



ÓBUDAI EGYETEM
BÁNKI DONÁT
GÉPÉSZ ÉS BIZTONSÁGTECHNIKAI MÉRNÖKI KAR

Prof. Dr. Szabolcsi Róbert

Légi robotok automatikus repülésszabályozása

Budapest, 2016

Írta és szerkesztette:

Prof. Dr. Szabolcsi Róbert t. okl. mk. ezredes
tanszékvezető, egyetemi tanár
Óbudai Egyetem
Bánki Donát Gépész- és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar
Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet
Mechatronika Tanszék

Lektorálta:

Dr. Békési Bertold okl. mk. alezredes, egyetemi docens
Nemzeti Közszerződési Egyetem
Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar
Katonai Repülő Intézet
Fedélzeti Rendszerek Tanszék

© Prof. Dr. Szabolcsi Róbert, Budapest, 2016.
1. kiadás

Minden jog fenntartva. A könyv bármely részének, vagy egészének bármilyen jellegű másolása, vagy sokszorosítása csak és kizárólag a szerző előzetes, írásos engedélyével lehetséges.

ISBN 978-615-5460-23-4

Felelős kiadó: Prof. Dr. Rajnai Zoltán, dékán.
Készült a NORDEX Kft Nyomdájában.
Műszaki vezető: Kóti Gergő.

Tördelőszerkesztő: Prof. Dr. Szabolcsi Róbert t. okl. mk. ezredes, tanszékvezető, egyetemi tanár.

*Feleségemnek, Ildikónak,
és lányomnak, Ildikó Nórának*

A Szerzőről

Prof. Dr. Szabolcsi Róbert t. okleveles mérnök ezredes az Óbudai Egyetem, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar, Mechatronikai és Járműtechnikai Intézet, Mechatronika Tanszék tanszékvezető egyetemi tanára. Középiskolai tanulmányait a KLTE Gyakorló Gimnáziumában végezte angol-országi nyelvtagozaton. Egyetemi végzettségét a Kijevi Katonai Repülőmérnöki Műszaki Egyetemen repülőmérnök szak, műszer- és automatizálási szakirányán szerezte.

Oktatói pályafutását a Killián György Repülőműszaki Főiskolán, a repülő Szakág Szaktanszéken kezdte. 1993-ban tanársegédi, majd 1995-ban adjunktusi kinevezést kap a főiskolán. A Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen 1998-ban egyetemi docenssé nevezték ki, majd 2009-ben egyetemi tanári kinevezést kapott a Bolyai János Katonai Műszaki Kar, Automatizálási és Robotikai Intézet, Automatizálási és Folyamatirányítási Tanszékére. 2012-2013 között a Nemzeti Közszolgálati Egyetem, Hadtudományi és Honvédtisztképző Kar, Katonai Üzemeltető Intézet, Katonai Repülő Tanszékén egyetemi tanár. 1989 és 2015 között hivatásos katona.

A katonai felsőoktatásban hosszú időn keresztül töltött be vezetői beosztásokat. 1998-2003 között a ZMNE Fedélzeti Rendszerek Tanszék tanszékvezető egyetemi docense, 2001-2004 között a ZMNE Repülőműszaki Intézet oktatási és tudományos igazgató-helyettese, 2007-2008 között a ZMNE Katonai Gépész-, Műszaki-, és Biztonságtechnikai Mérnöki Intézet megbízott igazgatója, 2008-2009 között a ZMNE Bolyai János Katonai Műszaki Kar akkreditációjáért felelős oktatási és minőségbiztosítási dékánhelyettes, 2009-2011 között a ZMNE Bolyai János Katonai Műszaki Karon a tudományos- és nemzetközi kapcsolatok dékánhelyettes, 2009-2011 között az Automatizálási és Robotikai Intézet megbízott vezetője, 2009-2011 között az Automatizálási és Robotikai Intézet, Automatizálási és Folyamatirányítási Tanszékre kinevezett vezetője, majd 2011-2012 között a Katonai Robotika Tanszék tanszékvezetője.

Katonai pályafutása során 1989-ben főhadnagyi, 1993-ban századosi, 1998-ban előbb őrnagyi-, majd alezredes rendfokozatban szolgált. Egyetemi tanári kinevezésével egyidejűleg 2009-ben ezredesi rendfokozatba léptették elő. 2005-2006-ban részt vett a NATO iraki kiképző misszójában (NTM-I: NATO Training Mission Iraq), egyéni NATO-beosztásban teljesített szolgálatot. Kiemelkedő szakmai-katonai munkája elismeréseként NATO Főtábornoki kitüntetésben részesült. Katonai pályafutása során több 40 alkalommal részesült kitüntetésben, elismerésben, és jutalomban.

A Szerző oktatói pályafutása során főleg a villamosságtan, a repülőfedél-

zeti energia-ellátás, a repülőfedélzeti műszertechnika, a repülőfedélzeti szabályozó-, és vezérlő rendszerek, az automatikus repülésszabályozás, valamint a klasszikus és a modern szabályozástechnika, a mechatronika, és a számítógéppel segített tervezéseket oktatta, és oktatja ma is magyar, és angol nyelven.

A Szerző szakfelelősként sikeres akkreditációs folyamatokat tudhat maga mögött: 1998-ban sikeres akkreditáltatta a Villamosmérnök szakot, 2002-ben alapította a 'Repülő villamosmérnök asszisztens' AIFSZ szakot, 2002-ben alapító tagja, majd törzstagja a Katonai Műszaki Doktori Iskolának (Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem). 2012-ben szakfelelősként megalapította a Katonai üzemeltetés alapképzési-, és a Katonai üzemeltetés mesterképzési szakokat a Nemzeti Közszerződési Egyetemen, majd ugyanebben az időben szakindítási engedélyeket is szerzett alapító szakfelelősként a fenti szakokra, amelyeken 2013 óta sikeresen folyik a honvédtisztek képzése.

2012-ben egyetemi tanári kinevezést kap a Óbudai Egyetem, Bánki Donát Gépész és Biztonságtechnikai Mérnöki Kar, Mechatronikai és Autótechnikai Intézetébe. 2013 óta a Biztonságtudományi Doktori Iskola (Óbudai Egyetem) törzstagja.

A Szerző egyetemi doktori fokozatát 1996-ban szerezte a Budapesti Műszaki Egyetemen, majd 1997-ben ugyanitt PhD tudományos fokozatot szerzett. Kutatóhelye az MTA SZTAKI Rendszer és Irányításelméleti Laboratórium, témavezetője Prof. Dr. Bokor József akadémikus, egyetemi tanár volt. 2001-ben a hadtudományok területén habilitált a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen.

Hazai-, és nemzetközi konferenciák szervezésében aktívan vesz részt. A Szerző tudományos publikációinak száma 142, ezekre 214 független hivatkozással bír, felsőoktatási tankönyveinek száma hét. A Szerző tudományos kutatási területei közül az egyik legfontosabb a pilóta nélküli légijárművek fedélzeti automatikus repülésszabályozó rendszereinek előzetes, számítógéppel támogatott tervezése.

A Szerző az elmúlt néhány évben kiemelt figyelmet fordított a pilóta nélküli légijárművek tervezési-, fejlesztési- és üzemeltetési kérdéseinek. Számos publikációja foglalkozik a típus-, és légialkalmassági kérdésekkel is.

A Szerző 'Unmanned Aerial System Cluster' névvel 2014-ben klasztert alapított a hazai UAV-fejlesztések előmozdítására, és a hazai K+F szakmai műhelyek nemzetközi kutatói hálózatokhoz történő csatlakozás elősegítésére.

2015-ben „A Magyar Repüléstudományért” Emlékplakettet adományozott részére a hazai repülő szakmai közvélemény.

Dr. Várkonyiné Prof. Dr. Kóczy Annamária

Prof. Dr. Szabolcsi Róbert

Óbudai Egyetem
BGK

TARTALOMJEGYZÉK

TARTALOMJEGYZÉK	7
I. BEVEZETÉS	15
II. A PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK REPÜLÉSTÖRTÉNETE A KEZDETEKTŐL NAPJAINKIG	17
2.1 Opus Citatum	56
III. A KÖNYVBEN HASZNÁLT JELÖLÉSEK ÉS KIFEJEZÉSEK	61
3.1 A repülésmechanikában használatos koordináta-rendszerek	61
3.2 Szögek, szögsebességek, erők, nyomatékok, tehetetlenségi nyomatékok, együtthatók értelmezése	63
3.3 Következtetések	72
3.4 Ellenőrző kérdések	72
3.5 Opus Citatum	73
IV. PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AUTOMATIKUS REPÜLÉSSZABÁLYOZÁSA	75
4.1 Bevezetés	75
4.2 Az UAS rendszerek koncepcionális és funkcionális felépítése, és működése	76
4.3 Opus Citatum	80
V. A PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰ ÁLTALÁNOS MOZGÁSEGYENLETEI	81
5.1 A merev UAV egyenes vonalú mozgásának matematikai modellje	83
5.2 A merev UAV forgó mozgásának matematikai modellje	86
5.3 Néhány megjegyzés a merev UAV egyenes vonalú- és forgó mozgásának egyenleteivel kapcsolatban	89
5.4 Segédegyenletek a mozgásegyenletek felírásához	90
5.5 A merev UAV hosszirányú és oldalirányú mozgásegyenletei	92
5.5.1 A merev UAV hosszirányú nemlineáris mozgásegyenleteinek linearizálása	97
5.5.2 A merev UAV oldalirányú nemlineáris mozgásegyenleteinek linearizálása.	100

5.6 A merev UAV mozgásegyenleteinek felírása a test–koordináta rendszerben	103
5.7 A merev UAV egyensúlyi mozgásegyenletei	105
5.7.1 Az egyenes vonalú, egyenletes repülés	106
5.7.2 A szabályos forduló	106
5.7.3 Az egyenletes bólintó mozgás	107
5.8 A merev UAV kiegészítő (segéd) mozgásegyenletei	108
5.8.1 A hosszirányú mozgás segédegyenletei	108
5.8.2 Az oldalirányú mozgás segédegyenletei	110
5.9 A merev UAV térbeli mozgásának állapotter reprezentációs alakja	110
5.9.1 A merev UAV állapot-egyenlete	110
5.9.2 A merev UAV kimeneti egyenlete	111
5.9.3 A merev UAV hosszirányú mozgásának állapotter reprezentációs alakja	112
5.9.4 A merev UAV oldalirányú mozgásának állapotter reprezentációs alakja	116
5.10 Az UAV átviteli függvényének meghatározása az állapot– és a kimeneti egyenlet alapján	119
5.11 Néhány fontos derivatív együttható értelmezése	120
5.11.1 A merev UAV hosszirányú mozgásának derivatív együtthatói	120
5.11.2 A merev UAV oldalirányú mozgásának derivatív együtthatói	123
5.12 A propulziós erő a merev UAV mozgásegyenleteiben	128
5.13 Következtetések	131
5.14 Ellenőrző kérdések	132
5.15 Számítási mintafeladatok	133
5.16 Gyakorló feladatok	134
5.17 Opus Citatum	171

VI. A PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK STATIKUS ÉS DINAMIKUS STABILITÁSA **175**

6.1 Az UAV hosszirányú stabilitása	176
6.1.1 Az UAV hosszirányú dinamikus stabilitás	176
6.1.2 Az UAV hosszirányú statikus stabilitás	177
6.1.2.1 Az UAV hosszirányú, sebesség szerinti statikus stabilitása	177

6.1.2.2 Az UAV függőleges sebesség szerinti statikus stabilitása	178
6.1.2.3 Az UAV kereszt-tengely körüli stabilitása	178
6.2 Az UAV oldallirányú stabilitása	181
6.2.1 Az UAV oldallirányú dinamikus stabilitása	181
6.2.2 Az UAV oldallirányú statikus stabilitása	183
6.2.2.1 Az UAV csúszásszög szerinti statikus stabilitása	183
6.2.2.2 Az UAV iránysszög szerinti statikus stabilitása	183
6.2.2.3 Az UAV oldallirányú statikus stabilitása	183
6.3 Az UAV hosszirányú mozgásának átviteli függvényei	184
6.3.1 A kimeneti vektor rendezőinek előállítása a C kimeneti mátrix segítségével	185
6.3.2 Az UAV hosszirányú mozgásának reprezentatív átviteli függvényei	186
6.3.3 A hosszirányú mozgás egyéb átviteli függvényei	189
6.3.4 A merev UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának átviteli függvényei	190
6.3.5 A hosszirányú statikus stabilitás hatása az UAV hosszirányú rövidperiodikus mozgására	192
6.3.6 A merev UAV időállandója	193
6.3.7 Az UAV repülési pályaszöge	193
6.3.8 A merev UAV hosszirányú fugoid (hosszúperiodikus) mozgásának átviteli függvényei	194
6.4 Az UAV oldallirányú mozgásának átviteli függvényei	198
6.4.1 Az oldallirányú, egyenes vonalú mozgás gyorsulásának meghatározása	203
6.4.2 Az UAV oldallirányú mozgásának néhány reprezentatív átviteli függvénye	203
6.4.3 Az UAV oldallirányú mozgása átviteli függvényeinek egyszerűsítése	204
6.4.4 Az UAV oldallirányú mozgásának háromszabadságfokú approximációja	204
6.4.5 Az oldallirányú mozgás kétszabadságfokú approximációja	207
6.4.6 Az oldallirányú mozgás egyszabadságfokú approximáció	208
6.5 Következtetések	209

6.6 Ellenőrző kérdések	209
6.7 Opus Citatum	210
VII. FORGÓSZÁRNYAS PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK ÁLTALÁNOS MOZGÁSEGYENLETEI	213
7.1 Bevezetés	213
7.2 Forgószárnyas légijárművek	214
7.3 Forgószárnyas UAV mozgásegyenletei	218
7.3.1 Forgószárnyas UAV hosszirányú mozgásegyenletei	219
7.3.2 Forgószárnyas UAV oldalirányú mozgásegyenletei	224
7.3.3 Forgószárnyas UAV állapotter reprezentációs kanonikus alakja	225
7.4 Forgószárnyas UAV statikus stabilitása	227
7.4.1 Forgószárnyas UAV forgószárny lapátjainak statikus stabilitása	227
7.4.2 Forgószárnyas UAV forgószárny lapátjainak állásszög szerinti statikus stabilitása	228
7.4.3 Forgószárnyas UAV törzsének hosszirányú statikus stabilitása	229
7.5 Forgószárnyas UAV dinamikus stabilitása	231
7.5.1 Forgószárnyas UAV hosszirányú mozgásának dinamikus stabilitása	231
7.5.2 Forgószárnyas UAV oldalirányú mozgásának dinamikus stabilitása	233
7.6 Opus Citatum	235
VIII. MULTIROTOROS (QUADROTOR) PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK DINAMIKUS MODELLEZÉSE	237
8.1 Bevezetés	237
8.2 A quadrotorok szerkezeti sajátosságai, kormányerők és nyomatékok létrehozása	240
8.3 A quadrotorok térbeli mozgásának dinamikus modellje	244
8.3.1 A merev quadrotor Euler-Lagrange-féle dinamikus modellje	244
8.3.2 A merev quadrotor Newton-Euler-féle dinamikus modellje	249
8.3.3 A Newton-egyenletek és a Lagrange-egyenletek kapcsolata	252
8.3.4 Az X-Type quadrotorok Newton-Euler mozgásegyenletei	253

8.4 Gyakorló feladat	256
8.5 Opus Citatum	262
IX. PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AEROELASZTIKUS JELENSÉGEI	265
9.1 Bevezetés	265
9.2 A szárny hajlító mozgása	268
9.3 A szárny csavaró mozgása	270
9.4 A szárny összetett (kapcsolt) mozgása	273
9.5 Az UAV törzsének deformációja dinamikus külső terhelés hatására	274
9.6 A légi járművek szárnyrezgésének (flutter) elméleti alapjai	287
9.7. A forgószárny lapátok aeroelasztikus lengései	295
9.8 A rugalmas UAV dinamikus mozgásegyenletei	300
9.9 A rugalmas UAV mozgásának matematikai modellje	303
9.10. Ellenőrző kérdések	305
9.11 Számítási mintafeladatok	306
9.12 Opus Citatum	320
X. AZ UAV TÉRBELI MOZGÁSÁT BEFOLYÁSOLÓ KÜLSŐ ZAVARÁSOK ÉS BELSŐ ZAJOK MATEMATIKAI MODELLEZÉSE	323
10.1 A légköri turbulencia matematikai modellezése	324
10.1.1 A légköri turbulencia determinisztikus matematikai modellezése	325
10.1.2 A légköri turbulencia sztochasztikus matematikai modellezése	326
10.1.3 A légköri turbulencia állapotterez matematikai modellje	336
10.1.4 A légköri turbulencia oldalirányú mozgásra gyakorolt hatása	339
10.1.5 A légköri turbulencia repülésre gyakorolt hatása	339
10.1.6 A légköri turbulencia modellezése determinisztikus jelekkel	341
10.1.7 A gyorsulás négyzetes középértékének meghatározása turbulencián történő átrepülés esetén	342
10.1.8 A szélnyírás és a microburst	346

10.2 Az érzékelők zajainak statisztikai jellemzői	349
10.3 Következtetések	350
10.4 Ellenőrző kérdések	350
10.5 Számítási mintafeladatok	351
10.6 Gyakorló feladatok	355
10.7 Opus Citatum	356
XI. PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AUTOMATIKUS REPÜLÉSSZABÁLYOZÓ RENDSZEREINEK TERVEZÉSE HAGYOMÁNYOS MÓDSZEREKKEL	359
11.1 Bevezetés	359
11.2 Az általános repülésszabályozó rendszer	364
11.3 Klasszikus szabályozótervezési módszerek	367
11.3.1 A pólus áthelyezései tervezési módszerek	367
11.3.1.1 Az egyszerű pólus áthelyezés módszere	369
11.3.1.2 A sajátértékek kijelölésének módszere	370
11.3.1.2.1 Az azonos együtthatók módszere	371
11.3.1.2.2 A módosító mátrix módszer	372
11.3.1.3 A kimenet visszacsatolás módszere	372
11.3.2 A modell követés módszere	374
11.3.3 A gyök–helygörbe módszer	376
11.3.4 A Bode–diagram	378
11.4 Paraméteroptimalizációs módszerek	380
11.4.1 Az integrál–kritériumok	380
11.4.2 A Parseval-tétel	382
11.4.3 Egyváltozós szabályozási rendszerek optimális méretezése	384
11.4.4 A Lagrange – szorzó módszer	386
11.5 Következtetések	387
11.6 Ellenőrző kérdések	388
11.7 Számítási mintafeladatok	389
11.8 Gyakorló feladatok	407
11.8 Opus Citatum	409

XII. PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AUTOMATIKUS REPÜLÉSSZABÁLYOZÓ RENDSZEREINEK TERVEZÉSE MODERN MÓDSZEREKKEL	413
12.1 A statikus optimálás	413
12.1.1 A statikus optimálás feltételei	414
12.1.2 A statikus optimálási feladat megfogalmazása	415
12.2 Lineáris szabályozási rendszerek optimális méretezése a négyzetes integrál–kritérium módszerével	416
12.3. Az optimális Kalman-Bucy szűrő tervezése	421
12.3.1. Problémafelvetés és megoldás	422
12.3.2. Kimenet visszacsatolású rendszerek optimális szabályozóinak tervezése az LQG módszerrel	424
12.4. Robusztus szabályozási rendszerek tervezése	426
12.4.1. Egyváltozós szabályozási rendszerek minőségi jellemzői	428
12.4.2. Többváltozós szabályozási rendszerek minőségi jellemzői	430
12.4.3. Szabályozó tervezés új megközelítésben	430
12.4.4. A H_2 és a H_∞ robusztus szabályozótervezési eljárások	432
12.4.4.1 A H_2 optimális szabályozótervezési eljárás	432
12.4.4.2 A H_∞ optimális szabályozótervezési eljárás	433
12.5 Ellenőrző kérdések	435
12.6 Számítási mintafeladat	436
12.7 Opus Citatum	444
XIII. PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK TÍPUS– ÉS LÉGIALKALMASSÁGI TANÚSÍTÁSA	447
13.1 Bevezetés	447
13.2 A U.S. DoT FAA UAS légialkalmassági tanúsítási rendszere	448
13.3 Az ausztrál CASA UAV/UAS légialkalmassági tanúsítási rendszere	450
13.4 Az európai EASA-szabályozások fontosabb jellemzői	452
13.5 A NATO STANAG és MIL–szabványok és követelmények	454
13.5.1 A MIL–HDBK–516A légialkalmassági tanúsítási kézikönyv	455

13.5.2 A NATO STANAG 4671 szabvány és annak fontosabb elemei	456
13.6 Következtetések	458
13.7 Ellenőrző kérdések	459
13.8 Opus Citatum	459
 XIV. PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK ÉS LÉGIJÁRMŰ RENDSZEREK JELENE ÉS JÖVŐJE – KIHÍVÁSOK ÉS LEHETSÉGES VÁLASZOK	 465
14.1 Bevezetés	465
14.2. UAV légtérhasználati kérdések	466
14.3. UAV és UAS típus- és légialkalmassági tanúsítás	469
14.4. UAV operátorok képzése, és tanúsítása	470
14.5. Flightpath 2050 – Europe’s Vision for Aviation	470
14.6. U.S. DoD Unmanned Systems – Roadmap 2007-2032	471
14.7. Összegzés, következtetések	473
14.8 Opus Citatum	474
 XV. BEFEJEZÉS	 477

I. FEJEZET

BEVEZETÉS

Lectori Salutem!

Az EU Európai Bizottsága 2011-ben tette közzé a "*Flightpath 2050 – Europe's Vision for Aviation*" című jelentését, amely részletesen taglalja az európai közlekedés várható helyzetét 2050-ben, valamint a stratégiai célok eléréséhez szükséges fontosabb teendőket.

Az Európai Bizottság 2014. áprilisában közzétette a COM(2014)207 Közleményét (A Bizottság közleménye az Európai Parlamentnek és a Tanácsnak; Új korszak a légi közlekedésben; A légiközlekedési piac megnyitása a távirányított légijármű-rendszerek biztonságos és fenntartható polgári felhasználása előtt), amely meglehetősen rövid határidővel, már 2016-tól kezdődően elkezd a nem elkülönített légtérben végrehajtott UAV-repülések integrálását a légiközlekedésbe.

Az első automatikus repülésszabályozó rendszert már a XIX. század végén megépítették. A rendszer elsődleges feladata a repülőgép keresztengelye körüli forgómozgás csillapítása volt.

A hagyományos, ember által vezetett légijárművekkel szinte egy időben megjelentek az első pilóta nélküli légi járművek járművekkel (Unmanned Aerial Vehicle – UAV) is (1916: RAF Aerial Target; 1918: US Army Signal Corps, Kettering Aerial Torpedo/Bug).

Az I. Világháború számos tekintetben siettette az UAV fejlesztéseket, és megmutatta az első lehetséges alkalmazásokat is. A kezdeti sikertelen UAV-fejlesztések nem szegték az újítók kedvét: újabb és újabb alkalmazások kerültek a tervezők és az UAV-alkalmazók asztalára. Mára már nehéz olyan területet találni, ahol a robotok, adott esetben a légi robotok alkalmazása fel ne merülne.

A pilóta nélküli légijárműveknek két csoportját szokás megkülönböztetni. Az egyik a távirányított légijármű-rendszerek (Remotely Piloted Aircraft System: RPAS) csoportja. A távirányított légijármű-rendszerek a pilóta nélküli légijármű-rendszerek (Unmanned Aerial System: UAS) tágabb kategóriájába tartoznak, amely magába foglal olyan pilóta nélküli légijárműveket

(Unmanned Aerial Vehicle) is, amelyek előre beprogramozott repülési pályákon önálló repülési feladatokat hajtanak végre.

A könyv szerzője az „Automatikus repülésszabályozó rendszerek” témakörben 1994 és 1996 között a Szolnoki Főiskolán, 1996 és 2011 között a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen, majd 2012-ben a Nemzeti Közszolgálati Egyetemen, valamint 1998-tól a Budapesti Műszaki Egyetemen tartott kurzusokat, több száz fős hallgatói részvétellel.

A légi robotok és légi robot-rendszerek egyre szélesebb körű katonai-, és polgári alkalmazása motiválta a Szerzőt, hogy az Óbudai Egyetemen 2012-től szabadon választható tárgyként „Légi robotok automatikus repülésszabályozása” kurzust indítson. Az Óbudai Egyetemen 2012-ben 26 fő; 2013-ban 64 fő; 2014-ben 124 fő; 2015 tavaszán magyar nyelven 18 fő, angol nyelven 9 fő, 2015 őszén 24 fő, míg 2016 tavaszán 18 fő hallgató jelentkezett a tárgy kurzusaira, és hallgatta az előadásokat, tudással és – remélem – élményekkel gazdagodva.

Az előadások hallgatva, több hallgató is kedvet kapott, hogy ipari partnerekkel gyakornoki tevékenységet végezzen, és a szakdolgozatát is ipari/gyári körülmények között, érdemi mérnöki tervezői környezetben készítse.

A Szerző az oktatási tapasztalataira építkezve, 2004-ben a Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetemen jelentette meg az „Automatikus repülésszabályozás”, majd 2011-ben a „Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek” című könyveit.

E könyv a fent említett két monográfiára épül, amelynek megírásával a szerző célja az volt, hogy kellő elméleti-, és gyakorlati alapot nyújtson az UAV automatikus repülésszabályozó rendszereinek tervezésével, és analízisével foglalkozó szakemberek, diákok, tanárok, kutatók, és a téma iránt érdeklődők részére.

Szeretnék köszönetet mondani Dr. Békési Bertold alezredes, egyetemi docens úrnak, aki alapos, precíz szakmai véleményével javította a könyv szakmai minőségét, és értékes megjegyzéseivel és javaslataival lehetővé tette egy jobb minőségű könyv megjelenését.

Budapest, 2016. március

Szabolcsi Róbert, szerző

II. FEJEZET

A PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK REPÜLÉSTÖRTÉNETE A KEZDETEKTŐL NAPJAINKIG

„Kerúbon ülve repült, szelek szárnyán suhant.”¹

A harmadik dimenzió meghódítása mindig is az ember érdeklődésének középpontjában állt: az ember mindig szeretett volna repülni. Több ezer éves legendák, mítoszok után, amelyeket sokszor írásos emlékek is megerősítenek, az elmúlt néhány évszázad alatt az emberiség óriási utat tett meg a repülés számos területén.

Őseink – minden bizonnyal – irigykedve tekintettek fel az égre, és nézték a tovaszálló madarakat, amelyek felettük szabadon repültek. A madár, mint a madárjósítás egyik kulcseleme, isteni kinyilatkozásnak számítottak már az ókori Rómában is.

A Szent Biblia tanítása szerint, mielőtt Noé bárkája fennakadt az Araráton, galambokat engedtek el, hogy meggyőződjenek vége van-e az Özönvíznek?! A galambok – egy idő után – szájukban olajfa ágat tartva tértek vissza a bárkára: elmúlt az özönvíz.

E fejezetben a szerző, törekedve a teljességre, de e könyv terjedelmi korlátai miatt csak kivonatossan foglalja össze a repülés és az űrhajózás történetének fontosabb eseményeit, valamint a pilóta nélküli légi járművek, és légi jármű rendszerek történetének fontosabb állomásait, és mérföldköveit is.

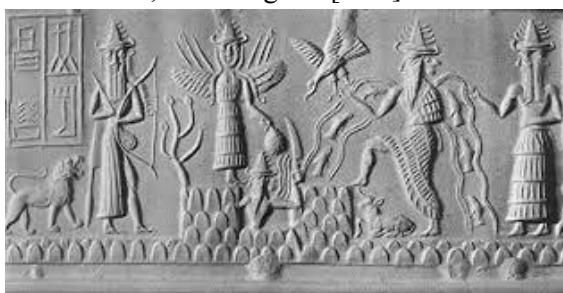
A szerző, természetesen, a magyar eredményeket, a magyar úttörők munkáit – a lehetőségekhez képest – kiemelten szerepelteti e rövid összeállításban is.

¹ Szent Biblia, Ószövetség, A zsoltárok könyve, Első könyv, XVIII. rész, 11. vers. A Magyarországi Református Egyház Kálvin János Kiadója, Budapest, 2000.

Prof. Dr. Szabolcsi Róbert

Óbudai Egyetem
BGK

Kr. e. A szárnyas isten-anyát, Inanna-t (Inanna/Ninharsag/Istar) számos
≈ 5000 régészeti emlék örökíti meg. A 2.1. ábrán egy cilindrikus, henger
alakú pecsét felületi képe (lenyomata) látható. Középen, két
'hegy' között An, az Égisten, az istenek atyja, éppen kelőben. A
jobboldali hegyre En-ki, minden tudás atyja (vízisten) teszi a
lábát, és két sugárban ontja az élet vizét, míg a jobb kezéből
szárnyára engedi Im-Dugud-ot (szent Napmadár). Mögötte jobb-
ra, segítője, a kétarcú Us-mu áll. A baloldali 'hegyen' áll az is-
ten-anya, Inanna. Bal kezével a gondviselést adja a Földre, jobb
kezével az életfát érinti. Inanna hátán jobb és bal oldalról három-
három sugárkéve, amely a „Fény szüzének” jelölője. Baloldalon
mellette áll Nib-úr-ta, az alvilág ura [2.76].



2.1. ábra. Hengerpecsét lenyomata a Kr. e. 5. évezredből [2.76].

Az Inanna mítosz szerint Inanna, a Napisten lánya az égből lete-
kint a Földre, és nézi az URUK-ban lévő szent kertjének fáját, a
hulupát, melyen fészkel a Napmadár, Im-Dugud. Hulupa alatt
lakik a kígyó, a megtermékenyítő, akit Nimrud agyonüt. A szent
kertben meglátja Nimrudot, aki megtetszik neki, és kéri An Nap-
istent, az apját, hogy engedje le a Földre. An, a Napisten azt
mondja lányának, Inanna-nak: ha leszáll a Földre, a földi törvé-
nyek szerint kell élnie, hasonlóan mint a földi halandó ember,
tehát az élet után le kell mennie az alvilágba, ahol az apja fénye
már nem éri el, és nem tud neki segíteni. Inanna még így is vál-
lalja a földi halandó életet, mert nagyon megszerette Nimrudot,
akinek En-eh néven (jelentése 'isteni lény') felesége lesz. A mí-
tosz szerint a kígyó helyett Nimrud lesz a megtermékenyítő, a
napmadár Im-Dugud pedig En-ki-hez megy. En-eh/Inanna és
Nimrud két fiúgyermeknek ad életet: ők Hunor és Magor, akik,
miután édesanyjuk gímszarvassá lesz, utána viszik az élet vizét
és az élet eledelét [2.76].

Kr. e.
≈ 3000



2.2. ábra.

A Vishnu főistent hátán repítő Garuda.

Garuda (másik ismert neve: Vinayaka, amelyet Ganesh főistennel megosztva visel) a hindu mitológia egyik fontos alakja, a madarak istene. Gyakori ábrázolási módja: a hátán Vishnu főistent repíti (2.2. ábra). Garuda hírnök az istenek és az ember között. Garuda félig ember, félig sas volt: fehér emberi arccal, fehér, vagy vörös színű szárnyakkal, és arany színű, az emberi testhez hasonló testtel, tojásból kelt ki, amelyet Vinata rakott le. Születésekor olyan szép volt, hogy összetévesztették Agnival, a tűz istenével, és imádni kezdték [2.2, 2.4, 2.11, 2.23].

Kr. e.
≈ 3000



2.3. ábra. Ra Napisten ábrázolása.

Ré/Ra (később: Amon-Ra) napisten az egyiptomi mitológia egyik központi alakja. Gyakori ábrázolási módja: sas fejű emberi test, amelyet a szent kobraival (Uraeus) körülvevő Nap sugarai öveznek (2.3. ábra). Ré a bárkáján minden nap elhozza a világosságot, majd éjszakára egy másik bárkán az alvilágba száll, hogy a következő napon újra elhozza a világosságot. Ré napisten minden

éjszaka megvív Apepp-el, a szörnyel, aki igyekszik meggátolni, hogy másnap újra fény és világosság legyen a Földön. Ré isten harcát Seth és Mehen istenek segítik [2.4, 2.12, 2.18, 2.23].

Kr. e. Bellerophon (v. Bellerophonates) görög isten, hős (később
≈2800. emberi tulajdonsággal ruházták fel, egyszerűen “bátor”-nak ne-
vezték), Korinthos királynak, Glaucus-nak a fia. Az istenek Pe-
gazust, a szárnyas lovat ajándékozzák Bellerophonnak, amelyet
megülve csatában legyőzi a háromfejű-tűzokádó szörnyet,
Chimaerát. Sikerén felbuzdulva Bellerophon az istenek hegyére,
az Olümposz tetejére is fel akart repülni Pegazussal. Ezt meg-
tudván Zeus egy bogarat küld Pegazusra, aki megijed, és a
mélybe leveti magáról Bellerophont (2.4. ábra) [2.15, 2.23].



2.4. ábra.

Bellerophon legyőzi az oroszlánfejű, kecsketestű, kígyófarkú Chimaerát.

Kr. e. Az ősi babiloni (akkád) eposz szerint a sas megette a szent kígyó
≈2500. ivadékait, ezért Shamash napisten, az igazságosság istene azzal
büntette, hogy a kígyóval elvétette a sas szárny- és farok tollait,
és cellába zárva arra ítélte, hogy éhen-szomjan haljon.

A sas imádkozott Shamashnak, hogy adja vissza szárnyait, aki az
éhező és szomjazó sas megsegítésére Etana királyt, Kish sumér
város XIII. királyát küldte. Etana isten-király minden nap imád-
kozott Shamash napistenhez, hogy fiúgyermekkel ajándékozza
meg. Shamash elküldte Etanát a sashoz, aki meggyógyította a
sast.

A sas repülve elviszi Etanát Innana-hoz, a szerelem és termé-
kenység istennőjéhez, aki gondoskodik arról, hogy Etanának fiú
utódja szülessen. A sas amint An egéhez (harmadik ég) érkezett;
An, Enlil és Ea kapujában leborult a sas maga is, és Etana is,
Napisten előtt.



2.6. ábra. Etana Ishtar előtt.

A 2.6. ábra jobb oldalán, és a baloldali kép közepén Innana, a termékenység és a szerelem istennője, míg két oldalán Etana király látható [2.13, 2.17].

Kr. e. Minos király Kréta szigetén, Knosszosz-ban előbb befogadta az
 ≈1600. Athénból elmenekülő Daidalost (lat. Daedalus), vendégül látta a palotájában, majd fogságba ejtette a görög kézművest², és fiát, Icarost. Szabadulásukra, Daidalos tollakból és viaszból szárnyakat készített magának és fiának. Daedalos Kréta szigetéről sikeresen átrepült Szicíliába (2.7. ábra). Fia, Ikarosz, aki túlságosan magasra emelkedett a Nap felé, miután megolvadtak a szárnyai, belezuhant a tengerbe [2.1, 2.23].



2.7. ábra. Daedalos és Icaros repülése.

² Egyes források mérnöknek, feltalálónak is nevezik. A hagyomány szerint ő találta fel a fafa-
 ragást, a fűrészt, a fejszét, a fűrőt, s ő volt az első, aki életet adott a szobroknak, nyitott sze-
 mekkel, lépő lábakkal s a testtől elválasztott kezekkel mintázva meg azokat. A késői hagy-
 omány számos istenszobrot tartott az ő művének.

Kr. e. 800-500. Közép-és Dél-Amerika tengerparti részein arany ékszerek és dísz tárgyak, valamint különféle használati tárgyak kerültek elő. Eme leletek egyik darabja a 2.8. ábrán látható.



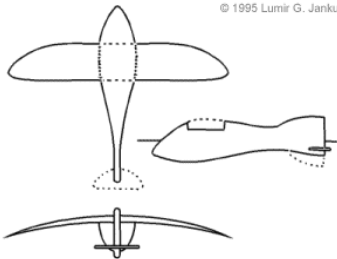

2.8. ábra. Dél-amerikai arany ékszerek(?).

Egyes régészek szerint a lelet egy halat ábrázol, míg más vélemények szerint a kb. ezer évesre becsült tárgy inkább egy repülő eszközt ábrázol [2.23].

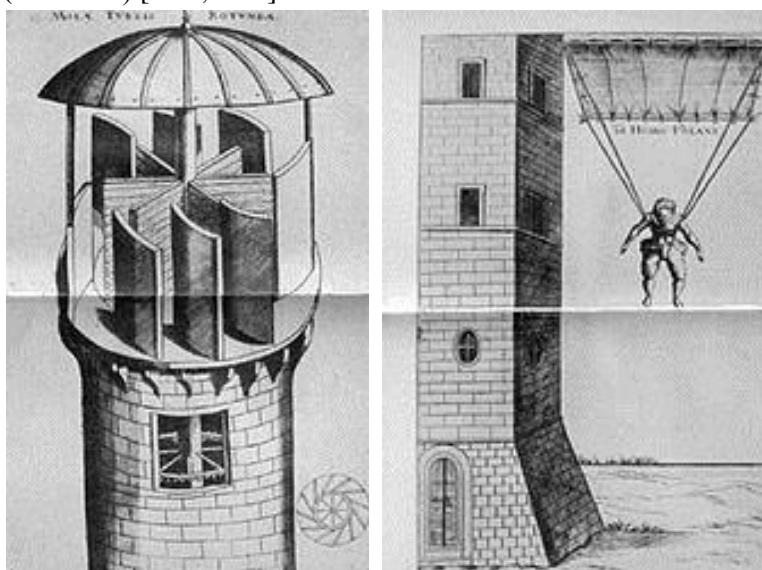
Kr. e. ≈650. A kerubok a Paradicsom őrzői, és az első emberpárt ők úzték ki az Édenkertből. A próféták szerint isten trónját kerubok hordják. A Szövetség ládáját (2.9. ábra), valamint Salamon király templomát is aranszínűre festett kerubok díszítették. A kerubok összeérő szárnyai isten trónját fogják közre [2.14, 2.21, 2.22, 2.23].



2.9. ábra. A Szövetség ládája.

Kr. e. 600– 400.	A kínaiak által készített és repülésre is alkalmas sárkányok az emberek figyelmét a repülésre irányította. A kínaiak a sárkányokat főleg vallási ünnepeken használták, de gyakran kedvtelésükre és szórakoztatásra is színes sárkányokat készítettek. A bonyolultabb sárkányokat időjárás előrejelzési feladattal is alkalmazták. Az első sárkányokat a siklórepülők és a hőlégballonok elődjének is tekinthetjük [2.23].
Kr. e. 220	Korabeli feljegyzések szerint a kínaiak sárkányokat használtak távolságmérésre [2.23].
Kr. e. ≈200	<p>A 2.5. ábrán látható „tárgyat” az egyiptomi Szakkara város lépcsős piramisa sírkamráinak 1898–as feltárása során találták. A lelet egy dobozban „famadár modell” címkével a Kairo Museum pincéjébe került, és csak jóval később került újra az érdeklődés középpontjába.</p> <p>Mivel a piramis feltárásakor a régészek nem feltétlen ismerték még a repülőgépet, ezért a leletet sem tudták pontosan azonosítani. A repülőgépre emlékeztető modell hajlított szárny alakját több ezer évvel később a Concorde repülőgépen is alkalmazták [2.20, 2.23].</p>
<div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">   </div> <p style="text-align: center;">© 1995 Lumir G. Janku</p>	
2.5. ábra. Famadár (Bird of Saqqara). Egyiptomi Antik Múzeum, Kairó.	
1232.	Kínában Kaifeng város ostroma során először alkalmaztak szilárd hajtóanyagú nemirányított rakétákat [2.23].
1616.	Verancsics Faustus (Fausto Veranzio, Faustus Verantius, Verancsics János) (Šibenik, 1551? – Velence, 1617). Dalmát nemesi család sarja, horváth-magyar történetíró; veszprémi várkapitány (1579), később II. Rudolf királyi titkára; főpap (csanádi püspök, 1598); diplomata, humanista tudós [2.32, 2.33],

1616-ban Velencében jelentette meg a *Machinae Novae* című könyvét, amely a találmányainak vázlatos leírását tartalmazta. Számos újításai közül kiemelkedik a szélturbina, és az ejtőernyő (2.10 ábra) [2.32, 2.33].



2.10. ábra.

a) Szélmalom

b) Ejtőernyő

A szélmalom (*Molae Turris Rotundae*, 2.10. a). ábra) a *Machinae Novae* műben a „XIII. Kerek tornyú malom” képen bemutatott szerkezet. A találmány újdonsága abban rejlik, hogy a malomkövet a függőleges irányú forgástengelyen helyezték el, és azt szélturbina hajtotta meg. Méltán őt tartják a számon a szélturbina felfedezőjeként [2.32, 2.33]. A 2.10. b) ábra a *Machinae Novae* mű „XXXVIII. A repülő ember” képet ábrázolja (*Homo Volans*). A szerző részletesen leírja az ejtőernyő fontosabb elemeit (tartórúd, vászon, kötélet) [2.32, 2.33].

Verancsics Faustus fontosabb találmányai: daráló, szélturbina, ár-apály vízimalom, a lánchíd (vashíd), a libegő, az ejtőernyő, a markoló, a kötelsodrógép, a nyomdahenger, a felfüggesztett (rugós!) kocsí, olajmalom, kézimalom, kotróhajó, vízemelő gép, szőlő- és olajbogyó prés, búzarosta [2.32, 2.33].

1689.	Huygens, Christian (1629–1695) egy levegőnél nehezebb repülő eszköz vázlatát veti papírra, melyet két légcsavar hajt [2.23].
1724.	Pitot, Henri (1695–1771) megalkotja a Pitot-csővet, amely a repülés során a statikus és a dinamikus levegőnyomást érzékeli [2.23].
1783. 08. 27.	Az első hidrogén töltésű hőlégballon pilóta nélküli repülése [2.23].
1792– 1799	Sultan Tipu (1750–1799), az első indiai szabadságharcos vezette indiai hadsereg a Srirangapatana alatt vívott csatájuk során az angol csapatok ellen – első alkalommal – fémhengeres, szilárd hajtóanyagú rakétákat vetett be [2.23].
1794. 06. 02.	Maubeuge védelme során a francia hadsereg először alkalmazta a hőlégballont katonai felderítési célokra [2.23].
1805.	Sir William Congreve (1772–1828) angol tüzértiszt szilárd hajtóanyagú rakétát fejlesztett ki, és Boulogne francia kikötőváros első ostroma során a francia csapatok ellen alkalmazták. A rossz időjárás miatt ezek a kísérletek még sikertelenek voltak [2.23].
1806.	Boulogne második ostroma során sikeresen alkalmazzák a Sir William Congreve általi kifejlesztett szilárd hajtóanyagú rakétákat [2.23].
1812.	Az amerikai Fort McHenry erőd ellen a brit <i>Erebus</i> hajóról rakétákat indítottak [2.23].
1814. 09. 13.	A Baltimore mellett elhelyezkedő Fort McHenry erőd (Baltimore, Maryland) ostroma során sikertelenül alkalmazták a Sir Congreve által tervezett rakétákat [2.23].
1849. 08. 22.	Velence ostroma során az osztrák haderők 200, bombával megpakott, pilóta nélküli hőlégballont indítottak Velence bombázására. A bombákat idő szerint vezérelve oldották le a hőlégballonokról. Egyes források szerint öt hőlégballont vettek volna be naponta, amelyek egyenként öt-öt bomba szállítására készítettek fel. A bombák gyújtása szigetelt rézvezetéken, a földön elhelyezett galvánelemekről történt volna. Egyes hadi jelentések szerint néhány hőlégballon sikeresen bombázta Velencét, de a nemirányított ballonok többségét a szél az osztrák seregek felé sodorta vissza [2.23].

1852.	Leon Foucault (1819-1868) megépítette az első giroszkópot [2.23].
1853.	Sir George Cayley monoplán siklórepülőt készít, amelyet ember is kipróbál [2.23].
1861.	A „hélicoptére” szót Gustave de Ponton d’Amécourt francia feltaláló használta először, amikor bemutatta egy kicsi, gőzzel hajtott modelljét [2.23].
1875.	Dimitrij Ivanovics Mengyelejev (1834–1907) az atmoszféra magasabb rétegeinek tanulmányozására hőlégballon által emelt hermetikus kapszulát javasol [2.23].
1871.	Francis Herbert Wenham (1824–1908) megtervezte, és John Browninggal megépítette az első szélcsatornát [2.23].
1871. 08. 18.	Alphonse Pénaud (1850–1880) a repülő modellek atyja, az első, levegőnél nehezebb repülőeszközök megtervezője. Pénaud <i>Planophore</i> nevű repülőgépével Párizsban 11 másodperc alatt, amíg a feltekert gumihajtás energiát biztosított a repüléshez, 171 láb távolságra repült [2.23].
1875.	Pénaud, A. közlése a repüléshez szükséges teljesítmények számítására vonatkozó eredményeit. Az általa bevezetett $P(v)$ függvényt Pénaud–diagramnak nevezik [2.23].
1881. 03. 23.	Kibalcics, Ny. I. (1854–1881) elsőként teszi közzé elképzelését az ember szilárd hajtóanyagú, tolóerő–vektor irányítású rakétával történő repülésről [2.3, 2.16].
1883.	Alexandre Goupil madár alakú, gőzgéppel működtetett egy légcsavaros repülő eszközt tervezett [2.23].
1884.	Horatio Frederick Phillips (1845–1926) megtervezi és megépíti az első gőz befűvások szélcsatornát [2.23].
1894.	Chanute, Octave Alexandre (1832–1910) publikálja a <i>Progress in Flying Machines</i> című művét, amelyben az összes, repüléssel kapcsolatos ismert elméleti és gyakorlati ismeretet összegyűjtötte, és rendszerezte. E művet a Wright–fivérek is használták a repülőgépük megépítése során [2.7, 2.23].
1895.	Percy Sinclar Pilcher (1866–1899) megépíti az első sikló repülőjét, amely a <i>Bat</i> nevet viseli. Később ezt a repülő eszközt tökéletesíti, amelyek a <i>Beetle</i> , <i>Gall</i> , és <i>Hawk</i> nevet kapták. Sinclar később a Hawk sikló repülőt szabadalmaztatja is [2.23].

