vákuumban is van. A vákuumnak más szerepe is van: csökkenti a detektor felszíni elszennyeződésének lehetőségét.

- A fentiekben „ideális” félvezetőről beszéltünk. Ez olyan anyag, amelyben nincsenek

sem kristályhibák, sem pedig szennyezők. A valóságban mindig vannak kristályhibák is, és szennyező atomok is. Ezektől a kristály előállítása során nem lehet teljesen megszabadulni. A szennyező atomok kétfélék lehetnek: „donor", vagy n-típusú szennyezésnek nevezzük azokat a szennyező atomokat, amelyeknek a kristályrácsot alkotó atomokhoz képest többlet elektronjuk van, ezért elektronokat tudnak a vezetési sávba juttatni. „Akceptor" vagy p-típusú szennyezésnek pedig azokat az atomokat nevezzük, amelyeknek a kristályrácshoz képest kevesebb elektronjuk van, ezért amikor beépülnek a kristályrácsba, ott „lyukakat" hoznak létre a vegyérték sávban. Láttuk, hogy mind a vezetési sávban lévő elektronok, mind a vegyérték sávban lévő lyukak növelik a kristály vezetőképességét, és ezáltal a visszáramot. Már nagyon kis mennyiségű szennyező anyag jelenléte is elronthatja a kristály fent vázolt ideális viselkedését. A sugárzás érzékelését olyan tartományban tudjuk csak elvégezni, ahonnan a szennyezőktől származó töltéshordozókat (elektronokat, ill. lyukakat) valamilyen módon eltávolítottuk. Az ilyen tartományt „*kiürített réteg*nek" nevezzük. A töltéshordozókat a detektorra kapcsolt feszültség „húzhatja ki", és alakíthatja ki a kiürített réteget. Minél nagyobb feszültséget kapcsolunk a detektorra, annál nagyobb kiürített réteget lehet elérni, és annál nagyobb lesz a detektorunk hatásfoka is.

A szennyezések által bevitt töltéshordozók csökkentésének több módja is van, ezek közül csak kettőt említünk meg:

- Igen nagy tisztaságú (High Purity)félvezető használata;
- Ionkompenzáció.

### Nagytisztaságú germánium detektor (HPGe)

A félvezető technológia fejlődésével lehetővé vált igen nagy tisztasági fokú germánium egykristályok előállítása. Ezek már elfogadhatóan megközelítik az „ideális" félvezető tulajdonságait. Innen is származik a detektor neve: nagytisztaságú germánium detektor, vagy angolul High Purity Germanium Detector /HPGe/. Természetesen, a fentebb említettek értelmében ezt a detektort is csak alacsony hőmérsékleten lehet használni. A detektor kristályt fémburkolat veszi körül. A kristály és a burkolat között vákuum van, amelynek kettős szerepe van: egyrészt hőszigetelőként szolgál a folyékony nitrogén hőmérsékletére lehűtött kristály és a környezet között, másrészt pedig óvja a kristály felszínét a szennyezéstől.

Gamma-spektroszkópiai mérések során a külső, természetes háttérből származó gamma-sugárzás csökkentése céljából a detektort magát gyakran különféle sugárzásárnyékoló kamrákba helyezik. A kamra külső fala ólom vagy vastag vas, a belső részét pedig rézzel borítják (lásd 6.19 fénykép).

6.18. ábra. Félvezető detektor. A hengeres felső részben van a félvezető kristály. Az alatta lévő tartály a folyékony nitrogén tárolására szolgál (saját felvétel)

### Ge(Li) és Si(Li) detektorok

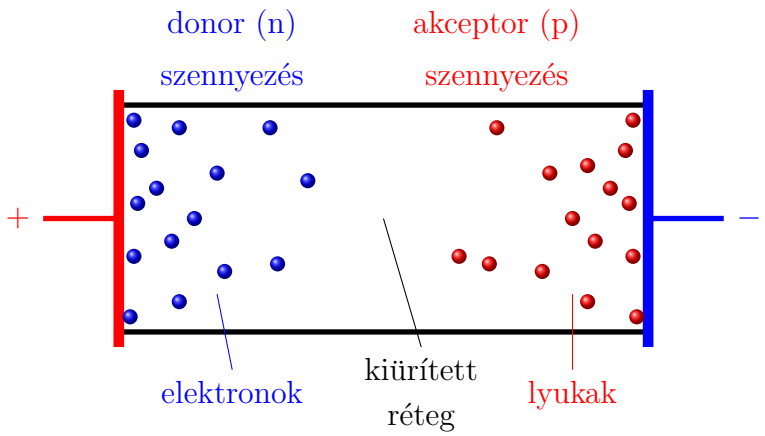
A félvezető detektorok korábbi fajtái. Abból a korból származnak, amikor még nem lehetett technikailag elérni azt a tisztasági fokot, amelyre egy nagytisztaságú félvezető detektor működéséhez szükség van.

A Ge(Li) detektor tulajdonképpen egy nagy méretű, germániumból készült, záró irányban előfeszített félvezető dióda. Az egyik részét kis mértékben többlet elektronokat tartalmazó anyaggal adalékolják („donor", vagy n-típusú adalékolás), a másik részét pedig olyan anyaggal, amely elektronhiányos, és elektronok befogadására alkalmas („akceptor", vagy p-típusú adalékolás).

Első pillanatban meglepő, hogy olyan anyagokat adnak hozzá mesterségesen a kristályhoz, amelyekről korábban megállapítottuk, hogy kerülendők, és inkább meg kellene tisztítani tőlük az anyagot. Ezek az adalékolt anyagok többségi töltéshordozókat visznek be a kristályba, mégpedig a kristály két tartományába különbözőeket. Az egyikbe többlet elektronokat, a másikba többlet lyukakat.

Ha a kristályra kapcsolt feszültség polaritása olyan, hogy az n-típusú oldal pozitívabb,

6.19. ábra. Félvezető detektor, árnyékoló kamrában. A doboz belső falát vörösrézzel borították (saját felvétel)




6.20. ábra. Félvezető dióda záró irányban előfeszítve

a p-típusú oldal pedig negatívabb lesz („záróirányú” előfeszítés), a létrejött elektromos mező szinte „kihúzza” a töltéshordozókat – az elektronokat és a lyukakat – a két réteg határából. Így jön létre a fent már említett kiürített réteg (lásd 6.20 ábra). Emiatt az így előkészített kristály szigetelőként viselkedik. Minél nagyobb feszültséget kapcsolunk rá, annál nagyobb lesz a kiürített réteg, és annál nagyobb lesz a detektorunk hatásfoka.

Ha a kiürített rétegbe ionizáló sugárzás érkezik, ott töltéshordozó párokat kelt (elektronokat emel fel a vezetési sávba, és a valencia-sávban lyukak maradnak vissza), és ezek a töltéshordozó-párok az elektromos térerősség hatására gyorsan eltávoznak a kiürített

rétegből – áramlökés keletkezik.

Mivel a készítés során mindig maradnak – bár jóval kisebb számban – a donor rétegben is akceptor atomok, és az akceptor rétegben is donor atomok, az ezektől származó „kisebbségi töltéshordozók" nagyon megnövelik a detektor visszáramát (azt az áramot, amely ionizáló sugárzás nélkül is folyik a záró irányban előfeszített detektoron). Ennek a lecsökkentésére lítiumot diffundáltatnak (drift) be a detektor érzékeny térfogatába. Innen ered a detektor neve: Ge(Li) detektor, ill. angolul Lithium Drifted Germanium Detector.

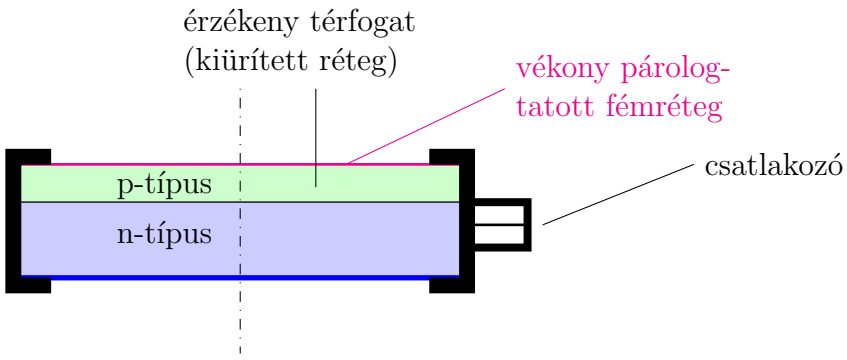
A gyártáskor szigorúan ellenőrzött körülmények között a megfelelő helyre a megfelelő koncentrációban bediffundált Li azonban idővel tovább diffundálhat. Ennek a megakadályozására a Ge(Li) detektort állandóan – éjjel-nappal, és még használaton kívül is – alacsony (folyékony nitrogén) hőmérsékleten kell tartani. Ha a Ge(Li) detektor felmelegszik, tönkremegy. Márpedig ezek nagy értékű berendezések, értékük több millió Ft.

Szilíciumban a lítium diffúziója sokkal lassabb, így a szilícium alapú, lítiummal driftelt Si(Li) detektorok használaton kívül szobahőmérsékleten is tarthatók. Üzem közben azonban ezeket a detektorokat is hűteni kell. Hátrányuk viszont, hogy a szilícium rendszáma a germániuménál kisebb, ezért a nagyobb energiájú gamma-fotonokra vonatkozó fotoeffektus hatásfoka is jóval kisebb (hiszen az $Z^5$-el arányos). Ezért a Si(Li) detektorokat kisebb energiájú elektromágneses sugárzások mérésére, tipikusan karakterisztikus Röntgen-fotonok analízisére használják leggyakrabban.

### Felületi záróréteges félvezető detektor

Nem túl nagy energiájú elektromosan töltött részecskék (proton, alfa-részek) hamar lefékeződnek az anyagban (lásd 5.1 fejezet, „Elektromosan töltött részecskék kölcsönhatása az anyaggal"). Ezért ahhoz, hogy jó energiafelbontású félvezető detektorokkal meg lehessen mérni az energiájukat, speciális felépítésű detektorokra van szükség. Ezek olyan p-n átmenettel rendelkező (általában Si-alapú) félvezető detektorok, amelyeknél a detektorlapka egyik felszínén alakították ki a vékony (esetleg csak néhány mikronos) p-n átmenetet, és ott jött létre a kiürített réteg. A réteg egyik oldalára nagyon vékony (esetenként $10^{-6}$ m-nél is vékonyabb) fémréteget gőzölnek fel annak érdekében, hogy a detektorra egyáltalán rá lehessen adni az üzemi feszültséget. A detektálandó töltött részecskék ezen a nagyon vékony fémrétegen még lényeges energiaveszteség nélkül át tudnak hatolni, és végül energiájukat a zárórétegben adják le. Régen a felületi záróréteg Au-Sioxidból készült, újabban már implantálással készítik. Ezek a PIPS detektorok (Passivated Implanted Planar Silicon). Az implantálás miatt a PIPS-detektor felületét le lehet törölni (akár dörzsvászonnal is), ha aktív anyaggal (alfa-forrás, hasadvány-forrás) elszennyeztük.

Ma már ilyen típusú detektorokat nemcsak az ábrán látható hengeres kivitelben készítenek, hanem sok száz, sőt akár sok ezer „pixelt" tartalmazó detektorlapokat is. Ez utóbbiak amellett, hogy a beérkező elektromosan töltött részecskéket érzékelik, és az




6.21. ábra. Felületi záróréteges félvezető detektor felépítése

általuk az érzékeny térfogatban leadott energiát mérik, még a részecskék becsapódási helyének a meghatározására is használhatók. Több ilyen réteg egymás mögé helyezésével pedig a részecskék pályája (vagy annak legalábbis egy részlete) is meghatározható. Ilyen detektorok alkotják például a CERN nagy részecskedetektorainak legbelső (tracker) rétegeit is (lásd 6.7 fejezet).

## 6.6. Neutrondetektorok

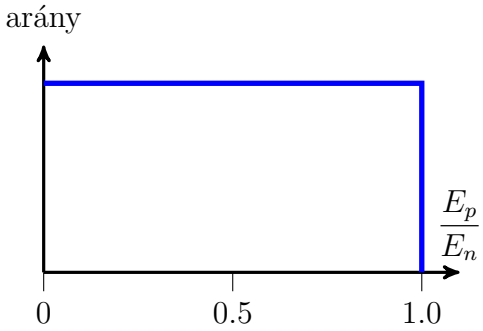
A neutronok észlelése szempontjából csak olyan folyamat jöhet szóba, amely viszonylag nagy energiájú elektromosan töltött részecskék megjelenését okozza. Ahogy azt már korábban említettük, a neutronok érzéketlenek az anyagban lévő elektronokra, csak az atommagokkal léphetnek kölcsönhatásba. Ennek pedig két fajtája lehet:

- rugalmas szóródás
- atommag-reakció

A rugalmas szóródás csak *nagy energiájú* neutronok érzékelésére használható, hiszen a lassú, termikus neutronoknak csak a hőmozgás energiájának megfelelő mozgási energiájuk van, és ezért rugalmas ütközéskor is csak nagyságrendileg ennyi energiát cserélhetnek. Ennyi energiája pedig az atommagoknak már amúgy is van (hőmérsékleti egyensúly), tehát a lassú neutronoktól ütközéskor kapott energia nem vehető észre.

*Gyors neutronokat* azonban valóban lehet ilyen, – proton-meglökésen alapuló – detektorokkal érzékelni (ilyenek pl. a szerves szcintillátor anyagok).

Jóllehet az észlelést ez lehetővé teszi, a neutronok energiájának mérését azonban nehezíti az a tény, hogy a protonok a meglökéskor a szórási szögtől függő energiát kapnak. Könnyű belátni, hogy a protonok energiája a $(0, E_n)$ intervallumba eshet. Az $(E, E + \mathrm{d}E)$ intervallumba szóródott protonok száma pedig egyenletes eloszlást mutat:




6.22. ábra. Neutronok által meglökött protonok energiaeloszlása

A *lassú neutronok* detektálását leginkább az általuk okozott atommag-reakciók révén lehet megvalósítani. Olyan atommag-reakciókat kell keresni, amelyben nagy energiájú elektromosan töltött részecskék keletkeznek. Erre a következő folyamatok kínálnak lehetőséget:

$$^3\mathrm{He} + n \rightarrow ^3\mathrm{H} + \mathrm{p} + 0,76\ \mathrm{MeV} \tag{6.12}$$

$$^{10}\mathrm{B} + \mathrm{n} \rightarrow ^7\mathrm{Li} + ^4\mathrm{He} + 2,79\ \mathrm{MeV} \tag{6.13}$$

$$^6\mathrm{Li} + \mathrm{n} \rightarrow ^3\mathrm{H} + ^4\mathrm{He} + 4,76\ \mathrm{MeV} \tag{6.14}$$

$$^{235}\mathrm{U} + \mathrm{n} \rightarrow \text{hasadványok} + 200\ \mathrm{MeV} \tag{6.15}$$

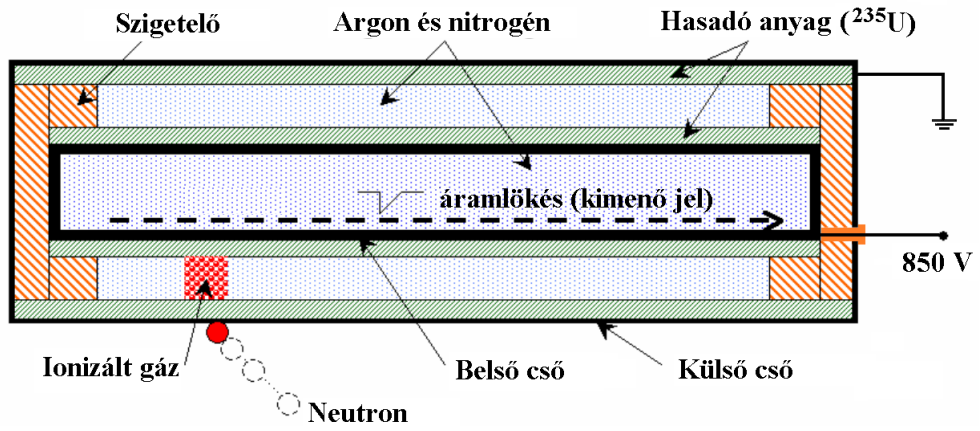
Az első két magreakciót *gáztöltésű számlálók*ban használják. Ha egy proporcionális számlálót $^3$He gázzal, vagy $BF_3$ (bórtrifluorid) gázzal töltünk meg, a lassú neutronok hatására bekövetkező atommag-reakciók gyors töltött részecskéket keltenek, amelyek a gázban leadják energiájukat és ionizálnak. Az ennek megfelelő elektronikus jelet a proporcionális számláló detektálja.

A harmadik magreakció LiF (litiumfluorid) *szcintillációs kristály* működése során kap szerepet. A gyors reakciótermékek a kristályban szcintillációs felvillanást okoznak, amit a kristályhoz optikailag csatolt fotoelektron-sokszorozó elektromos jellé alakít.

A negyedik észlelési mód azon alapul, hogy lassú neutronok hatására az $^{235}$U atommagok elhasadnak, és közben igen nagy mozgási energiájú, nagy elektromos töltésű hasadványok repülnek szét. Ezt használja ki a hasadási kamra.

### 6.6.1. Hasadási kamra

A hasadási kamra neutronok érzékelésére alkalmas eszköz. Tulajdonképpen olyan proporcionális számláló, amelyben hasadóképes urántartalmú vegyületet visznek fel alkalmas felületekre, vékony rétegben. A neutronok hatására az uránból kilépő nagy energiájú




6.23. ábra. Hasadási kamra felépítése

hasadványok a proporcionális számláló gázterében ionizálnak és leadják energiájukat, és nagy, mással összetéveszthetetlen elektromos impulzusokat hoznak létre.

### 6.6.2. $BF_3$ számláló

A proporcionális számláló egyik fontos felhasználási területe a neutronok érzékelése. Ha a számlálót bór-trifluorid ($BF_3$) gázzal töltjük meg, a lassú neutronok nagy valószínűséggel váltják ki a $^{10}B + n \rightarrow ^7 Li + ^4 He$ atommag reakciót. Ebben összesen kb. 2,79 MeV energia szabadul fel a $^7$Li és a $^4$He részecskék mozgási energiája formájában. A nagy energiájú részecskék a számlálóban lévő gázt ionizálják. A kapott jel jól érzékelhető, és még az az előnye is megvan, hogy könnyen elválasztható az esetleges gamma-sugárzás okozta jelektől, amelyek amplitúdója jóval kisebb. Ha gyors neutronokat akarunk $BF_3$ számlálóval detektálni, akkor a detektort vastag paraffin réteggel vonjuk be, amelyben a gyors neutronok lelassulnak, és már lassú (termikus) neutronként jutnak be a számlálócsőbe. Ezzel a megoldással sikerült egy eléggé széles neutron-energia tartományban közel egyenletes érzékenységű neutrondetektort megvalósítani (long-counter)

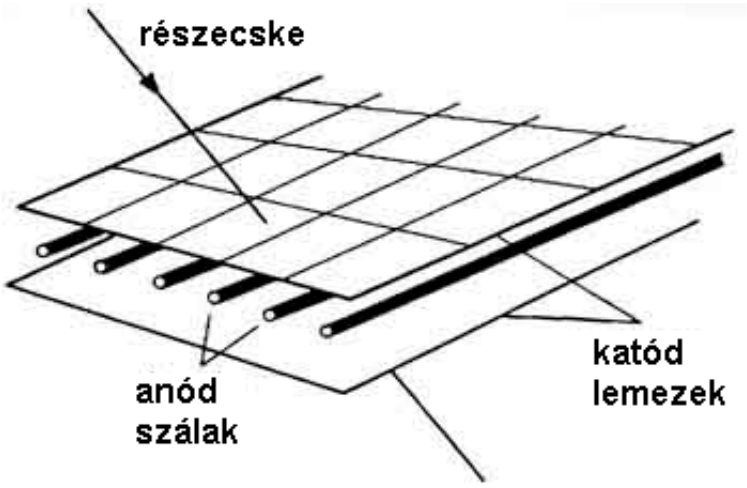
## 6.7. Összetett, nyomkövető detektorok

Összetett nyomkövető detektort elvileg bármely egyszerű detektor sok elemű halmazából fel lehet építeni. A részecskék helyét az egyes megszólaló detektordarabkák helye mutatja meg, ezekből áll össze a részecskék nyoma, pályája. A hely-, ill. pályameghatározás pontosságát az egyes detektordarabkák mérete fogja megadni, ezért általában kisméretű, kis térfogatú elemekből építik fel ezeket. A CERN-ben lévő hatalmas detektorrendszerek (pl. a CMS vagy ATLAS detektor) legbelső, nyomkövető része (angol nevén: tracker) pél-

dául több milliónyi apró félvezető-darabkákból (úgynevezett pixelekből) áll. De vannak szcintillátor-darabkákból felépített nyomkövető detektorrendszerek is. Kicsit részletesebben a történetileg első elektronikus nyomkövető detektort, a sokszálas proporcionális kamrát ismertetjük.

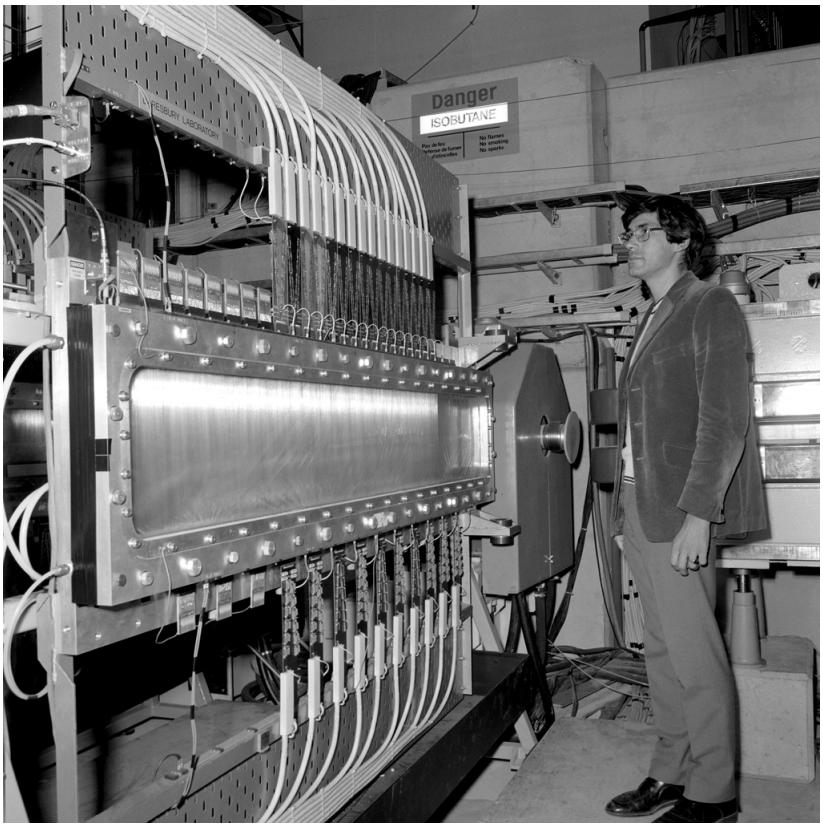
### 6.7.1. Sokszálas proporcionális kamra (MWPC)

Georges CHARPAK (1924-2010, Nobel-díj 1992) lengyel származású, Franciaországban élt cerni fizikus által kifejlesztett eszköz. Angol neve: Multiwire Proportional Counter (MWPC). Ahogy a neve is mutatja, a proporcionális kamra elvén működik. A katód általában síklemez, ami fölött egy síkban sok anódszál helyezkedik el egymástól azonos távolságban (időnként két katódlemez között vannak az anódszálak, mint a 6.24 ábrán). Amellett, hogy a bejövő ionizáló részecske által leadott energiát mérni tudja (hiszen pro-




6.24. ábra. Sokszálas proporcionális kamra (MWPC) felépítése

porcionális üzemmódban működik), a részecske becsapódási helyére is közvetlen információt ad. Ugyanis azon az anódszálon alakul ki a jel, amely a legközelebb volt a részecske áthaladási helyéhez. Ha két anódsíkot alakítanak ki egymásra merőleges szálakból, akkor a részecske áthaladásának az x,y koordinátáját is meg lehet határozni. A kamra előnye, hogy közvetlenül szolgáltat számítógéppel is feldolgozható hely-információt. A korábbi hely-érzékeny detektorok (ködkamra, buborékkamra stb.) képeit előbb be kellett digitalizálni, és úgy lehetett csak számítógéppel feldolgozni. A sokszálas proporcionális kamra felfedezése áttörést jelentett a részecskedetektálásban. A 6.25 ábra egy ilyen detektor fényképét mutatja.




6.25. ábra. Sokszálas proporcionális kamra fényképe

## 6.8. Gamma-spektroszkópia

A gamma-spektroszkópia a radioaktív anyagokból származó gamma-sugárzás vizsgálatával foglalkozik. Ahogy már korábban beszéltünk róla (lásd 5.2.1 fejezet), a gamma-fotonok háromféle módon is kölcsönhatásba tudnak lépni az anyaggal (fotoeffektus, Compton-szórás és párkeltés), és emiatt a detektorban leadott energia (amit a detektor érzékel) sokféle lehet, még monoenergiás gamma-fotonok esetében is. A detektorban mért energiaeloszlást *spektrumnak* nevezzük.

### 6.8.1. A spektrum szerkezete

#### Teljes-energia csúcs

A gamma-fotonoknak jól meghatározott $E = h \cdot \nu$ energiájuk van. Ha ez az összes energia elnyelődik a detektorban, akkor a detektor által kiadott jelből a gamma-foton energiájára lehet következtetni – amennyiben a detektor által kiadott jel egyértelmű kapcsolatban áll

a detektorban elnyelt energiával. (Ez a helyzet az ionizációs és proporcionális kamráknál, valamint a szcintillációs és félvezető detektoroknál, de nem ez a helyzet a Geiger-Müller számlálócsöveknél). A teljes energia elnyelése azonban több különböző – néha összetett – folyamat eredménye is lehet. Ilyenek például:

- fotoeffektus, és a keltett fotoelektron teljes lefékeződése a detektorban;
- Compton-szórás, és azt követően a szórt foton elnyelése fotoeffektussal;
- párkeltés, az elektron-pozitron teljes lefékeződése a detektorban, valamint a pozitron annihilációjakor keltett mindkét 511 keV-es gamma-foton elnyelése a fenti két folyamat valamelyikével.

Mivel a gamma-fotonok energiája jól meghatározott, ezért ha a teljes energia elnyelődik egy arra alkalmas detektorban, akkor a detektor (a statisztikus ingadozásoktól eltekintve) mindig ugyanakkora jelet ad ki. A spektrumban tehát annál a jelnagyságnál egy „csúcs" jelenik meg. Ezt *teljes energiájú csúcs*nak, vagy rövidebben *teljes-energia csúcs*nak nevezzük. Egyes könyvekben ezt a csúcsot „fotocsúcsnak" hívják, hiszen a fotoeffektus során a gamma-foton teljes energiája általában a detektorban marad. Mint fentebb látható, a teljes energia elnyelődése azonban komplex, több lépcsős folyamatok eredménye is lehet, ezért a teljes-energia csúcs kifejezés pontosabb.

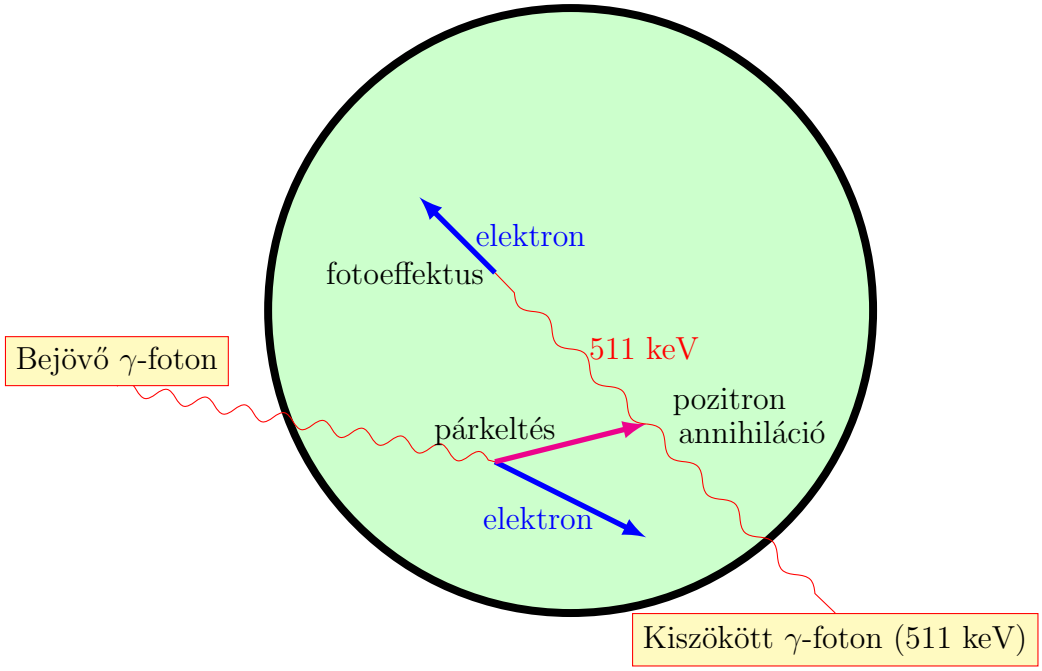
### „Compton-hát"

Nagyon gyakran előfordul, hogy a bejövő foton Compton-szóródása után keletkezett kisebb energiájú foton elhagyja a detektort. Ekkor ez az energia nyilván hiányozni fog a teljes energiához képest, azaz a detektor az eredeti foton-energiánál kevesebbet detektál. Mivel a Compton-szóráskor a szórt foton energiája a szórási szögtől függ, ezért a Compton-szórásnak megfelelő spektrumrész folytonos eloszlású energiával lesz kevesebb, mint a teljes energia (lásd korábban, 5.6 ábra). Ezáltal egy folytonos energiaeloszlás alakul ki, amely egy maximális értéktől egészen nulláig terjed. Természetesen, ez a maximális energia sem éri el a bejövő foton teljes energiáját, hiszen a 5.18 összefüggés alapján a legnagyobb energiát akkor adja át egy foton egy elektronnak, ha éppen $180^o$-ban (visszafelé) szóródik. Ezért a „Compton-hát" ettől az energiától a kisebb energiák felé terjed.

### Kiszökési csúcsok

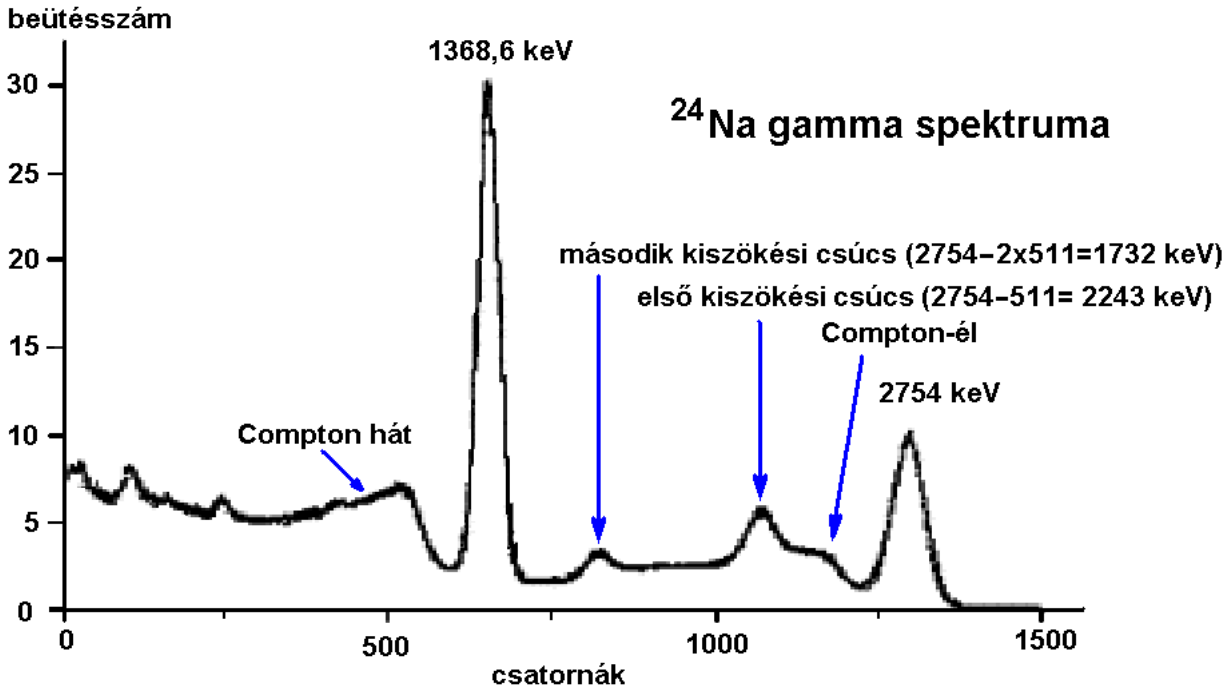
A párkeltéskor keltett elektron – éppúgy, mint a fotoeffektusnál – lefékeződik a detektor anyagában, és átadja energiáját a detektornak. Érdekesebb azonban a párkeltésben keletkezett pozitron sorsa. Lefékeződése után a pozitron hamarosan találkozik egy elektronnal, és a párkeltés ellentett folyamata zajlik le: a pozitron és az elektron szétsugárzódik

(*annihiláció*), és tömegük átalakul két, egyenként 511 keV energiájú fotonná (szétsugárzás). Ilyenkor tehát a detektorban keletkezik két, egyenként 511 keV energiájú foton. Ha ezek nem tudnak kilépni a detektorból, mert pl. fotoeffektus révén elnyelődnek, akkor végeredményben a kezdeti foton teljes energiája átadódott a detektornak, és a detektor a gamma-foton teljes energiáját észleli. Előfordulhat azonban, hogy vagy az egyik, vagy a másik, vagy esetleg mindkét 511 keV energiájú foton kiszökik a detektorból anélkül, hogy ott bármilyen kölcsönhatást okozott volna (lásd 6.26 ábra). Ilyenkor a detektornak átadott energiából hiányzik vagy 511 keV (ha csak az egyik szökött ki), vagy 1022 keV (ha mindkét foton kiszökött). Ezért a teljes energia detektálásának megfelelő csúcsnál ennyivel kevesebb energiákon is kaphatunk beütéseket. Ezek az ún. kiszökési csúcsok.




6.26. ábra. Egyszeres kiszökési csúcs keletkezése

Példaként a következő, 6.27 ábra egy $^{24}$Na radioaktív forrás szcintillációs detektorral felvett gamma-spektrumát mutatja. Látható, hogy a spektrum eléggé bonyolult szerkezetű annak ellenére, hogy a radioaktív forrás csak két, jól meghatározott energián (1368,6 keV és 2754 keV) bocsát ki gamma-sugarakat. Jól megfigyelhető a gamma-energiáknak megfelelő teljes-energia csúcsok, a két energiához tartozó Compton-tartomány, valamint a nagyobb energiájú (2754 keV) foton által okozott két kiszökési csúcs is.




6.27. ábra. Szcintillációs gamma-detektorral felvett gamma-spektrum

### Kalibrációk

Egy konkrét mérés végrehajtásakor a sugárzási tér legfontosabb mérendő jellemzői a következők:

- Intenzitás (az időegység alatt érkező gamma-fotonok száma)
- Energia-eloszlás (a beérkező részecskék foton-energia szerinti eloszlása.

A gamma-detektorok által szolgáltatott közvetlen információ is kétféle:

- Beütésszám
- Jel (feszültséglökés) amplitúdója

A detektorok által szolgáltatott beütésszámból a *hatásfok* ismeretében lehet a gamma-sugárzás *intenzitására* következtetni. A hatásfoknak több komponense van, ezekkel korábban már foglalkoztunk (lásd 6.2-6.2.2 szakaszok). Korábban gondot okozott a hatásfokok meghatározása. A geometriai komponens ugyan egyes esetekben elméletileg

meghatározható volt, ám sok esetben még ez is nehézséget jelentett. A belső hatásfokot pedig általában már nem is lehetett elméletileg megadni. Ezért a teljes hatásfokot általában kísérleti úton határozták meg egy adott mérési geometriára. Ismert aktivitású, és különböző energiájú gamma-fotonokat kibocsátó gamma-forrásokkal történő mérések során határozták meg a hatásfokot (a teljes-energia csúcsra vonatkoztatva) jó néhány energiánál, majd ezek között a pontok között sima függvénnyel interpoláltak. Ez a hatásfok-kalibráció lényege. (A tényleges kalibrációs folyamat ennél bonyolultabb, mert több különböző korrekciót is figyelembe kell venni).

A számítástechnika fejlődésével ma már könnyebb az egyes detektorok hatásfokát „elméletileg" is meghatározni, mivel rendelkezésre állnak nagy szimulációs programcsomagok (pl. MCNPX [13], GEANT4 [14]), amelyek az időközben jól megmért hatáskeresztmetszetek segítségével, valamint a detektor és a forrás geometriai elrendezésének a beprogramozásával elegendő megbízhatóságú becslést tudnak adni az észlelés hatásfokára.

Nagyobb probléma a gamma-fotonok *energiájának* a mérése. Vannak detektorfajták, amelyek a bennük leadott energiával arányos amplitúdójú elektromos impulzust bocsátanak ki. Az impulzusok amplitúdójának a mérését analóg-digitál átalakítókkal (ADC) számítógépek által értelmezhető digitális számokká lehet alakítani, és így az amplitúdóeloszlás alkalmas programmal elkészíthető (vannak olyan eszközök, ahol ez a speciális program már bele van építve a hardware-be. Ezeket sokcsatornás analizátoroknak hívják).

Természetesen, semmi sem biztosítja, hogy a detektor által kiadott jel amplitúdója egészen pontosan lineáris kapcsolatban áll a detektorban leadott energia nagyságával. Azok a jó detektorok, amelyeknél ez a kapcsolat jó közelítéssel lineáris. A linearitási hibák kiküszöbölésére itt is kalibrációra van szükség, ez az ún. energia-amplitúdó kalibráció. A detektorral többfajta, ismert energiájú gamma-forrás teljes-energia csúcsának észlelésekor kiadott impulzus-amplitúdókat határoznak meg, és ezek alapján kiszámítható az adott mérési elrendezésre vonatkozó energia-kalibráció.

### Energiafelbontás

A gamma-detektorok egyik lényeges paramétere az energiafelbontás. Ez tulajdonképpen azt mutatja meg, hogy energiában milyen „közel" eső gamma-fotonokat tudnak még egymástól megkülönböztetni. A detektálási folyamatban több olyan lépés is van, amely a teljes-energia csúcsok „kiszélesedéséhez" vezet. A csúcs alakját a félérték-szélességgel (angolul: full width at half maximum, FWHM) szokták jellemezni. Az alábbi ábra mutatja, hogy két, különböző energiafelbontású detektor hogyan érzékeli ugyanazt a sugárzást. Látható, hogy a rossz felbontású detektor már alig tudja szétválasztani a két különböző energiájú sugárzást

6.28. ábra. Teljes-energia $\gamma$-csúcsok megjelenése különböző felbontású detektorokban

### 6.8.2. Szimuláció

A gamma-spektrumok jobb megértését segíti ezen a linken lévő szimuláció. A linken lévő „önkibontó EXE" fájlt egy külön könyvtárba kell másolni, és végrehajtani. A kibontott EXE fájl egy egyszerű gamma-spektrométer szimulációja, amely Windows operációs rendszer alatt működik.

## 6.9. Feladatok

**Feladat 6.1..** (Mintafeladat) Egy gamma-detektor belső hatásfoka 2%. A hengeres detektor átmérője 4 cm. A detektor szimmetriatengelyében a felszínétől 1 m távolságban van egy radioaktív gamma-forrás, amelyből másodpercenként 20 beütést detektálunk. Hány gamma-foton hagyja el a forrást másodpercenként?

**Megoldás 6.1.** A detektált $I$ intenzitás:

$$I = A \cdot \epsilon \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \pi}{4\pi R^2} = A \cdot \epsilon \frac{d^2}{16R^2} \tag{6.16}$$

ahol $d$ a detektor homlokfelületének átmérője, $R$ a forrás távolsága, $A$ pedig a forrás által másodpercenként kibocsátott gamma-fotonok száma. Ebből kapjuk:

$$A = \frac{16R^2 I}{d^2 \epsilon}. \tag{6.17}$$

A behelyettesítések után adódik: $A = \dfrac{16 \cdot 1 \cdot 20}{0,04^2 \cdot 0,02} = 10^7$.

A gamma-forrás által a tér minden irányába kibocsátott fotonok száma tehát másodpercenként 10 millió.

**Feladat 6.2..** Nyújtsuk ki a kezünket úgy, hogy a Nap sugarai merőlegesen érjék a tenyerünket! Ekkor a kezünk minden négyzetcentiméterén kb. $7 \cdot 10^{10}$, Napból származó neutrínó halad át másodpercenként. Hány neutrínót bocsát ki a Nap másodpercenként? A Nap-Föld átlagos távolságot vegyük 150 millió kilométernek.

**Feladat 6.3..** Mágneses térbe helyezett buborékkamrában egy részecske lassan csökkenő sugarú körpálya nyomot hagy. A részecske mely tulajdonságaira lehet ebből következtetni, ha ismerjük a mágneses indukciót $B$ irány és nagyság szerint, valamint a buborékkamra anyagi jellemzőit?

**Feladat 6.4..** A sugárvédelemben használt „töltőtoll-doziméter" lényegében egy ionizációs kamra, amelynek a gázterében lévő két elektróda kondenzátorként fel van töltve. Az ionizációs sugárzás a gáztérben töltéshordozó-párokat kelt, amelyek lassan a kondenzátor kisüléséhez vezetnek. Egy kezdetben 100 V feszültségre feltöltött töltőtoll doziméter feszültsége 1 hónap alatt 84 V-ra csökkent. Mekkora volt az elnyelt dózis, ha a doziméterben lévő levegő tömege 0,1 mg, a doziméter kapacitása 1 pF, a levegő átlagos ionizációs energiája pedig 34 eV/ion.

**Feladat 6.5..** Egy 1 cm sugarú, henger alakú gáztöltésű számlálóra 1000 V feszültséget kapcsolunk. Legfeljebb mekkora lehet a középső anódszál sugara, ha azt akarjuk, hogy a számlálóban legyen gázerősítést? A számlálóban lévő gáz átlagos ionizációs energiája 34 eV, az elektronok átlagos szabad úthossza pedig 0,01 mm.

**Feladat 6.6..** Egy NaI(Tl) szcintillációs detektor által kibocsátott fény átlagos hullámhossza 410 nm. A kristály minden elnyelt keV energiára 38 fotont bocsát ki. Mekkora az átalakítás hatásfoka?

**Feladat 6.7..** Egy HPGe félvezető detektor tiltott sávjának a szélessége 0,7 eV. Mekkora szórást várunk egy 1 MeV gamma-fotonokat kibocsátó forrás spektrumának teljes-energia csúcsánál? A Fano-faktor: $F = 0,1$.

## 6.10. Feladatok megoldása

**Megoldás 6.2.** Jelöljük a Nap által másodpercenként kibocsátott neutrínók számát $A$-val! Ekkor

$$7 \cdot 10^{10} = A \cdot \frac{1 \cdot 10^{-4} \ [\mathrm{m}^2]}{4\pi \cdot (150 \cdot 10^9)^2 \ [\mathrm{m}^2]} \tag{6.18}$$

Ebből kapjuk: $A \approx 2 \cdot 10^{38}$. A Nap által a tér minden irányába kibocsátott neutrínók száma tehát másodpercenként kb. $2 \cdot 10^{38}$.

**Megoldás 6.3.** A lassan csökkenő sugár amiatt jön létre, mert a részecske a buborékkamra anyagával történő kölcsönhatás miatt energiát veszít. Ezért a pálya „kezdete" a legnagyobb sugárnál van, a „vége" pedig a legkisebb sugárnál. Ebből a részecske sebességének az *irányára* lehet következtetni. Ha ismerjük a sebesség irányát, akkor a következő információt a pálya görbülete hordozza. A mágneses Lorentz erő szolgáltatja a körpályán való mozgáshoz szükséges centripetális erőt:

$$-\frac{mv^2}{r^2}\vec{r} = q \cdot \left[\vec{v} \times \vec{B}\right] \tag{6.19}$$

Ebből kapjuk

$$\frac{mv}{q} = r \cdot B_{\perp}, \tag{6.20}$$

ahol $B_{\perp}$ a mágneses indukciónak a sebességre merőleges komponense.

A pálya sugarának mérésével (a $B_{\perp}$ ismeretében) tehát a részecske lendületének és töltésének hányadosa határozható meg. A pálya görbületének irányából (ismerve a sebesség irányát) a $q$ töltés *előjele* is meghatározható. A sugár csökkenése a részecske lendületének csökkenését jelenti, ebből pedig a hosszegység alatt leadott energia $\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right)$ határozható meg. A buborékkamra anyagi jellemzőinek ismeretében a Bethe-Bloch formula segítségével ebből a töltés nagyságát, és így a részecske tömegét is meg lehet határozni.

**Megoldás 6.4.** A dozimáter feszültsége 16 V-tal csökkent, ez $\mathrm{d}Q = C \cdot \mathrm{d}U$ alapján $\mathrm{d}Q = 1,6 \cdot 10^{-11}$ C töltésváltozást jelent. Mivel egy ionizációs folyamat $1,6 \cdot 10^{-19}$ C töltés szétválásával jár, ezért $N = \frac{1,6 \cdot 10^{-11}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 10^8$ ionizáció történt. A levegőben ionizációra fordított energia tehát: $E = N \cdot 34$ eV $= 34 \cdot 10^8$ eV $= 5,44 \cdot 10^{-10}$ J. Az elnyelt dózis tehát: $D = \frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}m} = \frac{5,44 \cdot 10^{-10}}{10^{-4}} = 5,44 \cdot 10^{-6}\ \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\right]$. Az elnyelt dózis tehát 5,44 $\mu$Gy.

**Megoldás 6.5.** Tegyük fel, hogy a henger hossza $l$. Ekkor Gauss tétele alapján:

$$\frac{Q}{\epsilon_0} = \text{konst.} \cdot 2\pi l = \oint \vec{E}\mathrm{d}\vec{A} = 2\pi l E\left(r\right). \tag{6.21}$$

A második egyenletben kihasználtuk, hogy hengerszimmetria van, ezért az elektromos térerősség csak az $r$ sugártól függ. Az első egyenletben szereplő konstansot úgy definiáltuk, hogy végül $2\pi l$-el lehessen egyszerűsíteni, és így kapjuk:

$$E\left(r\right) = \frac{\text{konst.}}{r}. \tag{6.22}$$

Ebből a konstans kifejezhető: konst.$=r \cdot E\left(r\right)$.

Legyen az anódszál sugara $R_1$, a henger sugara pedig $R_2$ (nyilván $R_1 \ll R_2$). A két elektróda hengerkondenzátort képez, az elektródák között lévő feszültséget a térerősség integrálja adja:

$$U_{1,2} = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,\mathrm{d}r = \text{konst.} \ln \frac{R_2}{R_1}. \tag{6.23}$$

Ide beírva a konstans értékét kapjuk:

$$U_{1,2} = r \cdot E(r) \ln \frac{R_2}{R_1}. \tag{6.24}$$

A térerősség tehát:

$$E(r) = \frac{U_{1,2}}{r \ln \dfrac{R_2}{R_1}} \tag{6.25}$$

Ahhoz, hogy legyen gázerősítés az kell, hogy az elektronok az átlagos szabad úthossz alatt legalább akkora energiára gyorsuljanak, hogy ismét tudjanak ionizálni. Mivel a legnagyobb térerősség az anódszálnál van ($R_1$ sugárnál), ezért ott történik meg először az ionizáció. Emiatt

$$E_{ion} \leq e \cdot E(R_1) \cdot \lambda = e\lambda \frac{U_{1,2}}{R_1 \ln \dfrac{R_2}{R_1}}. \tag{6.26}$$

Átrendezve kapjuk:

$$R_1 \ln \frac{R_2}{R_1} \leq \frac{e\lambda U_{1,2}}{E_{ion}}. \tag{6.27}$$

Ez olyan kifejezés, amelyet $R_1$-re nem tudunk közvetlenül megoldani. Közelítő megoldást azonban adhatunk, kihasználva, hogy a logaritmus függvény lassan változik.

Számítsuk ki a jobb oldalon álló mennyiséget: $eU_{1,2} = 1000$ eV, így $\dfrac{eU_{1,2}}{E_{ion}} = 29,4$. Mivel az átlagos szabad úthossz $\lambda$ =0,01 mm, így a jobb oldalon álló mennyiség $0,294 \approx 0,3$ mm. Várhatóan ebbe a nagyságrendbe esik majd $R_1$ értéke is. Ekkor pedig $\ln \dfrac{R_2}{R_1} \approx 3,5$. Így kapjuk, hogy $3,5R_1 \leq 0,3$ mm, azaz $R_1 \leq 0,086$ mm. Ha tehát az anódszálat ennél nagyobb sugarúnak választanánk, akkor nem jöhetne létre gázerősítés.

**Megoldás 6.6.** Mivel a kibocsátott fény átlagos hullámhossza 410 nm, ezért a kibocsátott fotonok átlagos energiája: $E = \dfrac{hc}{\lambda} = 4,845 \cdot 10^{-19}$ J $\approx 3$ eV. A kibocsátott 38 foton tehát $38 \cdot 3 = 114$ eV energiát visz el fény formájában. Az átalakítás hatásfoka tehát: $\eta = \dfrac{114}{1000} = 11,4\%$.

**Megoldás 6.7.** Egyetlen töltéshordozó-pár (elektron-lyuk pár) létrehozásához szükséges átlagos energia: $\epsilon_i = \frac{14}{5} E_g + 0,75$, ahol $E_g$ a tiltott sáv szélessége (lásd 6.11). A feladat adatai alapján tehát $\epsilon_i = 2,71$ eV. Ezért a teljes-energia csúcsba történő detektáláskor a keltett töltéshordozó-párok száma: $N = \frac{1 \text{ MeV}}{2,71 \text{ eV}} \approx 369000$. A Fano-faktort is figyelembe vevő szórás: $\sigma = \sqrt{FN} = \sqrt{36900} = 192,1$. A detektált energia szórása tehát: $\sigma_E = 1 \text{ MeV} \cdot \frac{192,1}{369000} = 520,6$ eV. Ez egy elméleti alsó korlát, a tényleges szórás az elektronikus zajok miatt ennél nagyobb, általában 1-2 keV nagyságrendjébe esik.