1897.	Ciolkovszkij, K. E. megtervezte és megépítette az első orosz szélcsatornát [2.10, 2.23].
1900.	Aradon Némethy Emil (1867–1943) ember nélküli siklórepülést hajtott végre a papírgyár tetejéről [2.23].
1900.	Svachulay Sándor repülőképes repülőgép-, és helikopter modelljeivel hajtott végre kísérleteket [2.1, 2.4, 2.5, 2.23].
1903.	Ciolkovszkij, K. E. publikálta a rakéták mozgásának egyenleteire vonatkozó téziseit. Elméleti úton meghatározta a Föld körüli repülési pályára álláshoz szükséges sebesség értékét [2.20, 2.31].
1904.	Ludwig Prandtl (1875–1953) megalkotja és közzéteszi a határréteg-elméletet [2.23].
1906.	A francia Paul Cornu (1881-1944) mérnökként, kezdetben kerékpárok gyártásával foglalkozott. 1906-ban tervezte meg és építette a mindössze 12,7 kg tömegű, 2 LE-s motorral felszerelt első, kísérleti – pilóta nélküli – modelljét [2.23].
1907. 09. 27.	Paul Cornu 1907-ben már egy 258 kg súlyú szerkezetet épített. Ezt szeptember 27-én sikeresen próbálta ki 50 kg-os ballasztterheléssel [2.23].
1908.	Asbóth Oszkár Aradon siklórepülőt épít [2.1, 2.4, 2.5, 2.23].
1909.	Bartha Miksa és Dr. Madzsar József szabadalmaztatja a helikopter forgószárny csuklós bekötésének elvét, amelyet ma is széles körben alkalmaznak [2.5, 2.23].
1909. okt.	Louis Blériot (1872. július 1. Cambrai, Franciaország – 1936. augusztus 2., Párizs) a La Manche átrepülése után (1909. 07. 25.), ugyanezen év októberében Budapesten tart bemutató repülést, bámulatba ejtve a nézők ezreit [2.51].



2.11. ábra. A Blériot XI repülőgép [2.51].

1910.	A Magyar Aeroklub 1910-ben nemzetközi repülő versenyt rendezett [2.51].
-------	---

1910. 09. 21. A repülőgépek stabilitási problémáinak megoldására Bánki Donát (eredeti neve: Lőwinger Donát, Bakonybánk, 1859. június 6. – Budapest, 1922. augusztus 1.) automatikus stabilizáló rendszert készített, melynek szabadalmi bejelentését a 2.12. ábra taglalja.

Megjelent 1910. évi szeptember hó 21-én.

MAGY.

Klt.

SZABADALMI



HIVATAL

SZABADALMI LEIRÁS

49726. szám.

V/h. OSZTÁLY.

Automatikus stabilizáló készülék repülőgépeken és léghajókon.

BÁNKI DONÁT MŰEGYETEMI NY. R. TANÁR BUDAPESTEN.

A bejelentés napja 1909 november hó 5-ike.

A stabilizáló szárny-állítás általában valamely relais-vel, de legegyszerűbben hidraulikus servomótorral történik.

Az (a) servomótor (b) dugattyújához vannak kötve a szárnyállítóhuzalok (l. ábra). A servomótor elosztókészüléke (c), melybe (d) csővön vezetjük a gép által hajtott szivattyútól jövő folyadékot. (e) és (f) a servomótor-hengerbe vezető csatornák, (g) pedig a szivattyúhoz visszavezető cső. A (c) elosztó készülék (distributor) állítására az

1. ábrabeli kiviteli módozatnál a (h) higanyinga szolgál, melynek lengési tengelye (k), a servomótorról mozgatott (l) emeltyűbe van ágyazva. A (k) tengely állításával a servomótor a distributort középpontjába hozza vissza abban a pillanatban, amidőn a gép valamely kissé ferde helyzetben nyugalomba jön. Kézi beállítással a stabilizáló készülék (N) tengelye, a gép (Y) tengelyéhez képest tetszőleges szög alatt állítható be. A

2. ábrabeli kiviteli módozatnál az inga helyett más regulátor szerkezet van alkalmazva, mely egy hengeres edényben, ennek a vízszintesből való kihajlásainál elmozduló úszóból áll. Az (m) úszó a (k) emeltyűvel állítja a distributort, melyet a servomótor az egyensúly helyreálltákor visszaállít középpontjába. A

3. ábra a regulátor egy kiviteli módozatát tünteti föl, amelynél a szabályozásra szolgáló folyadék egy cső két végére szerelt membránokra gyakorol deformáló hatást. Az egymással a cső belsejében összeköthető membránok szolgálnak a disztributor állítására. A membránokat a csővégeken elhelyezett dugattyúk is helyettesíthetik. A készülék lényegén nem változtat általában a regulátor szerkezeti kivitele és így ezen kiviteli módozatnál, pl. az egyik membrán vagy a egyik dugattyú el is hagyható.

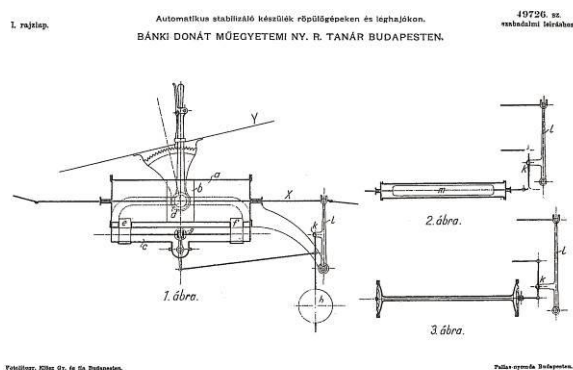
A szabályozó, higanyt vagy más folyadékot tartalmazó csőbe úszó (5. ábra) van beiktatva, mely egyik vagy másik irányban a közép állásához képest elmozdulva az (o) és (p) csőnyílások egyikét vagy másikat elzárja. Az úszó legegyszerűbb alakjában gömb lehet (4. ábra), mely könnyebb, mint az általa kiszorított folyadéknak a súlya. A cső vízszintes helyzetében, ha a cső nyugalomban vagy egyenletes mozgásban van, a folyadék relatív a csőhöz szintén nyugalomban van és a folyadék mindkét irányban szabadon áramolhat a cső kimozdulása pillanatában (4a ábra). Ha a cső jobban elhajlik, (4b ábra), az úszó a magasabban fekvő csővég felé mozdul el, nélkülül azonban, hogy a folyadéknak az alsó membrán felé való folyását megakadályozza. Eszerint

2.12. ábra. Bánki Donát 49726. számú szabadalmi leírása [2.50].

[illegible]

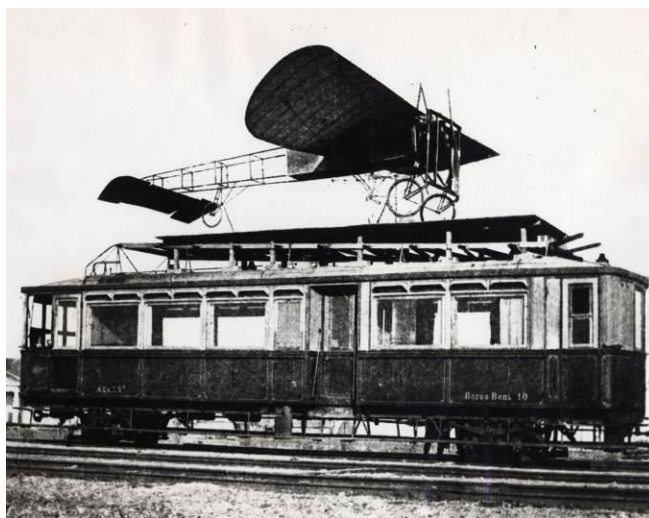
2.13. ábra. Bánki Donát repülésmechanikai számításai madarakra [2.50].

Bánki Donát a 49726. számú szabadalmának 1. rajzlapját a 2.14. ábra mutatja be [2.50].



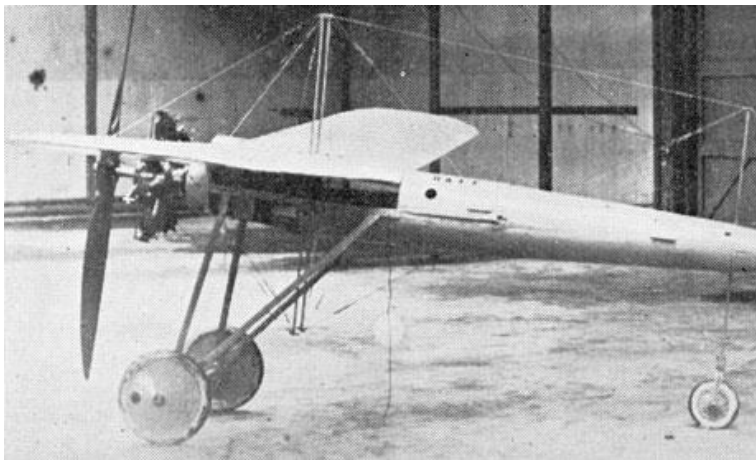
2.14. ábra. 1. rajzlap a 49726. számú szabadalmi leíráshoz [2.50].

Bánki Donát a repülő fedélzeti mérések sikeres lebonyolításához a Blériot XI repülőgépet villamos kocsi tetején rögzítette, így hozta létre a repülést jól közelítő áramlási viszonyokat a repülőgép szárnyán, és sárkányszerkezetén (2.15. ábra) [2.50].



2.15. ábra. Földi kísérletek a Blériot XI repülőgépen [2.50].

-
1912. Robert Hutchings Goddard (1882–1945) bizonyítja, hogy a nagy repülési magasság elérése szilárd hajtóanyagú rakétával lehetséges [2.9].
-
1915. Az Amerikai Egyesült Államokban a repüléstudománnyal kapcsolatos kutató-fejlesztő munkák koordinálására megalakul a National Advisory Committee for Aeronautics (NACA) [2.51].
-
1916. Goddard, R. H. Laval-fűvócsóval ellátott rakétával kísérleteket hajt végre [2.9, 2.23].
-
1916. Az első tervezett UAV alkalmazás Prof. Archibald Low légügyi miniszter (Anglia) nevéhez fűződik, aki az 1916-ban Anglia ellen folytatott német légi hadműveletek során azt tervezete, hogy Dél-Anglia felett a Zeppelin-féle hadi léghajók ellen bombákkal megakasztott légi torpedókat vet be (2.16. ábra) [2.23, 2.27, 2.41].



2.16. Aerial Target UAV (Anglia, 1916.)

-
1918. Charles Kettering (Dayton Ohio, USA) az Amerikai Egyesült Államok Hadseregétől felkérést kap „légi torpedó” (repülő bomba) tervezésére és megépítésére, amely a cirkáló rakéták elődjének is tekinthető (2.17 ábra). Az UAV eredeti célja nagy távolságú, földfelszíni célok támadása volt, amelyeket mintegy 80 km/h repülési sebességgel közelített meg [2.23, 2.27, 2.28, 2.41].
-



2.17 ábra. Kettering Aerial Torpedo/Bug, 1918 [2.19].

-
- | | |
|---------|---|
| 1918. | Zsukovszkij, Ny. J. vezetésével megalakul a moszkvai Központi |
| 12. 01. | Aero-hidrodinamikai Intézet (Центральный Аэрогидродинамический Институт – ЦАГИ) [2.6, 2.8, 2.23]. |
-
- | | |
|-------|--|
| 1921. | A „The British Royal Aircraft Establishment” gyár elkezd egy pilóta nélküli célrepülőgép tesztrepüléseit [2.41]. |
|-------|--|
-
- | | |
|---------|---|
| 1924. | Prof. Archibald Montgomery Low (Anglia) megalkotta az első |
| 09. 03. | rádiókapcsolatot a légi jármű és a földi kezelőállomás között. Az UAV motorja okozta interferencia problémákat is sikeresen kezelte az adatkapcsolatban. Az első rádió távirányítású UAVja még lezuhant, de 1924. szeptember 3.-án már sikeres rádió távirányítású UAVt tervezett, és sikeresen irányította azt [2.27, 2.28, 2.41]. |
-

-
1925. A moszkvai Központi Aerohidrodinamikai Intézetben (ЦАГИ) megépítik az első nagyméretű szélcsatornát [2.8].
-
1927. Az Askania cég megépítette robotpilótáját, amely a repülési irányszög oldalkormány segítségével történő stabilizálását volt hivatott biztosítani. A robotpilótát „Autopilot” néven szabadalmaztatják. A robotpilóta érzékelője az amerikai Sperry cég által gyártott sűrített levegővel működő giroszkóp volt. Az első ilyen robotpilóta rendszert a Zeppelin LZ-127 léghajón tesztelték és alkalmazták (2.18. ábra) [2.23].



2.18. ábra. Az LZ-127 („Graf Zeppelin”) léghajó.

-
1931. Hermann Oberth (1894–1989) Berlin közelében saját szabadalmazott rakétájával elvégzi első kísérletét [2.29].
-
1932. Wernher Magnus Maximilian von Braun (1912–1977) kezdeti, sikertelen rakétakísérleteket hajt végre [2.4, 2.23].
-
1933. Nagy-Britanniában három Fairey Queen biplán repülőgépet alakítanak át UAV-vá. Két UAV katasztrófát szenvedett, de a harmadik sikeres repülést hajtott végre. A megmaradt Fairey Queen UAV-t légi célként használták [2.23, 2.27.2.41].
-

-
- 1934 von Braun, W. M. M. két sikeres kísérletet hajt végre az A-2 rakétával, amelyek a Max és a Moritz nevet viselik [2.4, 2.23].
-
- 1934 Nagy-Britanniában megépítik a "Queen Bee" célrepülőgépet, amely az első, többször használatos pilóta nélküli légijármű volt. Az UAVt kiképzési céllal, földről rádió távirányítással, pilóták irányították (2.19. ábra) [2.41].



2.19. ábra. A Queen Bee földi irányítása [2.41].

-
- 1934 AZ Egyesült Államokban a „Radioplane Company” cég kifejlesztette az „RP4” pilóta nélküli légijárművet, amelyet csöves légvédelmi eszközök légi lövészetén légi célként használtak. A rádió távirányítású „RP” UAV lényeges mértékben mozdította elő az irányítására alkalmazott rádió távirányítást [2.41].
-
- 1937 1937-ben Reginald Leigh Denny (Anglia), és két amerikai, Walter Righter és Kenneth Case UAV-kat tervezett, melyek RP-1, RP-2, RP-3, és az RP-4 kódjelet viselték [2.27, 2.28].
-
1937. 07.09. Az Argus As292 pilóta nélküli repülőgép első, nemirányított repülése. Az UAVt Dr. Fritz Gossiau tervezte, és fejlesztette (2.20. ábra) [2.46].



2.20. ábra. Az Argus As292 német felderítő UAV [2.46].

1939	Reginald Leigh Denny (Anglia), és két amerikai, Walter Righter és Kenneth Case megalapították a “Radioplane Company” céget, amely később rész lett a “Northrop-Ventura Division”-nak. A Radioplane cég a II. Világháború idején több ezer UAV-t (drónt) használt légi célként. A cég egyik szerelő alkalmazottja volt Norma Jean Daugherty, akit később Marilyn Monroe néven ismerhetett meg a világ [2.27, 2.28, 2.41].
1939	Németországban kifejlesztik a “Fieseler Fi 103” kódjelű pilóta nélküli légijárművet, amelyet V-1 (Vergeltungswaffe-1, Megtorlófegyver-1) néven ismerünk. Az UAV (repülő bomba) célja főleg dél-angliai területek, és London bombázása volt [2.41].
1939. 05. 14.	Végrehajtotta első távirányítású repülését a német Argus As292 UAV. Az UAVt kis hatótávolságú felderítésekre, és lég célként használták kiképző légi lövészeteken. A programban megszerzett tudást és tapasztalatot később a V-1 repülő bombák tervezésénél is hasznosítják [2.46].
1944. 09.02.	A németek első alkalommal vetették be az angliai bombázások során a V-2 (Vergeltungswaffe-2, Megtorlófegyver-2) rakétát [2.41]. A V-2 pilóta nélküli légijármű utolsó repülésére két rakéta indításával 1945. március 27.-én került sor. Az UAVt, alig több mint fél éves háborús bevetése során 3172 dokumentált esetben alkalmazták főleg belgiumi (1664 indítás), angliai (1402 indítás), és francia (76 indítás) célok ellen [2.41].
1953	Az R-7 hordozó rakéta megépítése a Szovjetunióban [2.23].
1954. július.	Koroljov, Szergej Pavlovics (1906–1966), a szovjet űrkutatási program vezetőjével az élen az R-1D tudományos célú hordozó rakéta segítségével kb. 100 km magasságig juttattak fel egy kutyát a világűrbe [2.23].
1957. 12. 05.	Sikertelen kísérlet a Vanguard-műhold Föld körüli pályára juttatásakor. A hordozó rakéta az indítóállványon felrobban [2.23].
1958. 10. 01.	A NACA szervezetén megalakul a <i>National Aeronautics and Space Administration</i> (NASA) [2.6, 2.23].
1960.	Az 1960. május 1.-én kirobbant U-2 krízis után a USAF elkezdte olyan pilóta nélküli felderítő repülőgép fejlesztését, amely még az esetleges lelövése esetén is, kisebb diplomáciai bonyodalmat okozott az UAVt tulajdonló országnak.

A „Firebee” UAV (2.21. ábra) az ellenséges területeken végzett felderítő tevékenységet. Az UAV hagyományos fényképeket készített, amit a leszállás után előhívtak, és kiértékeltek [2.41].



2.21. ábra. Ryan Firebee UAV az indítóállványon [2.41].

1960. 09. 12. Végrehajtja első repülését a Gyrodyne QH-50A kódjelű, forgószárnyas UAV (2.22. ábra), amely tengeralattjáró felderítő-, és tengeralattjáró elhárító pilóta nélküli helikopter volt. A drón helikoptert a *Gyrodyne Company of America* nevű cég fejlesztette ki. Az ellenséges tengeralattjárók elleni harchoz két Mk44 torpedót hordozott. A QH-50A UAV volt az első megtestesítője a pilóta nélküli harci helikopternek, és vele egy időben jött létre a DASH-koncepció (Drone Anti-Submarine Helicopter) [2.41]. A típust 1966-ig gyártották, és a hidegháborús időkben 378 darab készült belőle.



2.22. ábra. Gyrodyne QH-50A DASH a USS Allen M. Sumner (DD-692) romboló fedélzetén, 1967 [2.41].

-
1967. Megjelenik Robert Sheckley (1928-2005) tudományos fantasztikus rövid műve, amely a *Watchbird* nevet viseli (2.23. ábra). A *Watchbird* egy pilóta nélküli légi jármű, amit felderítési-, és bűnmegelőzési céllal alkalmaznak a jövő társadalmi [2.39, 2.40, 2.58, 2.59, 2.60, 2.61].



2.23. ábra. A Watchbird UAV [2.40, 2.58, 2.59, 2.60, 2.61].

-
- 1971 Az USA kisméretű távirányított UAV fejlesztésébe kezd, amit légi célként, és lézeres megjelölési feladatokra kívánt használni [2.27, 2.28].
-
1979. Elkezdte repülését a Rockwell RPRV-870 HiMAT (High
07. 27. Maneuverable Aircraft Technology) távirányítású, pilóta nélküli repülőgép (2.24. ábra) [2.23, 2.36]. A kísérleti UAV két darabja készült el, és 1983-ig folytattak vele kísérleteket. A program keretében első alkalommal tesztelték az alábbi technológiákat, eljárásokat és anyagokat: manőverezés nagy állásszögeken, és átesés után; aktív repülésszabályozás; digitális kormányvezérlés; funkcionálisan stabilis, újrakonfigurálható vezérlés; kompozit anyagok; telemetria; modern 3D-s szintetikus adatkijelzők [2.36].



2.24. Az RPRV-870 HiMAT UAV [2.36].

-
1982. A Bekaa-völgyben az izraeli erők az IAI Scout UAV (2.25. ábra) segítségével semlegesítik a szír légvédelmi erőket. Az UAVt úgy passzív, mint aktív felderítési célra, és aktív rádióelektronikai harcra is használták [2.27, 2.28, 2.41].



2.25. IAI Scout felderítő UAV [2.41].

-
1988. A szovjet *Buran* űrrepülőgép végrehajtja az első pilóta nélküli, automatikus űrrepülését [2.23, 2.37]. Az űrrepülőgépet az An-225 'Mriya' szállította (2.26. ábra).



2.26. Az An-225 és a Buran repülése a Párizsi Air Show-n, 1989 [2.37].

-
1990. A Yamaha cég az R-50 pilóta nélküli helikopter alapján kifejleszti az R-MAX pilóta nélküli helikopter típust (2.27. ábra), amely főleg felderítési célú (cunami előrejelzés földrendések esetén, vulkánkitörés megfigyelése), és mezőgazdasági célú (permetezés) repüléseket hajtott végre [2.41].
-



2.27. A Yamaha R-MAX pilóta nélküli helikopter [2.41].

-
1994. A NASA Pathfinder HALE UAV bemutatása a NASA ERAST programban (2.28. ábra). A Pathfinder előzményeként a NASA 1983-ban már tesztelte a HALSOL (High Altitude Solar) UAV-t. Az UAV fejlesztési program később NASA Helios név alatt folytatódik.



2.28. ábra. NASA Pathfinder HALE UAV [2.19].

-
1994. 01 A Genaral Atomics cég szerződik az MQ-1 Predator kódjelű UAV fejlesztésére. A Predator MQ-1 pilóta nélküli légijármű (2.29. ábra) elsődlegesen az USAF és a CIA felderítési célú repüléseit hajtotta végre, majd a 1995 óta katonai célú alkalmazására is sor került, főleg a terrorizmus elleni háborúban, Afganisztán, Pakisztán, Jemen, és egyéb országok légterében. Az UAV két Hellfire rakétát hordozott, és vezette célra szükség esetén [2.41].



2.29. ábra. General Atomics MQ-1 (Predator A) UAV [2.41].

-
1998. 02. 28. Végrehajtja első repülését a Northrop Grumman RQ-4 Global Hawk (2.30. ábra) pilóta nélküli felderítő repülőgépe. Rendeltetésében a Global Hawk hasonló az U-2 repülőgéphez. A repülőgépet főként az USAF és a U.S. Navy alkalmazza [2.41]. Szintetikus apertúrájú radarja, valamint nagy hatótávolságú infravörös érzékelői segítségével naponta kb. 100.000 km² terület felderítését képes elvégezni.



2.30. ábra. A Northrop Grumman RQ-4 Global Hawk felderítő UAV [2.41].

-
2001. A General Atomics MQ-9 Reaper (korábban: Predator B) pilóta
02. 02. nélküli UAV (2.31. ábra) első repülése, amelyet a gyártó első-
sorban az USAF részére fejlesztett ki [2.41]. A Reaper az első
felderítő-csapásmérő harcászati pilóta nélküli HALE-légijármű,
amely nagymagasságú felderítés végrehajtására is képes.



2.31. ábra. General Atomics MQ-9 Reaper (Predator B) UAV [2.41].

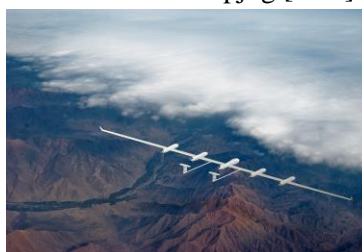
-
2001. A NASA Pathfinder HALE UAS átnevezésével és továbbfejlesztésével létrejött a NASA Helios HALE UAV (2.32. ábra).



2.32. ábra. NASA Helios HALE UAV [2.19].

-
2001. A USAF első alkalommal veti be a General Atomics RQ1
12. 04. Predator repülőgépet az afganisztáni hadszíntéren. A pilóta nélküli repülőgép feladata a felderítés, és a célmegjelölés. Meg nem erősített források szerint első alkalommal vetik be földi és légi célok támadására is a repülőgépet. Az RQ1 Predator-t úgy támadó, mint önvédelmi fedélzeti fegyverrendszerrel is ellátják.
-

-
2004. Portugáliában megalakul a Quarkson cég, melynek egyik profilja a SkyOrbiter UAV-család tervezése és fejlesztése. Kismagasságú ($H=3500\text{m}$) repülésekre kifejlesztették a SkyOrbiter UAV-családot (2.33. ábra), (SkyOrbiter LA25, LA35, LA45, LA55, LA65, LA75), míg nagymagasságú ($H=22000\text{ m}$) repülésekre kifejlesztették a SkyOrbiter UAV-családot (SkyOrbiter HA 55, HA 65, HA75.). A nagymagasságú repülésekre tervezett HA55, HA65, és HA75 kódjelű HALE-UAV leszállás nélkül tervezett repülési ideje öt év, a megtett út akár ötmillió kilométer. Az UAVk fő feladata, hogy az Internet-elérést biztosítsák a Föld bármely területén, amely az ENSZ szerint emberi alapjog [2.31].



2.33 ábra. Quarkson SkyOrbiter LA25 UAV [2.31].

-
2005. A Global Observer 'Odyssey' HALE UAV prototípusának első repülése (2.34. ábra) [2.19].



2.34. ábra. A Global Observer 'Odyssey' HALE UAV [2.19].

-
2007. 07 A 2006-ban kiírt nemzetközi tender győzteseként, a lengyel WB Electronics szállíthatta az első UAV-kat a Magyar Honvédség részére. A SOFAR típusú felderítési célú SUAV-okat a MH Bornemissza Felderítő Zászlóaljnál rendszeresítik technikai eszközként. Az UAV tesztelése során felmerült problémák miatt az UAV hadrendbe állításának programja érdemben el sem indult (2.35. ábra).



2.35. ábra. A SOFAR UAV a 2007. decemberi C+D kiállításon [2.19].

-
2009. A SOFAR UAV projekt sikertelensége miatt az Elbit Systems Ltd által fejlesztett Skylark SUAV került az MH arzenáljába, javítandó az afganisztáni katonai erők védelmi képességeit (2.36. ábra) [2.24].



2.36. ábra. Skylark I-LE SUAV [2.19].

-
2009. A Bonn Hungary Electronics Ltd kifejleszti a BXAP15 kódjelű pilóta nélküli légijárművet (2.37. ábra) [2.25].



2.37. ábra. BXAP15 UAV (A Szerző saját felvételei)

-
2010. 2007-ben kezdődő fejlesztés eredményeképpen megkezdte csapatpróbáját a Meteor 3MA hazai fejlesztésű pilóta nélküli célrepülőgép (2.38. ábra) [2.26].



2.38. ábra. A METEOR 3MA TUAV [2.19].

-
2012. A HM EI Zrt UAV-családot fejlesztett ki, melynek tagjai a Meteor-3MA célrepülőgép, az Ikran (2.39.a. ábra) és a Bora (2.39.b. ábra) felderítő SUAV [2.26].



2.39.a. ábra. Ikran UAV [2.19].



2.39.b. ábra. Bora UAV [2.19].

-
2012. 2012. január.1.-én indul a „Kritikus infrastruktúra védelmi kutatások” (kódjele: TÁMOP-4.2.1.B-11/2/KMR-2011-0001) szakmai megvalósítása. A pályázat öt alprogrammal, és huszonegy kiemelt kutatási területtel bírt. Az „Adatintegráció” alprogramon belül a pilóta nélküli légijárművek, és a hozzá kapcsolódó területek három kiemelt kutatási területtel képviseltették magukat. A pályázat szakmai vezetője Prof. Dr. Szabolcsi Róbert okl. mk. ezredes, egyetemi tanár, az „Adatintegráció” alprogram vezetője Dr. Palik Mátyás alezredes, egyetemi docens [2.34].
-

2013.	Az Amerikai Egyesült Államok, Közlekedési Minisztérium (DoT), Szövetségi Légügyi Hivatal (FAA) megtiltotta a <i>Tacocopter</i> cég számára az UAVs élelmiszer-szállítást [2.27].
2013. 09	1997 óta az Egyesült Államok több mint 80, robotrepülőgéppé átalakított F-4 Phantom repülőgépet használt el légi célként a légi lövészetek során. 2013. szeptemberében áttértek a robotrepülővé átalakított F-16 repülőgépek használatára, amely manőverező képességét tekintve, sokkal életszerűbb légi célként szolgál [2.27].
2013. 12.	Jeff Bezos, az Amazon.com alapítója bejelentette, hogy a kistömegű áruk szállítására UAVkat fog alkalmazni a cége. A bejelentést skeptikusan fogadta a szakma, mert jelen helyzetben az UAV szövetségi típus- és légialkalmassági tanúsítása, a megfelelő szintű repülésbiztonság biztosítása, a megbízhatóság, a személyiségi jogok, az UAV-kezelők képzése és a képzési rendszer tanúsítása, a szállított áru biztonsága, és a logisztikai kihívások számos kihívást és akadályt jelentenek még [2.27].
2013. 12.	A DHL. A "Deutsche Post AG" leányvállalata egy kilogramm alatti gyógyszerszállítmány célba juttatását tesztelte a Microdrones "parcelcopter" UAV segítségével. A tervek szerint a DHL katasztrófavédelmi feladatok ellátása során elsőként fogja alkalmazni ezt a technológiát [2.27].
2014.	A "Sensepost" cég egy biztonságtechnikai konferencián Szingapúrban bemutatta, hogy egy quadrokopter fedélzetén telepített szoftver segítségével az okostelefonok közelében, azokról bizalmas adatokat (pl. jelszó, bankolási adatok stb.). A szoftver a bekapcsolva hagyott WIFI kapcsolatokon keresztül nyert adatokat az okostelefonokról [2.27].
2014. 01.	Jogerősen elítélték Észak-Dakotában azt a férfit, aki a rendőri intézkedésnek ellenállt a farmján. A férfi 2011-es letartóztatásakor a Belügyminisztérium Predator típusú UAVt is bevetett, és az általa készített képeket a bíróságon elfogadták bizonyítékként. Első alkalommal fordult elő, hogy a USA saját állampolgára ellen vetette be az UAVt [2.27].

2014. 04.08.	Az Európai Bizottság kiadja a COM(2014)207 közleményét, amely 2016-tól előírja az UAV/UAS/RPAS rendszerek fokozatos és folyamatos integrációját a légiközlekedésbe a nem elkülönített légterekben végrehajtott repülések során is. A megfogalmazott új irányok és ezen irányokban sikeresen megoldott feladatok fel-szabadítják az utat az UAV/UAS-technológiák elterjedése előtt [2.27, 2.28].
2014. 06. 26.	A hazai akadémiai-, ipari-, és civil szervezetek összefogásával 2014. június 26.-án megalakul Magyarország első, pilóta nélküli légi jármű rendszerek (UAS) tervezésével-, gyártásával-, és üze-meltetésével foglalkozó klasztere. A klaszter alapító szervezetei a Honvédelmi Minisztérium Elektronikai, Logisztikai és Va-gyonkezelő Zrt.; a BHE Bonn Hungary Electronics Ltd.; a Ma-gyar Repülőiparért Alapítvány, és az Óbudai Egyetem. A klasz-ter alapítója és az „UAS_C” védjegybirtokosa Prof. Dr. Szabol-csi Róbert okl. mk. ezredes, egyetemi tanár (HVK SzCsF/Óbudai Egyetem) [2.29].
2014. 07.	Az Amazon cég 8., és 9. szériájú UAVjait teszteli, amelyek már 50 mph repülési sebességre is képesek, és akár 5 font súlyú cso-magot is képesek szállítani. Az FAA megkezdte ezen UAVk tesztelését [2.27].
2014. 08.	A Google cég közzétette, hogy Ausztráliában már két éve UAVkat tesztel. A Google X programban azt tesztelték, hogyan használhatóak az UAVk e-kereskedelemben vásárolt termékek szállításában, akár nagytömegű szállított áru esetén is [2.28].
2014. 09.25	Az amerikai Szövetségi Légügyi Hivatal (FAA) kezdeményezé-sére az USA Kormánya 2014. szeptember 25.-én adja ki hét cég részére (Astraeus Aerial, Aerial Mob, Flying-Cam, Snaproll Media, Vortex Aerial, Pictorvision, HeliVideo Productions) az engedélyt, hogy filmforgatások során a díszletek feletti légtérben 25 kilónál könnyebb, 120 méternél alacsonyabb magasságban repülő és 90 kilométer per órás sebességnél nem gyorsabb pilóta nélküli légi járművet használjanak a filmforgatások során. Az UAV-kat háromfős személyzet működteti majd, a repülési útvo-naltervet három nappal a felszállás előtt engedélyeztetni kell az FAA-vel. Érdekes momentum, hogy az Amazon cég nincs a hét vállalat között [2.30].

-
2014. Az amerikai DARPA (Defense Advanced Research Projects Agency) új projektet indított, hogy már létező nagy repülőgépeket UAV-hordozókká alakítsanak át. A tervek szerint, nagy repülőgépeket (pl. B-52, B-1, C-130) alakítanának át oly módon, hogy képesek legyenek a fedélzetükről UAVk indítására, illetve fogadására (2.40. ábra). Az UAVk indítása a célterület-től biztonságos távolságban történne, és a repülő fedélzetére térnének vissza. A projekt célja, hogy négy éven belül a rendszer már kipróbálható legyen [2.35].



2.40. ábra. UAV indítása és fogadása repülés közben [2.35].

-
2014. Az amerikai DoT FAA (USA Közlekedési Minisztérium, Szövetségi Légügyi Hivatal) ez év végén tervezi közzétenni végleges szabályozás-tervezetét, miszerint az UAVk irányítását, vezetését pilóta-jogosítványhoz kötné. A szabályozás a kereskedelmi célú (farmok megfigyelésére, filmezés, építkezés segítése) repülésre vonatkozik [2.38].
-

2015. 01.22.	A 2014. június 26.-án megalakított első, hazai pilóta nélküli légi jármű rendszerek klaszterhez teljes jogú alapító tagként csatlakozott az MTA SZTAKI, az Óbudai Egyetem Neumann János Informatikai Kar, a BME Közlekedés- és Járműirányítási Tanszék, és a BME Vasúti Járművek, Repülőgépek és Hajók Tanszék. Az UAS_C klaszter alapító tagjainak száma így módon nyolcra emelkedett [2.47].
2015. 01.27.	2015. január 26.-án, hétfőre virradóra egy kisméretű drónt találtak a washingtoni fehér házi komplexum területén. A Secret Service tájékoztatása szerint az alacsonyan szálló, mintegy 60 centiméter átmérőjű kvadkoptert hajnali 3 óra 8 perckor észlelte egy egyenruhás őr, mielőtt az a Fehér Házról délkeletre lezuhant. A Secret Service kihallgatott egy kormányalkalmazottat, aki elismerte, hogy ő kormányozta a drónt, de, mint mondta, elvesztette felette az uralmat. Az illető, aki a lap szerint nem a Fehér Ház alkalmazottja, azt állította, hogy nem akarta az elnöki hivatal kerítésén belülről vezérelni a szerkezetet [2.44].
2015. 02. 05.	A HungaroControl eltörölte a magyar légtérben az eddig létező repülési útvonalakat, így a repülőgépek korlátozások nélkül repülhetnek a légtérben. A HUFRA (Hungarian Free Route, azaz szabad magyar útvonal) új forgalomszervezési koncepció lényege, hogy Magyarország légterében a ki- és belépőpontok között a lehető legrövidebb, töréspontok nélküli egyenes útvonalakon közlekedhetnek a repülőgépek. Az EB rendelete szerint a légtér megnyitása minden tagállamra nézve kötelező, melynek végső határideje 2022. január 1 [2.45].
2015. 04. 15.	Fabombázók – drónokról ültetne fákat egy oxfordi startup cég, ipari méretű erdőtelepítéssel ellensúlyozva az ipari méretekben folyó erdőirtást. A drónok előbb felmérik a talajadottságokat, majd kapszulákban előcsíráztatott magokat juttatnának a talajba. Egy-egy drón percenként akár tíz magot is a földbe juttathat így, lényeges mértékben csökkentve az erdőtelepítés költségeit: a jelenlegi költség akár 15 %-ából is megoldható ugyanazon terület erdősítése [2.48].
2015. 04. 17.	Az USA Haditengerészet Kutatóintézete (Office of Naval Research: http://www.onr.navy.mil/) kifejlesztette a LOCUST (Low-Cost UAV Swarming Technology) felderítő rendszert (2.41. ábra).

A rendszer központi elemét képező UAV-kat rakétaszerűen lehet majd elindítani: a rakétavető csövekből gyakorlatilag „kilövik” őket, majd az útjukat már robotrepülőgépként folytatják. A kutatóintézet 2015. március 30.-án tesztelte a rendszert, majd 2015. április 3.-án került sor a rajban repülés tesztjére. A LOCUST legalább 30 drónból álló rajokban repülve végez majd felderítő repülést. A légi robotok autonóm rendszerek, tehát önállóan is működhetnek, de ahogyan a hivatalos sajtóközlemény is kitért rá, hogy még ilyenkor is szükség lesz emberi felügyeletre. A LOCUST-rendszer tervezői a cső alakú Coyote UAV-t használták a fejlesztéshez. Miután az UAV elhagyja a kilövőállást, kibontja a propellerét és a szárnyait, és felveszi a végleges formáját. A drónok csúcssebessége 145 kilométer óránként, a tömegük a hat kilót sem éri el [2.49].



2.41. ábra. UAV indítása és fogadása repülés közben

[Forrás: www.google.com].

-
2015. 04. 23. A svájci posta 2015 nyarán kezdi az új, robot-posta rendszer tesztelését. A légi robotokat (quadrotor) a Matternet nevű cég fogja szállítani. Az első robotpostás modellt ONE-nak hívják, és maximum egy kilogramos csomagot tud szállítani, egy töltéssel húsz kilométeren keresztül. Elsősorban dokumentumok, alkatrészek és gyógyszerek célba juttatására lehetnek alkalmasak. Utóbbi már élesben is kipróbálhatták, amikor Haitin szállítottak gyógyszert más módon nehezen megközelíthető helyekre. Összességében a Matternet drónjai tudhatják maguk mögött a legtöbb repülési órát a világon. Svájcban egyelőre három tesztjáratot fognak üzemeltetni. A gépek mellett a leszállópályákat, az akkukat, a töltőállomásokat és a felhőalapú szoftvert is ők adják, a Swiss Postnak már csak a kiszállítást kell megszervezni [2.52].
-

-
2015. 04.29. A SAVELEC (Safe Control for Non Cooperative Vehicles Through Electromagnetic Means) program hat európai ország (Spanyolország, Németország, Franciaország, Svédország, Görögország, Szlovákia) tíz partnerintézménye kutatja, hogyan lehet a nem-kooperáló gépjárműveket megállítani, vagy annak vezetőjét más viselkedésre kényszeríteni nagyteljesítményű mikrohullámmal, vagy elektromágneses impulzusok segítségével. A kísérlet egyik eleme, hogy bizonyos forgalmi helyzetekben UAV fedélzetéről történjen a beavatkozás [2.53, 2.54, 2.55].
-
2015. 05. 23. Drónok harca: az egyre szaporodó UAV-incidensek miatt a francia nemzetbiztonsági erők új módszereket tesztelnek az illegális UAV-repülések korlátozására, illetve a tiltott repülést végrehajtó UAV földre kényszerítésére. Tekintettel arra, hogy az UAVk feletti irányítás megszerzése meglehetősen nehézkes, ezért mechanikus védelmi eszközöket tesztelnek. Ilyen módszer lehet például a behatoló UAVt a levegőben „kiütni” egy másik UAV-val, vagy hálót dobni rá a levegőben (pókember-módszer). Mindkét módszer hátránya, hogy az UAV irányíthatatlanul csapódik be a környezetébe, így komoly károkat okozhatnak [2.56].
-
2015. 06. 06. A Tokiói Egyetem hallgató új módszert tesztelnek a repülőterek madárrajok elleni védelmében. A repülőtereken megtelepedő, vagy betévedő madarak ellen ’falkában’ mozgó, egymással kommunikáló UAV-rajokat kívánnak alkalmazni, amik „kitereplik” a nemkívánatos madarakat a repülőtérről [2.57].
-
2015. 07. 31. Készen áll a tesztre a Facebook Aquila, vagyis sas nevű drónja, a 41 méteres szárnyfeszítávolságú UAV (2.42. ábra). A program célja, hogy négymilliárd olyan ember is hozzáférjen az Internethez, akit pillanatnyilag főleg az választ el ettől, hogy olyan helyen él, ahol az Internet működéséhez szükséges infrastruktúra kiépítése fizikailag problémás vagy egyszerűen csak túl drága. Az Aquila UAV egy felszállással hónapokon át maradhatna a levegőben [2.62].



2.42. ábra. Facebook Aquila UAV [2.62]. [Forrás: www.google.com].

-
2015. 08. 19. Szlovákia Közlekedési Hatósága [2.69] közzétette a 150 kg fel-
szálló tömeg alatti UAV-k szlovák légtérben történő repülésének
követelményrendszerét [2.70].
-
2015. 09. 18. Az UAVk/drónok elterjedése a polgári repülés számára újabb
potenciális veszélyforrást jelent: a repülőgépekben ugyanis ko-
moly károkat képes okozni egy ilyen eszköz. A Boeing cég ezért
úgy döntött, fegyverkezik ellenük. Az ilyen repülési helyzetek
elkerülésére a Boeing egy hordozható lézerfegyvert szerel a gé-
peibe, amely három fő részből áll: a legfontosabb eleme a 2 kW
teljesítményű lézerágyú, ami 15 másodperc alatt képes *leszedni* a
drónt a levegőből. A fegyver külön radart is kap, ami 40 kilomé-
ter sugarú körben folyamatosan pásztázza a levegőt. Miután a
radar rögzítette a célt, a lézerágyú elsütése a személyzet feladata
lesz [2.63, 2.64].
-
2015. 11. 04. Az izraeli uVision cég által gyártott elektromos meghajtású
UAV-t csőből lövik ki sűrített levegő segítségével. Az UAV 185
km/h repülési sebesség elérésére is képes. A mintegy 3 kg töme-
gű *Hero 30* nevet viselő UAV (2.43. ábra) kis repülési sebesség-
re is képes: köröz egy-egy terület felett, közben kamera-, illetve
hőkamera jeleket sugároz a földi irányító állomásra. Az akár 30
perces repülési idő elegendő ahhoz, hogy a földi kezelő a videó
jelek alapján földi célponto(ka)t azonosítson. Az ellenséges cé-
lok azonosítása után az UAV a mintegy félkilogrammos robba-
nótöltetével kamikaze módon rázuhan a célpontra [2.65, 2.66].



2.43. ábra. Hero 30 UAV [2.65, 2.66].

-
2015. 11. 10. Sikeresen tesztelték a világ első, 3D-nyomtatóval készült gáztur-
binás sugárhajtóműves UAV-ját (2.44. ábra), amelyet az Aurora
Flight Sciences és a 3D-nyomtatással foglalkozó Stratasys cég
alkottak meg [2.67, 2.68].
-

A tervezés, a kivitelezés és a tesztelés alig 9 hónapig tartott. Az UAV 80 százalékban nyomtatott elemekből épült, 15 kilogramm össztömegű, 270 centiméter szárnyfeszítávolságú, 5 percig tud a levegőben maradni, és 240 kilométeres óránkénti sebességgel képes repülni. Az UAV sárkányszerkezete főleg kis tömegű műanyagból áll, és 3D-s nyomatással készült. Az UAV egyéb egységeihez, mint például az üzemanyagtartályhoz és a gázelveztető rendszerhez más anyagokat használtak, például 3D nyomtatóval megmunkált fémet. Az UAV az első tesztrepülését 2015. szeptemberében végezte az egyesült államok-béli Utah államban [2.67, 2.68].



2.44. ábra. 3D-nyomtatott UAV [2.67, 2.68].

-
2015. David Cameron, brit miniszterelnök a Parlament Alsóházának
11 ülésén bejelenti, hogy Nagy-Britannia hírszerző-, és felderítő
védelmi képességeinek javítására a Zephyr 8 HAPS³ UAV-t
rendszeresíti (2.45. ábra).



2.45. ábra. Airbus Zephyr 8 HAPS UAV [2.77, 2.78].

A Quinetiq Zephyr UAV-t az Egyesült Királyságban fejlesztette a brit Quinetiq cég. Az UAV 2013 óta az Airbus HAPS program részét képezi [2.77, 2.78].

³ HAPS: High Altitude Pseudo-Satellite

-
2015. 12. 14. Az USA Közlekedési Minisztérium Szövetségi Légügyi Hivatala (USA DoT FAA) új szabálya szerint 2015. december 21-től 2016. február 19.-ig regisztrálni kell minden olyan UAV-t, amit december 21. előtt vásároltak, ha az 0,55 fontnál nehezebb. A (0,55÷55) font felszálló tömeg a teljes maximális (MTow) UAV tömeget jelenti, beleértve a fedélzeti energetikai-, és szerzőrendszereket is [2.71, 2.72, 2.73]. A regisztrációhoz a regisztráló idősebb kell legyen 13 évesnél. Amennyiben a drónt ennél fiatalabb személy használja, akkor a szülőnek kell regisztrálnia magát tulajdonosnak. A regisztráció során kapott azonosítót fel kell tüntetni az UAV-n. Ha UAV repültetésére sor kerül, a regisztrált magával kell vigye a regisztrációkor kapott tanúsítványt, különben a pilótát megbüntethetik a hatóságok. Az azonosító nem az UAV-hoz, hanem a tulajdonoshoz kötött, vagyis ugyanaz a regisztrált több UAV-t is birtokolhat. Az USA közlekedési minisztere szerint, csak azért, mert valaki nem kap komoly kiképzést, még lehet pilóta, és lesz is abban a pillanatban, amint felszáll a drónnal. Pilótának lenni pedig komoly felelősség, és a regisztrációs rendszer lehetővé teszi, hogy a légi közlekedés minden szereplője biztonságosan repüljön, illetve hogy a drónnal pilótává válók is részévé váljanak a „biztonság és a felelősségvállalás kultúrájának”. A regisztrációt a USA DoT FAA honlapján kell regisztrálni [2.73].
-
2015. 12. 15. Madárformájú holland drón-sólymok riasztották el a madarakat a debreceni repülőtéren (2.46. ábra). Egy esetleges madárütközés akár az utasok biztonságát veszélyeztető katasztrófafhelyzetet is előidézhethet, és a repülőgépekben is komoly károkat okozhat. 2012 óta a debreceni repülőtéren három madárütközéses repülőesemény történt. A holland Clear Flight Solution cég madárformájú drónokat fejlesztett ki, és alkalmaz többek között a holland főváros légikikötőjén is, amelyeket 3D-s nyomtatással készít el. A drónmadár teljesen élőnek, valósnak tűnik, repül, és sólyomhangokat bocsát ki, félelmet keltve az előle riadtan menekülő többi madárban. A szakember szemléletes példával illusztrálta milyen hatékony lehet a drón: a költöző, vonuló ludak már 5 kilométer távolságról meglátják legnagyobb ellenségük, a sólyom árnyékát, és emiatt módosítják a repülési útvonalukat [2.74, 2.75].
-

A cél az, hogy a drón-sólymok véglegesen elriasszák a madarakat egy-egy repülőtér környékéről. Jelenleg tíz ilyen "drón-madár" készült el, kipróbálásuk több nemzetközi repülőtéren folyik, Magyarországon először Debrecenben mutatták be. A drón-sólymok várhatóan 2016. márciusától állhatnak rendszeres szolgálatba Debrecenben.



2.46. ábra. A Clear Flight Solution UAV (drón) gép–madara [2.74, 2.75].

-
- | | |
|------------------|---|
| 2016.
01. 12. | A Michigan Technical University-ben kifejlesztett rendőr-drón emberi irányítással, vagy automata üzemmódban közelíti meg „áldozatát”, az azonosítatlan, vagy akár ellenséges drónt. Ha „lőtávolságon” belül van a cél, a rendőr-drón mintegy 12 méteres távolságból kilövi a hálóját, és már „viheti” is a foglyul ejtett áldozatot [2.79]. |
|------------------|---|
-
- | | |
|------------------|--|
| 2016.
01. 22. | Az AMORES Robotics nevű fejlesztő csapat új indító rendszert fejlesztett az UAVk számára. Az UAV indítását gépjármű alvázra szerelt hajítógép (katapult) végzi, melynek lövedéke maga az UAV. Az indítani kívánt UAV tömegétől függően az indító rendszer 8 m magasságra, és akár (7÷20) m/s kezdősebességre is képes gyorsítani az UAVt [2.80]. |
|------------------|--|
-
- | | |
|------------------|---|
| 2016.
02. 02. | A holland rendőrség szokatlan fegyvert, ragadozó madarakat kíván bevetni az esetleges terrortámadásokat végrehajtó UAVk ellen. A tesztek megkezdődtek, az első eredmények biztatóak. A ragadozó madarak drónok ellen történő bevetéséről 2016. nyarán döntenek. A madarakat szakértők képzik ki, akik a madarak vadászósztonére építenek. A madarak a drónokat zsákmánynak tekintik, és miután megszerezték, igyekszenek azzal biztonságos helyre repülni [2.81]. |
|------------------|---|
-

2.1 OPUS CITATUM

- [2.1] Rohács, J. A repülőgépek fejlesztését történetét meghatározó törvényszerűségek, „100 éves a géprepülés” tudományos konferencia CD-ROM kiadványa, Szolnok, 2003. április 4.
- [2.2] <http://www.ueet.nasa.gov/StudentSite/historyofflight.html/>
- [2.3] Под ред. Бюшгенса, Г. С. *Авиация в России*, Машиностроение, Москва, 1988.
- [2.4] Szabolcsi, R. Automatikus repülésszabályozó rendszerek — a kezdetektől napjainkig, Szolnoki Tudományos Közlemények VII, Szolnok, 2003.
- [2.5] Csanádi, N. – Nagyvárad, S. – Winkler, L. A magyar repülés története, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1973.
- [2.6] McLean, D. Automatic Flight Control Systems, Prentice-Hall, Inc., New York-London-Toronto,-Sydney-Tokyo-Singapore, 1990.
- [2.7] <http://www.wam.umd.edu/~stwright/WrBr/inventors/Chanute.html>
- [2.8] <http://www.tsagi.ru/eng/about/>
- [2.9] [http://nt.lhric.org/2025/space/goddard3.htm /](http://nt.lhric.org/2025/space/goddard3.htm)
- [2.10] <http://www.allstar.fiu.edu/aero/tsiolkovsky.htm/>
- [2.11] <http://www.hindunet.org/god/animal deities/garuda/>
- [2.12] <http://www.civilization.ca/civil/egypt/egcrgr1e.html>
- [2.13] <http://www.earth-history.com/Sumer/sumer-myth-etana.htm/>
- [2.14] Révai Nagy Lexikona, hasonmás kiadás, Babits Kiadó, Budapest, 1996.
- [2.15] <http://www.geocities.com/hestia64/heroes/heroes-bellerophon.html/>
- [2.16] <http://www.russianspaceweb.com/kibalchich.html>
- [2.17] <http://en.wikipedia.org/wiki/etana/>
- [2.18] <http://www.mnsu.edu/emuseum/prehistory/egypt/relogion/godslist.html>
- [2.19] <http://www.google.com/>
- [2.20] <http://www.pilotfriend.com/century-of-flight/>
- [2.21] Szent Biblia, A Magyarországi Református Egyház Kálvin János Kiadója, Budapest, 2000.
- [2.22] <http://www.pantheon.org/articles/t/throne of god.html/>
- [2.23] Szabolcsi, R.: Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [2.24] <http://hu.wikipedia.org/wiki/SOFAR>
- [2.25] <http://www.bhe-mw.eu/product/20140516/bxap15-unmanned-aerial-vehicle-uav>
- [2.26] <http://www.hmei.hu/hu/robotrepulo.html>

- [2.27] http://en.wikipedia.org/wiki/Unmanned_aerial_vehicle
- [2.28] <http://www.airspacemag.com/photos/a-brief-history-of-unmanned-aircraft-174072843/?no-ist>
- [2.29] <http://news.uni-obuda.hu/articles/2014/07/01/megalakult-az-elso-hazai-pilota-nelkuli-legijarmu-rendszer-klaszter>
- [2.30] http://index.hu/kultur/cinematrix/2014/09/25/mosatantol_dronokrol_is_lehet_forgatni_amerikaban/
- [2.31] <http://www.quarkson.com/>
- [2.32] http://hu.wikipedia.org/wiki/Verancsics_Faustus
- [2.33] Verancsics Fausztus: Machinae novae és más művei, Magvető Könyvkiadó, Budapest, 1985.
- [2.34] Szabolcsi Róbert: Bemutatkozik a TÁMOP-4.2.1.B-11/2/KMR-2011-0001 „Kritikus infrastruktúra védelmi kutatások” pályázat, Repüléstudományi Közlemények, ISSN: 1417-0604/eISSN: 1789-770X, 1/2012, pp(218-223), 2012.
- [2.35] http://index.hu/tech/2014/11/13/dronhordozova_alakitana_a_repulokat_a_darpa/
- [2.36] http://en.wikipedia.org/wiki/Rockwell_HiMAT
- [2.37] http://en.wikipedia.org/wiki/Buran_programme
- [2.38] http://index.hu/tech/2014/11/25/pilotajogsi_kell_a_dronok_roptetesehez/
- [2.39] http://en.wikipedia.org/wiki/Robert_Sheckley
- [2.40] <http://www.gutenberg.org/files/29579/29579-h/29579-h.htm>
- [2.41] L. R. G. Carrillo, A. E. D. López, R. Lozano, C. Pégard: Advances in Industrial Control: Quad Rotorcraft Control – Vision-Based Hovering and Navigation. ISBN 978-1-4471-4398-7, Springer-Verlag London, 2013.
- [2.43] http://index.hu/tech/2015/01/16/megtalaltak_egy_12_eve_eltunt_urszondat/
- [2.44] http://index.hu/kulfold/2015/01/26/titokzatos_dron_a_feher_haznal/
- [2.45] http://index.hu/tech/2015/02/05/a_magyar_legterben_eltoroltek_az_utvonalakat/
- [2.46] http://en.wikipedia.org/wiki/Argus_As_292
- [2.47] <http://news.uni-obuda.hu/articles/2015/01/22/kibovult-a-pilota-nelkuli-legijarmu-klaszter>
- [2.48] <http://hvg.hu/kereses?mit=dr%C3%B3n&rovat=&tol=&ig> (2015. április 18., 16. szám)
- [2.49] http://index.hu/tech/2015/04/17/ha_feldobod_cso_ha_leesik_dron_mi_az/
- [2.50] Dr Gáti József: Bánki Donát. A mérnök génusz. Óbudai Egyetem Kiadó, ISBN 978-615-5018-30-5, 94. oldal, 2012.
- [2.51] http://hu.wikipedia.org/wiki/A_repülés_története
- [2.52] http://index.hu/tech/2015/04/23/svajcban_indulhat_be_eloszor_a_robotposta/

- [2.53] http://hvg.hu/hvgfriss/2015.18/201518_autostop
- [2.54] <http://savelec-project.eu/>
- [2.55] http://cordis.europa.eu/result/rcn/149744_en.html
- [2.56] <http://hvg.hu/> (2015. május 23. 21. szám)
- [2.57] <http://hvg.hu/> (2015. június 6., 23. szám)
- [2.58] Szabolcsi Róbert: Night Watchbird UAV System: quadrotor alapú vagyónvédelmi-biztonsági rendszer előzetes koncepcionális-, és koncepcionális tervezése, Hadmérnök, ISSN: 1788-1919, 1/2015, X.évf, pp(35-48).
- [2.59] Róbert Szabolcsi: Night Watchbird UAV System: An Effective Tool Improving Force Protection Capabilities in the War Theatres. CD-ROM Proceedings of the 17th International Conference "Scientific Research and Education in the Air Force" - AFASES 2015: 20th "Henri Coanda" Air Force Academy Anniversary: 1995-2015. ISSN, ISSN-L 2247-3173, pp(1-8).
- [2.60] Róbert Szabolcsi: The Quadrotor-Based Night Watchbird UAV System Used in the Force Protection Tasks. Knowledge Based Organization Proceedings, ISSN: 1843-6722, 1/2015, pp(101-107).
- [2.61] Róbert Szabolcsi: The Quadrotor-Based Night Watchbird UAV System Used in the Force Protection Tasks. In: The Complex Physiognomy of the International Security Environments, p251, ISBN 978-973-153-215-8, pp(201-216), "Nicolae Balcescu" Land Forces Academy, 2015.
- [2.62] http://index.hu/tech/2015/07/31/elkeszult_a_facebook_szuperlezeres_oriasdronja/
- [2.63] http://hvg.hu/tudomany/20150918_lezerfegyver_boeing_repulo
- [2.64] <http://mashable.com/2015/08/28/boeing-drone-destroying-laser/#L3W3HunHSuKS>
- [2.65.] http://index.hu/tech/2015/11/04/kamikazedront_fejlesztettek_izraelben/
- [2.66] <http://www.popularmechanics.com/flight/drones/a18032/hero-30-uvision-israeli-drone/>
- [2.67] <http://www.popsci.com/watch-this-3d-printed-drone-fly>
- [2.68] <http://www.stratasys.com/materials/fdm/ultem-9085>
- [2.69] <http://letectvo.nsat.sk/letova-prevadzka/lietadla-sposobile-lietat-bez-pilota/>
- [2.70] http://nsat.sk/wp-content/uploads/2014/08/DU_RPAS-merged.pdf
- [2.71] http://index.hu/tech/2015/12/15/eldolt_az_usa-ban_regisztralni_kell_a_dronokat/
- [2.72] http://www.portfolio.hu/short/jon_a_dron-ado.224132.html
- [2.73] <http://www.faa.gov/uas/registration/>

- [2.74] http://www.ma.hu/tudomany/268769/Holland_dronsolymok_a_debreceni_repuloteren
- [2.75] <http://www.civishir.hu/helyben-jaro/dronokkal-riogatnak-debrecenben/1215171303>
- [2.76] <https://en.wikipedia.org/wiki/Inanna>
- [2.77] https://en.wikipedia.org/wiki/Qinetiq_Zephyr
- [2.78] http://militaryaircraft-airbusds.com/Portals/0/Images/Aircraft/UAVs/Zephyr/ZEPHYR_datasheet_customers.pdf
- [2.79] http://index.hu/tech/2016/01/11/haloval_ugrik_ellenfelere_a_dronvadasz_dron/
- [2.80] http://index.hu/tech/2016/01/22/magyar_otlet_adhat_lokest_a_dronoknak/
- [2.81] http://index.hu/kulfold/2016/02/01/dron_sas_terrorizmus/

III. FEJEZET

A KÖNYVBEN HASZNÁLT JELÖLÉSEK ÉS KIFEJEZÉSEK

“I confess that in 1901, I said to my brother Orville that man would not fly for fifty years... Ever since, I have distrusted myself and avoided all predictions.”

Wilbur Wright, in a speech to the Aero Club of France, 5 November 1908.

A fejezet célja röviden áttekinteni az ISO 1151–1 (Part 1) szabvány fontosabb fejezeteit, melyek részletesen taglalják a légijárművek levegőhöz viszonyított mozgásának alapvető fogalmait [3.1]. E szabvány számos katonai szabvány alapjául szolgál, így például a [3.2, 3.3, 3.4] irodalmak is ezt a nemzetközi szabványt alkalmazzák. Hasonlóképpen, az automatikus repülés-szabályozással foglalkozó szakkönyvek is az alább tárgyalandó szabványra épülnek [3.5, 3.6, 3.8, 3.9].

A bemutatott általános definíciók, fogalmak és jelölések alapvetően a hagyományos légijárművek térbeli mozgásegyenleteinek felírását támogatják, de a merevszárnyú, hagyományos aerodinamikai elrendezésű pilóta nélküli légijárművekre is kiterjeszthetők. Ha valamely speciális UAVt vizsgálunk a későbbiekben, akkor a megjelenő speciális fogalmakat és jelöléseket az adott fejezetben adjuk meg.

3.1 A REPÜLÉSMECHANIKÁBAN HASZNÁLTATOS KOORDINÁTA-RENDSZEREK

A koordináta-rendszerek jellemzője, hogy általában háromdimenziós, jobbsodrású, derékszögű Descartes–koordináta rendszerek. A repülésmechanikai koordináta-rendszereket a 3.1. táblázat foglalja össze [3.1, 3.6, 3.8, 3.9].

Koordináta-rendszerek

3.1. Táblázat

Elnevezés	Definíció	Jelölés
Földhöz rögzített koordináta rendszer	A koordináta rendszer O kezdőpontja és tengelyei repülési feladatnak megfelelően irányítottak, és a Földhöz rögzítettek.	$O x_o y_o z_o$

Földhöz rögzített „normál” koordináta rendszer	Földhöz rögzített koordináta-rendszer, melynek $O z_o$ tengelye pozitív irányával a helyi függőleges irányába, a Föld középpontja felé mutat.	$x_o y_o z_o$ (az $x_g y_g z_g$ jelölés is megengedett)
Az UAV-hoz rögzített „földi” koordináta-rendszer	Koordináta rendszer O kezdőpontja rendszerint az UAV tömegközéppontjában rögzített, a tengelyei a földi normál koordináta rendszer tengelyeinek irányával egyezik meg.	$x_o y_o z_o$
Az UAV-hoz rögzített „normál” koordináta-rendszer	Koordináta rendszer, melynek kezdőpontja (O) az UAV tömegközéppontjában rögzített, a tengelyei a földi „normál” koordináta-rendszer tengelyeinek irányával egyezik meg.	$x_o y_o z_o$ Megjegyzés: az $x_g y_g z_g$ jelölés is megengedett.
Test-koordináta rendszer	Az UAV-hoz rögzített koordináta rendszer, melynek középpontja (O) az UAV tömegközéppontjával esik egybe, míg a tengelyei az alábbiak:	$O xyz$
hossztengely	az UAV szimmetria síkjában foglal helyet, és az UAV orr-része felé mutat, párhuzamos az UAV építési hosszten-gelyével.	x
kereszt-tengely	A szimmetria síkra merőleges, és a jobb félszárny irányába mutat.	y
függőleges ten-gely	A másik két tengelyre merőleges ten-gely. A helyi függőleges irányába mu-tat, jobbsodrásúvá egészíti ki a koordi-náta rendszert.	z

Aerodinamikai (szél) koordináta rendszer	Az UAV-hoz rögzített koordináta rendszer, kezdőpontja az UAV tömegközéppontjával esik egybe, míg a tengelyei az alábbiak:	$O x_a y_a z_a$
„megfűvás” tengelye	a repülési sebesség vektorának iránya, a „megfűvás” iránya.	x_a
kereszt-tengely	a jobboldali félszárny irányába mutat, és jobbsodrásúvá egészíti ki a koordináta-rendszert.	y_a
függőleges tengely	A szimmetria-síkban fekszik, iránya merőleges a megfűvás irányára. Ha a koordináta-rendszer kezdőpontja nem a szimmetria-síkban fekszik, akkor párhuzamos a szimmetria-síkkal.	z_a

3.2 SZÖGEK, SZÖGSEBESSÉGEK, ERŐK, NYOMATÉKOK, TEHETETLENSÉGI NYOMATÉKOK, EGYÜTTTHATÓK ÉRTELMEZÉSE

A pilóta nélküli légi járművek (UAVk) térbeli mozgásának legfontosabb állapot-változóit, jellemző paramétereit, valamint az aerodinamikai jellemzőit a 3.2. táblázat foglalja össze [3.1, 3.6].

Állapot-változók, paraméterek, jellemzők		3.2. Táblázat
Elnevezés	Definíció	Jelölés
Csúszási szög	Az UAV sebességvektora, és a sebességvektornak a szimmetria síkra vett vetülete által bezárt szög. A csúszási szög értéke megegyezés szerint: $-\frac{\pi}{2} \leq \beta \leq \frac{\pi}{2}.$	β
Állásszög	A repülési sebességvektor szimmetria síkra eső vetülete, és a hossz tengely által bezárt szög. A „csupasz” szárny vizsgálatakor az állásszög a megfűvási sebesség szimmetria síkra eső vetülete és a szárny un. aerodinamikai húr hossza közötti szög. Az állásszög értéke megegyezés szerint: $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}.$	α

Írányszög	Az UAV Ox hossz tengelye, és a normál koordináta rendszer Ox_o tengelye, vagy valamely egyéb, előre definiált irány által bezárt szög.	Ψ
Bólintási szög	Az UAV Ox hossz tengelye, és az $Ox_o y_o$ vízszintes sík által bezárt szög. A bólintási szög értéke megegyezés szerint: $-\frac{\pi}{2} \leq \Theta \leq \frac{\pi}{2}$.	Θ
Dőlési szög	Az UAV Oy kereszt tengelye, és az $Ox_o y_o$ vízszintes sík által bezárt szög. A bólintási szög értéke megegyezés szerint: $-\frac{\pi}{2} \leq \Phi \leq \frac{\pi}{2}$.	Φ
Pályaszög, (pályahajlásszög, emelkedési szög)	Az UAV \mathbf{v} sebességvektora, és a sebességvektornak az $Ox_o y_o$ vízszintes síkra képzett vetülete által bezárt szög. A pályaszög értéke megegyezés szerint: $-\frac{\pi}{2} \leq \gamma \leq \frac{\pi}{2}$.	γ
Az UAV sebessége	Az UAV-hoz rögzített normál koordináta rendszer középpontjának \mathbf{v} sebességvektora, zavarásmentes esetben.	\mathbf{v}
Repülési sebesség	Az UAV sebességének abszolút értéke.	v
A hang sebessége	A hanghullámok, mint gyenge zavarások terjedési sebessége adott fizikai közegben.	a
Mach-szám	A repülési sebesség és a hang az adott repülési körülményekre érvényes terjedési sebességének hányadosa (v/a).	M
Az UAV sebességének komponensei	Sebességkomponens a hossz tengely mentén	u
	Sebességkomponens a kereszt tengely mentén	v
	Sebességkomponens a függőleges tengely mentén	w
Az UAV szögsebesség vektora	Az UAV-hoz rögzített test-koordináta-rendszer Földhöz viszonyított forgási sebessége.	Ω
Szögsebesség	A szögsebesség abszolút értéke.	Ω

Az UAV szögsebességének komponensei	Szögsebesség-komponens a hossztengely körül: orsózó szögsebesség	p
	Szögsebesség-komponens a keresztengely körül: bólintó szögsebesség	q
	Szögsebesség-komponens a függőleges tengely körül: legyező szögsebesség	r
Normált szögsebességek	Normált orsózó szögsebesség: $(pl)/v$.	p^*
	Normált bólintási szögsebesség: $(ql)/v$.	q^*
	Normált legyező szögsebesség: rlv^{-1} , ahol l a fesztávolság, v a repülési sebesség.	r^*
Az UAV tömege	Az UAV pillanatnyi tömege.	m
Az UAV testkoordinárendszer tengelyeire vonatkoztatott főtehetetlenségi nyomatékai.	Főtehetetlenségi nyomaték a hossztengely körül: $\int (y^2 + z^2) dm$.	I_{xx}
	Főtehetetlenségi nyomaték a kereszt-tengely körül: $\int (z^2 + x^2) dm$.	I_{yy}
	Főtehetetlenségi nyomaték a függőleges tengely körül: $\int (x^2 + y^2) dm$.	I_{zz}
Az UAV testkoordinárendszer tengelyeire vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékai.	Tehetetlenségi nyomaték a hossztengely körül: $\int yz dm$.	I_{yz}
	Tehetetlenségi nyomaték a kereszt-tengely körül: $\int zx dm$.	I_{zx}
	Tehetetlenségi nyomaték a függőleges tengely körül: $\int xy dm$.	I_{xy}
Az UAV tehetetlenségi mátrixa	A szimmetrikus tehetetlenségi mátrix – definíció szerint – az alábbi egyenlettel adható meg: $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}.$	\mathbf{I}
Az UAV normált tömege	A repülőgép dimenzió nélküli (normált) tömegét – definíció szerint – a következő összefüggés alapján határozhatjuk meg: $\frac{m}{0,5\rho_e Sl}$, ahol m az UAV tömege, ρ_e a levegő (adott repülési magasságon érvényes) sűrűsége, S a szárnyfelület, l a fesztávolság.	μ , vagy m^*

Dinamikus időegység	A dinamikus időegység – definíció szerint – a következő egyenlet alapján számítható: $\frac{m}{0,5\rho_e v_e S} = \frac{\mu l}{v_e}$, ahol v_e a repülési sebesség.	τ
Aerodinamikai időegység	Az aerodinamikai időegység – definíció szerint – a következő egyenlet alapján számítható: $\frac{l}{v_e}$.	τ_A
Az UAV tehetlenségi mátrixának inverze	A tehetlenségi mátrix inverze – definíció szerint – az alábbi egyenlettel adható meg: $\mathbf{I}^{-1} = \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} & J_{13} \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} \\ J_{31} & J_{32} & J_{33} \end{bmatrix}, \text{ ahol:}$ $J_{11} = (I_y I_z - I_{yz}^2) / \Delta; J_{12} = (I_{xy} I_z + I_{yz} I_{zx}) / \Delta$ $J_{13} = (I_{zx} I_y + I_{xy} I_{yz}) / \Delta; J_{21} = J_{12}$ $J_{22} = (I_z I_x - I_{zx}^2) / \Delta; J_{23} = (I_{yz} I_x + I_{zx} I_{xy}) / \Delta$ $J_{31} = (I_{zx} I_y + I_{xy} I_{yz}) / \Delta$ $J_{32} = J_{23}, J_{33} = (I_x I_y - I_{xy}^2) / \Delta$ $\Delta = I_x I_y I_z - 2 I_{xy} I_{yz} I_{zx} - I_x I_{yz}^2 - I_y I_{zx}^2 - I_z I_{xy}^2$	\mathbf{J}
Az UAV-ra ható eredő erő	Az UAV-ra ható erők eredője, amely magába foglalja az aerodinamikai, a propulziós, a gravitációs, a tehetlenségi, és a reakció erőket is.	\mathbf{R}
Az UAV-ra ható eredő erő test-koordináta rendszer tengelyeire képzett vetületei	Erőkomponens a hossz tengely mentén	\mathbf{X}
	Erőkomponens a kereszt-tengely mentén	\mathbf{Y}
	Erőkomponens a függőleges tengely mentén	\mathbf{Z}
Az erőkomponensek együtthatói	Az \mathbf{X} erő együtthatója: $\frac{X}{0,5\rho v^2 S}$.	C_X
	Az \mathbf{Y} erő együtthatója: $\frac{Y}{0,5\rho v^2 S}$.	C_Y
	A \mathbf{Z} erő együtthatója: $\frac{Z}{0,5\rho v^2 S}$.	C_Z

Az UAV-ra ható erők által létesített eredő nyomaték	Az UAV-ra ható erők tömegközéppontra vonatkoztatott nyomatéka.	\mathbf{Q}
Az UAV-ra ható erők által létesített eredő nyomaték komponensei	Nyomatékkomponens a hossz tengely körül: orsózó nyomaték.	\mathbf{L}
	Nyomatékkomponens a kereszt tengely körül: bólintási nyomaték.	\mathbf{M}
	Nyomatékkomponens a függőleges tengely körül: legyező nyomaték.	\mathbf{N}
A nyomatéki komponensek együtthatói	Orsózó nyomatéki együttható: $\frac{L}{0,5\rho v^2 Sl}$.	C_l
	Bólintási nyomatéki együttható: $\frac{M}{0,5\rho v^2 Sl}$.	C_m
	Legyező nyomatéki együttható: $\frac{N}{0,5\rho v^2 Sl}$.	C_n
Az UAV teljes terhelési tényezője	A (teljes) terhelési többszörös vektora – definíció szerint – az alábbi egyenlettel határozható meg: $\mathbf{n} = \mathbf{R} / m\mathbf{g}$.	\mathbf{n}
A terhelési vektor komponensei	Terhelési többszörös együtthatója az Ox hossz tengely mentén: $n_x = X / m\mathbf{g}$.	n_x
	Terhelési együttható az Oy kereszt-tengely mentén: $n_y = Y / m\mathbf{g}$.	n_y
	Terhelési együttható az Oz függőleges-tengely mentén: $n_z = Z / m\mathbf{g}$.	n_z
Terhelési együttható	Terhelési együttható az Oz_a függőleges-tengely mentén: $n_z = -Z_a / m\mathbf{g}$.	n
Fajlagos erő	Az UAV-ra ható erők eredőjének, és az UAV tömegének hányadosa: $\mathbf{r} = \frac{\mathbf{R}}{m}$.	\mathbf{r}
A fajlagos erő komponensei	Komponens a test-koordináta rendszer Ox hossz-tengelye mentén: $r_x = X / m$.	r_x
	Komponens a test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelye mentén: $r_y = Y / m$.	r_y
	Komponens a test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelye mentén: $r_z = Z / m$.	r_z

Az UAV eredő főtehetetlenségi nyomatéka	Az eredő főtehetetlenségi nyomaték a tehetetlenségi mátrix inverzének, és az eredő erő nyomatékának a szorzata: $\mathbf{q} = \mathbf{J}\mathbf{Q}$.	\mathbf{q}
Az eredő főtehetetlenségi nyomaték komponensei	Komponens a test-koordináta rendszer Ox hossz-tengelye körül: $q_x = J_{11}L + J_{12}M + J_{13}N$	q_x
	Komponens a test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelye körül: $q_y = J_{21}L + J_{22}M + J_{23}N$	q_y
	Komponens a test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelye körül: $q_z = J_{31}L + J_{32}M + J_{33}N$	q_z
Az UAV propulziós ereje	Az UAV propulziós rendszere által létesített eredő toló-, vagy vonóerő.	\mathbf{F}
A propulziós erő komponensei	Erőkomponens a test-koordináta rendszer Ox hossz-tengelye mentén:	F_x
	Erőkomponens a test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelye mentén:	F_y
	Erőkomponens a test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelye mentén:	F_z
A propulziós erő eredő nyomatéka	A propulziós erő tömegközéppont körül létesített eredő nyomatéka.	\mathbf{Q}^F
A propulziós erő eredő nyomatékának komponensei	Nyomatékkomponens a test-koordináta rendszer Ox hossztengelye körül:	L^F
	Nyomatékkomponens a test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelye körül:	M^F
	Nyomatékkomponens a test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelye körül:	N^F
Az UAV aerodinamikai ereje	Az UAV szerkezetén ébredő aerodinamikai erők eredője.	\mathbf{R}^A

Aerodinamikai erő komponensei	Erőkomponens a test-koordináta rendszer Ox hossz-tengelye mentén.	X^A
	Erőkomponens a test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelye mentén.	Y^A
	Erőkomponens a test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelye mentén.	Z^A
Tengelyirányú erő	Az \mathbf{R}^A aerodinamikai erőnek a test-koordináta rendszer Ox hossz-tengelyével ellentétes irányú vetülete.	$-X^A$
Keresztirányú erő	Az \mathbf{R}^A aerodinamikai erőnek a test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelyére eső vetülete.	$+Y^A$
Függőleges erő	Az \mathbf{R}^A aerodinamikai erőnek a test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelyével ellentétes irányú vetülete.	$-Z^A$
Légellenállás	Az \mathbf{R}^A aerodinamikai erőnek az aerodinamikai koordináta rendszer Ox_a hossz-tengelyével ellentétes irányú vetülete.	$-X_a^A$
Oldalerő	Az \mathbf{R}^A aerodinamikai erőnek az aerodinamika koordináta rendszer Oy_a kereszt-tengelyére eső vetülete.	$+Y_a^A$
Felhajtó erő	Az \mathbf{R}^A aerodinamikai erőnek az aerodinamikai koordináta rendszer Oz_a függőleges tengelyével ellentétes irányú vetülete.	$-Z_a^A$
Az aerodinamikai erő eredő nyomatéka	Az aerodinamikai erő tömegközéppont körül étesített eredő nyomatéka.	Q^A
Az aerodinamikai erő eredő nyomatékának komponensei	Nyomatékkomponens a test-koordináta rendszer Ox hossz-tengelye körül:	L^A
	Nyomatékkomponens a test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelye körül:	M^A
	Nyomatékkomponens a test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelye körül:	N^A

A propulziós erő dimenzió nélküli együtt- hatói	A test-koordináta rendszer Ox hossztengetyére eső erőkomponens együttthatója: $F_x / (0,5\rho v^2 S)$.	C_X^F
	A test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengetyére eső erőkomponens együttthatója: $F_y / 0,5\rho v^2 S$.	C_Y^F
	A test-koordináta rendszer Oz függőleges tengetyére eső erőkomponens együttthatója: $\frac{F_z}{0,5\rho v^2 S}$.	C_Z^F
A propulziós erőkomponen- sek nyomaté- kainak dimen- zió nélküli együttthatói	A test-koordináta rendszer Ox hossztengetyére eső erőkomponens nyomatéki együttthatója: $\frac{L^F}{0,5\rho v^2 Sl}$.	C_l^F
	A test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengetyére eső erőkomponens nyomatéki együttthatója: $\frac{M^F}{0,5\rho v^2 Sl}$.	C_m^F
	A test-koordináta rendszer Oz függőleges tengetyére eső erőkomponens nyomatéki együttthatója: $\frac{N^F}{0,5\rho v^2 Sl}$.	C_n^F
Az aerodina- mikai erőkom- ponensek dimenzió nél- küli együtttha- tói	A test-koordináta rendszer Ox hossztengetyére eső erőkomponens együttthatója: $\frac{X^A}{0,5\rho v^2 S}$.	C_X^A
	A test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengetyére eső erőkomponens együttthatója: $\frac{Y^A}{0,5\rho v^2 S}$.	C_Y^A
	A test-koordináta rendszer Oz függőleges tengetyére eső erőkomponens együttthatója: $\frac{Z^A}{0,5\rho v^2 S}$.	C_Z^A
A tengelyírán- nyú erő di- menzió nélküli együttthatója	A tengelyirányú erő dimenzió nélküli együttthatója: $\frac{-X}{0,5\rho v^2 S}$.	C_X

A keresztirányú erő dimenzió nélküli együtthatója	A keresztirányú erő dimenzió nélküli együtthatója: $\frac{+Y}{\frac{1}{2}\rho v^2 S}$	C_Y
A függőleges erő dimenzió nélküli együtthatója	A függőleges erő dimenzió nélküli együtthatója: $\frac{-Z^A}{0,5\rho v^2 S}$	C_Z
A légellenállás dimenzió nélküli együtthatója	A légellenállás dimenzió nélküli együtthatója: $\frac{-X_a^A}{0,5\rho v^2 S}$	C_D
Az oldalerő dimenzió nélküli együtthatója	Az oldalerő dimenzió nélküli együtthatója: $\frac{+Y_a^A}{0,5\rho v^2 S}$	C_y
A felhajtóerő dimenzió nélküli együtthatója	A felhajtóerő dimenzió nélküli együtthatója: $\frac{-Z_a^A}{0,5\rho v^2 S}$	C_D
Az aerodinamikai erőkomponensek nyomatékainak dimenzió nélküli együtthatói	A test-koordináta rendszer Ox hossz tengelyére eső erőkomponens nyomatéki együtthatója: $\frac{L^A}{0,5\rho v^2 Sl}$	C_l^A
	A test-koordináta rendszer Oy kereszt-tengelyére eső erőkomponens nyomatéki együtthatója: $\frac{M^A}{0,5\rho v^2 Sl}$	C_m^A
	A test-koordináta rendszer Oz függőleges tengelyére eső erőkomponens nyomatéki együtthatója: $\frac{N^A}{0,5\rho v^2 Sl}$	C_n^A
Közepes aerodinamikai húr (KAH)		\bar{c}










Az UAV fesz-távolsága		b
Valós repülési magasság		h
Útirány szög	Definíció szerint a csúszásszög és a legyező szög összege, vagyis $\lambda = \beta + \Psi$.	λ

A [3.1, 3.8, 3.9] irodalmak részletesen foglalkoznak a repülésmechanikában használatos koordináta-rendszerek forgatásával, a légijárműveken alkalmazott elsődleges(fő) kormányfelületek definiálásával, a kormányerők és a nyomatékok létrehozásával, valamint a kormányerők– és nyomatékok együtthatóival. A fejezetben bemutatott általános jelöléstől eltérő jelöléseket a szerző az előfordulás helyén értelmezi, és bemutatja.

3.3 KÖVETKEZTETÉSEK

A [3.1]–[3.7] szabványok nagyon fontos szerepet játszanak az automatikus repülésszabályozó rendszerek analízise, és előzetes tervezése során. Az egy-séges jelölések alkalmazása elengedhetetlen, hiszen e nélkül az azonos tudományterületen alkotó szakemberek és tudósok szakmai együttműködése lehetetlen [3.8, 3.9].

3.4 ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

-  Ismertesse a repülésmechanikában használt koordináta-rendszereket, a tengelyek tájolását, és a koordináta-rendszerek sajátosságait!
-  Definiálja az Euler-szögeket!
-  Definiálja a csúszásszöget!
-  Adja meg az állásszög definícióját!
-  Határozza meg a repülési pályaszöget!
-  Mutassa be az UAV-ra ható erőket és nyomatékokat, illetve azok komponenseit!
-  Definiálja a merev UAV főtehetetlenségi-, és tehetetlenségi nyomatékait, illetve azok komponenseit!
-  Határozza meg a dinamikus-, és az aerodinamikai időegységet, valamint mutassa be a közöttük lévő különbséget!
-  Definiálja a tehetetlenségi mátrixot!

3.5 OPUS CITATUM

- [3.1] ISO 1151-1 *Flight Dynamics – Concepts, Quantities and Symbols*, Part I, Aircraft Motion Relative to the Air, 1988.
- [3.2] MIL-F-9490D, *Notice 1, Flight Control Systems – Design, Installation, and Test of Piloted Aircraft, General Specification*, 1992.
- [3.3] MIL-C-18244A, *Amendment 1, Control and Stabilization System: Automatic, Piloted Aircraft, General Specification*, 1993.
- [3.4] MIL-F-8785C, *Notice 2, Flying Qualities of Piloted Airplanes*, 1996.
- [3.5] Nelson, R. C. *Flight Stability and Control*, McGraw-Hill Companies, Inc., 1998.
- [3.6] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International Ltd., New York–London–Toronto–Sydney–Tokyo–Singapore, 1990.
- [3.7] MIL-STD-1797A, *Notice 3, Flying Qualities of Piloted Aircraft*, Department of Defense, Interface Standard, 2004.
- [3.8] Szabolcsi, R.: *Automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, 2004.
- [3.9] Szabolcsi, R.: *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*. Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.

IV. FEJEZET

PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AUTOMATIKUS REPÜLÉSSZABÁLYOZÁSA

„Aeronautics was neither an industry nor a science. It was a miracle”

Igor Sikorsky

4.1 BEVEZETÉS

Repülésmechanikából ismeretes, hogy a légijárművek, többek között az UAV térbeli helyzetét is a sárkányszerkezeten kifejtett megfelelő kormányerő, vagy nyomaték segítségével lehet megváltoztatni. A kormányerők és nyomatékok létrehozására kormányfelületek szolgálnak.

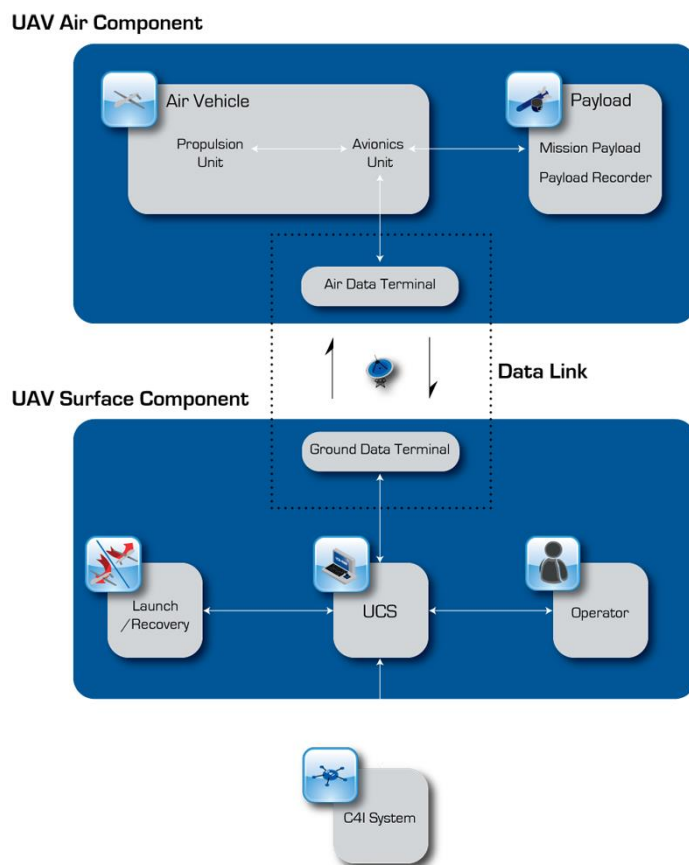
A hagyományos aerodinamikai elrendezésű és hagyományos építésű, kisméretű UAVkon (SUAV) az alábbi elsődleges aerodinamikai kormányfelületeket szokás alkalmazni: magassági kormány, oldalkormány és csűrőlapok. Számos UAV fedélzetén a repülési sebesség stabilizálására automatikus sebességstabilizáló rendszert alkalmaznak, így negyedik irányítási csatornaként a hajtóműve(ke)t is alkalmazzák [4.1, 4.2, 4.3, 4.4, 4.5, 4.6].

Ez a könyv alapvetően a kisméretű UAVkat (Small UAV) vizsgálja, amelyek irányítását, kormányzását egyszerűnek mondható kormányrendszer biztosítja.

Mindazonáltal, megemlíteni szükséges, hogy közepes, és nagyméretű UAVk fedélzetén bonyolultabb aerodinamikai kormányzást használnak, esetleg megjelennek az ún. másodlagos (segéd) kormányfelületet is, mint például a vízszintes vagy függőleges kacsaszárnyak, teljesen elmozduló vízszintes vagy függőleges farokfelületek, orrsegédszárny, fékszárny, differenciálisan kitéríthető vízszintes farokfelület, azonos módon kitéríthető csűrőlapok [4.7, 4.8, 4.9].

4.2 AZ UAS RENDSZEREK KONCEPCIONÁLIS ÉS FUNKCIONÁLIS FELÉPÍTÉSE, ÉS MŰKÖDÉSE

A pilóta nélküli légijárművek kormányzási-irányítási koncepcióját a 4.1. ábra mutatja be [4.6, 4.7, 4.8, 4.9].



4.1. ábra. Az UAS rendszer fontosabb alrendszerei (Forrás: www.google.com)

A 4.1. ábra alapján az UAS rendszer fontosabb alrendszerei az alábbiak:

1. Légi egység, maga az UAV (UAV Air Component);
2. Földi (felszíni) irányító egység/központ (UAV Surface Component);
3. Adatkapcsolat a földi és a légi egység között (Data Link).

A légi egység (UAV Air Component): a fedélzeti vevő érzékeli a földi állomásról érkező irányító parancsjeleket, amit a fedélzeti avionikai egység dolgoz fel, és alakít irányító jellé, amely lehet kormányfelület kitérés, propulzió-változás, motor forgási sebesség változás (multirotoros UAV) stb. Az UAV irányító/kezelő elvárásainak megfelelő manőver végrehajtása során a fedélzeti érzékelők az UAV térbeli helyzetének jeleit (sebesség, magasság, Euler-szögek, HD-kamera képek, hőkamera jelei, infrakamera jelei, stb.) a telemetria rendszeren keresztül a földi irányítóállomásra továbbítja, ahol virtuális pilótafülkében a kezelők és megfigyelők számára megjelenítik azt az információt, amit hagyományos légijármű kabinjában látnának.

A telemetria/adatkapcsolat (Data Link): rendszeren keresztül az UAV parancsjeleket kap a földi kezelőktől, valamint ezen az adatvonalon keresztül történik a fedélzeti érzékelők jeleinek lesugárzása a földi kezelő állomásra.

Földi/felszíni irányító egység (UAV Surface Component): az UAV operátorok/kezelők számára kialakított irányító/parancsnoki állomás, ahol az operátor maga is helyet foglal. Az operátor a légi egységet – gyakran – a hagyományos légijárművek pilótafülkéjére emlékeztető munkaállomásokról irányítja, a felszállástól a biztonságos leszállásig.

A légi egység (UAV) fedélzeti érzékelő rendszereinek jeleit sokszor **C4I** (Command, Control, Communicatios, Computers and Intelligence) rendszer dolgozza fel, bár ez a vezetési-irányítási-távközlési-számítógépes-felderítő rendszer nem képezi az UAS rendszer részét.

A 4.1. ábrán bemutatott UAV távvezérlő rendszer általában kiegészül a fedélzeten alkalmazott autonóm, automatikus repülésszabályozó rendszerrel (robotpilótával). Ennek egyik oka lehet, hogy a hosszú idejű, monoton tevékenységek során a kezelő ily módon tehermentesíthető. A másik lehetséges ok, hogy számos ország UAV-szabályozása a vizuális látómezőn (Visual Line of Sight) túl végrehajtott repülések esetén a fedélzeti robotpilóta alkalmazását már kötelezővé teszi (pl. Kanada).