# 7. fejezet

# Magreakciók

## 7.1. Magreakciók általános törvényei és fajtái

Az atommagokról szerzett ismereteink jelentős része a magreakciók vizsgálatából származik. Magreakció során általában két atommag ütközik (kiinduló állapot), és az ütközés után valamilyen más összetételű magokból álló végállapot alakul ki. A magreakció általános jelölése tehát:

$$\mathrm{a} + \mathrm{b} \rightarrow \mathrm{c} + \mathrm{d} + \mathrm{e} + ... \tag{7.1}$$

Itt a és b a kiindulási részecskék, c, d, e, .. stb. a keletkező részecskék.

Az esetek jelentős részében a kiindulási részecskék egyike (általában a nehezebb) a laboratóriumi rendszerben nyugalomban van, ezt *céltárgy*-magnak (idegen szóval target-magnak) nevezzük. A másik részecske (általában a könnyebb) pedig nagy sebességgel mozogva ütközik neki a céltárgynak. Ennek neve *bombázó részecske* (angolul: projectile).

A magreakciók másik szokásos jelölése:

$$\mathrm{a(b, c, d)e.} \tag{7.2}$$

Ennél a felírásnál a zárójelen kívülre a nehezebb részecskék (pl. céltárgy), a zárójelen belülre pedig a könnyebb részecskék (pl. bombázó részecske) kerülnek. Kettőnél több kiindulási részecskével – bár elvileg lehetséges – nem szoktunk foglalkozni, hiszen annak a valószínűsége, hogy három részecske találkozzon egyszerre, elhanyagolhatóan kicsiny.

#### Szórások

Ha a keletkező részecskék ugyanazok, mint a kiindulási részecskék, akkor azt szórásnak nevezzük. Kétféle szórást szokás megkülönböztetni: rugalmas, és rugalmatlan szórást. Rugalmas szórásnál a résztvevő partnerek nem gerjesztődnek, ezért a reakcióenergia (ld. alább) nulla: $Q = 0$. Rugalmatlan szóráskor az egyik vagy a másik (vagy mindkét) reakciópartner gerjesztett állapotba kerül.

Példaként a 7.1 táblázatban felsorolunk néhány magreakciót. Mindkét jelölést, valamint a reakció szóbeli leírását is megadjuk.

7.1. táblázat. Példák magreakciók elnevezésére és jelölésére

| | | |
|---|---|---|
| $n+{}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{235}_{92}U+n'$ | rugalmas neutronszórás | ${}^{235}_{92}U(n,n'){}^{235}_{92}U$ |
| $n+{}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{235}_{92}U+n'+\gamma$ | rugalmatlan neutronszórás | ${}^{235}_{92}U(n,n',\gamma){}^{235}_{92}U$ |
| $n+{}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{140}_{56}Ba+{}^{93}_{36}Kr+3n$ | neutronnal létrehozott maghasadás (n,f) | ${}^{235}_{92}U(n,f)$ |
| $n+{}^{235}_{92}U \rightarrow {}^{236}_{92}U+\gamma$ | neutronbefogást követő $\gamma$-emisszió, sugárzásos befogás, (n,$\gamma$) | ${}^{235}_{92}U(n,\gamma){}^{236}_{92}U$ |
| $\alpha+{}^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{12}_{6}C+n$ | neutron kibocsátás $\alpha$-részecske hatására ($\alpha$,n) | ${}^{9}_{4}Be(\alpha,n){}^{12}_{6}C$ |
| $\nu+{}^{37}_{17}Cl \rightarrow {}^{37}_{18}Ar+\beta^-$ | neutrínó által indukált $\beta$-bomlás ($\nu,\beta^-$) | ${}^{37}_{17}Cl(\nu,\beta^-){}^{37}_{18}Ar$ |
| $n+{}^{59}_{27}Co \rightarrow {}^{58}_{27}Co+2n$ | (n,2n) reakció | ${}^{59}_{27}Co(n,2n){}^{58}_{27}Co$ |

### 7.1.1. Megmaradó mennyiségek

Magreakcióknál a következő mennyiségek megmaradását kell figyelembe venni:

- Nehézrészecske-szám (bariontöltés). Lényegében a tömegszámok összegének (a nukleonok számának) meg kell maradni. A bariontöltés megmaradásának törvénye (1948) WIGNER Jenő (1902-1995, Nobel-díj 1963) magyar fizikus nevéhez fűződik. A kvark modell kialakulásakor újradefiniálták a bariontöltést, mint $B = \frac{1}{3}(n_q - n_{\bar{q}})$. Itt $n_q$, ill. $n_{\bar{q}}$ a kvarkok ill. antikvarkok száma.
- Elektromos töltés. A résztvevő részecskék elektromos töltéseinek előjeles összege ugyanakkora a reakció előtt és után
- Könnyűrészecske-szám (leptontöltés). A résztvevők leptontöltéseinek összege megmarad. A leptontöltés megmaradásának felfedezése (1953) MARX György (1927-2002) magyar fizikus nevéhez fűződik.
- Energia-megmaradás (figyelemmel a tömeg-energia összefüggésre: )
- Perdületmegmaradás (figyelemmel az egyes résztvevők saját perdületére /spin/ ill. a kölcsönös mozgásból adódó pályamomentumokra is).
- Lendület-megmaradás (a rendszer kezdeti eredő lendülete irány és nagyság szerint megegyezik a végállapot eredő lendületével).

### 7.1.2. Magátalakulások energiaviszonyai

A magreakciók energiaviszonyainak tárgyalásakor az energia-megmaradás törvényéből indulunk ki. A rendszer teljes energiájának felírásakor azonban tekintettel kell lenni az Einstein-féle tömeg-energia egyenletre is $E = mc^2$.

Tegyük fel, hogy a vizsgált magreakció a következő: $\mathrm{a} + \mathrm{b} \rightarrow \mathrm{c} + \mathrm{d}$. A gyakorlati szempontok miatt a reakcióban résztvevő egyes részecskék mozgási (kinetikus) energiáját külön szoktuk kezelni. A mozgási energiákat jelöljük $E_{\mathrm{kin}}(i)$-vel. Így az energia megmaradását kifejező egyenletünk:

$$\left(E_{\mathrm{kin}}(a) + M_a c^2\right) + \left(E_{\mathrm{kin}}(b) + M_b c^2\right) = \left(E_{\mathrm{kin}}(c) + M_c c^2\right) + \left(E_{\mathrm{kin}}(d) + M_d c^2\right) \tag{7.3}$$

Rendezzük egy oldalra a tömegeket, a másik oldalra a mozgási energiákat:

$$M_a c^2 + M_b c^2 - \left(M_c c^2 + M_d c^2\right) = E_{\mathrm{kin}}(c) + E_{\mathrm{kin}}(d) - \left(E_{\mathrm{kin}}(a) + E_{\mathrm{kin}}(b)\right) = Q \tag{7.4}$$

Az itt megjelenő $Q$ mennyiséget reakcióenergiának nevezzük.

A reakcióenergia fizikai jelentését a második egyenletből olvashatjuk ki:

$$\left(E_{\mathrm{kin}}(c) + E_{\mathrm{kin}}(d)\right) - \left(E_{\mathrm{kin}}(a) + E_{\mathrm{kin}}(b)\right) = Q \tag{7.5}$$

Ha tehát $Q > 0$, akkor $\left(E_{\mathrm{kin}}(c) + E_{\mathrm{kin}}(d)\right) > \left(E_{\mathrm{kin}}(a) + E_{\mathrm{kin}}(b)\right)$ , azaz a reakció után a részek mozgási energiája nagyobb, mint a reakció előtt. A reakció mozgási energiát „termelt”. Az ilyen reakciókat energiatermelő (*exoterm*, vagy exoerg) reakcióknak hívják. Fontos megérteni, hogy a reakcióban a teljes energia megmarad, tehát nem „termelődik” energia, csak a mozgási energia növekszik.

Hasonlóképpen, ha $Q < 0$, akkor $\left(E_{\mathrm{kin}}(c) + E_{\mathrm{kin}}(d)\right) < \left(E_{\mathrm{kin}}(a) + E_{\mathrm{kin}}(b)\right)$, azaz a reakció után a részek mozgási energiája kisebb, mint a reakció előtt. A reakció mozgási energiát „fogyasztott”. Az ilyen reakciókat energiafogyasztó (*endoterm* vagy endoerg) reakcióknak hívják. Mivel $E_{\mathrm{kin}}(c) + E_{\mathrm{kin}}(d) \geq 0$, hiszen mozgási energia nem lehet negatív, ezért endoterm reakciókra fennáll:

$$E_{\mathrm{kin}}(a) + E_{\mathrm{kin}}(b) \geq -Q \geq 0 \tag{7.6}$$

Más szavakkal: a reakció csak akkor tud végbemenni, ha a kiinduló részecskék mozgási energiája eléggé nagy: a reakciónak van egy *energiaküszöbe*.

A 7.4 egyenletekből kapjuk a reakcióenergia meghatározásának lehetőségét is:

$$Q = \left(M_a c^2 + M_b c^2\right) - \left(M_c c^2 + M_d c^2\right) \tag{7.7}$$

vagyis a reakcióban résztvevő partnerek kezdeti összes tömegének és a végtömegnek a különbsége (szorozva $c^2$-el). Megjegyezzük, hogy ezek a tömegek nem szükségképpen azonosak az illető atommagok alapállapoti nyugalmi tömegével. Ha valamelyik atommag gerjesztett állapotban keletkezik, akkor a 7.7 egyenletben szereplő tömeg a gerjesztett állapotbeli nyugalmi tömeget jelenti. Az $E = mc^2$ alapján ez $\frac{E}{c^2}$-tel nagyobb, mint az alapállapoti tömeg (itt $E$ a gerjesztési energia).

#### Aktiválási energia

Tekintsük a következő atommag-reakciót: ${}^{2}_{1}\mathrm{H} + {}^{3}_{1}\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + \mathrm{n}$. Ennek a reakciónak a reakcióenergiáját 7.7 alapján a tömegek ismeretében kiszámíthatjuk, az eredmény: $Q = 17,6$ MeV. (Várhatóan ez a reakció lesz a fúziós energiatermelés egyik alapja.) Ez a reakció tehát exoterm, azaz (mozgási) energiatermelő. Deutérium és trícium gáz keverékében mégsem megy végbe magától, mivel az atommagoknak a magerők rövid hatótávolságán belülre, egymáshoz közel kellene kerülniük ahhoz, hogy a reakció beinduljon. Az elektromosan töltött atommagok pedig taszítják egymást. Ezért energiát kell befektessünk a reakció beindításához, annak ellenére, hogy maga a reakció exoterm. A reakció beindításához szükséges energiát aktiválási energiának nevezzük. Exoterm reakcióknál ez általában kisebb, mint a reakcióban felszabaduló mozgási energia. Neutronok által létrehozott exoterm magreakciók aktiválási energiája nulla, mivel a neutronok elektromosan semleges részecskék.

### 7.1.3. Kinematikai leírás

#### Laboratóriumi, ill. tömegközépponti rendszer

A magreakciókat általában kétféle koordinátarendszerben szokás leírni. Mindkét vonatkoztatási rendszernek megvannak a maga előnyei. A laboratóriumi rendszerben (LR) születnek a mérési eredményeink, a tömegközépponti rendszer (TKR) (angolul: center of mass, CM-rendszer) pedig a magreakció „természetes" koordinátarendszere, amelyben a magreakciók leírása egyszerűbb. A tömegközépponti rendszer egyfajta „referenciarendszerként" is szolgál, amelybe transzformálva a különböző laboratóriumi rendszerekben végrehajtott kísérletek adatai összehasonlíthatóak. A két rendszer egymáshoz képest általában egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. A tömegközépponti rendszert az tünteti ki, hogy abban a magreakcióban résztvevő részecskék lendületeinek (impulzusainak) összege nulla.

Tekintsünk egy $\mathrm{a} + \mathrm{b} \rightarrow \mathrm{c} + \mathrm{d}$ magreakciót. A lendület-megmaradást (koordinátarendszer választásától függetlenül) az alábbi vektoregyenlet fejezi ki:

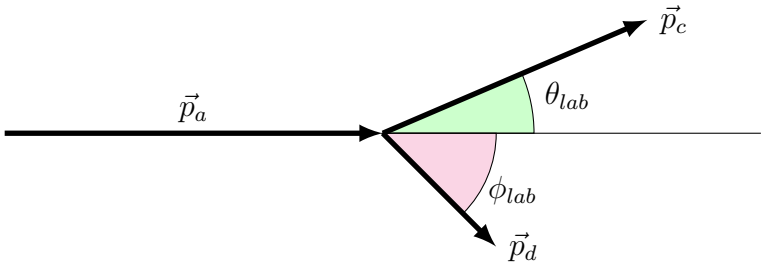
$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = \vec{p}_c + \vec{p}_d \tag{7.8}$$

Laboratóriumi rendszerben az egyik részecske általában áll (ez a céltárgymag), ekkor például $\vec{p}_b = 0$, amiből kapjuk:

$$\vec{p}_a = \vec{p}_c + \vec{p}_d \tag{7.9}$$

Ezt a vektoregyenletet a 7.1 ábra mutatja.

A laboratóriumi rendszerben a bombázó részecske lendületvektorának iránya kijelöl egy irányt, ehhez képest a keletkezett részecskék lendületének irányát két szög, a $\theta_{lab}$ és a $\phi_{lab}$ jellemzi.

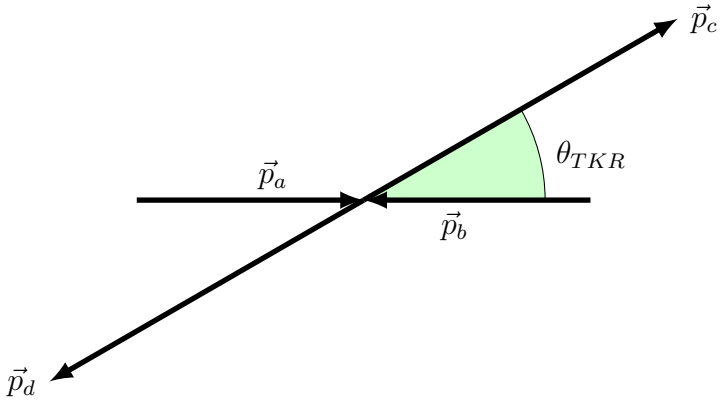



7.1. ábra. Lendület megmaradás laboratóriumi rendszerben

Tömegközépponti rendszerben a teljes lendület nulla, azaz 7.8–ből kapjuk:

$$\vec{p}_a + \vec{p}_b = 0, \text{azaz } \vec{p}_a = -\vec{p}_b, \text{ valamint} \tag{7.10}$$
$$\vec{p}_c + \vec{p}_d = 0, \text{azaz } \vec{p}_c = -\vec{p}_d \tag{7.11}$$
$$\tag{7.12}$$

Ezeket a viszonyokat ábrázolja a 7.2 ábra. Mivel a lendületek irányai az ábra szerint




7.2. ábra. Lendület megmaradás tömegközépponti rendszerben

egy egyenesbe esnek, ezért a tömegközépponti rendszerben a reakció „irányát” egyetlen szög $\theta_{TKR}$ meghatározza. Természetesen, $\theta_{lab} \neq \theta_{TKR}$ .

A két rendszer közötti áttérés a sebességek segítségével történik. Tegyük fel, hogy a TKR-rendszer $\vec{w}$ sebességgel mozog a laboratóriumi rendszerhez képest. Ha a laboratóriumi rendszerbeli sebességek rendre $\vec{v}_a, \vec{v}_b, \vec{v}_c, \vec{v}_d$, a TKR-rendszerbeliek pedig $\vec{u}_a, \vec{u}_b, \vec{u}_c, \vec{u}_d$,

akkor természetesen

$$\vec{u}_a = \vec{v}_a - \vec{w} \tag{7.13}$$
$$\vec{u}_b = \vec{v}_b - \vec{w} \tag{7.14}$$
$$\vec{u}_c = \vec{v}_c - \vec{w} \tag{7.15}$$
$$\vec{u}_d = \vec{v}_d - \vec{w} \tag{7.16}$$
$$\tag{7.17}$$

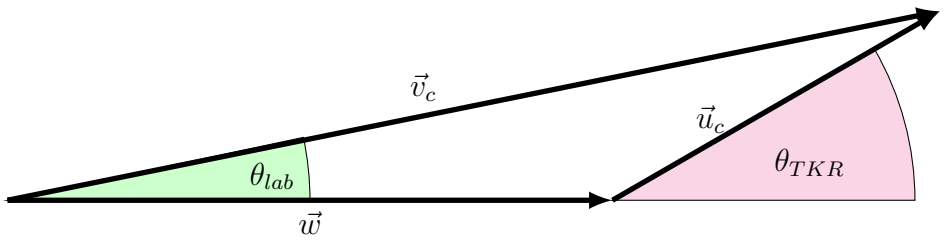
Ezért a (7.10) összefüggés:$M_a\vec{u}_a + M_m\vec{u}_b = 0$, amiből (7.13) megfelelő egyenleteinek behelyettesítésével kapjuk: $M_a\vec{v}_a - M_a\vec{w} + M_b\vec{v}_b - M_b\vec{w} = 0$. Ebből átrendezve a TKR-rendszer $\vec{w}$ sebessége meghatározható:

$$\vec{w} = \frac{M_a\vec{v}_a + M_b\vec{v}_b}{M_a + M_b} = \frac{\vec{p}_a + \vec{p}_b}{M_a + M_b} \tag{7.18}$$

Itt a számlálóban lévő lendületek a részecskék laborrendszerbeli lendületei. Ugyanígy kapjuk a végállapotban is:

$$\vec{w} = \frac{M_c\vec{v}_c + M_d\vec{v}_d}{M_c + M_d} = \frac{\vec{p}_c + \vec{p}_d}{M_c + M_d} \tag{7.19}$$

A laborrendszerbeli és TKR-rendszerbeli szögeket a 7.13 egyenletek szerint lehet összekapcsolni. A 7.3 ábra példaként mutatja a c részecskére vonatkozó vektorháromszöget.




7.3. ábra. Áttérés laboratóriumi rendszerről tömegközépponti rendszerre

Felhívjuk a figyelmet, hogy ez a fajta transzformáció nem a lendületekre, hanem a *sebességekre* vonatkozik!

Innen látszik, hogy $u_c \cdot \sin\theta_{TKR} = v_c \cdot \sin\theta_{lab}$, amiből kapjuk:

$$\sin\theta_{TKR} = \frac{v_c}{u_c} \cdot \sin\theta_{lab} \tag{7.20}$$

Mivel egy szög szinusza nem lehet 1-nél nagyobb, ezért kapjuk:

$$\sin\theta_{lab} \leq \frac{u_c}{v_c} \tag{7.21}$$

Ez azt jelenti, hogy ha $u_c < v_c$, akkor a laboratóriumi rendszerben csak bizonyos szögtartományokban figyelhetünk meg a reakció során kirepülő részecskéket. Ez akkor állhat fenn, ha $w > u_c$ (ilyen esetet mutat a 7.3 ábra). Ez következik be például, ha a bombázó részecske tömege nagyobb, mint a céltárgymag tömege (pl. $\alpha$-részecskékkel bombázunk hidrogéntartalmú anyagot), és a két részecske rugalmasan szóródik egymáson (azaz $Q = 0$).

Rövid felezési idejű radioaktív atommagokból nem lehet céltárgyat készíteni, ugyanakkor az ilyen atommagokon lezajló magreakcióknak lényeges szerepük lehet pl. a csillagokban lezajló folyamatok megértésében. Ilyenkor az előállított (általában „nehéz") radioaktív atommagokat használják bombázó részecskének, és a másik részecskéből (pl. proton) készítenek céltárgyat. Ezekben a vizsgálatokban is nagy a TKR-rendszer laboratóriumbeli sebessége (mivel nagy a bombázó részecske tömege), ezért teljesül a $w > u_c$ feltétel. Az ilyen körülmények között végrehajtott kísérleteket „inverz kinematikai" kísérleteknek nevezi a szakirodalom.

#### Kiegészítés a magreakciók energiaküszöbéhez

A 7.1.2 szakaszban azt mondtuk, hogy egy endoterm reakció akkor mehet végbe, ha a kezdőállapotban $E_{\text{kin}}(a) + E_{\text{kin}}(b) \geq -Q > 0$ (ld. 7.6). Ez az összefüggés azonban csak tömegközépponti rendszerben igaz, mert itt nincs a rendszer tömegközéppontjának lendülete (és így nincs hozzá tartozó mozgási energia sem). Az ebben a képletben szereplő $E_{\text{kin}}(a)$, $E_{\text{kin}}(b)$ mozgási energiák tehát a tömegközépponti mozgási energiák. Laboratóriumi rendszerben azonban a rendszer tömegközéppontjának van sebessége, ezért ehhez lendület (és mozgási energia) is tartozik, amelynek a reakció után meg kell maradnia. Emiatt laboratóriumi rendszerben egy reakció energiaküszöbe magasabb, mint amit a tömegkülönbségekből (7.6) alapján ki lehet számítani. A pontos értéket a reakció kinematikai egyenleteinek (lendület- és energiamegmaradás) megoldása után lehet meghatározni. Az eredmény:

$$E_{\text{kin}}(a) \geq -Q\left(1 + \frac{M_a}{M_b}\right) \tag{7.22}$$

Itt feltételeztük, hogy a laboratóriumi rendszerben a „b" részecske áll (céltárgymag). A (7.22) képletben szereplő $E_{\text{kin}}(a)$ mozgási energia az „a" részecske mozgási energiája a laboratóriumi rendszerben. Látjuk, hogy ha $M_a \gg M_b$ (a bombázó részecske sokkal nehezebb, mint a céltárgymag), akkor a tömegkülönbségekből számított $Q$ értékének a sokszorosát is el kell érni a laboratóriumi rendszerben ahhoz, hogy a reakció végbemenjen.

## 7.2. Hatáskeresztmetszet fogalma és tulajdonságai

Amikor a bombázó részecske a céltárgymaggal kölcsönhatásba lép, csak bizonyos valószínűséggel történik magreakció. A magfizikában ezt a véletlenszerű viselkedést a *hatás-*

*keresztmetszet* segítségével írjuk le.

### 7.2.1. Mikroszkopikus hatáskeresztmetszet

Tekintsünk egy $\mathrm{cm}^3$-enként $\rho$ atommagot tartalmazó ($\rho$ atomsűrűségű), $A$ felületű vékony céltárgyat, amelynek minden $\mathrm{cm}^2$-ére másodpercenként $\Phi$ bombázó részecske esik merőlegesen (5.4 ábra). $\Phi$-t a bombázó részecskék *fluxusának* nevezzük. A fluxus mértékegysége tehát $\frac{1}{\mathrm{cm}^2 s}$. (A magfizikában nem $\mathrm{m}^2$-t szokás használni.) Ha a céltárgy vastagsága $\Delta x$, akkor az $A$ felület „mögött" $N = \rho A \Delta x$ atommag van (feltételezzük, hogy a céltárgy annyira vékony, hogy az atommagok nem „takarják" egymást). $N$ tehát a céltárgyban található összes atommag száma. Ha mindegyik atommag $\sigma$ nagyságú felületet „mutat" a nyaláb irányában, akkor $\frac{N\sigma}{A} = \frac{\rho A \Delta x \sigma}{A}$ annak a valószínűsége, hogy a kiszemelt $A$ felületet valahol véletlenszerűen eltaláló bombázó részecske atomaggal fog ütközni. Mivel az $A$ felületre időegységenként $\Phi A$ részecske érkezik, az időegység alatt bekövetkező magreakciók száma

$$R = (\Phi A)\left(\frac{\rho A \Delta x \sigma}{A}\right) = N \Phi \sigma \tag{7.23}$$

$R$ neve: reakciósebesség, mértékegysége $\frac{1}{\mathrm{s}}$. A 7.23 összefüggésben $\sigma$ a vizsgált reakció *mikroszkopikus hatáskeresztmetszete*, felületjellegű mennyiség. Mivel az atommag átmérője $10^{-12}$ cm nagyságrendű, a hatáskeresztmetszet természetes egysége a barn: 1 barn $= 10^{-24}$ $\mathrm{cm}^2$.

**7.1. Definíció** *A mikroszkopikus hatáskeresztmetszetet a 7.23 egyenlet alapján definiáljuk:*

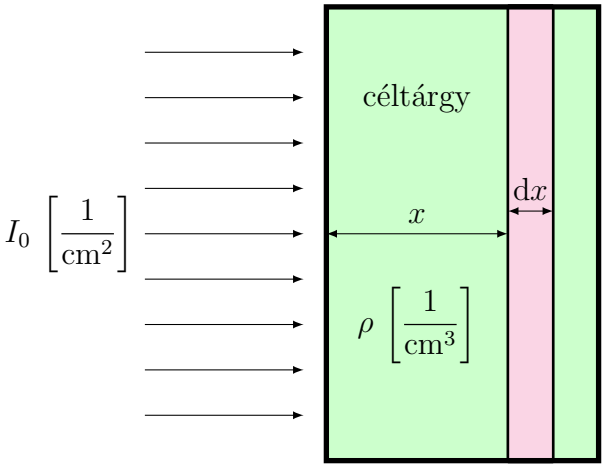
$$\sigma = \frac{R}{N \cdot \Phi} \tag{7.24}$$

*Itt $\Phi$ a bombázó részecskék fluxusa (az egyik reakciópartnerre jellemző mennyiség), $N$ a céltárgy atommagok száma (a másik reakciópartnerre jellemző mennyiség), $R$ pedig a vizsgált magreakció reakciósebessége (a két reakciópartner kölcsönhatására jellemző mennyiség).*

Bár a fentiek alapján világos, de azért fontos megjegyezni, hogy bár a hatáskeresztmetszet felület jellegű mennyiség, még sincs semmi köze sem a céltárgy atommag, sem a bombázó részecske, de még a kettőjük együttes geometriai felületéhez sem! A hatáskeresztmetszet az atommag reakcióra jellemző mennyiség, azaz minden lehetséges magreakcióhoz külön hatáskeresztmetszetet rendelhetünk. Ez azt jelenti, hogy a hatáskeresztmetszet „kialakításában" nemcsak a reakciópartnerek vesznek részt, hanem még függ a magreakció egyéb paramétereitől is (a részecskék energiája, spinje, a magreakció kimenő csatornája stb.).

Egy adott részecskepár (bombázó részecske és céltárgy) által kiváltott *összes lehetséges* magreakciókhoz együttesen rendelt hatáskeresztmetszetet $\sigma_t$-vel jelöljük, és *teljes mikroszkopikus hatáskeresztmetszet*nek nevezzük. A definícióból következik, hogy $\sigma_t$ annak a valószínűségére jellemző, hogy a céltárgy 1 cm$^2$-ére eső egyetlen bombázó részecske egyáltalán valamilyen magreakciót kiváltson.

### 7.2.2. Makroszkopikus hatáskeresztmetszet




7.4. ábra. Teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet méréséhez

Tekintsünk a céltárgyban egy nagyon vékony, $\mathrm{d}x$ vastagságú réteget! A fenti okfejtés szerint $\rho\sigma_t \mathrm{d}x$ annak a valószínűsége, hogy egy bombázó részecske a $\mathrm{d}x$ úton egyáltalán valamilyen magreakciót váltson ki. Essen a kiterjedt céltárgy 1 cm$^2$-ére $I_0$ részecske (most mindegy, hogy mennyi idő alatt, ezért nem a fluxust használjuk). Mire ezek $x$ vastagságú rétegen áthatolnak, $I(x)$ számuk kisebb lesz, hiszen egy részük magreakciót vált ki, és így kikerül a nyalábból. A 7.4 ábrán bejelölt $\mathrm{d}x$ szakaszon való csökkenés $-\mathrm{d}I = I(x) \cdot \rho\sigma_t \mathrm{d}x$, amiből egyszerűen levezethetjük, hogy

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\rho\sigma_t x}. \tag{7.25}$$

**7.2. Definíció** *A $\Sigma_t = \rho \cdot \sigma_t$ mennyiséget teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszetnek nevezzük, dimenziója:* $\dfrac{1}{\mathrm{cm}}$.

A 7.25 összefüggés azt is megmutatja, hogy hogyan lehet a teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszetet megmérni. Az egyenletet logaritmálva kapjuk:

$$\Sigma_t = \rho\sigma_t = \frac{1}{x} \ln \frac{I_0}{I(x)} \tag{7.26}$$

Tehát mérni kell egy párhuzamos részecskenyaláb intenzitásának (vagy fluxusának) gyengülését egy $x$ vastagságú céltárgyon, és ebből a teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet meghatározható. A teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet ismeretében már természetesen a teljes mikroszopikus hatáskeresztmetszet is meghatározható a $\rho$ magsűrűség ismeretében: $\sigma_t = \dfrac{\Sigma_t}{\rho}$.

#### Részecske szabad úthosszának várható értéke

A teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet szoros kapcsolatban van azzal a közepes szabad úthosszal is, amelyet egy részecske a céltárgy anyagában bármiféle kölcsönhatás nélkül megtesz. Egyszerűen levezethető, hogy a $\Lambda$ közepes szabad úthossz éppen a teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet reciproka, azaz

$$\Lambda = \frac{1}{\Sigma_t} \tag{7.27}$$

### 7.2.3. A hatáskeresztmetszetek kettős additivitása

#### Azonos reakciópartnerek, különböző magreakciók

A teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet megadja annak a valószínűségét, hogy egy bombázó részecske a céltárgyban egységnyi hosszúságú úton valamilyen magreakciót kiváltson. Azaz kis d$s$ úton létrejövő reakció valószínűsége: $P_t = \Sigma_t \mathrm{d}s$. A kiváltott magreakció azonban többféle lehet még azonos bombázó részecske és céltárgy esetén is (néhány példa a 7.1 táblázat első négy sorában). Annak a valószínűsége, hogy egyáltalán valamilyen reakció létrejöjjön, az összes ilyen – egymást kizáró – reakció valószínűségeinek az összegeként írható fel, azaz $P_t = P_a + P_s$, illetve $\Sigma_t \mathrm{d}s = \Sigma_a \mathrm{d}s + \Sigma_s \mathrm{d}s$. Ebből kapjuk:

$$\Sigma_t = \Sigma_a + \Sigma_s. \tag{7.28}$$

Példaként itt a neutronok által létrehozott magreakciók hatáskeresztmetszeteit soroltuk fel. $\Sigma_a$ azoknak a magreakcióknak felel meg, amikor a neutron a magreakcióban elnyelődik (abszorpció), $\Sigma_s$ pedig azoknak, amelyekben nem nyelődik el (szórások). Nyilván ez a két fajta esemény kizárja egymást, de együttesen minden lehetőséget kimerítenek, mivel a neutron vagy elnyelődik, vagy sem.

A felosztást még tovább lehet folytatni, például $\Sigma_s = \Sigma_r + \Sigma_n$, ahol az $r$ és $n$ indexek a rugalmas, ill. rugalmatlan szórásra vonatkoznak, vagy $\Sigma_a = \Sigma_c + \Sigma_f + ...$, ahol a c index a sugárzásos befogást, az (n,$\gamma$) reakciót jelöli, az $f$ index pedig a neutron befogását követő maghasadást (n,f) reakciót.

Mivel bármilyen típusú magreakcióra $\Sigma_i = \rho\sigma_i$, ezért ugyanez a felbontás érvényes a mikroszkopikus hatáskeresztmetszetekre is:

$$\sigma_t = \sum \sigma_i. \tag{7.29}$$

Természetesen, itt is fontos, hogy az összegben szereplő hatáskeresztmetszetek valamennyien egymást kizárók legyenek, és összesen merítsenek ki minden lehetőséget.

### Összetett céltárgyak, azonos típusú magreakciók

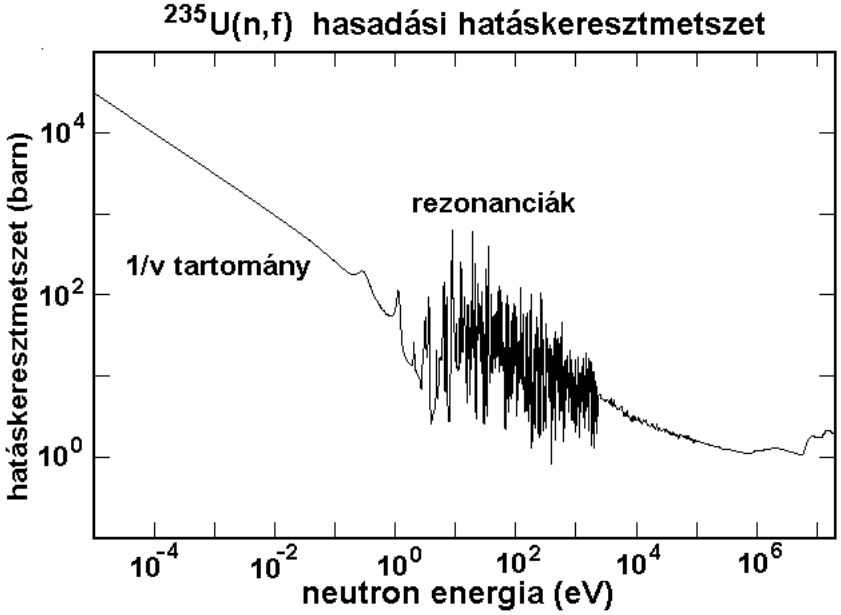
A hatáskeresztmetszetekre vonatkozóan egy másik additivitási összefüggés is vonatkozik. Ha a céltárgy nem azonos atomokból áll, hanem több anyag homogén keveréke, amelyek magsűrűsége $\rho(1), \rho(2), \rho(3)...$, akkor például a sugárzásos befogás makroszkopikus hatáskeresztmetszetére fennáll a

$$\Sigma_c = \rho(1)\sigma_c(1) + \rho(2)\sigma_c(2) + \rho(3)\sigma_c(3) + ... = \sum \rho(i)\sigma_c(i) \tag{7.30}$$

összefüggés. Ugyanilyen összefüggések írhatók fel a többi reakciófajtára is.

## 7.2.4. Gerjesztési függvény

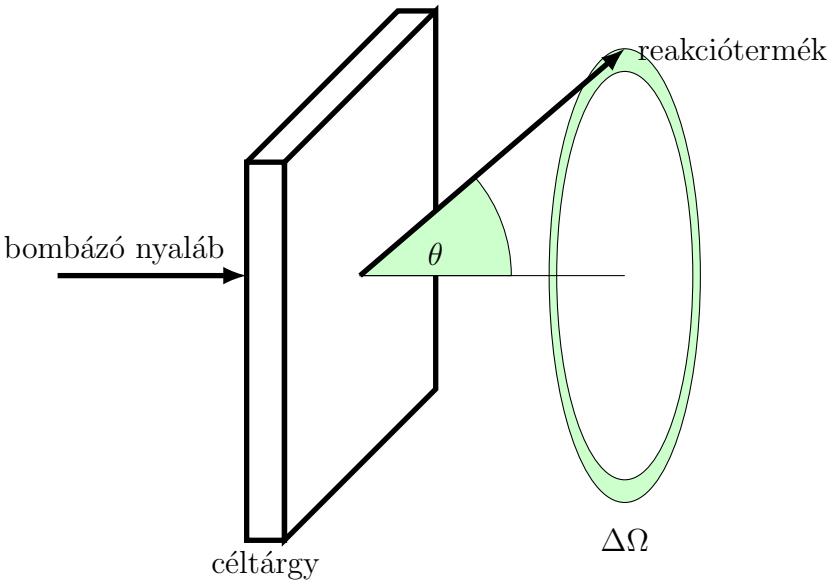
A hatáskeresztmetszet függhet a *bejövő* részecske energiájától is, azaz $\sigma = \sigma(E)$. Ezt *gerjesztési függvénynek* hívjuk. Egy ilyen eloszlást (gerjesztési függvényt) mutat a 7.5 ábra a $^{235}$U neutronok által okozott maghasadási reakciójára – az (n,f) reakcióra – vonatkozólag.




7.5. ábra. ([16] alapján)

### 7.2.5. Szögeloszlások, differenciális hatáskeresztmetszetek

Az atommagokra vonatkozó további érdekes információkat nyerhetünk a magreakciók termékeinek szögeloszlásából. Emlékezzünk arra, hogy híres kísérletében Rutherford a szóródott alfa-részecskék szögeloszlásából határozta meg, hogy a szórást Coulomb-potenciál, és nem valamilyen másfajta kölcsönhatás hozta létre (pl. kemény gömb szórás). A bombázó részecskék lendületvektora (impulzusa) kijelöl egy irányt a térben (a nyaláb iránya), ehhez az irányhoz képest mérjük a reakciótermékek kirepülésének irányát. Ezt nevezzük szórási szögnek (7.6 ábra). A szögeloszlás leírására a $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = f(\theta)$ differenciális hatáske-




7.6. ábra. Differenciális hatáskeresztmetszet

resztmetszetet használjuk, amely – a hatáskeresztmetszethez hasonló módon – jellemző arra, hogy milyen valószínűséggel lép ki a keresett reakciótermék a $(\theta, \theta + \mathrm{d}\theta)$ szórási szög-intervallum által meghatározott $\mathrm{d}\Omega$ térszögbe. A differenciális hatáskeresztmetszet dimenziója [felület/térszög], szokásos mértékegysége: $\frac{\text{barn}}{\text{sterad}}$.

Egy adott (pl. x típusú) magreakció korábban bevezetett (integrális) hatáskeresztmetszete:

$$\sigma_x = \int \left(\frac{\mathrm{d}\sigma_x}{\mathrm{d}\Omega}\right) \mathrm{d}\Omega = 2\pi \int_0^\pi \left(\frac{\mathrm{d}\sigma_x}{\mathrm{d}\Omega}\right) \sin\theta \mathrm{d}\theta \tag{7.31}$$

Itt feltételeztük, hogy az egyetlen kitüntetett irány a nyaláb iránya, azaz a folyamat erre a tengelyre nézve forgásszimmetrikus. (Ha a nyaláb vagy a céltárgy atommagjai polarizálva vannak (például mágneses mezővel), akkor lehet más kitüntetett irány is, és akkor természetesen nem lehet a $\phi$ azimutszög szerint integrálni.)

Például a Rutherford-féle rugalmas $\alpha$-szórás differenciális hatáskeresztmetszete:

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \cdot \frac{(Ze)^2 \cdot (2e)^2}{16 \cdot E_{kin}^2} \cdot \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \tag{7.32}$$

(ld. korábban, 1.6 formula)

**Egyéb differenciális hatáskeresztmetszetek**

Nemcsak szög, hanem más fizikai paraméterek szerint is szét lehet a hatáskeresztmetszeteket bontani. Egyik ilyen felbontás a *kilépő* részecske mozgási energiája ($\epsilon$) szerint történik, ezért ilyenkor a magreakció energia szerinti differenciális hatáskeresztmetszetét kapjuk: $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\epsilon}$. Ez arra jellemző, hogy milyen valószínűséggel következik be az adott magreakció, ha a kilépő részecske mozgási energiája egy $(\epsilon, \epsilon + \mathrm{d}\epsilon)$ energia-intervallumba esik. Ennek a differenciális hatáskeresztmetszetnek a dimenziója [keresztmetszet/energia], szokásos egysége a magfizikában $\left[\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{MeV}}\right]$. Ennek a mennyiségnek a viselkedése segít a reakciómechanizmusok (ld. 7.3 alfejezet) kísérleti eldöntésében.

A hatáskeresztmetszeteket nyilván tovább is lehet bontani: kérdezhetjük, hogy egy reakció során milyen gyakorisággal lép ki egy részecske egy adott szögtartományba, miközben az energiája egy adott energiatartományba esik? Ekkor nyilván a szög szerint is, és az energia szerint is szét kell bontanunk a hatáskeresztmetszetet. Ilyenkor kétszeresen differenciális hatáskeresztmetszetet kapunk: $\frac{\mathrm{d}^2\sigma}{\mathrm{d}\Omega\mathrm{d}\epsilon}$. Ennek az egysége nyilván $\frac{\mathrm{barn}}{\mathrm{sterad}\cdot\mathrm{MeV}}$.

Ezzel lehet a legtöbb információt megkapni a reakció dinamikájáról, a modellek alkalmazhatóságának határairól (különösen, ha még a bombázó energia függvényében is ismerjük). Nyilvánvaló, hogy annál jobb egy modell egy adott magreakció leírására, minél több részletet le tud írni. Ehhez viszont egyre finomabb, és több részletre kiterjedő mérések szükségesek. Itt kapnak fontos szerepet a különböző fizikai mennyiségek szerint „szétbontott" differenciális hatáskeresztmetszetek, valamint a hatáskeresztmetszetek bombázó energiától való függése (a gerjesztési függvények).

## 7.3. Magreakció mechanizmusok

A magreakciók mechanizmusának a leírására különböző modelleket használunk. Ezek a modellek – mint általában minden modell – egyszerűsítő feltételezéseket tartalmaznak. A következőkben három magreakció-mechanizmust tekintünk át röviden: a *Összetett (vagy közbenső) mag* (angolul: compound nucleus) kialakulásának modelljét, a *direkt reakciók* modelljét, és a *potenciálszórást*.

### 7.3.1. Összetett mag (közbenső mag) képződésével járó magreakciók

A magreakció-mechanizmusok egyik első modellje – az összetett mag kialakulásával járó magreakció modell – Niels BOHR (1885-1962, Nobel-díj 1922) dán fizikustól származik. Bohr a következő feltételezéseket tette:

- A részecskék kölcsönhatása csak akkor kezdődik, amikor egymáshoz olyan közel kerülnek, amely már kisebb, mint a magerők hatótávolsága ($\approx 1$ fm).
- A magreakció első lépcsőjében a bombázó részecske beépül a céltárgy atommagba, létrejön a közbenső mag.
- A beépült részecske energiája szétoszlik a közbenső mag nukleonjai között („termalizáció")
- A magreakció második – az elsőtől függetlennek tekintett – lépcsőjében véletlenszerű ingadozások során elegendő energia összpontosul egy részecskére (részecskecsoportra) ahhoz, hogy kiléphessen az atommagból, és létrejöjjön a végállapothoz vezető bomlás.
- A keletkezett részecskék kölcsönhatása véget ér, amikor egymástól a magerők hatótávolságánál nagyobb távolságra kerülnek.

Bohr ezeket a feltételezéseket a következőkre alapozta. Mivel a nukleáris kölcsönhatás (a magerők) igen rövid hatótávolságúak, ezért egy nukleonokból álló bombázó részecske szabad úthossza ($\Lambda$) igen rövid a céltárgy atommagban, azaz szinte azonnal ütközik a céltárgy nukleonjaival. A nukleonok egymással gyorsan cserélnek energiát, ezért a bombázó részecske által hozott energia gyorsan szétoszlik a nukleonok között. Ennek persze az a következménye, hogy az egyes nukleonokra (esetleg nukleon-csoportokra) átlagosan a kötési energiánál kevesebb energia jut, így nem tudnak azonnal kilépni. Ezért egy „hőmérsékleti egyensúlyhoz" hasonló állapot alakul ki, amely atomi skálán nézve hosszú ideig is fenn tud maradni. Hőmérsékleti egyensúlyban azonban a rendszer „elfelejti", hogy milyen módon jött létre. Ezáltal a bomlás szétcsatolódik, függetlenné válik a keletkezéstől, csak egyes mennyiségekre vonatkozó megmaradási törvények korlátozzák a bomlási lehetőségeket.

Becsüljük meg nagy vonalakban, hogy milyen feltételek mellett várhatjuk ennek a reakciómechanizmusnak a létrejöttét, de szorítkozzunk most neutron-proton kölcsönhatásra.

Láttuk korábban (7.27 egyenlet), hogy a szabad úthossz: $\Lambda = \dfrac{1}{\Sigma_t} = \dfrac{1}{\sigma_t \rho}$. Az atommag nukleonsűrűségét kiszámíthatjuk: $\rho = \frac{3A}{4\pi R^3} = \frac{3A}{4\pi r_0^3 A} = \frac{3}{4\pi r_0^3}$, ahol $r_0 \approx 1,2 \cdot 10^{-15}$ m. Mérések szerint a proton-neutron szórás ($E>$ 10 MeV esetén) $\sigma \approx \frac{4 \text{ MeV}}{E} \cdot 10^{-24}$ cm$^2$,

ahol $E$ a két részecske mozgási energiája a tömegközépponti rendszerükben. Essen be például egy bombázó neutron $E_{\text{kin}}$ mozgási energiával az atommagba! Természetesen, ez a neutron a vonzó magpotenciált is érzi, ezért a mozgási energiája $\epsilon + E_0$ lesz, ahol $E_0$ a magpotenciálban mozgó, kötött nukleonok átlagos mozgási energiája ($E_0 \approx 20$ MeV). Mivel a nukleonok tömege nagyjából azonos, ezért a TKP rendszerben az átlagos mozgási energia: $\frac{1}{2}(E_0 + E_{\text{kin}})$. Ezekkel a következőt kapjuk:

$$\Lambda \approx 1,8 \cdot 10^{-17} (E_0 + E_{\text{kin}}) . \tag{7.33}$$

A közepes szabad úthosszat méterben kapjuk, ha az energiákat MeV egységekben helyettesítjük be. Innen látható, hogy $E_{\text{kin}} < 50$ MeV energiákig a közepes szabad úthossz a mag méreténél kisebb lesz, azaz jogos a feltételezés, hogy a bombázó részecske a magon belül ütközik, és átadja az energiáját a többi nukleonnak. A teljes energia, amit a közbenső mag kap, a bejövő részecske mozgási energiájából és magbeli kötési energiájából ($B$) tevődik össze. A közbenső magnak tehát a gerjesztési energiája ($E_x$):

$$E_x = E_{\text{kin}} + B \tag{7.34}$$

Ha a mag $A$ nukleonból áll, akkor az energia termalizációja után egyetlen nukleonra átlagosan jutó gerjesztési energia:

$$\frac{E_{\text{kin}} + B}{A} \tag{7.35}$$

Ha $\frac{E_{\text{kin}}+B}{A} \ll B$, azaz az átlagos gerjesztési energia jóval kisebb, mint egy nukleon kötési energiája, akkor a nukleonok nem tudnak kiszabadulni könnyen, ezért ez az állapot sokáig fennmaradhat. Bohr modelljének éppen ez a hosszú idő a kulcsa, mert ez biztosítja, hogy a keletkezés és a bomlás egymástól függetlenül kezelhető legyen. Ez persze csak atomi skálán, a nukleon-ütközések átlagos idejéhez képest hosszú idő, számunkra ezek a magreakciók is azonnalinak tűnnek.

A fenti feltételből kapjuk:

$$\frac{E_{\text{kin}}}{A} + \frac{B}{A} \ll B \tag{7.36}$$

amiből adódik a feltétel, hogy $E_{\text{kin}} \ll (A-1)B$.

Összefoglalva: a közbenső mag képződésének két feltétele tehát:

$$\Lambda \ll R, \quad \text{és} \tag{7.37}$$

$$E_{\text{kin}} \ll (A-1)B. \tag{7.38}$$

Mivel $B \approx 8$ MeV, ezért mindkét feltétel teljesíthető, ha $A > 10$, és $E < 50$ MeV. A közbenső mag kialakulásával járó atommag-reakciók tehát tipikusan a nem túl könnyű atommagok és a nem túl nagy energiák tartományában várhatók.

Meg kell jegyezni, hogy a 7.37 feltételek csak szükségesek, ám nem elégségesek arra, hogy az atommagreakció közbenső mag képződésével történjen. Azt, hogy egy reakciót

milyen modellel lehet a legjobban leírni, csak a hatáskeresztmetszetek (és a differenciális hatáskeresztmetszetek), valamint a gerjesztési függvények menetének részletes vizsgálatával lehet eldönteni. Ezzel azonban itt nem foglalkozhatunk.

A közbenső mag képződését két, egymástól független lépésre lehet bontani, ezért a következő alakban szoktuk felírni:

$$\mathrm{a} + \mathrm{b} \rightarrow \mathrm{K} \rightarrow \mathrm{c} + \mathrm{d} \tag{7.39}$$

ahol „K” a közbenső mag. A közbenső mag többféle reakciócsatornába is bomolhat. Példák reakciócsatornákra:

$$\mathrm{p} + {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \rightarrow {}^{8}_{4}\mathrm{Be} \rightarrow \begin{cases} {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + \mathrm{p} \\ {}^{7}_{3}\mathrm{Li}^{*} + \mathrm{p} \\ 2\alpha \\ {}^{8}_{4}\mathrm{Be} + \gamma \\ {}^{6}_{3}\mathrm{Li} + d \end{cases} \tag{7.40}$$

Itt az első két reakciócsatornában a proton szóródik: az egyikben a bombázó proton úgy lép ki, hogy a céltárgymag alapállapotban marad vissza, tehát a proton energiája nem változik, a másikban viszont gerjesztődik, és a proton kisebb energiával kerül ki a reakcióból. (A gerjesztett magot csillaggal jelöljük.) Az előbbit rugalmas, az utóbbit rugalmatlan szórásnak nevezzük. Természetesen, a protonok egymástól megkülönböztethetetlenek, ezért nem tudhatjuk, hogy ugyanaz a proton lépett-e ki a magból „szóródáskor”, mint ami becsapódott, vagy egy másik proton. Az egyes reakciócsatornák típusa a fenti sorrendben: rugalmas szórás, rugalmatlan szórás, (p,$\alpha$), (p,$\gamma$), (p,d). Meg kell jegyezni, hogy a ${}^{8}_{4}$Be mag instabil, és nagyon rövid idő alatt két $\alpha$-részre esik szét.

### Rezonanciák

Tudjuk, hogy az atommagok kvantummechanikai rendszerek, ezért gerjesztett állapotaik energiája nem lehet akármekkora, diszkrét energiájú állapotokból álló nívórendszerük van. A közbenső mag létrejöttének a valószínűsége különösen nagy akkor, amikor a bombázó részecske energiája akkora, hogy képes a közbenső magot valamilyen energianívóra gerjesztett állapotban létrehozni. Ez a valószínűség a bombázó részecske mozgási energiájától függően több nagyságrendet is változhat.