Mielőtt részletesen foglalkoznánk az UAV fedélzeti robotpilóták működési elvével, tekintsük át a szabályozási rendszerek osztályozását. A szabályozási rendszerek egyik lehetséges osztályozását a [4.10, 4.11] irodalmak mutatják be az alábbiak szerint:

1. Működési mód szerint:
 - a. Folytonos-folyamatos (analóg);
 - b. Szakaszos-folyamatos (állásos);
 - c. Folytonos-szagatott (mintavételes);

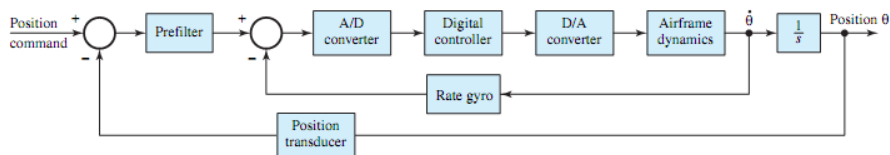
- d. Szakaszos-szaggatott (digitális).
- 2. A kimenő- és bemenőjelek függvénykapcsolata szerint:
 - a. Lineáris
 - i. állandó paraméterű (LTI);
 - ii. változó paraméterű (LPV).
 - b. Nemlineáris.
 - i. állandó paraméterű (TI);
 - ii. változó paraméterű (PV).
- 3. Az alapjel időbeni lefutása szerint
 - a. értéktartó;
 - b. (érték)követő;
 - c. időterv (programszabályozás).
- 4. A jelek sajátossága szerint:
 - a. determinisztikus;
 - b. sztochasztikus.
- 5. A szabályozott jellemző száma szerint:
 - a. egyváltozós;
 - b. többváltozós.
- 6. Működési elv szerint
 - a. eltérés elve;
 - b. kompenzáció elve;
 - c. összetett rendszerek.
- 7. A szabályozott jellemző szerint:
 - a. villamos;
 - b. nemvillamos (sebesség, magasság, szöghelyzet stb).
- 8. A szabályozó dinamikája szerint
 - a. statikus szabályozók
 - i. P-szabályozó;
 - ii. PI-szabályozó;
 - iii. PD-szabályozó;
 - iv. PID-szabályozó.
 - b. dinamikus (robusztus) szabályozók
 - i. LQG-szabályozók;
 - ii. H_2 -szabályozók;
 - iii. H_∞ -szabályozók;
 - iv. μ -szabályozók.
- 9. Az alkalmazott segédenergia szerint
 - a. villamos szabályozások;

- b. pneumatikus szabályozások;
- c. hidraulikus szabályozások;
- d. vegyes szabályozások (pl. elektro-pneumatikus, elektro-hidraulikus, elektro-pneumo-hidraulikus).

10. Optimalitás szerint

- a. optimális szabályozások;
- b. kvázi-optimális szabályozások;
- c. nem-optimális (hagyományos) szabályozások.

Az UAVk irányítása, ha rendelkeznek fedélzeti robotpilótával, történhet kézi távvezérléssel, vagy automatikus (autonóm) irányítással. Az UAV fedélzeti modern robotpilóták – ma már rendszerint – digitális szabályozókat használnak (4.2. ábra). A 4.2. ábrán egy hipotetikus UAV szöghelyzet stabilizáló rendszerének működését követhetjük végig.



4.2. ábra. Az UAV robotpilóta működési elve (Forrás: www.google.com).

Az UAV automatikus irányítások az esetek döntő többségében az eltérés elve alapján működnek. Ha az UAV aktuális térbeli helyzete (*Position*) eltér az előírt térbeli helyzettől (*Position Command*), akkor a különbségképző meghatározza a két jel különbségét, a hibajelet, amit a külső hurok szabályozója (*Prefilter*) a saját, előre megadott logikája szerint átalakít, előszűr, erősít, és a belső hurokban ezt a jelet hasonlítja össze a rendszer a belső hurok mért repülési paraméterével (*Szögsebesség – Rate Gyro*).

A belső hurok hibajelét az A/D átalakító kóddá alakítja. A digitális szabályozó elvégzi a hibajel szűrését, erősítését, és bináris kód formájában kialakítja a módosított jellemzőt, vagy a beavatkozó jelet. Tekintettel arra, hogy a beavatkozó szervek (szervomotorok, szelepek, relék, mágneskapcsolók) csak és kizárólag folytonos (analóg) vezérlő jellel irányíthatóak, ezért a módosított jellemzőt D/A átalakító visszaalakítja analóg jellé, amellyel a beavatkozás már elvégezhető.

A beavatkozás eredményeképpen a kormányfelületek, vagy villamos motorok úgy változtatják meg helyzetüket, vagy állapotukat, hogy az UAV adott repülési paramétere megegyezzen az előírt értékkel, és a külső hurokban – ideális esetben – a hibajel zérus legyen. Könnyű belátni, hogy ez az irányítási

elv, ami megengedi az eltérést az ideális helyzettől, és a származtatott hibajel alapján avatkozik be az UAV irányításába, időkéséses, és egyes esetekben holtidős is. E hiányosságok kiküszöbölésére, ha ez járható út, alkalmazzák a kompenzáció elvét. Eme elv szerint egy-egy külső, vagy belső zavarás kialakulásakor, aminek eredményeképpen az UAV várhatóan eltér majd a kívánt repülési helyzetétől, azonnal beavatkozik a repülésszabályozó rendszer, és nem engedi akkora mértékben eltérni az UAVt, mintha csak az eltérés elve szerint működne. A gyakorlatban gyakran együttesen alkalmazzák a két elvet, adott feltételek mellett mindig az előnyösebb módszert használják.

4.3 OPUS CITATUM

- [4.1] Nelson, R. C. *Flight Stability and Control*, McGraw–Hill Companies, Inc., 1998.
- [4.2] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice–Hall International Ltd., New York–London–Toronto–Sydney–Tokyo–Singapore, 1990.
- [4.3] Blakelock, J. H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, New York, 1965.
- [4.4] Szabolcsi, R. *Automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, egyetemi jegyzet, Budapest, 2004.
- [4.5] Pokorádi, L – Szabolcsi, R. *Mathematical Models Applied to Investigate Aircraft Systems*, Monographic Booklet of Pannonian Applied Mathematical Meetings, MB-12, Technical University of Budapest, 1999.
- [4.6] Szabolcsi, R.: *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*. Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [4.7] Moir, I. – Seabridge, A. G.: *Military Avionics Systems*. John Wiley & Sons, Ltd., 2006.
- [4.8] Moir, I. – Seabridge, A. G.: *Aircraft Systems – mechanical, electrical, and avionics subsystems integration*. John Wiley & Sons, Ltd., 2008.
- [4.9] Moir, I. – Seabridge, A. G. – Jukes, M.: *Civil Avionics Systems*. John Wiley & Sons, Ltd., 2013.
- [4.10] Szabolcsi, R. *Korszerű szabályozási rendszerek számítógépes tervezése*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-615-5057-26-7, p415, 2011.
- [4.11] Csáki, F. *Irányítástechnikai kézikönyv*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.

V. FEJEZET

A PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰ ÁLTALÁNOS MOZGÁSEGYENLETEI

„I fly because it releases my mind from the tyranny of petty things . . .”

Antoine de Saint-Exupéry

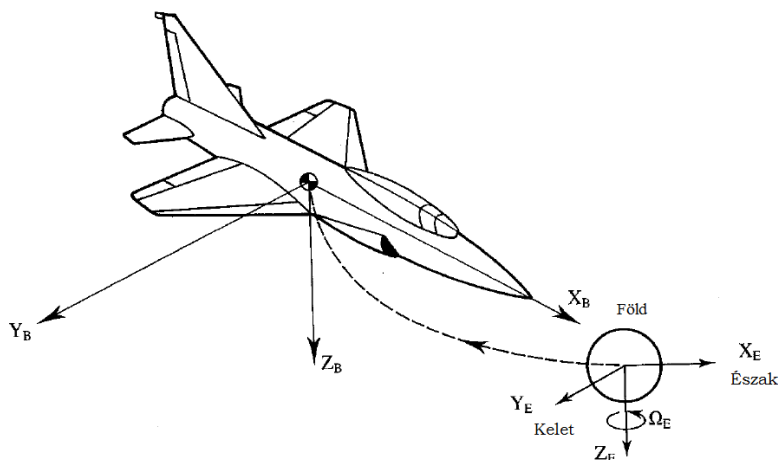
Pilóta nélküli repülőgépek sokféle sárkányszerkezeti megoldással készülnek. A hagyományos pilóta nélküli légi járműveket sárkányszerkezeti kialakításuk és meghajtásuk szerint, az alábbi módon osztályozhatjuk [5.31, 5.32, 5.33]:

- merevszárnyú pilóta nélküli légi járművek;
- forgószárnyas (helikopter) pilóta nélküli légi járművek;
- multirotoros (quadrotor, hexarotor, octorotor) pilóta nélküli légi járművek.

E fejezetben a merevszárnyú pilóta nélküli repülőgépek dinamikus modelljeit vizsgáljuk. A pilóta nélküli légi járművet első közelítésben merev testnek tekintjük, majd külön fejezetben foglalkozunk az aeroelasztikus lengések matematikai modellezésével. Tekintettel eme egyszerűsítő feltételre, a merev szerkezetű UAVt később anyagi ponttal helyettesítjük, amely a háromdimenziós térben összetett mozgást végez.

A merev UAV mozgásegyenleteinek levezetése során egyik fontos feladatunk a vonatkoztatási rendszer megfelelő megválasztása. Ha a repülés során a megoldandó feladat ún. „nagy” navigációs feladat, akkor az inercia (vonatkoztatási) rendszert a távoli csillagokhoz szokás rögzíteni.

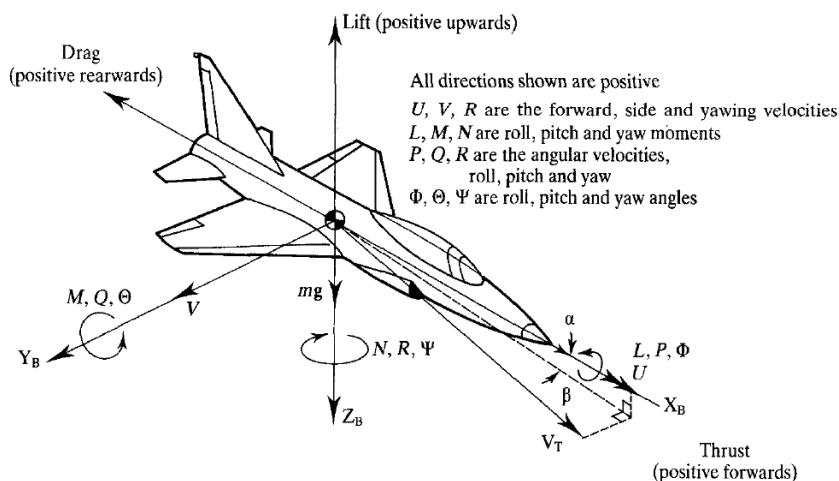
Ha az automatikus repülésszabályozó rendszer (robotpilóta) által megoldott feladat néhány percig, vagy másodpercig tart, ami kisméretű UAVk esetén jól teljesülő feltétel, akkor ez alatt az idő alatt a Föld elhanyagolhatóan kis mértékben változtatja meg helyét a világmindenséghez képest. Ebből kifolyólag az inercia rendszert a távoli csillagoktól áthelyezhetjük a Földre. Így tehát a Földhöz rögzített koordináta-rendszert – jó közelítéssel – inercia rendszernek is tekinthetjük (5.1. ábra).



5.1. ábra. A Földhöz rögzített, és a test koordináta-rendszerek [5.12].

A koordináta-rendszerek megválasztása alapvetően befolyásolja a mozgásegyenletek alakját. A koordináta-rendszerek egyik csoportja az ún. fedélzethez rögzített koordináta rendszer, míg a másik részük ún. földi koordináta-rendszer.

A továbbiakban tekintsünk át néhány repülésmechanikában használt koordináta-rendszert. Speciális feladatok megoldása során széles körben alkalmazták a lokális koordináta-rendszereket, amelyek sajátossága, hogy a koordináta-rendszer középpontjának elhelyezkedése és a tengelyek tájolása is az adott feladatnak megfelelően történik [5.1, 5.2, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12].



5.2. ábra. A test- és az aerodinamikai koordináta-rendszerek [5.12].

Az 5.1. táblázat a merev UAV test-koordináta rendszerben származtatott repülési paramétereit, és jellemzőit foglalja össze.

Repülési paraméterek és jellemzők

5.1. Táblázat

	Hossztengely X	Keresztengely Y	Függőleges tengely Z
Szögsebesség komponensek	p	q	r
Sebesség komponensek	u	v	w
Légerő komponensek	X	Y	Z
Nyomaték komponensek	L	M	N
Főtehetlenségi nyomatékok	I_{xx}	I_{yy}	I_{zz}
Tehetlenségi nyomatékok	I_{yz}	I_{xz}	I_{xy}

A koordináta-rendszerek általában jobbsodrású, derékszögű, háromdimenziós Descartes-koordináta rendszerek. Bizonyos speciális navigációs feladatok megoldása során (pl. irányszög stabilizálása a VOR/DME rendszerrel, automatikus leszállás az ILS, vagy az MLS rendszerrel) azonban széles körben alkalmazzák a polár-koordináta rendszereket is [5.3, 6.4, 5.5, 5.6, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15, 5.16, 5.17]. Esetenként a hengeres és a gömbi koordináta-rendszereket is használják, pl. a repülőgép törzsek, vagy a világűrben mozgó objektumok vizsgálatakor.

5.1 A MEREV UAV EGYENESVONALÚ MOZGÁSÁNAK MATEMATIKAI MODELLJE

A newtoni dinamika alaptörvénye szerint a mozgásmennyiség (impulzus) időegységre eső változása arányos a testre ható külső erők algebrai (előjeles) összegével. Newton II. törvénye az egyenes vonalú mozgásra a következő alakban írható fel [5.10, 5.12, 5.18, 5.19, 5.20]:

$$\mathbf{R} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt}, \quad (5.1)$$

ahol \mathbf{R} az UAVra ható külső erők eredője, \mathbf{v} az UAV Földhöz viszonyított repülési sebessége, m az UAV tömege.

További vizsgálataink során feltételezzük, hogy a propulziós erő állandó, kivéve azokat az eseteket, amikor annak értéke változik (pl. sebességstabilizáló rendszerek), valamint feltételezzük, hogy az UAV tömege nem változik. Alkalmazzuk a kis növekményes módszert, amelynek lényege: a külső erők eredője bármely időpillanatban felírható egy munkaponti, vagy más néven egyensúlyi helyzethez tartozó ún. egyensúlyi érték, valamint zavaró hatásokat figyelembe vevő az ún. kis megzavarásból származó kis értékű növekmény összegeként:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_o + \Delta\mathbf{R} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad (5.2)$$

ahol \mathbf{R}_o a külső erők eredőjének munkaponti értéke, $\Delta\mathbf{R}$ a külső erők változása (differenciája). Definíció szerint a munkaponti repülési helyzetben a külső erők összege nulla $\mathbf{R}_o = 0$, más szóval, az UAV stabilan, eredeti mozgásformáját megtartva repül. A zavarás ebből a stabil egyensúlyi helyzetből mozditja ki a légijárművet. A kis zavarások elmélete szerint a zavarás hatására a külső erők változása egy kis értékkel jellemezhető, jelölje azt $\Delta\mathbf{R}$. Ilyen formán az (5.2) egyenlet az UAV mozgását linearizált formában határozza meg.

Mivel a Földhöz rögzített koordináta rendszert (5.1. ábra) inercia rendszernek tekintjük, ezért az (5.2) egyenlet az alábbi alakban is felírható:

$$\Delta\mathbf{R} = m \left. \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|_E. \quad (5.3)$$

Az (5.3) egyenlet alapján elmondható, hogy az UAV repülése során a \mathbf{v} sebesség vektornak úgy a nagysága, mint az iránya is változhat, ezért a teljes differenciálás szabályát alkalmazva a következő egyenlet írható fel [5.12]:

$$\left. \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|_E = \left. \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|_B + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}, \quad (5.4)$$

ahol az E alsó index a Földhöz rögzített koordináta-rendszerben történő deriválást, míg a B alsó index a test-koordináta-rendszerre vonatkoztatott deriválást jelöli [5.8, 5.12, 5.13, 5.19, 5.20].

Az (5.4) összefüggés kapcsolatot létesít az álló és a mozgó vonatkoztatási rendszer, vagyis a sebességváltozás abszolút és lokális változása között, melyeket esetünkben az E és a B alsó indexek jelölnek. Ismeretes, hogy az egyes

vektor mennyiségek felírhatók a test-koordináta rendszer tengelyeire eső vetületek összegeként is, vagyis

$$\mathbf{v} = \mathbf{i}u + \mathbf{j}v + \mathbf{k}w, \quad (5.5)$$

ahol u a levegőhöz viszonyított repülési sebesség [m/s], v a függőleges sebesség [m/s], w a keresztirányú sebesség [m/s], valamint

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{i}p + \mathbf{j}q + \mathbf{k}r, \quad (5.6)$$

ahol p a hossz tengely körül értelmezett orsózó szögsebesség [rad/s], q a kereszt tengely körül mért bólintási szögsebesség [rad/s], r függőleges tengely körüli legyező szögsebesség [rad/s], és végezetül, az \mathbf{i} , \mathbf{j} és \mathbf{k} vektorok a test koordináta-rendszer tengelyeinek egységvektorai.

Az (5.4) egyenlet jobboldalán szereplő kifejezések az alábbi módon írhatók fel:

$$\left. \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right|_B = \mathbf{i}\dot{u} + \mathbf{j}\dot{v} + \mathbf{k}\dot{w}, \quad (5.7)$$

$$\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix} = \mathbf{i}(qw - vr) + \mathbf{j}(ur - pw) + \mathbf{k}(pv - uq). \quad (5.8)$$

Az eddig követett módszert alkalmazva, a külső erők növekménye szintén felírható a test-koordináta rendszer tengelyeire eső vetületek összegeként:

$$\Delta \mathbf{R} = \mathbf{i}\Delta R_x + \mathbf{j}\Delta R_y + \mathbf{k}\Delta R_z. \quad (5.8)$$

Az (5.3)–(5.8) egyenletek alapján a külső erők növekménye az alábbi alakban is felírható:

$$\Delta \mathbf{R} = m\{\mathbf{i}(\dot{u} + qw - vr) + \mathbf{j}(\dot{v} + ur - pw) + \mathbf{k}(\dot{w} + pv - uq)\}. \quad (5.9)$$

Az (5.8) és az (5.9) egyenletek alapján a test-koordináta rendszer tengelyei mentén a következő ún. komponens mozgásegyenletek írhatók fel [5.8]:

$$\Delta R_x = m(\dot{u} + qw - vr), \quad (5.10)$$

$$\Delta R_y = m(\dot{v} + ur - pw), \quad (5.11)$$

$$\Delta R_z = m(\dot{w} + pv - uq). \quad (5.12)$$

Számos, főleg amerikai szakkönyv az alábbi jelöléseket alkalmazza az erők növekményeire [5.12, 5.13, 5.18, 5.19, 5.20]:

$$\Delta R_x = \Delta X, \Delta R_y = \Delta Y, \Delta R_z = \Delta Z. \quad (5.13)$$

Az (5.13) egyenlettel megadott erőnövekmények segítségével az egyenes vonalú mozgás (5.10)–(5.12) egyenletei az alábbi alakban írható fel:

$$\Delta X = m(\dot{u} + qw - vr), \quad (5.14)$$

$$\Delta Y = m(\dot{v} + ur - pw), \quad (5.15)$$

$$\Delta Z = m(\dot{w} + pv - uq). \quad (5.16)$$

A merevszárnyú UAV mozgását leíró (5.14)–(5.16) linearizált egyenleteket, mint elsőrendű, inhomogén, változó paraméterű differenciál-egyenleteket megoldva lehet meghatározni a légijármű sebességének a test koordináta-rendszer tengelyei mentén vett komponenseit, azaz az $u(t)$, $v(t)$ és a $w(t)$ időfüggvényeket: az (5.14)–(5.16) egyenletrendszer tehát az UAV egyenesvonalú mozgását írja le.

5.2 A MEREV UAV FORGÓ MOZGÁSÁNAK MATEMATIKAI MODELLJE

A dinamika forgó mozgásra vonatkozó alaptörvénye szerint: a perdület (kinetikai nyomaték) időegységre eső változása arányos a testre ható erők által létesített nyomatékok algebrai (előjeles) összegével. Newton forgó mozgásra meghatározott alaptörvényét szokás perdület-tételnek is nevezni, amely a következő alakban is felírható [5.8, 5.9, 5.10, 5.12]:

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{H}}{dt}. \quad (5.17)$$

Alkalmazzuk a kis megzavarás módszerét, amelynek lényege: a külső erők által létesített nyomatékok eredője bármely időpillanatban felírható az egyensúlyi érték, valamint egy kis értékű növekmény összegeként, tehát

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_o + \Delta\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{H}}{dt}, \quad (5.18)$$

ahol \mathbf{M}_o a külső erők által létesített nyomaték munkaponti értéke, $\Delta\mathbf{M}$ a külső erők nyomatékának növekménye (változása). Definíció szerint a munkaponti helyzet a stabil repülési üzemmódon, pl. állandósult fordulóban, $\mathbf{M}_o = 0$. Mivel a Földhöz rögzített koordináta rendszert (5.1. ábra) inercia rendszernek tekintjük, ezért az (5.18) egyenlet az alábbi módon adható meg:

$$\Delta\mathbf{M} = \left\{ \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right\}_E. \quad (5.19)$$

Ismeretes, hogy a kinetikai nyomaték (perdület) az alábbi egyenlet szerint határozható meg [5.12, 5.19, 5.20]:

$$\mathbf{H} = \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}, \quad (5.20)$$

ahol \mathbf{I} a tehetetlenségi mátrix, $\boldsymbol{\Omega}$ a szögsebesség vektora. Ismeretes, hogy az \mathbf{I} tehetetlenségi mátrix a következő kifejezéssel adható meg [5.19, 5.20]:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}, \quad (5.21)$$

ahol I_{ii} az ún. főtehetetlenségi nyomatékokat, míg I_{ij} a tehetetlenségi nyomatékokat jelöli.

Az (5.19) egyenlet alapján elmondható, hogy a \mathbf{H} kinetikai nyomatéknak úgy a nagysága, mint az iránya is változhat, ezért a teljes differenciálás szabályát alkalmazva – az 5.4 egyenlethez hasonlóan – a következő egyenlet írható fel:

$$\Delta \mathbf{M} = \left. \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right|_E = \left. \frac{d\mathbf{H}}{dt} \right|_B + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}. \quad (5.22)$$

Forgassuk be a test koordináta-rendszert a Földhöz rögzített inercia koordináta-rendszerbe. A forgó mozgás egyenlete most a következő lesz:

$$\Delta \mathbf{M} = \mathbf{I} \left\{ \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \right\} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H}. \quad (5.23)$$

Ismeretes, hogy

$$\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \equiv 0, \quad (5.24)$$

ezért az (5.23) egyenlet zárójelben szereplő kifejezése az alábbi egyszerűbb alakban is felírható:

$$\frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} = \mathbf{i}\dot{p} + \mathbf{j}\dot{q} + \mathbf{k}\dot{r}. \quad (5.25)$$

Az (5.23) egyenlet jobboldalán szereplő vektor-szorzat az alábbiak szerint fejthető ki:

$$\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{H} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ p & q & r \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix}. \quad (5.26)$$

Az (5.26) egyenlet jobboldalán látható determináns harmadik sorának elemeit – az (5.21) egyenletnek az (5.20) egyenletbe történő behelyettesítésével – az alábbiak szerint írhatjuk fel [5.12, 5.20]:

$$H_x = I_{xx}p - I_{xy}q - I_{xz}r, \quad (5.27)$$

$$H_y = -I_{yx}p + I_{yy}q - I_{yz}r, \quad (5.28)$$

$$H_z = -I_{zx}p - I_{zy}q + I_{zz}r. \quad (5.29)$$

A hagyományos elrendezésű, merevszárnyú UAVkra általában jó közelítéssel feltételezhető, hogy tehetetlenségi főtengeleik a test koordináta rendszer tengelyeivel egybeesnek. Ugyanakkor feltételezzük, hogy az UAV sárkányszerkezete szimmetrikus az OXZ szimmetria-síkra, ezért igaz az alábbi egyenlet is:

$$I_{xy} = I_{yz} = 0. \quad (5.30)$$

Az (5.30) szimmetria-feltétel teljesülése esetén az (5.27)–(5.29) egyenletek – az $I_{ij} = I_{ji}$ feltétel figyelembe vételével – a következő egyszerű alakban írhatók fel:

$$H_x = I_{xx}p - I_{xz}r, \quad (5.31)$$

$$H_y = I_{yy}q, \quad (5.32)$$

$$H_z = -I_{zx}p + I_{zz}r. \quad (5.33)$$

Helyettesítsük be az (5.31)–(5.33) egyenleteket az (5.26) egyenletbe. A kapott egyenleteket, valamint az (5.25) egyenleteket – az (5.24) egyenlet figyelembe vételével – helyettesítsük az (5.23) egyenletbe. Az UAV test koordináta-rendszerének tengelyei körül a forgó mozgás komponens egyenletei tehát az alábbiak lesznek [5.12, 5.20]:

$$\Delta M_x = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) + qr(I_{zz} - I_{yy}), \quad (5.34)$$

$$\Delta M_y = I_{yy}\dot{q} + I_{xz}(p^2 - r^2) + pr(I_{xx} - I_{zz}), \quad (5.35)$$

$$\Delta M_z = I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}qr. \quad (5.36)$$

A továbbiakban, hasonlóan más szakkönyvekhez, az alábbi jelöléseket alkalmazzuk a nyomatékok növekményeire [5.12, 5.18]:

$$\Delta M_x = \Delta L, \Delta M_y = \Delta M, \Delta M_z = \Delta N. \quad (5.37)$$

Az (5.34)–(5.36) egyenletek – az (5.37) egyenlet figyelembe vételével – az alábbi módon írható fel [5.12, 5.18]:

$$\Delta L = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) + qr(I_{zz} - I_{yy}), \quad (5.38)$$

$$\Delta M = I_{yy}\dot{q} + I_{xz}(p^2 - r^2) + pr(I_{xx} - I_{zz}), \quad (5.39)$$

$$\Delta N = I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}qr. \quad (5.40)$$

A test koordináta-rendszer tengelyei körüli forgó mozgás (5.38)–(5.40) komponens egyenletei elsőrendű, inhomogén, változó paraméterű differenciál-egyenletek, amelyek megoldásaként a test koordináta-rendszer tengelyei körül a komponens szögsebességeinek a $p(t)$, a $q(t)$ és az $r(t)$ időfüggvényeit kapjuk.

A merev UAV térbeli mozgásának matematikai modellje, az egyenes vonalú, és a forgó mozgás egyenletei számos sajátossággal bírnak. E tulajdonságokkal az [5.1, 5.2, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.12, 5.18, 5.19] irodalmak foglalkoznak alaposan és behatóan. A továbbiakban mi is vegyük górcső alá az (5.14)–(5.16), és az (5.38)–(5.40) egyenleteket, és – esetleges egyszerűsítő körülmények után kutatva – vizsgáljuk meg őket.

5.3 NÉHÁNY MEGJEGYZÉS A MEREV UAV EGYENESVONALÚ– ÉS FORGÓ MOZGÁSÁNAK EGYENLETEIVEL KAPCSOLATBAN

Az (5.14)–(5.16) egyenletek alapján elmondható az is, hogy a forgómozgás lényeges mértékben befolyásolja az egyenes vonalú mozgást, míg az (5.38)–(5.40) egyenletek jobb oldali harmadik tagjai nemlineáris, ún. kapcsolt tehetetlenségi tagok. Nagyméretű UAVk esetén, amelyek korlátozott manőverező képességük folytán nem képesek nagy értékű szögsebességek létrehozására, az előbb említett tagokat el lehet hanyagolni, így a forgómozgás egyenletei a test koordináta-rendszerben most az alábbiak lesznek:

$$\Delta L = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq), \quad (5.41)$$

$$\Delta M = I_{yy}\dot{q} + I_{xz}(p^2 - r^2), \quad (5.42)$$

$$\Delta N = I_{zz}\dot{r} - I_{xz}(\dot{p} - qr). \quad (5.43)$$

A térbeli mozgás egyenleteit az alábbiakban is részletezett feltételek mellett tovább egyszerűsíthetjük [5.12, 5.18, 5.19, 5.20]:

1. Számos UAV-ra igaz, hogy az I_{xz} tehetetlenségi nyomatéka kis értékű a többi tehetetlenségi nyomatékhoz képest, ezért azt elhanyagolhatjuk. Eme feltétel általában akkor teljesül, ha a test koordináta rendszer tengelyei egybeesnek az ún. főtehetetlenségi irányokkal.
2. Mivel a $r^2 \ll p^2$, ezért az r^2 kifejezést elhanyagolhatjuk.

3. Korlátozott manőverező képességű UAVk esetén, amelyek csak kis értékű szögsebességgel képesek térbeli helyzetüket megváltoztatni, a pq , a qr , és a $p^2 - r^2$ kifejezések szintén kis értékűek, és elhanyagolhatóak.

Hangsúlyozni szükséges azonban, hogy a térbeli mozgás egyenleteiben bármely tag, vagy kifejezés elhanyagolása csak oly módon történhet, hogy azt tüzetes és alapos vizsgálat előzi meg, hogy az adott elhanyagolás milyen mértékben változtatja meg az UAV, és annak repülésszabályozó rendszere jellemzőit. A modern UAVk például az orsózó és a bólintó mozgás közötti kapcsolt tehetetlenségi „áthatás” miatt irányíthatatlanná is válhatnak. Eme UAVk dőlési manőver végrehajtásakor emelkedő bólintó mozgást is végeznek. Ha az UAV fedélzetén automatikus repülésszabályozó rendszert is alkalmaznak, akkor a bólintó mozgás megakadályozására oly módon térítik ki a magassági kormányt, hogy az azon ébredő légerő által létesített nyomaték ellensúlyozza a dőlésből származó nyomatékot. E jelenség akkor fordulhat elő, ha az $(I_{xx} - I_{zz})pr$ szorzat kellőképpen nagy értékű ahhoz, hogy a bólintó mozgást irányíthatatlanná tegye [5.12]. További hasznos információk és pontos magyarázatok az [5.1, 5.2, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.12, 5.18, 5.19] irodalmakban találhatóak.

5.4 SEGÉDEGYENLETEK A MOZGÁSEGYENLETEK FELÍRÁSÁHOZ

A mozgásegyenletek levezetése során feltételezzük, hogy az mg gravitációs erő az UAV tömegközéppontjában hat, ezért a gravitációs erő változása a tömegközéppont körül nem létesít nyomatékot: a gravitációs erő csak a külső erők eredőjének értékét változtatja meg. Az mg gravitációs erőt rendszerint a Földhöz rögzített koordináta rendszerben szokás megadni: az mg gravitációs erő egybeesik az OZ_o tengely pozitív irányával (5.1. ábra). Mivel a mozgásegyenleteket az UAV-hoz rögzített test-koordináta rendszerben írjuk fel, ezért a gravitációs erő test-koordináta rendszer tengelyeire eső vetületei az alábbiak lesznek [5.12, 5.18]:

$$\delta X = mg \sin (- \Theta) = -mg \sin \Theta , \quad (5.44)$$

$$\delta Y = mg \cos (- \Theta) \sin \Phi = mg \cos \Theta \sin \Phi , \quad (5.45)$$

$$\delta Z = mg \cos (- \Theta) \cos \Phi = mg \cos \Theta \cos \Phi . \quad (5.46)$$

Általános esetben a Φ, Θ, Ψ Euler-szögek nem egyszerű integráljai a p, q, r szögsebességeknek. Az Euler-szögek és a test koordináta-rendszer tengelyei körül a szögsebességek között ismertek az alábbi összefüggések [5.1, 5.2, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.18, 5.19]:

$$p = \dot{\Phi} - \dot{\Psi} \sin \Theta, \quad (5.47)$$

$$q = \dot{\Theta} \cos \Phi + \dot{\Psi} \cos \Theta \sin \Phi, \quad (5.48)$$

$$r = -\dot{\Theta} \sin \Phi + \dot{\Psi} \cos \Theta \cos \Phi, \quad (5.49)$$

vagy az ismert szögsebességek alapján az Euler-szögeket a következő kifejezések segítségével határozhatjuk meg:

$$\dot{\Phi} = p + \dot{\Psi} \sin \Theta, \quad (5.50)$$

$$\dot{\Theta} = q \cos \Phi - r \sin \Phi, \quad (5.51)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{r \cos \Phi}{\cos \Theta} + \frac{q \sin \Theta}{\cos \Theta}. \quad (5.52)$$

Korábban ismeretes, hogy a merev UAV mozgásegyenleteinek levezetése során előfordul, hogy a különféle erőket más és más koordináta-rendszerben kell megadni. Az UAV szöghelyzetét a térben az Euler-szögek adják meg. Ismeretes, hogy a repülésmechanikában használt koordináta-rendszerek közül bármely kettő kölcsönösen egymásba forgatható [5.13].

Vizsgáljuk meg a normál- és a test-koordináta rendszereket. A két koordináta rendszer három, Φ, Θ, Ψ szögekre történő egymás utáni forgatással fedésbe hozható. Az irány-koszinusok forgató mátrixai most az alábbiak lesznek:

$$T_{\Psi} = \begin{bmatrix} \cos \Psi & \sin \Psi & 0 \\ -\sin \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.53)$$

$$T_{\Theta} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & 0 & -\sin \Theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \Theta & 0 & \cos \Theta \end{bmatrix}, \quad (5.54)$$

$$T_{\Phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Phi & \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}. \quad (5.55)$$

Könnyen belátható, hogy a teljes forgató mátrix a következő egyenlettel adható meg [5.8, 5.13, 5.20]:

$$T = T_{\Psi} T_{\Theta} T_{\Phi} = \begin{bmatrix} c\Psi c\Theta & s\Psi s\Theta & -s\Theta \\ c\Psi s\Theta s\Phi - s\Psi c\Phi & s\Psi s\Theta s\Phi + c\Psi c\Phi & c\Theta s\Phi \\ c\Psi s\Theta c\Phi + s\Psi s\Phi & s\Psi s\Theta c\Phi - c\Psi s\Phi & c\Theta c\Phi \end{bmatrix}, \quad (5.56)$$

ahol a rövidebb kifejezések érdekében a $c=\cos$, és az $s=\sin$ jelölést alkalmaztuk a trigonometrikus függvények jelölésére.

Korábbirol ismeretes, hogy a nehézségi gyorsulás \mathbf{g} vektorát az alábbi módon írhatjuk fel a test koordináta-rendszerben:

$$\mathbf{g} = g \{-s\Theta \mathbf{i} + c\Theta c\Phi \mathbf{j} + c\Theta s\Phi \mathbf{k}\}. \quad (5.57)$$

Az UAV Euler-szögeinek mérése hagyományos légijárművek esetén – háromszabadságfokú, elektro-mechanikus giroszkópokkal, vagyis műhorizont rendszerrel, vagy irányszög rendszerrel történik. A műhorizont rendszerben a giroszkóp fő tengelye a helyi függőleges irányába mutat. Az UAV vízszintes síkhoz mért szögeltéréseit (ϕ, θ) szelszin-rendszerekkel érzékelik, és alakítják át a szögértéket vele arányos villamos jellé. A szelszinek változó áramú jelének fázisa meghatározza a tengely körüli forgás irányát, a váltakozó áramú jel középértéke, pedig arányos a szögkitérés nagyságával.

A giroszkópikus irányszögmérő rendszerben a giroszkóp fő tengely vízszintes tájolású. A repülés Ψ irányszögével arányos villamos jelet szelszinek szolgáltatják.

Modern navigációs rendszerekben az Euler-szögeket MEMS-technológiával gyártott inerciális navigációs rendszer érzékeli, és DSP-technológia alkalmazásával alakítja át további feldolgozásra is alkalmas villamos jellé [5.21, 5.22].

5.5 A MEREV UAV HOSSZIRÁNYÚ ÉS OLDALIRÁNYÚ MOZGÁSEGYENLETEI

Ismeretes, hogy az (5.14)–(5.16) egyenletrendszer adja meg az UAV egyenes vonalú mozgásának egyenleteit, és az (5.34)–(5.36) egyenletrendszer írja le a test koordináta-rendszer tengelyei körül a forgó mozgást, míg az (5.44)–(5.46) egyenletek adják meg a gravitációs erő komponenseit. A test koordináta rendszer tengelyei mentén az UAV-ra ható erők eredőit a következő egyenletekkel is megadhatjuk:

$$\mathbf{X} = \Delta \mathbf{X} + \delta \mathbf{X}, \quad (5.58)$$

$$Y = \Delta Y + \delta Y, \quad (5.59)$$

$$Z = \Delta Z + \delta Z, \quad (5.60)$$

ahol δX , δY és δZ a gravitációs erők komponenseit, míg ΔX , ΔY és ΔZ az aerodinamikai és a propulziós erők eredőit jelöli. Az (5.58)–(5.60) egyenletek figyelembe vételével írjuk fel a merev UAV egyenes vonalú-, és a forgó mozgásának egyenleteit a test koordináta rendszerben. A jelölések egyszerűsítése végett az egyenletekben hagyjuk el a Δ jelöléseket [5.8, 5.12]:

$$X = ma_x = m(\dot{u} + qw - vr + g \sin \Theta), \quad (5.61)$$

$$Y = ma_y = m(\dot{v} + ur - pw - g \cos \Theta \sin \Phi), \quad (5.62)$$

$$Z = ma_z = m(\dot{w} + pv - uq - g \cos \Theta \cos \Phi), \quad (5.63)$$

$$L = I_{xx}\dot{p} - I_{xz}(\dot{r} + pq) + qr(I_{zz} - I_{yy}), \quad (5.64)$$

$$M = I_{yy}\dot{q} + I_{xz}(p^2 - r^2) + pr(I_{xx} - I_{zz}), \quad (5.65)$$

$$N = I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + pq(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}qr. \quad (5.66)$$

A merev UAV mozgásegyenleteinek meghatározása során támaszkodunk az (5.47)–(5.52) egyenletekre is [5.12]. Az (5.61)–(5.66) egyenletek nemlineárisak, explicit (négyzetes függvények, trigonometrikus függvények, nemlineáris függvények szorzatai), és implicit nemlinearitásokat tartalmaznak: az erők és a nyomatékok együtthatói nemlineárisan függenek a repülési paraméterektől, pl. a repülési magasságtól, a sebességtől stb. Eme nemlineáris egyenleteknek nincs analitikus megoldása (többek közt azért sem, mert sok nemlineáris hatást is csak közelítő függvényekkel, mérések approximációjával tudunk megadni), ezért a mozgásegyenleteket csak közelítő numerikus módszerek, digitális számítógépek segítségével lehet megoldani. E matematikai feladat megoldása egyszerűvé válhat, ha az UAV mozgását úgy fogjuk fel, mint az egyensúlyi (munkaponti, fő) mozgás, és a zavarások hatására bekövetkező dinamikus mozgás eredője. E módszert szokás kis növekményes, vagy kis zavarásos módszernek is nevezni [5.1, 5.2, 5.7, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12, 5.18, 5.19, 5.20]. A módszert alkalmazva a nemlineáris mozgásegyenletek helyett azok linearizált formáját kapjuk. E módszernek megfelelően minden egyes változó az egyensúlyi, illetve a kis értékű növekmény összegeként írható fel, vagyis:

$$u = u_o + \Delta u, \quad v = v_o + \Delta v, \quad w = w_o + \Delta w, \quad (5.67)$$

$$p = p_o + \Delta p, \quad q = q_o + \Delta q, \quad r = r_o + \Delta r, \quad (5.68)$$

$$L = L_o + \Delta L, \quad M = M_o + \Delta M, \quad N = N_o + \Delta N \text{ stb.}, \quad (5.69)$$

ahol az 'o' alsó index az egyensúlyi értékeket jelöli. Mivel az egyensúlyi helyzetben (pl. egyenes vonalú egyenletes mozgás, vagy stabil, beállt forduló, melyet úgy közelítünk, mintha az UAV a mozgását jellemző pályavonalhoz húzott térbeli érintő mentén haladna) az UAV nem végez gyorsuló mozgást, ezért az (5.61)–(5.66) dinamikus mozgásegyenletek az alábbi alakban írhatók fel [5.12]:

$$X_o = m(q_o w_o - v_o r_o + g \sin \Theta_o), \quad (5.70)$$

$$Y_o = m(u_o r_o - p_o w_o - g \cos \Theta_o \sin \Phi_o), \quad (5.71)$$

$$Z_o = m(p_o v_o - u_o q_o - g \cos \Theta_o \cos \Phi_o), \quad (5.72)$$

$$L_o = q_o r_o (I_{zz} - I_{yy}) - I_{xz} p_o q_o, \quad (5.73)$$

$$M_o = I_{xz} (p_o^2 - r_o^2) + p_o r_o (I_{xx} - I_{zz}), \quad (5.74)$$

$$N_o = p_o q_o (I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz} q_o r_o. \quad (5.75)$$

Az (5.67)–(5.69) egyenleteket helyettesítsük be az (5.61)–(5.66) egyenletekbe, majd a kapott egyenletekből vonjuk ki az (5.70)–(5.75) egyensúlyi egyenleteket. Az alábbi egyenleteket kapjuk [5.12, 5.18]:

$$\Delta X = m(\dot{u} + w_o q + q_o w - v_o r - r_o v + g \cos \Theta_o \theta), \quad (5.76)$$

$$\Delta Y = m(\dot{v} + u_o r + r_o u - w_o p - p_o w - g \cos \Theta_o \cos \Phi_o \phi + g \sin \Theta_o \sin \Phi_o \theta), \quad (5.77)$$

$$\Delta Z = m(\dot{w} + v_o p + p_o v - u_o q - q_o u + g \cos \Theta_o \sin \Phi_o \phi + g \sin \Theta_o \cos \Phi_o \theta), \quad (5.78)$$

$$\Delta L = I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} + (I_{zz} - I_{yy})(q_o r + r_o q) - I_{xz} (p_o q + q_o p), \quad (5.79)$$

$$dM = I_{yy} \dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(p_o r + R_o p) - 2I_{xz} (R_o r - P_o p), \quad (5.80)$$

$$\Delta N = I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(p_o q + q_o p) + I_{xz} (q_o r + r_o q). \quad (5.81)$$

Az (5.76)–(5.81) egyenletek szintén nemlineárisak, ebben az alakjukban csak ritkán használatosak. A gyakorlatban előfordul, hogy szükségesek a test koordináta rendszer tengelyei körül mért szögsebességek, melyek egyenletei az alábbiak:

$$p = \dot{\phi} - \dot{\Psi} \sin \Theta_o - \theta(\dot{\Psi} \cos \Theta_o), \quad (5.82)$$

$$q = \dot{\theta} \cos \Phi_o - \theta(\dot{\Psi}_o \sin \Phi_o \sin \Theta_o) + \dot{\Psi} \sin \Psi_o \cos \Theta, \quad (5.83)$$

$$r = \dot{\Psi} \cos \Theta_o \cos \Phi_o - \phi(\dot{\Psi}_o \cos \Theta_o \sin \Phi_o + \dot{\Psi}_o \cos \Phi_o) - \dot{\theta} \sin \Phi_o - \theta(\dot{\Psi}_o \sin \Theta_o \cos \Theta_o) \quad (5.84)$$

Az (5.82)–(5.84) egyenletek, amelyeket szokás Euler-féle kinematikai egyenleteknek is nevezni, szintén nemlineáris egyenletek, hiszen az egyes változók trigonometrikus függvényeit, illetve azok szorzatait is tartalmazzák. A gyakorlatban eme egyenleteket azok fenti alakjában – tekintettel nemlineáris voltukra – csak ritkán alkalmazzák.

Repülésmechanikában gyakran alkalmazzák azt az elvet, hogy ún. egyszerűbb egyensúlyi helyzetekre vonatkoztatják az (5.82)–(5.84) egyenleteket, amikor úgy az egyenes vonalú, mint a forgómozgás sebességei zérusértékűek. Ilyen egyszerű, kiegyensúlyozott repülési helyzet például a szabályos, csúszásmentes forduló, az állandó pályaszögű emelkedés vagy süllyedés.

A fentiek alapján igaznak véljük az alábbi feltételek teljesülését [5.19, 5.20]:

$$1. \text{ Egyenes vonalú repülés esetén: } \dot{\Psi} = 0, \Theta_o = 0 \quad (5.85)$$

$$2. \text{ Szimmetrikus, csúszásmentes repülés esetén: } \Psi_o = 0, v_o = 0 \quad (5.86)$$

$$3. \text{ Bedőlés nélküli repülés esetén: } \Phi_o = 0 \quad (5.87)$$

Az (5.85)–(5.87) feltételek teljesülése esetén az UAV u_o, w_o, Θ_o munkaponti repülési paraméterekkel rendelkezik, amelyek akár zérusértékűek is lehetnek.

Hagyományos UAV esetén a hosszirányú mozgás u_o sebessége – a repülési tartománynak megfelelően – nagyobb, mint az átesési sebesség. Multitöroros, vagy helikopteres UAVk esetén elérhető, hogy az u_o, w_o, Θ_o paraméterek egyidejűleg zérusértékűek legyenek. A légijárművek eme repülési üzemmódját „Függetlenség”-nek nevezzük.

Összefoglalva az eddig elhangzottakat: az egyenes vonalú mozgás (5.76)–(5.78) egyenletei – az (5.85)–(5.87) feltételek figyelembevételével – az alábbi alakra egyszerűsödnek [5.12]:

$$\Delta X = m(\dot{u} + w_o q + q_o w - r_o v + g \cos \Theta_o \theta), \quad (5.88)$$

$$\Delta Y = m(\dot{v} + u_o r + r_o u - w_o p - p_o w - g \cos \Theta_o \phi), \quad (5.89)$$

$$\Delta Z = m(\dot{w} + p_o v - u_o q - q_o u + g \sin \Theta_o \theta). \quad (5.90)$$

A korábban ismertetett munkaponti repülési helyzetben igazak az alábbi feltételek is [5.12]:

$$q_o = 0, p_o = 0, r_o = 0. \quad (5.91)$$

Elmondható továbbá, hogy forgómozgás (5.79)–(5.81) egyenletei – az (5.91) feltételek figyelembevételével – az alábbi alakra egyszerűsödnek:

$$\Delta L = I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r}, \quad (5.92)$$

$$\Delta M = I_{yy} \dot{q} , \quad (5.93)$$

$$\Delta N = I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p} . \quad (5.94)$$

Az (5.82)–(5.84) egyenletek – az egyenes vonalú, egyenletes repülés esetén – szintén egyszerűbb alakra is hozhatóak [5.12, 5.18]:

$$p = \dot{\phi} - \dot{\Psi} \sin \Theta_o , \quad (5.95)$$

$$q = \dot{\theta} , \quad (5.96)$$

$$r = \dot{\Psi} \cos \Theta_o . \quad (5.97)$$

Az (5.88)–(5.90), és az (5.92)–(5.94) egyenletek az UAVk térbeli mozgásának egyenleteit adják meg. A teljes egyenletrendszer tehát hat szabadságfokú: hat repülési paraméter változását adja meg.

Korábban ismeretes, hogy az egyenletrendszer komponens egyenletei nemlineárisak, az UAV térbeli mozgását eme egyenletek egyidejű megoldásával vizsgálhatjuk meg [5.12, 5.18].

Az előzőekben is feltételezett kiegyensúlyozott repülési (munkaponti) helyzetben az UAV-ra ható eredő erő felbontható a gravitációs, és a tehetetlenségi erők komponenseire. Ez az elv szolgál alapjául az UAVk mozgásfajtáinak definiálására és szétválasztására is. Az UAV mozgását leíró egyenletrendszer elemzésekor megállapítható, hogy azok két csoportra oszthatók. A két egyenlet-rendszer közötti kapcsolat elhanyagolható.

Ilyen formán a repülésmechanikában megkülönböztetjük az UAV hossz-irányú-, és az UAV oldalirányú mozgását. A hosszirányú mozgás az UAV-nak csak a függőleges síkbeli mozgását jelenti. Ilyenkor az UAV az Ox , és a Oz tengelyek mentén egyenes vonalú mozgást, míg az Oy tengely körül forgómozgást végez. A mozgás szabályozását a magassági kormány kitérítésével, és/vagy a tolóerő nagyságának változtatásával érhetjük el. Ezek hatására az UAV nem fog orsózó, vagy legyező mozgásba kezdeni.

Az oldali irányú mozgás az Oy tengely mentén, és az Ox hossz- illetve az Oz függőleges tengelyek körüli elfordulás során valósul meg, mely a csűrőlapok és az oldalkormány megfelelő szögre történő kitérítésével érhető el.

A mozgásfajták származtatását, és meghatározásának feltételeit az 5.2. táblázat foglalja össze [5.8, 5.12, 5.18, 5.19, 5.20].

Hosszirányú mozgás		Oldalirányú mozgás	
Állapot- változói	u hosszirányú sebesség	Állapot- változói	v oldalirányú sebesség
	w a repülőgép függőleges (z tengely szerinti) sebessége		p orsózó szögsebesség
	q bólintási szögsebesség		r legyező szögsebesség
Feltételei	$p=0, r=0, v=0, \Psi=\text{áll.}$	Feltételei	$u=\text{áll.}, w=0, h=\text{áll.}, \theta=\text{áll.}$

Az 5.2. táblázatban foglaltak figyelembevételével a merev UAV hosszirányú mozgásának egyenletei az alábbiak lesznek [5.12]:

$$\Delta X = m(\dot{u} + w_o q + g \cos \Theta_o \theta), \quad (5.98)$$

$$\Delta Z = m(\dot{w} - U_o q + g \sin \Theta_o \theta), \quad (5.99)$$

$$\Delta M = I_{yy} \dot{q}, \quad (5.100)$$

míg az oldalirányú mozgás egyenletei a következő alakban írhatók fel [5.12]:

$$\Delta Y = m(\dot{v} + u_o r - w_o p - g \cos \Theta_o \phi), \quad (5.101)$$

$$\Delta L = I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r}, \quad (5.102)$$

$$\Delta N = I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p}. \quad (5.103)$$

Megjegyzés: A merev UAV mozgásfajtáinak szétválasztáskor tehát feltételezzük, hogy a hosszirányú-, és az oldalirányú irányítási csatornák között nincs „áthatalás”, az UAV-nak nincs ún. kapcsolt mozgása. A valóságban azonban a propulziós erő, valamint az aerodinamikai erők révén jelentős mértékű lehet az áthatalás az egyes irányítási csatornák között [5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.7, 5.8, 5.12, 5.18, 5.19, 5.20], így a fent bemutatott elv csak nagy pontatlanságok, és nagy hibák mellett alkalmazható.

5.5.1 A merev UAV hosszirányú nemlineáris mozgás-egyenleteinek linearizálása

Az (5.98)–(5.100) egyenletek baloldali mennyiségei többváltozós függvények. Ismeretes, hogy

$$\Delta X = f_1(u, \dot{u}, w, \dot{w}, q, \dot{q}, \delta_E, \dot{\delta}_E), \quad (5.104)$$

$$\Delta Z = f_2(u, \dot{u}, w, \dot{w}, q, \dot{q}, \delta_E, \dot{\delta}_E), \quad (5.105)$$

$$\Delta M = f_3(u, \dot{u}, w, \dot{w}, q, \dot{q}, \delta_E, \dot{\delta}_E). \quad (5.106)$$

Az (5.104)–(5.106) függvények definiálásakor először feltételezzük, hogy a repülés állandó sebességgel történik, állandó és kis értékű az emelkedési szög, állandó- és kis értékű az UAV állásszöge, a repülés csúszásmentes, és végül, állandó a Reynolds-szám is. Ebben az esetben az (5.104) – (5.106) egyenletek nullával egyenlők: stabil repülési módot, egyensúlyi helyzetet definiálnak.

Az (5.104)–(5.106) nemlineáris, többváltozós függvények differenciálásakor feltételeztük továbbá, hogy az UAV hosszirányú mozgására csak a magassági kormány δ_E szögkitérése van hatással. Amennyiben a hosszirányú mozgás állapot-változóinak megváltoztatására más kormányfelületet (pl. teljesen elmozduló vízszintes farokfelület, fékszárnyak, féklapok, elevonok, spojlerok, tabulátorok, stb.), illetve beavatkozó szervet (pl. hajtómű) alkalmaznak, akkor eme eszközök és berendezések vezérlő jelei, mint független változók, is kell, hogy szerepeljenek az egyes függvényekben.

Végül tegyük fel, hogy a munkapontból kimozdulva, azaz bármilyen beavatkozás (kormány szerv kitérítés), vagy zavarás (pl. szélleökés) hatására bekövetkező változáskor az (5.104)–(5.106) függvényekre teljesülnek a Taylor-sorfejtés elengedhetetlen kritériumai, vagyis a munkapontban, és annak környékén a függvények folytonosak, végtelen sokszor deriválhatóak, és a végtelen sor jól közelíti az első differenciálhányadost is magába polinom, a Taylor-sor második-, és magasabb rendű differenciálhányadosokat tartalmazó tagok együttesen, összességükben is elhanyagolhatóan kis értékűek. Az (5.104)–(5.106) nemlineáris függvényeket fejtsük Taylor-sorba. Az alábbi egyenleteket kapjuk [5.12]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial X}{\partial u} u + \frac{\partial X}{\partial \dot{u}} \dot{u} + \frac{\partial X}{\partial w} w + \frac{\partial X}{\partial \dot{w}} \dot{w} + \frac{\partial X}{\partial q} q + \frac{\partial X}{\partial \dot{q}} \dot{q} + \\ & + \frac{\partial X}{\partial \delta_E} \delta_E + \frac{\partial X}{\partial \dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E = m(\dot{u} + w_o q + g \cos \Theta_o \theta) \end{aligned}, \quad (5.107)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Z}{\partial u} u + \frac{\partial Z}{\partial \dot{u}} \dot{u} + \frac{\partial Z}{\partial w} w + \frac{\partial Z}{\partial \dot{w}} \dot{w} + \frac{\partial Z}{\partial q} q + \frac{\partial Z}{\partial \dot{q}} \dot{q} + \\ & + \frac{\partial Z}{\partial \delta_E} \delta_E + \frac{\partial Z}{\partial \dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E = m(\dot{w} - u_o q + g \sin \Theta_o \theta) \end{aligned}, \quad (5.108)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial M}{\partial u} u + \frac{\partial M}{\partial \dot{u}} \dot{u} + \frac{\partial M}{\partial w} w + \frac{\partial M}{\partial \dot{w}} \dot{w} + \frac{\partial M}{\partial q} q + \frac{\partial M}{\partial \dot{q}} \dot{q} + \\ & + \frac{\partial M}{\partial \delta_E} \delta_E + \frac{\partial M}{\partial \dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E = I_{yy} \dot{q} \end{aligned} \quad (5.109)$$

Rendezzük az (5.107)–(5.109) egyenleteket, és vezessük be az alábbi egyszerű jelöléseket [5.8, 5.12, 5.18, 5.29, 5.20]:

$$X_x = \frac{1}{m} \frac{\partial X}{\partial x}, \quad (5.110)$$

$$Z_x = \frac{1}{m} \frac{\partial Z}{\partial x}, \quad (5.111)$$

$$M_x = \frac{1}{I_{yy}} \frac{\partial M}{\partial x}, \quad (5.112)$$

ahol a baloldalon található kifejezések alsó indexe reprezentálja azokat a változókat, amelyek szerint az adott függvény parciális differenciálását elvégezzük. Az (5.110)–(5.112) egyenletekben megadott kifejezéseket szokás derivatív együttthatóknak is nevezni [5.8, 5.12, 5.18].

Az UAV hosszirányú mozgásának (5.107)–(5.109) egyenletei – az (5.110)–(5.112) jelöléseket alkalmazva – a következő alakban írható fel:

$$\begin{aligned} \dot{u} = & X_u u + X_{\dot{u}} \dot{u} + X_w w + X_{\dot{w}} \dot{w} + X_q q + X_{\dot{q}} \dot{q} + \\ & - w_o q - g \cos \Theta_o \theta + X_{\delta_E} \delta_E + X_{\dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E \end{aligned} \quad (5.113)$$

$$\begin{aligned} \dot{w} = & Z_u u + Z_{\dot{u}} \dot{u} + Z_w w + Z_{\dot{w}} \dot{w} + Z_q q + Z_{\dot{q}} \dot{q} + \\ & + u_o q - g \sin \Theta_o \theta + Z_{\delta_E} \delta_E + Z_{\dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E \end{aligned} \quad (5.114)$$

$$\begin{aligned} \dot{q} = & M_u u + M_{\dot{u}} \dot{u} + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\dot{q}} \dot{q} + \\ & + M_{\delta_E} \delta_E + M_{\dot{\delta}_E} \dot{\delta}_E \end{aligned} \quad (5.115)$$

A merev UAV hosszirányú mozgásának (5.113)–(5.115) egyenleteit szokás kiegészíteni az (5.96) egyszerűsített Euler-féle kinematikai egyenlettel, amely lineáris kapcsolatot ad meg a bólintási szögsebesség, és a bólintási szög értéke között.

Számos merev UAV aerodinamikai jellemzőjének tanulmányozása után a szakemberek arra a következtetésre jutottak, hogy nem minden derivatív együtttható mutat szignifikáns értéket: számos kis értékű derivatív együtttható ily módon elhanyagolható. Mindazonáltal meg kell említeni, hogy a derivatív együttthatók elhanyagolása egy-egy UAV esetében is csak a repülési feltéte-

lek pontos ismerete esetén lehetséges. Ezért egy-egy derivatív együtttható elhanyagolása előtt a megfelelő aerodinamikai jellemzőket meg kell vizsgálni. Általában igaz, hogy az alábbi kis értékű derivatív együttthatók elhanyagolása nem okoz nagy hibát [5.12]:

$$X_{\dot{u}}, X_q, X_{\dot{w}}, X_{\delta_E}, Z_{\dot{u}}, Z_{\dot{w}}, Z_{\dot{\delta_E}}, M_{\dot{u}}, M_{\dot{\delta_E}}. \quad (5.116)$$

A Z_q derivatív együtttható nagy értékű, és szintén nagy értékű U_o repülési sebesség mellett – rendszerint – elhanyagolható. Fel kell hívnunk a figyelmet továbbá arra is, hogy a multirotoros, vagy helikopteres UAVk függésének vizsgálata során a derivatív együttthatót elhanyagolni nem szabad. Az (5.116) feltéti figyelembevételével a merev UAV hosszirányú mozgásának linearizált matematikai modellje a következő egyenletekkel adható meg [5.12]:

$$\dot{u} = X_u u + X_w w + w_o q - g \cos \Theta_o \theta, \quad (5.117)$$

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + u_o q - g \sin \Theta_o \theta + Z_{\delta_E} \delta_E, \quad (5.118)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E, \quad (5.119)$$

$$\dot{\theta} = q. \quad (5.120)$$

Megjegyezzük, hogy vannak esetek, mint pl. nagy állásszögű repülés, amikor a vázolt hatásokon túlmenően további derivatív tényezőket kell, illetve lehet bevezetni az (5.104) – (5.106) összefüggéseket kibővítve.

Az (5.117)–(5.119) egyenletek egyenes vonalú mozgás gyorsulására felírt elsőrendű, lineáris, állandó együttthatójú, inhomogén differenciálegyenlet, míg az (5.120) egyenlet szöggyorsulásra felírt, elsőrendű, állandó együttthatójú, lineáris differenciálegyenlet. A hosszirányú mozgás egyenletrendszerét megoldva a keresett állapotváltozókat $'\text{ms}^{-1}$, és $'\text{s}^{-1}$ mértékegységgel kapjuk meg. A digitális számítógépes környezetben megvalósított numerikus algoritmusú modellezés sajátosságaiából kiindulva a gyakorlatban előnyös, ha a hosszirányú mozgásegyenleteket dimenzió nélküli derivatív együttthatókkal írjuk fel, ún. 'dimenzió nélküli' időben [5.8, 5.12, 5.18, 5.19, 5.20].

5.5.2 A merev UAV oldalirányú nemlineáris mozgásegyenleteinek linearizálása

Az 5.2. táblázatban megadott feltételek mellett az (5.88)–(5.90) és az (5.92)–(5.94) dinamikus egyenletek, valamint az (5.95)–(5.97) kinematikai egyenletek alapján a merev UAV oldalirányú mozgásegyenletei az alábbiak lesznek:

$$\Delta Y = m(\dot{v} + u_o r - w_o p - g \cos \Theta_o \phi), \quad (5.121)$$

$$\Delta L = I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r}, \quad (5.122)$$

$$\Delta N = I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p}, \quad (5.123)$$

$$\dot{p} = \dot{\phi} - \dot{\Psi} \sin \Theta_o, \quad (5.124)$$

$$\dot{r} = \dot{\Psi} \cos \Theta_o. \quad (5.125)$$

Az (5.121)–(5.123) egyenletek baloldali mennyiségei többváltozós függvények. Ismeretes, hogy

$$\Delta Y = f_1(v, \dot{v}, r, \dot{r}, p, \dot{p}, \delta_A, \delta_R), \quad (5.126)$$

$$\Delta L = f_2(v, \dot{v}, r, \dot{r}, p, \dot{p}, \delta_A, \delta_R), \quad (5.127)$$

$$\Delta N = f_3(v, \dot{v}, r, \dot{r}, p, \dot{p}, \delta_A, \delta_R). \quad (5.128)$$

Az (5.126)–(5.128) nemlineáris, többváltozós függvények differenciálásakor kövessük az 5.5.1. pontban leírtakat feltéve, hogy a munkapontban a repülési üzemmód stabil, állandó és kis értékű az UAV állásszöge.

Az (5.126)–(5.128) függvények linearizálásakor feltételeztük továbbá, hogy a hagyományos kormányzású UAV oldalirányú mozgására a csűrőlapok δ_A szögkitérése, valamint az oldalkormány δ_R szögkitérése van hatással. Amennyiben az oldalirányú mozgás állapot-változóinak megváltoztatására más kormányfelületet (pl. teljesen elmozduló függőleges farokfelület, elevonok, tabulátorok stb.) alkalmaznak, akkor eme kormányfelületek szögkitérései, mint független változók, is kell, hogy szerepeljenek az egyes függvényekben.

Feltételezzük, hogy az (5.126)–(5.128) függvényekre teljesülnek a Taylor-sorfejtés elengedhetetlen kritériumai, vagyis a munkapontban, és annak környékén a függvények folytonosak, végtelen sokszor differenciálhatóak, és a végtelen sort jól közelíti az első differenciálhányadost is magába foglaló tag, a Taylor-sor második és magasabb rendű differenciálhányadosokat tartalmazó tagjai összegükben is elhanyagolhatóan kis értékűek. Az (5.126)–(5.128) nemlineáris függvényeket fejtsük Taylor-sorba. Az alábbi egyenleteket kapjuk [5.12, 5.18]:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial Y}{\partial v} v + \frac{\partial Y}{\partial \dot{v}} \dot{v} + \frac{\partial Y}{\partial r} r + \frac{\partial Y}{\partial \dot{r}} \dot{r} + \frac{\partial Y}{\partial p} p + \frac{\partial Y}{\partial \dot{p}} \dot{p} + \frac{\partial Y}{\partial \delta_A} \delta_A + \frac{\partial Y}{\partial \delta_R} \delta_R =, \quad (5.129) \\ & = m(\dot{v} + u_o r - w_o p - g \cos \Theta_o \phi) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial v}v + \frac{\partial L}{\partial \dot{v}}\dot{v} + \frac{\partial L}{\partial r}r + \frac{\partial L}{\partial \dot{r}}\dot{r} + \frac{\partial L}{\partial p}p + \frac{\partial L}{\partial \dot{p}}\dot{p} + \frac{\partial L}{\partial \delta_A}\delta_A + \frac{\partial L}{\partial \delta_R}\delta_R = , \quad (5.130)$$

$$= I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r}$$

$$\frac{\partial N}{\partial v}v + \frac{\partial N}{\partial \dot{v}}\dot{v} + \frac{\partial N}{\partial r}r + \frac{\partial N}{\partial \dot{r}}\dot{r} + \frac{\partial N}{\partial p}p + \frac{\partial N}{\partial \dot{p}}\dot{p} + \frac{\partial N}{\partial \delta_A}\delta_A + \frac{\partial N}{\partial \delta_R}\delta_R = . \quad (5.131)$$

$$= I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p}$$

Az (5.129)–(5.131) egyenletekben vezessük be az alábbi egyszerű jelöléseket [5.12, 5.18]:

$$Y_j = \frac{1}{m} \frac{\partial Y}{\partial j}, \quad (5.132)$$

$$L_j = \frac{1}{I_{xx}} \frac{\partial L}{\partial j}, \quad (5.133)$$

$$N_j = \frac{1}{I_{zz}} \frac{\partial N}{\partial j}, \quad (5.134)$$

ahol a baloldalon található kifejezések 'j' alsó indexe reprezentálja azokat a változókat, amelyek szerint az adott függvény parciális differenciálását elvégezzük. Az (5.132)–(5.134) egyenletekben megadott kifejezéseket szokás derivatív együtthatóknak is nevezni [5.8, 5.12, 5.18, 5.20].

Az UAV oldalirányú mozgásának (5.121)–(5.123) egyenletei – az (5.129)–(5.134) egyenletek figyelembe vételével és értelemszerű alkalmazásával – néhány egyszerű matematikai átalakítás után a következő alakban írhatók fel:

$$\dot{v} = Y_v v + Y_{\dot{v}} \dot{v} + Y_r r + Y_{\dot{r}} \dot{r} + Y_p p + Y_{\dot{p}} \dot{p} + Y_{\delta_A} \delta_A + Y_{\delta_R} \delta_R + , \quad (5.135)$$

$$+ u_o r - w_o p - g \cos \Theta_o \phi$$

$$\dot{p} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + L_v v + L_{\dot{v}} \dot{v} + L_r r + L_{\dot{r}} \dot{r} + L_p p + L_{\dot{p}} \dot{p} + L_{\delta_A} \delta_A + L_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.136)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + N_v v + N_{\dot{v}} \dot{v} + N_r r + N_{\dot{r}} \dot{r} + N_p p + N_{\dot{p}} \dot{p} + N_{\delta_A} \delta_A + N_{\delta_R} \delta_R. \quad (5.137)$$

Hagyományos építésű, hagyományos elrendezésű UAVk-ra jó közelítéssel igaz, hogy a következő derivatív együtthatók kis értékűek, ezért gyakran elhanyagolják őket:

$$Y_{\dot{v}}, Y_p, Y_{\dot{p}}, Y_r, Y_{\dot{r}}, Y_{\delta_A}, L_{\dot{v}}, L_{\dot{r}}, N_{\dot{v}}, N_{\dot{r}}. \quad (5.138)$$

Megjegyezzük, hogy kis értékű U_o repülési sebesség esetén a Y_r derivatív együttható nagy értékű is lehet, és nem hanyagolható el a többi derivatív együtthatóhoz képest.

Az (5.138) egyenlet figyelembe vételével a merev UAVk linearizált oldalirányú mozgásegyenletei az alábbiak lesznek [5.12, 5.20]:

$$\dot{v} = Y_v v + u_o r - w_o p - g \cos \Theta_o \phi + Y_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.139)$$

$$\dot{p} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + L_v v + L_r r + L_p p + L_{\delta_A} \delta_A + L_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.140)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + N_v v + N_r r + N_p p + N_{\delta_A} \delta_A + N_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.141)$$

$$\dot{p} = \dot{\phi} - \dot{\Psi} \sin \Theta_o, \quad (5.142)$$

$$\dot{r} = \dot{\Psi} \cos \Theta_o. \quad (5.143)$$

Az (5.139) egyenlet lineáris gyorsulásra felírt elsőrendű, állandó együtthatójú, inhomogén differenciálegyenlet, míg az (5.140)–(5.141) egyenletek szöggyorsulásra felírt, elsőrendű, állandó együtthatójú, inhomogén differenciálegyenletek.

Az oldalirányú mozgás egyenletrendszerét megoldva a keresett állapotváltozókat ' ms^{-1} ', és ' s^{-1} ' mértékegységgel kapjuk meg. A numerikus algoritmusú modellezés sajátosságaiból kiindulva a gyakorlatban előnyös, ha az oldalirányú mozgásegyenleteket dimenzió nélküli derivatív együtthatókkal írjuk fel, ún. 'dimenzió nélküli' időben [5.8, 5.12, 5.18, 5.20].

5.6 A MEREV UAV MOZGÁSEGYENLETEINEK FELÍRÁSA A TEST-KOORDINÁTA RENDSZERBEN

A merev UAV (5.88)–(5.90) egyenleteinek baloldalán álló X , Y és Z eredő erők aerodinamikai összetevői a test-koordináta rendszerben megadott oldal-erő, felhajtóerő, és a légellenállás. Nem szimmetrikus repülések esetén, amikor a repülés \mathbf{v} sebességvektora nem az UAV szimmetriasiskjában fekszik, akkor a sebességvektor helyzetét a test-koordináta rendszerhez képest két szögérték, az α állásszög, és a β csúszási szög határozza meg. A \mathbf{v} repülési sebesség vektor test koordináta-rendszer tengelyeire eső komponenseit az alábbi egyenletek segítségével határozhatjuk meg [5.12, 5.18]:

$$u = v \cos \beta \cos \alpha, \quad (5.144)$$

$$v = v \sin \beta, \quad (5.145)$$

$$w = v \cos \beta \sin \alpha. \quad (5.146)$$

Korábban ismeretes, hogy szimmetrikus repülések esetén $v_o = 0$. Ezért, ha a test koordináta-rendszer tengelyei úgy irányítottak, hogy teljesül a $w_o = 0$ feltétel, akkor igaz, hogy $\alpha = 0$, és $\beta = 0$. Ebben az esetben igaz, hogy

$$u_o = v. \quad (5.147)$$

A test koordináta-rendszer eme elhelyezkedése azt jelenti, hogy az OXY sík egyben a vízszintes síkot is reprezentálja, mivel a

$$\Theta_o = \gamma_o + \alpha_o \quad (5.148)$$

egyenletben igaz, hogy $\alpha = 0$.

Az eddig elhangzottak alapján a merev UAV test koordináta-rendszerében – $W_o = 0$ és $\Theta_o = \gamma_o$ feltételek teljesülése esetén – a hosszirányú mozgás egyenletei a következő alakban írható fel:

$$\dot{u} = X_u u + X_w w - g \cos \gamma_o \theta, \quad (5.149)$$

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + u_o q - g \sin \gamma_o \theta + Z_{\delta_E} \delta_E, \quad (5.150)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E, \quad (5.151)$$

$$\dot{\theta} = q, \quad (5.152)$$

míg az oldalirányú mozgás linearizált egyenletei az alábbiak lesznek:

$$\dot{v} = Y_v v + u_o r - g \cos \gamma_o \phi + Y_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.153)$$

$$\dot{p} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + L_v v + L_r r + L_p p + L_{\delta_A} \delta_A + L_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.154)$$

$$\dot{r} = \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + N_v v + N_r r + N_p p + N_{\delta_A} \delta_A + N_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.155)$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan \gamma_o, \quad (5.156)$$

$$\dot{\Psi} = r / \cos \gamma_o. \quad (5.157)$$

Az (5.154) és az (5.155) egyenletekben szereplő tehetetlenségi nyomatékok egyszerűen kiküszöbölhetőek: a hivatkozott egyenletekben alkalmazzuk az alábbi helyettesítéseket [5.12, 5.14, 5.15, 5.16, 5.17, 5.18]:

$$\dot{L}_\beta = L_\beta + I_B N_\beta, \quad \dot{N}_\beta = N_\beta + I_A L_\beta, \quad (5.158)$$

$$\dot{L}_p = L_p + I_B N_p, \quad \dot{N}_p = N_p + I_A L_p, \quad (5.159)$$

$$\dot{L}_r = L_r + I_B N_r, \quad \dot{N}_r = N_r + I_A L_r, \quad (5.160)$$

$$\dot{L}_{\delta_A} = L_{\delta_A} + I_B N_{\delta_A}, \quad \dot{N}_{\delta_A} = N_{\delta_A} + I_A L_{\delta_A}, \quad (5.161)$$

$$\dot{L}_{\delta_R} = L_{\delta_R} + I_B N_{\delta_R}, \quad \dot{N}_{\delta_R} = N_{\delta_R} + I_A L_{\delta_R}, \quad (5.162)$$

ahol:

$$I_A = \frac{I_{xz}}{I_{xx}}, \quad (5.163)$$

$$I_B = \frac{I_{xz}}{I_{zz}}. \quad (5.164)$$

A merev UAV (5.153)–(5.157) oldalirányú mozgásegyenletei – az (5.158) egyenletek figyelembevételével a következő alakban is felírhatók:

$$\dot{v} = Y_v v + u_o r - g \cos \gamma_o \phi + Y_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.165)$$

$$\dot{p} = L_v v + L_r r + L_p p + L_{\delta_A} \delta_A + L_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.166)$$

$$\dot{r} = N_v v + N_r r + N_p p + N_{\delta_A} \delta_A + N_{\delta_R} \delta_R, \quad (5.167)$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan \gamma_o, \quad (5.168)$$

$$\dot{\Psi} = r \sec \gamma_o. \quad (5.169)$$

A merev UAV linearizált matematikai modelljeivel az [5.5, 5.8, 5.9, 5.10, 5.12, 5.18, 5.19, 5.20] irodalmak foglalkoznak részletesen.

5.7 A MEREV UAV EGYENSÚLYI MOZGÁSEGYENLETEI

Korábban, a merev UAV mozgásegyenleteinek linearizálása során már találkoztunk az egyensúlyi repülés helyzet fogalmával. A repülési helyzetek kiemelt helyet foglalnak el az automatikus repülésszabályozás elméletében, hiszen e repülési üzemmódokat tekintjük a munkaponti, kezdeti repülési helyzetnek, amelyhez képest vizsgáljuk az egyes repülési paraméterek változását. Az ismert repülési helyzet paraméterei azt a célt is szolgálják, hogy segítségével a mozgásegyenletekből kiküszöböljük az egyensúlyi paramétereket, erőket és nyomatékokat [5.12, 5.19].

5.7.1 Az egyenes vonalú, egyenletes repülés

A kiegyensúlyozott, egyenes vonalú egyenletes repülés a legegyszerűbb repülési helyzet, amikor az összes idő szerinti derivált zérusértékű, és az UAV nem gyorsul a tömegközépponthoz képest. Ezért, zérusértékű differenciálhányadosok, és zérusértékű szögsebességek esetén a merev UAV (5.61)–(5.66) általános mozgásegyenletei az alábbi egyszerű alakban írhatók fel [5.12]:

$$X_o = mg \sin \Theta, \quad (5.170)$$

$$Y_o = -mg \cos \Theta \sin \Phi, \quad (5.171)$$

$$Z_o = -mg \cos \Theta \cos \Phi, \quad (5.172)$$

$$L_o = M_o = N_o = 0. \quad (5.173)$$

Ha a repülés kiegyensúlyozott, stabil üzemmódon valósul meg, akkor a bedöntési szög zérusértékű, vagyis igazak az alábbi egyenletek:

$$X_o = mg \sin \Theta, \quad (5.174)$$

$$Y_o = 0, \quad (5.175)$$

$$Z_o = -mg \cos \Theta, \quad (5.176)$$

$$L_o = M_o = N_o = 0. \quad (5.177)$$

5.7.2 A szabályos forduló

A szabályos forduló esetén az összes idő szerinti derivált zérusértékű, a ϕ bedöntési szög állandó, ezért a dőlési szögsebesség zérusértékű, a Θ bólintási szög állandó, tehát a bólintási szögsebesség zérusértékű, a Ψ legyező szög állandó szögsebességgel változik. A szabályos fordulókat általában kis értékű bedöntési szög mellett hajtják végre, ezért az (5.47)–(5.49) Euler-egyenleteket az alábbi egyszerű alakban is megadhatjuk [5.12, 5.18, 5.19]:

$$p = -\dot{\Psi} \sin \Theta \cong -\dot{\Psi} \theta, \quad (5.178)$$

$$q = \dot{\Psi} \cos \Theta \sin \Phi \cong \dot{\Psi} \sin \Phi, \quad (5.179)$$

$$r = \dot{\Psi} \cos \Theta \cos \Phi \cong \dot{\Psi} \cos \Phi. \quad (5.180)$$

Mivel a szabályos forduló végrehajtása során $\dot{\Psi} = \text{áll.}$, és tipikusan kis értékű, ezért a p , q és az r szögsebességek szorzatai elhanyagolhatóan kis értékűek. A csúszásmentes, szabályos forduló végrehajtása során az Y oldal-erő zérusértékű, míg a \mathbf{v} sebességvektornak csak az Ox és az Oz tengely irányában van komponense, vagyis v nullával egyenlő, a w pedig kicsi, mivel az

állásszög is eléggé kicsi. Ezért a szabályos fordulóra igazak az alábbi egyenletek [5.18]:

$$\Delta X = mg \Theta, \quad (5.181)$$

$$\Delta Y = 0, \quad (5.182)$$

$$\Delta Z = -m(\dot{\Psi}u \sin \Phi + g \cos \Phi), \quad (5.183)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{g}{u_o} \tan \Phi, \quad (5.184)$$

$$\Delta L = \Delta M = \Delta N = 0. \quad (5.185)$$

5.7.3 Az egyenletes bólintó mozgás

A merev UAV az egyenletes bólintó mozgást a kereszt tengely körül állandó q bólintási szögsebességgel hajtja végre, a bólintási szög folyamatosan változik. Ez a repülés a függőleges síkban végrehajtott forduló, ami kvázi-egyenletesnek mondható. A repülés során az u hosszirányú, és a w függőleges sebesség változik, míg a csúszás v sebessége zérusértékű. Az egyenletes bólintó mozgás a hosszirányú mozgás egyik sajátos fajtája, ezért – az 5.2. táblázatban megadott feltételek mellett – az oldalirányú mozgás paraméterei zérusértékűek:

$$p = r = \Phi = \Psi = 0, \quad (5.186)$$

A fent ismertetett feltételek mellett a merev UAV kvázi-egyenletes, hosszirányú mozgásegyenletei az alábbiak lesznek:

$$\Delta X = m(\dot{u} + qw + g \sin \Theta), \quad (5.187)$$

$$\Delta Y = 0, \quad (5.188)$$

$$\Delta Z = m(\dot{w} - uq - g \cos \Theta), \quad (5.189)$$

$$\Delta L = \Delta M = \Delta N = 0. \quad (5.190)$$

Nagy értékű bólintási szögsebességek esetén (pl. az UAV hirtelen felrántásakor, ha az UAV összeütközést elkerülő manővert hajt végre) az \dot{u} , és a \dot{w} lineáris gyorsulások kis értékűek, ezért az (5.187)–(5.190) egyenletek a következő módon írható fel:

$$\Delta X = m(q_o w_o + g \sin \Theta_o), \quad (5.191)$$

$$\Delta Y = 0, \quad (5.192)$$

$$\Delta Z = -m(u_o q_o + g \cos \Theta_o), \quad (5.193)$$

$$\Delta L = \Delta M = \Delta N = 0. \quad (5.194)$$

Az (5.193) egyenletből – egyszerű matematikai átalakítással – már könnyen kifejezhető a kvázi-egyenletes bólintó mozgás szögsebessége:

$$q_o = \frac{g}{u_o} \left(-\frac{\Delta Z}{mg} - \cos \Theta_o \right) = \frac{g}{u_o} (-n_{z_B} - \cos \Theta_o). \quad (5.195)$$

5.8 A MEREV UAV KIEGÉSZÍTŐ (SEGÉD) MOZGÁSEGYENLETEI

A merev UAV automatikus repülésszabályozó rendszerének tervezőit sokszor nem elégíti ki az UAV mozgásegyenleteinek megoldásaként meghatározott repülési paraméterek (egyenes vonalú mozgás u sebessége, a w függőleges sebesség, a v csúszási sebesség, a q bólintó szögsebesség, a p orsózó szögsebesség, és végül, az r legyező szögsebesség) ismerete. A gyakorlatban ezért sokszor van dolgunk a merev UAV kiegészítő (segéd) mozgásegyenleteivel, amelyek megoldásaként az UAV fedélzetén érzékelőkkel mérhető repülési paramétereket kapunk.

5.8.1 A hosszirányú mozgás segédegyenletei

Az UAV tömegközéppontjában mért függőleges gyorsulás (csúszásmentes repüléskor) az alábbi egyenlet segítségével számítható ki [5.8, 5.12]:

$$a_{Z_{cg}} = \dot{w} - u_o q. \quad (5.196)$$

Ismeretes, hogy kis értékű α állásszög esetén igaz az alábbi kifejezés:

$$w \cong \alpha u_o. \quad (5.197)$$

Helyettesítsük az (5.197) egyenletet az (5.196) kifejezésbe. Kapjuk, hogy:

$$a_{Z_{cg}} = u_o (\dot{\alpha} - q). \quad (5.198)$$

A gyakorlatban az UAV gyorsulásértékeit sokszor viszonyítják a g nehézségi gyorsulás értékéhez, vagyis származtatják a terhelési többlest. A terhelési többlet is komponensekre bontható a koordináta rendszer tengelyei mentén. A függőleges gyorsulás a függőleges irányú terhelési többszöröst határozza meg:

$$n_{Z_{cg}} = \frac{a_{Z_{cg}}}{g}. \quad (5.199)$$

Ha az UAV megváltoztatja a repülési helyzetét, a függőleges tengely mentén változik a lineáris gyorsulás is, vagyis:

$$a_{Z_{cg}} = \dot{w} - u_o q - g. \quad (5.200)$$

Ha a függőleges gyorsulást nem a tömegközéppontban, hanem valamely adott helyen, a tömegközépponttól l_x távolságra, az UAV közép vonalán szeretnénk megmérni, akkor a függőleges gyorsulás a következő egyenlet alapján számítható ki:

$$a_{Z_x} = \dot{w} - u_o q - l_x \dot{q}. \quad (5.201)$$

Az UAV tömegközéppontjától mért l_x távolság pozitív, ha a mérés helye a tömegközéppont előtt, az orrész felé helyezkedik el. Definíció szerint igaz az alábbi kifejezés:

$$\ddot{h}_{cg} = -a_{Z_{cg}}, \quad (5.202)$$

ahol h az UAV valós repülési magassága. Következésképpen,

$$\dot{h}_{cg} = -w + u_o \theta, \quad (5.203)$$

$$h_{cg} = U_o \int \theta(t) dt - \int w(t) dt = U_o \int \gamma(t) dt, \quad (5.204)$$

$$n_{Z_{cg}} = -\frac{u_o \dot{\gamma}}{g}. \quad (5.205)$$

Ismeretes továbbá, hogy a n_Z függőleges gyorsulás az α állásszögtől is függ, vagyis [5.12, 5.18]:

$$n_{Z\alpha} = \frac{u_o}{g} \frac{Z_{\delta_E} M_w - M_{\delta_E} Z_w}{M_{\delta_E} - Z_{\delta_E} \frac{M_q}{u_o}} \cong \frac{u_o}{g M_{\delta_E}} (Z_{\delta_E} M_w - M_{\delta_E} Z_w). \quad (5.206)$$

Hagyományos elrendezésű, merev UAVk-ra igaz, hogy

$$M_{\delta_E} Z_w \gg Z_{\delta_E} M_w, \quad (5.207)$$

ezért az (5.206) egyenlet az alábbi alakra egyszerűsödik:

$$n_{Z\alpha} = -\frac{Z_w u_o}{g}. \quad (5.208)$$

Egyenes vonalú, egyenletes repülés esetén igaz, hogy

$$n_{Z\alpha} = -Z_w u_o = \frac{C_{L\alpha}}{C_L}, \quad (5.209)$$

ahol C_L felhajtóerő tényező, és $C_{L\alpha} = \frac{dC_L}{d\alpha}$.

5.8.2 Az oldalirányú mozgás segédegyenletei

A merev UAV oldalirányú egyenes vonalú mozgása során az UAV tömegközéppontjában mért gyorsulást az alábbi kifejezés adja meg:

$$a_{y_{cg}} = \dot{v} + u_o r - g\phi. \quad (5.210)$$

Ha az UAV Ox hossz tengelyén, a tömegközépponttól mért l_x távolságra, az Oz függőleges tengelyen pedig l_z távolságban a gyorsulás értéke a következő egyenlet segítségével határozható meg [5.8, 5.12, 5.18]:

$$a_{y_{sat}} = a_{y_{cg}} + l_x \dot{r} - l_z \dot{p}. \quad (5.211)$$

Az UAV tömegközéppontjától mért l_x távolság pozitív, ha a mérés helye a tömegközéppont előtt, az orrész felé helyezkedik el. Az l_z távolság értéke pozitív, ha a törzstől lefelé elmutat.

A merev UAV oldalirányú mozgásának vizsgálata során szokás még definiálni az útirány szöget, amely a csúszásszög és a legyező szög összege, tehát [5.12]:

$$\lambda = \beta + \Psi. \quad (5.212)$$

5.9 A MEREV UAV TÉRBELI MOZGÁSÁNAK ÁLLAPOTTÉR REPREZENTÁCIÓS ALAKJA

5.9.1 A merev UAV állapot–egyenlete

Modern szabályozástechnikából ismert, hogy a dinamikus rendszerek állapot–egyenlete elsősorban, állandó együtthatós (idő-invariáns) inhomogén vektordifferenciál egyenlet, amelyet a következő általános alakban lehet felírni [5.23, 5.24, 5.25]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \quad (5.213)$$

ahol $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ állapot–vektor, $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^m$ bemeneti (vagy irányítási) vektor, \mathbf{A} ($n \times n$) méretű állapot–vektor, és végül, vektor, \mathbf{B} ($n \times m$) méretű bemeneti (irányítási, vezérlő) mátrix.

Az (5.213) általános alakú egyenletet vizsgálva elmondhatjuk, hogy az egyenlet bal oldalán az egyes állapot–változók derivált függvényei állnak,

míg a jobb oldalon az állapot-, és a bemeneti (irányítási, vagy vezérlő) vektor áll. Az állapot-egyenlet jól alkalmazható az UAV stabilitásvizsgálatára, és egyéb irányítástechnikai vizsgálatára is. Az állapotegyenlet integrálással könnyen megoldható. Az állapot-egyenlet jól alkalmazható szimulációs céllal is.

Jól ismert az a tény, hogy az UAV térbeli mozgását a rá ható külső zavarások (pl. légköri turbulencia) is befolyásolják. A külső zajok által gerjesztett dinamikus rendszer állapot-egyenlete a következő alakban írható fel [5.12, 5.18]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Ed}, \quad (5.214)$$

ahol $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^l$ a külső zavarások vektora, és végül, \mathbf{E} ($n \times l$) méretű segédmátrix. Az UAV-ra ható külső zavarás akár sztochasztikus is lehet, míg az UAV dinamikus modellje maga determinisztikus.

5.9.2 A merev UAV kimeneti egyenlete

A merev UAV kimeneti egyenlete algebrai egyenlet, amely alapvetően az állapot-vektortól függ. Előfordul azonban olyan eset is, amikor nemcsak az állapot-vektor, hanem a bementi (vezérlő) vektor is befolyásolja a kimeneti egyenletet. Ha olyan repülési paraméterre van szükségünk, amelyek nem képezik az állapot-vektor rendezőit, akkor a kimeneti egyenlet segít ezt a problémát megoldani. A kimeneti egyenlet általános alakja a következő [5.12, 5.18, 5.20, 5.24, 5.25]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}, \quad (5.215)$$

ahol $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ kimeneti vektor, a \mathbf{C} ($p \times n$) méretű kimeneti mátrix, és a \mathbf{D} ($p \times m$) méretű segédmátrix, amelyet közvetlen előre vezetési mátrixnak is szokás nevezni.

Az UAV állapotváltozóit érzékelőkkel szokás mérni. A csillapító automatákban, a robotpilótákban, és az automatikus repülésszabályozó rendszerekben e jelek alapján valósítják meg a visszacsatolást [5.8, 5.9, 5.12, 5.18, 5.20]. Az érzékelők kimeneti villamos jelei azonban mérési zajjal terheltek. A repülésszabályozó rendszerek eme belső, mérési zajait a kimeneti egyenletben szokás reprezentálni:

$$\mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} + \mathbf{Fv}, \quad (5.216)$$

ahol \mathbf{v} a belső mérési zajok vektora, \mathbf{F} segédmátrix.