Ahhoz, hogy a közbenső mag egy gerjesztett állapotban létrejöjjön, a mag gerjesztésére felhasznált energiának elég közel kell lenni $E_x$-hez. A kinematikai egyenletekkel kiszámítható, hogy egy adott rendszerben ehhez a bombázó részecskének mekkora $E_{\mathrm{kx}}$ mozgási energiájúnak kellene lenni. Ha a bombázó részecske $E_{\mathrm{kin}}$ mozgási energiája nem pontosan ennyi, az atommag gerjesztésének a hatáskeresztmetszete az alábbi képlet szerint változik.

$$\sigma\left(E_{\mathrm{kin}}\right) = \frac{\sigma_0}{\pi} \cdot \frac{\frac{\Gamma}{2}}{\left(E_{\mathrm{kin}} - E_{kx}\right)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} \tag{7.41}$$

Ezt Breit-Wigner formulának nevezik, G. BREIT (1899-1981) orosz származású, és E.P.WIGNER (1902-1995, Nobel-díj 1963) magyar fizikusokról, akik először elméleti úton levezették. Ez a függvény a mechanikából jól ismert rezonanciára emlékeztet. A rezonanciát három paraméter jellemzi:

- A rezonancia helye ($E_{kx}$ a fenti képletben)
- A rezonancia szélessége ($\Gamma$ a fenti képletben)
- A rezonancia alatti terület, a rezonancia „erőssége" ($\sigma_0$ a fenti képletben).

Ezek a gerjesztési függvény mérésével kísérletileg meghatározhatók.

A rezonancia (megfelelő pontossággal megmért) szélességéből azonban a gerjesztett állapot egyéb tulajdonságaira is következtethetünk. Jelöljük a közbenső mag élettartamát $\tau$-val. A határozatlansági relációk alapján az adott gerjesztett állapot energiabizonytalansága $\Delta E = \Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau}$. Ha a mérések például a rezonancia szélességére 0,066 eV-ot adnak, akkor a gerjesztett állapot élettartamára következik, hogy

$$\tau \approx \frac{\hbar}{\Gamma} \approx 1 \cdot 10^{-14} \text{ s}. \tag{7.42}$$

Látjuk, hogy ez a mi makroszkopikus világunk számára még mindig igen rövid idő, ám az atommagban lévő nukleonok ütközései között eltelt $10^{-22}$ s-nál százmilliószor hosszabb! A közbenső mag modell által feltételezett „hosszú idő" tehát kísérletileg is igazolható, ha a rezonanciák keskenyek. (Természetesen, ehhez megfelelő pontosságú energiamérésre van szükség. Ha az energiamérés kísérleti hibája sokkal nagyobb, mint a mérendő rezonancia szélessége, akkor ezzel a módszerrel nem jutunk eredményre.)

Példaként a 7.5 ábra a $^{235}$U neutronokkal indukált maghasadásra vonatkozó hatáskeresztmetszetét mutatja a neutron-energia függvényében. A hatáskeresztmetszetben jól megfigyelhetők a rezonanciák közepes neutron-energiák esetén.

### 7.3.2. Direkt magreakciók és jellemzőik

A direkt magreakciók esetében a bombázó részecske (vagy annak egy része) a céltárgymagnak csak egyetlen nukleonjával (vagy nukleonjainak egy csoportjával) lép kölcsönhatásba, miközben a mag többi részének nem változik meg a szerkezete. Az ilyen reakciók jellegzetessége a kölcsönhatás nagyon rövid időtartama, amelynek jellegzetes értéke $10^{-22}$ s. Ez annak az időnek a nagyságrendjébe esik, amely alatt egy 1 MeV energiájú bombázó proton az atommagon áthalad. Ilyen rövid idő alatt valószínűtlen, hogy egynél többször kölcsönhatásba lépjen a céltárgymag nukleonjaival.

Erre a reakciómechanizmusra jó példa a (d,p) reakciók típusa, amelyben a deuteron mozgási energiája néhány MeV. Mivel a deuteron lazán kötött mag, előfordulhat, hogy a céltárgymagon történő áthaladás során a benne lévő neutron befogódik a céltárgymag

egyik üres neutronállapotába, és a reakcióból csak a proton lép ki. A neutron befogása nem változtatja meg a céltárgymag többi nukleonjának az állapotát. Végeredményben tehát a mag leszedett egy neutront a deuteronról. Erre való tekintettel az ilyen típusú reakciókat *stripping* (vetkőztető) reakcióknak nevezzük.

Más direkt reakciókban nem egy nukleon, hanem nukleonok valamilyen csoportja (például egy $\alpha$-részecske) fogódik be. Ezt akkor tekintjük direkt reakciónak, amikor sem a céltárgymag, sem a befogott csoport belső szerkezete nem változik meg.

A stripping reakciók fordítottját *pickup* (felcsípő) reakcióknak nevezzük: a bombázó részecske egy vagy több nukleont leszakít a céltárgymagról, miközben az utóbbiban maradó nukleonok szerkezete nem változik meg. Erre példa a $^{12}$C($^{3}$He,$^{4}$He)$^{11}$C reakció. A $^{3}$He mag befogja a $^{12}$C egyik neutronját. A visszamaradó $^{11}$C mag nukleonjai egymáshoz képest ugyanolyan relatív mozgást végeznek, mint a reakció előtt, viszont a mag gerjesztett állapotban keletkezik, hiszen benne egy neutronlyuk képződött valamelyik neutronpályán.

A direkt reakciók egy további csoportját *knock-out* (kilökő) reakciónak szokás nevezni. Ilyenkor a bombázó részecske „kilök" egy nukleont, vagy nukleoncsoportot a céltárgymagból, de a bejövő és a kilökött részecske nem hoz létre kötött állapotot. A knock-out típusú reakciók egyik gyakori példája az (n,2n) reakció, de ilyen reakciómechanizmussal játszódnak le általában az (n,p) vagy (p,n) típusú reakciók is.

Amiatt, hogy a direkt reakciók már az atommagok időskáláján is gyors folyamatok, csak rövid élettartamú gerjesztésekhez kapcsolódhatnak. A rövid élettartamokat pedig széles rezonanciák jellemzik. Például a dipólus óriásrezonancia direkt folyamatokban gerjeszthető és a szélessége MeV nagyságrendű. Ezért az élettartama $10^{-22}$-$10^{-21}$ s nagyságrendbe esik.

### 7.3.3. Potenciálszórás

A szakirodalom megoszlik abban, hogy a szórásokat a magreakciókhoz kell-e sorolni. Egyesek csak a részecskék összetételének átalakulásával járó folyamatokat sorolják a magreakciókhoz. Mások a szórásokat is ebbe csoportba sorolják arra hivatkozva, hogy a közbenső mag képződésével járó magreakciók is végződhetnek úgy, mintha szórások lennének (lásd 7.40 folyamatok), pedig közben tényleges atommag-átalakulások is történtek. A nukleáris részecskék kölcsönhatásával foglalkozva, a teljesség kedvéért megemlítjük a potenciálszórást is.

Potenciálszórási reakciók során a bombázó részecske nem hatol be a céltárgymagba, hanem csak annak erőterével lép kölcsönhatásba. Ilyen szóródás történt például Rutherford szóráskísérletében, amikor az $\alpha$-részecske az atommag Coulomb-terében szóródott. Ha a bombázó részecske egy neutron, Coulomb-kölcsönhatás nem lép fel, a neutronra csak a magerők hatnak. De a magerők az $\alpha$-részecskére (vagy egyéb atommagra) is hatnak, ha a részecskék a magerők hatótávolságánál közelebb kerülnek egymáshoz. Potenciálszórásnak nevezzük azt, amikor a bombázó részecske csak a magot körülvevő

(Coulomb- és/vagy magerő-) potenciállal lép kölcsönhatásba, azon szóródik, de sem a bombázó részecske, sem a céltárgymag összetétele nem változik meg.

### 7.3.4. A reakciómechanizmusok megkülönböztetése

A magreakciók modelljeinek kísérleti szétválasztása mérések alapján lehetséges. A kilépő részecskék energia- és szögeloszlásának analízise alapján lehet eldönteni, hogy milyen mechanizmussal lehet legjobban leírni az illető reakciót. A direkt reakciók differenciális hatáskeresztmetszeteinek szögeloszlása a kis szögeknél vesz fel nagy értéket (előreszórás), míg a közbenső magok a bomlás során már nem emlékeznek a létrejöttükre, ezért a kirepülő részecskék szögeloszlása inkább az izotróphoz közelít (TKP rendszerben). A reakciók lefolyásának időbeli jellemzői a gerjesztési függvény rezonanciáinak szélességében jelentkeznek, abból levezethetők, méréssel meghatározhatók.

A Természet azonban nem szélsőséges, egyszerűsítő feltevéseken alapuló modelleket használ: időnként előfordul, hogy egy kísérletet csak a szélsőséges modellek valamilyen kombinációjával lehet megfelelően leírni! Például egyes szórások bizonyos valószínűséggel potenciálszórásként, más valószínűséggel pedig összetett mag képződésén keresztül valósulnak meg. Ezek a modellek azonban mégis támpontot adnak a magreakciók és az atommagok viselkedésének jobb megismerésére.

## 7.4. Feladatok

**Feladat 7.1..** (Mintafeladat) Igazoljuk, hogy laboratóriumi rendszerben egy küszöbreakció végbemeneteléhez szükséges minimális mozgási energia $T_a = -Q\left(1 + \frac{M_a}{M_b}\right)$, ahol $Q$ a reakció küszöbenergiája (mivel endoterm reakcióról van szó $Q < 0$). A laboratóriumi rendszerben az $M_b$ tömegű céltárgy áll, az $M_a$ tömegű részecske mozog $T_a$ mozgási energiával (lásd 7.22 egyenlet).

**Megoldás 7.1.** Jelöljük $v_a$-val az „a” részecske laboratóriumi rendszerbeli, $u$-val pedig a tömegközépponti rendszerbeli sebességét. A „b” részecske áll a laboratóriumi rendszerben, de $w$ sebességgel mozog a tömegközépponti rendszerben. Természetesen, $w$ a tömegközépponti rendszer sebességének abszolút értéke is a laboratóriumi rendszerben. Fejezzük ki először ezeket a sebességeket a keresett $T_a$ függvényében:

$$v_a = \sqrt{\frac{2T_a}{M_a}} \tag{7.43}$$

$$w = \frac{p_a}{M_a + M_b} = \frac{\sqrt{2M_aT_a}}{M_a + M_b} \tag{7.44}$$

A részecskék tömegközépponti rendszerbeli sebességei $u = v_a - w = \sqrt{\frac{2T_a}{M_a}} - \frac{\sqrt{2M_aT_a}}{M_a+M_b}$, ill. $w$. A tömegközépponti rendszerben könnyen fel tudjuk írni a küszöbreakcióra érvényes összefüggést:

$$\frac{1}{2}M_a u^2 + \frac{1}{2}M_b w^2 \geq -Q \tag{7.45}$$

Behelyettesítve a sebességek megfelelő kifejezéseit:

$$\frac{1}{2}M_a\left(\sqrt{\frac{2T_a}{M_a}} - \frac{\sqrt{2M_aT_a}}{M_a+M_b}\right)^2 + \frac{1}{2}M_b\frac{2M_aT_a}{(M_a+M_b)^2} \geq -Q. \tag{7.46}$$

A négyzetre emelések elvégzése, egyszerűsítések és algebrai átalakítások után kapjuk:

$$T_a + T_a\left(\frac{M_a}{M_a+M_b}\right)^2 - 2T_a\frac{M_a}{M_a+M_b} + T_a\frac{M_aM_b}{(M_a+M_b)^2} \geq -Q \tag{7.47}$$

Kiemelések és további algebrai átalakítások után adódik:

$$T_a\left(1 - \frac{M_a}{M_a+M_b}\right) \geq -Q, \tag{7.48}$$

s ebből végül

$$T_a \geq -Q\left(1 + \frac{M_a}{M_b}\right). \tag{7.49}$$

**Feladat 7.2..** Az alábbi táblázatban (7.2 táblázat) néhány izotóp termikus neutronokra vonatkozó szórási és abszorpciós hatáskeresztmetszete látható. Határozzuk meg a könnyűvíz és a nehézvíz teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszetét 20 °C-on! A könnyűvíz sűrűsége 1000 kg/m$^3$, a nehézvíz sűrűsége 1107 kg/m$^3$.

7.2. táblázat. Néhány izotóp hatáskeresztmetszete termikus neutronokra vonatkozólag

| Izotóp | szórás, $\sigma_s$ [barn] | abszorpció, $\sigma_a$ [barn] |
|---|---|---|
| $^1_1$H | 82,03 | 0,3326 |
| $^2_1$H | 7,64 | 0,000519 |
| $^{16}_8$O | 4,232 | 0,0001 |

**Feladat 7.3..** A víz tömeg-abszorpciós együtthatója 1 MeV energiájú gamma-fotonokra: $\mu_m = 0,07072\left[\frac{\text{cm}^2}{\text{g}}\right]$. Milyen vastag vízréteg csökkenti le az 1 MeV-es sugárzás intenzitását a század részére? Mekkora teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet?

**Feladat 7.4..** Mutassuk meg, hogy a Rutherford-szórás differenciális hatáskeresztmetszetét a teljes térszögre kiintegrálva végtelent kapunk. Mi a fizikai magyarázata ennek?

## 7.5. Feladatok megoldása

**Megoldás 7.2.** Először határozzuk meg az egyes izotópok teljes mikroszkopikus hatáskeresztmetszetét. Mivel a szórás és az abszorpció egymást kizáró folyamatok, és minden folyamat vagy az egyik vagy a másik kategóriába kell essen, ezért a hatáskeresztmetszetek első additivitási szabálya miatt $\sigma_t = \sigma_s + \sigma_a$. Azaz az egyes izotópok teljes mikroszkopikus hatáskeresztmetszete a következő:

$$\sigma_t\left({}^1_1\mathrm{H}\right) = 82,03 + 0,3326 = 82,3626 \text{ barn}$$
$$\sigma_t\left({}^2_1\mathrm{H}\right) = 7,64 + 0,000519 = 7,640519 \text{ barn}$$
$$\sigma_t\left({}^{16}_8\mathrm{O}\right) = 4,232 + 0,0001 = 4,2321 \text{ barn}$$

A teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet egy összetett anyagra: $\Sigma_t = \sum_i \rho(i) \cdot \sigma_t(i)$, ahol $\rho(i)$ az i-ik izotóp atommagjainak a részecskesűrűsége (magsűrűség). Ezért határozzuk meg a magsűrűségeket a könnyű, ill. a nehézvízre! A könnyűvíz móltömege 18 g=$18 \cdot 10^{-3}$ kg, és ennyi víz térfogata $V = \dfrac{M}{\rho} = \dfrac{18 \cdot 10^{-3}}{1000} = 18 \cdot 10^{-6}$ m$^3$. A víz molekulasűrűsége tehát: $\rho_1 = \dfrac{6 \cdot 10^{23}}{18 \cdot 10^{-6}} \approx 3,33 \cdot 10^{28}$ m$^{-3}$. Mivel minden vízmolekulában egyetlen oxigénatom helyezkedik el, ezért az oxigén magsűrűsége is ennyi. A hidrogén magsűrűsége viszont kétszer ekkora, mivel minden vízmolekulában két hidrogén atom van. A könnyűvíz teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszete tehát:

$$\Sigma_t = 82,3626 \cdot 6,66 \cdot 10^{28} + 4,2321 \cdot 3,33 \cdot 10^{28} = 562,628 \cdot 10^{28} \left[\frac{\text{barn}}{\text{m}^3}\right] \tag{7.50}$$

Célszerű átváltani a barnt m$^2$-re: 1 barn = $10^{-28}$ m$^2$, így kapjuk végül a könnyűvízre: $\Sigma_t = 562,628 \left[\frac{1}{\text{m}}\right]$.

A nehézvízre hasonló számolással $\Sigma_t = 64,979 \left[\frac{1}{\text{m}}\right]$ adódik.

**Megoldás 7.3.** Az intenzitás csökkenése:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu_m \rho x} \tag{7.51}$$

Az egyenletet logaritmálva $x$ kifejezhető:

$$x = \frac{1}{\mu_m \rho} \ln \frac{I_0}{I(x)}. \tag{7.52}$$

Mivel $\rho = 1 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right]$, és $\ln \dfrac{I_0}{I(x)} = \ln 100 = 4,6$ a feladat követelményeinek megfelelően, így kapjuk

$$x = \frac{1}{0,07072 \cdot 1} 4.6 = 65,12 \text{ [cm]} \tag{7.53}$$

Az 1 MeV energiájú gamma-sugárnyalábot tehát kb. 65 cm vastag vízréteg csökkenti le a század részére.

A teljes makroszkopikus hatáskeresztmetszet pedig ugyancsak meghatározható:

$$I(x) = I_0 e^{-\mu_m \rho x} = I_0 e^{-\Sigma_t x} \tag{7.54}$$

Innen látszik, hogy $\Sigma_t = \mu_m \rho = 0,07072 \ \left[\frac{1}{\mathrm{cm}}\right]$.

**Megoldás 7.4.** A feladat szempontjából a Rutherford-szórás differenciális hatáskeresztmetszetéből csak a szögfüggő rész érdekes. Azaz elegendő a $\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = C\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}$ összefüggést használnunk, ahol $C$ egy szögtől független konstans. A teljes térszögre való kiintegrálást gömbi koordinátákban célszerű elvégezni, ahol a gömbi koordinátarendszer z-tengelyét a bejövő részecske irányában vesszük fel. Ekörül ugyanis a szórás hengerszimmetrikus, és így a differenciális hatáskeresztmetszet az azimut-szögtől ($\phi$) nem függ. Ezért tehát

$$C\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}\sin\theta \mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi = 2\pi C\int_0^{\pi}\frac{1}{\sin^4\frac{\theta}{2}}\sin\theta\mathrm{d}\theta \tag{7.55}$$

Használjuk fel a következő azonosságot: $\sin\theta = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$. Az integrál ekkor tovább írható:

$$4\pi C\int_0^{\pi}\frac{1}{\sin^3\frac{\theta}{2}}\cos\frac{\theta}{2}\mathrm{d}\theta \tag{7.56}$$

Vegyük észre, hogy $\cos\frac{\theta}{2}\mathrm{d}\theta = 2\mathrm{d}\left(\sin\frac{\theta}{2}\right)$, igy bevezethetünk egy $u = \sin\frac{\theta}{2}$ új változót, és kapjuk

$$8\pi C\int_0^1\frac{1}{u^3}\mathrm{d}u \tag{7.57}$$

Innen azonnal látszik, hogy ez az integrál divergens, hiszen az integrandus primitív függvénye $-\frac{1}{2u^2}$, és ez divergál az $u = 0$ helyen.

Ennek a divergenciának a fizikai oka az, hogy a Coulomb-kölcsönhatás „végtelen hatótávolságú”, azaz egy ponttöltés erővonalai a végtelenbe nyúlnak. Emiatt akármilyen messze is jönne egy töltött részecske egy ponttöltéstől, mindig „érezne” valamilyen kicsi hatást. Más szóval a ponttöltés „hatásgömbje” végtelen nagy kiterjedésű. Ez vezet a teljes hatáskeresztmetszet divergenciájához. A valóságban természetesen egy ponttöltés soha nem áll egyedül önmagában a térben, hanem mindig körülveszi valamilyen anyag, amelyben vannak töltések, és ezért az erővonalak gyakorlati szempontból soha nem nyúlnak a végtelenbe.

# 8. fejezet

# Maghasadás, láncreakció

A maghasadás felfedezése (1938) O. HAHN (1879-1968, Kémiai Nobel-díj 1944), és F. STRASSMANN (1902-1980) által, alapjaiban megváltoztatta a XX. század arculatát, hiszen ez tette lehetővé az atomenergia békés célú felhasználását és, sajnos, az atomfegyverek létrehozását is. Indokolt tehát, hogy kissé részletesebben foglalkozzunk ezzel a speciális atommagreakcióval.

Maghasadáskor egy nehéz atommag (tórium, urán, transzuránok) két közepes méretű atommagra hasad szét. Ez bekövetkezhet magától (ilyenkor spontán maghasadásról beszélünk), vagy valamilyen külső behatásra (pl. neutron elnyelését követően). A folyamatot úgy képzelhetjük el, hogy a kezdetben kissé deformált nehéz atommag megnyúlik, majd befűződik, és végül két részre szakad (8.1 ábra). A keletkezett részeket hasadványoknak nevezzük. Ezt a folyamatot nagy energia felszabadulása és néhány neutron kilépése szükségszerűen kíséri.

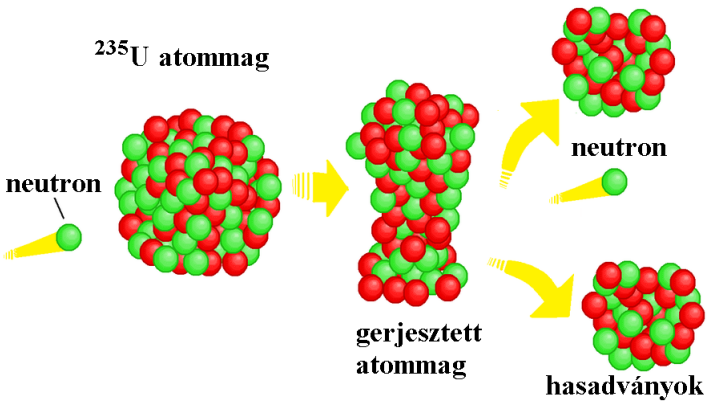
## 8.1. A maghasadás energiaviszonyai

A mikrofizikában, és így a magfizikában is, a makroszkopikus világunkban általában megszokott energiáknál sok nagyságrenddel kisebb energiák fordulnak elő. Ezért ezekben az energiatartományokban nem az SI-egységrendszerben szokásosan használt J (Joule) egységet, hanem egy annál jóval kisebb egységet, az elektronvoltot (eV), illetve annak többszöröseit szokás használni. 1 eV energiát kap egy elemi töltésű ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C) részecske, ha 1 V potenciálkülönbségen halad át. Ezért

$$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}. \tag{8.1}$$

A nagyobb energiák leírására ennek többszöröseit használjuk: 1 keV = $10^3$ eV, 1 MeV = $10^6$ eV, 1 GeV = $10^9$ eV stb.

Az elemi folyamatokban felszabaduló energiák leírása ezekben az egységekben célszerűbb, míg a makroszkopikus, műszaki alkalmazásoknál, természetesen a J és annak többszörösei megfelelőbbek.




8.1. ábra. A maghasadás szemléletes folyamata

A maghasadás energiaviszonyainak megértéséhez elegendő, ha az atommagok energia-felületére gondolunk (2.3 ábra). Amikor az anyag nagyot „ugrik” az energiavölgyön (2.6 ábra), azaz a nehéz atommagokból maghasadással közepes tömegű atommagok keletkeznek, akkor minden nukleon mélyebben fekvő, erősebben kötött állapotba jut! Bár a völgynek ez a része „lankás”, azaz egy-egy nukleonnak csak viszonylag kis (kb. 1 MeV) energianyeresége származik az ugrásból, de a több mint 200 nukleon együttesen mégis jelentős energianyereséget jelent. A számításhoz az egyszerűség kedvéért a párenergiát hanyagoljuk el.

Tegyük fel, hogy egy $Z$ rendszámú $A$ tömegszámú atommag két egyenlő részre hasad. Ha $E(Z,A)$ jelenti a kiindulási atommag energiáját, akkor a maghasadás létrejöttének energia-feltétele az, hogy:$E(Z,A) - 2E\left(\frac{Z}{2},\frac{A}{2}\right) > 0$. Felírva ezt a két kifejezést (2.5) alapján, azonnal látható, hogy csak a felületi energia és a Coulomb-energia ad járulékot a különbségbe, a többi tag kiesik. Az eredmény:

$$e_c\left(\frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}\right)\left(1-2^{-\frac{2}{3}}\right) - e_F A^{\frac{2}{3}}\left(2^{\frac{1}{3}}-1\right) > 0 \tag{8.2}$$

Átrendezve kapjuk:

$$\frac{Z^2}{A} > \frac{e_F}{e_c}\cdot\frac{2^{\frac{1}{3}}-1}{1-2^{-\frac{2}{3}}}, \tag{8.3}$$

azaz behelyettesítve a numerikus értékeket:

$$\frac{Z^2}{A} > 18 \tag{8.4}$$

($e_C$ és $e_F$ értékét a folyadékcsepp-modell (2.1.2) képleteiből vettük).

Mivel a könnyű atommagoknál $A \approx 2 \cdot Z$, ezért nagyjából a $Z > 36$ rendszámtól (ez a kripton) kezdve a maghasadás energia-felszabadulással jár.

Az (8.2) különbséget kiszámíthatjuk a $^{238}$U esetére. Itt $Z = 92$, $A = 238$. Tehát:

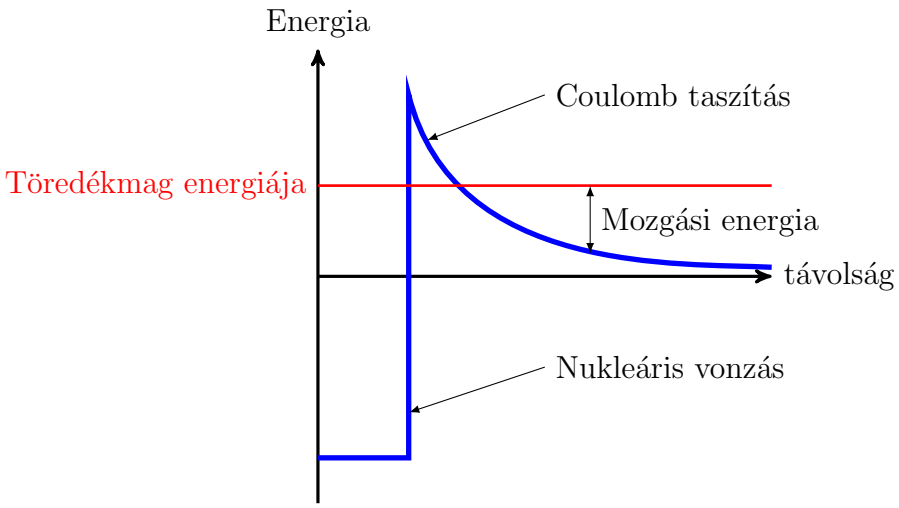
$$0,11 \cdot 10^{-12} \frac{92^2}{238^{\frac{1}{3}}} \left(1 - 2^{-\frac{2}{3}}\right) - 2,85 \cdot 10^{-12} \cdot 238^{\frac{2}{3}} \cdot \left(2^{\frac{1}{3}} - 1\right) = 27,1 \cdot 10^{-12} \text{ J} = 169,4 \text{ MeV}$$

A kapott érték a kísérletileg mért ≈200 MeV értéknél mintegy 15%-al kisebb. Ezen azonban nem lehet csodálkozni, hiszen több közelítést is alkalmaztunk. Az egyik közelítés például az volt, hogy azt feltételeztük, hogy az uránmag két egyenlő részre hasad. Tudjuk, hogy ez általában nem így történik, ezért ettől a becsléstől nem is várhatunk 10-20%-nál pontosabb eredményt. Számításunk azt azért megmutatja, hogy maghasadáskor mikrofizikai léptékkel mérve hatalmas, 150-200 MeV nagyságrendű energia szabadul fel! Ez nagyjából százmilliószor akkora, mint a $C+O_2 \rightarrow CO_2$ égési (kémiai) reakcióban felszabaduló energia.

### 8.1.1. A hasadási gát

Ha a maghasadás energianyereséges, miért nem hasadt már szét réges-régen minden urán-atommag? A maghasadás létrejöttét megakadályozza egy potenciálgát, az ún. *hasadási gát*. Ennek kialakulását a fordított folyamat segítségével érthetjük meg a legkönnyebben. A fordított folyamat során a széthasadt mag két része (a két *hasadvány*) egymás felé közeledik, majd egyesül. Amíg a két mag távol van egymástól, addig lényegében csak mozgási energiájuk van. Ahogyan közelednek egymáshoz, a közöttük lévő Coulomb-taszítás mind erősebbé válik, ezért mozgási energiájuk csökken, a potenciális energia nő. Ez addig folytatódik, amíg „össze nem érnek", és a rövid hatótávolságú, erősen vonzó magerők működésbe nem lépnek. Innen kezdve „összerántja" őket a magerőkből adódó nukleáris „felületi feszültség", azaz a potenciális energia ismét lecsökken. Így alakul ki a 8.2 ábrán látható potenciál, ami tehát a két töredékmag (hasadványok) kölcsönhatását írja le a közöttük lévő távolság függvényében. A potenciálgát „teteje" ott van, ahol a maghasadás során a két hasadványmag még éppen érintkezik. Ez a potenciálgát a *hasadási gát*. Természetesen, a hasadási gát „belülről" is gát, és ez az, ami megakadályozza azt, hogy egy atommag spontán gyorsan széthasadjon, hiába járna a folyamat végül nettó energiafelszabadulással.

Vizsgáljuk meg, hogy egy atommagnál milyen feltétel mellett alakulhat ki egyáltalán hasadási gát. A maghasadás nyilván az alapállapotú atommag kis deformációjával kezdődik. Jelöljük a deformációs paramétert $\epsilon$-al, és szorítkozzunk $\epsilon \ll 1$ kis deformációkra. Feltételezzük, hogy az alakváltozás kis kvadrupólus deformációval indul, azaz a kezdetben gömb alakú atommag enyhén megnyúlt, forgási ellipszoid alakot vesz fel (lásd korábban, 1.9 ábra). A mag három féltengelyének hossza a következőképpen fejezhető




8.2. ábra. Nukleáris és Coulomb-potenciál maghasadáskor

ki az $\epsilon$ deformációs paraméterrel, és a mag eredeti $R_0$ sugarával:

$$R_z = R_0 \left(1 + \frac{2}{3}\epsilon\right) \tag{8.5}$$

$$R_x = R_y = R_0 \left(1 - \frac{1}{3}\epsilon\right) \tag{8.6}$$

Azaz a mag a z-tengely mentén megnyúlik, arra merőlegesen viszont mindkét irányban lecsökken a mérete. Ilyen választás mellett a mag térfogata $\epsilon$-ban első rendig változatlan marad (az atommag anyaga első közelítésben nem nyomódik össze).

A deformációhoz szükséges energiát a 2.1 fejezetben megismert Weizsäcker-féle félempirikus kötési energia formula alapján becsülhetjük meg. Mivel az atommag anyagát összenyomhatatlannak tételezzük fel, azaz a deformáció során a mag térfogata állandó marad, ezért a kötési energia formulában a térfogati energia tag nem változik. A deformáció nyilván nem érinti a mag összetételét, ezért mind az aszimmetria-tag, mind pedig a pár-energia tag állandó marad. A deformáció során azonban változik – megnő – a felületi energia tag, hiszen a deformált mag felülete nagyobb, és változik a Coulomb-energia tag is – csökken –, hiszen a deformációval a protonok átlagos távolsága nagyobb lesz. Kis deformációknál feltehetjük, hogy ezek a változások a deformációs paraméterrel lineáris kapcsolat szerint változnak (a sorfejtésben megállunk a lineáris tagnál). Más szóval az energiaváltozás a deformáció hatására:

$$\Delta E = \left(e_F A^{\frac{2}{3}}\right) a_F \cdot \epsilon - \left(e_c \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}}\right) a_C \cdot \epsilon \tag{8.7}$$

Itt $a_F$, illetve $a_C$ az arányossági tényezők a sorfejtésekben. Pontos számítások szerint $a_F = 0,025$ és $a_C = 0,012$. Érdekes, hogy az energiaváltozás két, egymással ellentétes irányba ható hatás eredményeként adódik. Ez azt jelenti, hogy az egyes tagok abszolút értékétől függően az energiaváltozás lehet pozitív, de lehet negatív is. Ha már kis deformációkra is $\Delta E < 0$, akkor a maghasadás azonnal el tud indulni, hiszen nincs hasadási gát. Ilyenkor azonnali *spontán hasadás* következik be. Ennek a feltétele tehát

$$e_F A^{\frac{2}{3}} \cdot 0,025 \leq e_C \frac{Z^2}{A^{\frac{1}{3}}} \cdot 0,012. \tag{8.8}$$

Ebből átrendezéssel azt kapjuk, hogy :

$$\frac{Z^2}{A} \geq \frac{0,025 \cdot e_F}{0,012 \cdot e_C} \approx 54 \tag{8.9}$$

A nagy atommagok tartományában $\frac{Z}{A} \approx 0,39$ (pl. az $^{235}$U-ra 92/235=0,391), és ezt behelyettesítve azt kapjuk, hogy $Z > 136$ esetén már nem lehet semmilyen hasadási gát, az ilyen atommagok már létre sem jöhetnek. A Periódusos Rendszernek a spontán maghasadás szabja meg a végét. Valójában a Periódusos Rendszernek már valahol $Z$=110 és $Z$=120 között vége szakad. Ekkor ugyan még létezik hasadási gát, de már olyan alacsony, hogy az atommag alagúteffektussal a másodperc töredéke alatt el tud hasadni.

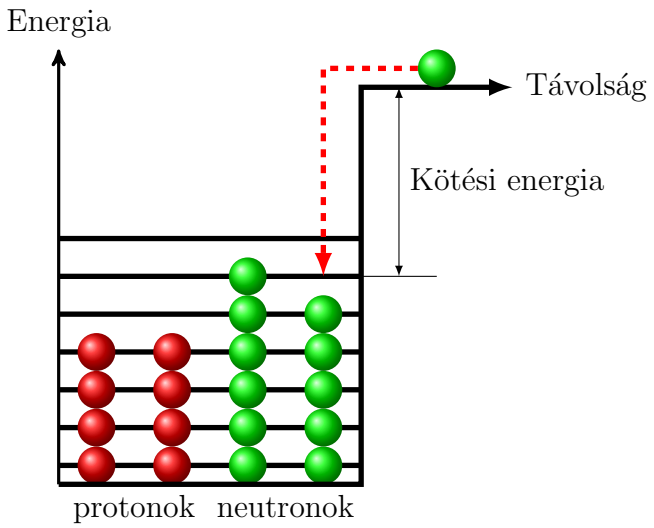
Az uránmag esetén a hasadási gát még elég magas, kb. 7-8 MeV. Ennyit „be kell fektessünk", hogy átemeljük az atommagot a magas potenciálgáton, de ezt a befektetett energiát bőségesen visszakapjuk: a hasadás során kb. 25-30-szer ekkora energia válik szabaddá.

Alagúteffektussal az uránmag ez alatt a magas potenciálgát alatt csak roppant kis valószínűséggel tud áthaladni - az urán spontán maghasadása kétmilliószor ritkább, mint alfa-bomlása, pedig ez utóbbi sem gyakori.

Vannak persze a 92-es rendszámú uránnál is nehezebb, mesterségesen előállított atommagok (*transzuránok*). Minél nagyobb a rendszám és a tömegszám, annál alacsonyabb lesz a hasadási gát. A 103 rendszámú kurcsatoviumnál a bomlás már elsősorban maghasadással történik, a felezési idő mindössze egy másodperc.

### 8.1.2. Neutronokkal létrehozott maghasadás

Az előző szakaszban láttuk, hogy az urán környékén a hasadási gát elég magas, 7-8 MeV körül van. Felvetődik a kérdés, hogy hogyan tud akkor egy termikus neutron az $^{235}$U-ban maghasadást létrehozni, hiszen a termikus energia sok nagyságrenddel kisebb (szobahőmérsékleten $\approx$ 0,025 eV). A megoldás a neutron kötési energiájában rejlik (lásd 8.3 ábra). Látható, hogy amikor egy neutron befogódik az atommagba, a nukleáris vonzás miatt a neutron kötési energiája „felszabadul", illetve átadódik a magnak. Ez sok




8.3. ábra. Neutron befogásakor felszabadul a neutron kötési energiája

nagyságrenddel nagyobb lehet, mint a neutron (hőmozgásából eredő) mozgási energiája. Ez a kötési energia már elegendő lehet arra, hogy az atommagot átsegítse a hasadási gáton.

Felvetődik egy másik kérdés is: nem várható, hogy a hasadási gát lényegesen különböző magasságú legyen a $^{235}$U és a $^{238}$U esetén. Mi az oka mégis annak, hogy lassú, termikus neutronok hatására a $^{235}$U el tud hasadni, a $^{238}$U pedig nem?

A válasz a pár-energiában rejlik. Az $^{235}_{92}$U+n$\rightarrow^{236}_{92}$ U$^*$ atommag-reakcióban páratlan-páros atommagból páros-páros atommag keletkezik, ami erősebben kötött. Ezért ebben a reakcióban a pár-energia hozzáadódik a neutron pár-energia nélkül számított kötési energiájához. A $^{238}_{92}$U+n$\rightarrow^{239}_{92}$ U$^*$ reakció esetén éppen fordított a helyzet. Itt erősebben kötött, páros-páros atommagból keletkezik egy gyengébben kötött, páratlan-páros atommag. Itt tehát a pár-energia levonódik a neutron pár-energia nélkül számított kötési energiájából. Az $^{235}$U-nál emiatt a pár-energia kétszeresével több energia jut az atommagnak a neutron befogódása után, mint az $^{238}$U-nál. Az energiaviszonyok olyanok, hogy az egyik esetben elegendő az energia a hasadási gáton való átjuttatáshoz, a másik esetben viszont éppen nem. Az $^{238}$U-nál a maghasadás küszöbreakció, csak kb. 1 MeV-nél nagyobb energiájú neutronok képesek maghasadást létrehozni.

Hasonló a helyzet a többi, urán környékén lévő nehéz elemnél is (pl. transzuránoknál): a páratlan-páros atommagok (pl. $^{239}_{94}$Pu) lassú neutronok hatására is hasadóképesek, a páros-páros atommagok viszont (pl. $^{240}_{94}$Pu) kisebb-nagyobb energiaküszöbbel rendelkeznek.

### 8.1.3. A maghasadásban felszabaduló energia térbeli és időbeli megoszlása

A gyakorlati felhasználás szempontjából nagyon fontos, hogy a hasadáskor felszabaduló energia milyen komponensekből áll, és térben hol, ill. időben mikor jelenik meg. A 8.1 táblázat összefoglalja a különböző komponensek arányát és tulajdonságait arra az esetre, amikor a maghasadás egy atomreaktor üzemanyagpálcájában következik be, amelyet hűtőközeg (víz) vesz körül.

8.1. táblázat. Maghasadás során felszabaduló energia megoszlása

| Leírás | Értéke | Aránya | Térben | Időben |
|---|---|---|---|---|
| Hasadványok kinetikus energiája | 168 MeV | 82% | üzemanyagban | azonnal |
| Hasadási neutronok által elvitt energia | 5 MeV | 2,4% | hosszú hatótávolság | azonnal |
| Prompt $\gamma$-fotonok által elvitt energia | 7 MeV | 3,4 % | hosszú hatótávolság | azonnal |
| Hasadási termékek $\beta$-részecskéi által elvitt energia | 8 MeV | 3,9% | közepes hatótáv | később |
| Hasadási termékek $\gamma$-sugárzása által elvitt energia | 7 MeV | 3,4 % | hosszú hatótávolság | később |
| Hasadási termékek $\beta$-bomlásakor keletkezett antineutrínók által elvitt energia | 10 MeV | 4,9% | nagyon messze | később |

Az antineutrínók által elvitt energiát nyugodtan elfelejthetjük, hiszen nincs arra mód, hogy azokat bárhogyan is hasznosítani tudjuk. Nem ez a helyzet a hasadási termékek béta-bomlásakor kibocsátott elektronok, illetve gamma-fotonok energiájával. Ezek ugyan közepes, ill. hosszú hatótávolságúak, ám az energiájuk nagy részét a hűtőközegben, és/vagy a reaktortartályban fogják leadni, azaz azt melegítik. Fontos, hogy ezek már korábban megtörtént maghasadások kísérőjelenségei, azaz időben jóval a maghasadás *után* jelentkeznek. Összességében ezek a maghasadáskor felszabaduló energiának 3,9+3,4 = 7,3 %-át jelentik. Egy 3000 MW hőteljesítményű atomreaktorban ez a 7,3 % igen nagy, 219 MW hőteljesítményt jelent! A korábbi maghasadások következtében létrejött radioaktivitás ennyivel fűti a reaktort még azután is, hogy a láncreakció (a maghasadás) leállt! Emiatt roppant fontos, hogy egy atomreaktorban még a láncreakció leállítása után se maradjon ki az üzemanyag hűtése, hiszen ezt a radioaktivitást nem lehet „leállítani”. Természetesen, a radioaktív bomlás miatt ez a fűtési teljesítmény csökken. Eleinte rohamosan (hiszen a rövid felezési idejű, legnagyobb aktivitású izotópok hamar elbomlanak), később egyre lassabban. A kiégett fűtőelemeket ezért még évekig folyamatosan hűteni kell.

## 8.2. Hasadási neutronok

Az atommagok energiafelületének vizsgálatakor láttuk, hogy a stabil nehéz atommagok több neutront tartalmaznak, mint protont (ld. 2.7 ábra). A neutron/proton arány folyamatosan nő a rendszám növekedésével. Maghasadáskor az anyag hirtelen „nagyot ugrik", a nehéz atommagoktól a középnehéz atommagokig. Ez azt jelenti, hogy a keletkezett hasadványok a protonszámukhoz képest túl sok neutront tartalmaznak. Például: a $^{238}$U uránatommag két egyenlő részre hasadásakor két $^{119}$Pd atommag kellene keletkezzen. A palládiumnak a legnagyobb tömegszámú stabil izotópja is csak 110-es tömegszámú. Ezért a keletkezett két hasadványban összesen 18 db neutronnal van több, mint kellene. A neutronfelesleg egy részétől a hasadványok azonnali neutron-kibocsátással szabadulnak meg, a másik részét pedig negatív béta-bomlások sorozatával protonokká alakítják, és így állítják be az optimális neutron/proton arányt. Most két dolgot is megértettünk:

- Maghasadáskor szükségszerű, hogy neutronok váljanak szabaddá
- A hasadványok erősen radioaktív atommagok, amelyek sok negatív béta-bomlás után érik csak el az az adott izobáron a stabilitási görbét.

A maghasadáskor kibocsátott neutronok két fontos csoportra oszthatók: a prompt neutronokra, és a késő neutronokra.

### 8.2.1. Prompt neutronok

Prompt neutronoknak azokat a neutronokat nevezzük, amelyek lényegében a maghasadás pillanatában (vagy azt követő nagyon rövid idő alatt) keletkeznek. A maghasadáskor keletkező neutronok döntő hányada ilyen. A prompt neutronok *energiaeloszlását* az úgynevezett Watt-spektrum jól leírja:

$$N(E) \approx 0,484 \cdot e^{-\frac{E}{E_0}} \cdot \sinh \sqrt{2\frac{E}{E_0}}, \tag{8.10}$$

ahol $E_0 \approx 1$ MeV.

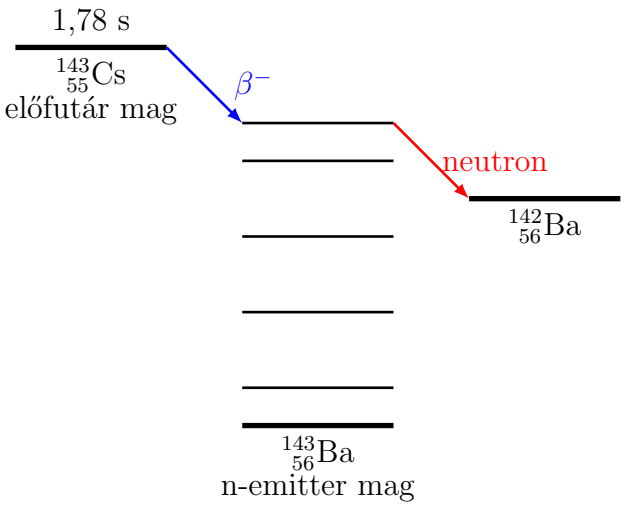
A kibocsátott neutronok *száma* véletlenszerűen ingadozik a várható érték körül. Az eloszlás félérték-szélessége lényegében független a hasadó izotóptól: FWHM $\approx$ 2,5. A várható érték azonban függ a hasadóanyagtól, és a maghasadást létrehozó neutronok energiájától is. Termikus neutronokkal $^{235}$U üzemanyagon létrehozott hasadásnál a kibocsátott neutronok számának várható értéke: $\bar{\nu} = 2,43$.

### 8.2.2. Késő neutronok

A maghasadásnál keletkező neutronok másik kategóriája a késő neutronok. Jóllehet ezek az összes neutronszámnak csak igen kis hányadát képviselik, egy reaktor irányításában

mégis döntő jelentőségük van. Keletkezésük a maghasadást követően, csak később történik, innen van az elnevezésük is.

A maghasadás véletlenszerű folyamat. Ritkán előfordul, hogy olyan hasadványok keletkeznek (előfutár vagy prekurzor atommagok), amelyek radioaktív béta-bomlása után a leánymag olyan magasan gerjesztett állapotban keletkezik (neutron emitter mag), hogy onnan már egy neutron kibocsátása is lehetséges energetikailag. Az így kibocsátott neutron nem azonnal jelenik meg a maghasadást követően, hanem az előfutár mag felezési idejének megfelelő időkéséssel. Ez egyes esetekben akár több másodpercet is jelenthet. A 8.4 ábra egy ilyen neutron kibocsátást mutat be példaként (felezési idő 1,78 s). Természetesen, ez csak egy példa, nagyon sok hasonló bomlási lánc van a hasadványok




8.4. ábra. Példa késő neutron kibocsátására

között, különböző felezési időkkel és különböző hozamokkal. Mivel a késő neutronoknak igen fontos szerepe van reaktor szabályozásában, ezért ezeket a folyamatokat a felezési idők szerint 6 csoportba szokták sorolni [17],[18],[19]. A 8.2 táblázat összefoglalja ennek a 6 csoportnak néhány tulajdonságát $^{235}$U termikus neutronokkal létrehozott maghasadása során.

Itt $E_n$ a csoport által kibocsátott neutronok átlagenergiája, $T_i$ az előfutár magok átlagos felezési ideje, $\beta_i$ a csoport „hozama” (a csoport neutronjainak aránya az összesen kibocsátott neutronok számához). A késő neutronok összesített aránya:

$$\beta = \frac{\text{késő neutronok}}{\text{összes neutron}} = \sum_i \beta_i = 0,65\%. \tag{8.11}$$

8.2. táblázat. Késő neutron csoportok paraméterei

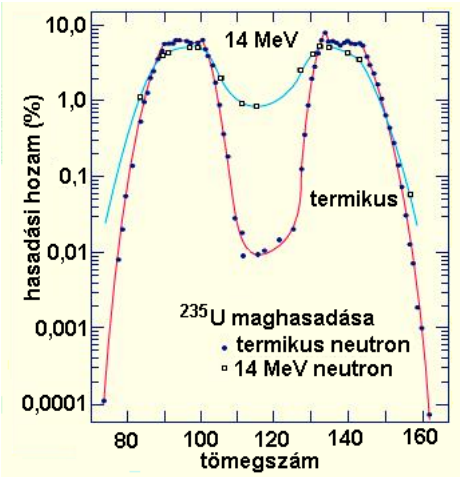
| | $E_n$ (MeV) | $T_i$ (s) | $\beta_i$ (%) | Tipikus előfutár mag |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,25 | 56 | 0,020 | $^{87}$Br, $^{142}$Cs |
| 2 | 0,56 | 23 | 0,143 | $^{88}$Br, $^{137}$I |
| 3 | 0,46 | 6,2 | 0,128 | $^{89}$Br, $^{138}$I |
| 4 | 0,62 | 2,3 | 0,255 | $^{94}$Kr, $^{139}$I, $^{143}$Cs |
| 5 | 0,42 | 0,6 | 0,074 | $^{140}$I, $^{145}$Cs |
| 6 | 0,51 | 0,2 | 0,030 | $^{87}$As, $^{143}$Xe |

A késő neutronok időbeli megjelenése a fentiek alapján:

$$N(t) = \sum_{i=1}^{6} \beta_i \cdot e^{-\ln 2 \frac{t}{T_i}} \tag{8.12}$$

## 8.3. A hasadványok tömegeloszlása

Az eddigiekben mindig azt feltételeztük, hogy az atommag két egyenlő részre hasad. A valóságban ez nincs így. A maghasadás ilyen tekintetben is véletlenszerű folyamat, nem minden uránatommag hasad szét ugyanolyan két hasadványra. Sok hasadási ese-




8.5. ábra. A hasadási termékek tömegeloszlása ([20] alapján)

ményt megvizsgálva azt kapjuk, hogy a hasadási termékek tömegszám szerinti eloszlása jellegzetes, két maximummal rendelkező görbét ad, ami azt mutatja, hogy a maghasadás általában aszimmetrikus folyamat (8.5 ábra). Felhívjuk a figyelmet arra, hogy az ábra függőleges tengelye logaritmikus, azaz a termikus neutronok hatására bekövetkező szimmetrikus hasadás kb. három nagyságrenddel (ezerszer) kevésbé valószínű, mint az aszimmetrikus! Ennek az oka mind a mai napig nincs minden részletre kiterjedően tisztázva, de általánosan elfogadott, hogy a héj-effektusoknak ebben fontos szerep jut. Az eloszlás jellegzetessége még a csúcsokban a páros-páratlan effektustól eredő „csipke", és a két maximum helye. A könnyű hasadványok csúcsa $A \approx 90$ körül van és kicsit változik a hasadó mag tömegszámával, a nehézé viszont állandó és $A \approx 132$. A nehéz csúcs helyének a hasadó rendszer tömegétől való függetlensége a $Z = 50$, $N = 82$ mágikus törzs szerepére utal.