5.9.3 A merev UAV hosszirányú mozgásának állapotter reprezentációs alakja

A merev UAV hosszirányú mozgásának (5.149)–(5.152) elsőrendű, idő-invariáns, inhomogén differenciálegyenletei alapján az UAV állapot-vektora a következő lesz:

$$\mathbf{x} = [u \quad w \quad q \quad \theta]^T. \quad (5.217)$$

A fent hivatkozott egyenletek alapján elmondható, hogy az UAV hosszirányú mozgását a magassági kormány δ_E szögkitérése hozza létre, vagyis az irányítási vektor a következő lesz:

$$\mathbf{u} = u = \delta_E. \quad (5.218)$$

A merev UAV állapot- és bemeneti mátrixai – az (5.149)–(5.152) egyenletek felhasználásával – az alábbiak lesznek:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \cos \gamma_o \\ Z_u & Z_w & U_o & -g \sin \gamma_o \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & \tilde{M}_\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.219)$$

$$\mathbf{B} = [X_{\delta_E} \quad Z_{\delta_E} \quad \tilde{M}_{\delta_E} \quad 0]^T. \quad (5.220)$$

Az (5.151) egyenlet az alábbi alakban került meghatározásra:

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E. \quad (5.221)$$

A fenti egyenletből is jól látható, hogy az egyenlet jobb oldalán \dot{w} kifejezés áll. Korábbról ismeretes, hogy az állapotegyenletben a jobb oldalon sem az állapot-változók, sem pedig a bemeneti jelek derivált függvényei nem állhatnak. Ismeretes azonban, hogy a \dot{w} függőleges gyorsulás függ az \mathbf{x} állapot-, valamint az \mathbf{u} bemeneti vektortól is, ezért az (5.221) egyenletben szereplő \dot{w} gyorsulás az alábbi kifejezéssel helyettesíthető [5.12]:

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + U_o q - g \sin \gamma_o \theta + M_{\delta_E} \delta_E. \quad (5.222)$$

Helyettesítsük az (5.222) egyenletet az (5.221) egyenletbe. A behelyettesítés, és az egyenlet rendezése után az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned} \dot{q} = & (M_u + M_{\dot{w}} Z_u) u + (M_w + M_{\dot{w}} Z_w) w + (M_q + M_{\dot{w}} U_o) q - \\ & - g M_{\dot{w}} \sin \gamma_o \theta + (M_{\delta_E} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_E}) \delta_E \end{aligned}, \quad (5.223)$$

vagy más, egyszerűbb alakban:

$$\dot{q} = \tilde{M}_u u + \tilde{M}_w w + \tilde{M}_q + \tilde{M}_\theta \theta + \tilde{M}_{\delta_E} \delta_E, \quad (5.224)$$

ahol az (5.224) egyenlet együtthatói az alábbi egyenletekkel adhatók meg:

$$\tilde{M}_u = M_u + M_{\dot{w}} Z_u, \quad (5.225)$$

$$\tilde{M}_w = M_w + M_{\dot{w}} Z_w, \quad (5.226)$$

$$\tilde{M}_q = M_q + M_{\dot{w}} U_o, \quad (5.227)$$

$$\tilde{M}_\theta = -g M_{\dot{w}} \sin \gamma_o, \quad (5.228)$$

$$\tilde{M}_{\delta_E} = M_{\delta_E} + M_{\dot{w}} Z_{\delta_E}. \quad (5.229)$$

Ha az UAV hosszirányú mozgását – a magassági kormány mellett egyéb más vezérlő jelek, például a δ_{th} tolóerő változás, vagy a csűrők szimmetrikus δ_{sp} szöghelyzet változása (spojler) is indukálja, akkor az UAV bementi vektora a következő alakban írható fel:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} X_{\delta_E} & X_{\delta_{th}} & X_{\delta_{sp}} \\ Z_{\delta_E} & Z_{\delta_{th}} & Z_{\delta_{sp}} \\ \tilde{M}_{\delta_E} & \tilde{M}_{\delta_{th}} & \tilde{M}_{\delta_{sp}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.230)$$

Ha az UAV hosszirányú mozgását, főleg aktív repülésszabályozó rendszerben több más, ún. segéd kormányfelület is irányítja, akkor a \mathbf{B} bemeneti mátrix – értelemszerűen – új oszlopokkal egészül ki.

Meg kell említenünk, hogy a merev UAV állapot-egyenlete többfajta módon is felírható. Legyen például az UAV hosszirányú mozgásának állapotvektora a következő:

$$\mathbf{x} = [\theta \quad q \quad u \quad w]^T. \quad (5.231)$$

Ebben az esetben a merev UAV hosszirányú mozgásának \mathbf{A} állapot- és a \mathbf{B} bemeneti mátrixa most a következő lesz:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & \tilde{M}_\theta \\ X_u & X_w & 0 & -g \cos \gamma_o \\ Z_u & Z_w & U_o & -g \sin \gamma_o \end{bmatrix}, \quad (5.232)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{M}_{\delta_E} & X_{\delta_E} & Z_{\delta_E} \end{bmatrix}^T. \quad (5.233)$$

Számos szakirodalom a w függőleges sebesség helyett az α állásszöget javasolja szabályozott paraméterként [5.12, 5.18]. Kis értékű állásszögek esetén ugyanis igaz, hogy

$$\alpha \cong \frac{w}{u_o}, \quad (5.234)$$

akkor igazak az alábbi egyenletek is [5.12]:

$$d(\alpha u_o) = dw, \quad (5.235)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{Z_u}{u_o} u + Z_w \frac{w}{u_o} + q + \frac{Z_{\delta_E}}{u_o} \delta_E = Z_u^* u + Z_w \alpha + q + Z_{\delta_E}^* \delta_E, \quad (5.236)$$

ahol:

$$Z_u^* = \frac{Z_u}{u_o}, \quad Z_{\delta_E}^* = \frac{Z_{\delta_E}}{u_o}. \quad (5.237)$$

Ha az UAV szabályozott kimeneti jellemzője például az a_{Z_x} függőleges gyorsulás, amelynek egyenlete – a w és a q egyenleteinek az (5.201) kifejezésbe történő behelyettesítésével és rendezéssel – a következő lesz:

$$a_{Z_x} = (Z_u - l_x \tilde{M}_u) u + (Z_w - l_x \tilde{M}_w) w - l_x \tilde{M}_q q + (Z_{\delta_E} - l_x \tilde{M}_{\delta_E}) \delta_E. \quad (5.238)$$

Az (5.238) egyenlet állapotteres alakban is felírható a következő összefüggés szerint:

$$y \triangleq a_{Z_x} = \begin{bmatrix} (Z_u - l_x \tilde{M}_u) & (Z_w - l_x \tilde{M}_w) & -l_x \tilde{M}_q & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} (Z_{\delta_E} - l_x \tilde{M}_{\delta_E}) \end{bmatrix} \delta_E. \quad (5.239)$$

Vegyük észre, hogy az (5.239) egyenlet az (5.215) kimeneti egyenlet speciális alakja, vagyis:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (Z_u - l_x \tilde{M}_u) & (Z_w - l_x \tilde{M}_w) & -l_x \tilde{M}_q & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.240)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} (Z_{\delta_E} - l_x \tilde{M}_{\delta_E}) \end{bmatrix}. \quad (5.241)$$

Ha az UAV szabályozott kimeneti jellemzőjének a tömegközéppont h magasságát tekintjük, akkor felírhatók a következő összefüggések:

$$\ddot{h}_{cg} = -a_{z_{cg}}, \quad (5.242)$$

$$a_{z_{cg}} = Z_u u + Z_w w + Z_{\delta_E} \delta_E. \quad (5.243)$$

A fenti két egyenlet alapján igaz, hogy:

$$\ddot{h}_{cg} = -Z_u u - Z_w w - Z_{\delta_E} \delta_E. \quad (5.244)$$

A repülési magasságot felfoghatjuk a hosszirányú mozgás állapot-vektorának egyik új rendezőjeként is, vagyis

$$x_6 = h, \quad (5.245)$$

valamint

$$x_5 = \dot{x}_6 = \dot{h}. \quad (5.246)$$

A fentiek alapján a merev UAV hosszirányú mozgásának állapot-vektora már kibővíthető az alábbiak szerint:

$$\mathbf{x} = [u \quad w \quad q \quad \theta \quad h \quad \dot{h}]^T, \quad (5.247)$$

valamint a bemeneti vektorra igaz, hogy

$$\mathbf{u} = u = \delta_E. \quad (5.248)$$

A kibővített állapottér \mathbf{A} állapot mátrixa, és a \mathbf{B} bemeneti mátrixa a következő alakban adható meg:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & -g \cos \gamma_o & 0 & 0 \\ Z_u & Z_w & u_o & -g \sin \gamma_o & 0 & 0 \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & \tilde{M}_\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -Z_u & -Z_w & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.249)$$

$$\mathbf{B} = [X_{\delta_E} \quad Z_{\delta_E} \quad \tilde{M}_{\delta_E} \quad 0 \quad -Z_{\delta_E} \quad 0]^T. \quad (5.250)$$

Ha a merev UAV hosszirányú mozgásának szabályozott jellemzője a γ pályaszög, amelyre felírható, hogy

$$\gamma = \theta - \alpha = \theta - \frac{w}{u_o}. \quad (5.251)$$

Ha a kimeneti vektor $\mathbf{y} = y = \gamma$ módon definiált, akkor a kimeneti egyenlet a következő alakban írható fel [5.12, 5.18, 5.20]:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{u_o} & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{C} \mathbf{x}. \quad (5.252)$$

A fejezetben levezetett állapotterezs dinamikai modelleket széles körben alkalmazzák az UAVk automatikus repülésszabályozó rendszerei szabályozóinak előzetes tervezése során.

5.9.4 A merev UAV oldalirányú mozgásának állapotter reprezentációs alakja

A merev UAV oldalirányú mozgására is felírható a korábbi formában használt állapotegyenlet [5.8]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}. \quad (5.253)$$

A merev UAV oldalirányú mozgásának (5.153)–(5.157) egyenletekkel megadott elsőrendű, idő-invariáns, inhomogén differenciálegyenletei alapján a repülőgép állapot-vektora a következő lesz:

$$\mathbf{x} = [v \quad p \quad r \quad \phi \quad \Psi]^T. \quad (5.254)$$

Hagyományos elrendezésű, merevszárnyú UAV oldalirányú irányítását a csűrőlapok, és az oldalkormány biztosítja, vagyis:

$$\mathbf{u} = [\delta_A \quad \delta_R]^T. \quad (5.255)$$

A merev UAV állapot- és bementi mátrixai – az (5.153)–(5.157) egyenletek felhasználásával – az alábbiak lesznek:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & u_o & -g \cos \gamma_o & 0 \\ \dot{L}_v & \dot{L}_p & \dot{L}_r & 0 & 0 \\ N_v' & N_p' & N_r' & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \gamma_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \gamma_o & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.256)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_R} \\ \dot{L}_{\delta_A} & \dot{L}_{\delta_R} \\ N_{\delta_A}' & N_{\delta_R}' \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.257)$$

A gyakorlatban a β csúszási szög ismerete nagyon fontos, különösen a szabályos fordulók végrehajtása esetén. Ezért a β csúszási szöget a v oldalirányú sebesség helyett gyakran alkalmazzák az oldalirányú mozgás állapot-változójaként is [5.12, 5.18, 5.20]. Kis értékű csúszási szögre igaz, hogy:

$$v = u_o \beta. \quad (5.258)$$

A csúszási szögre felírható a következő egyenlet is:

$$\dot{\beta} = Y_v \beta - r + \frac{g}{u_o} \cos \gamma \phi + \frac{Y_{\delta_R}}{u_o} \delta_R. \quad (5.259)$$

Az (5.259) egyenlet az következő alakban is megadható:

$$\dot{\beta} = Y_v \beta - r + \frac{g}{u_o} \cos \gamma \phi + Y_{\delta_R}^* \delta_R, \quad (5.260)$$

ahol:

$$Y_{\delta_R}^* = \frac{Y_{\delta_R}}{u_o}. \quad (5.261)$$

Ha az oldalirányú mozgás állapot-vektora

$$\mathbf{x} = [\beta \quad p \quad r \quad \phi \quad \Psi]^T \quad (5.262)$$

alakban definiált, akkor az (5.253) állapot–egyenlet **A** állapot–, és a **B** bemeneti mátrixai a következők lesznek:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g}{u_o} \cos \gamma_o & 0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \gamma_o & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \gamma_o & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.263)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_R}^* \\ L'_{\delta_A} & L'_{\delta_R} \\ N'_{\delta_A} & N'_{\delta_R} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.264)$$

Úgy az (5.256), mint az (5.263) állapot-mátrixok ötödik oszlopa zérusértékű elemekből áll, ezért a mátrixok determinánsai zérus értékűek. E jelenség elkerülése érdekében újra kell definiálni az oldalirányú mozgás állapot-vektorát, tehát az új állapot-vektor legyen a következő alakú:

$$\mathbf{x} = [v \quad p \quad r \quad \phi]^T. \quad (5.265)$$

Ebben az esetben a merev UAV oldalirányú mozgásának **A** állapot– és a **B** bemeneti mátrixa a következő módon írható fel:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g}{u_o} \cos \gamma_o \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 0 & \tan \gamma_o & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.266)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_R}^* \\ L'_{\delta_A} & L'_{\delta_R} \\ N'_{\delta_A} & N'_{\delta_R} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.267)$$

Megemlíttük, hogy az UAV kiegyensúlyozott vízszintes repülése esetén a repülés pályaszöge $\gamma_o = 0$. Ezért az oldalirányú mozgás \mathbf{A} állapot-mátrixában igazak az alábbi összefüggések [5.12, 5.18]:

$$\sin \gamma_o = 0, \tan \gamma_o = 0, \cos \gamma_o = 1, \sec \gamma_o = 1. \quad (5.268)$$

Gyakran felmerül problémaként a lineáris gyorsulás mérése adott l_x távolságra a tömegközépponttól, és l_z távolságra a függőleges tengely mentén. Ebben az esetben igaz, hogy:

$$a_{y_x} = a_{y_{cg}} + l_x \dot{r} - l_z \dot{p}, \quad (5.269)$$

amely az alábbi egyenlettel is helyettesíthető:

$$a_{y_x} = (Y_v + l_x N'_v - l_z L'_v) v + (l_x N'_p - l'_p L'_p) p + (l_x N'_r - l_z L'_r) r + \\ + (l_x N'_{\delta_A} - l_z L'_{\delta_A}) \delta_A + (Y_{\delta_R}^* + l_x N'_{\delta_R} - l_z L'_{\delta_R}) \delta_R. \quad (5.270)$$

Ha az UAV szabályozott kimeneti jellemzője az oldalirányú gyorsulás, akkor az (5.270) egyenlet az alábbi alakban is felírható [5.12, 5.18]:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} (Y_v + l_x N'_v - l_z L'_v) & (l_x N'_p - l'_p L'_p) & (l_x N'_r - l_z L'_r) & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \\ + \begin{bmatrix} (l_x N'_{\delta_A} - l_z L'_{\delta_A}) & (Y_{\delta_R}^* + l_x N'_{\delta_R} - l_z L'_{\delta_R}) \end{bmatrix} \mathbf{u} = \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}. \quad (5.271)$$

5.10 AZ UAV ÁTVITELI FÜGGVÉNYÉNEK MEGHATÁROZÁSA AZ ÁLLAPOT- ÉS A KIMENETI EGYENLET ALAPJÁN

Az UAV irányított mozgásának vizsgálatakor fontos, hogy egy adott irányításra (bemenetre) az UAV milyen választ ad, vagyis a kimeneti jellemzője hogyan változik meg az adott bemeneti jelre.

A lineáris rendszerek egyik fontos tárgyalási módszere a Laplace-transzformáció, amikor az egyes változókat az $s = j\omega$ komplex frekvencia függvényében, algebrai egyenletekkel adják meg [5.13, 5.23, 5.25]. Definíció szerint, egy rendszer kimeneti válaszjele Laplace-transzformáltja, és a bemeneti jel Laplace-transzformáltjainak hányadosa – zérusértékű kezdeti feltételek mellett – adja meg az átviteli függvényt [5.13, 5.23, 5.24, 5.25]. Tekintsük adottnak a lineáris, idő-invariáns, inhomogén állapot- és kimeneti egyenleteit:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (5.272)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}. \quad (5.273)$$

Zérusértékű kezdeti feltételek mellett képezzük az (5.272)–(5.273) egyenletek Laplace-transzformáltjait [5.23, 5.24, 5.25]:

$$s\mathbf{X}(s) = \mathbf{A}\mathbf{X}(s) + \mathbf{B}\mathbf{U}(s), \quad (5.274)$$

$$\mathbf{Y}(s) = \mathbf{C}\mathbf{X}(s) + \mathbf{D}\mathbf{U}(s). \quad (5.275)$$

Az (5.274) egyenletből fejezzük ki az állapotvektor Laplace-transzformáltját. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\mathbf{X}(s) = [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}\mathbf{U}(s). \quad (5.276)$$

Helyettesítsük be az (5.276) egyenletet az (5.275) egyenletbe, és rendezzük az egyenlete. Egyszerű matematikai átalakítások után kapjuk, hogy:

$$\mathbf{Y}(s) = \left\{ \left(\mathbf{C}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \right) \mathbf{B} + \mathbf{D} \right\} \mathbf{U}(s). \quad (5.277)$$

Az (5.277) egyenletből az átviteli függvény már könnyen számítható:

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \left\{ \left(\mathbf{C}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \right) \mathbf{B} + \mathbf{D} \right\} = \mathbf{\Phi}(s), \quad (5.278)$$

ahol $\mathbf{\Phi}(s)$ az állapot-átviteli mátrix.

Általános esetben, ha

$$G_{ij}(s) = \frac{y_i(s)}{u_j(s)}, \quad (5.279)$$

akkor

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}_i [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}_j + \mathbf{D}_{ij}, \quad (5.280)$$

ahol: \mathbf{B}_j a \mathbf{B} bemeneti mátrix u_j bemeneti jelnek megfelelő oszlopmátrixa, \mathbf{D}_{ij} a \mathbf{D} segédmatrrix y_i kimeneti jelnek megfelelő i -edik sorából, és az u_j bemeneti jelnek megfelelő j -edik oszlopából álló mátrix, és végül, \mathbf{C}_i a \mathbf{C} kimeneti mátrix y_i kimeneti jelnek megfelelő sormátrixa.

Az UAV átviteli függvényeit, természetesen kiszámíthatjuk a bemeneti jelre (pl. a magassági kormány kitérése, a tolóerő megváltozása stb.), valamint tetszőleges külső, vagy belső zavaró jelre, mint formális bemenetekre is.

5.11 NÉHÁNY FONTOS DERIVATÍV EGYÜTTHATÓ ÉRTELMEZÉSE

Az UAVk vizsgálata során fontos a derivatív együtthatók ismerete, de néhány derivatív együttható kitüntetett szereppel bír. E fejezet célja összefoglalni, és bemutatni a repülésdinamikában definiált fontosabb derivatív együtthatókat, amelyek ismerete elengedhetetlenül szükséges például az UAVk statikus stabilitásának vizsgálata során. A bemutatásra kerülő derivatív együtthatók mértékegységgel rendelkeznek, és az alábbi új jelöléseket alkalmazzuk: \bar{c} a közepes aerodinamikai húr, és b az UAV fesztávolsága [5.9, 5.10, 5.12, 5.14, 5.15, 5.16, 5.17, 5.18, 5.19, 5.20].

5.11.1 A merev UAV hosszirányú mozgásának derivatív együtthatói

A merev testnek tekintett UAV hosszirányú mozgásának kiemelt fontosságú derivatív együtthatói – definíció szerint – az alábbiak:

$$1. \quad M_u \triangleq \frac{\rho S u_o \bar{c}}{I_{yy}} (C_{m_u} + C_m) \quad (5.281)$$

A bólintó nyomaték C_m dimenzió nélküli együtthatója – az aszimmetrikus tolóerő esetének kivételével – kiegyensúlyozott repülési helyzetben

zérusértékű. Az M_u derivatív azt mutatja meg, hogy a repülési sebesség megváltozása hogyan változtatja meg a bólintó nyomatékot. Az M_u derivatív együttható értéke lényegesen, számottevő mértékben is megváltozhat, függ a dinamikus nyomástól, valamint az esetlegesen kialakuló aeroelasztikus jelenségektől [5.12].

$$2. \quad Z_w \triangleq \frac{\rho S u_o}{2m} (C_{L_\alpha} + C_D) \quad (5.282)$$

A $C_{L_\alpha} = \frac{dC_L}{d\alpha}$ értéke az α_{krit} kritikus állásszög értékig (átesési állásszög) esetén mindig pozitív. A C_{L_α} meredekségi együttható függ az UAV sárkányszerkezetének kialakításától: alapvetően a szárnyak, valamint kisebb mértékben a törzs és a farokfelületek alakjától. A legtöbb hagyományos elrendezésű UAV-ra ugyanis igaz, hogy a C_{L_α} meredekségi együttható (íránytangens) mintegy (85-90) %-át a szárnyak aerodinamikai sajátosságai határozzák meg, ezért a szárnyak aeroelasztikus deformációja lényeges mértékben változtatja meg a C_{L_α} meredekségi együtthatót, valamint a Z_w derivatív együttható értékét is [5.12].

$$3. \quad M_w \triangleq \frac{\rho S u_o \bar{c}}{I_{yy}} C_{m_\alpha} \quad (5.283)$$

A C_{m_α} dimenzió nélküli derivatív együttható azt határozza meg, hogy a bólintási nyomaték hogyan változik az állásszög változása esetén. A C_{m_α} derivatív együtthatót szokás hosszirányú statikus stabilitási derivatív együtthatónak is nevezni. A C_{m_α} derivatív együttható lényeges mértékben függ a szárny, a törzs, illetve a vízszintes farokfelület aeroelasztikus deformációjától. A C_{m_α} együttható értéke, és az előjele is az UAV tömegközéppontjának helyétől függ. A C_{m_α} együttható arányos a tömegközéppont, és az aerodinamikai középpont (az aerodinamikai eredő erő támadáspontja) között mért távolsággal. Aerodinamikai középpontnak nevezik az aerodinamikai húrhosszon elhelyezett azon pontot, amely körül ébredő bólintó nyomaték független az állásszögtől, vagy annak változásától. Belátható, hogy az aerodinamikai középpont külön megadható a szárnymetszetre (a szárnyat meghatározó aerodinamikai profilra), és a teljes UAV-ra. Ez utóbbi esetben a bólintó nyomatékot, mint az UAV-n ébredő, tehát a szárnyon, a törzsön, a vezérsíko-

kon és a tolóerőből származó) eredő bólintó nyomatékot kell meghatározni. Az adott UAV típusra számított aerodinamikai középpontot több repülési szakember is hátsó semleges pontnak nevezi. A hosszdinamikai statikai stabilitás feltétele, hogy az UAV súlypontja az adott UAV-ra meghatározott aerodinamikai középpont (a hátsó semleges pont) mögött legyen. Ekkor teljesül a hosszdinamikai statikai stabilitás feltétele, hogy $C_{m_\alpha} < 0$, valamint $M_w < 0$. Amennyiben a két pont egybeesik, az UAV hosszdinamikai statikai stabilitás szempontjából semleges, indifferens állapotban van: $C_{m_\alpha} = 0$, és $M_w = 0$. Amennyiben az UAV tömegközéppontja az UAV aerodinamikai középpontja előtt van, akkor az UAV hosszdinamikai szempontból instabil: $C_{m_\alpha} > 0$, és $M_w > 0$. Ismeretes, hogy a repülési sebesség növekedésével az aerodinamikai középpont a farokrész irányában 'vándorol'. Ily módon sebesség növelésével az UAV hosszdinamikai statikai stabilitásának a mértéke (azaz a tömegközéppontja és az aerodinamikai középpontja közötti távolság) nő. Az M_w derivatív együttható ennek megfelelően – gyakorlatilag – az UAV stabilitási tartalékát adja meg. Az M_w derivatív együttható a legfontosabb a hosszirányú mozgás derivatív együtthatói közül [5.12].

$$4. \quad M_w \triangleq \frac{\rho S \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{m_\alpha} \quad (5.284)$$

Bár a C_{m_α} együttható nincs számottevő hatással az UAV rövidperiodikus mozgására, mégis lényeges paraméternek szokás tekinteni. Általában $M_w < 0$, és növekvő értéke növeli az UAV hosszirányú rövidperiodikus mozgásának ξ_{SP} csillapítási tényezőjét [5.12].

$$5. \quad M_q \triangleq \frac{\rho S u_o \bar{c}^2}{4I_{yy}} C_{m_q} \quad (5.285)$$

Hagyományos elrendezésű, merevszárnyú, merev testnek tekintett UAV hosszirányú rövidperiodikus mozgásának ξ_{SP} csillapítási tényezőjét lényeges mértékben az M_q derivatív együttható határozza meg. Eme csillapító hatás az állásszög-lengés miatt a vízszintes farokfelületen ébredő erőknek köszönhető. A ξ_{SP} csillapítási tényező arányos a vízszintes farokfelület l_T hosszával. A vízszintes farokfelületen ébredő légerő az l_T erőkaron a következő csillapító nyomatékot hozza létre: $M_q \propto l_T^2$. Az M_q

derivatív együttható nagyon fontos szereppel bír, mivel alapvetően határozza meg az UAV kormányozhatósági-, és a stabilitási minőségi jellemzőit [5.10, 5.12].

$$6. \quad Z_{\delta_E} \triangleq -\frac{\rho S u_o^2}{2m} C_{L_{\delta_E}} \quad (5.286)$$

Mivel a gyakorlatban $C_{L_{\delta_E}}$ nagyon kis értékű, ezért a Z_{δ_E} derivatív együttható nem különösebben fontos, kivéve azt az esetet, amikor az UAV automatikus repülésszabályozó rendszerében a visszacsatolást a függőleges terhelési többes szerint valósítják meg. Hasonlóképpen, a vízszintes farokfelület nélküli UAVk (pl. az X-47A UCAV) esetén, amikor a magassági kormányt, vagy a csűrőlapokat más, kis felületű kormánylappal helyettesítik, a $C_{L_{\delta_E}}$ együttható a $C_{m_{\delta_E}}$ együtthatóhoz képest nagy értéket is képviselhet. Ebben az esetben a Z_{δ_E} derivatív együttható – kiegészítő vizsgálatok nélkül – nem hanyagolható el [5.10].

$$7. \quad M_{\delta_E} \triangleq \frac{\rho S U_o^2 \bar{c}}{2J_{yy}} C_{m_{\delta_E}} \quad (5.287)$$

A $C_{m_{\delta_E}}$ együtthatót a magassági kormány hatékonysági mutatójának is szokták nevezni. Ez az együttható nagyon fontos szerepet játszik az automatikus repülésszabályozó rendszerek tervezése, és vizsgálata során. Ha a magassági kormány a tömegközéppont mögött helyezkedik el, akkor $C_{m_{\delta_E}} < 0$. Értékét főleg a szárnyakon ébredő felhajtóerő, valamint a tömegközéppont repülés közbeni helyzetváltozása határozza meg [5.12].

5.11.2 A merev UAV oldalirányú mozgásának derivatív együtthatói

A merev testnek feltételezett UAV oldalirányú mozgásának kiemelt fontosságú derivatív együtthatói az alábbiak [5.10, 5.12, 5.14, 5.15, 5.16, 5.17, 5.18, 5.19, 5.20]:

$$1. \quad Y_v \triangleq \frac{\rho S u_o}{2m} C_{y_\beta} \quad (5.288)$$

A repülés során kialakuló oldalirányú erő az UAV törzsén (aszimmetrikus, csúszásos repülésben) és alapvetően a függőleges farokfelületén ébred, és igyekszik megakadályozni a függőleges tengely körül kialakuló

legyező mozgást, vagyis $C_{y_\beta} < 0$. Meg kell említeni, hogy a karcsú törzsű UAVk nagy állásszögön végrehajtott repülésekor a légerő gerjesztheti az UAV legyező irányú mozgását, vagyis $C_{y_\beta} > 0$, tehát az UAV instabil. Ha a pozitív előjelű C_{y_β} együttható kis értékű, akkor is lényeges mértékben megnehezíti az UAV irányítását (kormányzását), és szinte lehetetlenné teszi a szabályos, csúszásmentes fordulók végrehajtását. A C_{y_β} együttható számottevő mértékben befolyásolja az ún. 'Dutch Roll' lengés („holland orsó”), azaz az UAV kapcsolt orsózó, legyező és csúszásszög lengés ξ_{DR} csillapítási tényezőjét. Mindazon által, a megfelelő értékű C_{y_β} együttható elérése, és biztosítása a rendszerek tervezőit nem állítja megoldhatatlan feladatok elé [5.9, 5.10, 5.12].

$$2. \quad L_\beta \triangleq u_o L_v = \frac{\rho S u_0^2 b}{2J_{xx}} C_{l_\beta}, \quad L'_\beta \triangleq \frac{L_\beta + \frac{I_{xz}}{I_{xx}} N_\beta}{1 - \frac{I_{xz}^2}{I_{xx} I_{zz}}} \quad (5.289)$$

A C_{l_β} együttható az UAV oldalirányú stabilitásvizsgálata során nagyon fontos mutató szerepét tölti be. A C_{l_β} együttható alapvetően határozza meg a *Dutch Roll*, és a spirálmozgások csillapítási tényezőit. E tényező hatással van az UAV manőverező képességére is, különös tekintettel az UAV átesés közeli helyzetében az oldalkormányval történő irányítására. Általában kívánatos a kis értékű negatív C_{l_β} együttható, mivel így javulhatnak a holland orsó (*Dutch Roll*), és a spirálmozgások csillapítási viszonyai. Ugyanakkor e mozgásformák elemzése bonyolult, komplex aerodinamikai vizsgálatokat igényel. [5.12].

$$3. \quad N_\beta \triangleq \frac{\rho S u_0^2 b}{2J_{yy}} C_{n_\beta} \quad (5.290)$$

Az N_β derivatív együtthatónak a C_{n_β} együttható csúszásszög miatt bekövetkező változását szokás statikus iránystabilitási, vagy „szélzászló” stabilitási együtthatónak nevezni. A C_{n_β} derivatív tényező értéke függ a függőleges vezérsík felületének nagyságától, és a tömegközéppontra vonatkoztatott távolságától (azaz a forgatókar nagyságától). A C_{n_β} együttható függőleges farokfelület által létesített komponense pozitív, míg a

törzs által létesített komponens negatív előjelű. A statikus stabilitás feltétele, hogy $C_{n_\beta} > 0$, míg a $C_{n_\beta} < 0$ egyenlőtlenség az oldalirányú statikus instabilitásról árulkodik. A *Dutch Roll* és a spirál módusok alakulását, és stabilitását a C_{n_β} együttható alapvetően határozza meg. A „jó” minőségi jellemzők elérésének feltétele a nagy értékű C_{n_β} együttható. Megjegyzendő, hogy a nagy értékű C_{n_β} együttható egyidejűleg az oldalirányú külső zavarásokat is felerősíti [5.9].

$$4. \quad L_p \triangleq \frac{\rho S u_o b^2}{4J_{xx}} C_{l_p} \quad (5.291)$$

A C_{l_p} orsózó nyomatóéki együttható szögsebesség szerinti $C_{l_p} = \frac{dC_l}{dp}$ változását orsózó csillapítási derivatív együtthatónak is szokás nevezni. A C_{l_p} derivatív együttható értékét főleg az UAV szárnyának geometriája határozza meg. A $C_{l_{\delta_A}}$ együtthatóval együtt, a C_{l_p} együttható határozza meg az UAV által elérhető maximális orsózó szögsebesség értéket, amely nagyon fontos kormányzási-stabilitási minőségi jellemző. A statikus stabilitás feltétele, hogy $C_{l_p} < 0$ legyen. Nagy állásszögű manőverezés során, amikor az UAV átesés közeli helyzetbe kerül, a C_{l_p} derivatív együttható akár pozitív is lehet [5.9, 5.10, 5.12]. A hossz tengely körül elforduló, vagyis orsózó UAV lefelé „csapó” félszárnyán a haladó és forgó mozgás miatt az eredő megfűvási sebesség iránya megváltozik, az állásszög, és ezzel együtt a felhajtóerő is nő. A felfelé mozgó félszárnyon ezzel fordított hatás érvényesül, a felhajtóerő csökken. Így alakul ki az UAVt eredeti helyzete felé visszatérítő orsózó nyomatóék. Nagy állásszögon repülve a lefelé forduló félszárnyon az állásszög a kritikusnál nagyobbra is nőhet, miközben a felhajtóerő nem nő, hanem jelentősen csökken. A forgási sebességtől függően a felhajtóerő annyira lecsökkenhet, hogy az orsózó csillapítási tényező pozitív értékek vesz fel és az UAV mozgása instabillá válik.

$$5. \quad N_p \triangleq \frac{\rho S u_o b^2}{4J_{xz}} C_{n_p} \quad (5.292)$$

A C_{n_p} derivatív együttható értéke általában negatív, bár a statikus stabi-

lítás feltétele, hogy $C_{n_p} = \frac{dC_n}{dp} > 0$. Minél nagyobb értékű, és negatív elő-

jelű a C_{n_p} együttható, annál kisebb a *Dutch Roll* mozgás ξ_{DR} csillapítása a kereszttengety mentén, és annál hajlamosabb az UAV a szabályos fordulók kezdetén és a manőver végén a csúszásra [5.12].

$$6. \quad L_r \triangleq \frac{\rho S u_o b^2}{4J_{xx}} C_{l_r} \quad (5.293)$$

A $C_{l_r} = \frac{dC_l}{dr}$ orsózó nyomatéki derivatív együttható megmutatja, hogy a legyező szögsebesség hogyan hat az orsózó mozgásra. A C_{l_r} együttható nagymértékben befolyásolja az UAV spirál mozgását, és kevésbé hat a *Dutch Roll* mozgásra. Az UAV jó spirál stabilitása érdekében $C_{l_r} > 0$, de a C_{l_r} értékének a lehető legkisebbnek kell lennie. A C_{l_r} együtthatót legnagyobb mértékben az UAV szárnyainak eredő felhajtó ereje biztosítja. Ha a vízszintes farokfelület az *OX* tengely alatt, vagy felette kerül beépítésre, akkor ez a felület is számottevő módon alakítja a C_{l_r} együttható értékét. Ebben az esetben a farokfelület által létesített C_{l_r} együttható komponens értékének előjele a beépítés helyétől és a farokfelület geometriájától függően változik: negatív, vagy pozitív is lehet [5.9, 5.10].

$$7. \quad N_r \triangleq \frac{\rho S u_o b^2}{4J_{zz}} C_{n_r} \quad (5.294)$$

A $C_{n_r} = \frac{dC_n}{dr}$ legyező nyomatéki derivatív együttható azt mutatja meg, hogy a derivatív együttható hogyan függ a legyező szögsebességtől. A C_{n_r} derivatív együtthatót legyező csillapítási derivatív együtthatónak is szokták nevezni. Eme együttható értéke a l_T^2 értékkel arányos. A C_{n_r} derivatív együttható értéke gyakran negatív, és e tényező alapvetően határozza meg a *Dutch Roll* mozgás ξ_{DR} csillapítási tényezőjét. A C_{n_r} derivatív együttható hozzájárul még az UAV jó spirál stabilitási jellemzőinek kialakításához [5.12, 5.18].

$$8. \quad Y_{\delta_A} \triangleq 2 \frac{\rho S u_0^2}{4m} C_{y_{\delta_A}}, Y_{\delta_R} \triangleq 2 \frac{\rho S u_0^2}{4m} C_{y_{\delta_R}} \quad (5.295)$$

Az oldalkormány kitérés oldalerőre gyakorolt hatása elhanyagolható, ezért $C_{y_{\delta_R}} = \frac{dC_y}{d\delta_R} \approx 0$, kivéve az olyan eseteket, amikor az UAV repülés-szabályozó rendszerében a visszacsatolás a kereszttengetly mentén mért lineáris gyorsulás szerint történik. A $C_{y_{\delta_A}} = \frac{dC_y}{d\delta_A}$ együttható szintén elhanyagolható kis értéke miatt, tehát $C_{y_{\delta_A}} \approx 0$. Mivel az oldalkormány pozitív irányú szögkitérése pozitív előjelű oldalerő növekményt hoz létre, ezért a statikus stabilitás feltétele: $C_{y_{\delta_R}} < 0$ [5.12, 5.18].

$$9. \quad L_{\delta_A} \triangleq \frac{\rho S u_0^2 b}{2J_{xx}} C_{l_{\delta_A}}, L_{\delta_R} \triangleq \frac{\rho S u_0^2 b}{2J_{xx}} C_{l_{\delta_R}} \quad (5.296)$$

Az orsózó nyomatéki együttható oldalkormány szerint változását a $C_{l_{\delta_R}}$ derivatív együttható adja meg. Általában igaz, hogy $C_{l_{\delta_R}} \approx 0$. Mivel az oldalkormány rendszerint az OX tengely felett kerül beépítésre, ezért a pozitív irányú oldalkormány kitérés pozitív előjelű orsózó mozgást hoz létre, más szóval igaz, hogy $C_{l_{\delta_R}} > 0$. Az orsózó nyomatéki együttható

csűrőlapok által létrehozott változását a $C_{l_{\delta_A}} = \frac{dC_l}{d\delta_A}$ derivatív együttható

adja meg, amelyet csűrő hatékonysági együtthatónak is szokás nevezni. Eme együttható az UAV oldalirányú mozgásának vizsgálata során az egyik legfontosabb, amely információt hordoz az adott UAV irányíthatóságáról, illetve kormányozhatóságáról. E derivatív együttható a kis sebességű repülések esetén is fontos, amikor a légköri turbulencia zavarait oldalirányban is kompenzálni szükséges [5.10, 5.12, 5.18].

$$10. \quad N_{\delta_A} = \frac{\rho S u_0^2 b}{2J_{zz}} C_{n_{\delta_A}}, N_{\delta_R} = \frac{\rho S u_0^2 b}{2J_{zz}} C_{n_{\delta_R}} \quad (5.297)$$

A legyező nyomaték N_{δ} együtthatója azt mutatja meg, hogy az együttható milyen kapcsolatban áll az oldalkormány, vagy a csűrőlapok szögkitéréseivel. A $C_{n_{\delta_R}} = \frac{dC_n}{d\delta_R}$ derivatív együtthatót szokás az oldalkormány ha-

tékonyági együttthatójának is nevezni. Ha az oldalkormány balra tér ki, vagyis $\delta_R > 0$, akkor az UAV negatív legyező nyomaték hat. Másképpen fogalmazva, $C_{n_{\delta_R}} < 0$. A csűrőlapok szöghelyzet változása esetén a

$$C_{n_{\delta_A}} = \frac{dC_n}{d\delta_A} < 0 \text{ feltétel teljesülése esetén, ha az UAV-vezető fordulót kí-}$$

ván végrehajtani, akkor az UAV először ellentétes irányban, *ellenkező* „legyezést” hajt végre. A $C_{n_{\delta_A}} > 0$ feltétel esetén, a forduló végrehajtása kezdetén *támogató legyező mozgást* végez az UAV. Bármely előjellel rendelkezzen is a $C_{n_{\delta_A}}$ együtttható – a megfelelő oldalstabilitás érdekében – kis értékűnek kell lennie.

A merev testnek tekintett UAV statikus stabilitási derivatív együttthatói tehát fontos szerepet játszanak az UAV automatikus repülésszabályozó rendszerének előzetes tervezése, és az azt követő vizsgálatok során. A témával kapcsolatos ismeretek után érdeklődők sikerrel lapozhatják az [5.23, 5.24, 5.25] irodalmakat.

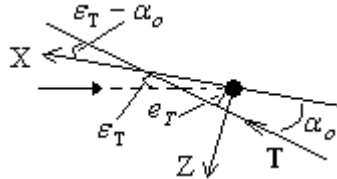
5.12 A PROPULZIÓS ERŐ A MEREV UAV MOZGÁSEGYENLETEIBEN

A merev testnek tekintett UAV mozgásegyenleteinek számos stabilitási derivatív együttthatója nemcsak az aerodinamikai, hanem a propulziós (toló, vagy vonóerő) erőtől is függ. A propulziós erő, hatással van a derivatív együttthatókra, de e hatást előre megbecsülni szinte lehetetlen. Az egyes derivatív együttthatók propulziós erőtől való függését csak speciális szélcsatornás kísérletekkel lehet meghatározni. A propulziós rendszer által létesített erők az alábbiak szerint foglalhatók össze:

1. a hajtómű gondolán, a pilonokon ébredő aerodinamikai erők, a gondolák, pilonok súlyereje;
2. a hajtóművek súlya;
3. a hajtómű beömlő (gázturbinás hajtóművek esetén) nyílásán a beáramló levegőtömeg által létesített erő;
4. a szívócsatornában, és a gázelvezető csőben (fűvócső) mozgó légtömeg szögsebessége által létesített nyomaték;

5. a hajtóművek forgó elemei (ide értve a légszár lapátokat is) által létesített nyomatékok és ellennyomatékok, illetve a forgóelemek miatt fellépő Coriolis-erők;
6. maga a toló(vonó)erő komponensei, és a komponensek nyomatékai.

Először az 5.3. ábra alapján végezzük egy rövid geometriai vizsgálatot.



5.3. ábra. A tolóerő

Az 5.3. ábrán: ϵ_T a \mathbf{T} tolóerő vektoriránya, és a megfűvás iránya által bezárt szög; α_o állásszög; e_T a tömegközéppont és a tolóerő iránya között mért lineáris távolság. Az 5.3. ábra alapján igazak az alábbi összefüggések:

$$X_T = T \cos(\epsilon_T - \alpha_o), \quad (5.299)$$

$$Z_T = -T \sin(\epsilon_T - \alpha_o), \quad (5.300)$$

$$M_T = e_T T. \quad (5.301)$$

Ismeretes, hogy a tolóerő – általános esetben a levegő sűrűségétől, a gázkar helyzetétől (azaz a beadagolt tüzelőanyag tömegáramától, vagy a BLDC-hajtás fordulatszámától), és az UAV levegőhöz viszonyított, relatív sebességtől függ, ezért igazak az alábbi összefüggések [5.12]:

$$dX_T = \cos(\epsilon_T - \alpha_o) \left\{ \frac{\partial T}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial u} u + \frac{\partial v}{\partial w} w \right) + \frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} \delta_{th} \right\}, \quad (5.302)$$

$$dZ_T = \sin(\epsilon_T - \alpha_o) \left\{ \frac{\partial T}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial u} u + \frac{\partial v}{\partial w} w \right) + \frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} \delta_{th} \right\}, \quad (5.303)$$

valamint teljesülnek a következő egyenlőségi feltételek is [5.8, 5.12]:

$$\frac{\partial X_T}{\partial w} = \frac{\partial T}{\partial v} (\cos \epsilon_T \sin \alpha_o \cos \alpha_o + \sin \epsilon_T \sin^2 \alpha_o), \quad (5.304)$$

$$\frac{\partial X_T}{\partial u} = \frac{\partial T}{\partial v} (\cos \epsilon_T \cos^2 \alpha_o + \sin \epsilon_T \sin \alpha_o \cos \alpha_o), \quad (5.305)$$

$$\frac{\partial X_T}{\partial \delta_{th}} = \frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} (\cos \varepsilon_T \cos \alpha_o + \sin \varepsilon_T \sin \alpha_o), \quad (5.306)$$

$$\frac{\partial Z_T}{\partial u} = -\frac{\partial T}{\partial v} (\sin \varepsilon_T \cos^2 \alpha_o - \cos \varepsilon_T \sin \alpha_o \cos \alpha_o), \quad (5.307)$$

$$\frac{\partial Z_T}{\partial w} = -\frac{\partial T}{\partial v} (\sin \varepsilon_T \sin \alpha_o \cos \alpha_o - \cos \varepsilon_T \sin^2 \alpha_o), \quad (5.308)$$

$$\frac{\partial Z_T}{\partial \delta_{th}} = -\frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} (\sin \varepsilon_T \cos \alpha_o - \cos \varepsilon_T \sin \alpha_o). \quad (5.309)$$

Mindazonáltal, az UAV kiegyensúlyozott repülési helyzetében az eredő nyomatéka zérusértékű, tehát a propulziós erő nyomatékát az azonos nagyságú, de ellentétes irányú aerodinamikai nyomaték egyensúlyozza ki, ezért igazak a következő egyenlőségi feltételek [5.9, 5.10.5.12, 5.18]:

$$M_o = T_o e_T + \frac{\rho u_o^2}{2} S \bar{c} C_m = 0, \quad (5.310)$$

$$dM = e_T \left\{ \frac{\partial T}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial u} u + \frac{\partial v}{\partial w} w \right) + \frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} \delta_{th} \right\} + \rho u_o S \bar{c} C_m \left(\frac{\partial v}{\partial u} u + \frac{\partial v}{\partial w} w \right). \quad (5.311)$$

Az (5.310) egyenlet rendezésével a következő egyenletet kapjuk:

$$T_o e_T = -\frac{\rho u_o^2}{2} S \bar{c} C_m, \quad (5.312)$$

vagy más alakban a következő egyenlettel is megadható:

$$\rho u_o S \bar{c} C_m = -\frac{2T_o e_T}{u_o}, \text{ és} \quad (5.313)$$

$$dM = e_T \left\{ \left(\frac{\partial T}{\partial v} - \frac{2T_o}{u_o} \right) (u \cos \alpha_o + w \sin \alpha_o) + \frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} \delta_{th} \right\}. \quad (5.314)$$

Az (5.314) egyenlet alapján könnyen belátható, hogy propulziós erő által kiváltott nyomaték-differenciál függ az egyensúlyi helyzet T_o / u_o hányadosától. A propulziós erő az alábbi egyszerű képlettel is meghatározható:

$$T = \frac{\rho u_o^2}{2} S C_{th}. \quad (5.315)$$

Megjegyezzük, hogy a C_{th} együtttható nem aerodinamikai eredetű. A propulziós erő alapvetően az X_u együttthatót határozza meg, amely a következő egyenlet alapján számítható [5.12]:

$$X_u = -\frac{\rho S u_o}{m} \left(\frac{u_o}{2} \frac{\partial C_D}{\partial u} + C_D \right) + \frac{1}{m} \frac{\partial T_x}{\partial u}, \quad (5.316)$$

ahol T_x a propulziós erő OX tengelyre vett vetülete. A $\partial T_x / \partial u$ derivatív együtttható hajtómű próbapadon mérhető. A propulziós erő más stabilitási derivatív együttthatóra gyakorolt hatása elhanyagolhatóan kis értékű.