A hasadványok tömegeloszlásának aszimmetriája függ a hasadó magtól, valamint attól is, hogy milyen energiájú volt az a neutron, amely a maghasadást létrehozta. Általános tendencia, hogy a szimmetrikus hasadás részaránya a nagyobb tömegszámú magokban egyre nagyobb lesz, valamint a hasadást kiváltó neutron energiájának növekedésével is nő. Az ábra alapján látszik, hogy például 14 MeV energiájú neutronokkal $^{235}$U-ban kiváltott maghasadások esetén a szimmetrikus hasadások részaránya sokkal nagyobb, mint a termikus neutronokkal kiváltott maghasadásnál. Még nagyobb energiáknál, vagy nagyobb rendszámú, transzurán elemeknél már a két maximum is eltűnik, és a szimmetrikus hasadásnál lévő egyetlen maximummal rendelkező görbe írja le a hasadási termékek tömegeloszlását.

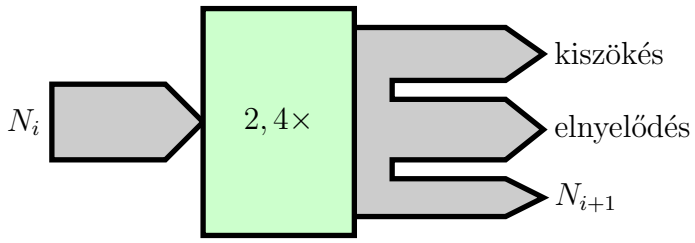
## 8.4. Láncreakció

A maghasadáson alapuló energiatermelés folyamatosságát, önfenntartó képességét az biztosítja, hogy a maghasadás során egynél több neutron keletkezik, emiatt a neutronos láncreakció megvalósítható. A neutronokon alapuló láncreakció ötlete SZILÁRD Leótól (1898-1964) származik.

### 8.4.1. Önfenntartó láncreakció feltétele, sokszorozási tényező

A láncreakció a neutronháztartáson alapul (8.6 ábra)

Jelöljük $N_i$-vel egy időpillanatban a hasadást létrehozó neutronoknak a számát. Minden hasadáskor átlagosan 2,4 neutron keletkezik, ezért a hasadás után 2,4-szer ennyi neutronunk lesz. A neutronok egy része kiszökhet a makroszkopikus hasadó anyagból (pl. urántömbből). Másik része befogódik ugyan, de nem hasít, hanem elnyelődik, pl. (n,$\gamma$) reakciót kelt. Ha inhomogén a rendszer, vagyis az urán mellett más anyag is van, akkor az is elnyelheti a neutront. De még tiszta $^{235}$U esetén is előfordulhat az, hogy a neutron befogódik, de a mag $\gamma$-bomlással szabadul meg a felesleges energiától, és nem hasad el.




8.6. ábra. Neutron háztartás

A maradék neutronok okozzák a „következő generációban” a maghasadásokat, a számuk tehát $N_{i+1}$. A folyamatok jellemzésére a következő mennyiségeket szokták használni:

- *effektív sokszorozási tényező*: két, egymást követő neutrongeneráció számosságának hányadosa: $k_{\text{eff}} = \dfrac{N_{i+1}}{N_i}$.
- *reaktivitás*: $\rho = \dfrac{k_{\text{eff}} - 1}{k_{\text{eff}}}$

A neutronsokszorozó rendszerek elnevezései:

| | | | |
|---|---|---|---|
| szubkritikus : | $k_{\text{eff}} < 1,$ | illetve $\rho < 0$ | (8.13) |
| kritikus : | $k_{\text{eff}} = 1,$ | illetve $\rho = 0$ | (8.14) |
| szuperkritikus : | $k_{\text{eff}} > 1,$ | illetve $\rho > 0$ | (8.15) |
| promptkritikus : | $k_{\text{eff}} > 1 + \tilde{\beta},$ | illetve $\rho > \tilde{\beta}$ | (8.16) |

Mivel $k_{\text{eff}}$ két, egymást követő neutron-generáció számosságának arányát jelöli, ezért a neutronok száma az $m$-ik generációban már $(k_{\text{eff}})^m$, azaz exponenciálisan növekszik (ha $k_{\text{eff}} > 1$). Ez a nukleáris láncreakció. Ha nem lennének visszaszabályozó folyamatok, akkor elvileg az összes rendelkezésre álló atommag elhasadna rövid idő alatt, ami hatalmas energiafelszabadulással járna. Ezt valósítják meg az atombombában. A keletkező energia magas hőmérsékletre hevíti, szétrobbantja az anyagot olyan darabokra, amelyekből már könnyen kiszöknek a neutronok, és a láncreakció leáll, még mielőtt az összes anyag „elfogyott” volna.

### 8.4.2. A láncreakció időbeli viselkedése

A láncreakció időbeli viselkedésének ismerete alapvető fontosságú az atomreaktorok szabályozásának szempontjából. Itt nincs lehetőségünk arra, hogy ezt részleteiben vizsgáljuk (ezzel a *reaktorfizika* tudománya foglalkozik részletesen), most csak egy nagyon elemi meggondolást ismertetünk.

Jelöljük $\Delta t = l$-el két, egymást követő neutrongeneráció között eltelt időt. Pontosabban megfogalmazva: az az *átlagos* idő, amely eltelik aközött, hogy egy neutron maghasadást hoz létre, és ebből a maghasadásból keletkezett neutron (a következő generáció) újabb maghasadást hoz létre. Ez alatt az idő alatt a neutron bolyong a rendszerben, ütközhet, lelassulhat stb. Ennek az időnek a hossza az adott összeállítástól (geometria, moderátor anyaga stb.) függ. Vízzel moderált atomreaktorok esetén prompt neutronokra nagyságrendileg $l \approx 10^{-4}$ s körül van. A *késő neutronokra* a generációs idő, természetesen, meghosszabbodik az előfutár mag bomlási idejével.

*Megjegyzés:* A meghosszabbodott generációs idő meghatározása nem ennyire egyszerű, azonban ennek részleteire itt nem térhetünk ki.

Induljunk ki az effektív sokszorozási tényező definíciójából: $k_{\text{eff}} = \dfrac{N_{i+1}}{N_i}$. Ezt azonosan átalakítva kapjuk:

$$\frac{\Delta N}{N_i} = \frac{N_{i+1} - N_i}{N_i} = k_{\text{eff}} - 1. \tag{8.17}$$

Osszuk el mindkét oldalt a neutronok generációs idejével, azaz $\Delta t = l$-el, és szorozzunk át $N_i$-vel!

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{k_{\text{eff}} - 1}{l} \cdot N_i \tag{8.18}$$

Ha itt végrehajtjuk a $\Delta t \to 0$, és $N_i \to N(t)$ átmenetet, kapjuk

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{k_{\text{eff}} - 1}{l}\right) \cdot N(t) \tag{8.19}$$

Látható, hogy egy egyszerű elsőrendű lineáris differenciál egyenletet kaptunk. Ennek a megoldását azonnal felírhatjuk:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{\dfrac{k_{\text{eff}} - 1}{l} t} \tag{8.20}$$

Eredményünk szerint a láncreakció időfejlődése mindig exponenciális. Szuperkritikus rendszereknél ($k_{\text{eff}} > 1$) exponenciálisan növekszik, hiszen a kitevő pozitív lesz, szubkritikus rendszereknél ($k_{\text{eff}} < 1$) pedig exponenciálisan csökken a negatív kitevő miatt.

### 8.4.3. A késő neutronok szerepe

Vegyünk egy egyszerű példát. Tegyük fel, hogy a reaktort el akarjuk indítani. Ehhez nyilván $k_{\text{eff}} > 1$-et kell beállítani, hiszen azt akarjuk, hogy a teljesítmény növekedjen. Tegyük fel, hogy sikerül nagyon közel maradnunk az egyhez, csak nagyon kicsivel, mindössze egy ezrelékkel haladjuk meg, azaz sikerül beállítani $k_{\text{eff}} = 1,001$-et. Mennyit fog változni a reaktor teljesítménye 1 s alatt?

Korábban említettük, hogy vízzel moderált reaktoroknál $l \approx 10^{-4}$ s. Ezeket az adatokat behelyettesítve a 8.20 képletbe kapjuk:

$$N(1\text{ s}) = N_0 \cdot e^{\left(\frac{1,001-1}{0,0001\text{ s}}\right)\cdot 1\text{ s}} = N_0 \cdot e^{10} \approx 22000 \cdot N_0 \tag{8.21}$$

Eredményünk szerint még az egyhez ilyen közel lévő $k_{\text{eff}}$ mellett is egy másodperc alatt a neutronszám – és ezzel a reaktor teljesítménye – kb. 22000-szeresére növekszik! Ez semmiféle műszaki beavatkozással nem tartható kézben! Hogyan lehetséges akkor mégis szabályozható láncreakciót létrehozni? Szerencsére a hasadási neutronok egy kis része – az $^{235}$U termikus neutronokkal bekövetkező hasadásánál a $\tilde{\beta} = 0,64\%$-a késő neutron. A késő neutronok generációs ideje viszont meghosszabbodik az előfutár magok esetleg több másodperces átlagos élettartama miatt!

A reaktorok szabályozhatóságát a késő neutronok teremtik meg! Úgy kell a reaktorokat építeni és üzemeltetni, hogy a csak prompt neutronokkal számolt $k_{\text{eff}}$ mindig 1 alatt maradjon! Ha a reaktor szuperkritikussá válna a prompt neutronokra vonatkozólag (*prompt-szuperkritikus* állapot), akkor a reaktor megszaladna, szabályozhatatlanná válna. Ezt mindenképpen el kell kerülni! Ezért a neutronsokszorozási tényezőre minden üzemállapotban fenn kell állnia a következő korlátnak:

$$k_{\text{eff}} < 1 + \tilde{\beta}, \tag{8.22}$$

azaz a fent említett esetben ($^{235}$U termikus neutronokkal kiváltott maghasadása során) $k_{\text{eff}} < 1,0064$. A 8.22 egyenlőtlenséget az alábbi módon, a reaktivitás segítségével is megfogalmazhatjuk: $\rho < \tilde{\beta}$, azaz

$$\frac{\rho}{\tilde{\beta}} < 1 \tag{8.23}$$

Ennek alapján definiálják a reaktorfizikusok a reaktivitásnak a későneutron-hányadhoz viszonyított egységét, a dollárt (\$): 1 \$ a reaktivitás, ha $\frac{\rho}{\tilde{\beta}} = 1$. A dollárnak a tört részeit is használjuk. Például a reaktivitás 1 cent, ha $\frac{\rho}{\tilde{\beta}} = 0,01$.

### 8.4.4. A kritikussági feltétel megteremtésének lehetőségei

A 8.6 ábra szerint a következőket kell tenni ahhoz, hogy legyen esélyünk a kritikus állapot elérésére:

a) Csökkenteni kell a neutronok kiszökésének arányát,

b) csökkenteni kell a neutronok (hasadás nélküli) elnyelődésének arányát,

c) növelni kell a neutronok által okozott maghasadások arányát.

a) A neutronok a reaktorunk térfogatában (az üzemanyagban) keletkeznek, és a reaktor felületén szöknek ki. A kiszökés arányának a csökkentésére tehát csökkenteni kell a felület relatív arányát. Erre a reaktor méretének a növelésével van lehetőség. Kétszeresre növelve a lineáris méretet a térfogat nyolcszorosára, a felület azonban csak négyszeresére nő: a felület/térfogat aránya a felére csökken. Egy „végtelen" nagyságú reaktorban, természetesen, nincs kiszökés sem. Ezért, ha a másik két tényező viszonya olyan, hogy egy végtelen reaktorban megvalósítható az önfenntartó láncreakció, azaz $k_\infty > 1$ lehet, akkor létezik olyan véges méretű reaktor is, amelyben ezt meg lehet valósítani.

b) A neutronok (hasadás nélküli) elnyelődése több helyen is megtörténhet.

- Egyrészt megtörténhet magában a hasadóanyagban is. Ezt a hasadóanyag magfizikai tulajdonságai szabják meg, erre nincs sok befolyásunk. Nyilván az a jó hasadóanyag, amelynél a maghasadás hatáskeresztmetszete jóval nagyobb, mint a hasadás nélküli neutron-befogódás hatáskeresztmetszete. Erre vonatkozólag lásd korábban, a 9.1.1 pontban bevezetett $\alpha = \frac{\sigma_{\mathrm{th}}(n,\gamma)}{\sigma_{\mathrm{th}}(f)}$ paramétert.

- Megtörténhet a hasadóanyag mellett lévő egyéb anyagban. Ilyen szempontból különösen jelentős az $^{238}$U, mivel a természetes uránban igen nagy százalékban jelen van, és a lassú neutronokat hasadás nélkül fogja be. Különösen veszélyesek ilyen szempontból az epitermikus (termikus energiánál valamivel nagyobb energiájú) neutronok, mivel ott az $^{238}$U-nak igen nagy rezonanciái vannak. A maghasadásnál keletkezett nagy energiájú neutronok a termikus energiára történő lelassulásuk során „áthaladnak" ezen az energia-tartományon. Ha ilyenkor találkoznának $^{238}$U atommagokkal, azok igen nagy valószínűséggel befognák őket, és elvesznének a láncreakció szempontjából. Emiatt javasolta Szilárd Leó a reaktorok *inhomogén* felépítését, amikor a maghasadás és a neutron lassulás helyileg szét vannak választva. Az ilyen reaktorokban az üzemanyag vékony pálcákban van, amelyekből a gyors neutronok nagy része még a lassulás előtt kilép. A kilépett neutronok a pálcák közötti moderátorban ütköznek, bolyonganak, és termikus energiára lassulnak. A pálcák olyan távolságra vannak egymástól, hogy a közöttük lévő térben a neutronok nagy valószínűséggel már teljesen lelassuljanak, és csak így termikus energián találjanak vissza egy üzemanyagpálcába. Ilyen módon „kikerülik" azt, hogy akkor találkozzanak $^{238}$U atommagokkal, amikor éppen még csak a rezonancia-tartományig lassultak le.

  Egy másik módszer az $^{238}$U hatásának a csökkentésére a *dúsítás*, azaz az $^{235}$U részarányának megnövelése. Itt arról van szó, hogy különböző módszerekkel csökkentik az $^{238}$U részarányát az üzemanyagban, és ezáltal csökken a neutron-elnyelő képessége is. A természetes uránban 99,29% az $^{238}$U, és 0,71 % a $^{235}$U izotóp aránya. Normál (könnyű) vízzel moderált reaktoroknál az $^{235}$U arányát 3-5 %-ra megnövelik, és ez már elég arra, hogy létre lehessen hozni a láncreakciót.

- A reaktorban az üzemanyagon kívül, természetesen, vannak még egyéb anyagok is,

amelyek elnyelhetik a neutronokat. Ilyenek például a moderátor (amely nemcsak lassít, de bizonyos valószínűséggel el is nyel), a szerkezeti anyagok, és természetesen, a teljesítményszabályozó elemek, amelyeknek éppen az a dolga, hogy a neutronok elnyelésével szabályozzák a reaktor teljesítményét. A könnyűvíz mint moderátor, sajnos el is nyel neutronokat, ennek a kompenzálására kell ezekben a reaktorokban enyhén (3-5 %-ra) dúsított üzemanyagot használni, azaz az üzemanyagban megnövelni a $^{235}$U részarányát.

c) A maghasadás valószínűségének a növelése a neutronok energiájának a helyes megválasztásával történhet. Az $^{235}$U hasadási hatáskeresztmetszete a neutron-energia függvényében a kis energiák esetén $1/v$ alakú, ahol $v$ a neutron sebessége (lásd 7.5 ábra). Ez azt jelenti, hogy a lassú, kis energiájú neutronokra akár több nagyságrenddel is nagyobb lehet a hatáskeresztmetszet, mint nagy energiák esetén. Például az $^{235}$U átlagos hasadási hatáskeresztmetszete termikus neutronspektrumra mintegy 600 barn, míg a hasadásnál keletkező nagy energiás neutronok spektrumára csak század akkora, kb. 6 barn. Ezért van szükség igen magasan dúsított uránra az urán-alapú atomfegyvereknél, mivel ott a láncreakció elsősorban gyorsneutronokon alapul (lásd 8.3 táblázat). A reaktorokban pedig azért alkalmaznak moderátort, hogy a neutronokat lelassítsa, és így a maghasadás valószínűségét jelentősen megnövelje.

A 8.3 táblázatban összefoglaljuk, hogy milyen üzemanyaggal és milyen moderátorral lehet megvalósítani az önfenntartó láncreakciót.

8.3. táblázat. Önfenntartó láncreakció megvalósításának lehetőségei

| **Üzemanyag dúsítása** | **Moderátor** | **Példa** |
|---|---|---|
| Természetes urán | nehézvíz, grafit | chicagói reaktor,<br>RBMK, CANDU reaktorok |
| 3-5 % dúsított urán | könnyűvíz | Nyomottvizes (PWR) vagy<br>forralóvizes (BWR) reaktorok |
| $>$ 40% dúsított urán<br>(tipikusan $>$ 90%) | moderátor nélkül is | atomfegyver |

### 8.4.5. Moderátor jellemzői

A neutronok lassítására használt anyagokat moderátoroknak nevezzük. Ahhoz, hogy megértsük, hogy milyen anyagok jó moderátorok, emlékezzünk arra, hogy a neutronok csak az anyagban ritkán lévő atommagokkal lépnek kölcsönhatásba, az anyagot kitöltő elektronokkal nem (lásd 5.2.2 fejezet). Ezért ahhoz, hogy egy anyag a neutronokat a láncreakció szempontjából hatékonyan tudja lassítani, a következőknek kell teljesülni:

a) A moderátor anyagában lehetőleg sűrűn legyenek az atommagok (hogy sok lehetősége legyen a neutronoknak ütközni). Ebből fakadó *követelmény*: a $\rho$ atommagsűrűség legyen nagy.

b) A neutronok nagy valószínűséggel kell ütközzenek az illető anyag atommagjaival. *Követelmény*:a $\sigma_s$ neutronszórási hatáskeresztmetszet legyen nagy.

c) A neutronokat kis valószínűséggel nyeljék el az atommagok, hiszen egyébként elvesznének a láncreakció szempontjából. *Követelmény*: a $\sigma_a$ neutronelnyelési (abszorpciós) hatáskeresztmetszet legyen kicsi.

d) Egy ütközésben lehetőleg energiájuk minél nagyobb hányadát veszítsék el a neutronok, hogy kevés ütközés kelljen a lelassuláshoz. Követelmény: $\frac{E}{\tilde{E}}$ legyen nagy. Itt $E$, ill. $\tilde{E}$ a neutron energiája ütközés előtt, ill. ütközés után.

Az a) feltételt beolvaszthatjuk a b) és c) feltételekbe a makroszkopikus hatáskeresztmetszetek (lásd 7.2.2 fejezet) segítségével, hiszen a makroszkopikus hatáskeresztmetszetekben már szerepel az atommagsűrűség: $\Sigma_s = \rho\sigma_s$ és $\Sigma_a = \rho\sigma_a$. A $\frac{E}{\tilde{E}}$ hányados helyett ennek a logaritmusát szokás bevezetni:

$$\xi = \overline{\ln\left(\frac{E}{\tilde{E}}\right)}. \tag{8.24}$$

Még rugalmas ütközésnél is sokféle energiaváltozás következhet be a szórási szögtől függően. Ezekre átlagolni kell, a megvalósulás valószínűségét is figyelembe véve. Ezt az átlagolást jelzi a felülvonás. Megmutatható ([24]), hogy $A$ tömegszámú atommaggal történő rugalmas ütközések során

$$\xi = 1 + \frac{\alpha}{1-\alpha}\ln\alpha \tag{8.25}$$

ahol $\alpha = \left(\frac{A-1}{A+1}\right)^2$.

Ezek alapján tehát egy moderátoranyag „jóságát" a következő mennyiséggel – az ún. moderálási jósággal (*moderating power* az angol nyelvű szakirodalomban) – lehet jellemezni ([23]): $\xi\frac{\Sigma_s}{\Sigma_a}$. A 8.4 táblázat mutatja ennek a mennyiségnek az értékét néhány anyagra vonatkozóan([22]).

### Néhány moderátor anyag

*Hidrogén*

8.4. táblázat. Néhány anyag moderálási jósága

| Anyag | $\xi\frac{\Sigma_s}{\Sigma_a}$ |
|---|---|
| $H_2O$ | 62 |
| $D_2O$ | 5860 |
| $^{9}Be$ | 138 |
| $^{12}C$ | 166 |
| $^{238}U$ | 0,011 |

A neutron egyetlen ütközésben is teljesen le tudna lassulni, ha $A = 1$ tömegszámú atommaggal (protonnal) rugalmasan és egyenesen (frontálisan) ütközik (lásd 8.1. feladat). Nagyon alacsony hőmérsékleteket kivéve azonban a hidrogén gáz halmazállapotú, ezért a sűrűsége kicsi, nem felel meg a fenti a) kritériumnak. Atomreaktorokban a láncreakció befolyásolására nem lehet hidrogén moderátort használni. Egyes neutronfizikai kísérletek céljára azonban ténylegesen használnak folyékony hidrogént igen kis energiájú neutron-nyalábok előállítására. Ilyen „hideg-neutron" nyalábot állítanak elő például Csillebércen a Budapesti Kutatóreaktorban folyékony hidrogén céltárggyal.

*Hélium*

A Periódusos Rendszer második eleme, kétszer mágikus atommag. Jóllehet könnyű elem, de több szempontból sem felel meg moderátornak. Egyrészt nemesgáz, és csak nagyon alacsony hőmérsékleten cseppfolyósítható, másrészt pedig igen kicsiny a neutronszórás hatáskeresztmetszete is. Egyes magas hőmérsékletű reaktorokban hűtőgázként használják, de moderátorként nem használható.

*A víz*

Hidrogén nagy mennyiségben a vízben is megtalálható, ahol a protonok már sokkal nagyobb sűrűségben vannak, mint a hidrogén gázban. A víz tehát megfelel az a) kritériumnak. Megfelel a b) és a d) kritériumoknak is. A vízben még a protonokon kívül található oxigén atomok nem „zavarnak" be, mivel az oxigén kétszer mágikus atommag, ezért szinte egyáltalán nem nyeli el a neutronokat. Sajnos, a c) kritériumnak azonban a hidrogén csak mérsékelten felel meg, mert a neutron-befogási hatáskeresztmetszete nem túlzottan kicsi. A neutronokat befogva a protonok deuteronná tudnak alakulni. Ez az oka annak, hogy a 8.4 táblázatban a víznél található szám a többi, jó moderátorhoz képest eléggé kicsiny. Emiatt a közönséges víz természetes urán üzemanyagú rendszerekben nem használható moderátorként. A protonok neutron-befogását az üzemanyag dúsításának növelésével lehet ellensúlyozni. A víz-moderátoros reaktorok csak 3-5%-ra feldúsított urán üzemanyaggal működnek.

*A nehézvíz*

Az $A = 1$ tömegszámú proton után a legkisebb tömegszámú atommag az $A = 2$

tömegszámú deuteron. Mivel ez is a hidrogén egyik izotópja, rá ugyanaz az érvelés vonatkozik, mint a hidrogén gázra: csak folyadék formájában – nehézvízként – használhatjuk moderálási célokra. A nehézvíznél – a könnyűvízhez hasonlóan – az oxigén csak igen kis hatást fejt ki, amelyet első közelítésben elhanyagolhatunk. A deuteron a d) kritérium szempontjából rosszabb, mint a proton, sőt, még a b) kritérium szempontjából is rosszabb, mert kisebb a szórási hatáskeresztmetszete. A protoné $\approx 82$ barn, a deuteroné pedig csak $\approx 7,64$ barn. Viszont az elnyelés szempontjából sokkal-sokkal jobb, mint a proton: a deuteron neutron-elnyelési hatáskeresztmetszete mindössze 0,000519 barn, míg a protoné mintegy 640-szer akkora: 0,3326 (az adatok származási helye: [21]). Ez okozza, hogy a 8.4 táblázatban felsoroltak között a nehézvíz moderálási jósága kiugróan a legnagyobb.

*A berillium*

A berillium erősen mérgező drága fém, emiatt moderátorként csak speciális esetekben használják, bár moderálási jósága majdnem olyan jó, mint a széné.

*A szén (tiszta grafit)*

A $^{12}$C atommag sok szempontból három alfa-részecske kötött állapotaként viselkedik. Ez a magfizikai oka annak is, hogy a neutronbefogási hatáskeresztmetszete kicsiny. A kis $\Sigma_a$-nak köszönhető, hogy annak ellenére magas a moderálási jósága, hogy már nem a legkönnyebb atommagok közé tartozik, és emiatt a $\xi$ értéke eléggé alacsony. Ez azonban csak az egészen tiszta, szennyezőktől mentes – úgynevezett *reaktortisztaságú* – grafitra igaz. Ha a grafitban maradnak szennyeződések, akkor azok neutronabszorpciós hatása lerontja az anyag moderálási jóságát. A Második Világháborúban, amikor folyt a verseny az atomenergia felszabadításáért, Németországban a grafitot alkalmatlannak ítélték arra, hogy vele természetes uránnal láncreakciót lehessen létrehozni. A németek a méréseket valószínűleg nem eléggé tiszta grafiton végezték. Az Egyesült Államokban ezzel szemben a grafitot alkalmasnak találták, és ez vezetett a történelem első atommáglyájának a sikeres megépítéséhez. A chicagói Fermi-Szilárd atomreaktor moderátora tiszta grafit volt, üzemanyaga pedig természetes urán. Ezt követően az első atomreaktorok moderátoranyaga grafit volt, mind az Egyesült Államokban, Angliában és a Szovjetunióban is. A grafitmoderátor diadalútja az 1950-es években ért véget, amikor a TELLER Ede (1908-2003) által vezetett amerikai reaktorbiztonsági bizottság rájött, hogy a grafitmoderátoros és vízhűtésű reaktorok komoly biztonsági kockázatot jelentenek. Ezt követően a nyugati világban leállították az ilyen típusú reaktorokat, a Szovjetunióban azonban tovább üzemeltették. Ilyen típusú reaktorban következett be a történelem eddigi legsúlyosabb reaktorbalesete 1986-ban, Csernobilban. A baleset sok oka között szerepelt az a hatás is, amire a Teller-vezette bizottság hívta fel a figyelmet csaknem három évtizeddel korábban.

### 8.4.6. A reaktor elindítása, az exponenciális kísérlet

A 8.4.3 szakaszban láttuk, hogy ahhoz, hogy a reaktort biztonságosan lehessen üzemeltetni, nem szabad túllépni a $k_{\text{eff}} = 1,0064$ határt. Ugyanakkor az elindításhoz szükséges a $k_{\text{eff}} > 1$ létrejötte. Az indításhoz tehát gondoskodni kell arról, hogy $1 < k_{\text{eff}} < 1,0064$ legyen. Felvetődik a kérdés, hogy ha a $k_{\text{eff}}$-nek ilyen szűk tartományban szabad csak lennie, akkor hogyan lehet egyáltalán biztonságosan elindítani egy reaktort? Ez a kérdés joggal felvetődhetett már a történelem első atommáglyájának az indításánál is, a Fermi-Szilárd chicagói atommáglya (1942. december 2.) indításakor. Annál az atommáglyánál grafit-téglákat használtak moderátornak, és fém-uránt üzemanyagnak.

Amikor elkezdjük építeni a rendszert, akkor még biztosan $k_{\text{eff}} < 1$ (sőt kezdetben $k_{\text{eff}} = 0$), viszont ahogy egyre nagyobb lesz a reaktor, a sokszorozási tényező fokozatosan nő, hiszen a felületen kiszökő neutronok relatív súlya csökken. A kérdés tulajdonképpen az, hogy honnan tudjuk, hogy mikor elég? Mikor érjük el a $k_{\text{eff}} = 1$-et, hiszen amíg $k_{\text{eff}} < 1$ addig nincs növekvő láncreakció, és ha lenne is kezdeti neutron, annak a száma gyorsan, exponenciálisan lecsökkenne, eltűnne a 8.20 képlet alapján.

A biztonságos indításhoz ismernünk kell rendszer sokszorozási tényezőjét, akkor is, amikor még szubkritikus a rendszer. Ha ismerjük, akkor nyomon tudjuk követni, hogy milyen közel járunk már a kritikus állapothoz, és óvatosan tudjuk azt megközelíteni. A sokszorozási tényező mérésére több módszer ismeretes, itt csak azt a módszert ismertetjük, amelyet a chicagói atommáglya indításakor is alkalmaztak. A módszer ötlete SZILÁRD Leótól (1898-1964) származik.

Induljunk ki ismét a sokszorozó rendszerre érvényes $N_{i+1} = k_{\text{eff}} \cdot N_i$ egyenletből! Korábban ebben az egyenletben szereplő $N$ mennyiségek az éppen maghasadást okozó neutronokat jelölték. A láncreakció szempontjából ugyanilyen összefüggés áll fenn, természetesen, a neutron-ciklus bármely fázisában lévő neutronokra is – például a (maghasadás során) *keletkezett* neutronokra is! Tegyünk azonban be a reaktorba egy konstans $S$ intenzitású neutronforrást, amely tehát generációs időnként $S \cdot l$ neutront bocsát ki! (Itt az $l$ generációs idő a késő neutronok miatt meghosszabbodott átlagos generációs időt jelenti) Ekkor az $i+1$-ik generációban kibocsátott neutronok két részből tevődnek össze: egyrészt az előző generációból származó $k_{\text{eff}} \cdot N_i$, másrészt pedig a neutronforrásból származó, $S \cdot l$ neutron. Más szóval egy neutronforrás esetén az egyenletünk

$$N_{i+1} = k_{\text{eff}} \cdot N_i + S \cdot l \tag{8.26}$$

alakú lesz. Ebből a fentiekhez hasonló módon a következő differenciál-egyenlethez jutunk:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \left( \frac{k_{\text{eff}} - 1}{l} \right) N(t) + S \tag{8.27}$$

Ennek a differenciál egyenletnek a megoldása $N(0) = 0$ kezdeti feltétellel a következő

(feltéve természetesen, hogy $k_{\text{eff}} \neq 1$:

$$N(t) = \frac{S \cdot l}{1 - k_{\text{eff}}} \left( 1 - e^{-\frac{1 - k_{\text{eff}}}{l} t} \right) \tag{8.28}$$

Látszik, hogy $k_{\text{eff}} < 1$ esetén az exponenciális miatt a zárójel második tagja idővel eltűnik, és a neutronszám „beáll" egy konstans, egyensúlyi értékre:

$$N_{egy} = \frac{S \cdot l}{1 - k_{\text{eff}}} \tag{8.29}$$

Képzeljük el a következő mérést: mielőtt elkezdenénk a reaktor építését, egy neutrondetektorral megmérjük egy adott helyen (eléggé távol) a neutronsugárzás intenzitását. Ez nyilván arányos lesz a neutronforrás $S$ intenzitásával. $I_0 = \epsilon \cdot S \cdot t_m$. Itt $\epsilon$ a mérés teljes hatásfoka, és $t_m$ a mérési idő. Mivel ekkor még $k_{\text{eff}} = 0$, (hiszen még nem építettünk semmi neutronsokszorozó közeget), lényegében a 8.29 számlálójában lévő mennyiséggel arányos beütésszámot mérjük. Ez után elkezdjük építeni az atommáglyát. Egy idő után azt találjuk, hogy a neutrondetektorunk által mért intenzitás már a kezdeti intenzitás tízszerese, azaz $10I_0$. Feltételezve, hogy a neutrondetektálás hatásfoka nem változott, ez azt jelenti, hogy $\frac{1}{1 - k_{\text{eff}}} = 10$, és ebből $k_{\text{eff}} = 0,9$ következik. Ilyen módon tehát meg tudtuk mérni a $k_{\text{eff}}$-t! Ennek, és az előző lépésekben bekövetkezett változásoknak a segítségével már meg tudjuk mondani, hogy legfeljebb mennyit változtathatunk még a konfiguráción (mennyit építhetünk még hozzá), hogy biztonsággal ne lépjük túl a $k_{\text{eff}} = 1$ határt.

Ahogy lépésenként megközelítjük a kritikus állapotot, az egyensúlyi neutronszám egyre lassabban áll be, ahogy azt a 8.28 egyenlet mutatja, hiszen az exponenciális kitevője egyre kisebb lesz. Amikor pedig elérjük, illetve kicsit meghaladjuk a kritikus állapotot, a görbe alakja megváltozik: exponenciálisan növekvő görbébe megy át az egyensúly felé hajló görbéből. Ez mutatja, hogy most már $k_{\text{eff}} > 1$, azaz elértük az önfenntartó láncreakció állapotát. Ezért nevezik ezt *exponenciális kísérletnek*.

Ezen az elven közelítették meg, és érték el a kritikus állapotot a történelem első szabályozott láncreakciója megvalósításakor Chicagoban Enrico Fermi, Szilárd Leó és a többiek. De ezt a módszert használják azóta is, amikor egy új reaktort először helyeznek üzembe.

## 8.5. Feladatok

**Feladat 8.1..** (Mintafeladat) Bizonyítsuk be, hogy neutronok tökéletesen rugalmas, egyenes (frontális) ütközésekor $A$ tömegszámú atommagokkal: $\frac{\tilde{E}}{E} = \alpha = \left( \frac{A-1}{A+1} \right)^2$! Itt $E$ az ütközés előtti, $\tilde{E}$ pedig az ütközés utáni energiát jelöli.

**Megoldás 8.1.** A neutron tömege legyen $m$, az atommagé legyen $Am$, és feltesszük, hogy $Am \geq m$ (mint az minden atommagra teljesül). Feltesszük, hogy a moderátor atommagja áll kezdetben. Klasszikus (nem-relativisztikus) mechanikai képleteket használva a lendület megmaradása:

$$p = P_a - \tilde{p} \tag{8.30}$$

a lendületek abszolút értékeire (itt $\tilde{p}$ a szóródott neutron lendületének abszolút értéke). Az $Am \geq m$-ból következik, hogy a szóródott neutron lendületének ellentétes irányúnak kell lenni a kezdeti neutron lendületének irányával.

Mivel rugalmas szóródást tételezünk fel, a kinetikus energia is megmarad:

$$\frac{p^2}{2m} = \frac{P^2}{2Am} + \frac{\tilde{p}^2}{2m} \tag{8.31}$$

Egyszerűsítve $2m$-el a nevezőben kapjuk:

$$p^2 = \frac{P^2}{A} + \tilde{p}^2 \tag{8.32}$$

Ide behelyettesítve a lendület-megmaradás egyenletéből kapott $P = p + \tilde{p}$ összefüggést kapjuk:

$$p^2 = \frac{(p+\tilde{p})^2}{A} + \tilde{p}^2, \tag{8.33}$$

ami algebrai átalakítások után átírható

$$A = \left(1 + \frac{\tilde{p}}{p}\right)^2 + A\left(\frac{\tilde{p}}{p}\right)^2 \tag{8.34}$$

alakra. Vezessük be az $x = \dfrac{\tilde{p}}{p}$ változót, és ekkor erre a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$(A+1)\,x^2 + 2x + (1-A) = 0 \tag{8.35}$$

Ennek egyetlen fizikailag értelmes megoldása:

$$x = \frac{A-1}{A+1} \tag{8.36}$$

A neutron szóródás utáni, és kezdeti energiájának aránya:

$$\frac{\tilde{E}}{E} = \frac{\tilde{p}^2}{p^2} = \left(\frac{\tilde{p}}{p}\right)^2 = x^2 = \left(\frac{A-1}{A+2}\right)^2 \tag{8.37}$$

Innen látszik, hogy $A = 1$ esetén a neutron a rugalmas (egyenes) ütközés során teljesen elveszíti kezdeti mozgási energiáját (a kezdeti energia 100%-át). Minél nagyobb az $A$,

annál kisebb energiát veszít a neutron egyetlen ütközés során. $A = 2$ esetén ez a hányados már $\frac{1}{9} = 11,1\%$ (azaz ekkor a kezdeti energia mintegy 88,9%-át veszíti el), és $A = 12$ során pedig $\frac{121}{169} = 71,6\%$. Ekkor tehát egyetlen ütközésben a neutron az energiájának csak kb. 28,4%-át veszíti el.

A levezetésünk természetesen sok egyszerűsítést tartalmazott. Az egyik legkézenfekvőbb, hogy mindig egyenes (frontális), és tökéletesen rugalmas ütközést tételeztünk fel. A valóságban az ütközések általában nem egyenes ütközések, és a különböző hatáskeresztmetszetek (szórási ill. elnyelési) függnek az ütköző neutron energiájától is, azaz a lassulási folyamat során változnak. A másik feltételezésünk sem teljesül a valóságban, hiszen a moderátor atommagjai nem „állnak", hanem hőmozgást végeznek. Egyetlen ütközés leírásánál még megtehetjük azt, hogy olyan koordináta-rendszert választunk, amelyben a moderátor atommag áll, azonban egy közegben bolyongó és sokszor ütköző neutronok esetében nem választhatunk minden ütközésnél más és más koordináta-rendszert, ezeknek a lassulását egyetlen koordináta-rendszerben kell leírjuk. Ezek miatt a neutronok lassulását leíró elmélet – a lassulás-elmélet – jóval bonyolultabb, mint amit itt részletesen tárgyalhatunk. A neutronok lassulásának fő vonásait azonban már a fenti egyszerű megfontolásokból is megismerhettük.

**Feladat 8.2..** Egy atomreaktor erős antineutrínó-forrás. Ugyanakkor az atomreaktorból jövő neutrínók intenzitása sok nagyságrenddel kisebb, mint az antineutrínóké. Vajon miért van ez a lényeges különbség?

**Feladat 8.3..** (Országos Szilárd Leó Fizikaverseny, 2013. döntő, 6. feladat [25]) Termikus reaktorokban nagyon kis energiájú neutronok befogódása az $^{235}$U atommagba már maghasadást tud létrehozni a létrejött $^{236}$U atommagban. Mekkora energiájú $\gamma$-fotonokkal lehetne az $^{236}$U atommagot elhasítani?

**Adatok**: A neutron tömege: 1,008665 u, az $^{235}$U tömege: 235,043923 u, az $^{236}$U tömege: 236,045562 u, 1 u = 931,494 $\frac{\text{MeV}}{c^2}$.

## 8.6. Feladatok megoldása

**Megoldás 8.2.** A maghasadás során neutrongazdag atommagok keletkeznek, amelyek negatív $\beta$-bomlással tudják a proton-neutron arányt az optimális összetétel irányába változtatni. Negatív $\beta$-bomlás során viszont antineutrínók keletkeznek. Neutrínók pozitív $\beta$-bomlás (vagy elektronbefogás) során keletkeznének, ehhez viszont neutronszegény atommagok kellenének. Ilyenek is keletkeznek a szerkezeti anyagokból a nagy energiájú neutronok által okozott (n,2n) reakcióval, ám ezek mennyisége elhanyagolható a negatív $\beta$-bomló atommagokéhoz képest. Ennek két oka is van. Az egyik, hogy termikus reaktorokban az (n,2n) reakciót létrehozni képes nagy energiájú neutronok fluxusa több

nagyságrenddel kisebb, mint a termikus neutronoké, másrészt, hogy az (n,2n) reakció hatáskeresztmetszete is sokkal kisebb, mint a termikus neutronokra jellemző (n,$\gamma$) reakció, ill. (n,f) hasadási reakció hatáskeresztmetszete.

**Megoldás 8.3.** Az $^{236}$U atommagot a hasadási gáton kell átjuttatni, azaz a $\gamma$-fotontól is legalább akkora energiát kell kapjon az atommag, amekkorát a termikus neutron befogódásakor kap. A termikus neutron nem a mozgási energiáját adja, hanem befogódásakor a kötési energiája szabadul fel, és áll a $^{236}$U atommag rendelkezésére.

A $^{235}\mathrm{U} + \mathrm{n} \rightarrow ^{236}\mathrm{U} + Q$ reakció energiamérlege:

$$Q = \left[M\left(^{235}\mathrm{U}\right) + M(\mathrm{n}) - M\left(^{236}\mathrm{U}\right)\right] c^2. \tag{8.38}$$

A megadott adatokat behelyettesítve és a megadott átváltást felhasználva kapjuk:

$$Q = 0,00726\,[\mathrm{u}]\,c^2 \cdot 931,494\left[\frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{u}c^2}\right] = 6,545\ \mathrm{MeV}. \tag{8.39}$$

Tehát legalább ennyi energiát kell bevinni a $\gamma$-fotonnak is, hogy átemelje az atommagot a hasadási gáton.

A megoldás során elhanyagoltuk azt, hogy a $\gamma$-foton abszorpciójakor az atommag valamennyivel vissza is lökődik (a lendület-megmaradás miatt). A nagy magtömeg miatt azonban ez a visszalökődés csak nagyon kicsit szól bele az energia-mérlegbe:

$$E_{\mathrm{vissza}} = \frac{p^2}{2M} = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} = E_\gamma\left(\frac{E_\gamma}{2Mc^2}\right). \tag{8.40}$$

Innen látható, hogy az atommag a visszalökődés során az eredeti $\gamma$-foton energiájának csak igen kis töredékét képes átvenni.

# 9. fejezet

# Atomreaktorok

### Teljesítmény és hatásfok

Az atomreaktorokat sokféle szempont szerint lehet csoportosítani (felhasználási módjuk, üzemanyaguk, teljesítményük, moderátor anyaga, hűtőközeg anyaga stb.), ezekre itt nem térhetünk ki. A teljesítménnyel kapcsolatban csak annyit jegyzünk meg, hogy a felszabaduló energia mindenféle reaktornál elsődlegesen hő formájában szabadul fel, ezért minden reaktorra jellemző a $P_{\text{term}}$ *termikus teljesítmény*. Az energetikai reaktoroknál – amelyek villamos energiát állítanak elő – ezen kívül még a $P_{\text{el}}$ *elektromos teljesítmény* is lényeges paraméter, hiszen ez mutatja meg, hogy a reaktor (helyesebben az erőművi blokk) mekkora teljesítményt táplál be a villamos hálózatba. A két teljesítmény hányadosa az energiaátalakítás *hatásfoka*:

$$\eta = \frac{P_{\text{el}}}{P_{\text{term}}} < 1 \tag{9.1}$$

Pakson az energiaátalakítás hatásfoka 33-35% között mozog.

Az energiaátalakítás hatásfoka – a hőerőgépekhez hasonlóan – nem lehet nagyobb, mint a két hőtartály hőmérséklete által meghatározott termodinamikai Carnot-hatásfok:

$$\eta_{\text{C}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \tag{9.2}$$

Itt $T_1$ a magasabb hőmérsékletű hőtartály abszolút hőmérséklete (reaktoroknál ez lényegében az aktív zóna hőmérséklete), $T_2$ pedig az alacsonyabb hőmérsékletű hőtartály (lényegében a környezet) abszolút hőmérséklete. Ennek alapján nyilvánvaló, hogy a hatásfok növelése céljából a magasabb hőmérsékletű reaktorok előnyösebbek. A hőmérséklet emelésének azonban határt szabnak egyes anyagok (pl. a moderátor, hűtőközeg, üzemanyag, szerkezeti anyagok) viselkedése magas hőmérsékleten, valamint a jelenlegi technológiával ésszerűen és gazdaságosan megvalósítható műszaki megoldások. Világszerte kiterjedt kutatások folynak azonban új, a jelenlegieknél magasabb hőmérsékletű reaktortípusok kifejlesztése érdekében.

## 9.1. Nukleáris üzemanyagok

### 9.1.1. Hasadóképes és hasadóanyagok, szaporító anyagok

Az angol nyelvű szakirodalom megkülönbözteti azokat az atommagokat, amelyek neutronok hatására egyáltalán képesek elhasadni – ezeket *fissionable* izotópoknak hívja –, azoktól az izotópoktól, amelyek már lassú, termikus neutronok hatására is képesek elhasadni, és ezáltal nukleáris láncreakciót lehet velük létrehozni. Ez utóbbiak a *fissile* izotópok. A magyar szaknyelvben nincsenek általánosan elfogadott magyar szavak ezekre. Egyes helyeken az angol kifejezés „magyarított" változatát használják, és a fissile izotópokat *fisszilis*nek nevezik. Mi a továbbiakban *hasadóképesnek* hívjuk a „fissionable" kategóriába eső izotópokat, és *hasadóanyagnak* a „fissile" kategóriába esőket. Az $^{238}$U tehát hasadóképes (mivel nagy energiájú neutronok hatására elhasad), de nem hasadóanyag, mivel lassú, termikus neutronok hatására nem hasad el, vele nem lehet láncreakciót létrehozni.

Vannak olyan izotópok, amelyek maguk nem hasadóanyagok, de belőlük neutronok hatására hasadóanyag állítható elő. Az ilyen atommagokat az angol nyelvű szakirodalom *fertile* izotópoknak nevezi. Egyes szerzők ennek is a magyarított változatát használják, azaz fertilis izotópoknak hívják. Ez „szaporítót" jelent, mivel ezekből a meglévő hasadóanyagok mennyisége szaporítható. Mi a továbbiakban ezeket *szaporító anyagoknak* fogjuk nevezni. Ilyen izotóp például az $^{238}$U, mert abból neutronbefogással és azt követő két $\beta$-bomlással a $^{239}$Pu hasadóanyag állítható elő, de ilyen a $^{232}$Th is, mivel belőle ugyancsak neutronbefogást követő két $\beta$-bomlással a $^{233}$U keletkezik, ami már hasadóanyag.

Termikus reaktorok üzemanyagának készítésére a hosszú felezési idejű hasadóanyagok jönnek számításba. A korábbi megfontolások alapján ezekben a neutronok száma páratlan kell legyen (hogy a lassú neutron befogásakor a párenergia segítsen a hasadási gáton való átjutásban), viszont a protonok száma páros kell legyen (mivel a nagy tömegszámú páratlan-páratlan atommagok rövid felezési idejű béta-bomlásokkal hamar elbomlanak). Ezeknek alapján a termikus reaktorokban használható hasadóanyagok a következők: $^{233}$U, $^{235}$U, $^{239}$Pu, $^{241}$Pu. Ezeknek néhány tulajdonságát foglalja össze a 9.1 táblázat. A táblázatban $\sigma_{\mathrm{th}}(f)$ jelöli a termikus spektrumú neutronok hatására bekövetkező maghasadás átlagos hatáskeresztmetszetét, $\sigma_{\mathrm{th}}(n,\gamma)$ pedig ugyanilyen neutronspektrumban bekövetkező, hasadás nélküli, sugárzásos befogás – (n,$\gamma$) reakció – átlagos hatáskeresztmetszetét.

A táblázatból látható, hogy a természetben egyedül a $^{235}$U megtalálására van esélyünk, hiszen a többinek, sajnos, olyan rövid a felezési ideje, hogy a Föld keletkezése óta már biztosan elbomlottak. Ugyanakkor a $^{233}$U atomreaktorokban előállítható $^{232}$Th-ból, a $^{239}$Pu pedig $^{238}$U-ból neutronbefogással, és azt követő két $\beta$-bomlással (lásd később, 9.3.2 fejezet, „Gyorsneutronos, tenyésztő reaktorok"). Elvileg a $^{241}$Pu is előállítható $^{240}$Pu-ból neutronbefogással, de míg az előző kettőnél a kiindulási anyagok megtalálhatók a Földön (mivel elég hosszú a felezési idejük), ez utóbbinak a kiindulási anyaga is csak

9.1. táblázat. Hasadóanyagok néhány tulajdonsága

| Atommag | Felezési idő [év] | $\sigma_{\text{th}}(f)$ [barn] | $\sigma_{\text{th}}(n,\gamma)$ [barn] | $\alpha = \frac{\sigma_{\text{th}}(n,\gamma)}{\sigma_{\text{th}}(f)}$ | Előállítása |
|---|---|---|---|---|---|
| $^{233}$U | 159200 | 531 | 46 | 0,086 | $^{232}$Th-ból |
| $^{235}$U | 0,704·10$^9$ | 585 | 99 | 0,169 | természetes |
| $^{239}$Pu | 24100 | 750 | 271 | 0,361 | $^{238}$U-ból |
| $^{241}$Pu | 14 | 1010 | 361 | 0,357 | $^{240}$Pu-ból |

mesterségesen állítható elő (felezési ideje rövid, csak 6563 év).

Az $\alpha = \frac{\sigma_{\text{th}}(n,\gamma)}{\sigma_{\text{th}}(f)}$ paraméter azt mutatja meg, hogy milyen „jó” üzemanyag az illető anyag. Minél kisebb ez a szám, annál kisebb a sugárzásos befogás – az (n,$\gamma$) reakció – által történő neutronvesztés a hasadóanyagban, annál könnyebb a láncreakciót termikus neutronokkal megvalósítani. Ennek a láncreakció megvalósításában van szerepe (lásd 8.4 fejezet: „Láncreakció”). Látható, hogy ebből a szempontból a $^{233}$U a legjobb.

A Földön található többszáz természetes izotóp közül egyedül a $^{235}$U izotóp alkalmas arra, hogy vele hasadásos láncreakciót létrehozzunk! Ennek felezési ideje kb. 700 millió év, ezért ma már a természetes uránnak mindössze 0,7%-át teszi ki.

### 9.1.2. Az urán dúsítása

Mivel a láncreakció szempontjából csak az $^{235}$U-atommagok jöhetnek szóba, így a természetes uránban mellettük található $^{238}$U-atommagok is az „egyéb” elnyelő anyagok közé tartoznak. A természetes uránban ma már olyan nagy az $^{238}$U hányada, hogy a hasításra képes neutronokat elfogyasztja az $^{235}$U elől, és így semmilyen, természetes uránból álló tömbben sem indulhat meg a láncreakció.

Az $^{238}$U neutronelnyelő hatását úgy lehet csökkenteni, hogy az üzemanyagban növeljük az $^{235}$U arányát. Ez kétszeresen hatékony, hiszen ezáltal adott mennyiségű üzemanyagban nő a hasadóképes $^{235}$U mennyisége, és ugyanakkor kevesebb neutronelnyelő $^{238}$U lesz. Ez a folyamat a dúsítás. (Az üzemanyagot $^{235}$U-ban dúsítjuk.)

A két izotóp kémiailag azonos, és így kémiai módszerekkel elválaszthatatlanok. A fizikai módszerek a két izotóp tömegében fennálló különbséget használják ki. Ez a tömegkülönbség azonban alig egy százaléknyi, így ezek a módszerek is csak lassan, többszöri alkalmazás után vezetnek eredményre. A fizikai dúsítási módszerek közül a centrifugálást, a gázdiffúziót és a kísérleti fázisból a kísérleti gyártás szakaszába lépett lézeres dúsítási módszert említjük meg. Mindegyik módszer az urán gázhalmazállapotú vegyületével, az $UF_6$-al (uránhexafluorid) működik.