A gázkar helyzetének δ_{th} megváltozása, amikor például az UAV-kezelő gyorsít, a propulziós erő megváltozását eredményezi. A propulziós erő az alábbi komponens erőösszetevőket, és nyomatékot hozza létre [5.18]:

$$X_{\delta_{th}} = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} \right) \cos \varepsilon_T, \quad (5.317)$$

$$Z_{\delta_{th}} = -\frac{1}{m} \left(\frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} \right) \sin \varepsilon_T, \quad (5.318)$$

$$M_{\delta_{th}} = -\left(\frac{e_T}{I_{yy}} \right) \left(\frac{\partial T}{\partial \delta_{th}} \right) \cos \varepsilon_T. \quad (5.319)$$

5.13 KÖVETKEZTETÉSEK















Stabilitási és irányíthatósági vizsgálatok, valamint az automatikus irányítás elemzésekor az UAV-t többnyire merev testnek tekintik, és térbeli mozgásának egyenleteit az UAV-hoz kapcsolt test koordináta-rendszerben szokás felírni. A szükséges koordináta-rendszerek megfelelő megválasztása után lehet felírni az általános mozgásegyenleteket, majd a nemlineáris mozgásegyenleteket – a könnyebb kezelhetőség érdekében – a kis növekményes (kis megzavarás) módszerét, más néven a Taylor–sorfejtést alkalmazva linearizálják. A merev UAV általános mozgásegyenletei feloszthatók az oldalirányú-, és a hosszirányú mozgás állandó együttthatójú, lineáris (linearizált) állapot-egyenleteire.

Belátható, hogy a matematikai modellből nem mindig szükséges az összes repülési paraméter meghatározása. A gyakran alkalmazott repülési paraméter a repülési magasság, a pályaszög, az útirány szög, a függőleges és az oldalirányú terhelési együtttható. Ha a vizsgálni kívánt repülési paraméterek nem a

dinamikus egyenletek megoldásai, akkor a szükséges repülési paraméterekre kinematikai egyenleteket írunk fel, és így származtatjuk a keresett repülési paramétert. A merev testnek tekintett UAV állapot- és kimeneti egyenletének felírása után az átviteli függvények már egyszerűen meghatározhatók.

Lényeges momentum, hogy nem minden stabilitási derivatív együttható gyakorol azonos, fontos hatást a merevnek tekintett UAVk kormányozhatósági-, és stabilitási minőségi jellemzőire.

5.14 ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

-  Ismertesse a repülésmechanikában használatos koordináta-rendszereket!
-  Írja fel az impulzus-, és a perdület-tétel egyenleteit!
-  Ismertesse a teljes differenciálás szabályát!
-  Határozza meg a merev testnek tekintett UAV egyenes vonalú mozgásának egyenleteit!
-  Határozza meg a merev testnek tekintett UAV forgó mozgásának egyenleteit!
-  Ismertesse a nemlineáris függvények Taylor-sorfejtés módszerével történő linearizálásának elvét!
-  Határozza meg a testnek tekintett UAV hosszirányú mozgásának állapot-változóit!
-  Végezze el a hosszirányú mozgás nemlineáris mozgásegyenleteinek linearizálását!
-  Írja fel a merev testnek tekintett UAV hosszirányú mozgásának állapot-, és a kimeneti egyenletét ideális, és annak zavart állapotára is!
-  Határozza meg a merev testnek tekintett UAV oldalirányú mozgásának állapot-változóit!
-  Végezze el az oldalirányú mozgás nemlineáris mozgásegyenleteinek linearizálását!
-  Írja fel a testnek tekintett UAV oldalirányú mozgásának állapot-, és kimeneti egyenletét ideális, és annak zavart állapotára is!
-  Értelmezze a testnek tekintett UAV hosszirányú mozgása derivatív együtthatóinak fizikai tartalmát!
-  Értelmezze a testnek tekintett UAV oldalirányú mozgása derivatív együtthatóinak fizikai tartalmát!

5.15 SZÁMÍTÁSI MINTAFELADATOK

A fejezet célja kidolgozott mintafeladatok segítségével röviden bemutatni, milyen módszerekkel lehet megvizsgálni a nemirányított UAVk idő-, és frekvenciatartománybeli minőségi jellemzőit. A repülőeszközök statikus és dinamikus stabilitásának elméleti repülésdinamikai feltételeivel az [5.4, 5.5, 5.6] irodalmak foglalkoznak. A stabilitás kvalitatív és kvantitatív minőségi jellemzőit az [5.14, 5.15, 5.16, 5.17] irodalmak teszik közzé, míg a szükséges szabályozástechnikai ismereteket az [5.12, 5.23, 5.24, 5.25] irodalmak foglalják össze.

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy a dinamikus rendszerekkel szemben támasztott egyik alapkövetelmény a stabilitás. A stabilitás Ljapunov-i értelemben az alábbiak szerint is megadható: ha a dinamikus rendszert gerjesztjük, és magára hagyjuk, akkor a stabilis rendszer visszatér kezdeti, kiindulási állapotába. Más szóval, a rendszer súlyfüggvénye zérushoz tart, ha a tranziens idő tart a végtelenhez.

A dinamikus rendszer stabilitása önmagában sokszor nem elegendő, szükséges a tranziens folyamatok nevezetes válaszfüggvényein értelmezett minőségi jellemzőket is vizsgálni. Ezek a minőségi jellemzők az átmeneti függvényen értelmezett túlszabályozás, lengésszám, az átmeneti függvény maximális értékének eléréséhez szükséges idő, a tranziens idő, a csillapítási tényező, valamint a Nyquist-diagramon értelmezett erősítési, és fázistartalék értékek.

A dinamikus rendszerek tárgyalási módszerei közül a fontosabbak a differenciál-egyenlet módszer, a Laplace-transzformáció módszere, valamint a frekvencia-függvény módszer.

A differenciál-egyenlet módszer lényege, hogy a dinamikus rendszer differenciál-egyenletét oldjuk meg különféle bemeneti gerjesztő jel hatására. A módszer előnye, hogy a dinamikus rendszer válaszjelét időfüggvény formájában kapjuk meg, így az azonnal kiértékelhető, a minőségi jellemzőknek történő megfelelés könnyen megítélhető.

A dinamikus rendszerek másik tárgyalási módszere a Laplace-transzformáció módszere, amelynek segítségével a dinamikus rendszereket leíró egyenleteket és jeleket operátoros alakban írjuk fel. E módszer lényege, hogy az integro-differenciál egyenleteket algebrai alakban adjuk meg, így a matematikai alapműveletek (pl. integrálás, differenciálás) könnyen elvégezhetőek. A módszer hátránya, hogy megoldásként a dinamikus rendszer válaszjelének Laplace-transzformáltját kapjuk, amit az inverz transzformáció segítségével át kell vinni az időtartományba.

A dinamikus rendszerek fontos vizsgálati területe a frekvenciatartománybeli analízis, amikor a rendszer bemeneti jele harmonikus jel. Feltételezzük, hogy a dinamikus rendszer frekvenciatartó, más szóval, a rendszer válaszfüggvénye csak az erősítésben, és a fázisszögben változik a bemeneti jelhez képest. A frekvencia-függvény a dinamikus rendszer kimeneti jelének, és a bemeneti jelének hányadosa. A frekvencia-függvény komplex mennyiség, ábrázolására többféle módszer is ismert, mint például a Bode-, a Nyquist-, és a Nichols-diagramok. A Nyquist-diagram a frekvencia-függvény algebrai alakját, míg a Bode-diagram annak exponenciális alakját ábrázolja, azzal a sajátossággal, hogy a Bode-diagram erősítés-körfrekvencia függvényét *log-lin* léptékezésű koordináta rendszerben adjuk meg, míg a fázis-körfrekvencia jelleggörbe ábrázolása *lin-lin* léptékezésű koordináta rendszerben történik. A Nichols-diagram a dinamikus rendszer erősítését adja meg – rendszerint – a fázisszög, vagy a fázistartalék függvényében. A Nichols-diagram léptékezése *log-lin*. Az irányítástechnikai rendszerdinamikai analízis fontos modern módszer a számítógépes szimuláció, amelynek segítségével a dinamikus rendszerek viselkedése könnyen megítélhető, a minőségi jellemzők gyorsan kiszámíthatók, és a vizsgálati eredményeket szemléletesen tudjuk megjeleníteni. A fejezet elkészítésekor a MATLAB[®] programcsomagot, és annak szükséges segédprogramjait alkalmaztuk [5.26, 5.27, 5.35, 5.36].

5.16 GYAKORLÓ FELADATOK

5.16.1. Gyakorló feladat

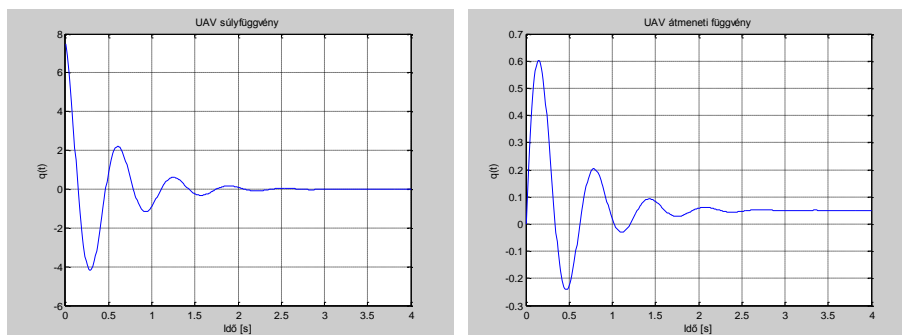
Legyen adott egy hipotetikus UAV hosszirányú mozgásának átviteli függvénye az alábbi alakban:

$$Y(s) = \frac{q(s)}{\delta_M(s)} = \frac{A(1+sT)}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2}, \quad (5.320)$$

ahol: $q(s)$ – bólintó szögsebesség; $\delta_M(s)$ – magassági kormány szöghelyzetének változása; $A = 5$; $T = 1,5s$; $\xi = 0,2$; $\omega = 10 \text{ rad/s}$. Vizsgáljuk meg az UAV súlyfüggvényét, és az átmeneti függvényét. A számítógépes szimuláció eredménye az 5.4. ábrán látható.

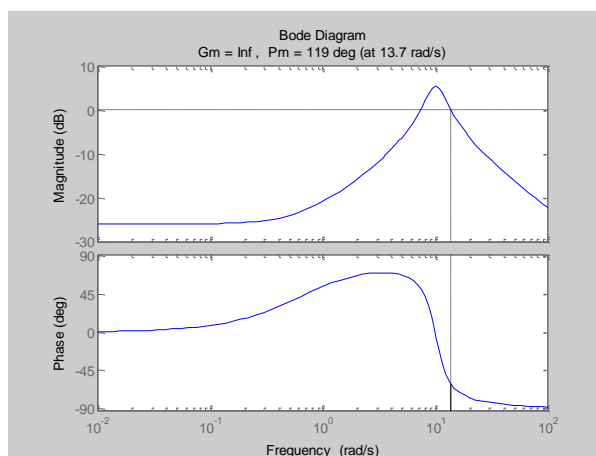
Az 5.4. ábrán látható súlyfüggvény, és átmeneti függvények alapján könnyen belátható, hogy az UAV erősen lengő jellegű, a hosszú idejű átmeneti folyamatot nagy túlszabályozás jellemzi, és a lengésszám is nagy. Az UAV sárkányszerkezetének saját csillapítása kis értékű ($\xi = 0,2$), ezért szükséges az átmeneti folyamatok minőségi jellemzőinek (pl. túlszabályozás, tranziens

idő, lengésszám) lényeges javítása, ami megvalósulhat állapot-visszacsatolással is [5.23, 5.24, 5.25, 5.26, 5.27, 5.29].



5.4. ábra. UAV tranzien viselkedése. (MATLAB script: szerző.)

Az UAV frekvenciatartománybeli vizsgálatának eredményét az 5.5. ábrán láthatjuk.

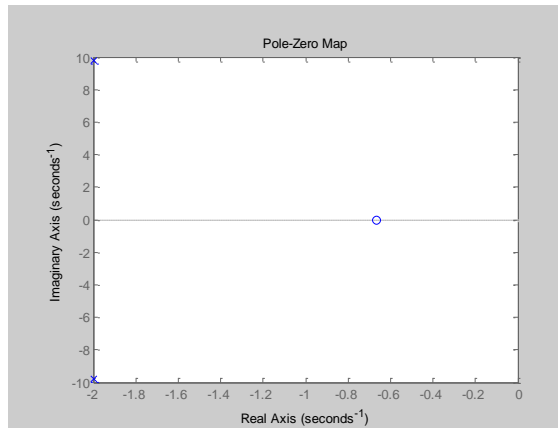


5.5. ábra. UAV Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.5. ábrán jól látható, hogy az UAV stabilis viselkedésű, erősítési tartaléka végtelen nagy, fázistartaléka pozitív, és szintén kellően nagy értékű. Az időtartománybeli viselkedés minőségi jellemzőit az alábbi táblázat mutatja be:

Sajátértékek	Csillapítási tényező,	Sajátlengések kör-frekvenciája, rad/s
$-2 + 9,8j$	0,2	10
$-2 - 9,8j$	0,2	10

Az UAV zérusait, és pólusait az 5.6. ábra mutatja be. Az 5.6. ábrán jól látható, hogy az UAV a $z_1 = -1/T$ pontban egy zérussal, és egy komplex konjugált póluspárral rendelkezik a komplex sík $p_{1,2} = -2 \pm 9,8j$ koordinátájú pontjában [5.28]. Tekintettel arra, hogy a tranziens viselkedést a komplex konjugált póluspár határozza meg, már most megfogalmazhatjuk az UAV minőségi jellemzőinek javítására vonatkozó irányításelméleti stratégiát: tervezzünk olyan szabályozót, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit meghatározó karakterisztikus egyenlet gyökei egy általunk előre megadott elhelyezkedéssel bírjanak [5.28, 5.29].



5.6. ábra. Az UAV pólusai és zérusai. (MATLAB script: szerző.)

A szabályozási feladat megoldható állapot-visszacsatolással, és a szabályozó tipikusan az előre vezető ágba helyezkedik el [5.29].

5.16.2. Gyakorló feladat

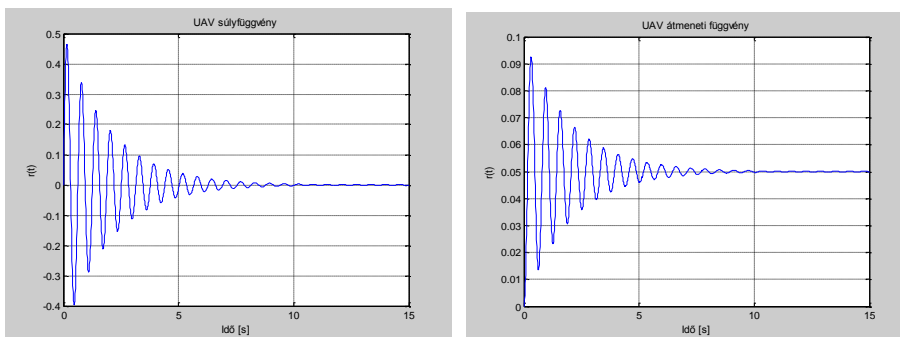
Legyen adott egy hipotetikus UAV függőleges tengely körüli legyező mozgásának átviteli függvénye az alábbi alakban:

$$Y(s) = \frac{r(s)}{\delta_o(s)} = \frac{A}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2}, \quad (5.321)$$

ahol: $r(s)$ – legyező szögsebesség; $\delta_o(s)$ – oldalkormány szöghelyzetének változása; $A = 5$; $T = 1,5s$; $\xi = 0,05$; $\omega = 10 \text{ rad/s}$. Vizsgáljuk meg az UAV súlyfüggvényét és az átmeneti függvényét. A számítógépes szimuláció eredménye az 5.7. ábrán látható.

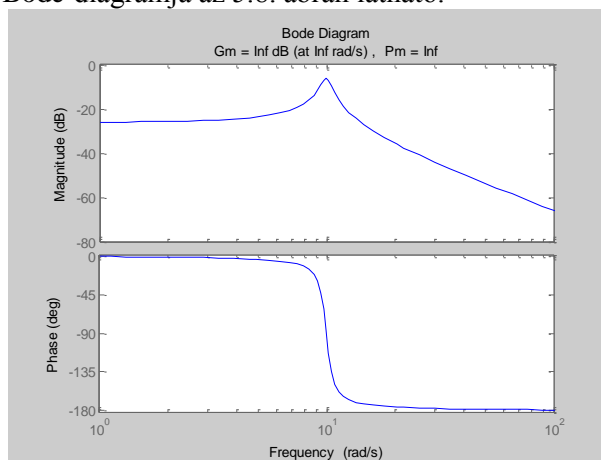
Az 5.7. ábrán látható súlyfüggvény, és az átmeneti függvény alapján könnyű belátni, hogy az UAV erősen lengő jellegű: az UAV sárkányszerke-

zetének saját csillapítása nagyon kis értékű ($\xi = 0,05$), ezért a gyakorlatban mindenképpen szükséges az átmeneti folyamatok minőségi jellemzőinek (pl. túlszabályozás, tranziens idő, lengésszám) lényeges javítása [5.23, 5.24, 5.25, 5.26, 5.27, 5.29].



5.7. ábra. UAV legyező irányú tranziens viselkedése. (MATLAB script: szerző.)

Az UAV Bode-diagramja az 5.8. ábrán látható.



5.8. ábra. UAV Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.8. ábra alapján az UAV stabilis viselkedésű, úgy az erősítési tartalék, mint a fázistartalék végtelen nagy értékű.

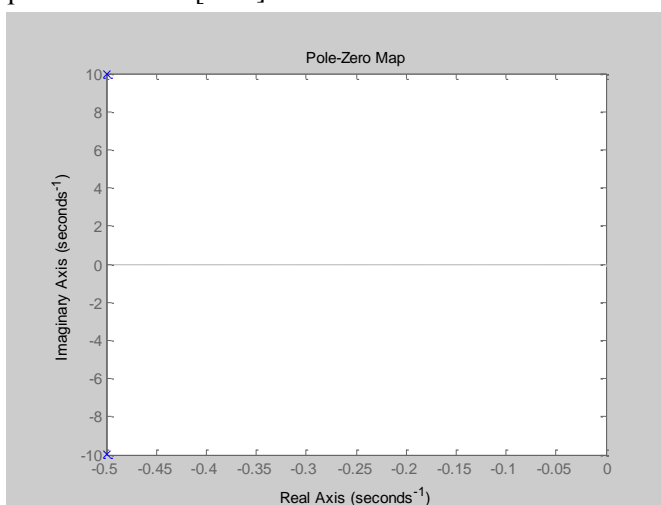
Az UAV dinamikus minőségi jellemzőit az alábbi táblázat mutatja be:

Sajátértékek	Csillapítási tényező,	Sajátlengések kör-frekvenciája, rad/s
$-0,5 + 9,9j$	0,05	10
$-0,5 - 9,9j$	0,05	10

Az UAV zérusait, és pólusait az 5.9. ábra mutatja be. Az 5.9. ábrán jól látható, hogy az UAV egy komplex konjugált póluspárral rendelkezik a komplex sík $p_{1,2} = -0,5 \pm 9,9j$ koordinátájú pontjában.

Tekintettel arra, hogy a tranziens viselkedést a komplex konjugált póluspár határozza meg, már most megfogalmazhatjuk az UAV minőségi jellemzőinek javítására vonatkozó irányításelméleti stratégiát: tervezzünk olyan szabályozót az UAV számára, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit meghatározó karakterisztikus egyenlet gyökei egy általunk előre megadott elhelyezkedéssel (allokációval) bírjanak [5.28, 5.29].

Az UAV robotpilótájának tervezése során használhatjuk például a domináns-póluspár módszert is [5.29].



5.9. ábra. Az UAV pólusai és zérusai. (MATLAB script: szerző.)

A módszer lényege: a szabályozó a karakterisztikus egyenlet gyökeinek olyan elhelyezkedését biztosítja, hogy a komplex síkon a függőleges tengelyhez legközelebb eső gyök egy komplex konjugált gyökpár (domináns póluspár), míg az összes többi gyök a domináns gyöktől nagy távolságra helyezkedik el, vagyis, az UAV zárt repülésszabályozó rendszerének dinamikáját egyedül a komplex konjugált gyökpár határozza meg [5.29].

5.16.3. Gyakorló feladat

Az *Ultrastick* Eflight 25 pilóta nélküli légitáncos (5.10. ábra) oldalirányú ún. egyszabadságfokú dinamikus modelljét $v=18m/s$ és $H=100m$ esetére Bauer adta meg, a következő átviteli függvénnyel [5.30]:

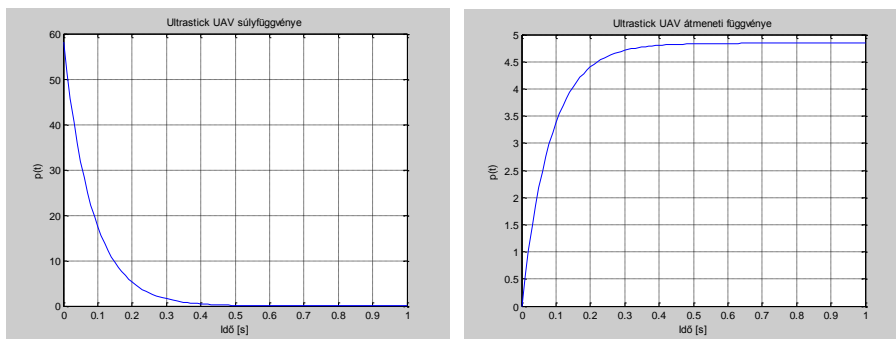


5.10. ábra. Az Ultrastick Eflite 25 UAV.

$$Y(s) = \frac{p(s)}{\delta_{cs}(s)} = \frac{A}{1 + sT}, \quad (5.322)$$

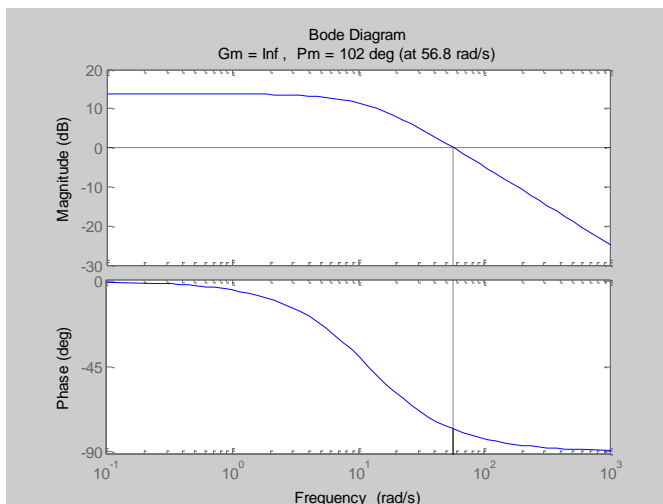
ahol: $p(s)$ – orsózó szögsebesség; $\delta_{cs}(s)$ – a csűrőlapok szöghelyzetének változása; $A = 4,8416$; $T = 0,0833s$.

Az 5.11. ábrán látható az Ultrastick pilóta nélküli légijármű súlyfüggvénye és az átmeneti függvénye. Az ábra alapján jól látható, hogy az UAV orsózó mozgása exponenciális jelleggel viselkedik, amit egyébként az UAV (5.322) egyenlettel adott arányos-egytárolás jellegű átviteli függvénye is alátámaszt. Az UAV időállandója kicsi ($T = 0,0833s$), így a tranziens folyamatok nagyon gyorsan játszódnak le.



5.11. ábra. Ultrastick UAV orsózó mozgásának tranziens viselkedése.
(MATLAB script: szerző.)

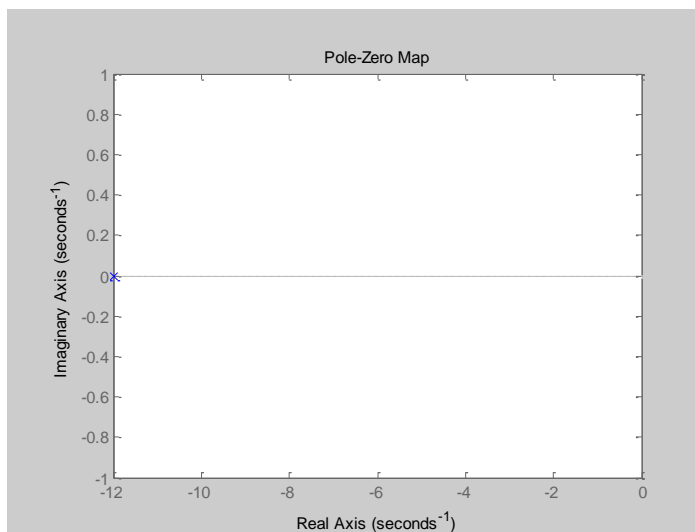
Az Ultrastick UAV Bode-diagramja az 5.12 ábrán látható.



5.12 ábra. Ultrastick UAV Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

Az UAV frekvencia-függvénye alapján könnyű belátni, hogy az UAV alul-áteresztő jelleggel viselkedik: a kisfrekvenciás jeleket erősítve, míg a nagyfrekvenciás jeleket szűrve, csillapítva viszi át. Az 5.12. ábra alapján az UAV stabilis viselkedésű: az erősítési tartalék végtelen nagy értékű, az erősítési tartalék pedig 102 fok (56,8 rad/s körfrekvencia esetén).

Az Ultrastick UAV pólusait az 5.13. ábra mutatja be.



5.13. ábra. Az UAV pólusai és zérusai. (MATLAB script: szerző.)

Az UAV dinamikus minőségi jellemzőit az alábbi táblázat mutatja be:

Sajátértékek	Csillapítási tényező,	Sajátlengések kör-frekvenciája, rad/s
-12	1	12

Az 5.13. ábrán jól látható, hogy az UAV egy negatív előjelű valós gyökkel rendelkezik a komplex síkon [5.26, 5.27, 5.29].

5.16.4. Gyakorló feladat – a Boomerang-60 Trainer UAV oldalirányú mozgásának vizsgálata

A Boomerang-60 Trainer UAV repülésmechanikai adatait Pillar C. S. Eng mutatta be [5.31]. A Boomerang-60 UAV (5.14. ábra) repülésdinamikai modelljének identifikálásához az alábbi fontosabb adatokat használták [5.31]:



5.14. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV.

Repülési sebesség: 19 m/s.

Bólintási szög kezdeti értéke: $\vartheta_o = 0^\circ$.

Nehézségi gyorsulás: 9,80665 m/s².

UAV tömege: 5,5555 kg.

Szárnyfelület: 0,598745 m².

Fesztávolság: 1,81 m.

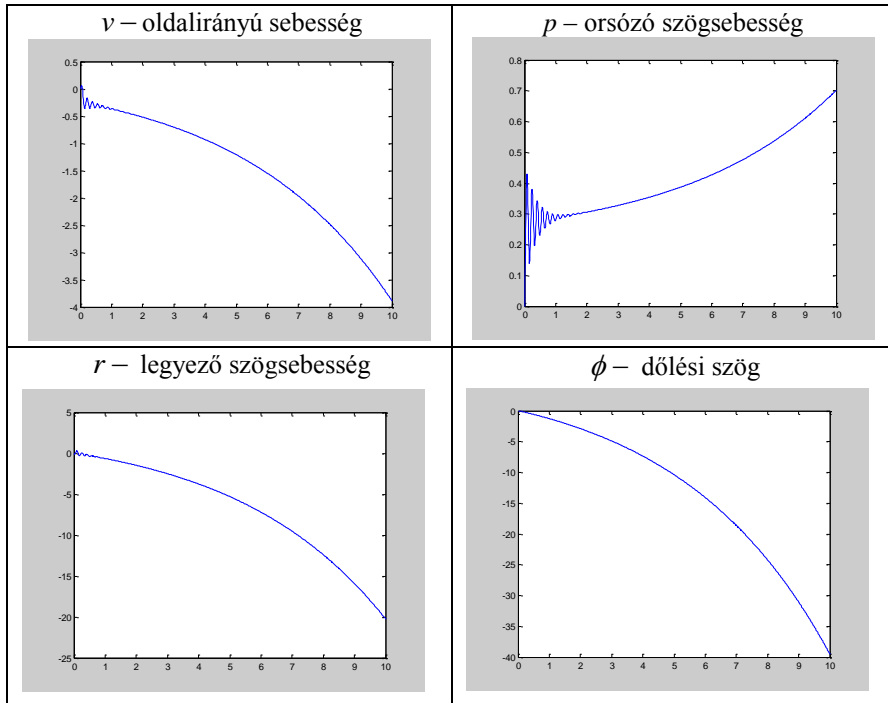
Közepes aerodinamikai húr: 0,33077 m.

Levegő sűrűsége: $\rho = 1,225$ kg/m³.

A Boomerang-60 UAV oldalirányú mozgásának állapotteres matematikai modelljét az [5.31] irodalom az alábbi alakban adta meg:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} = \begin{bmatrix} -0,7724 & 0 & -18,9671 & 9,0867 \\ 1,9247 & -19,9149 & 7,7565 & 0 \\ 69,1314 & -23,8689 & -2,5966 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 2,2582 \\ -23,8289 & 1,5015 \\ -11,7532 & -15,2855 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (5.323)$$

ahol: v – oldalirányú sebesség, p – orsózó szögsebesség, r – legyező szögsebesség, ϕ – dőlési szög, δ_a – csűrőlapok szögkitérése, és végül, δ_r – az oldalkormány szöghelyzetének változása. A Boomerang-60 Trainer UAV átmeneti függvényei az 5.15., és az 5.16. ábrán láthatóak.

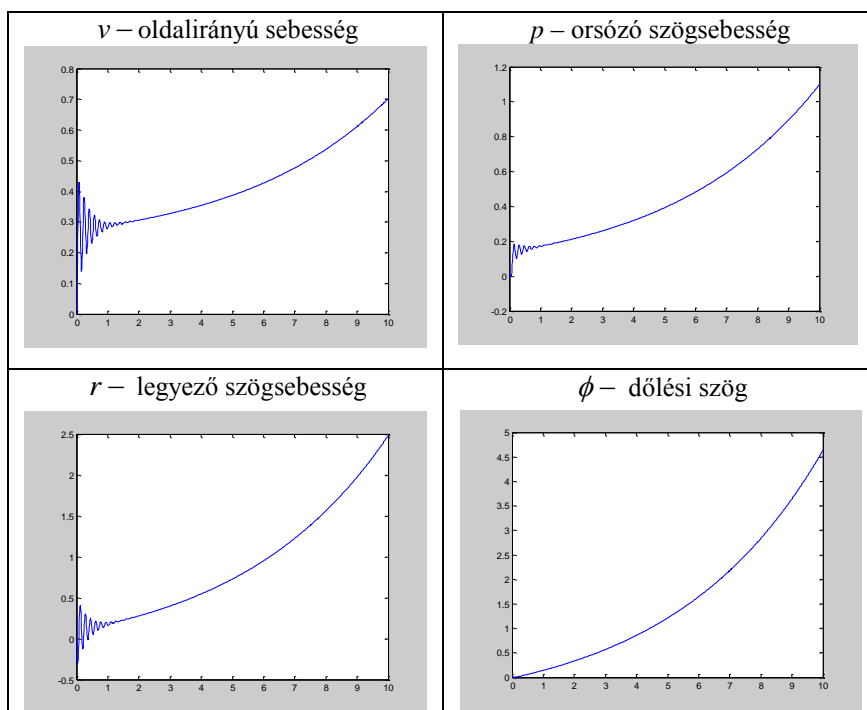


5.15. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV átmeneti függvényei.
Bemenet a csűrőlapok $\delta_a = 1(t)$ szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.15. ábra alapján könnyen belátható, hogy a tranziens folyamatok egy gyors lefolyású rövidperiodikus lengéssel indulnak, majd aperiodikus jelleggel csengenek le.

Reprezentatív viselkedést mutat a jobb felső ábra (bemenet: csűrőlapok δ_a szöghelyzet változása, válasz: orsózó szögsebesség $p(t)$).

Az 5.16. ábrán a Boomerang-60 UAV átmeneti függvényei láthatóak, ha bemenetnek tekintjük az oldalkormány szöghelyzet változását, és kimenetnek (válaszfüggvénynek) pedig az oldalirányú mozgás összes lehetséges állapotváltozóját. Az 5.16. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az oldalirányú mozgás tranziens folyamatai rövidperiodikus (nagyfrekvenciás) lengésekkel indulnak, majd kisfrekvenciás (fugoid, pályalengés), hosszúperiodikus jelleggel válaszol az UAV. A Boomerang-60 UAV oldalirányú dinamikus mozgásában most reprezentatívnak tekinthető a bal alsó ábra (bemenet: oldalkormány δ_r szöghelyzet változása, válasz: legyező szögsebesség $r(t)$).



5.16. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV átmeneti függvényei.

Bemenet az oldalkormány $\delta_r = 1(t)$ szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

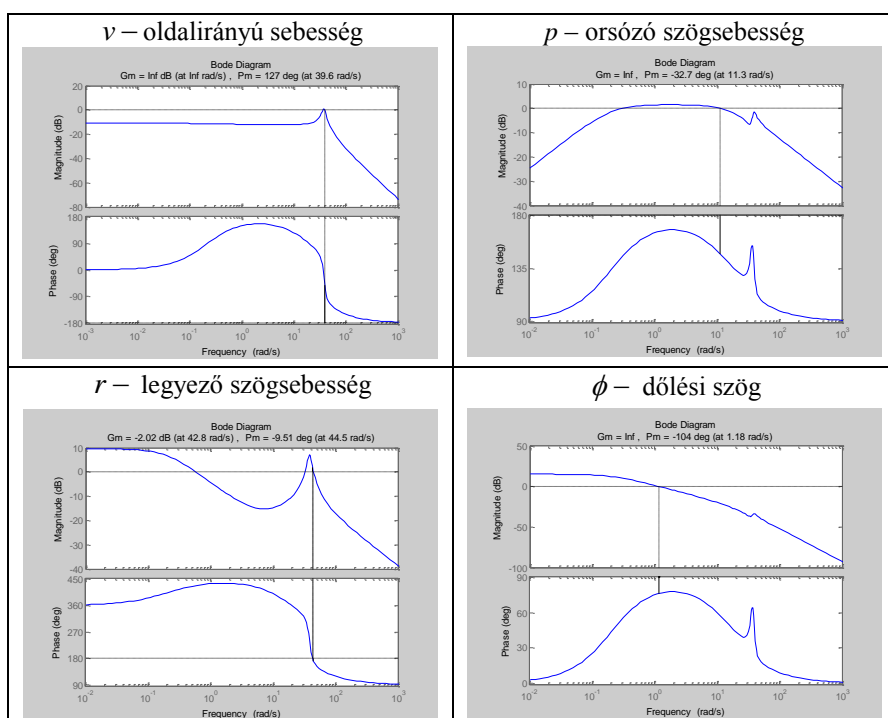
Most vizsgáljuk meg a Boomerang-60 Trainer UAV viselkedését frekvenciatartományban. Hasonlóképpen, mint az időtartománybeli viselkedés vizs-

gálata során, most is két esetet kell megkülönböztetnünk: az UAV oldalirányú mozgása során egyenként bemenetnek tekintjük az oldalkormány, illetve a csűrőlapok szöghelyzet változását, míg kimenetnek az UAV oldalirányú mozgásának összes lehetséges állapotváltozóját.

Az 5.17. ábrán jól látható, hogy az UAV oldalirányú mozgása a szögsebesség-, és a szög viszonylatában instabil, mert vagy az erősítési tartalék, vagy a fázistartalék, vagy pedig mindkét mennyiség negatív előjelű. Különös

jelentőséggel bír ez a tulajdonság a $Y(s) = \frac{p(s)}{\delta_a(s)}$ reprezentatív átviteli függ-

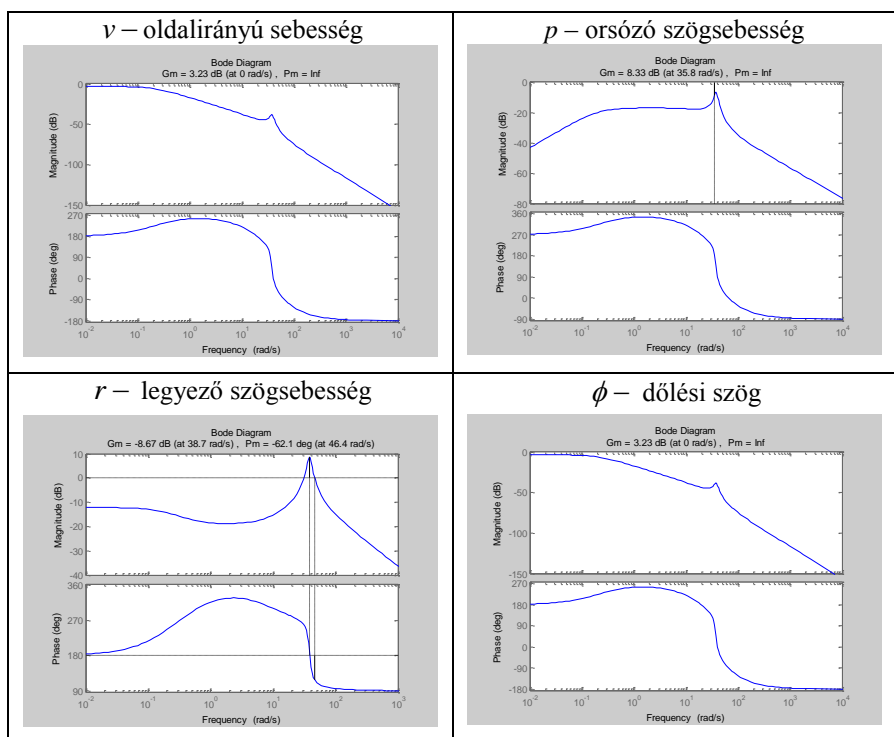
vény esetén, mert az UAV-tól elvárt a stabilis működés. Ha ezt a követelményt az UAV nem teljesíti, akkor a dinamikus stabilitást robotpilóta, vagy adott esetben az UAV-kezelő biztosítja.



5.17. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV Bode-diagramjai.

Bemenet a csűrőlapok δ_a szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.18. ábrán láthatók a Boomerang-60 Trainer UAV Bode-diagramjai, ha bemenetnek tekintjük az UAV oldalkormányának kitérését, kimenetnek pedig az UAV oldalirányú mozgásának összes lehetséges állapos-változóját.



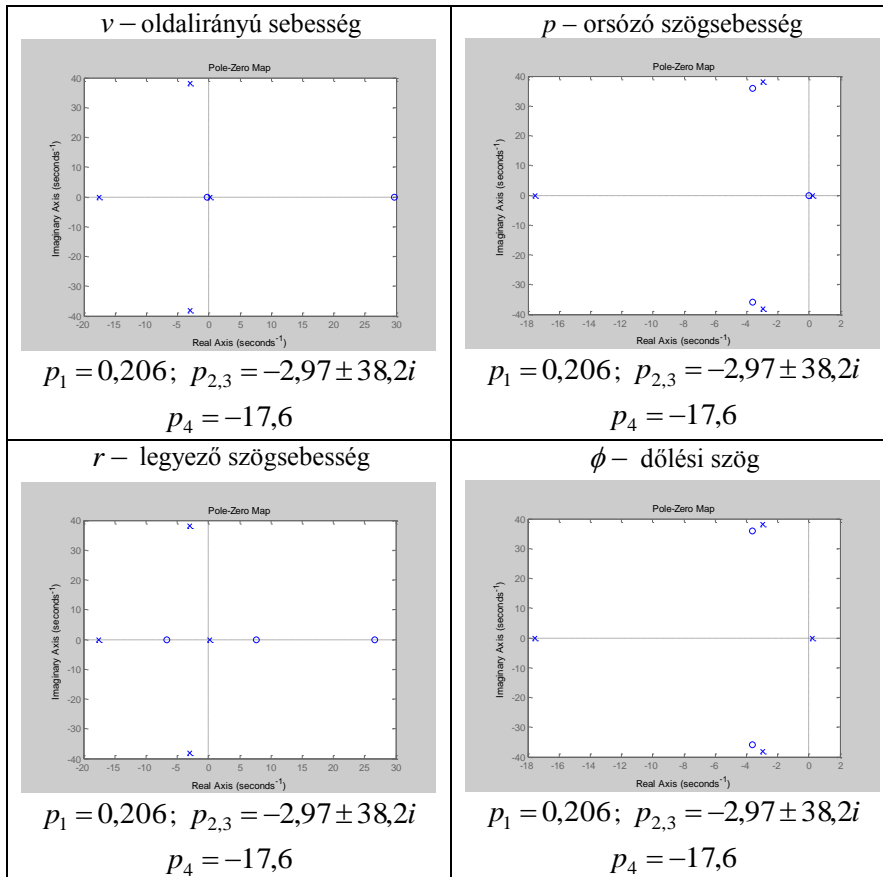
5.18. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV Bode-diagramjai.
Bemenet az oldalkormány δ_r szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.18. ábra alapján könnyen belátható, hogy az UAV oldalirányú mozgása a szögsebesség-, és a szög viszonylatában instabil, mert vagy az erősítési tartalék, vagy a fázistartalék, vagy pedig mindkét mennyiség negatív előjelű.

Különös jelentőséggel bír ez a tulajdonság a $Y(s) = \frac{r(s)}{\delta_r(s)}$ reprezentatív átvi-

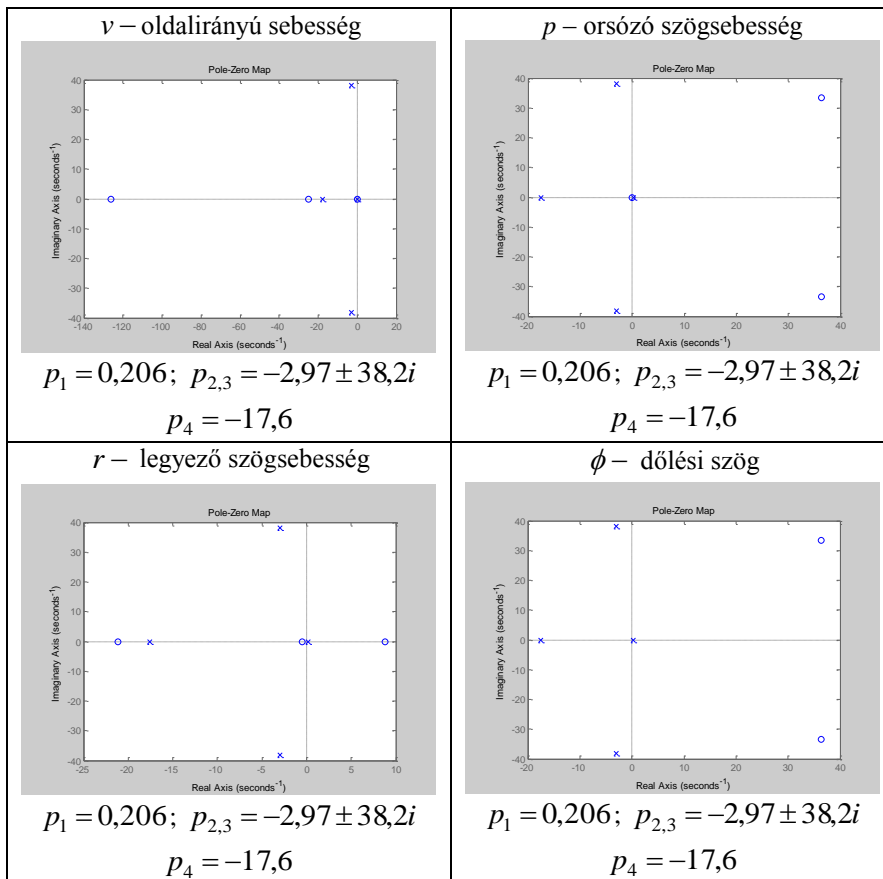
teli függvény esetén, mert a stabilis működés elvárt követelmény. Ha ezt a követelményt az UAV nem teljesíti, akkor a dinamikus stabilitást robotpilóta, vagy adott esetben az UAV-kezelő biztosítja.

Az (5.15)–(5.18) ábrák instabil folyamatait az UAV 5.19., és az 5.20. ábrán látható pólusai okozzák:



5.19. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV pólusai és zérusai.
Bemenet a csűrőlapok δ_a szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.19. ábrán jól látható, hogy az UAV tranziens viselkedésében a $p_{2,3} = -2,97 \pm 38,2i$ komplex konjugált póluspár határozza meg a rövidperiodikus mozgást, míg a $p_1 = 0,206$ pólus a komplex sík jobb felén helyezkedik el, és aperiodikus labilitást okoz. Meg kell említeni, hogy úgy a dőlési szögsebesség, mint a dőlési szög dinamikájában a $p_{2,3} = -2,97 \pm 38,2i$ póluspárhoz nagyon közeli zérus-párt is találunk. Amennyiben ez a két gyök-pár kellő pontossággal egybeesik, úgy el is tekinthetünk a hatásuktól. Ily módon egy megadott pontosságú modell-redukciót hajtunk végre. Ezt a tevékenységet a MATLAB program `minreal.m` segédfüggvénye is támogatja.