### Urándúsítás nagy fordulatszámú centrifugával (ultracentrifugával)

A centrifugálásnál a nehezebb $^{238}$U-atommagokat tartalmazó molekulák aránya az ultracentrifuga külső széle felé, míg a könnyebb $^{235}$U-atommagokat tartalmazó molekulák aránya a centrifuga közepe felé növekszik meg. A centrifuga egyik tartományából tehát $^{235}$U-ban dúsabb anyagot, másik oldalon pedig $^{235}$U-ban „szegényebb" keveréket kapunk. Egyetlen ultracentrifuga azonban csak nagyon kis dúsítást tesz lehetővé. Megfelelő dúsítás eléréshez több ezer ultracentrifugából álló telepet kell építeni.

### Urándúsítás diffúziós módszerrel

A diffúziós módszer azon alapszik, hogy hőmérsékleti (termodinamikai) egyensúlyban a könnyebb $^{235}$U-atommagokat tartalmazó $UF_6$ molekuláknak valamivel nagyobb a sebessége, és ezért gyorsabban diffundálnak. Diffúziós fokozatok egymás utáni, kaszkádszerű kapcsolásával a szétválasztás hatásfoka fokozható. De még így is több tízezer diffúziós cellát kell használni ahhoz, hogy megfelelő dúsítást el lehessen érni.

### Urándúsítás lézeres módszerrel

A lézeres dúsítás módszere két fizikai elvre épül. Az egyik az, hogy a tömegkülönbség miatt a két uránizotópot tartalmazó molekuláknak kicsit más a gerjesztési spektruma, azaz kicsit különböző $E_x$ energia kell a gerjesztésükhöz. Ha fénnyel gerjesztjük őket, akkor a fény frekvenciájára az ismert Bohr-féle feltételnek teljesülni kell: $h\nu = E_x$. A másik tény amit kihasználunk pedig az, hogy a lézerek nagyon monokromatikusak, azaz a frekvenciájuk nagyon pontosan hangolható. Egy megfelelően hangolt lézerrel elérhető, hogy *csak* az $^{235}$U atommagot tartalmazó molekulák gerjesztődjenek (csak ezekre vonatkozólag teljesüljön a frekvenciafeltétel), a $^{238}$U atommagot tartalmazók nem. Ezzel lényegében kiválogatjuk a keverékből a $^{235}$U atommagot tartalmazó molekulákat, és magasabb energiájú, gerjesztett állapotba hozzuk őket (legalábbis egy részüket). Ha most a keveréket olyan sugárzásnak tesszük ki (pl. megfelelő hullámhosszúságú villanófény), amelynek az energiája még nem elegendő arra, hogy az alapállapotú molekulákat szétbontsa, de a gerjesztett állapotban lévő molekulákat már szét tudja bontani, akkor csak az $^{235}$U atommagot tartalmazó, gerjesztett molekulák bomlanak szét, és kerülnek más *kémiai* állapotba. Ezt követően pedig már a különböző kémiai állapotban lévő anyagokat kémiai módszerekkel szét lehet választani. Ezen a módon a tömegekben meglévő kis különbséget – a finoman hangolt lézer segítségével szelektíven – kémiai különbséggé lehet alakítani, amire alapozva a két anyag már könnyen szétválasztható. Ez a francia-japán fejlesztésen alapuló módszer már kilépett a laboratórium kísérletek stádiumából, és a kísérleti gyártás szakaszában van jelenleg.

Az urán dúsítása környezetszennyező, valamint eszköz- és energiaigényes, drága folyamat. Ezért dúsító-művek építése csak egy bizonyos kapacitás fölött térül meg. A gazdasági okok mellett szigorú nemzetközi egyezmények és előírások is korlátozzák dúsító-művek

létesítését. Dúsító-művek segítségével ugyanis olyan összetételű (olyan magas dúsítású) nukleáris anyagot is elő lehet állítani, amely atomfegyverek készítésére is alkalmas (lásd 8.3 táblázat).

## 9.2. A heterogén atomreaktorok felépítése

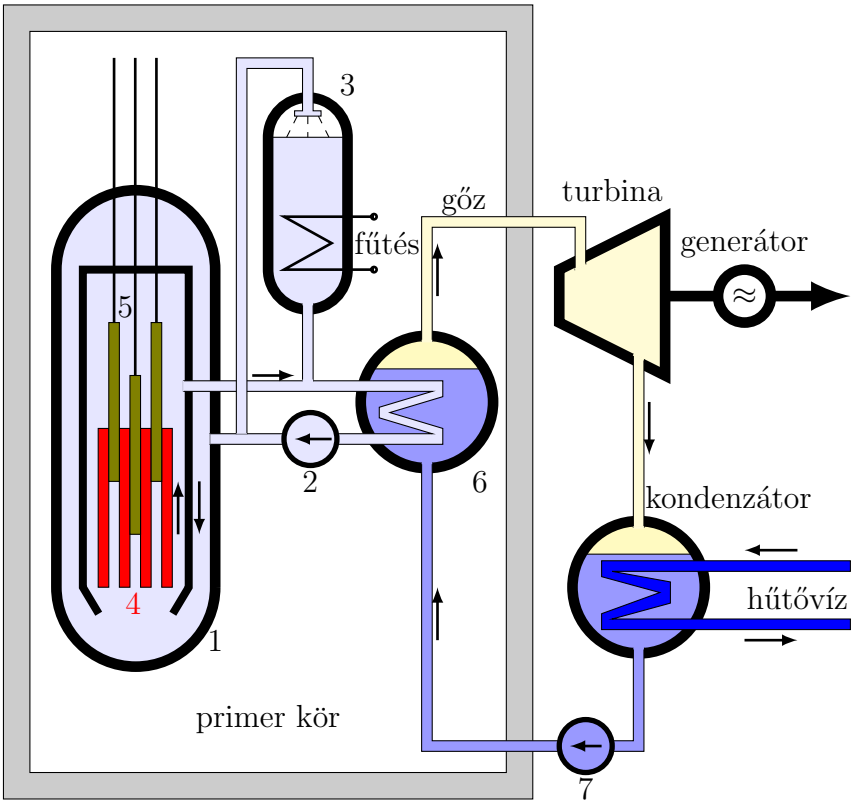
A heterogén atomreaktorokban (ilyenek a paksi blokkok is) a nukleáris fűtőanyag nem egyenletesen (homogén módon) oszlik el, hanem a fűtőanyagot tartalmazó és nem tartalmazó tartományok váltakoznak. Ez több műszaki előnnyel jár:

- könnyebben biztosítható a fűtőanyagban termelődött hő elvezetése,
- a neutronok keletkezése és lassítása helyileg szétválik, és ezzel jelentősen csökkenthető az $^{238}$U neutronelnyelő hatása. Az $^{238}$U neutronelnyelési hatáskeresztmetszetének a termikus energiánál valamivel nagyobb energiáknál igen nagy rezonanciái vannak, azaz az ilyen energiájú neutronokat nagy valószínűséggel elnyeli. A neutronok a lassulásuk során, természetesen, „áthaladnak" ezen az energiatartományon, mielőtt elérik a termikus energiát. A lassítás helyének és az üzemanyag helyének a szétválasztása lehetővé teszi, hogy a neutronok többsége a moderátorban „vészelje át" ezt az energiatartományt, így kikerülve az $^{238}$U rezonanciáit („rezonancia-kikerülés").
- könnyebben lehetséges a teljesítmény-eloszlás szabályozása.

Egy vízhűtésű, nyomottvizes heterogén atomreaktort tartalmazó energetikai blokk vázlatos felépítése a 9.1 ábrán látható. A nyomottvizes nevet azért kapta, mert a reaktortartályban (és a primer körben) magas nyomás van, és így még 100 °C-nál jóval magasabb hőmérsékleten sem forr fel a víz. (Pakson például a primer körben 125 bar a nyomás, és a hűtővíz átlagos hőmérséklete 300 °C körül van.) Az ábra alapján ismertetjük az egyes szerkezeti részeket, ill. a működés alapelveit.

### 9.2.1. Az aktív zóna

A reaktornak azt a tartományát, ahol az energiatermelő magreakciók lezajlanak, aktív zónának nevezzük. A heterogén atomreaktorokban az aktív zónában helyezkednek el a nukleáris fűtőelemek, ill. fűtőelem-kötegek (4), amelyek a reaktor üzeméhez szükséges hasadóanyagot tartalmazzák. A fűtőelemekből kilépő gyors hasadási neutronokat az atomreaktorok legtöbb típusában a fűtőelemek között levő közeg (víz, nehézvíz, BeO, grafit stb.) lelassítja, megnövelve ezzel a neutronok által keltett újabb maghasadások valószínűségét. Ezt a lassítóközeget nevezzük moderátornak. A maghasadások által felszabaduló energia legnagyobb részét a hasadványok hordozzák mozgási energia formájában, és ezek lefékeződése a fűtőelemeket felmelegíti. A fűtőelem-rudak belsejének




9.1. ábra. Nyomottvizes (PWR) atomerőművi blokk vázlata

hőmérséklete üzem közben az 1000 °C is meghaladhatja. A keletkező hő elvezetésére a fűtőelemeket folyamatosan hűteni kell. Ezért az aktív zóna mindig tartalmaz valamilyen hűtőközeget, és végül is ennek segítségével nyerjük ki a reaktorban felszabadult energiát.

A vízzel, ill. nehézvízzel működő reaktorokban a hűtőközeg egyszersmind a moderátor szerepét is ellátja. Vannak olyan konstrukciók is (pl. grafit-moderátoros, gázhűtésű), amelyeknél e két feladat teljesítését különböző közegek látják el. Az eddigieken túl az aktív zónában kapnak helyet a reaktort vezérlő szabályozóelemek, ill. szabályozóelemkötegek (5), amelyek neutronelnyelő anyagokból állnak, és amelyeknek ki- és betolásával az aktív zóna teljesítményét változtatni lehet. Ideális esetben az aktív zóna minden részén azonos hőmérséklet uralkodik, és egyenletes az energia-felszabadulás. Minthogy azonban a zóna szélein a neutronok egy része szükségszerűen megszökik, így a széleken kisebb a neutronsűrűség. Ezért, természetesen (ha a zóna széle ugyanolyan összetételű, mint a közepe), kevesebb az időegység alatt bekövetkező hasadások száma, és így kisebb a teljesítmény is. Ezt a teljesítmény-inhomogenitást egyrészt a zónát körülvevő neutron-visszaverő anyagok – ún. reflektorok – alkalmazásával, másrészt pedig a zóna külső részein levő fűtőelemek nagyobb mértékű dúsításával lehet kompenzálni. Az aktív zóna egyenletes, optimális működésének beállítása bonyolult reaktorfizikai számításokat igényel, amelyek csak nagy teljesítményű számítógépekkel végezhetők el.

### 9.2.2. A reaktortartály és a biológiai védelem

A reaktor üzeme közben keletkezett újabb atommagok általában radioaktívak. Egy 1000 $MW_{el}$ teljesítményű erőművi reaktorban olyan intenzitású radioaktív sugárzás is kialakulhat, amely mintegy 10000 t(!) rádium sugárzásával egyenértékű (aktivitása elérheti a $10^{21}$ Bq-t is). Ilyen nagy aktivitás, ha kiszabadul, nagy veszélyt jelent a környezetre. Ezért a reaktor aktív zónáját többszörösen biztosítva, hermetikusan el kell szigetelni. (A 9.1 ábrán a biológiai védelmet világosszürkével jelöltük.) A radioaktív termékek útjába több műszaki gátat is helyezünk. Az első védelem maga az üzemanyag-pasztilla: a radioaktív hasadási termékek adszorbeálódnak a pasztilla anyagában, és csak nehezen tudnak kijönni. A második védelmi fal az üzemanyagpálcák fala, amely hermetikusan elzárja az üzemanyagpasztillákat a hűtővíztől. Az aktív zónát vastag, nyomásálló, rozsdamentes acéltartállyal veszik körül, amely biztosítja, hogy a benne levő anyagok (fűtőelemek, hűtőközeg, moderátor stb.) még az üzemi nyomásnál magasabb nyomás esetén se kerüljenek ki a környezetbe. Ez a reaktortartály (1), amely a harmadik védelmi falat jelenti. Negyedik védelmi falként a reaktortartályt újabb, hermetikusan zárható réteg veszi körül. Ez több méter vastag, különleges vasbetonból épített falakból készül, amelyek még a reaktortartály meghibásodása esetén is megvédik a külvilágot a radioaktív elszennyeződéstől. Ezeknek a szerkezeti elemeknek a méretezésekor az atomerőmű helyén 10000 év alatt várható legnagyobb földrengés károsító hatásából indulnak ki. A méretezést még egy ennél is egy fokkal erősebb földrengésre végzik, így ezeknek az elemeknek az ésszerűség határain belül várható minden természeti katasztrófát túl kell élniük. A vastag

betonfalak — különlegesen magas kötött víztartalmuknál, és a belekevert neutronelnyelő anyagoknál fogva — a reaktortartályból üzem közben kilépő neutronsugárzástól is megvédik az erőmű területén dolgozókat.

Minthogy az atomerőművek üzeme közben az egyetlen veszélyforrást a radioaktív szennyezés kiszabadulása jelenti, így a reaktorok biológiai védelmét nagy körültekintéssel, szigorú nemzetközi előírások alapján, többszörös biztosítással tervezik, és pártatlan nemzetközi ellenőrök felügyelete mellett építik meg. Az atomerőművek létesítési költségeinek jelentős hányadát éppen a legkorszerűbb biztonsági feltételek megteremtése emészti fel.

### 9.2.3. Primer kör, szekunder kör

A fűtőelemekben keletkezett radioaktív anyagok egy nagyon kis része a védelmi falak ellenére bekerülhet a fűtőelemek között áramló hűtőközegbe is. A hűtőközeg ezen kívül a reaktortartály falából is kioldhat fémionokat, amelyek az intenzív neutronsugárzás hatására radioaktív atommagokká alakulnak. Ezek együttes eredményeként az aktív zónát hűtő közeg mindenképpen radioaktívvá válik, és így meg kell akadályozni, hogy a környezetbe kerülhessen. Ezért az aktív zóna hűtését zárt rendszerben cirkuláltatott közeggel oldják meg. Ez a zárt keringtető-rendszer a 9.1 ábrán jelölt primer kör. A primer kör hűtőközegét a fő keringető szivattyú (2) keringeti. A primer körben keringő hűtőközeg a reaktorból elvitt energiát *hőcserélőkben* (6) adja át a tőle hermetikusan elzárt szekunder körben keringő hűtőközegnek (amelynek a vizét ugyancsak keringető szivattyúk (7) mozgatják). A szekunder kör hűtőközege már nem válik radioaktívvá, hiszen a reaktortartályon nem halad át, és így nincs kitéve intenzív neutron-sugárzásnak sem! Ezen a módon a reaktorban fejlődő hő „tisztán", kísérő radioaktivitás vagy egyéb szennyezések nélkül vonható ki. A hőcserélő szekunderköri oldalán lévő hűtőközeg felforr, ezért a hőcserélőt gyakran *gőzfejlesztőnek* is nevezik.

Az atomerőmű szekunder körének a hőcserélő utáni része hőtani szempontból tulajdonképpen megegyezik egy hagyományos hőerőművel. Ennek megfelelően találunk benne gőzturbinákat, ill. generátorokat, valamint transzformátorokat, amelyek a hőcserélőben kapott energiát végső soron villamos energiává alakítják. Ezekkel a fokozatokkal itt részletesen nem foglalkozunk.

### 9.2.4. A térfogat-kompenzátor

A nyomottvizes atomerőmű primer körében olyan nyomás uralkodik, amelyben a hűtőközeg (víz) nem forr fel. Ugyanakkor a víznek is – mint minden anyagnak – van hőtágulása. Ha a víznek nem lenne lehetősége tágulni, a rendszer betömörödne, megnőne a nyomás, és akár szét is vethetné a rendszert. Ezért megfelelő térfogatot kell biztosítani a víz tágulása számára. Erre szolgál a térfogat-kompenzátor(3). Ennek feladata egyúttal a

primerköri nyomás szabályozása is. A benne lévő vizet fűtve a primerköri nyomás emelhető. A nyomás csökkentésére a hideg ágból vizet lehet bepermetezni, ennek hatására a víz felszíne felett lévő gőz egy része lecsapódik, és ezzel a primerkör nyomását csökkenti.

### 9.2.5. Változások üzem közben

Működés közben az aktív zónában – de a neutronsugárzásnak kitett többi reaktorrészben is – alapvető változások zajlanak le:

- fogy az eredeti hasadóanyag ($^{235}$U) az aktív zónában;
- termelődik újabb hasadóanyag a jelen lévő szaporító anyagokból (pl. $^{238}$U-ból $^{239}$Pu keletkezik);
- felgyűlnek a hasadás végtermékei, a hasadási termékek;
- az intenzív neutronsugárzás az atommagok egy részéből nem hasadásos magreakciókkal új, radioaktív izotópokat hoz létre.

Ezek a változások, természetesen, visszahatnak a reaktor működésére is, és ezért a reaktor üzemi paramétereit folyamatosan utána kell állítani.

Képzeljük el, hogy olyan aktív zónát építünk, amelyben az önfenntartó láncreakció feltétele éppen teljesül, azaz $k_{\text{eff}} = 1,0000$, vagy a reaktivitás $\rho = 0,0000$. Láttuk korábban (lásd 8.4.3 fejezet), hogy a prompt-szuperkritikusság elkerüléséhez a reaktivitás csak igen kis értékű lehet ($\rho < \tilde{\beta}$). Amikor elindítjuk ezt a reaktort, az $^{235}$U fogyása csökkenteni, a $^{239}$Pu keletkezése növelni igyekszik a reaktivitást. A hasadási termékek között vannak olyan izotópok, amelyek neutronbefogási hatáskeresztmetszete igen nagy (ezeket *reaktormérgeknek* nevezi a szaknyelv), ezek is a reaktivitás csökkenésének irányában hatnak. Végeredményben a reaktivitás az üzem első pillanatától kezdve csökken, azaz, ha kezdetben éppen $\rho = 0$ volt, néhány pillanattal később már $\rho < 0$ lesz, és a láncreakció leáll.

Ha a reaktorunkat hosszabb ideig akarjuk üzemeltetni, ez ellen tenni kell valamit. A megoldás az, hogy kezdetben a feltétlenül szükségesnél jóval több hasadóanyagot építünk be a zónába (így a reaktivitása veszélyesen nagy lenne), ám az így létrejövő többlet-reaktivitást neutronelnyelő anyagok hozzáadásával „lekötjük”. A biztonság érdekében a folyamat természetesen fordított ütemben történik: először beviszünk nagyon sok neutron-elnyelő anyagot, utána kezdjük meg a zóna feltöltését üzemanyaggal, majd az indításnál lassan elkezdjük kivonni a többlet neutron-elnyelő anyagokat, amíg el nem érjük a kritikus állapotot. Az üzem közben bekövetkező reaktivitás-csökkenést egy darabig még kompenzálni tudjuk a kezdetben bevitt neutronelnyelő anyagok reaktorbeli koncentrációjának fokozatos, lassú csökkentésével. Egy idő után azonban ez a módszer már nem vezet eredményre, mert a reaktor már neutronelnyelő anyagok nélkül sem működik: „kiégett” az üzemanyag. Ilyenkor új, friss fűtőelemek behelyezése szükséges, a

kiégett fűtőelemeket el kell távolítani, az aktív zónát át kell rendezni. Ez az *átrakás*. Ezt a műveletet rendszeres időközökben, előre betervezett hosszabb-rövidebb üzemszünet során hajtják végre. (Vannak olyan konstrukciók is, ahol ez a reaktor működése közben is végrehajtható.) Hazánkban a Paksi Atomerőműnél az aktív zóna átrendezése évenként egyszer kerül sorra. Az átrendezés idejére a reaktorblokk leáll. Ezért Pakson az atomerőműben az energiatermelés éves ciklusokban – ún. *kampányokban* – történik.

Az átrakás során csak az üzemanyag-kazetták egy része kerül ki az aktív zónából, más részük csak a zóna más pozíciójába kerül. Pakson egy-egy átrakáskor a reaktor üzemanyagtöltetének csak mintegy harmada kerül ki a zónából, és ezek helyett jön csak friss üzemanyag. Ezért egy üzemanyag-kazetta átlagosan 3 évet tölt el a zónában, amíg annyira „kiég", hogy már további energiatermelésre nem használható.

Az üzem közben bekövetkező változások mértékét és bonyolultságát a következő példán szemléltetjük:

Kövessük nyomon 1000 kg (1t), 3,3%-ban dúsított urán sorsát a reaktorba történt behelyezéstől a 3 évvel később történt kivételig! Az 1000 kg uránban kezdetben 33 kg $^{235}$U-izotópunk van, a 3,3%-os dúsításnak megfelelően. Három év elteltével az $^{235}$U-ból már csak 8 kg marad, az $^{238}$U-atommagok mennyisége pedig 943 kg-ra csökken. A maghasadások következtében mintegy 35 kg erősen radioaktív, közepes tömegszámú atommag keletkezik. A maradék — mintegy 14 kg-nyi – tömeget nagy tömegszámú elemek formájában találjuk meg, amelyek a 3 év alatt az $^{235}$U-ból és az $^{238}$U-ból kiindulva sorozatos neutronbefogásokkal, ill. azt követő radioaktív bomlásokkal keletkeztek. A néhány legfontosabbat felsoroljuk: $^{236}$U 4,6 kg, $^{237}$Np 0,5 kg, $^{239}$Pu 8,9 kg (!), $^{243}$Am 0,12 kg, $^{244}$Cm 0,04 kg. Ha az 1000 kg urán három évvel későbbi „leszármazottainak" összes tömegét pontosan össze tudnánk adni, csak 999,966 kg-ot találnánk! A hiányzó 34 g tömeg a három év alatt energiává alakult, és ennek fejében 850 millió kWh ($3,06 \cdot 10^{15}$J) energiát nyertünk. Ez az energia nagyrészt hő formájában szabadult fel, és így, sajnos csak mintegy 32-33%-a alakítható át villamos energiává. Erőművünk tehát 3 év alatt az 1000 kg uránból mintegy 275 millió kWh ($9,91 \cdot 10^{14}$J) villamos energiát termelt.

A kiégés mértékét úgy szokták megadni, hogy megmondják, hogy 1 kg uránból mennyi energiát állítottunk elő. Mivel az energia kWh-ban kifejezett számértéke igen nagy lenne, ehelyett a MWnap egységet szokás használni.

$$1 \text{ MWnap} = 10^6 \cdot 3600 \cdot 24 = 86,4 \cdot 10^9 \text{ J}. \tag{9.3}$$

A fenti példánkban az üzemanyag kiégése tehát:

$$\frac{3,06 \cdot 10^{15}}{1000} \cdot \frac{1}{86,4 \cdot 10^9} = 34,1 \left[\frac{\text{MWnap}}{\text{kgU}}\right]. \tag{9.4}$$

## 9.3. Reaktortípusok

### 9.3.1. Termikus reaktorok

Az aktív zónában levő neutronok energiaspektruma alapján megkülönböztetünk *termikus reaktorokat*, ill. *gyorsneutronos reaktorokat*. Az előbbieknél a maghasadásos láncreakciót létrehozó neutronok döntő többsége lelassult, termalizálódott neutronokból áll, amelyek mozgási energiája a reaktor hőmérsékletének megfelelően kb. $10^{-20}$ J. Az atomerőművekben jelenleg termelt energia több mint 90%-át termikus reaktorokból nyerik. Ezek előnye az egyszerűség, a viszonylagosan kis létesítési költség, a kidolgozott, megbízható technológia, az üzembiztonság.

A termikus reaktoroknak két fő típusa van: a *forralóvizes* és a *nyomottvizes* reaktorok. A forralóvizes reaktorban az aktív zónában fejlődött hő a reaktortartályon belül elforralja a primer kör hűtővizét, amely azután általában közvetlenül a gőzturbinákra kerül (egyes típusoknál a hőcserélőben visszakondenzálódik, átadva energiáját a szekunder körnek). Ha a reaktortartályban fejlődött gőz közvetlenül a gőzturbinákat hajtja meg, különleges szigetelésről kell gondoskodni, hogy a radioaktív gőz ne kerülhessen ki a környezetbe.

Környezetvédelmi és műszaki szempontból is előnyösebb a nyomottvizes reaktor (lásd a 9.1 ábrát). Ilyen a mi atomerőművünk is Pakson. Ennél a típusnál az aktív zónában termelődött hő felmelegíti ugyan a primer kör vizét, de a primer körben uralkodó nagy nyomás ($\approx$ 125 bar) miatt a víz itt nem indul forrásnak. Ezért a hűtőközeg keringetése gyorsabb lehet, és így a reaktortól is több energiát lehet elvonni időegység alatt: a reaktor nagyobb teljesítménnyel működhet. Biztonsági és környezetvédelmi szempontból is előnyösebb ez a megoldás, hiszen a gőzturbinákra már csak a szekunder kör nemradioaktív vizéből fejlődött gőz kerül, és így egy esetleges gőzszivárgás sem okoz nagy gondot.

### 9.3.2. Gyorsneutronos, „tenyésztő” reaktorok

A termikus reaktorok a felsorolt előnyeik ellenére az emberiség energiagondjait csak időlegesen oldhatják meg. Olyan fűtőanyagot használnak ugyanis — az $^{235}$U izotópot —, amely a természetes uránban csak nagyon kis arányban (0,71%-ban) áll rendelkezésre. Kissé leegyszerűsítve: 1000 kg uránt kell kitermelni, feldolgozni, hogy 7,1 kg-ot használhassunk fel belőle fűtőanyagként. A termikus reaktorba bekerült többi, 99% fölötti arányú anyagrész pedig az energiatermelés számára véglegesen elvész. Energiaínséges időnkben ez a módszer meglepő pazarlásnak tűnik! Láttuk, hogy termikus neutronokkal önfenntartó láncreakciót háromfajta atommaggal is megvalósíthatunk: $^{233}$U, $^{235}$U, $^{239}$Pu. Ezeket neveztük hasadóanyagoknak (fisszilis izotópoknak). Ezek közül a természetben csak az $^{235}$U található meg, a másik kettő már „rövid” felezési ideje miatt (159200 év az $^{233}$U-ra és 24100 év $^{239}$Pu-ra) a Föld keletkezése óta elbomlott. Észrevehetjük azonban, hogy mindkét izotóp felezési ideje emberi léptékkel mérve hosszú!

Ezért, ha a természetben is megtalálható elemekből nagy mennyiségben elő tudnánk állítani, fel lehetne ezeket is használni nukleáris energiatermelésre. Neutronbefogással (és azt követő $\beta$-bomlásokkal) mindkét atommag előállítható a természetben megtalálható atommagokból. A megfelelő folyamatok:

$$^{232}_{90}\mathrm{Th} \; + \; \mathrm{n} \longrightarrow ^{233}_{90}\mathrm{Th} \xrightarrow{\beta^-} ^{233}_{91}\mathrm{Pa} \xrightarrow{\beta^-} ^{233}_{92}\mathrm{U} \tag{9.5}$$

$$^{238}_{92}\mathrm{U} \; + \; \mathrm{n} \longrightarrow ^{239}_{92}\mathrm{U} \xrightarrow{\beta^-} ^{239}_{93}\mathrm{Np} \xrightarrow{\beta^-} ^{239}_{94}\mathrm{Pu} \tag{9.6}$$

Különösen érdekes a második reakció, hiszen ennek kiindulási anyaga éppen az $^{238}$U, amely eddig csak a „szükséges rossz” szerepét játszotta, hiszen elnyelte az $^{235}$U-atommagok elől a neutronokat. Látjuk, hogy a neutronok segítségével a nukleáris energiatermelésre közvetlenül felhasználhatatlan $^{238}$U is átalakítható jó nukleáris üzemanyaggá, $^{239}$Pu-má! Ha ezt sikerülne nagy mennyiségben megvalósítani, akkor a kibányászott uránból több mint 100-szor annyi energiát nyerhetnénk, mint az $^{235}$U-ra alapozott módszerekkel! Az első reakció pedig arra is lehetőséget nyújt, hogy a nukleáris energiatermelésbe ne csak az uránizotópokat vonjuk be, hanem a tóriumot is. A Föld tóriumkészletei még az uránkészleteknél is nagyobbak. Ezek számunkra új energiaforrásokat jelentenek, és a belőlük kinyerhető energia megsokszorozná tartalékainkat.

Lehet olyan atomerőműveket építeni, amelyekben több $^{239}$Pu keletkezik a reaktorban levő $^{238}$U-ból, mint amennyi $^{235}$U-t elhasználunk. Ezeket *tenyésztő reaktoroknak* nevezzük. A tenyésztő reaktoroknál tulajdonképpen csak a beindításhoz szükséges az oly kis százalékban megtalálható $^{235}$U, mert ezek működésük közben -– miközben fogyasztják az $^{238}$U-t -– mindig újratermelik a láncreakció fenntartásához szükséges hasadóanyagot, a $^{239}$Pu-t. Már működik néhány ilyen erőmű, bár ezek létesítése hatalmas technikai hátteret kíván.

Itt a tenyésztő erőművek néhány alapkérdését tekintjük csak át. A „tenyésztés” a szaporító anyagba történő neutronbefogással kezdődik, és így a láncreakciótól von el neutronokat. Következésképpen a nukleáris üzemanyagnak sokkal nagyobb dúsításúnak kell lennie, mint a korábbi „hagyományos” erőműveknél. Másfelől viszont a reaktorban sok $^{238}$U-nak kell lenni, hogy lehetőleg sok $^{239}$Pu keletkezzen. A két, egymásnak ellentmondani látszó feltételt a következőképpen lehet összhangba hozni.

Viszonylag kis aktív zónát építenek, amelyben azonban nagy dúsítású fűtőelemek vannak! A kis méret miatt sok neutron megszökik a zónából (ezért kell a nagy dúsítás, hogy ennek ellenére önfenntartó láncreakciót lehessen a kis zónában létrehozni). Vegyük körül ezt a zónát természetes uránnal, vagy $^{235}$U-ban szegényített (nagy százalékban $^{238}$U-t tartalmazó) uránnal! Az aktív zónából megszökött neutronok az $^{238}$U-ba befogódva elnyelődnek, és közben $^{239}$Pu keletkezik. Ha elérjük, hogy a hasadásonként átlagosan keletkezett 2,4 neutronból átlagosan egynél több fogódjon be az aktív zónát körülvevő $^{238}$U-ban, akkor minden elhasadt $^{235}$U-atommagra átlagosan egynél több $^{239}$Pu-atommag keletkezése jut. Több hasadóanyag keletkezik, mint amennyit elhasználtunk! A tenyésztő reaktorban az aktív zónát tehát hasadásonkénti 1,3 – 1,4 neutronra kell méreteznünk:

nagy dúsítású üzemanyag, kis neutronelnyelésű, de nagy hőátadású hűtőközeg szükséges. A tenyésztő reaktorok aktív zónájában nagyon nagy a teljesítménysűrűség: kis térfogatban sok energia szabadul fel.

A tenyésztőreaktorokban azonban nemcsak a szaporítani kívánt $^{239}$Pu- vagy $^{233}$U-izotópok, hanem a termikus neutronokra nem hasadó, de neutronnyelő atommagok is keletkeznek. Vagyis a 9.5 folyamatok mellett további neutronbefogás és $\beta$-bomlás is végbemegy. Emiatt olyan (nem kívánt) izotópok is keletkezhetnek, amelyek neutronelnyelésükkel elronthatják a szaporítási folyamat hatásfokát.

A hasadási neutronok termalizálódása, lassulása sem kívánatos. Emlékezzünk arra, hogy az $^{238}$U a közepes energiájú neutronokat nyeli el nagy valószínűséggel (lásd rezonanciák a 7.5 ábrán), ezért a tenyésztés szempontjából az a hasznos, ha a neutronok nem lassulnak le nagyon. A lassú neutronokkal megnőne a fent említett, nem-kívánatos folyamatok valószínűsége is, emiatt is inkább a gyors neutronokra kell támaszkodni. Ezért ezeket a létesítményeket gyakran *gyorsneutronos* reaktoroknak is nevezik. A túlzott lassulás elkerülésére az ilyen típusú reaktorok aktív zónája magasabb hőmérsékletű, mint a termikus reaktoroké, ezért persze intenzívebb hűtést is igényel. A jelenleg működő tenyésztő reaktorok hűtésére a primer körben folyékony nátriumfémet(!) használnak. A nátrium neutronsugárzás hatására rövid felezési idejű $^{24}$Na-gyé alakul át. Levegőn elég, vízzel, nedvességgel hevesen reagál, és vegyileg is rendkívül aktív (korrozív). Ezért a tenyésztő reaktorok biztonságos üzemeltetése csak igen fejlett technika és technológia mellett képzelhető el. Mindezek ellenére a tenyésztő reaktorok a hasadáson alapuló nukleáris erőművek új perspektíváit nyitják meg, és az emberiség számára hatalmas mennyiségű újabb energiaforrást tehetnének hozzáférhetővé. Elterjedésüket — a csúcstechnika és a magas technológiai fegyelem mellett — a nukleáris energiatermelés járulékos problémái, többek között az atomfegyverek gyártására alkalmas anyagok illetéktelen kezekbe jutásának a veszélye is akadályozza.

### 9.3.3. Negyedik generációs (GEN-IV) reaktorok

Itt említjük meg, hogy az utóbbi években kiterjedt kutatások folynak nemzetközi együttműködésben az atomerőművek újabb, negyedik generációjának kifejlesztésére. Ezek lesznek a GEN-IV erőművek.

Fő célkitűzéseik az alábbiakban foglalhatók össze:

- A nukleáris üzemanyagokban rejlő energia minél nagyobb hatásfokkal történő kinyerése;
- A keletkező radioaktív hulladékok mennyiségének minimalizálása, lehetőleg rövid felezési idők mellett;
- Az atomerőművek üzembiztonságának még további növelése;

- A súlyos balesetek kockázatának további nagyságrenddel történő csökkentése;
- A már meglévő hosszú felezési idejű radioaktív hulladék egy részének rövid felezési idejűvé történő átalakítása (transzmutáció);
- A reaktorok és a bennük lévő üzemanyag katonai célra történő alkalmazhatóságának megakadályozása.

Ezekben a kutatásokban magyar kutatócsoportok is aktívan részt vesznek.

Az alábbiakban felsoroljuk azt a hat reaktortípust, amelyekre ezek a kutatások irányulnak:

- Nagyon magas hőmérsékletű reaktor (Very High Temperature Reactor, VHTR)
- Szuperkritikus állapotú víz által hűtött reaktor (Supercritical-Water-Cooled Reactor, SWCR) (Itt NEM a reaktor van szuperkritikus állapotban, hanem a hűtőközeg víz van a termodinamikai kritikus pont felett!)
- Sóolvadékos reaktor (Molten Salt Reactor, MSR)
- Gázhűtésű gyorsneutronos reaktor (Gas-Cooled Fast Reactor, GFR)
- Nátrium hűtésű gyorsneutronos reaktor (Sodium-Cooled Fast Reactor, SFR)
- Folyékony ólom hűtésű gyorsneutronos reaktor (Lead-Cooled Fast Reactor, LFR)

Sajnos, ezeknek a részletes ismertetésére itt nem térhetünk ki.

## 9.4. A nukleáris energiatermelés járulékos problémái

### 9.4.1. Radioaktív hulladékok kezelése és tárolása

A kiégett fűtőelemek — mint korábban említettük — sok új izotópot tartalmaznak. Ezek között vannak igen hosszú felezési idejű (több mint 10000 év) radioaktív elemek is. Ezért a kiégett fűtőelemek sugárvédelmi szempontból különleges kezelést igényelnek. Feltétlenül gondoskodni kell a kiégett, erősen radioaktív fűtőelemek hosszú idejű, biztonságos tárolásáról. Mielőtt azonban erre sor kerülne, ki kell vonni a használt fűtőelemekből azokat a nagyon hasznos és drága anyagokat, amelyek a reaktor üzeme során bennük létrejöttek. Az energiatermelés szempontjából itt a $^{239}$Pu a legfontosabb, amely — mint láttuk — az $^{238}$U-ból jön létre a neutronbefogást követő két béta-bomlással (9.6). De emellett említhetnénk még a többi transzurán elemet, ill. egyes, a maghasadások következtében létrejött közepes rendszámú elemet is, amelyek ipari, ill. orvosi szempontból hasznosak.

Az erősen radioaktív kiégett fűtőelemek újrafeldolgozása (idegen szóval *reprocesszálása*), a hasznos anyagok - többnyire kémiai úton történő - szétválasztása magas technikai színvonalú, nagyon költségigényes üzemek létesítését kívánja meg. A gazdasági szempontok mellett politikai szempontok is szerepet kapnak abban, hogy jelenleg a világon a reprocesszáló üzemek létesítését és üzemét szigorú nemzetközi megállapodások korlátozzák. A feldolgozott fűtőelemekből származó, tovább már nem hasznosítható, de még erősen radioaktív hulladékokat többezer évre biztonságosan kell tárolni. Erre jelenleg az egyértelműen száraz, speciális geológiai tulajdonságú, a víztartalmú rétegek alatt fekvő, több száz méter mélyen elhelyezkedő tárolási lehetőségek kerültek előtérbe a világon. Egy-egy ilyen végleges tárolóhely hatalmas mennyiségű radioaktív hulladékot képes befogadni.

### 9.4.2. Az atomerőművek biztonsága

A társadalmi vita másik fontos területe az atomerőművek biztonsága, ill. veszélyessége. Az alábbiakban kifejezetten a nyomottvizes, termikus atomerőművekre koncentrálunk, hiszen ezek a legelterjedtebbek.

Korábban a láncreakció tárgyalásakor szó volt arról, hogy ha az effektív sokszorozási tényező ($k_{\text{eff}}$) egynél nagyobb, akkor a láncreakció növekvő. Vajon nem nőhet-e minden határon túl a láncreakció egy atomerőműben? Vajon lehet-e egy erőműből „atombomba”? A válasz egyértelmű: nem.

Képzeljük el ugyanis, hogy valahol a világon egy működő atomerőművet magára hagynak éppen akkor, amikor a láncreakció növekvő. Az aktív zóna egyre nagyobb teljesítménnyel működik, a hőmérséklet emelkedik. Bármekkora is a nyomás, a víz előbb-utóbb elforr, a biztonsági szelepeken (vagy ha a biztonsági szelep is meghibásodna, akkor egy, a nyomás következtében eltört csövön) keresztül elhagyja a reaktortartályt, és bennmarad a hermetikusan lezárt betonbunkerben, a biológiai védelem belsejében. A víz távozásával azonban megszűnik a neutronok lassítása, és ez lecsökkenti a maghasadás bekövetkezésének valószínűségét: a láncreakció magától leáll. A radioaktív elemek bomlásából származó hő ugyan még tovább melegíti az aktív zónát — esetleg össze is olvadhat —, de mindez hiába, mert víz nélkül, neutronlassítás nélkül nem jön létre hasadásos láncreakció. A termikus atomreaktorok szerkezete olyan, hogy nemcsak a magasan fejlett (de meghibásodható) műszaki biztonsági berendezések és számítógépek, hanem a „soha meg nem hibásodó” fizikai természettörvények akadályozzák meg, hogy az atomerőművek „atombombává” váljanak. Az atomreaktoroknál fellépő kizárólagos veszélyforrás a nagy aktivitású radioaktív elemek környezetbe jutása. Ez ellen pedig a több rétegből álló műszaki gátak, és a jól megszervezett biológiai védelem megbízható védelmet ad.

Itt jegyezzük meg, hogy a történelem eddigi legsúlyosabb reaktorbalesete Csernobilban 1986-ban NEM nyomottvizes, vízzel moderált atomerőműben következett be. A csernobili RBMK típusú atomerőműben a moderátor grafit volt, és a víz csak a reaktor hűtését biztosította. Ezért a teljesítmény növekedésekor - amikor a víz elforrt – a moderá-

tor (a grafit) ottmaradt, a láncreakció nem állt le. Sőt, a víz távozásával neutron-elnyelő anyag távozott, ezért a láncreakció még inkább nekilendült. Ennek a reaktortípusnak a biztonsági hibáira az Egyesült Államokban az ötvenes években a TELLER Ede (1908-2003) által vezetett reaktorbiztonsági bizottság már felhívta a figyelmet, és ezért az ilyen konstrukciójú reaktorokat a nyugati világban már akkor leállították.

### 9.4.3. Atomenergetika és az atomfegyverek elterjedése, illetéktelen kezekbe jutása

Az atomenergiával kapcsolatban a műszaki és gazdasági megfontolásokon túl léptennyomon találkozunk politikai jellegű korlátokkal is. Ezek elsősorban a dúsításra és az újrafeldolgozásra vonatkoznak, de sajnos érintik a nukleáris üzemanyagban rejlő energiát maximálisan hasznosító tenyésztő erőműveket is.

A láncreakcióban felhasználható izotópok — az $^{233}$U, az $^{235}$U, a $^{239}$Pu, azaz a hasadóanyagok (fisszilis izotópok) — elegendően nagy dúsításban alkalmasak atomfegyver készítésére is. Ezért mindazon országok, amelyek ezeket tisztán elő tudják állítani, atomfegyvert is gyárthatnak. Az atomfegyverek elterjedésének megakadályozására nemzetközi egyezmények tiltják olyan üzemek létesítését, sőt különálló berendezések és alkatrészeik kereskedelmi forgalmát is, amelyek magasan dúsított formában ezekhez az izotópokhoz vezethetnek.

Az atomenergia békés felszabadítása csak békében lehetséges. Háború esetén — még hagyományos fegyverekkel vívott háború esetén is – az atomerőmű potenciális veszélyforrás, hiszen a biológiai védelem lerombolható (szétbombázható, felrobbantható). Ennek beláthatatlan következményei lehetnek nemcsak a megtámadott, de a támadó országra nézve is.

Az utóbbi évtizedben újabb fenyegetés jelentkezett: a nemzetközi terrorizmus. Elemzők szerint ugyan kevéssé valószínű az, hogy terrorcsoportok atomfegyverhez jussanak, azaz ki tudják játszani az atomfegyverek elterjedését nagyon sok szinten ellenőrző nemzetközi rendszert, azonban azt, hogy ún. „piszkos bombát” készítsenek, sajnos nem lehet teljességgel kizárni (piszkos bomba: hagyományos robbanószerrel működő szerkezet, amely azonban radioaktív anyagot szór szét). Egy ilyen eszköznek azonban az elsődleges hatása a pánikkeltés lenne, az egészségügyi következményei valószínűleg jóval kisebbek lennének, mint egy atomfegyver bevetésének.

## 9.5. Feladatok

**Feladat 9.1..** (Mintafeladat) A Földön talált természetes uránban a $^{235}$U izotóp részaránya általában 0,71%. Gabon közép-afrikai állam Oklo tartományában lévő uránbánya egyes mintáiban azonban a kutatók legnagyobb meglepetésére a $^{235}$U részaránya csak 0,44% volt, és a lelőhely környezetében urán hasadási termékeket (például $^{143}$Nd) is

találtak. Ebből arra következtettek, hogy valamikor régen ott egy „természetes atomreaktor" működhetett úgy, hogy a neutronokat a talajvíz lassította le moderátorként. Természetes (könnyű) vízzel történő moderálás esetén azonban láncreakció csak akkor valósulhat meg, ha a $^{235}$U koncentrációja legalább 3%. Milyen régen lehetett ez?

**Adatok**: Az $^{235}$U felezési ideje 703,8 millió év, az $^{238}$U felezési ideje pedig 4,47 milliárd év.

**Megoldás 9.1.** A rövidebb felezési idő miatt az $^{235}$U mennyisége sokkal gyorsabban csökken, mint a $^{238}$U mennyisége, azaz valamikor a múltban nagyobb koncentrációban lehetett jelen. Jelöljük $N$-el az „akkor" meglévő összes urán atommag számát! Természetesen, az $^{235}$U atommagok száma „akkor": $0,03N$, a $^{238}$U magok száma pedig $0,97N$. Jelöljük $t$-vel az azóta eltelt időt, ekkor a következőképpen írhatjuk fel a jelenlegi arányt:

$$0,0071 = \frac{0,03N \cdot 2^{-\frac{t}{T_5}}}{0,97N \cdot 2^{-\frac{t}{T_8}}} \tag{9.7}$$

ahol $T_5$, ill. $T_8$ az $^{235}$U, ill. a $^{238}$U felezési ideje. $N$-el történő egyszerűsítés után már csak $t$ marad ismeretlen, úgyhogy az kifejezhető:

$$2^{\left(\frac{t}{T_5} - \frac{t}{T_8}\right)} = \frac{0,03}{0,97 \cdot 0,0071} = 4,356 \tag{9.8}$$

amiből logaritmálás és egyszerű aritmetikai átalakítás után kapjuk:

$$t = \frac{T_5 T_8}{T_8 - T_5} \cdot \frac{\ln 4,356}{\ln 2} = 1,77 \text{ milliárd év.} \tag{9.9}$$

# 10. fejezet

# A fúziós energiatermelés alapjai

A maghasadáson alapuló energiatermelés mellett a nukleáris energia felszabadításának másik útja a magfúzió. A fúzió során a periódusos rendszer elején levő, kis rendszámú elemek egyesülnek, ami – az atommagok energia-felülete alapján (lásd 2.1.3 fejezet)– energiafelszabadulással jár. Nagyobb tömegszámú, erősebben kötött atommag jön létre, és ezáltal kötési energia szabadul fel. A fúziót az atommagok elektrosztatikus (Coulomb-) taszítása gátolja, ezért csak valamekkora aktiválási energia befektetésével hozható létre.

A Coulomb-gát hidrogénizotópok esetén a lehető legkisebb, ezért ezeknek a fúziója aktiválható a legkönnyebben. A fúzió létrejöttét segíti az alagúteffektus (ld. a 4.1.2 fejezetet), és ezért kis valószínűséggel a Coulomb-gát alatti energiáknál is végbemehet.

A maghasadásnál a láncreakciót a neutronokkal tudtuk megvalósítani, mert a neutronok befogásakor a hasadás aktiválásához elegendő energia szabadult fel. Sajnos, a fúziónál ilyen lehetőség nincs. A fúzióhoz ugyanis két atommag szükséges, amelyek elegendően nagy sebességgel mozognak egymás felé. Sebességükből eredő mozgási energiájuknak kell fedezni a Coulomb-gát megmászásához szükséges energiát. Makroszkopikus méretű, láncreakcióra alkalmas módon történő mozgás csak hőmozgással tűnik megvalósíthatónak. Ezért a fúziós energiatermelés egyedüli járható útja jelenleg a termikus aktiválás.

Megemlítjük, hogy laboratóriumban, magfizikai kísérletek céljaira kevés számú részecskét elektrosztatikusan is fel lehet gyorsítani elegendően nagy sebességre, és így a fúziós reakció kis méretekben létrehozható. Ezen az elven működnek az ún. *neutrongenerátorok*. Nevük onnan ered, hogy segítségükkel a kísérletező fizikusok a fúziós folyamatok során kilépő, nagy energiájú neutronokat állítják elő. A neutrongenerátorokban alkalmazott elektrosztatikus gyorsítás azonban makroszkopikus méretű, energia-felszabadító láncreakció létrehozására alkalmatlan.

Ennek az az oka, hogy amikor a nagy sebességre felgyorsított részecskék behatolnak az anyagba, a fúzió létrejöttének a valószínűsége sokkal kisebb, mint más egyéb folyamatoké (pl. rugalmas szóródás, ionizálás stb.). Az „egyéb” folyamatokban viszont a bejövő, nagy energiára felgyorsított részecskék gyorsan elveszítik az energiájukat, és alkalmat-

lanná válnak fúzió létrehozására. Ezeknek a folyamatoknak a következtében a bejövő részecskék mozgási energiája addig csökken, amíg termikus egyensúlyba nem kerülnek a közeggel. Ezért a termikus mozgás energiáját kell olyan magas értéken tartani, hogy az már elég legyen a fúzió aktiválásához.

A termikus aktiváláshoz mintegy $10^7 - 10^8$ K körüli hőmérséklet szükséges. Ezen a hőmérsékleten az anyag már teljesen ionizált állapotba kerül. Ezt az állapotot nevezzük *plazmának*. A plazma kifelé elektromosan teljesen semleges, mivel egyenlő számban tartalmaz elektronokat és pozitív ionokat. A plazma sok szempontból a közönséges gázokhoz hasonlítható, lényeges különbség azonban az, hogy a plazma jól vezeti az elektromosságot, míg a semleges gázok nem. Hasonlítanak viszont abban, hogy a részecskék sebessége nem egy meghatározott érték, hanem jellegzetes elosztást — ún. Maxwell-elosztást -– követ.

## 10.1. Fúziós folyamatok

Emlékezve a ${}^4_2$He atommag kiemelkedően nagy kötési energiájára, első pillanatban a következő fúziós folyamatra gondolhatunk:

$$ {}^2_1\mathrm{H} + {}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He}. \tag{10.1} $$

Közelebbi vizsgálat azonban megmutatja, hogy két összeütköző deutérium atommag nem egyesülhet egyetlen újabb atommaggá (${}^4_2$He), mert ilyen ütközésnél nem teljesülhet egyszerre az energia-megmaradás és a lendület-megmaradás.

A fúziós energiatermelés szempontjából legértékesebb reakciók a következők:

$$ {}^2_1\mathrm{H} + {}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^3_2\mathrm{He} \ + \ \mathrm{n} \ + \ 3,25 \ \mathrm{MeV} \tag{10.2} $$

$$ {}^2_1\mathrm{H} + {}^3_1\mathrm{H} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He} \ + \ \mathrm{n} \ + \ 17,6 \ \mathrm{MeV}. \tag{10.3} $$

## 10.2. Fúzió a csillagokban

A termikusan aktivált fúzió létrehozásához magas hőmérséklet ($10^7 - 10^8$ K) szükséges. A csillagok belsejében az összegyűlt, hatalmas mennyiségű anyag gravitációs nyomása ellensúlyozni képes a sűrű, magas hőmérsékletű plazma nyomását. A csillag egyensúlyi módon, folyamatosan termeli az energiát a belsejében, hidrogénatomok fúziójával. A hidrogénre alapozott fúzióval energiát termelő csillagok a csillagfejlődés kezdeti szakaszában vannak. Ezeket H-égő csillagoknak nevezzük.

A csillagok (pl. a Nap) színképéből azonban kiderül, hogy bennük alig van deutérium és trícium. A H-égő csillagok tehát NEM a 10.2, ill. 10.3 reakciókkal működnek. Bennük érdekes módon a könnyű hidrogénből (proton) keletkezik a hélium.

### 10.2.1. A proton-proton ciklus (pp-ciklus)

Első pillanatban lehetetlennek látszik, hogy könnyű hidrogénnel fúziót lehessen megvalósítani, hiszen a ${}_1^1\mathrm{H}+{}_1^1\mathrm{H}\rightarrow{}_2^2\mathrm{He}$ reakció nem mehet végbe, mivel — magfizikai okoknál fogva - két proton nem tud kötött állapotot létrehozni. A gyenge kölcsönhatás azonban itt is segít! Roppant kis valószínűséggel az alatt a rövid idő alatt, amíg a két proton egymás közelében, a Coulomb-taszítás által létrehozott magasabb energiájú állapotban van, végbemehet az egyik proton neutronná alakulása, és a proton-neutron párból egy deutérium atommag létrejötte:

$$ {}_1^1\mathrm{H} + {}_1^1\mathrm{H} \rightarrow {}_1^2\mathrm{H} + e^+ + \nu \qquad (Q = 0,42\ \mathrm{MeV}) \tag{10.4} $$

A keletkezett pozitron szinte azonnal annihilál egy elektronnal:

$$ e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma \qquad (Q = 1,022\ \mathrm{MeV}) \tag{10.5} $$

A keletkezett deuteron már gyorsan találkozik egy protonnal, és fuzionál:

$$ {}_1^2\mathrm{H} + {}_1^1\mathrm{H} \rightarrow {}_2^3\mathrm{He} + \gamma \qquad (Q = 5,49\ \mathrm{MeV}) \tag{10.6} $$

Végül két $^3$He atommag fúziója fejezi be a $^4$He felépítését:

$$ {}_2^3\mathrm{He} + {}_2^3\mathrm{He} \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + 2\ {}_1^1\mathrm{H} \qquad (Q = 12,86\ \mathrm{MeV}) \tag{10.7} $$

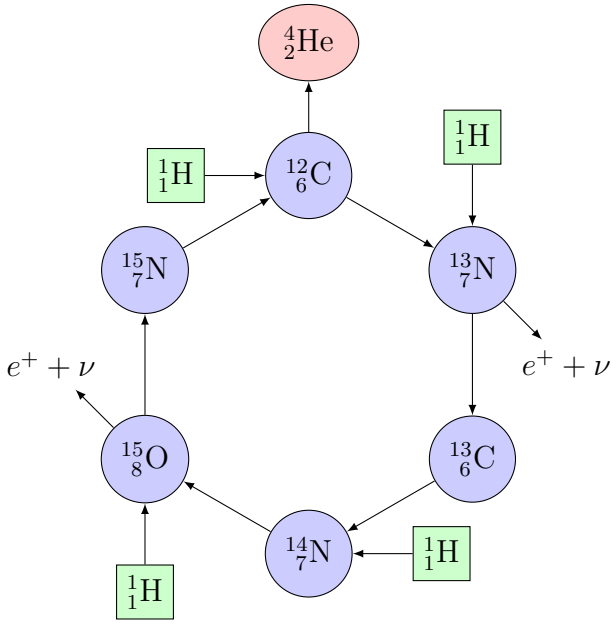
Összegezve ezeket a folyamatokat végeredményben négy protonból lesz egy hélium atommag (közben két pozitron és két neutrínó is keletkezik):

$$ 4\left({}_1^1\mathrm{H}\right) \rightarrow {}_2^4\mathrm{He} + 2e^+ + 2\nu, \qquad (Q = 24,69\ \mathrm{MeV}) \tag{10.8} $$

A teljes energiamérlegbe azonban a pozitronok annihilációjakor felszabaduló energiát is bele kell számítani, végeredményben tehát egyetlen ${}_2^4$He atommag létrejöttekor összesen 24,69+2,044=26,73 MeV energia szabadul fel.

*Megjegyzés*: a pp-ciklusnak vannak egyéb „oldalágai" is, ezekkel azonban itt most nem foglalkozunk

Mint említettük, a fúziós lánc „indulása", a 10.4 reakció roppant kis valószínűségű. Annyira kicsi, hogy egy kiszemelt proton másodpercenként többmilliárdszor ütközve másik protonnal évmilliárdokig bolyonghat a Nap roppant sűrű és sokmillió fokos középpontjában, amíg egyszer véletlenül létrejön ez a reakció. Gondoljunk bele, hogy ez a roppant vékony szálon csordogáló magreakció a fék, amely lehetővé teszi, hogy a Nap hidrogénjében rejlő hatalmas fúziós energia évmilliárdok alatt szabaduljon fel csaknem egyenletes ütemben, elegendő időt hagyva a Naprendszer egyik — megfelelő távolságban lévő — bolygóján Élet kialakulására és az evolúcióra. Ennek köszönhetjük a létünket! Ez az a fék, amely megakadályozza, hogy a Nap (és a többi hasonló csillag) nagyon rövid idő alatt iszonyú égi tűzijáték formájában, gigantikus hidrogénbombaként szétrobbanjon.




10.1. ábra. A CNO ciklus

### 10.2.2. A CNO ciklus

A csillagokban lejátszódó folyamatokat vizsgálva a közvetlen fúziós reakciókon túl érdekes katalizálási lehetőségre mutatott rá H. BETHE (1906-2005, Nobel-díj 1967) német fizikus. A csillagban levő, nagyobb rendszámú elemek — például a $^{12}_6$C — a hidrogénfúzióban katalizátor szerepet kaphatnak (10.1 ábra)

A körfolyamat lépései:

$$^{12}_6\mathrm{C} + ^1_1\mathrm{H} \rightarrow ^{13}_7\mathrm{N} \tag{10.9}$$

$$^{13}_7\mathrm{N} \rightarrow ^{13}_6\mathrm{C} + e^+ + \nu \tag{10.10}$$

$$^{13}_6\mathrm{C} + ^1_1\mathrm{H} \rightarrow ^{14}_7\mathrm{N} \tag{10.11}$$

$$^{14}_7\mathrm{N} + ^1_1\mathrm{H} \rightarrow ^{15}_8\mathrm{O} \tag{10.12}$$

$$^{15}_8\mathrm{O} \rightarrow ^{15}_7\mathrm{N} + e^+ + \nu \tag{10.13}$$

$$^{15}_7\mathrm{N} + ^1_1\mathrm{H} \rightarrow ^{12}_6\mathrm{C} + ^4_2\mathrm{He} \tag{10.14}$$

A körfolyamat végén a $^{12}_6$C magot ismét visszakapjuk, de közben négy $^1_1$H-ból egy $^4_2$He, két pozitron és két neutrinó keletkezett (ugyanúgy, mint a pp-ciklusban). A CNO-ciklusban a béta-bomlások, valamint a reakcióban résztvevő atommagok nagyobb rendszáma miatt magasabb Coulomb-gátak, ill. nagyobb aktiválási energiák játsszák a „fék” szerepét. A CNO ciklusnak is vannak mellékágai, azonban ezekkel itt most nem foglalkozhatunk.

## 10.3. A szabályozott magfúzió lehetőségei

A szabályozott fúzió megvalósítására irányuló erőfeszítések szorosan kapcsolódnak a plazmafizikai kutatásokhoz. A kísérleti tapasztalatok szerint a fúzió megindulása és fennmaradása szempontjából a plazmát elegendően nagy sűrűséggel, elegendően magas hőmérsékleten, elegendő hosszú ideig együtt kell tartani.

### 10.3.1. A Lawson-kritérium

A hőmérséklet -– mint korábban már említettük — legalább $10^7...10^8$ K kell legyen. A fúziós teljesítménysűrűség ($P_f$) a plazma sűrűségének ($n$) a négyzetével arányos (a $C_1$ arányossági tényező függ a plazma $T$ hőmérsékletétől).

$$P_f(T) = C_1(T) \cdot n^2 \tag{10.15}$$

A sűrűség négyzetétől való függést könnyű megérteni. Tekintsünk egy kiválasztott térfogatot. Adott hőmérsékleten időegység alatt ebben a térfogatban bekövetkező fúziós reakciók száma (amely a fúziós teljesítményt adja) a térfogatban összesen bekövetkező atommagütközések számával lesz arányos (hiszen egyetlen ütközéskor adott valószínűséggel következik be fúziós reakció). Egyetlen deutérium atommag időegységre eső ütközéseinek száma nyilván a plazma $n$ sűrűségével arányos, hiszen ettől függ, hogy hány másik atom van a kiszemelt környezetben. Viszont az is a plazma sűrűségével arányos, hogy adott térfogatban hány deutérium atommag van. Így az időegység alatt adott térfogatban bekövetkező összes ütközés száma a sűrűség négyzetével lesz arányos.

Ha a plazmát nem fűtené a fúzió, akkor bizonyos idő alatt lehűlne. Ezt a veszteségi teljesítménysűrűséggel tudjuk kifejezni:

$$P_v = \frac{n \cdot C_2(T)}{\tau} \tag{10.16}$$

A számlálóban a plazma „belsőenergia-sűrűsége” szerepel, amely természetes módon a plazma sűrűségével arányos. Az arányossági tényező itt is függ a hőmérséklettől. A nevezőben szereplő idő dimenziójú mennyiség neve: „energia-összetartási idő”.

Ahhoz, hogy a fúzió által leadott teljesítmény fenn tudja tartani a plazmát, az kell, hogy a fűtési teljesítmény legalább pótolni tudja a veszteségeket, azaz $P_f \geq P_v$. Behelyettesítve kapjuk:

$$C_1(T) \cdot n^2 \geq \frac{n \cdot C_2(T)}{\tau} \tag{10.17}$$

Átrendezve, és a hőmérséklettől függő konstansokat összevonva egyetlen $C(T)$ együtthatóvá kapjuk:

$$n \cdot \tau \geq C(T). \tag{10.18}$$

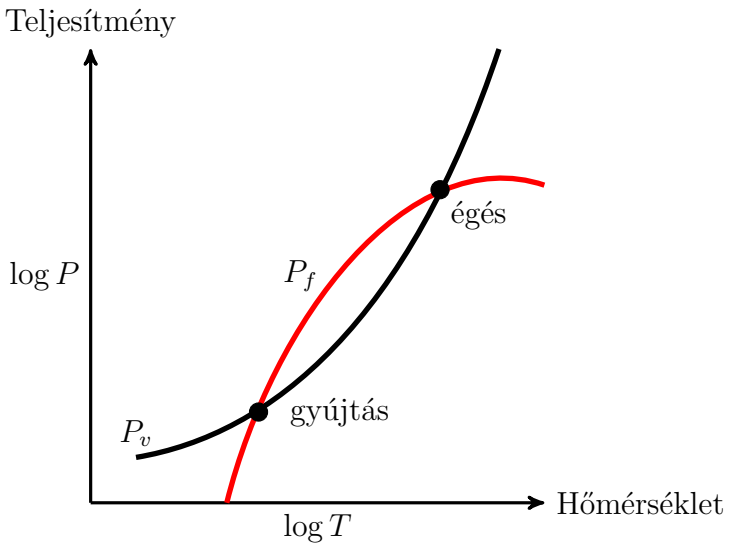
A $C(T)$ konstanst deutérium-trícium plazmára, és $\frac{3}{2}kT = 20\text{keV}$ hőmérsékletre ki lehet számítani. Így kapjuk, hogy a plazma $n$ sűrűségének és a $\tau$ energia-összetartási idejének szorzata meg kell haladjon egy kritikus értéket:

$$n \cdot \tau \geq 10^{20} \ \frac{\text{s}}{\text{m}^3}. \tag{10.19}$$

Ez az ún. *Lawson-kritérium.* Kidolgozója, J.D.LAWSON(1923-2008), brit fizikus és mérnök volt.

Az erőfeszítések ellenére mind a mai napig nem sikerült egyetlen olyan fúziós rendszert sem létrehozni, amely a Lawson-kritériumot elérte volna.

Ezen a ponton kell szólnunk a stabilitás kérdéséről is. Magfizikai okoknál fogva a fúziós reakciók sebessége egy bizonyos hőmérséklet fölött csökkenni kezd (a részecskék már túl gyorsan mozognak, és rövid ideig tartózkodnak egymás közelében, emiatt csökken a reakció valószínűsége). Ugyanakkor a veszteségi teljesítmény a hőmérséklet növelésével monoton növekszik. A $P_f = P_v$ egyenlet két munkapontban is teljesülhet (ld. 10.2 ábra).




10.2. ábra. A plazma begyújtása és égése

A $P_f \geq P_v$ feltétel, és az ebből fentebb levezetett Lawson-kritérium a két pont közötti tartományon teljesül. Amikor tehát a plazmát felfűtjük, először a „gyújtási pontot" érjük el: itt a fúziós teljesítmény nagyobb lesz mint a veszteségi, a plazma gyorsan — szinte robbanásszerűen — melegszik tovább. Azonban ez a melegedés véget ér az „égési pontban". Ez egy stabil munkapont. Ugyanis, ha a plazma tovább melegedne, a fúziós

teljesítmény már nem lenne elég a veszteségek fedezésére, a plazma gyorsan visszahűlne. Fordítva is igaz: ha a plazma kicsit lehűl, a fúziós teljesítmény nagyobb lesz, mint a veszteségi, és ezért gyorsan visszamelegszik. Az ábra alapján megérthető, hogy a fúziós energiatermelés során a plazma önszabályozó módon viselkedik, szépen egyenletesen ég, a hőmérséklete nem tud „megszaladni".

Ez a nem-megszaladás azonban csak a plazma hőmérsékletére (és teljesítménysűrűségére) vonatkozik! Elegendően nagy, fúzióra alkalmas anyagmennyiség esetén a fúziós reakciók pillanatok alatt az egész anyagmennyiségre kiterjedhetnek, és ez a másodperc törtrésze alatt bekövetkező hatalmas energiafelszabaduláshoz vezethet. Így működik a H-bomba. Ilyen szempontból tehát a fúziós reakciók is „megszaladhatnak". A fúziós reakciókat tehát csak a fúzióra alkalmas anyagmennyiség korlátozásával lehet „szabályozni".

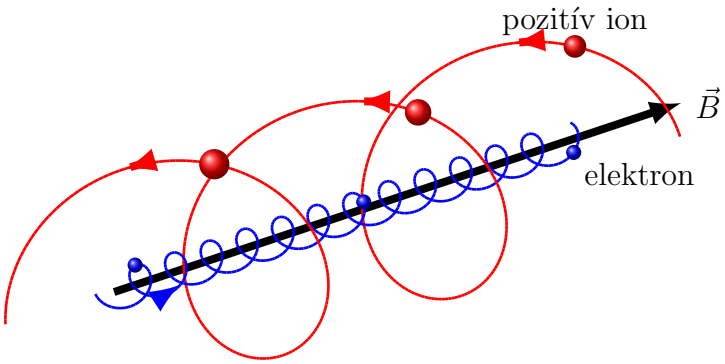
## 10.4. A Lawson-kritérium teljesítésének két útja

### 10.4.1. Az inerciális fúzió

Az egyik lehetőség az, hogy nem törődünk az energia-összetartási idővel, hagyjuk, hogy a plazma táguljon, sugározzon, hűljön, ahogyan a tehetetlensége engedi, viszont nagyon nagy sűrűséget próbálunk elérni. Ez az ún. inerciális (tehetetlenségi) fúzió. Itt deutériumból és tríciumból álló, alacsony hőmérsékletű, apró (kb. 1 mm átmérőjű) megfagyasztott gömböcskéket melegítünk fel több millió fokra nagyon gyorsan, hatalmas teljesítményű lézerekkel. A gömböcskék felszínéről gyorsan elpárolgó anyag visszalökő ereje olyan nagy, hogy a maradék anyag belsejében igen nagy nyomás — és ezáltal igen nagy sűrűség — is kialakul, és beindul a fúzió. A kis gömböcske úgy robban fel, mint egy mini hidrogénbomba. Bár több helyen is folynak a világban ilyen kísérletek (a legnagyobb ilyen kísérlet az Egyesült Államokban a National Ignition Facility (NIF) [26]), a megvalósulás még messze van attól, hogy ettől a módszertől hamarosan ipari méretű, pozitív mérlegű energiatermelést várhatnánk.

### 10.4.2. A mágneses mezőbe zárt plazma

A másik út az, hogy megpróbáljuk a plazma energia-összetartási idejét növelni olyan mértékig, hogy a Lawson-kritérium teljesüljön. Ehhez a plazmát hosszú ideig össze kell tartani, minimalizálni a veszteségi teljesítményt. Az egyik legnehezebb probléma a forró plazma tárolása. Ha a több millió fokos plazma kölcsönhatásba lép a környezetével, egyrészt lehűl, másrészt pedig tönkreteszi azt a berendezést, amelyben előállították. A plazma tárolására jelenleg ismert leghatásosabb módszer a plazma bezárása mágneses mezőbe.




10.3. ábra. Az elektromosan töltött részecskék a mágneses erővonalak mentén spirális pályán mozognak

A plazmában elektronok és ionok mozognak, ezek pedig mágneses mezőben körpályára kényszerülnek. Alkalmas elrendezéssel elérhető, hogy a plazma részecskéi körpályájuk során ne találkozzanak a plazmát tartó edény falával: a plazma „mágneses palackba" kerül. Technikai megvalósításuk szerint két típusú plazmatárolót különböztetünk meg:

- nyílt rendszer (cső alakú), ahol a plazma kiáramlását a cső két végén speciális mágnese „tükrök" gátolják meg.
- zárt rendszer, ahol a plazmát gyűrű alakú (tórusz) tartályban gázkisüléssel hozzák létre, koaxiális mezőben.

A nyílt rendszerrel végzett kísérleteket mára már feladták, mert a cső két végén nem lehet megakadályozni a plazma kiszivárgását, és a veszteségeket.

A mágneses mezőbe való bezárásnak az a fizikai alapja, hogy az elektromos töltésű részecskék a Lorentz-erő hatására a mágneses erővonalak mentén, spirális pályán mozognak (ld. 10.3 ábra). Az indukcióvonalra merőleges síkra vetítve a részecskék körmozgást végeznek, melyhez a centripetális erőt a mágneses Lorentz-erő adja. A mágneses Lorentz-erő $\vec{F} = q\left[\vec{v} \times \vec{B}\right]$. Emiatt a körmozgásra $mr\omega^2 = qvB$, és ebből (figyelembe véve, hogy $r\omega = v$) kapjuk

$$\omega = \frac{q}{m}B \tag{10.20}$$

Ez a *Larmor-frekvencia*. Látható, hogy ez nem függ a részecskék sebességétől, a pálya sugarától stb., csak az alkalmazott mágneses indukciótól, és a részecske fajlagos töltésétől $\frac{q}{m}$. A plazmában elektronok és (hidrogén) ionok mozognak, ugyanabban a mágneses mezőben. A H-ionok és az elektronok elektromos töltése azonos abszolút értékű ($+e$, ill. $-e$), az elektronok tömege azonban majdnem 4000-szer kisebb, mint a deutérium ionoké. Emiatt az elektronok Larmor-frekvenciája kb. 4000-szer akkora, mint

a deutérium-ionoké. A Lorentz-erőnek nincs az indukcióvonalakkal párhuzamos komponense, az indukcióvonalak mentén a részecskék „szabadon” mozognak. Az indukcióvonalakra merőlegesen azonban nem tudnak messzebb elmenni, mint a spirális pálya sugara. Az indukcióvonalakkal tehát „terelni” lehet a részecskéket, hiszen nem tudnak azoktól eltávolodni.

Kis átalakítással 10.20-ből a spirális pályák sugarára is kapunk egy összefüggést. Ha $m$ tömegű részecskének $E$ mozgási energiája van, akkor a pálya sugarára kapjuk:

$$r^2 \leq m \left( \frac{2E}{q^2 B^2} \right) \tag{10.21}$$

A hőmozgás energiája néhányszor tíz keV a magas hőmérsékletű plazmában az elektronokra és az ionokra egyaránt. A töltés ugyanakkora, és a $B$ is ugyanakkora. Mivel a deutérium-ionok tömege kb. 4000-szer akkora mint az elektronoké, ezért az ionok jóval nagyobb sugarú spirálon haladnak az erővonalak mentén, mint az elektronok. Még ennél is nagyobb sugarú lesz a fúziós reakcióban keletkező ${}_2^4\mathrm{He}^{2+}$ ionok pályája, hiszen azoknak nemcsak tömege, de energiája is sokkal nagyobb (kb. 3200 keV). Ha tehát azt akarjuk, hogy a keletkezett ionok a plazmában adják le az energiájukat, akkor nagy átmérőjű plazma-oszlopot kell előállítanunk.

A plazma „bezárására” a legkézenfekvőbb megoldás az, amikor az indukcióvonalak zártak (tórusz, „autógumi-geometria”). Ekkor a részecskék körbe-körbe szabadon szaladnak a tórusz mentén („toroidálisan”), azonban arra merőleges irányba nem tudnak elmozdulni, be vannak zárva. Ha a szolenoidot „körbe hajlítjuk”, ezt meg lehet valósítani.

A részletes számítások azonban megmutatták, hogy csak akkor tud a plazma stabilan elhelyezkedni, ha az indukcióvonalak spirálisan „meg vannak csavarva” a tórusz belsejében. Ennek az okát itt terjedelmi okok miatt nem részletezhetjük. Az erővonalak spirális megcsavarását kétféle módon lehet elérni.

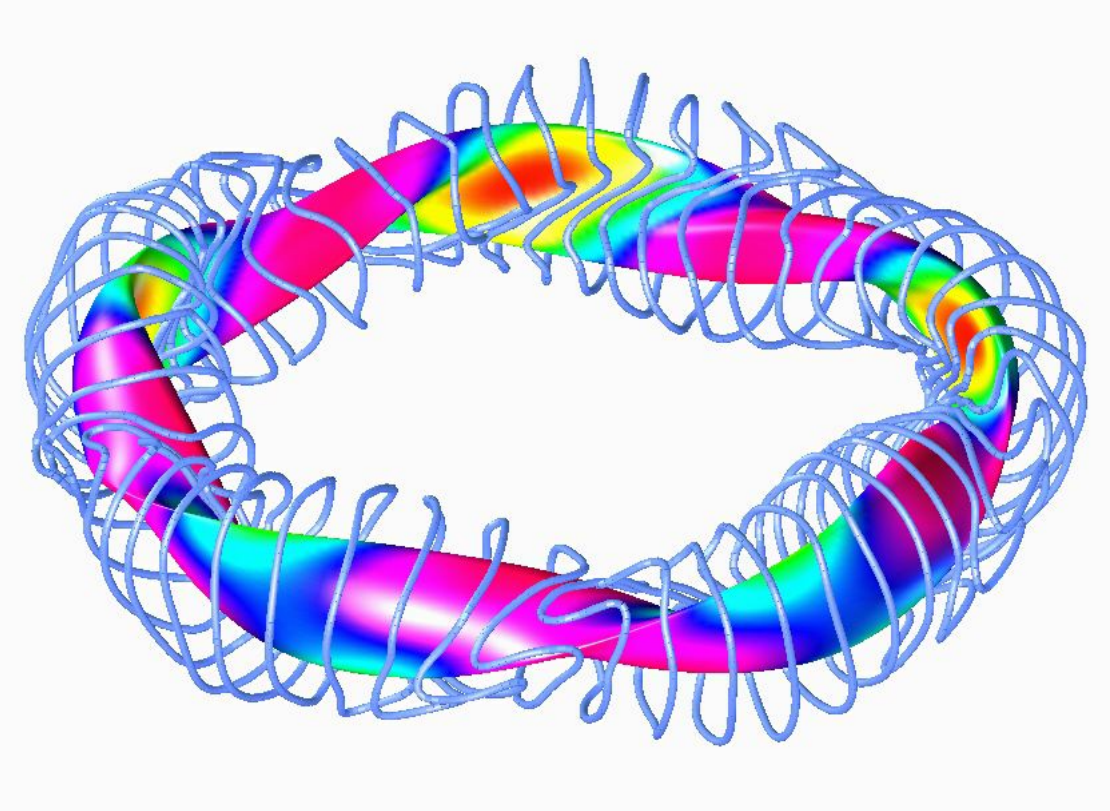
### Stellarátor

Kisegítő, megcsavart tekercsekkel hozzuk létre a megcsavart mágneses mezőt. Ilyen típusú kísérleti berendezések épültek, és most is vannak építés előtt álló kísérleti berendezések. Ma már számítógépekkel olyan mágnes-tekercs rendszert tudnak tervezni, amellyel szinte tetszőleges alakú mágneses mezőt – és így plazma alakot is – elő lehet állítani.

Példaként a 10.4 ábra a Németországban építés alatt álló Wendelstein-7 stellarátor [27] mágneses mezejét, és az azt előállító tekercsrendszer (egy részletének) alakját mutatja. A stellarátorok nagy előnye, hogy folyamatos üzemben tudnak működni.

### A TOKAMAK

A másik megoldás a mágneses erővonalak „megcsavarására” az, hogy a plazmán áramot hajtunk át. Ennek az áramnak a (vezetőt körülvevő, *poloidális*) mágneses mezeje hozzá-



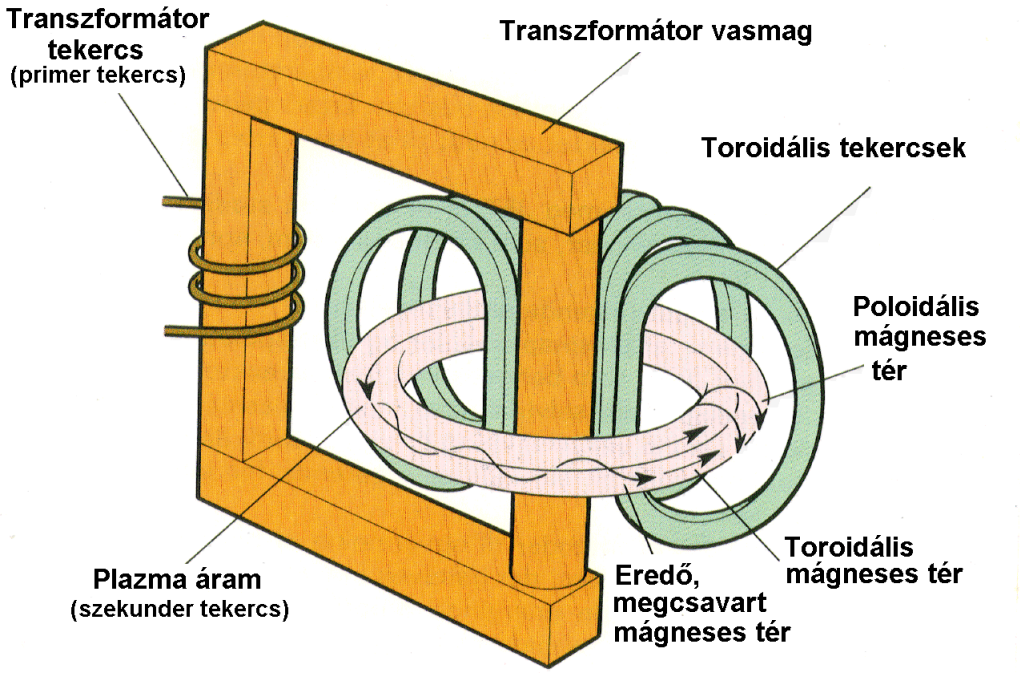
10.4. ábra. A németországi Wendelstein 7-X stellarátor tekercsrendszerélnek részlete és a plazma alakja [28]

adódik a külső mágnesek által létrehozott *toroidális* mágneses mezőhöz, és ezzel együtt hozza létre a megcsavart erővonalakat. Ennek a megoldásnak további előnye, hogy a plazmán áthajtott áram a Joule-hő révén egyúttal fűti is a plazmát. Ezt a megoldást a Szovjetunióban fejlesztették ki, orosz rövidítésből származik a TOKAMAK elnevezés is.

A technikai megvalósítás során a kör alakú plazma egy transzformátor egymenetű szekunder tekercseként viselkedik, és a primer tekercsben (lineárisan) növekvő áram időben állandó áramot indukál a plazmában (ld. 10.5).

Ennek a megoldásnak hátránya, hogy csak rövidebb-hosszabb ideig tartó impulzusüzemben működik, hiszen a plazmaáramot indukáló, időben lineárisan növekvő mágneses mező nem nőhet akármekkorára. A Tokamakban létrehozott plazmaimpulzust a kísérletező fizikusok „lövésnek” hívják.

Világviszonylatban eddig a legjobb eredményeket TOKAMAK jellegű kísérleti berendezések szolgáltatták. (Hazánkban is működött egy kisebb berendezés a Központi Fizikai Kutató Intézetben Budapesten, de ezt a XX. század végén a gazdasági megszorító intézkedések következtében leszerelték.) Bár ezek a készülékek csak kísérleti jellegűek, és




10.5. ábra. Tokamak vázlatos felépítése

nem az energia-felszabadítást, hanem a fúziós reaktorokkal kapcsolatban felvetődő számos műszaki-technikai vagy fizikai probléma kutatását szolgálják, egészen biztos, hogy ezek nélkül soha nem haladna a kutatás előre, és soha nem érnénk el a termonukleáris reaktor megépítését.

### 10.4.3. A plazma fűtése

A fúziós reakciók beindításához a plazmának igen magas hőmérsékletűnek (több tízmillió K) kell lenni. Ezt a plazma fűtésével tudjuk elérni — legalábbis kezdetben, amíg az önfenntartó plazma meg nem valósul. A plazma fűtésének egyéb haszna is van, hiszen azzal a Lawson-kritériumban szereplő energia-összetartási időt is meg lehet növelni, és közelebb kerülünk a kritérium teljesítéséhez.

A plazma felmelegítésére, hevítésére többféle megoldás ismert.

- *Ohmikus hevítés.* A plazma vezeti az elektromos áramot, és ezért a rajta átáramló elektromos áram hatására felmelegszik ($P = I^2 \cdot R$). Ez a hevítési módszer kb. 5 millió K felett már nem hatékony, mivel ilyen hőmérsékleten a plazmaoszlop „ellenállása” már nagyon lecsökken. A TOKAMAK típusú berendezések erősen kihasználják ezt a fűtési módot.

- *Nagyfrekvenciás fűtés I.* (ECRH, Elektron-Ciklotron-Rezonancia fűtés): A plazmában levő elektronokat nagyfrekvenciás mezővel gyorsítjuk. A kapott energiát az elektronok ütközések révén átadják az ionoknak is — a plazma felmelegszik. A legjobb energia-betáplálás akkor érhető el, ha a nagyfrekvenciás mező frekvenciája éppen a mágneses mezőben lévő elektronok Larmor-frekvenciájával egyezik meg (ld. 10.20). Ez általában GHz (mikrohullámok) tartományba esik.

- *Nagyfrekvenciás fűtés II.* (ICRH, Ion-Ciklotron-Rezonancia fűtés) A plazmában levő ionokat gyorsítjuk a nagyfrekvenciás mezővel. A legjobb energia-betáplálás akkor érhető el, ha a nagyfrekvenciás mező frekvenciája éppen a mágneses mezőben lévő ionok Larmor-frekvenciájával egyezik meg (ld. 10.20). Ez általában MHz (rádióhullámok) tartományba esik.

- *Nagy intenzitású részecske-besugárzás.* (NBI, „Neutral Beam Injection") Itt nagy energiára felgyorsított semleges atomnyalábot lőnek a plazmába (azért kell semleges legyen, mert ha ionokból állna, akkor a mágneses mező eltérítené, és nem jutna be a plazmába). Először, természetesen, ionokat gyorsítanak, majd a felgyorsított ionokból állítanak elő nagy sebességű semleges atomnyalábot, és végül ezt lövik be a plazmába.

- *Lézeres hevítés.* Az inerciális fúzióban alapvető, de a mágneses összetartású plazma fűtésére is lehet használni.

### 10.4.4. A fúziós energiatermelés jövője. A JET és az ITER

A végső célt, a termonukleáris reaktor gyakorlatilag hasznosítható megoldását eddig még nem sikerült elérni. A fúziós erőművek egy szinte kimeríthetetlen mennyiségű energiahordozóra, a tengervízben nagy mennyiségben található deutérium felhasználására épülnek majd. A tríciumot a helyszínen állítják elő, a Földön ugyancsak nagy mennyiségben található lítiumból, felhasználva a fúziós reakcióban keletkező neutronokat:

$$ {}^{2}_{1}\mathrm{H} + 3_1\mathrm{H} \rightarrow {}^{4}_{2}\,\mathrm{He} \;+\; \mathrm{n} \;+ 17,6\ \mathrm{MeV}, \tag{10.22} $$

és

$$ {}^{6}_{3}\mathrm{Li} \;+\; \mathrm{n} \rightarrow {}^{3}_{1}\,\mathrm{H} + {}^{4}_{2}\,\mathrm{He} \;+\; 4,78\ \mathrm{MeV}. \tag{10.23} $$

$$ {}^{7}_{3}\mathrm{Li} \;+\; \mathrm{n} \rightarrow {}^{3}_{1}\,\mathrm{H} + {}^{4}_{2}\,\mathrm{He} \;+\; \mathrm{n} \;-\; 2,466\ \mathrm{MeV}. \tag{10.24} $$

(Itt a második reakció ugyan endoterm, ám a deutérium-trícium fúziós folyamatban keletkező neutronok elég nagy energiájúak (≈14 MeV) ahhoz, hogy ezt a folyamatot is elő tudják idézni.)

Ennek a megoldásnak kettős előnye is van. Egyrészt hasznosítja a reakcióban keletkező, egyébként „felesleges" neutronokat (amelyek egyébként az energia 80%-át is elviszik),

másrészt pedig biztosítja a fúziós reakcióhoz szükséges tríciumot, amelyet egyébként máshol kellene fáradságosan és sok energiát befektetve előállítani. A trícium szállítása is veszélyes lenne, mivel radioaktív anyag. A helyszíni előállítás ezt a problémát is megoldja.

Természetesen, a fenti képet árnyalja, hogy a deutériumot a tengervízből ki kell nyerni, és ez igencsak energiaigényes és nehéz folyamat, mivel csak igen kis koncentrációban található: minden 6000 hidrogén-atomra jut egy deutérium atom. A Li elem elterjedtsége a Földkéregben: 20 mg/kg (körülbelül azonos a Ga, Sc, Nb elemekével), a Föld tengereiben: 0,18 mg/liter. Összehasonlításképpen az uránra és a tóriumra a megfelelő értékek 2,7 mg/kg és 0,0032 mg/liter, illetve 9,6 mg/kg és $10^{-6}$ mg/liter.

A fúziós energiatermelésnek vannak (lesznek) radiológiai kockázatai is. A trícium 12,3 év felezési idejű radioaktív anyag. Kis energiájú $\beta$-bomlással bomlik (maximális $\beta$-energia 18,6 keV), ezért külső besugárzás esetén nem kell tőle tartani. A szervezetbe bekerülve azonban veszélyessé válik, hiszen a sejteket közvetlen közelről roncsolja. Mivel lényegében minden szövetünkben nagyon sok a hidrogén, a trícium a hidrogén helyére léphet, és az egész szervezetben szétterjed. A fúziós erőművekből – valamilyen inhermetikusság vagy baleset esetén – a trícium a környezetbe kerülhet, és a víz körforgásába bekerülve károsíthatja a bioszférát. A veszély értékelésénél azonban figyelembe kell venni azt, hogy az erőművekben nem terveznek nagy mennyiségű tríciumot tárolni, hiszen az erőmű működése során folyamatosan állítják elő a 10.23 reakciókkal, annak ütemében ahogyan fogyasztják. Tehát egy baleset alkalmával néhány grammnyi trícium kerülhet ki esetleg a levegőbe, ami gyorsan szétoszlik, felhígul. A kibocsátási helytől távolabb már olyan kis koncentrációban lesz jelen, amelynek a radiológiai hatásai várhatóan nem lesznek nagyok.

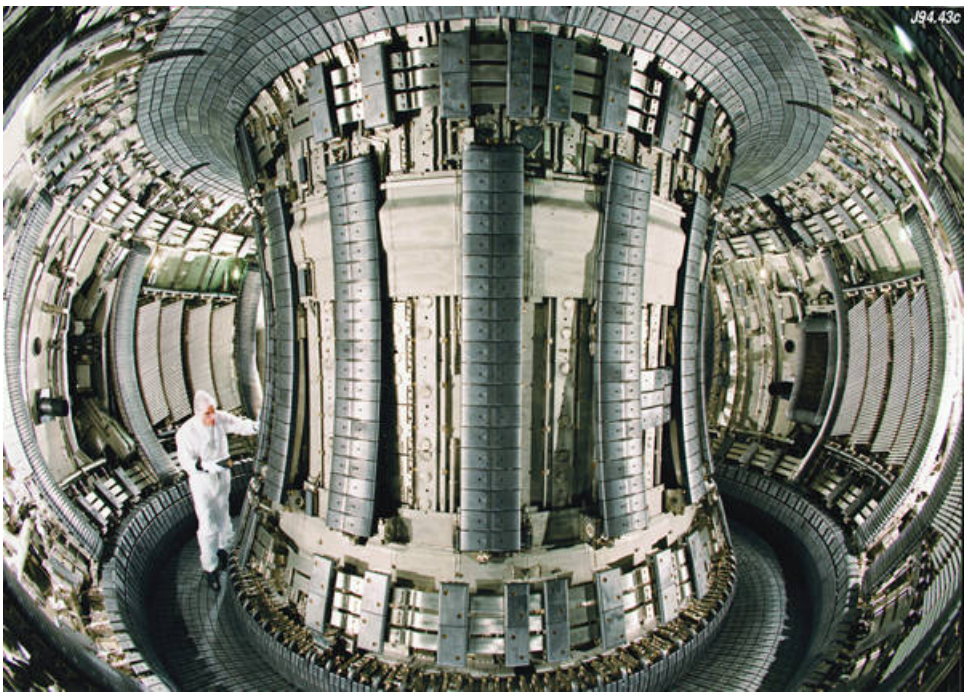
A radioaktivitás másik forrása a fúzióban keletkező neutronok által felaktivált szerkezeti anyagok. Bár olyan hosszú felezési idejű anyagok nem keletkeznek, mint amilyenek a jelenlegi atomerőművekben, de a radioaktívvá váló anyag mennyisége továbbra is jelentős lesz. A gyors neutronok az anyagokat jobban roncsolják, mint a termikus neutronok vagy a $\gamma$-sugárzás, ezért a szerkezeti anyagok sugárkárosodása jóval jelentősebb, mint a jelenlegi atomerőművekben. Emiatt a fúziós energiatermelés jelen kutatási irányai közül az egyik legfontosabb az anyagtudományi kutatás, amely a fúziós erőművekben használható anyagok kifejlesztésére irányul.

Szerte a világon intenzív kutatások folynak a szabályozott termonukleáris fúzió megvalósítására, nemcsak a kimeríthetetlen energiaforrás ígérete miatt, hanem azért is, mert a termonukleáris erőművek működése közben nem keletkeznek hosszú felezési idejű radioaktív termékek. Reméljük, hogy egyrészt sikerül a neutronok nagy részét tríciumtermelésre hasznosítani, másrészt megfelelő anyagok kiválasztásával sikerül elérni, hogy a szerkezeti elemekben a maradék neutronok hatására keletkezett radioaktív anyagok rövid felezési idejűek legyenek, és így ne okozzanak hosszú távon tárolási problémákat. A fúziós erőművek tehát a világ energiagondjait beláthatatlanul hosszú időre megoldhatnák komolyabb környezeti szennyezés veszélye nélkül. Sajnos, a magas hőmérsékletű

plazma és a járulékos műszaki-technikai problémák olyan hatalmasak, hogy azokat csak nemzetközi összefogással lehet leküzdeni. A legígéretesebbek éppen ezért a több ország együttműködésével épülő hatalmas fúziós kísérleti létesítmények.

### JET

Ízelítőül, és azért, hogy az erőfeszítések mértékéről képet adjunk, ismertetjük a jelenleg működő egyik legnagyobb fúziós berendezés, a nyugat-európai országok közös vállalkozásának, a JET-nek (Joint European Torus [29]) néhány adatát.




10.6. ábra. A JET tokamak vákuumkamrája, karbantartás során

A TOKAMAK rendszerű létesítményt 1984. április 9-én nyitották meg az angliai Culham-ban (10.6 ábra). A gyűrű alakú kisülési vákuumkamra közepes sugara 2,96 m, a kamra keresztmetszete D alakú, magassága 4,2 m, szélessége 2,5 m. A kamrában a plazma kiterjedése függőleges irányban 2,1 m, vízszintesen 1,25 m. A mágneses mezőt létrehozó központi vasmag tömege 2800 tonna, a toroidális mezőt létrehozó tekercsekben folyó áram teljesítménye 380 MW. A toroidális mágneses indukciót 1999-ben 4 T-ra emelték. A plazma fűtésének mintegy 20 másodperces ideje alatt a plazmában kb. 4,8 milló A erősségű áram folyik. A kezdeti 5 MW fűtőteljesítményt 1988-ig több lépcsőben 25 MW-ra emelték újabb fűtőrendszerek üzembe helyezésével. 1997-ben három hónapon át deutérium-trícium plazmával is végeztek kísérleteket. Ezek a következő „világcsúcsokat” jelentő eredményeket hozták a JET számára:

- Egy impulzusban 22 MJ fúziós energia szabadult fel.
- 16 MW fúziós csúcsteljesítményt értek el
- 4 MW állandó fúziós teljesítményt tudtak fenntartani 4 s ideig
- Az ion-hőmérséklet ≈40 keV volt (≈200 millió K)
- A fúziós teljesítmény a plazmát fűtő teljes teljesítménynek már a 65%-át biztosította (Q = 0,65)

Mindezek ellenére a JET még csak egy plazmafizikai kísérletek részére épített kísérleti berendezés, amely több energiát fogyaszt, mint termel. A következő nagy lépés az ITER megépítése lesz.

### ITER (International Tokamak Experimental Reactor, vagy „Az Út")

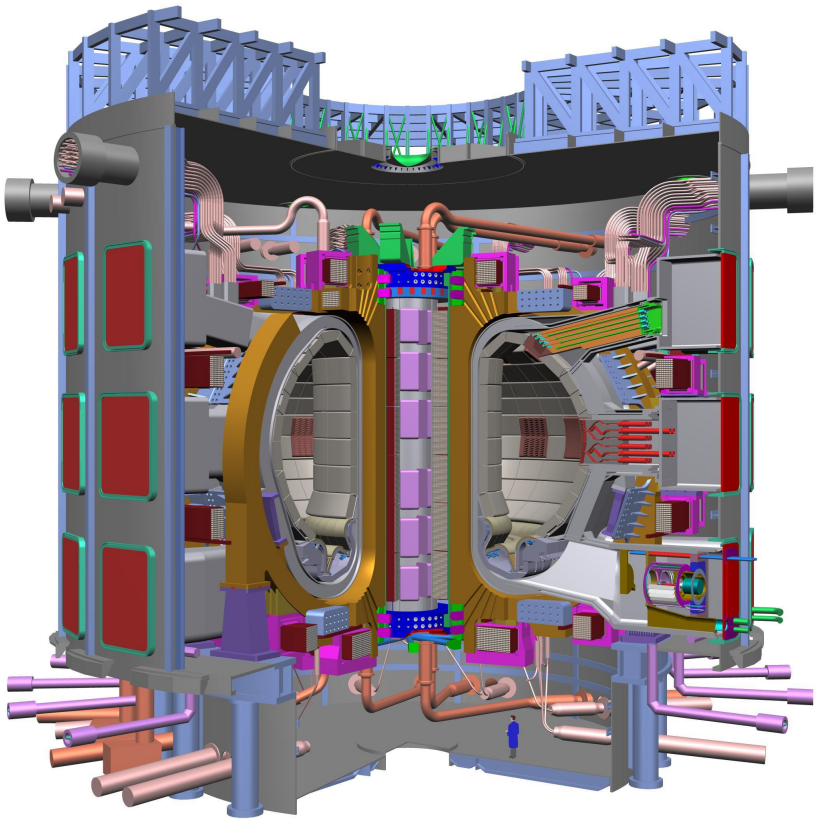
Az ITER ötlete 1985-ben merült fel először az egykori Szovjetunió, az Egyesült Államok, az Európai Unió és Japán közötti együttműködés keretében, a Nemzetközi Atomenergia Ügynökség (IAEA) pártfogásával. A nemzetközi konzorciumot ma az Európai Unió, Japán, a Kínai Népköztársaság, Oroszország, a Koreai Köztársaság, az Egyesült Államok és India alkotják. Várhatóan új országok is csatlakoznak majd, ahogy az ITER a kivitelezés fázisába lép.

Az ITER berendezés európai helyszínen, a dél-franciaországi Cadarache-ban épül fel. A Cadarache-i helyszín már most is a Francia Atomenergia Bizottság (CEA) energiakutatási központjaként szolgál. A telephely kb. 40 hektárnyi területet ölel fel, további 30 hektár használható átmenetileg az építkezési szakaszban. Az ITER helyszín követelményei közé tartozik a 450 MW-os hűtési kapacitás és a 120 MW-ig terjedő elektromos energiaforrás.

Az építkezési szakasz 2007-ben elkezdődött és ha minden jól megy, 2020 után valamivel kigyúl az első ITER plazma.

Az ITER olyan tokamak lesz (10.7 ábra), amely 500 millió watt (500 MW) fúziós energiát lesz képes 10 percig folyamatosan előállítani. Harmincszor nagyobb teljesítményű lesz, mint a JET berendezés, és közel akkora, mint a jövőbeni kereskedelmi erőművek. A tudósok az ITER program keretén belül tudják majd először tanulmányozni az „égő" plazma fizikáját – olyan plazmáét, amelyet túlnyomórészt a belső fúziós reakciók hevítenek, nem pedig külső hőforrás (ld. 10.2 ábra). Az ITER egyik célja, hogy bemutassa és tökéletesítse azokat a kulcsfontosságú technológiákat, amelyek a fúzió, mint biztonságos és környezetbarát energiaforrás fejlesztéséhez szükségesek.

Az ITER kísérletben a plazma a fúzió során tízszer annyi energiát termel majd, mint amennyi a hidrogén plazma előállításához és hevítéséhez szükséges ($Q = 10$). A kísérlet során tesztelni fogják a majdani valódi erőművekben szükséges fűtési, ellenőrző, diagnosztikai, valamint távkarbantartó rendszereket. Az ITER működése során emellett a



10.7. ábra. Az ITER kísérleti fúziós berendezés terve. A méreteket a kis emberfigura érzékelteti

plazma utántöltésére és a szennyeződések kivonására szolgáló rendszereket és eljárásokat is kifejlesztik. Fontos feladata lesz az ITER-nek a tríciumtermelés kipróbálása és optimalizálása is a fúzióban keletkező neutronok lítiumba történő befogásával (lásd 10.23 reakciók).

Mivel a fúzióban keletkező energia 80%-át a neutronok viszik el, a neutronok elnyeletésének nemcsak a tríciumtermelés a haszna, hanem a fúzióban keletkező energia felfogása, és átadása a folyékony lítium hűtőközegnek is. Ezért az ITER-ben már a jövőbeli fúziós reaktorok termohidraulikáját (hűtését és hőelvezetését) is tesztelni lehet. Ilyen módon az ITER lényegében egy fúziós erőművi reaktor minden elemét tartalmazza majd, és ezeknek a biztonságos és optimális megvalósítását a fizikusok és mérnökök ezen a berendezésen kísérletezhetik ki.

### DEMO

Az ITER alapozza meg egy későbbi, elektromos áramot is termelő „demonstrációs” erőmű (DEMO) megalkotását. Ez lesz a fúziós energiához vezető következő fontos lépés, és

egyben az utolsó lépcsőfok a hálózatra termelő fúziós erőművek előtt. Ez utóbbiakra – a szakemberek szerint – csak a 21. század közepe táján számíthatunk.

## 10.5. Feladatok

**Feladat 10.1..** (Mintafeladat) Bizonyítsuk be, hogy nem mehet végbe a ${}^2_1\mathrm{H}+{}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^4_2\mathrm{He}$ fúziós folyamat!

**Adatok**: M(${}^2_1$H)=2,014101 u, M(${}^4_2$He)=4,002603 u

**Megoldás 10.1.** A folyamat során energia szabadul fel:

$$Q = \left[2M\left({}^2_1\mathrm{H}\right) - M\left({}^4_2\mathrm{He}\right)\right]c^2 = 0,025599c^2 > 0. \tag{10.25}$$

Ezt az energiát a keletkezett részecskének, a ${}^4_2$He-nek kellene elvinni, mégpedig mozgási energia formájában, hiszen ismert, hogy a ${}^4_2$He-nek nincs gerjesztett állapota. Vizsgáljuk a folyamatot tömegközépponti rendszerben! Ekkor a kezdeti állapotban a teljes lendület nulla (a két deuteron egymás felé halad azonos abszolút értékű, de ellentétes irányú lendülettel), így a végállapotban a keletkezett ${}^4_2$He-nak is nulla lendületűnek kellene lenni. Ez pedig lehetetlen, hiszen egy nulla lendületű ${}^4_2$He-nek nem lehet nullánál nagyobb mozgási energiája!

**Feladat 10.2..** A napállandó értéke 1361 $\left[\frac{\mathrm{kW}}{\mathrm{m}^2}\right]$. Ez azt jelenti, hogy merőleges beesés mellett 1361 [J] energia éri a Föld 1 m$^2$-ét a Napból másodpercenként, amikor a Föld éppen egy asztronómiai egység (átlagos Nap-Föld távolság) távolságra van a Naptól. Az asztronómiai egység: 1 au $=$ 149,6 millió km.

a) Határozzuk meg ennek alapján a Földet érő neutrínók fluxusát!

b) Hány ${}^4_2$He atommag keletkezik a Napban másodpercenként a fúziós reakciók során?

c) Mekkora tömeget veszít a Nap másodpercenként a kisugárzott energia következtében?

**Feladat 10.3..** Mekkora tömegű, 1:1 arányú deutérium-trícium keveréket használna fel másodpercenként egy 3000 MW hőteljesítményű fúziós erőmű? (Tegyük fel, hogy a fúzióban felszabaduló energia 90%-át sikerül magában a reaktorban hővé alakítani).

**Feladat 10.4..** A JET (Joint European Torus) toroidális mágneses terének erőssége $B = 3,45$ T (tesla). Legfeljebb mekkora sugarú körpályán mozognak a D-T fúzióban keletkezett ${}^4_2$He-ionok?

## 10.6. Feladatok megoldása

**Megoldás 10.2.** a) Ahogy a pp-ciklus tárgyalásakor láttuk (10.8 egyenlet és azt követő megjegyzés), egyetlen $^4_2$He atommag keletkezésekor két neutrínó és 26,73 MeV energia szabadul fel. Ez összefüggést jelent az energia és a neutrínók száma között: 13,365 MeV energiához „tartozik" egy neutrínó. A Nap pontszerű energiaforrásnak és pontszerű neutrínóforrásnak is tekinthető, így a Napból jövő (sugárzási) energiaáram ugyanolyan törvények szerint terjed az űrben, mint a Napból jövő neutrínók árama. Más szóval, az energia és a neutrínószám között fennálló összefüggés a terjedés során sem változik. Ezért 1361 J=8,5·10$^{15}$ MeV-hez $6,36{\cdot}10^{14}$ neutrínó tartozik. A Földet érő neutrínók fluxusa tehát $6,36 \cdot 10^{14} \left[\frac{1}{\mathrm{m^2 s}}\right] = 6,36 \cdot 10^{10} \left[\frac{1}{\mathrm{cm^2 s}}\right]$.

b) Először azt határozzuk meg, hogy mekkora energia keletkezik a Napban másodpercenként. A Földet ért teljesítménysűrűség:

$$1361 = W_{\mathrm{Nap}} \frac{1}{(149,6 \cdot 10^9)^2} \tag{10.26}$$

Ebből kapjuk:

$$W_{\mathrm{Nap}} = 1361 \cdot 22,4 \cdot 10^{21} = 30,46 \cdot 10^{24} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{s}}\right] = 1,9 \cdot 10^{38} \left[\frac{\mathrm{MeV}}{\mathrm{s}}\right]. \tag{10.27}$$

Ebből következően másodpercenként $N = \frac{1,9 \cdot 10^{38}}{26,73} = 7,12 \cdot 10^{36}$ hélium ($^4_2$He) atommag keletkezik a Napban fúziós folyamatok során.

c) Az előző pontban meghatároztuk, hogy a Napban másodpercenként $30,46 \cdot 10^{24}$ J energia keletkezik, amit természetesen ki is sugároz (hiszen energetikailag egyensúlyban van). Ennek megfelelő tömeg $m = \frac{E}{c^2}$ alapján:

$$m = \frac{30,46 \cdot 10^{24}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 338,4 \cdot 10^6 \text{ kg}. \tag{10.28}$$

A Nap tehát a kisugárzott energiával másodpercenként mintegy 338 millió kg tömeget veszít.

**Megoldás 10.3.** Tudjuk, hogy a deutérium-trícium fúziójakor felszabaduló energia 17,6 MeV (lásd 10.3 egyenlet). Ha a reaktorban 3000 MJ hő kell fejlődjön másodpercenként, akkor a fúziós folyamatokban 3333 MJ energiát kell termelni. Ehhez szükséges fúziós reakciók száma:

$$N = \frac{3333 \cdot 10^6}{17,6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13}} = 1,18 \cdot 10^{21}. \tag{10.29}$$

Az atomos deutérium móltömege 2 g, a tríciumé 3 g, így a szükséges keverék tömege:

$$m = \frac{1,18 \cdot 10^{21}}{6 \cdot 10^{23}} \cdot 5 = 0,01 \text{ g} \tag{10.30}$$

Az ilyen teljesítményű fúziós reaktorba tehát másodpercenként körülbelül századgrammnyi „üzemanyagot" kell utántölteni.

**Megoldás 10.4.** A körpálya sugara akkor lesz a legnagyobb, ha a keletkezett ionok sebessége éppen merőleges a mágneses erővonalakra. Ekkor a mágneses Lorentz-erő szolgáltatja a körpályán való mozgáshoz szükséges centripetális erőt:

$$\frac{Mv^2}{R} = qvB, \tag{10.31}$$

amiből kapjuk:

$$R = \frac{Mv}{qB} = \frac{p}{qB}, \tag{10.32}$$

ahol $p$ a részecske lendülete.

Tudjuk, hogy a D-T fúzióban keletkező energia 17,6 MeV (lásd 10.3 egyenlet). Ezen az energián azonban két keletkező részecske, a $^4_2$He és a neutron „osztozik", mégpedig tömegeik arányában. Tömegközépponti rendszerben mindkét részecske lendülete ugyanakkora, csak irányuk ellentétes, így az energiamérleg:

$$\frac{p^2}{2M} + \frac{p^2}{2m} = E, \tag{10.33}$$

ahol $M$, ill. $m$ a $^4_2$He, ill. a neutron tömege, és $E$ a reakcióban felszabaduló teljes energia($E = 17,6$ MeV). Ebből $p$ kifejezhető:

$$p = \sqrt{\frac{2EMm}{M+m}}. \tag{10.34}$$

Ezt visszahelyettesítve kapjuk a sugárra:

$$R = \frac{\sqrt{\frac{2EMm}{M+m}}}{qB} \tag{10.35}$$

A behelyettesítések (és a megfelelő egységek konverziója) után kapjuk a numerikus értéket: $R \approx 8$ cm. Ahhoz, hogy a plazma $\alpha$-fűtése meg tudjon valósulni (vagyis a keletkezett részecskék az energiájukat a plazmának adják le, bármely irányban is indulnak el) a teljes pályának benne kell maradni a plazmában. Mivel a pálya átmérője 16 cm, ezért a plazma sugarának is legalább ekkorának kell lenni (és ekkor még csak éppen a plazma közepén keletkezett $\alpha$-részecskék maradnak bent, a plazma széle felé keletkezettek már kijutnak). Innen is látszik, hogy a saját magát fűtő plazma megvalósítása csak nagy átmérőjű plazmában, azaz nagy berendezésekben valósítható meg.

# 11. fejezet

# Részecskegyorsító berendezések

Az atommagok, illetve az elemi részek közötti kölcsönhatások vizsgálatához, a magátalakulások létrehozásához, új részecskék keltéséhez olyan részecskékre van szükségünk, amelyek mérete (de Broglie hullámhossza) összemérhető a vizsgálni kívánt objektummal, és energiája pedig elegendően nagy a kívánt változások előidézéséhez. A magfizika fejlődésének kezdeti szakaszában a kutatók csak a természetes eredetű részecskékkel - elsősorban az $\alpha$-részecskékkel és a $\beta$-részecskékkel - tudtak kísérletezni. Ugrásszerű fejlődést jelentett az, amikor a XX. század huszas éveiben elkezdődött a gyorsító berendezések építése, és ezáltal mesterséges eredetű részecskenyalábokat is be lehetett vonni a kísérletekbe. Egyre nagyobb energiát, és időegység alatt egyre több részecskét (ún. részecskeáramot) adó gyorsítóberendezések születtek. Minden újabb részecskegyorsító üzembe helyezése tudományos téren addig elérhetetlennek hitt, sokszor nagyon váratlan eredményre vezetett. 1950 táján már olyan nagy energiájú gyorsítók épültek, amelyek nyalábjában száguldó részecskék a radioaktív sugárzás részecskéinél több ezerszer nagyobb energiájúak, és a kozmikus sugárzás részecskéinek hatalmas energiájával vetekszenek. Ilyen nagy energiájú részecskék ütközésekor új, addig soha nem látott különleges részecskék keletkeznek. Ezeknek a vizsgálatával egy új tudományág, a részecskefizika foglalkozik. A gyorsító berendezések fejlődésének iránya kettévált: az egyre nagyobb energiákat a részecskefizika követelte, míg a magfizika számára a közepes energiájú, de egyre pontosabb, igen nagy precizitású gyorsító berendezéseket fejlesztették.

A gyorsítókban általában elektromos terek segítségével töltött részecskék nyalábjait nagy energiára gyorsítanak fel. A gyorsító berendezéseket több szempont szerint is szokás csoportosítani. Ezek közül kettőt mutat a 11.1 táblázat.

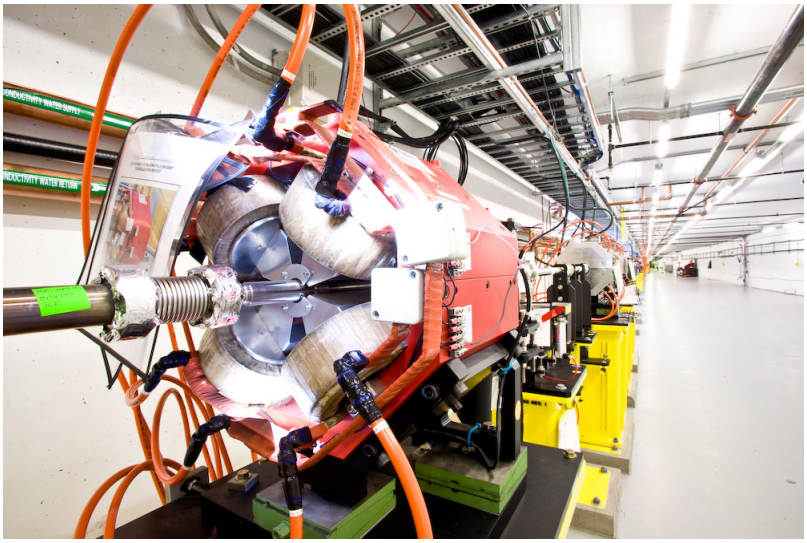
A táblázatba nem illeszthető be a *betatron*, ahol időben változó mágneses mező által keltett elektromos mező gyorsítja a részecskéket (elektronokat).

A gyorsítás folyamata magában foglalja a szűkebb értelemben vett gyorsításon kívül a gyorsítandó részecskék előállítását (*ionforrás*, lásd 11.1 ábra), és a felgyorsított részecskenyaláb további kezelését is (fókuszálás, válogatás stb.). Ez utóbbit *nyalábtechnikának* nevezzük (lásd 11.2 fénykép).

11.1. táblázat. Gyorsítóberendezések csoportosítása

| | | Gyorsítási mód szerint | |
|---|---|---|---|
| | | Elektrosztatikus | Rezonancia |
| Pálya alakja szerint | lineáris | Cockroft-Walton, Van de Graaff, Tandem van de Graaff | Lineáris rezonancia gyorsító(LINAC) |
| | zárt pályás | - | ciklotron, szinkrotron |

11.1. ábra. Ionforrás a CERN LHC-nél (Forrás: [31]



11.2. ábra. A nyaláb fókuszálására szolgáló kvadrupólus mágnes (Stanford Linear Accelerator) (Forrás: [30])

A gyorsítók közös sajátossága, hogy a felgyorsított részecskéket (az ún. *nyalábot*) a gyorsítócsőben légüres térben (vákuumban) vezetik. Ha nem így lenne, a felgyorsított,

elektromos töltésű részecskék ütköznének a csőben lévő levegő (vagy bármilyen más gáz, vagy anyag) atomjaival, molekuláival, elveszítenék energiájukat, és hamarosan szétszóródnának. Lehetetlen lenne nagy energiájú, összefogott részecskenyalábot előállítani. A gyorsítók fejlődése éppen ezért szorosan összefügg a vákuumtechnika fejlődésével. Egyes mai óriásgyorsítókban a gyorsítócső hossza sokszor tíz kilométer, és ebben a nagy térfogatban kell olyan vákuumot létrehozni, ill. tartósan fenntartani, amelyben a száguldó részecskék szabad úthossza sokszor tíz kilométer.

## 11.1. Elektrosztatikus gyorsítók

Ezekben a gyorsítókban a részecskék gyorsítására sztatikus (időben állandó), vagy majdnem sztatikus (ún. kvázisztatikus) elektromos mezőt használnak fel. Ha egy $q$ töltésű részecske $U$ potenciálkülönbséget fut be, az elektrosztatikus potenciális energiája $qU$-val változik meg. Az energia megmaradása miatt $\Delta E_{mozg} = qU$, ahol $\Delta E_{mozg}$ a részecske mozgási energiájának megváltozása. Nyugalomból induló (nem-relativisztikus) részecskénél ebből

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} \tag{11.1}$$

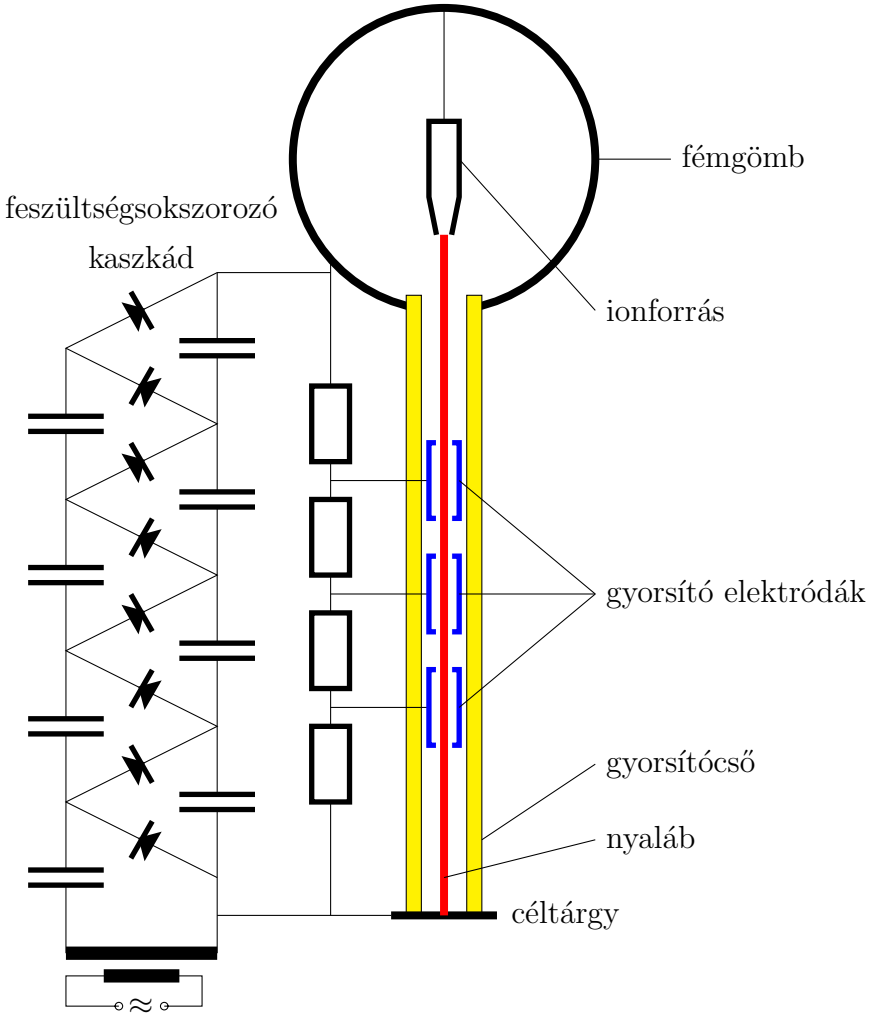
adódik. Itt $m$ a részecske tömege, $v$ pedig a gyorsítás utáni végsebessége. Látható, hogy nagyobb sebesség eléréséhez nagyobb $U$ potenciálkülönbséget (feszültséget) kell létrehozni. Ezért ezek a gyorsítók lényegében abban különböznek egymástól, hogy milyen módon állítják elő a részecskék gyorsításához szükséges nagyfeszültséget.

### 11.1.1. Cockroft-Walton generátor (kaszkád-generátor)

J. D. COCKROFT (1897 - 1967, Nobel-díj 1951) és A. WALTON (1903 - 1995, Nobel-díj 1951) 1932-ben készítették ezt a típusú gyorsítót protonok gyorsítására, amelyekkel lítium atommagokat bombáztak. A szükséges nagyfeszültséget egy kondenzátorokból és egyenirányító diódákból felépített lánc (kaszkád) állítja elő (lásd 11.3 ábra). Ezért ezt a fajta gyorsítót kaszkádgenerátornak is nevezik. A láncot egy transzformátor szekunder oldalán kijövő szinuszosan váltakozó feszültség hajtja meg. Az ügyes kapcsolás lehetővé teszi, hogy a lánc „vége” a transzformátor csúcsfeszültségének sokszorosára töltődjön fel. Az így létrejött nagy egyenfeszültséget kapcsolják rá a gyorsítócsőre, és ez gyorsítja azután az oda juttatott ionokat.

Megjegyzések:

1) Mint az ábrából is látszik, az ionforrásnak a (földhöz képest) nagy feszültségen lévő elektródában kell működni. Ezért az ionforrás működéséhez szükséges energiát (pl. 230 V váltakozó feszültséget) olyan módszerrel lehet csak a nagyfeszültségű elektródába felvezetni, amely biztosítja azt, hogy a nagyfeszültségű elektróda a




11.3. ábra. Kaszkádgenerátor felépítése

földtől elszigetelt maradjon. Egy ilyen megoldás az, hogy egy földpotenciálon lévő motorral szigetelő rudat forgatnak, amelynek a másik vége a nagyfeszültségű elektródában lévő generátort forgat. Ez a generátor biztosítja azután a nagyfeszültségű elektródában lévő berendezések áramellátását.

2) A kísérletekhez általában jól fókuszált nyalábra van szükség, amely a gyorsítócső végén igen kis kiterjedésű pontba csapódik be. Ha az ionforrásból kijövő részecskéket magukra hagynánk a gyorsítócsőben, a legtöbb esetben olyan széles, széttartó részecskenyaláb érkezne le a gyorsítócső aljára, mint amilyen a zuhanyrózsából leérkező vízsugár. A fókuszálást gondosan megtervezett, a gyorsítócsőben elhelyezett

hengerszerű elektródákkal lehet megoldani, amelyeket a nagyfeszültséghez igazítva, megfelelő potenciálra kell feltölteni (ezt például egy - az ábrán is mutatott – ellenállás-lánccal lehet megoldani). A hengeres elektródák közötti elektromos térerősség úgy tudja fókuszálni a részecskenyalábot, mint a lencsék a fényt, ezért ezeket a hengereket elektrosztatikus lencséknek is nevezik.

3) A berendezéssel előállítható maximális feszültséget a környezethez való átütés veszélye korlátozza. A térerősség csökkentése érdekében a nagyfeszültségű elektródát általában viszonylag nagy sugarú gömbnek (vagy nagy görbületi sugárral lekerekített egyéb idomnak) szokták választani (lásd 11.4 fénykép).

11.4. ábra. Kaszkádgenerátor a CERN Microcosm kiállításán (saját felvétel)

### Neutrongenerátor

A neutrongenerátor tulajdonképpen a kaszkádgenerátor speciális fajtája, amellyel gyors neutronokat állítanak elő.

Általában a $^3H+^2H \rightarrow ^4He+n+17{,}6$ MeV, ritkábban a $^2H+^2H \rightarrow ^3He+n+3{,}25$ MeV fúziós reakciókat használják.

Ahhoz, hogy ezek a fúziós reakciók létrejöjjenek, elegendő sebességre fel kell gyorsítani legalább az egyik reakciópartnert, hogy a Coulomb-taszítás ellenében eléggé meg tudja

közelíteni a másik atommagot. Ehhez használnak egy Cockroft-Walton típusú gyorsítót, hiszen a Coulomb taszítás legyőzéséhez már 100-200 kV feszültséggel történő felgyorsítás is elegendő.

Az ionforrásban a nem-radioaktív deutériumot ionizálják, és azt gyorsítják fel. A másik reakciópartnert (pl. a tríciumot az első reakcióban) egy cirkónium vagy titán céltárgy-lemez tartalmazza. Ezek a fémek olyan kristályszerkezetűek, hogy nagy mértékben tudnak „oldani" hidrogénizotópokat. Amikor a felgyorsított deutérium-nyaláb a cirkónium-céltárgyra esik, a részecskék behatolnak a fémlemezbe, ütköznek az ott elnyelődött trícium atomokkal, és a fúziós reakció létrejön. A keletkezett nagy energiájú neutronok könnyedén elhagyják a vékonyka lemezt, és a tér minden irányába szétrepülnek.

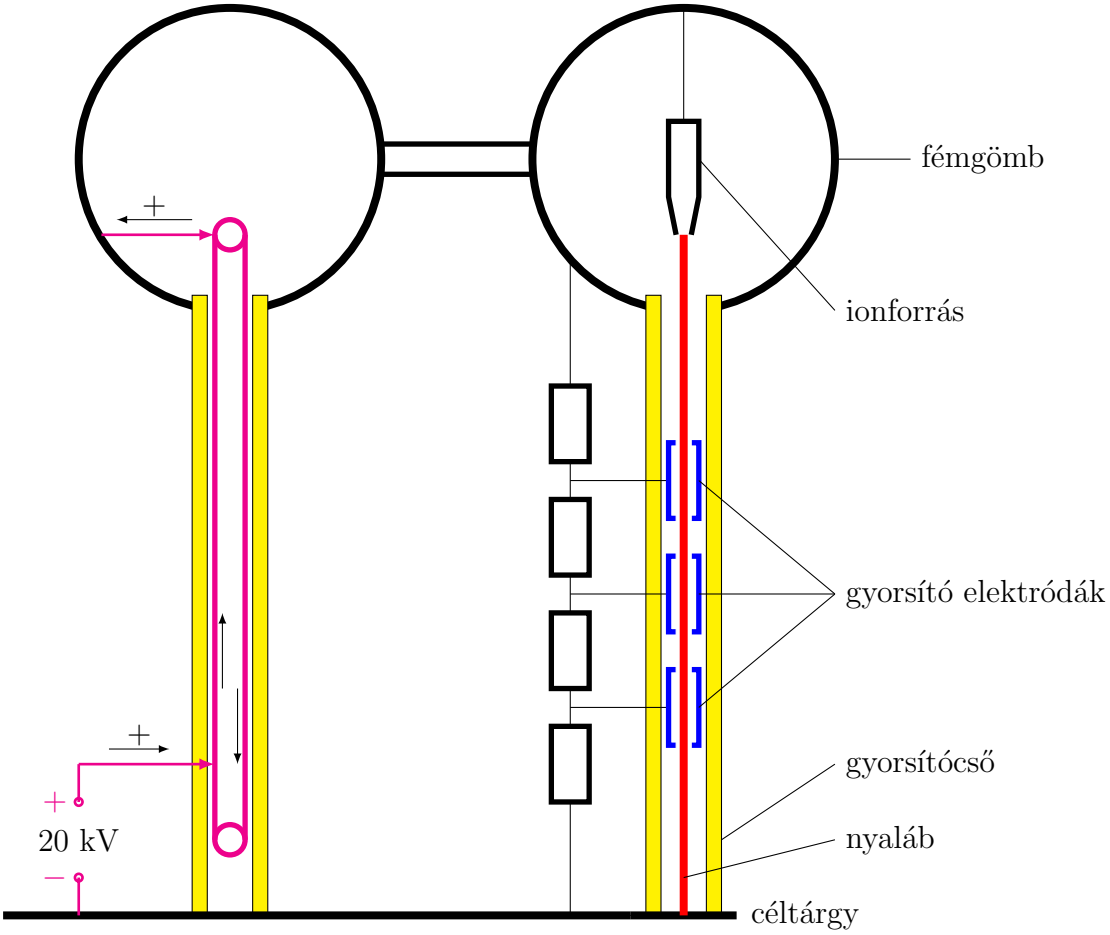
A neutrongenerátorok előnye, hogy az általuk létrehozott neutronok energiája mindig ugyanakkora, azaz monoenergiás neutronokat szolgáltatnak. A neutronokkal egyszerre keletkezett töltött részecske ($^4$He, ill. $^3$He) is könnyen detektálható, és ezáltal a neutronhozam könnyen kalibrálható. További előny, hogy a deuteron nyaláb bármikor kikapcsolható, és akkor a neutronforrás is azonnal megszűnik (szemben pl. egy radioaktív izotóppal működő neutronforrással). Hátránya viszont, hogy viszonylag kis neutronhozamot lehet vele előállítani.

A fizikai alapkutatásokban ma már alig használják, legszélesebb alkalmazási köre a neutron-aktivációs analízis. Egyes cégek egészen kisméretű neutrongenerátorokat is gyártanak, amelyek könnyen hordozhatóak (csőgenerátor). Ezeket leggyakrabban geológiai-geofizikai mérésekhez, a terepen fúrt lyukak szelvényezésénél használják. Impulzusüzemben működtetett csőgenerátorok kritikus rendszerek reaktivitásának meghatározására is alkalmasak, ezért reaktorfizikai méréstechnikai alkalmazási területük is van.

### 11.1.2. Van de Graaff generátor

A harmincas évek elején a részecskegyorsítók fejlődése az elektrosztatikus Van de Graaff generátor kifejlesztésével folytatódott. VAN DE GRAAFF (1901 - 1967) amerikai fizikus volt. Az általa kifejlesztett generátor belsejében két henger közé kifeszített, szigetelőanyagból készült heveder (szalag) fut (ld. a 11.5 ábra bal oldalán). A szalag alsó részén feszültséggenerátorral összekötött fémcsúcsokról töltések áramlanak át a szalag felmenő ágára. Ezek a töltések a szalag felső részén töltésleszedő csúcsokon keresztül kerülnek a nagyfeszültségű elektródára. Az így előállított nagyfeszültséget üveg vagy porcelán gyorsítócsőben lévő elektródarendszerre vezetik, amely egyenletes feszültségeloszlást és nyalábfókuszálást tesz lehetővé (ld. 2. sz. megjegyzést a Cockroft-Walton generátornál). A Van de Graaff generátorok feszültségének felső határa ma 10 millió volt körül van.

Ezt azonban csak úgy lehet elérni, hogy az egész nagyfeszültségű elektródát nagy átütési szilárdságú, nagy nyomású gázzal (pl. $SF_6$, kén-hexafluorid) töltött tartályba helyezik. A létrejött nagy térerősség ugyanis polarizálja - rosszabb esetben ionizálja - a gázban lévő molekulákat (különösen, ha vannak benne dipólus-molekulák, pl. víz), és ez

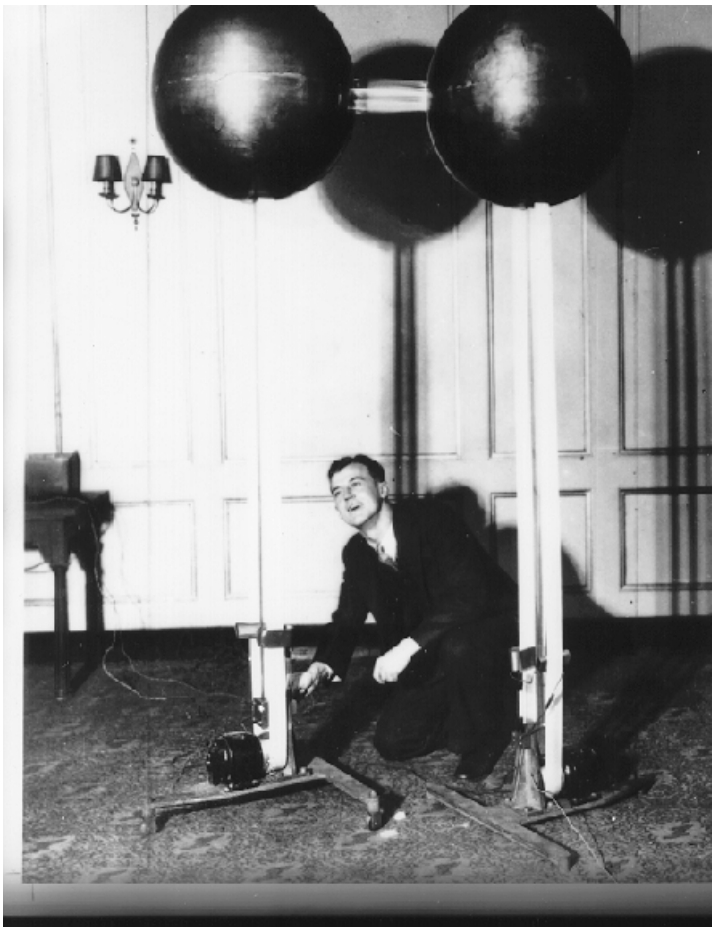



11.5. ábra. Van de Graaf generátor elvi felépítése

olyan sok töltést tud elvinni az elektródáról, amelynek utánpótlására a szalag már nem lesz képes. Ezért a szigetelő gázban vízpára legkisebb nyomokban sem lehet jelen. A Van de Graaff generátorokkal előállított feszültséget nagyon pontosan lehet szabályozni, és ezért a generátorból nyerhető részecskenyaláb energiája is nagyon pontosan meghatározott. Nem túl nagy energiájú részecskéket igénylő, precíziós magfizikai mérések végzésére még ma is használják.

### 11.1.3. Tandem Van de Graaf generátor

Mind a Cockroft-Walton, mind a Van-de Graaff generátornál az egyik technikai nehézséget az jelentette, hogy a nagyfeszültségű elektródában olyan berendezéseket kellett üzemeltetni, amelyek elektromos tápfeszültséget, szabályozást, leolvasást, stb. igényel-

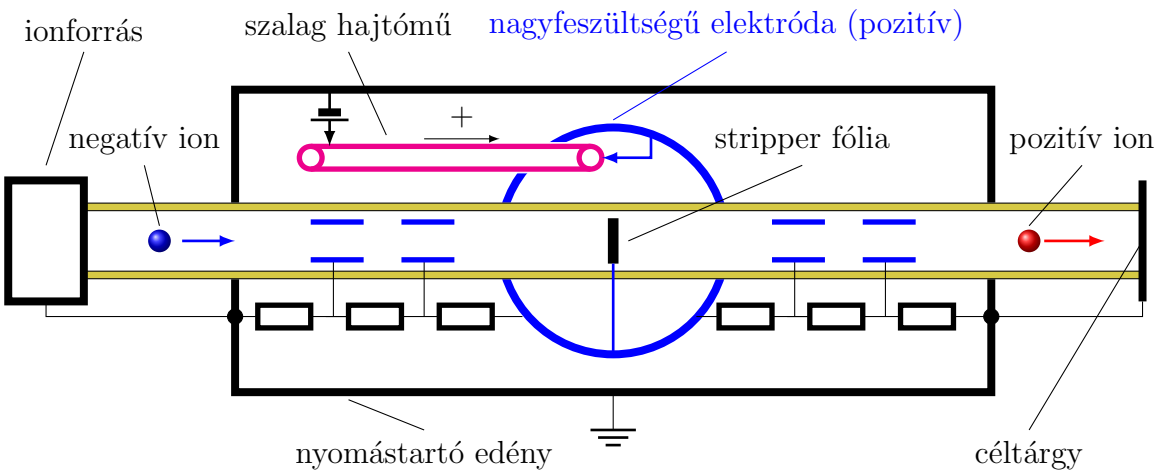


11.6. ábra. A felfedező, Van de Graaff, az egyik első ilyen berendezéssel (Forrás: [32])

tek (pl. ionforrás). Ez azért jelent problémát, mert a nagy elektrosztatikus potenciálon lévő elektródához csak szigetelt módon szabad hozzáférni. Ezen az sem segítene, ha „megfordítanánk", és az ionforrást tennénk földpotenciálra, és a nyalábot „fölfelé", a nagyfeszültségű elektróda felé gyorsítanánk. Ekkor ugyanis a detektorainkat kellene „fönt" tápfeszültséggel ellátni, és az általuk adott jeleket lenne nehéz „lehozni" a földpotenciálra.

L.W. ALVAREZ (1911 - 1988, Nobel-díj 1968) amerikai fizikus továbbfejlesztett generátorában (Tandem Van de Graaff generátor) negatív ionokat lőnek be a gyorsító földelt vége felől.

Ekkor tehát az ionforrás földpotenciálon van, a laboratóriumban bármikor hozzáférhetünk. A negatív ionok a pozitív potenciálra - Van de Graaff módszerével - feltöltött nagyfeszültségű elektróda felé gyorsulnak, hiszen az vonzza őket. A nagy sebességgel




11.7. ábra. Tandem-van de Graaff generátor

odaérkező negatív ionok azonban ott nem a céltárgyba csapódnak, hanem egy vékony fém- vagy grafitfólián keresztülhaladva pozitívvá ionizálódnak. A fém- vagy a grafitfólia szinte „levetkőzteti" a negatív ionokat, leszakítja róluk az elektronjaikat (ezért az angol szakirodalom ezeket a fóliákat „stripper-foil" - levetkőztető fóliának hívja). A pozitívvá vált ionokat a pozitív potenciálra feltöltött nagyfeszültségű elektróda most már taszítja, és ezért az ionok még egyszer gyorsulnak az előzővel közös tengelyű másik gyorsítócsövön.

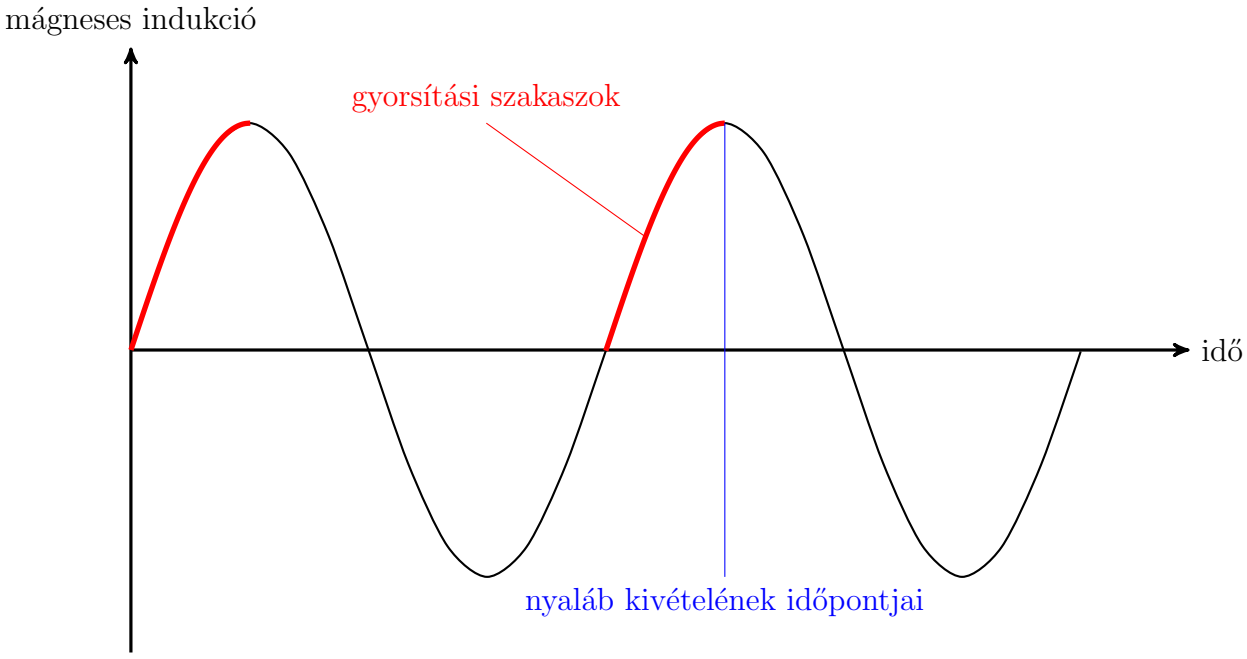
Amikor az ionok becsapódnak a földpotenciálon lévő céltárgyra a nagyfeszültségű elektróda kétszer gyorsította őket, és ezért az energiájuk is sokkal nagyobb, mintha csak egyszeri gyorsítás érte volna őket. (Pl. ha protonokat gyorsítunk, akkor először negatív hidrogén-ionokat ($H^-$) állítunk elő. Ha a gyorsítóelektróda +10 MV potenciálon van, az ionok 10 MeV energiával érik el a grafitfóliát. A „levetkőztetés" után $H^+$ ion lesz belőlük, és őket a 10 MV még egyszer gyorsítja. Ekkor az energiájuk már 20 MeV-re nő.)

Vegyük észre, hogy ezzel a zseniális módszerrel megoldottuk a fenti problémát is, hiszen mind az ionforrás, mind a céltárgy földpotenciálon van. Semmi gondot nem okoz tehát a műszerek tápfeszültséggel történő ellátása, ill. leolvasása, szabályozása, stb. A nagyfeszültségű elektródában egyedül a teljesen passzív fém- ill. grafitfólia van, amely semmilyen kezelést nem igényel (Attól eltekintve, hogy időszakonként cserélni kell, mert a nyaláb „átégeti".) Ma még sok magfizikai kutatóintézetben működnek Tandem Van de Graaff gyorsítók. Az általuk elérhető maximális protonenergia 20-30 MeV között van.

## 11.2. Betatron

A betatron elektronok gyorsítására szolgál. Ciklikus indukciós gyorsítónak is nevezik, mivel az elektronokat időben változó mágneses mező által gerjesztett (indukált) elektromos mező gyorsítja. A tórusz („autógumi") alakú gyorsítókamrára merőleges mágneses mező időben változik. A mágneses mező egyik feladata az, hogy a tóruszban $v$ sebességgel mozgó elektronokat körpályára kényszerítse. A körben mozgó elektronok egy „egymenetes tekercsben" folyó köráramot jelentenek. A mágneses mező időben változó része ebben a tekercsben az elektromágneses indukció révén elektromos mezőt indukál, és az indukált elektromos térerősség gyorsítja az elektronokat - az áram nő. Amikor az indukált áram eléri a maximális értékét (az elektronok a legnagyobb sebességgel mozognak), egy segédmágnes bekapcsolásával eltorzítják a mágneses mezőt, és az elektronok kilépnek a gyorsítókamrából: a gyorsított elektronnyaláb előállt.

A betatron mágneses tere periodikusan váltakozik. Minden pozitív fázis kezdetén az elektronforrásból beengedik a gyorsítandó elektronokat a berendezésbe, negyed periódussal később pedig eltávolítják a felgyorsított részecskéket. A betatronban a nyaláb




11.8. ábra. Mágneses mező változása a betatronban

fókuszálásához és pályán tartásához szükséges mágneses mező alakját a mágneses pólusok formájának megfelelő kialakításával valósítják meg. A betatronban felgyorsított elektronokat és a fékezésükkor nyert röntgensugarakat magfizikai vizsgálatokra, az orvosi

gyakorlatban és a műszaki életben hasznosítják. Magyarországon 25 MeV-os betatront működtet az Országos Onkológiai Intézet sugárterápiás célokra, de több ipari létesítmény is használ betatront anyagvizsgálatok céljára.

## 11.3. Rezonancia gyorsítók

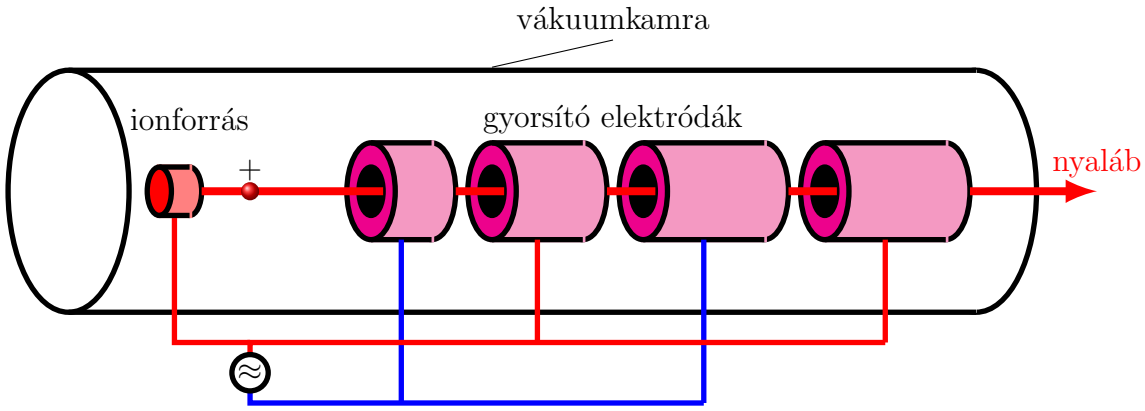
A sztatikus (időben állandó) elektromos mezővel történő részecskegyorsításnál jóval hatékonyabb módszer az, ha ugyanazt a (nem túl nagy) gyorsító-feszültséget többször is felhasználhatjuk ugyanazon részecske gyorsítására. Ha éppen megfelelő időben „kapjuk el" a gyorsítandó részecskét, akkor hatalmas energiákig fel lehet gyorsítani viszonylag kis feszültségekkel is. Mivel ennél a módszernél valamilyen fizikai folyamat által pontosan meghatározott időközönként kell alkalmazzuk a gyorsító feszültséget, a módszert rezonancia-módszernek nevezik.

A rezonancia-módszert alkalmazni lehet egyenes pályájú gyorsítók esetén (lineáris rezonancia-gyorsító) éppúgy, mint zárt pályájú gyorsítók esetén (ciklotron, szinkrotron).

Szinte valamennyi rezonancia-gyorsító kihasználja azt a tényt, hogy egy fémelektróda belsejében a részecskékre nem hat az elektromos mezőből származó erő, bármekkora is a fémelektróda potenciálja. Ezért amíg a részecske az elektróda belsejében tartózkodik, addig az elektróda potenciálja megváltozhat. Így elérhető, hogy az elektróda elektromos tere a belépés előtt is gyorsítsa a részecskét, és a kilépés után is.

### 11.3.1. Lineáris rezonancia-gyorsító (Linac)

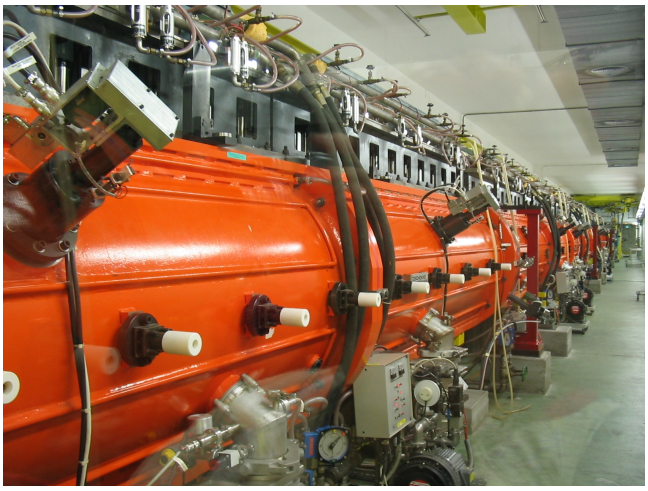
A lineáris rezonanciagyorsítóban több, egymás utáni, henger alakú gyorsítóelektróda van (ld. 11.9 ábra).



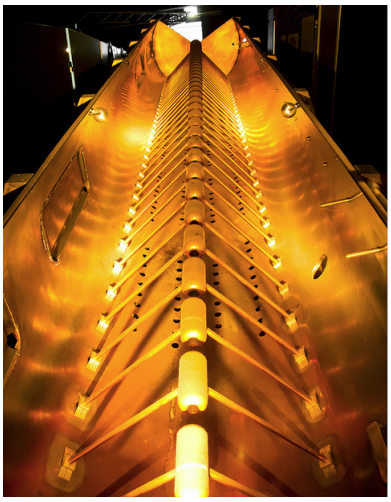

11.9. ábra. Lineáris gyorsító elvi felépítése

Amíg a részecskék a hengerek belsejében haladnak, az elektromos mező nem gyorsítja (de nem is lassítja) őket. Gyorsítás az elektródák közötti térrészben történik. Amikor a töltött részecskék elhagyják az egyiket és a következő felé haladnak, az előbbi taszítja, az utóbbi vonzza őket. Mire a részecske a következő elektróda-pár közötti térrészhez ér, az elektromos térerősség előjelet vált, és így ismét gyorsító hatás lép fel. Ahogy a részecskék az elektródák között haladnak, a sebességük növekszik. Az elektródák hosszát folyamatosan növelni kell, hogy a sebességnövekedés ellenére a nagyfrekvenciás váltakozó feszültség előjelváltása a kellő pillanatban következzen be. Nagyobb térerősséget - és ezáltal jobb gyorsítási hatásfokot - lehet elérni, ha a gyorsítócső méreteit úgy választják meg, úgy „hangolják", hogy rezonáljon az elektromos mező váltakozásának frekvenciájára. Ilyenkor a gyorsítócső hullámvezetőként üzemel, és a benne kialakuló hullámok amplitúdója jóval nagyobb lehet, mint rezonancia nélkül. Az elérhető energiát a gyorsítócső hossza és a nagyfrekvenciás rendszer teljesítményigénye korlátozza.

*További megjegyzés az ábrához*: Vegyük észre, hogy a gyorsítási szakaszok közötti távolság (az elektródák hossza) csak a gyorsítócső elején növekszik, utána többé-kevésbé már állandó marad. Ennek a részecskék (pl. elektronok) relativisztikus viselkedése az oka. Ha már a fénysebességhez közeli sebességgel mozog egy részecske, akkor az energiájának növekedése elsősorban a tömeg növekedésében nyilvánul meg, a sebessége szinte alig változik. Ezért a gyorsítási szakaszok közötti távolságnak sem kell már tovább növekedni.



(a) Lineáris gyorsító a CERN-ben

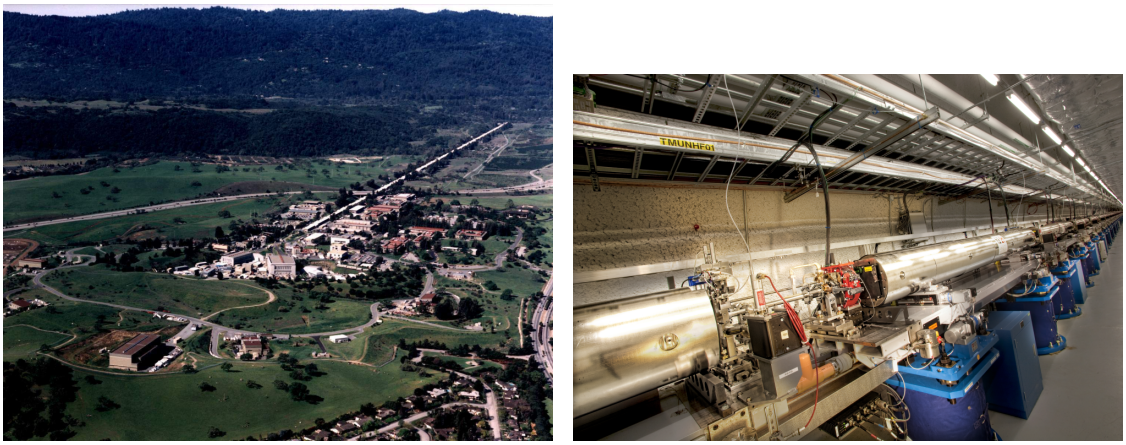


(b) LINAC a CERN Microcosm kiállításán

11.10. ábra. Lineáris gyorsítók a CERN-ben (saját felvételek)

### Stanford Linear Accelerator (SLAC)

Az egyik legnagyobb lineáris rezonanciagyorsító a Stanfordban (USA) üzemelő SLAC (Stanford Linear Accelerator). A 3 km hosszú gyorsítóban a felgyorsított elektronok 22 GeV energiát érnek el.



(a) A gyorsító távlati képe

(b) A gyorsítócső

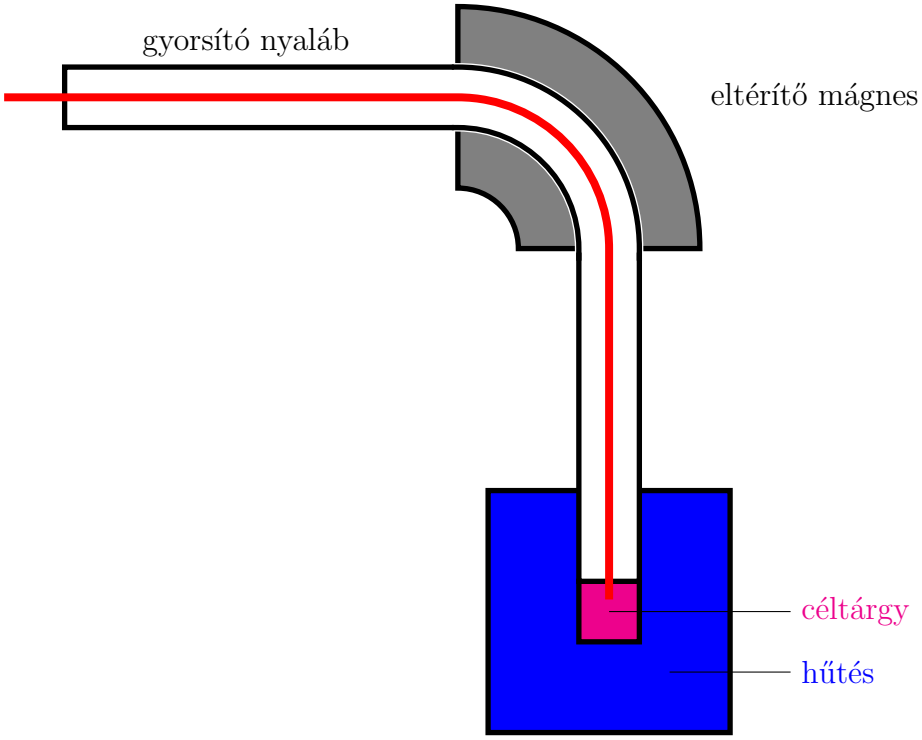
11.11. ábra. Stanford Linear Accelerator (SLAC) (Forrás: [30]

### Spallációs neutronforrás

A spallációs neutronforrás a nagy energiájú és nagy áramerősségű gyorsítók egyik alkalmazási lehetősége. Az időegységenként (másodpercenként) előállított neutronok száma a legnagyobb atomreaktorokat százszorosan is felülmúlhatja. Felépítése a 11.12 ábrán látható. Működése azon alapul, hogy ha nagy energiára (1-2 GeV) felgyorsított protonokból álló nyaláb nehéz atommagokat tartalmazó céltárgyra esik (pl. ólom, bizmut, wolfram, urán), akkor a nagy energiájú protonok a céltárgyban olyan részecskezáport keltenek, amelynek eredményeképpen protononként akár 30-40 neutron is szabaddá válik.

Például egy 0,08 A = 80 mA-es protonnyalábban másodpercenként 0,08 C töltés áramlik, és ez másodpercenként $5 \cdot 10^{17}$ proton céltárgyra érkezését jelenti. Ha minden proton átlagosan 40 neutront tesz szabaddá, akkor ez a neutronforrás másodpercenként $2 \cdot 10^{19}$ neutront állít elő. Figyeljünk fel azonban arra, hogy ebben a példában az 1,2 GeV energiájú nyaláb teljesítménye: $1,2 \cdot 10^9 \cdot 0,08 = 96$ MW. Ha semmi máshoz nem kellene energia, ez a gyorsító akkor is majdnem egy 100 megawattos erőmű teljes teljesítményét igényelné. Ennek a teljesítménynek a legnagyobb része hő formájában szabadul fel a céltárgyban, ahol a nyaláb elnyelődik. Ezért a céltárgyat erősen hűteni kell. Az ilyen berendezések óriási létesítmények.

Ez a nagy intenzitású neutronforrás sokféle célra használható:




11.12. ábra. Spallációs neutronforrás elvi felépítése

- Újszerű tudományos kísérleteket lehet vele végezni, különösen az anyagok (szilárd anyagok, biológiai makromolekulák stb.) szerkezetének felderítésében, ezért a spallációs neutronforrások fejlesztését ma leginkább a szilárdtest-fizikusok szorgalmazzák.

- Ha a nagy intenzitású neutronforrást hasadóanyagokból összeállított, de láncreakcióra képtelen (szubkritikus) köpennyel vesszük körül, akkor a neutronok által a köpenyben kiváltott maghasadások az atomenergia egy újabb előállítási lehetőségét kínálják. A hasadások által megtermelt hőt ugyanúgy el lehet vezetni, mint az atomreaktoroknál, a lényegi különbség azonban éppen abban áll, hogy itt láncreakció nem jöhet létre. Ezért az ilyen jellegű berendezések nyilvánvalóan biztonságosabbak, mint azok, amelyekben fennáll a megszaladó láncreakció lehetősége. Az ilyen - újabban energia-sokszorozónak nevezett - erőművek gondolata nem új, de csak a gyorsítótechnika fejlődése hozta őket elérhető közelségbe. Újabban Carlo RUBBIA (1934- , Nobel-díj 1984) a CERN korábbi igazgatója szorgalmazza az ilyen irányú kutatásokat.

- A nagy intenzitású neutronforrás felhasználható az atomenergia-iparban keletkező

hosszú felezési idejű radioaktív hulladékok rövid felezési idejűekké való átalakítására. Ezt a folyamatot *transzmutációnak* nevezik. Ez megoldaná a hosszú felezési idejű radioaktív hulladékok tárolásával kapcsolatos problémákat. Ilyen jellegű kutatások nagy erővel folynak a világ fejlett országaiban, és hazánkban is.

#### LINAC Szimuláció

A lineáris gyorsító működésének jobb megértését segíti ezen a linken lévő szimuláció. A szimuláció Windows operációs rendszer alatt működik. A linken egy „önkibontó EXE" fájl van. Ezt kell letölteni és elindítani, majd kiválasztani a célmappát, ahova kibontja saját magát. A célmappában lévő EXE fájl (Linac.exe) tartalmazza a szimulációt.

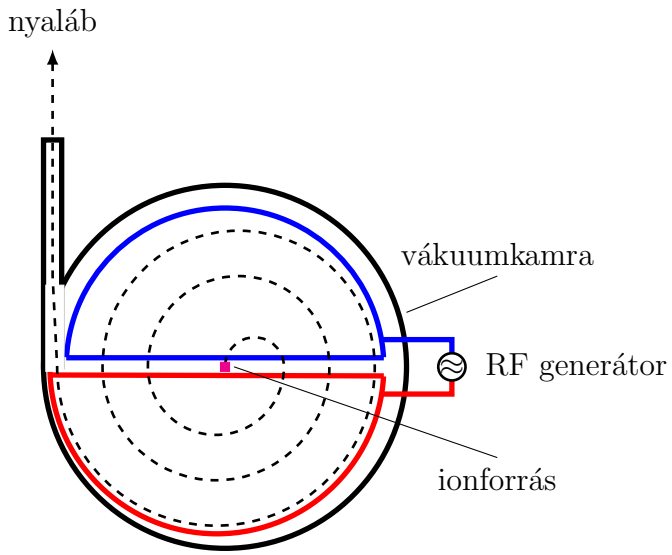
### 11.3.2. Zárt pályás rezonancia-gyorsítók

A zárt pályás gyorsítók olyan berendezések, amelyekben a részecskéket körpályára (ill. körhöz közeli pályára) kényszerítik a pályájukra merőleges mágneses mező segítségével. A mágneses mező mellett elektromos mezőt előállító gyorsító-elektródákat is alkalmaznak. A részecskék minden körülfutáskor áthaladnak a gyorsító-rendszeren, amelyben a megfelelő ütemben polaritást váltó elektromos mező minden áthaladásnál gyorsítja őket. Ezáltal a pályájuk során nagyon sokszor kapnak „lökést" a gyorsítófeszültségtől, és így nagyon nagy energiára tudnak felgyorsulni.

#### Ciklotron

E. LAWRENCE (1901 - 1958, Nobel-díj 1939) találmányaként tartják számon (ezért is kapott Nobel-díjat), de 1929. január 5-én Szilárd Leó nyújtotta be az első ilyen jellegű szabadalmat, tőle függetlenül pedig 1929. május 6-án GAÁL Sándor (1885 - 1972) küldött be egy hasonló tartalmú cikket a Zeitschrift für Physik című német folyóirathoz. Az elv tényleges megvalósítása, az első működő ciklotron megépítése azonban valóban E. Lawrence érdeme. Találmányára 1934-ben kapta meg a védelmet, és 1939-ben a Nobel-díjat.

A ciklotron közepén lévő ionforrásból lépnek ki a gyorsítandó részecskék (lásd 11.13 ábra). Az üreges gyorsító elektródákat (kékkel, ill. pirossal az ábrán) duánsoknak, vagy - alakjukra emlékezve - röviden csak D-nek nevezik. A részecskék a duánsok közötti elektromos mezőben gyorsulnak, a duánsokra merőleges mágneses mező pedig körpályára kényszeríti őket. Könnyű belátni, hogy a körbefutás ideje a sebességtől és a pálya sugarától független (legalábbis addig, amíg a részecskék nem érnek el relativisztikusan nagy sebességeket, azaz a tömegnövekedésük elhanyagolható). A körpályán tartáshoz szükséges centripetális erőt a mágneses Lorentz-erő biztosítja, azaz $\frac{mv^2}{r} = qvB$. Figye-




11.13. ábra. A ciklotron elvi felépítése

lembe véve, hogy $\omega = \dfrac{v}{r}$, ebből kapjuk

$$\omega = \frac{q}{m}B \tag{11.2}$$

Azaz a mozgás $\omega$ körfrekvenciája csak a részecske fajlagos töltésétől $(q/m)$ és az alkalmazott mágneses indukciótól függ, tehát nem függ sem a pálya sugarától, sem a részecske sebességétől, energiájától stb. Mivel $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$, ezért a körülfutás ideje sem függ attól, hogy a részecske éppen milyen pályasugáron mozog. A gyorsított részecske energiája azonban függ a pályasugártól, hiszen $v = r\omega = r\dfrac{q}{m}B$, és (nem-relativisztikus esetben)

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\frac{q^2}{m^2}B^2 = \frac{(qB)^2}{2m}r^2 \tag{11.3}$$

Látható, hogy az elért energiát végeredményben a ciklotron sugara ($r$ maximális értéke), és az alkalmazott mágneses indukció fogja meghatározni.

A ciklotron három fő része tehát: a gyorsítókamra, a nagyfrekvenciás berendezés és az elektromágnes. Amikor a részecske elérte a kellő energiát, akkor egy „kihúzófeszültségre” kapcsolt elektróda letéríti a körpályáról és a céltárgyhoz vezeti a nyalábot.

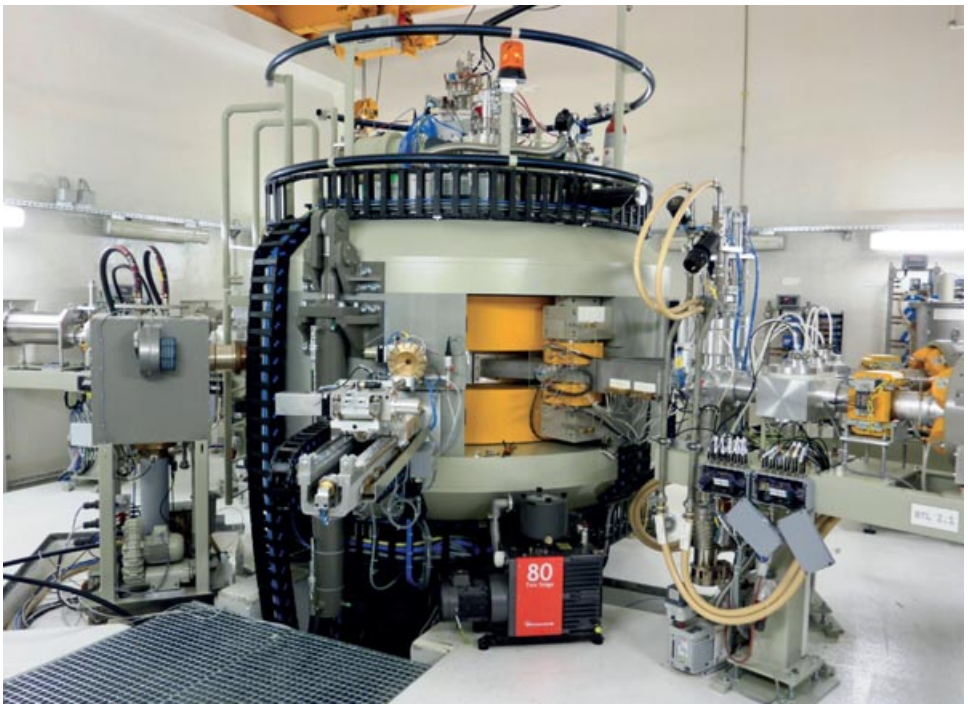
A ciklotron a harmincas évek végére elterjedt laboratóriumi eszközzé vált, a gyorsított protonok energiája 20 MeV körüli volt. Ennél nagyobb energiáknál a relativisztikus tömegnövekedés (11.2 nevezőjében) már nem elhanyagolható. A tömegnövekedés miatt a nagyobb energiájú részecskék körülfutási ideje megnő, „kiesnek” a szinkronból, és már

nem gyorsulnak tovább. Lawrence találmánya a frekvenciamodulált ciklotron (szinkrotron) is. Ennél a berendezésnél a gyorsító-frekvenciát a tömeg növekedésével szinkronban csökkentik. Az ötvenes évek óta a fázisstabilitás és a fókuszálás módszereinek kidolgozása, a szupravezető mágnesek és a kaszkádgyorsítás módszerének alkalmazása segítségével egyre nagyobb energiájú gyorsítók épülhettek.

11.14. ábra. E. Lawrence ciklotronja kiállítva a CERN Globe kiállításán (Forrás: [33])

### Relativisztikus ciklotron (izokrón ciklotron)

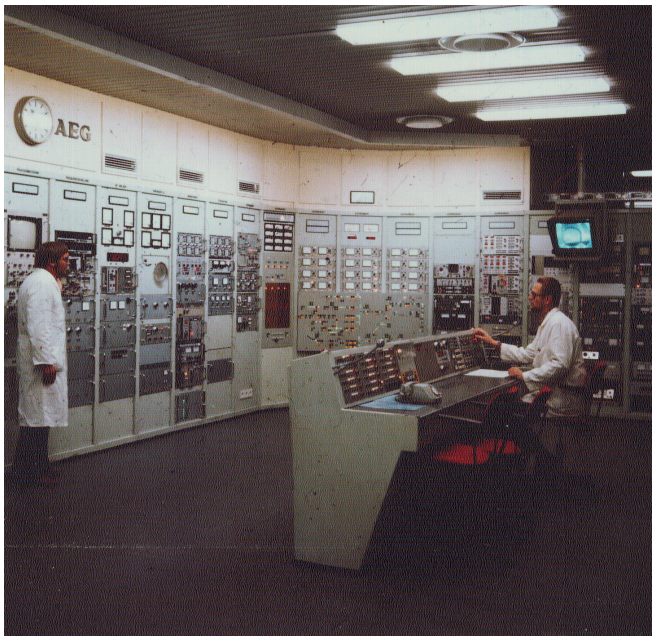
A ciklotronban addig lehet jól gyorsítani a részecskéket, amíg a körülfutás ideje független a részecske sebességétől (ld. 11.2) A körülfutás ideje $T = \frac{2\pi m}{qB}$. Amikor a részecske nagy sebességre gyorsul, a relativitáselmélet szerint a tömege megnő: $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Ilyenkor tehát megnő a körülfutás ideje is, és emiatt a részecske késik, vagyis nem a megfelelő




11.15. ábra. Modern ciklotron orvosi izotópok előállítására (Forrás: [34])

időpillanatban érkezik a duánsok közé. Más szóval kiesik a „szinkronból”, és tovább már nem gyorsítható.

A ciklotronban a nagyobb sebességű részecskék a ciklotron szélének közelében lévő, nagyobb sugarú körpályán mozognak, ezért természetes az az ötlet, hogy ne homogén mágneses mezőt alkalmazzunk, hanem olyat, amelynél kifelé nagyobb a mágneses indukció. Olyan mágneses mezőt kellene előállítanunk, hogy az $\frac{m}{B}$ hányados - és így a körülfutási idő is - állandó maradjon, azaz a mágneses indukciónak sugárirányban kifelé lassan nőnie kellene. Sajnos, ez a megoldás a ciklotron függőleges tengelye mentén „szétszórja” (defókuszálja) a részecskéket. A mágneses mező ügyes megváltoztatásával mégis sikerült ezt a nehézséget leküzdeni olyan módon, hogy a mágneses mező nem hengerszimmetrikus, hanem bizonyos szög-szektoronként erősebb és gyengébb mágneses mezők váltakoznak. Egy-egy szektoron belül pedig a ciklotron középpontjától távolodva növekszik a mágneses indukció. Így működik a relativisztikus ciklotron, vagy más néven izokrón ciklotron. (Kronosz görög szó, időt jelent. Izokrón: azonos idejű. Az elnevezés arra utal, hogy a részecskék körülfutási ideje azonos). Az ilyen berendezésekben a bonyolult szerkezetű mágneses mező miatt a részecskék nem körpályát, hanem bonyolult alakú utat futnak be. A sok, egymással összehangolt paraméter beállítását megkövetelő üzem bonyolult vezérlő-rendszereket kíván (lásd 11.16 kép).




11.16. ábra. A JULIC izokrón ciklotron vezérlőterme (Jülich, Németország) (saját felvétel)

A relativisztikus ciklotronnal sokkal nagyobb energiákig lehet a részecskéket gyorsítani, hiszen a relativisztikus hatásokat is figyelembe veszi. Protonokat 40-80 MeV, nehezebb atommagokat pedig nukleononként kb. 50-60 MeV energiákig (pl. az alfa-részecskét kb. 200 MeV-ig, a $^{12}$C atommagokat pedig kb. 600 MeV-ig) lehet felgyorsítani. Ennél nagyobb energiák elérésére más felépítésű berendezéseket, leggyakrabban szinkrotronokat használnak.

#### Ciklotron Szimuláció

A ciklotron működésének jobb megértését segíti ezen a linken lévő szimuláció. A szimuláció Windows operációs rendszer alatt működik. A linken egy „önkibontó EXE" fájl van. Ezt kell letölteni és elindítani, majd kiválasztani a célmappát, ahova kibontja saját magát. A célmappában lévő EXE fájl (pciklo.exe) tartalmazza a szimulációt.

### 11.3.3. Szinkrotron

A ciklotronban a részecskék lendülete és a pálya sugara egyenesen arányos egymással: $r = \frac{mv}{qB}$. Nem-relativisztikus esetben a gyorsítóval elérhető maximális mozgási energia (11.3) alapján a berendezés sugarának négyzetével arányos, vagyis nagy energiájú

részecskék előállításához nagy sugarú berendezés szükséges. Ez az állítás teljesen relativisztikus esetben is fennáll, hiszen ott az energia $E = pc = (mv)\,c = (qBc)\,r$ . (Teljesen relativisztikusnak nevezzük azokat az energiákat, amikor az energiaképletben $pc \gg m_0c^2$.)

Könnyű kiszámítani, hogy néhány GeV energia eléréséhez is óriási átmérőjű mágnesek kellenének, amelyeket technikailag lehetetlen lenne megvalósítani.

Emiatt inkább hatalmas, gyűrű alakú vákuumcsövet építenek, amelynek egyes szakaszai köré eltérítő mágnesek, más szakaszaiba pedig gyorsító elektródák kerülnek. Ebbe a gyűrűbe már relativisztikus energiával kerülnek bele a részecskék (valamilyen más „előgyorsító" már felgyorsította őket), és ez a gyorsító azután még sokkal nagyobb energiákig gyorsítja őket tovább. Emiatt az ilyen gyorsítók több különböző gyorsítóból összeállított komplex berendezések. Nagy technikai problémát jelent az, hogy ebben az óriási (sokszor több tíz kilométer hosszú) csőben olyan jó vákuumot kell biztosítani, hogy a részecskék szabad úthossza több kilométer legyen. Ha ez nem sikerül, a nyaláb szétszóródik a csőben lévő maradékgáz molekuláin.

A gyűrű ötletéhez két oldalról is eljuthatunk:

1) Tekinthetjük ezt úgy, mintha egy óriási ciklotronnak csak azt a külső gyűrűjét építenénk meg, amelyben a részecskék már relativisztikus sebességgel mozognak.

2) Úgy is nézhetünk erre a gyűrűre, mintha egy lineáris gyorsítónak azt a részét, amelyben már relativisztikus sebességgel haladnak a részecskék körbe hajlítanánk, és a körpályán való mozgást a gyorsítócső alá és fölé helyezett mágnesekkel valósítanánk meg.

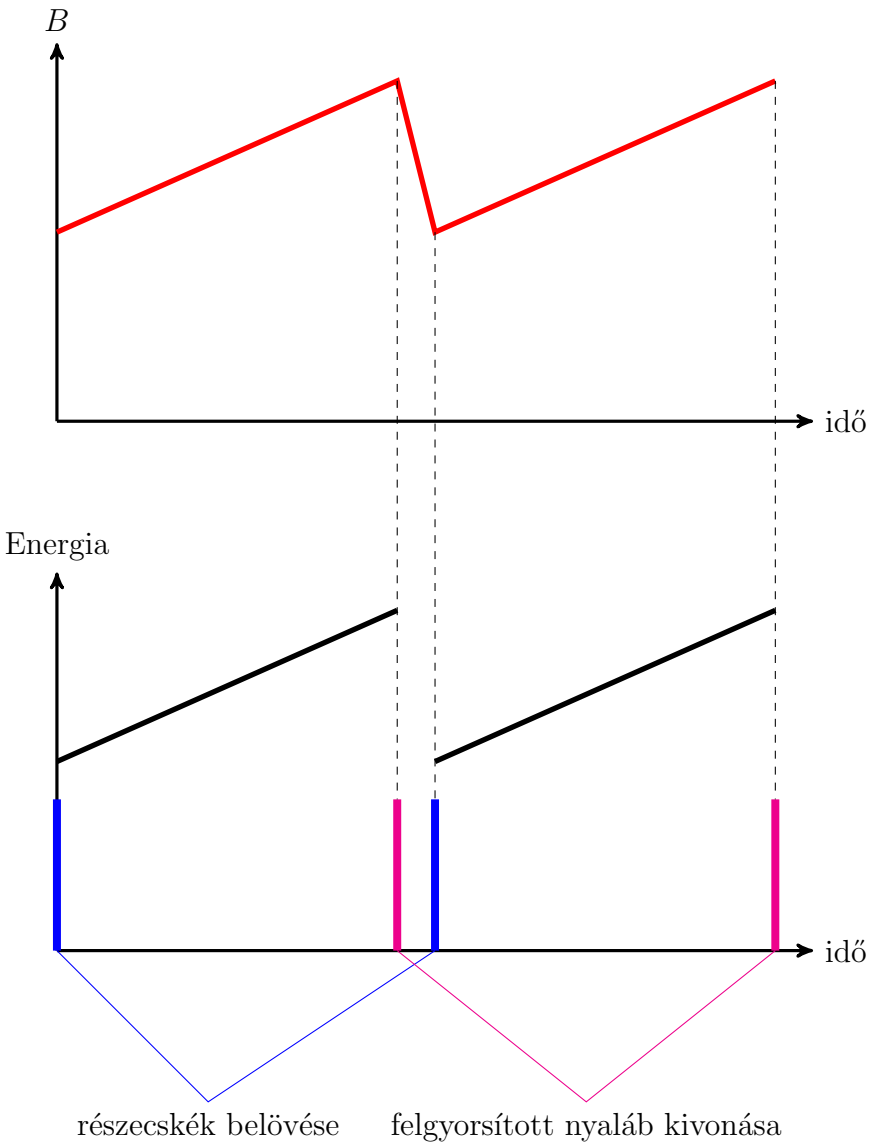
Láttuk, hogy teljesen relativisztikus részecskéknél $pc \gg m_0c^2$, amiből $E = pc = (mv)\,c = (qBc)\,r$. Ennél a gyorsító típusnál azonban a részecskéknek állandó sugarú körpályán kell haladniuk, akármekkora is az energiájuk. Ez akkor lehetséges, ha

$$r = \frac{1}{qc} \cdot \frac{E}{B} = \text{konstans.} \tag{11.4}$$

Más szóval, ahogyan gyorsítjuk a részecskéket, és nő az energiájuk, ezzel szinkronban kell növelni a $B$ mágneses indukció értékét is. A szinkrotronban tehát a gyorsítás a következő lépésekből áll:

- A gyorsítandó részecskecsomagot egy előgyorsító belövi a gyűrűbe, és azt az eltérítő mágnesekben kezdetben meglévő $B_0$ mágneses indukció a gyűrű mentén futó pályára állítja.

- A részecskecsomag a gyorsítóelektródák között való áthaladáskor egyre nagyobb energiára gyorsul. Ezzel szinkronban a $B$ mágneses indukciót is növelik, hogy a nyaláb a megfelelő pályán maradjon.




11.17. ábra. A gyorsítás lépései a szinkrotronban

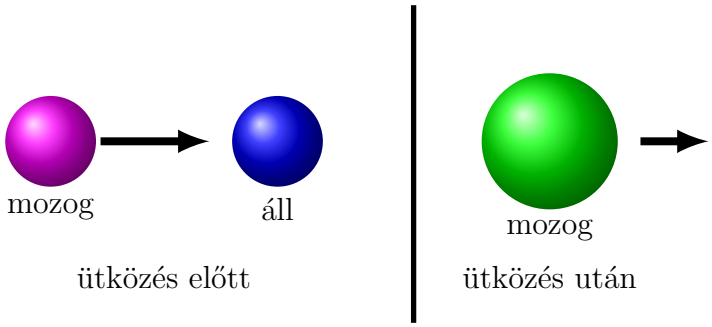
- Amikor a nyaláb a kívánt energiát elérte, alkalmas kivonó-feszültséggel (vagy egy eltérítő mágnes segítségével) a gyűrűből kiengedik.
- A „csomag” kihozása után a gyorsító mágneseit vissza kell vinni a kezdeti $B_0$ indukciójú alapállapotba, hogy a gyűrű egy újabb csomagot fogadhasson.

Vegyük észre, hogy relativisztikus sebességek esetén a részecskék sebessége jó közelítéssel $c$=állandó (a fénysebesség), akármekkora is az energiájuk. Mivel a pálya sugara

is állandó, a körülfutási idő is állandó. Emiatt a gyorsító elektródákra adott váltakozó feszültség frekvenciája is állandó lehet, és ez nagyon megkönnyíti a szinkrotron építését. Olyan gyorsító elektródákat és gyorsító csövet lehet tervezni, amely a választott frekvenciájú elektromágneses mezőt üregrezonátorként erősíti, és így jóval kisebb betáplált teljesítménnyel jóval nagyobb térerősséget (s ezáltal gyorsító hatást) lehet elérni.

### 11.3.4. Ütközőnyalábok, tárológyűrűk

Amikor egy mozgó részecske abszolút rugalmatlanul ütközik egy álló részecskével – azaz összeolvadnak –, akkor az ütközés energiájának csak egy része fordítódik a keletkezett részecske gerjesztésére, hiszen a keletkezett rendszer – a lendület megmaradása miatt – továbbhalad, és az energia egy része a végállapotban is mozgási energia kell legyen (lásd 11.18 ábra).




11.18. ábra. Részecskék rugalmatlan ütközése laboratóriumi rendszerben álló céltárgy esetén

Minél relativisztikusabb egy részecske, a teljes energiájában annál nagyobb szerepet kap a lendület, következésképpen az energiájának annál kisebb hányadát tudja gerjesztésre fordítani.

Tegyük föl, hogy egy rugalmatlan ütközés során egy $m_c$ nyugalmi tömegű $c$ típusú részecskét szeretnénk létrehozni. Határozzuk meg, mekkorának kell lenni az $a + b \to c$ reakcióban az $a$ részecske $E_{\text{kin}}(a)$ mozgási energiájának, hogy a $c$ részecske még „éppen” létrejöhessen (küszöbenergia). Természetesen, relativisztikus képleteket kell használjunk, hiszen a magfizikában nem hanyagolható el az energia és a tömeg egymásba való átalakulási lehetősége.

Először „hagyományos” ütközést vizsgálunk, azaz az $a$ részecske mozog, a $b$ részecske pedig áll (céltárgy) a laboratóriumi rendszerben.

A teljes lendület az ütközés előtt $p_a$, (mivel $b$ áll), és ez az ütközés után is meg kell maradjon, azaz $p_a = p_c$. Az energia-megmaradás pedig:

$$E_{\text{kin}}(a) + m_a c^2 + m_b c^2 = \sqrt{(p_c c)^2 + (m_c c^2)^2} = \sqrt{(p_a c)^2 + (m_c c^2)^2} \tag{11.5}$$

(a második egyenlőségnél kihasználtuk, hogy $p_c = p_a$). A jobb oldalon $p_a$ helyett térjünk át $E_{\text{kin}}(a)$-ra, kihasználva, hogy $\left(E_{\text{kin}}(a) + m_a c^2\right)^2 = (p_a c)^2 + \left(m_a c^2\right)^2$, amiből $(p_a c)^2 = E_{\text{kin}}(a)^2 + 2m_a c^2 E_{\text{kin}}(a)$, és ezt (11.5)-be írva, azonos átalakítások után kapjuk:

$$E_{\text{kin}}(a) = (m_c - m_a - m_b)\, c^2 \cdot \frac{m_a + m_b + m_c}{2m_b}. \tag{11.6}$$

A magreakcióknál definiálni szokás a reakcióenergia $Q$ értékét (lásd 7.7), mint a kezdeti és a végállapot nyugalmi tömegeinek különbségét: $Q = (m_a + m_b - m_c)\, c^2$, ezért végül a $c$ részecske létrehozásához szükséges energiaküszöbre kapjuk:

$$E_{\text{kin}}(a) = -Q\frac{m_a + m_b + m_c}{2m_b}. \tag{11.7}$$

Ebben a képletben szereplő tömegek valamennyien nyugalmi tömegek. Ez a képlet általánosabban, több részecske keletkezése esetén is igaz, csak akkor a tört számlálójába a reakcióban résztvevő összes részecske (kezdő és végállapotban) nyugalmi tömegének összegét kell írni. Például, ha $\pi^0$-mezont szeretnénk létrehozni ($mc^2 = 135$ MeV) nagyenergiájú protonok ütközésekor:

$$\mathrm{p} + \mathrm{p} \to \mathrm{p} + \mathrm{p} + \pi^0 \tag{11.8}$$

(a jobb oldalon a két proton fellépésére a barionszám megmaradási-törvény miatt van szükség), akkor a szükséges küszöbenergia 280 MeV-nek adódik. A gyorsító energiájának részecske keltésére fordított „hatásfoka" tehát mindössze $(135/280) = 48\%$. Ha a gyenge kölcsönhatást közvetítő $W$ bozont szeretnénk kelteni ($mc^2 \approx 90$ GeV), akkor már 4500 GeV-es protonenergia kellene ehhez, tehát a nyaláb energiájának csak 2%-a fordítódna a számunkra érdekes folyamatra, a 98%-a a tömegközépponti rendszer lendületével kapcsolatos mozgási energiára emésztődne fel.

Olyan ütközésekkor lehet maximálisan kihasználni a bejövő részecskék mozgási energiáját, amikor az ütközés utáni rendszer eredő lendülete nulla. Ez adta az alapötletet arra, hogy ne egy álló céltárgyat bombázzunk gyorsított részecskékkel, hanem két felgyorsított részecskenyalábot ütköztessünk egymással. Ezek az „ütközőnyalábok".

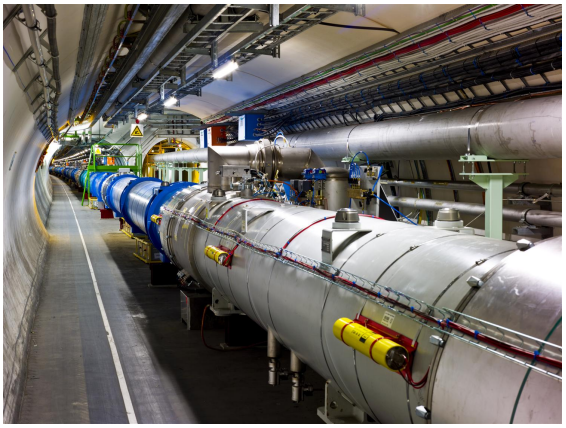
Ha a két nyalábban futó részecskék lendülete azonos abszolút értékű, de ellentétes irányú, akkor a tömegközéppont nyugalomban van az ütközés előtt, és így az ütközés után sem „kell" energiát áldozni a tömegközéppont mozgási energiájára. Emiatt a nyaláb energiájával arányosan nő a rendelkezésre álló tömegközépponti (azaz „hasznos") energia. Megvalósítása úgy történik, hogy egy nagy kerületű vákuumgyűrűben szembefuttatjuk egymással az ütközésre szánt két nyalábot. Így működik pl. a CERN-ben épített LHC, a Nagy Hadron Ütköztető (lásd 11.4 fejezet).

## 11.4. CERN

A Föld egyik legnagyobb gyorsítóberendezés-komplexuma Svájcban van Genf mellett. A neve CERN, amely a létesítmény francia elnevezésének kezdőbetűiből alkotott betű-

szó (Conseil Européen des Recherches Nucléaires). Bár a neve nukleáris kutatásokat sejtet, manapság már hagyományos magfizikai (nukleáris) kutatás alig folyik benne. A CERN a nagyenergiájú fizikai és részecskefizikai kutatások legnagyobb központja. A CERN nemzetközi státuszú kutatóközpont, működését a tagországok közösen biztosítják. Magyarország is tagja a CERN-nek, ezért magyar kutatók is részt vehetnek az ottani óriásgyorsítókkal folyó kísérletekben, használhatják mindazt az infrastruktúrát, számítógép-kapacitást, programokat, amelyeket a CERN-ben fejlesztettek ki az évtizedek során.

(a) A CERN és környéke légi felvételen

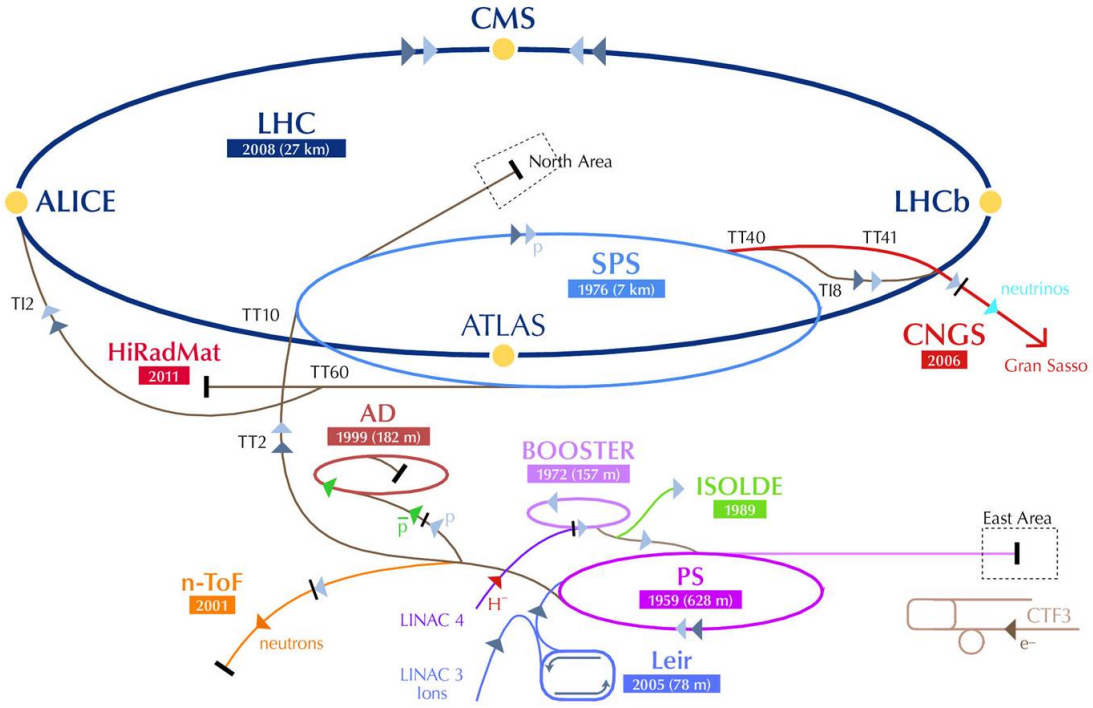


(b) Az LHC föld alatti alagútja. A kék színű elemek a nyalábot hajlító szupravezető mágnesek

11.19. ábra. A légi felvételre rárajzolták, hogy merre halad a Nagy Hadronütköztető (Large Hadron Collider, LHC) föld alatti alagútja. A háttérben a Genfi-tó, és a Mont Blanc csúcsai láthatók (Forrás: [15])

A Nagy Hadronütköztető (lásd 11.19 kép) átlagosan 100 m föld alatti mélységben futó, 27 km kerületű kör alakú alagútban épült Genf közelében, a svájci-francia határon. A gyorsítóban igen nagy energiájú (7000 GeV) protonnyaláb rohan szembe egy ugyanolyan energiájú másik protonnyalábbal. A két nyaláb egymással szemben, külön csövekben kering, ám a kör mentén négy helyen keresztezik egymást. Ezeken a helyeken történnek meg az ütközések, és ide építették a fizikusok és mérnökök a hatalmas méretű detektorokat is. A gyorsítót úgy építették, hogy nemcsak proton-proton ütközéseket lehet vele vizsgálni, hanem lehetővé teszi nehézionok (például ólomionok) gyorsítását és egymással való ütköztetését is.

Az LHC-be bonyolult úton kerülnek a részecskék (lásd 11.20 ábra). Amikor protonnyalábot állítanak elő, akkor először egy lineáris gyorsító (Linac 4 a 11.20 ábrán) gyorsítja a protoncsomagokat. A nehézionok a Linac 3-ból jönnek, amikor ezek gyorsítása folyik. A Linac 4-ből a protonok 250 MeV energiával kerülnek be a PS-Booster

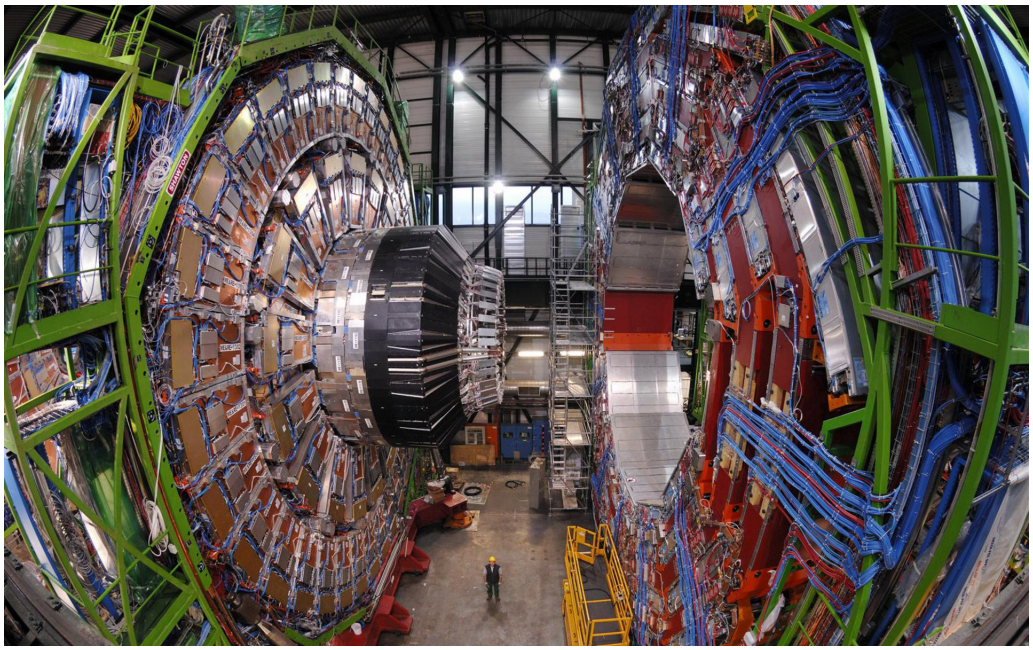



11.20. ábra. A CERN gyorsítókomplexumának részlete(Forrás: [15])

nevű gyorsítóba, amely már 1,4 GeV energiára gyorsítja őket. Innen kerülnek tovább a proton-szinkrotronba (PS), ahonnan 25 GeV energiával kerülnek tovább a szuper-proton szinkrotronba (SPS). Ezt a gyorsítót végül 450 GeV energiával hagyják el, és kezdik el útjukat a Large Hadron Collider-ben (LHC). Az LHC-t először „feltöltik" protoncsomagokkal, amelyek egymással szemben szaladnak két különálló nyalábvezetékben. A csövekben egymással szemben 2808 protoncsomag szalad, csomagonként mintegy 100 milliárd protonnal. Az LHC „feltöltése" 4 perc 20 másodpercig tart. Ez alatt az idő alatt nem történik gyorsítás, csak „tárolják" a beérkező protoncsomagokat („tárológyűrű" üzemmód). Ez után kezdődik meg a protonok gyorsítása. Mintegy 20 perc alatt a protonok energiáját 450 GeV-ről 7000 GeV-re (7 TeV) növelik („gyorsító" üzemmód). A felgyorsított protonok még órákig keringenek az LHC nyalábvezetőiben („tárológyűrű" üzemmód ismét), másodpercenként 11246-szor futnak körbe a mintegy 27 km kerületű gyorsítóban. Útjuk legnagyobb részét különálló csövekben teszik meg. A kör kerülete mentén azonban van négy pont, ahol lehetőség van az egymással szemben rohanó protonnyalábok összeütköztetésére. Az ütközési pontokban a protonnyalábokat 16 mikron átmérőre fókuszálják. A néhány cm hosszú, hajszálnál is vékonyabb protoncsomagok találkozását nagyobb technikai bravúr megvalósítani, mintha két hajszálat akarnánk „hosszában" összeütköztetni.

Az LHC-ban másodpercenként 800 millió ütközés várható, és ezekből olyan mennyiségű adathalmaz keletkezik, amelynek a feldolgozásához a számítástechnikai módszereknek is ugrásszerű fejlődésére van szükség.

Az ütközési pontok köré minden eddiginél nagyobb detektorrendszereket építettek a fizikusok és mérnökök, hogy az összesen 14 TeV ütközési energiából keletkező részecskék záporát érzékelni tudják. A négy legnagyobb detektor neve: ATLAS, ALICE, CMS, LHCb. A CMS detektort mutatja építés közben a 11.21 kép. A detektorok óriási méretének oka kettős. Egyrészt a hatalmas energiájú nyalábok ütközésekor óriási energiájú részecskék is keletkeznek. Ezeknek nagy energiájuk miatt nagy az áthatolóképességük, tehát csak nagy detektorokkal lehet őket megfogni. Másrészt pedig a nagy ütközési energia miatt nagyon sok (esetleg több száz) részecske is keletkezik egyetlen ütközés során. Ahhoz, hogy ezeket mind külön-külön érzékelni lehessen, ugyancsak sok elemből álló detektorrendszerekre van szükség.



11.21. ábra. A CERN egyik kísérleténél használt detektor (CMS) röviddel a zárósapka (bal oldali detektorrész) helyretétele előtt (Forrás: [15])

Az óriási energiájú ütközésekben keletkezett részecskék között vannak olyanok, amelyek természetes úton talán csak hatalmas csillagkatasztrófák (szupernóvák), vagy az Univerzum létrejöttekor keletkeztek. Ezáltal a földi gyorsító-berendezések közelebb visznek bennünket a Világegyetem működésének a megértéséhez is.

A kutatók azt várják, hogy ezekből a kísérletekből a részecskefizika egyes olyan alapkérdéseire is választ kapnak (pl. a Higgs-bozon léte, vagy a kvark-gluon plazma tu-

lajdonságai), amelyek az Univerzum kezdeti pillanataiban irányították az akkor lezajló hatalmas energiájú folyamatokat, és amelyek végső soron megszabták, hogy a világunk miért éppen olyan, mint amilyennek ma látjuk.

## 11.5. Feladatok

**Feladat 11.1..** (Mintafeladat) Mennyire közelítheti meg egymás két deuteron egy neutrongenerátorban, ahol a deutérium ionokat 200 keV energiára gyorsítjuk fel, és ezek egy álló céltárgyban elnyelt deutérium atomokra esnek? Milyen messze van egymástól a fuzionáló két deuteron „felszíne", amikor a legközelebb vannak egymáshoz?

**Megoldás 11.1.** A legegyszerűbben ismét tömegközépponti rendszerben tudjuk leírni a folyamatot. Ebben mindkét deuteron azonos $v$ sebességgel mozog egymás felé. A rendszer teljes mozgási energiája:

$$E = 2\frac{1}{2}Mv^2, \tag{11.9}$$

ahol $M$ egy deuteron tömege, és $v$ pedig a sebességük abszolút értéke. Amikor legközelebb kerülnek egymáshoz, a mozgási energiájuk elektrosztatikus potenciális energiává alakul (hiszen taszítják egymást):

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}, \tag{11.10}$$

ahol $r$ a középpontjaik távolsága, $e$ pedig az elemi töltés (mivel mindegyiküknek egységnyi pozitív töltése van). Ebből kapjuk:

$$r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{2\frac{1}{2}Mv^2} \tag{11.11}$$

A tömegközépponti rendszer azonban éppen $v$ sebességgel mozog a laboratóriumban (hiszen így lesz a céltárgymag álló helyzetű), tehát a laboratóriumi rendszerben a bombázó részecske sebessége $2v$, és ennek következtében az energiája négyszeres. Mivel ezt ismerjük (200 keV), ebből következik, hogy a tömegközépponti rendszerben mindegyik deuteron mozgási energiája ennek a negyedrésze, azaz $\frac{1}{2}Mv^2 = 50$ keV. Ezt behelyettesítve kapjuk: $r = 14,4 \cdot 10^{-15}$ m.

A deuteronok azonban nem pontszerűek, hanem az $R = r_0\sqrt[3]{A}$ alapján sugaruk $R \approx 1,5 \cdot 10^{-15}$ m (mivel $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15}$ m). Ebből a deuteronok felszínének a távolsága a legközelebbi helyzetben: $d = (r - 2R) = 11,4 \cdot 10^{-15}$ m.

Ez majdnem tízszer akkora, mint a magerők hatótávolsága. A fúzió mégis létrejön, mivel a kvantummechanikai alagúteffektus lehetővé teszi a részecskék áthatolását a megmaradt potenciálfalon.

**Feladat 11.2..** A száraz levegő átütési szilárdsága 20 kV/cm. Legalább mekkora átmérőjűnek kell lenni egy 1 MV-os Van de Graaf generátor gömb alakú, felső elektródájának, hogy a felszínén a levegő „ne üssön át”?

**Feladat 11.3..** Egy hagyományos „meleg” mágnessel működő ciklotron gyorsítókamrájának sugara 1 m, a mágneses indukció nagysága 0,5 T (tesla). Legfeljebb mekkora energiájú protonokat tudunk vele előállítani?

**Feladat 11.4..** Az LHC egyik protonnyalábjában 2808 protoncsomag szalad, csomagonként 100 milliárd protonnal. Minden protonnak 700 GeV mozgási energiája van. Mekkora a nyaláb áramerőssége, összenergiája és teljesítménye?

## 11.6. Feladatok megoldása

**Megoldás 11.2.** Egy $U$ feszültségre feltöltött gömb körül (a gömbön kívül) a térerősség abszolút értéke: $E = \frac{U}{r}$. A gömb felszínén a térerősség tehát: $E = \frac{U}{R}$, ahol $R$ a gömb sugara. Mivel a gömb felszínén ismerjük a kritikus térerősséget, így a sugárra kapjuk:

$$R \geq \frac{U}{E} = \frac{10^6 \text{ V}}{20 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{cm}}} = 50 \text{ cm}. \tag{11.12}$$

A gömb átmérőjének tehát legalább 1 m-nek kell lenni.

**Megoldás 11.3.** A 11.3 összefüggés alapján a ciklotronnal előállítható maximális energia:

$$E = \frac{(qB)^2}{2m} r^2, \tag{11.13}$$

ahol $r$ a ciklotron sugara. Protonok esetében $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, és $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Ezeket behelyettesítve kapjuk: $E \approx 12$ MeV.

**Megoldás 11.4.** A nyalábban lévő protonok száma: $N = 2808 \cdot 10^{11} = 2,8 \cdot 10^{14}$. A nyalábban lévő protonok össztöltése: $Q = 2,8 \cdot 10^{14} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,48 \cdot 10^{-5}$ C. Mivel jó közelítéssel fénysebességgel haladnak, ezért a $2\pi R = 27000$ m kerületű gyűrűt $T = \frac{27000}{3 \cdot 10^8} = 9 \cdot 10^{-5}$ s alatt teszik meg. Az áramerősség tehát: $I = \frac{q}{T} = \frac{4,48 \cdot 10^{-5}}{9 \cdot 10^{-5}} \approx 0,5$ A.

A nyaláb összenergiájához két úton is eljuthatunk.

- A 7000 GeV részecskékre jutó energia olyan, mintha őket 7000 GV feszültség gyorsította volna. A nyaláb teljesítménye tehát $W = U \cdot I = (7000 \text{ GV}) \cdot (0,5 \text{ A}) = 3500$ GW. A nyaláb teljesítménye tehát 3500 gigawatt!. A teljes energiát pedig megkapjuk, mint a teljesítmény és a körülfutási idő szorzatát, azaz $E = (3500 \cdot 10^9 \text{ W}) \cdot (9 \cdot 10^{-5} \text{ s}) = 315 \cdot 10^6$ J. A nyaláb teljes energiája tehát 315 MJ.

- A nyaláb teljes energiáját megkaphatjuk, ha a nyalábban lévő részecskék energiáját összeadjuk, azaz $E = 2,8 \cdot 10^{14} \cdot 7000 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 314 \cdot 10^6$ J. (a kis különbség az előbb számítotthoz képest a numerikus kerekítések miatt van). A teljesítmény pedig ebből nyilván $W = \frac{E}{T} = 3500$ GW.

# Irodalomjegyzék


[1] Fizika (főszerkesztő: Holics László) Akadémiai Kiadó 2009, ISBN 978 963 05 8487 6 (VIII. fejezet)

[2] A fizika alapjai (Szerk. Erostyák János és Litz József) Nemzeti Tankönyvkiadó 2003, ISBN 963 19 3275 3 (VI. fejezet)

[3] Fizika III (Erostyák János, Kürti Jenő, Raics Péter, Sükösd Csaba) Nemzeti Tankönyvkiadó 2006, ISBN 963 19 5806 X (VII. rész)

[4] Fényes Tibor (szerk.): Atommagfizika I. (2. korszerűsített kiadás, Debreceni Egyetemi Kiadó, 2009.)

[5] Raics Péter: Mag- és részecskefizika. http://falcon.phys.unideb.hu/ raics/public/11eMagReszFiz/eMagresz.pdf

[6] http://scienceline.org/

[7] http://www.kutl.kyushu-u.ac.jp/

[8] Robinson, M (1992). „Computer simulation studies of high-energy collision cascades1". Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B 67: 396.

[9] http://mrtphysics.co.uk/

[10] http://www.madphysics.com/

[11] C.A. Klein, J. Applied Physics 39 (1968) 2029.

[12] U. Fano, Phys. Rev. 72 (1947) 26.

[13] https://mcnpx.lanl.gov/

[14] http://geant4.cern.ch/

[15] http://cern.ch

[16] http://nuclearpoweryesplease.org/

[17] G. R. Keepin: Physics of Nuclear Reactors, Addison-Wesley Publishing Co., Massachusetts (1965)

[18] G. R. Keepin: Interpretation of Delayed Neutron Phenomena, J. Nucl. Energy, 7, 13 (1958)

[19] G. R. Keepin, T. F. Wimmet, R. K. Zeigler: Delayed Neutron from Fissionable Isotopes of Uranium, Plutonium and Thorium, Phys. Rev., 107, 1044 (1957)

[20] http://universe-review.ca/

[21] http://www.ncnr.nist.gov/

[22] http://www.neutron.kth.se/

[23] Csom Gyula: Atomerőművek üzemtana I. kötet Műegyetemi Kiadó 1997. ISBN 963 420 514 3 ö.

[24] Szatmáry Zoltán: Bevezetés a reaktorfizikába, Akadémiai Kiadó 2000. ISBN 963 05 7734 8

[25] http://www.szilardverseny.hu/sites/default/files/field/exercises/final/theoretic/2013-e-1.pdf

[26] https://lasers.llnl.gov/

[27] http://www.ipp.mpg.de/ippcms/eng/pr/forschung/w7x/

[28] http://www.physics.ucla.edu/

[29] https://www.efda.org/jet/

[30] http://www.slac.stanford.edu/

[31] http://www.lhc-closer.es/

[32] http://bama.ua.edu/ hep/vandegraaff.html

[33] http://core.physicsinfo.co.uk/

[34] http://images.iop.org/