5.20. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV pólusai és zérusai.
Bemenet az oldalkormány δ_r szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.12. ábra alapján könnyen belátható, hogy az UAV tranziens viselkedésében a $p_{2,3} = -2,97 \pm 38,2i$ komplex konjugált póluspár határozza meg a rövidperiodikus mozgást, míg a $p_1 = 0,206$ pólus a komplex sík jobb felén helyezkedik el, és aperiodikus labilitást okoz.

5.16.5. Gyakorló feladat – a Boomerang-60 Trainer UAV hosszirányú mozgásának vizsgálata

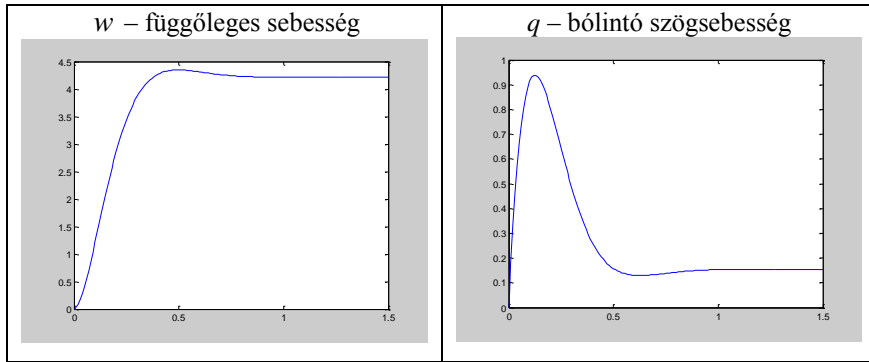
A Boomerang-60 Trainer UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának állapotteres matematikai modelljét az [5.31] irodalom az alábbi alakban adja meg:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_{\text{sp}} \mathbf{x}_{\text{sp}} + \mathbf{B}_{\text{sp}} \mathbf{u}_{\text{sp}} = \begin{bmatrix} -0,9966 & 19 \\ -3,9794 & -12,991 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1,2965 \\ -18,7890 \end{bmatrix} [\delta_e], \quad (5.324)$$

ahol: w – függőleges sebesség, q – bólintó szögsebesség, és végül, δ_e – a magassági kormány szöghelyzet-változása.

Az 5.21. ábrán a Boomerang-60 UAV átmeneti függvényei láthatóak. A számítógépes analízis során bemenetnek tekintjük a magassági kormány δ_e szöghelyzet változását, és kimenetnek (válaszfüggvénynek) pedig a w függőleges sebességet, illetve a q bólintó szögsebességet.

Az 5.21. ábrán jól látható, hogy az UAV stabilis viselkedésű, és lengő jelleggel viselkedik: a gyors lefutású tranziens folyamatok végén beáll az új egyensúlyi állapot.

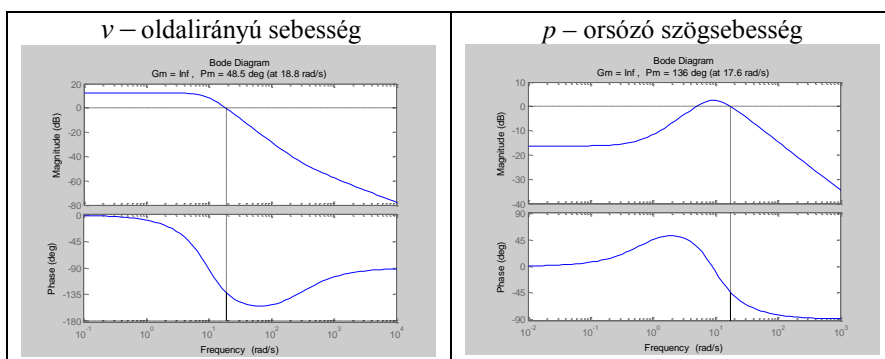


5.21. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV átmeneti függvényei.

Bemenet a magassági kormány $\delta_e(t) = -1(t)^o$ szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

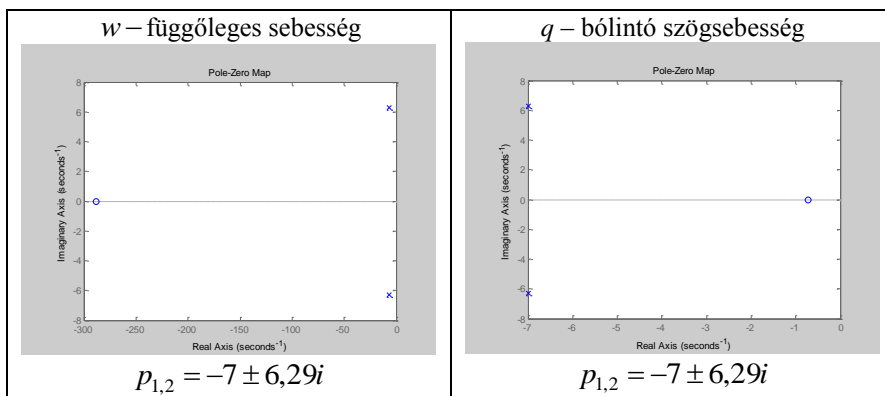
A továbbiakban vizsgáljuk meg a Boomerang-60 Trainer UAV viselkedését frekvenciatartományban. Most is két esetet kell megkülönböztetnünk: az UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgása SIMO (többváltozós, egy bemenetű, két kimenetű) rendszerként viselkedik. Az 5.22. ábrán jól látható, hogy az UAV térbeli mozgása mindkét irányítási csatornában ($\delta_e(t) \rightarrow w(t)$, $\delta_e(t) \rightarrow q(t)$) stabilis, mert úgy az erősítési-, mint a fázistar-talék, értéküktől függetlenül, pozitív. A légi robotok automatikus repüléssza-bályozásában különös jelentőséggel bír a $Y(s) = \frac{q(s)}{\delta_e(s)}$ reprezentatív átviteli

függvény, és az UAV egységnyi bemenetre adott válasza. A tranziens analízis eredménye az 5.21. ábra jobboldali részén látható.



5.22. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV Bode-diagramjai.
Bemenet a magassági kormány szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.23. ábrán a Boomerang-60 Trainer UAV pólusai, és zérusai láthatóak.



5.23. ábra. Boomerang-60 Trainer UAV pólusai és zérusai.
Bemenet a magassági kormány szögkitérése. (MATLAB script: szerző.)

Az 5.23. ábra alapján könnyű belátni, hogy az UAV transziens viselkedésében a $p_{1,2} = -7 \pm 6,29i$ komplex konjugált póluspár határozza meg a rövidperiodikus mozgást, magát a stabilitást, és a transziens folyamatok minőségi jellemzőit is.

5.16.6. Gyakorló feladat – a Zagi csupaszárny UAV repülésdinamikai jellemzőinek vizsgálata

A Zagi csupaszárny UAV az 5.24. ábrán látható.



5.24. ábra. Zagi UAV.

A Zagi UAV a 'szárnyak' kilépőéle mentén elhelyezett kormányfelületek azonos értelmű kitérítésével (magassági kormány), illetve ellentétes értelmű kitérítésével (csűrők), valamint a motor fordulatszámának megváltoztatásával irányítható oldal-, és hosszirányban [5.32, 5.33].

A Zagi UAV műszaki jellemzőit, valamint a hosszirányú-, és az oldalirányú mozgás identifikált és származtatott derivatív együtthatóit az 5.3. Táblázat mutatja be [5.32, 5.33].

Zagi UAV paraméterei és jellemzői

5.3. Táblázat

Műszaki		Hosszirányú mozgás		Oldalirányú mozgás	
Paraméter	Érték	Derivatív együttható	Érték	Derivatív együttható	Érték
m	$1,56\text{kg}$	C_{L_o}	$0,09167$	C_{Y_o}	0
J_{xx}	$0,1147\text{kgm}^2$	C_{D_o}	$0,01631$	C_{l_o}	0
J_{yy}	$0,0576\text{kgm}^2$	C_{m_o}	$-0,02338$	C_{n_o}	0
J_{zz}	$0,1712\text{kgm}^2$	C_{L_α}	$3,5016$	C_{Y_β}	$-0,07359$
J_{xz}	$0,0015\text{kgm}^2$	C_{D_α}	$0,2108$	C_{l_β}	$-0,02854$
S	$0,2589\text{m}^2$	C_{m_α}	$-0,5675$	C_{n_β}	$-0,00040$
b	$1,4224\text{m}$	C_{L_q}	$2,8932$	C_{Y_p}	0
c	$0,3302\text{m}$	C_{D_q}	0	C_{l_p}	$-0,3209$
S_{prop}	$0,0314\text{m}^2$	C_{m_q}	$-1,3990$	C_{n_p}	$-0,01297$

Műszaki		Hosszirányú mozgás		Oldalirányú mozgás	
Paraméter	Érték	Derivatív együttható	Érték	Derivatív együttható	Érték
ρ	$1,2682 \text{ kgm}^{-3}$	$C_{L_{\delta_e}}$	$0,2724$	C_{Y_r}	0
k_{motor}	20	$C_{D_{\delta_e}}$	$0,3045$	C_{l_r}	$0,03066$
k_{T_p}	0	$C_{m_{\delta_e}}$	$-0,3254$	C_{n_r}	$-0,00434$
k_{Ω}	0	C_{prop}	$1,0$	$C_{Y_{\delta_a}}$	0
e	$0,9$	M	50	$C_{l_{\delta_a}}$	$0,1682$
V_a	10 m/s	α_o	$0,4712$	$C_{n_{\delta_a}}$	$-0,00328$
H	<i>Földközeli</i>	ϵ	$0,1592$	–	–
–	–	C_{D_p}	$0,0254$	–	–

Az 5.4. Táblázat alapján vizsgáljuk az UAV oldalirányú, rövidperiodikus mozgásának viselkedését. Ismeretes, hogy az UAV forgómozgása a hossz-tengelye körül az alábbi egyenlettel írható le:

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi g \vartheta + q \cos \phi g \vartheta. \quad (5.325)$$

Mivel az UAV a repüléseit jórészt kis értékű ϑ bólintási szögek mellett hajtja végre, ezért a fenti egyenlet az alábbi alakra egyszerűsödik:

$$\dot{\phi} \cong p. \quad (5.326)$$

Az UAV orsózó mozgása [5.32] alapján, és az 5.3. Táblázat adatait felhasználva, az alábbi átviteli függvénnyel írható le:

$$Y(s) \equiv \frac{p(s)}{\delta_a(s)} = \frac{a_{\phi_2}}{(s + a_{\phi_1})}, \quad (5.327)$$

ahol:

$$a_{\phi_1} \equiv -\frac{1}{2} \rho V_a^2 S b C_{p_p} \frac{b}{2V_a}, \quad C_{p_p} = \frac{J_{zz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{l_p} + \frac{J_{xz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{n_p} \quad (5.328)$$

$$a_{\phi_2} \equiv \frac{1}{2} \rho V_a^2 S b C_{p_{\delta_a}}, \quad C_{p_{\delta_a}} = \frac{J_{zz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{l_{\delta_a}} + \frac{J_{xz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{n_{\delta_a}} \quad (5.329)$$

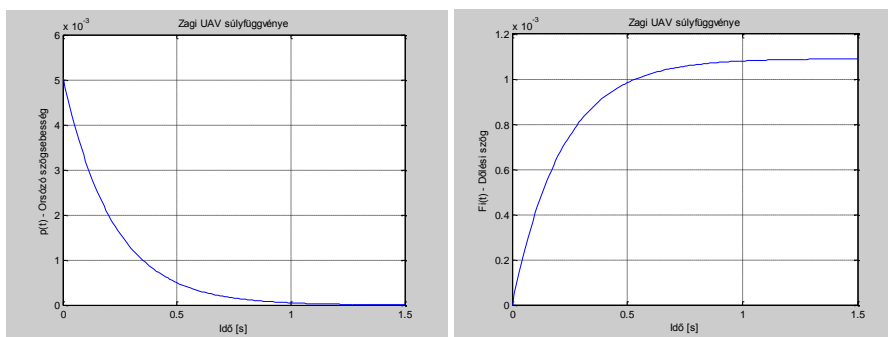
$$a_{\phi_1} \equiv 4,648503116, \quad (5.330)$$

$$a_{\phi_2} \equiv 0,005068464. \quad (5.331)$$

Az (5.327) átviteli függvény tehát a következő paraméteres alakban írható fel:

$$Y(s) \equiv \frac{p(s)}{\delta_a(s)} = \frac{0,005068464}{(s + 4,648503116)}, \quad (5.332)$$

A Zagi UAV súlyfüggvényeit az 5.25. ábra mutatja be.



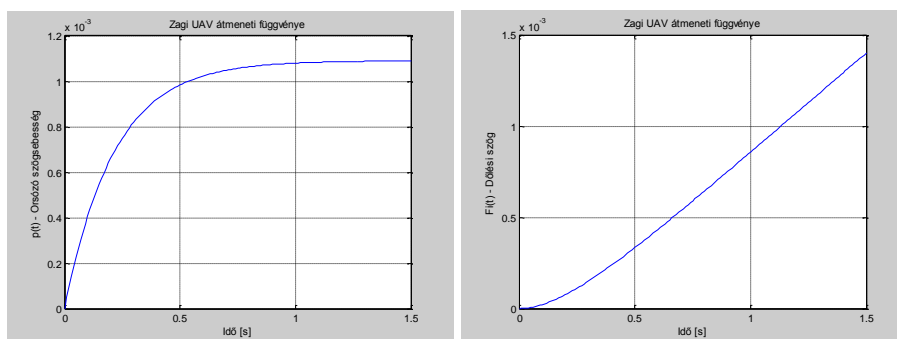
5.25. ábra. A Zagi UAV súlyfüggvényei. (Matlab script: a szerző)

a)

b)

Az 5.25. ábra, valamint az (5.326) és az (5.332) egyenletek alapján könnyű belátni, hogy az UAV dinamikus értelemben stabilis: a „csűrőlapok” egységimpulzus jellegű kitérésére a Zagi UAV orsózni kezd, majd zérusértékű lesz az orsózó szögsebesség. Ellenben a Zagi UAV dőlésszöge új egyensúlyi értéket vesz fel, nem tér vissza az UAV az eredeti kiindulási egyensúlyi helyzetébe, bár a dőlésszög értéke nagyon kicsi.

Az 5.26. ábrán a Zagi UAV átmeneti függvényei láthatóak.



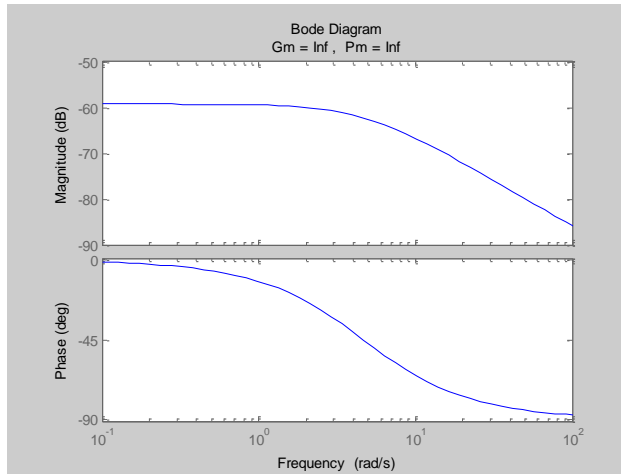
5.26. ábra. A Zagi UAV átmeneti függvényei. (Matlab script: a szerző)

a)

b)

Az (5.332) dinamikus modell alapján megállapíthatjuk, hogy az UAV átmeneti függvénye exponenciális jelleggel viselkedik (5.26. a) ábra): a csűrőlapok egységnyi kitérését a hossz tengely körüli beálló, állandó szögsebességgű forgás követi. Az UAV dőlésszög változását az 5.26. b) ábra mutatja. Jól látható a két repülési paraméter közötti integráló kapcsolat.

A Zagi UAV frekvenciafüggvényét a Bode diagram formájában az 5.27 ábrán láthatjuk.



5.27. ábra. Zagi UAV frekvenciafüggvénye. (Matlab script: a szerző)

A Zagi UAV (5.332) dinamikus modellje arányos-egytárolós tagot ad meg, a frekvenciafüggvény alul-áteresztő viselkedést ír le. A dinamikus rendszer erősítés-, és fázistartaléka is végtelen értékű.

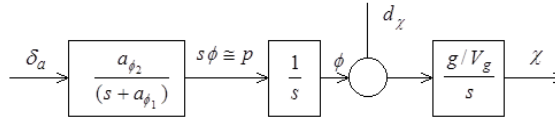
Repülésmechanikából ismert a dőlési szög és az útirányszög közötti, illetve az [5.1, 5.2, 5.3, 5.5, 5.8, 5.9, 5.12] irodalmakban megadott összefüggés, amely szabályos, csúszásmentes fordulók esetén, zavarásmentes esetre adják meg a 'dőlési szög – útirányszög' közötti kapcsolatot, az alábbi alakban írható fel:

$$\dot{\chi} = \frac{g}{V_g} \operatorname{tg} \phi \cdot \quad (5.333)$$

Az (5.333) egyenlet az alábbi módon is felírható:

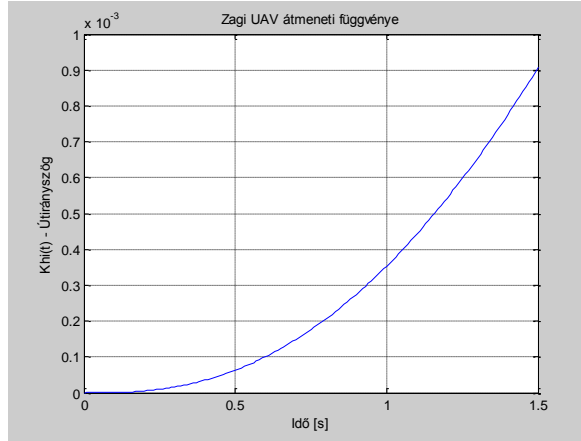
$$\dot{\chi} = \frac{g}{V_g} \phi + \frac{g}{V_g} d_{\chi} = \frac{g}{V_g} \phi + \frac{g}{V_g} (\operatorname{tg} \phi - \phi) \cdot \quad (5.334)$$

Az (5.327) és az (5.334) egyenletek alapján az UAV oldalirányú irányítási csatornája az alábbi módon adható meg (5.28. ábra):



5.28. ábra. Zagi UAV.

A Zagi UAV útirány-szögének viselkedését az 5.29. ábrán láthatjuk.



5.29. ábra. Zagi UAV tranziens viselkedése. (Matlab script: a szerző)

Az 5.28. és az 5.29. ábrák alapján a ϕ dőlési szög (5.26. b) ábra), és a χ útirány szög közötti integráló kapcsolat egyértelműen azonosítható.

A Zagi UAV oldalirányú, egyenesvonalú mozgásának fontos jellemzője az UAV mozgása a kereszt-tengely mentén. Az [5.32] irodalom alapján az UAV egyenes vonalú mozgásának sebessége a kereszt-tengely mentén a következő alakban írható fel:

$$\dot{v} = pw - ru + g \cos \vartheta \sin \phi + \frac{\rho V_a^2 S}{2m} \times \left(C_{Y_o} + C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_p} \frac{bp}{2V_a} + C_{Y_r} \frac{br}{2V_a} + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r \right). \quad (5.335)$$

Ismeretes, hogy nyugodt légkörben igaz az alábbi egyenlet:

$$v = V_a \sin \beta. \quad (5.336)$$

Állandó repülési sebesség esetén igaz, hogy

$$\dot{v} = V_a (\cos \beta) \dot{\beta}. \quad (5.337)$$

Az (5.337) egyenlet figyelembevételével az UAV keresztirányú mozgása az alábbi egyenlettel adható meg:

$$(V_a \cos \beta) \dot{\beta} = pw - ru + g \cos \vartheta \sin \phi + \frac{\rho V_a^2 S}{2m} \times \left(C_{Y_o} + C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_p} \frac{bp}{2V_a} + C_{Y_r} \frac{br}{2V_a} + C_{Y_{\delta_a}} \delta_a + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r \right). \quad (5.338)$$

Kis értékű β csúszásszögekre teljesül, hogy

$$\sin \beta \approx \beta; \cos \beta \approx 1. \quad (5.339)$$

Az (5.388) mozgásegyenlet felírható a következő egyszerű alakban is:

$$\dot{\beta} = -a_{\beta_1} \beta + a_{\beta_2} \delta_a + d_\beta, \quad (5.340)$$

ahol:

$$a_{\beta_1} = -\frac{\rho V_a S}{2m} C_{Y_\beta}, \quad (5.341)$$

$$a_{\beta_2} = -\frac{\rho V_a S}{2m} C_{Y_{\delta_a}}, \quad (5.342)$$

$$d_\beta = \frac{1}{V_a} (pw - ru + g \cos \vartheta \sin \phi) + \frac{\rho V_a S}{2m} \left(C_{Y_o} + C_{Y_\beta} \beta + C_{Y_p} \frac{bp}{2V_a} + C_{Y_r} \frac{br}{2V_a} + C_{Y_{\delta_r}} \delta_r \right), \quad (5.343)$$

Az (5.340) egyenlet Laplace-transzformáltja, zérus kezdeti feltételek mellett, a következő alakban írható fel:

$$s\beta(s) = -a_{\beta_1} \beta(s) + a_{\beta_2} \delta_a(s) + d_\beta, \quad (5.344)$$

vagy, más alakban:

$$\beta(s) = \frac{a_{\beta_2}}{s + a_{\beta_1}} (\delta_a(s) + d_\beta). \quad (5.345)$$

A Zagi UAV hosszirányú mozgásának egyik reprezentatív formája a „magassági kormány – bőlítő szög” kapcsolat. Ismeretes, hogy [5.32]:

$$\dot{\vartheta} = q \cos \phi - r \sin \phi. \quad (5.346)$$

Rendezzük az (5.346) egyenletet az alábbi módon:

$$\dot{\vartheta} = q \cos \phi - r \sin \phi = q + q(\cos \phi - 1) - r \sin \phi = q + d_q. \quad (5.347)$$

Az (5.347) egyenletben:

$$d_q = q(\cos \phi - 1) - r \sin \phi, \quad (5.348)$$

Kis értékű bedőlési szögekre igaz, hogy:

$$d_{g_1} = q(\cos\phi - 1) - r \sin\phi \cong 0. \quad (5.349)$$

Deriváljuk idő szerint az (5.347) egyenletet:

$$\ddot{g} = \dot{q} + \dot{d}_{g_1}. \quad (5.350)$$

A repülési pályaszög γ , a bólintó szög ϑ , és az állásszög α között ismert az alábbi összefüggés:

$$\vartheta = \alpha + \gamma. \quad (5.351)$$

Az UAV bólintó szögsebessége [5.32] alapján a következő alakban is megadható:

$$\begin{aligned} \ddot{g} &= \frac{J_{xz}}{J_{yy}}(r^2 - p^2) + \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}}pr + \frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} \left[C_{m_o} + C_{m_\alpha} \alpha + C_{m_q} \frac{cq}{2V_a} + C_{m_{\delta_e}} \delta_e \right] + \dot{d}_{g_1} = \\ &= \frac{J_{xz}}{J_{yy}}(r^2 - p^2) + \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}}pr + \frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} \times \\ &\times \left[C_{m_o} + C_{m_\alpha}(\vartheta - \gamma) + C_{m_q} \frac{c}{2V_a}(\dot{g} - d_{g_1}) + C_{m_{\delta_e}} \delta_e \right] + \dot{d}_{g_1} = \\ &= \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_q} \frac{c}{2V_a} \right) \dot{g} + \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_\alpha} \right) \vartheta + \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_{\delta_e}} \right) \delta_e + \\ &+ \left\{ \left(\frac{J_{xz}}{J_{yy}}(r^2 - p^2) \right) + \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}}pr + \frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} \left[C_{m_o} - C_{m_\alpha} \gamma - C_{m_q} \frac{c}{2V_a} \right] + \dot{d}_{g_1} \right\} = \\ &= -a_{g_1} \dot{g} - a_{g_2} \vartheta + a_{g_3} \delta_e + d_{g_2} \end{aligned} \quad (5.352)$$

ahol:

$$a_{g_1} = - \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_q} \frac{c}{2V_a} \right), \quad (5.353)$$

$$a_{g_2} = - \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_\alpha} \right), \quad (5.354)$$

$$a_{g_3} = \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_{\delta_e}} \right), \quad (5.355)$$

$$d_{g_2} = \left\{ \left(\frac{J_{xz}}{J_{yy}}(r^2 - p^2) \right) + \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}}pr + \frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} \left[C_{m_o} - C_{m_\alpha} \gamma - C_{m_q} \frac{c}{2V_a} \right] + \dot{d}_{g_1} \right\}. \quad (5.356)$$

Az (5.352) egyenlet Laplace-transzformáltja, zérus kezdeti feltételek mellett az alábbi egyenlettel adható meg:

$$q(s) = \frac{a_{g_3}}{s^2 + a_{g_1}s + a_{g_2}} \left(\delta_e(s) + \frac{1}{a_{g_3}} d_{g_2}(s) \right). \quad (5.357)$$

Legyen a munkaponti repülési helyzet állandó magasságon, állandó sebességgel végrehajtott egyenes vonalú mozgás, és az oldalirányú mozgás repülési paraméterei legyenek zérusértékűek, vagyis: $p \equiv r \equiv \phi \equiv \gamma \equiv 0$. Az UAV tervezésekor törekszenek a $C_{m_0} \equiv 0$ feltételre, vagyis ennek megfelelően, $d_{g_2} = 0$.

Az Euler-szögek, és a test koordináta-rendszer tengelyei körül a forgómozgás szögsebesség értékei között ismeretes az alábbi egyenlet [5.32]:

$$\dot{g} = q + d_{g_1}, \quad (5.358)$$

vagy operátoros alakban:

$$g(s) = \frac{1}{s} (q + d_{g_1}), \quad (5.359)$$

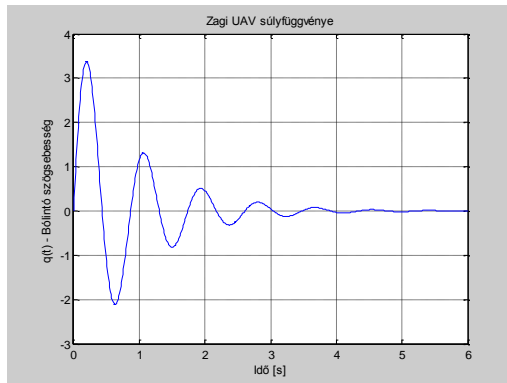
ahol:

$$a_{g_1} = -\left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_q} \frac{c}{2V_a} \right), \quad a_{g_2} = -\left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_{\alpha}} \right), \quad a_{g_3} = \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_{\delta_e}} \right). \quad (5.360)$$

Az UAV (5.357) egyenlettel adott bólintó mozgása [5.32] alapján, és az 5.3. Táblázat adatait felhasználva, az alábbi paraméterekkel írható le:

$$a_{g_1} = 2,173747907, \quad a_{g_2} = 53,40848453, \quad a_{g_3} = -30,62400153. \quad (5.361)$$

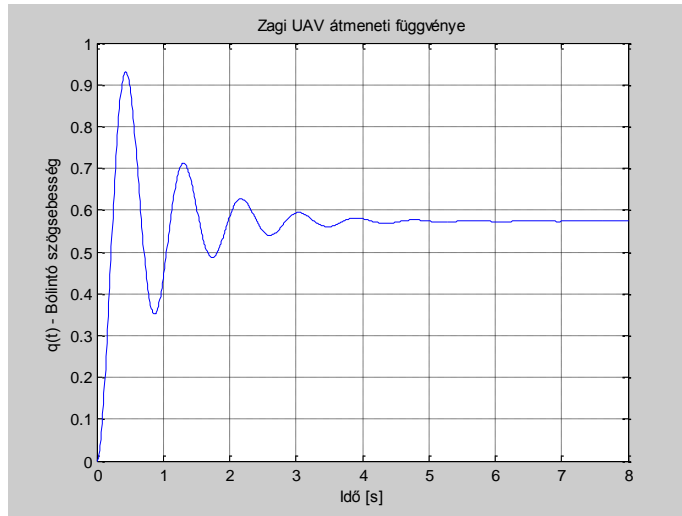
A fenti adatokat felhasználva a Zagi UAV súlyfüggvénye a magassági kormány egységnyi, negatív előjelű kitérése esetén az 5.30. ábrán látható.



5.30. ábra. A Zagi UAV súlyfüggvénye. (Matlab script: a szerző)

Az 5.30. ábra alapján könnyű belátni, hogy az UAV dinamikus értelemben is stabilis viselkedésű, de a rövidperiodikus mozgása nagymértékben alulcsillapított: az UAV nagyszámú lengéssel tér vissza a kezdeti egyensúlyi állapotába.

A Zagi UAV átmeneti függvénye az 5.31 ábrán látható.

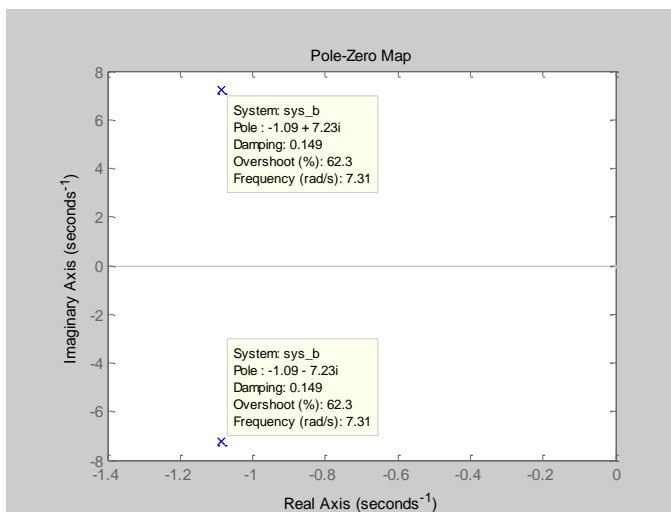


5.31. ábra. A Zagi UAV átmeneti függvénye. (Matlab script: a szerző)

A Laplace-transzformáció végérték tételét felhasználva, a bólintó szögsebesség stacioner értéke a magassági kormánylapok egységnyi kitérése esetén, az új egyensúlyi állapotban a következő lesz:

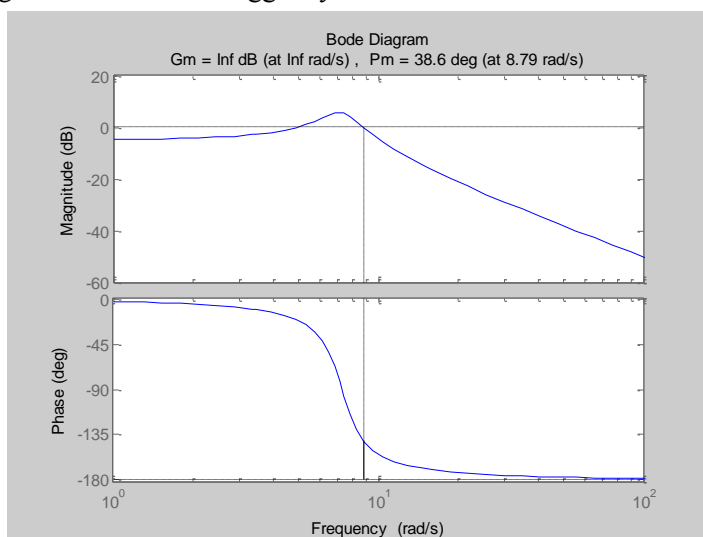
$$\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s q(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{a_{g_3}}{s^2 + a_{g_1}s + a_{g_2}} \frac{1}{s} = \frac{a_{g_3}}{a_{g_2}} \cong 0,5734. \quad (5.362)$$

Az UAV átmeneti függvényén is jól látható az erős lengési hajlam, amit az 5.32. ábra alapján az $s_{1,2} = -1,09 \pm 7,23i$ póluspár határoz meg. Az UAV csillapítási tényezője $\xi = 0,149$, a túlszabályozás 62,3 %, ami előre vetíti, hogy az UAV ugyan stabilis, de erősen lengő jellegű a viselkedése, amíg beáll a kereszt-tengely körül az állandó szögsebességű forgás.



5.32. ábra. A Zagi UAV pólusai. (Matlab script: a szerző)

A Zagi UAV frekvenciafüggvénye az 5.33. ábrán látható.



5.33. ábra. A Zagi Bode-diagramja. (Matlab script: a szerző)

A Zagi UAV alul-áteresztő jelleggel viselkedik, az erősítési tartalék értéke végtelen, míg a fázistartalék értéke 38,6°.

A Zagi UAV hosszirányú mozgásának következő reprezentatív formája a „magassági kormány – repülés magasság” kapcsolat. Ismeretes, hogy [5.32]:

$$\begin{aligned}\dot{h} &= u \sin \vartheta - v \sin \phi \cos \vartheta - w \cos \phi \cos \vartheta = \\ &= V_a \vartheta + (u \sin \vartheta - V_a \vartheta) - v \sin \phi \cos \vartheta - w \cos \phi \cos \vartheta = V_a \vartheta + d_h,\end{aligned}\quad (5.362)$$

ahol:

$$d_h = (u \sin \vartheta - V_a \vartheta) - v \sin \phi \cos \vartheta - w \cos \phi \cos \vartheta. \quad (5.363)$$

Legyen az UAV munkaponti repülési helyzete állandó magasságon, állandó sebességgel végrehajtott egyenes vonalú repülés, és kis értékű bólintó szög mellett teljesüljenek az alábbi feltételek:

$$v \cong 0; \quad w \cong 0; \quad u \cong V_a; \quad \phi = 0. \quad (5.364)$$

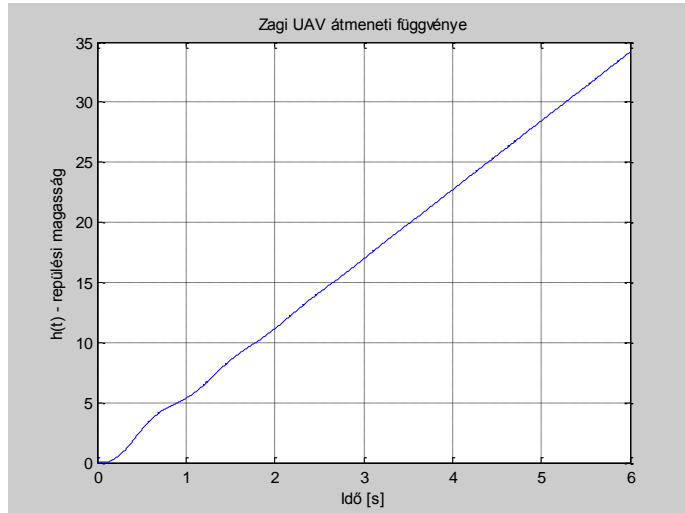
Az (5.364) egyenlet figyelembe vételével az (5.363) egyenlet az alábbiak szerint alakul:

$$d_h \cong 0. \quad (5.365)$$

Az UAV ϑ bólintó szöge és a h repülési magassága között – az (5.362) egyenletet felhasználva – az alábbi átviteli függvény írható fel, zérus kezdeti feltétek mellett:

$$h(s) = \frac{V_a}{s} \left(\vartheta(s) + \frac{1}{V_a} d_h(s) \right) \cong \frac{V_a}{s} \vartheta(s) = \frac{V_a}{s^2} q(s). \quad (5.366)$$

Az (5.366) átviteli függvény segítségével a Zagi UAV tranziens viselkedése is vizsgálható. Állandó $V_a = 10 \text{ m/s}$ repülési sebesség mellett és az 5.31. ábrán látható bólintó szögsebesség idősort kétszer integrálva az alábbi válaszfüggvényt kapjuk (5.34. ábra):



5.34. ábra. A Zagi UAV tranziens viselkedése. (Matlab script: a szerző)

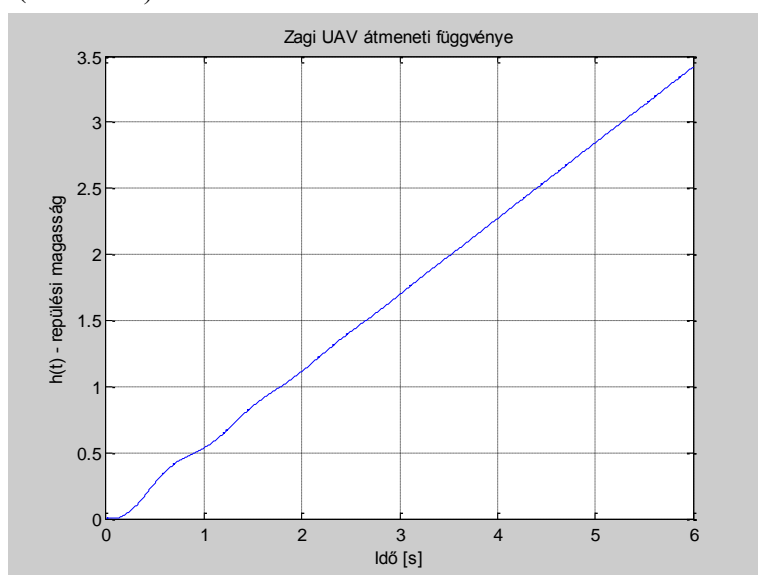
Az 5.34. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy az UAV intenzíven változtatja a repülési magasságát, ha változik a bólintó szög.

Másképpen fogalmazva, az UAV kellő érzékenységgel bír a magassági kormány kitérése tekintetében, tehát a magassági kormány hatékonyan használható a hosszirányú mozgás paramétereinek változtatására.

Az UAV V_a repülési sebességének változása közvetlenül hat a repülési magasságra is. Az (5.362) egyenlet alapján, állandó ϑ bólintó szög mellett, könnyen meghatározhatjuk az UAV másik reprezentatív átviteli függvényét is [5.32]:

$$h(s) = \frac{\vartheta}{s} \left(V_a(s) + \frac{1}{g} d_h(s) \right) \cong \frac{\vartheta}{s} V_a(s). \quad (5.367)$$

Az (5.367) átviteli függvény segítségével a Zagi UAV tranziens viselkedése is elemezhető. Állandó $\vartheta = 1^\circ$ bólintó szög mellett, és a repülési sebesség egységnyi $\Delta V_a = 1 \text{ m/s}$ megváltozása mellett, ha az 5.31. ábrán látható bólintó szögsebesség idősort kétszer integrálva az alábbi válaszfüggvényt kapjuk (5.35. ábra):



5.35. ábra. A Zagi UAV tranziens viselkedése. (Matlab script: a szerző)

Az 5.34. és az 5.35. ábrák alapján könnyű belátni, hogy a Zagi UAV hosszirányú mozgását célszerű a magassági kormánylapok kitérésével irányítani, de az UAV a repülési sebesség változására (pl. turbulencián átrepülés esetén) is érzékeny.

Megállapíthatjuk tehát, hogy a repülési sebesség és a repülési magasság állandó értéken tartását az UAV magassági kormányának, és a motor teljesítményének (fordulatszámának) egyidejű, és megfelelő mértékű megváltoztatásával biztosíthatjuk.

A Zagi UAV hosszirányú mozgásának szintén reprezentatív formája a „vonóerő-repülési sebesség” kapcsolat. Nyugodt légkörben, amikor [5.32]:

$$V_a = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}, \quad (5.368)$$

a repülési sebesség deriváltja a következő egyenlettel adható meg:

$$\dot{V}_a = \frac{u\dot{u} + v\dot{v} + w\dot{w}}{V_a}. \quad (5.369)$$

Ismeretes, hogy

$$\dot{V}_a = \dot{u} \cos \alpha \cos \beta + \dot{v} \sin \beta + \dot{w} \sin \alpha \cos \beta = \dot{u} \cos \alpha + \dot{w} \sin \alpha + d_{V_1}, \quad (5.370)$$

ahol:

$$d_{V_1} = -\dot{u}(1 - \cos \beta) \cos \alpha - \dot{w}(1 - \cos \beta) \sin \alpha + \dot{v} \sin \beta. \quad (5.371)$$

Az UAV csúszásmentes repülése esetén, ha $\beta = 0^\circ$, akkor $d_{V_1} = 0$.

Az UAV repülési sebessége felírható az alábbi alakban is [5.32]:

$$\begin{aligned} \dot{V}_a = & \cos \alpha \left\{ rv - qw + r - g \sin \vartheta + \frac{\rho V_a^2 S}{2m} [-C_D(\alpha) \cos \alpha + C_L(\alpha) \sin \alpha + \right. \\ & + \frac{cq}{2V_a} (-C_{D_q} \cos \alpha + C_{L_q} \sin \alpha) + (-C_{D_{\delta_e}} \cos \alpha + C_{L_{\delta_e}} \sin \alpha) \delta_e \Big] + \\ & + \frac{\rho S_{prop} C_{prop}}{2m} [(k_{motor} \delta_t)^2 - V_a^2] \Big\} + \\ & + \sin \alpha \{ qu_r - pu_r + g \cos \vartheta \cos \phi + \frac{\rho V_a^2 S}{2m} \times \\ & \times [-C_D(\alpha) \sin \alpha + C_L(\alpha) \cos \alpha + \frac{cq}{2V_a} (-C_{D_q} \sin \alpha - C_{L_q} \cos \alpha) + \\ & + (-C_{D_{\delta_e}} \sin \alpha - C_{L_{\delta_e}} \cos \alpha) \delta_e \} + d_{V_1} \end{aligned} \quad (5.372)$$

A $C_D(\alpha) \approx C_{D_0} + C_{D_\alpha}(\alpha)$ lineáris alak figyelembevételével az (5.372) egyenlet egyszerűbb alakban is felírható [5.32]:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_a &= rV_a \cos \alpha \sin \beta - pV_a \sin \alpha \sin \beta - g \cos \alpha \sin \vartheta + g \sin \alpha \cos \vartheta \cos \phi + \\
&+ \frac{\rho V_a^2 S}{2m} \left[-C_{D_o} - C_{D_\alpha} \alpha - C_{D_q} \frac{cq}{2V_a} - C_{D_{\delta_e}} \delta_e \right] + \\
&+ \frac{\rho S_{prop} C_{prop}}{2m} \left[(k_{motor} \delta_t)^2 - V_a^2 \right] + d_{V_1} = \\
&= (rV_a \cos \alpha - pV_a \sin \alpha) \sin \beta - g \sin(\vartheta - \alpha) - g \sin \alpha \cos \vartheta (1 - \cos \phi) + \\
&+ \frac{\rho V_a^2 S}{2m} \left[-C_{D_o} - C_{D_\alpha} \alpha - C_{D_q} \frac{cq}{2V_a} - C_{D_{\delta_e}} \delta_e \right] + \\
&+ \frac{\rho S_{prop} C_{prop}}{2m} \left[(k \delta_t)^2 - V_a^2 \right] \cos \alpha + d_{V_1} = \\
&= -g \sin \gamma + \frac{\rho V_a^2 S}{2m} \left[-C_{D_o} - C_{D_\alpha} \alpha - C_{D_q} \frac{cq}{2V_a} - C_{D_{\delta_e}} \delta_e \right] + , \quad (5.373) \\
&+ \frac{\rho S_{prop} C_{prop}}{2m} \left[(k_{motor} \delta_t)^2 \right] + d_{V_2}
\end{aligned}$$

ahol:

$$\begin{aligned}
d_{V_2} &= (rV_a \cos \alpha - pV_a \sin \alpha) \sin \beta - g \sin(\vartheta - \alpha) - g \sin \alpha \cos \vartheta (1 - \cos \phi) + \\
&+ \frac{\rho S_{prop} C_{prop}}{2m} (-V_a^2) (1 - \cos \phi) + d_{V_1} . \quad (5.374)
\end{aligned}$$

Az UAV egyensúlyi repülési helyzetében igaz, hogy $d_{V_2} = 0$. Az (5.373) egyenlet V_a és δ_t viszonylatában nemlineáris, ezért végezzük el a mozgásegyenlet linearizálását. A munkaponti repülési helyzet legyen állandó sebességgel, állandó magasságon végrehajtott egyenes vonalú repülés ($\gamma^* = 0^\circ$). A linearizálás eredményeképpen az alábbi egyenletet kapjuk [5.32]:

$$\begin{aligned}
\dot{\bar{V}}_a &= -g \cos(\vartheta^* - \alpha^*) \bar{\vartheta} + \left\{ \frac{\rho V_a^* S}{m} [-C_{D_o} - C_{D_\alpha} \alpha^* - C_{D_{\delta_e}} \delta_e^*] - \frac{\rho S_{prop}}{m} C_{prop} V_a^* \right\} \bar{V}_a + , \\
&+ \frac{\rho S_{prop}}{m} [C_{prop} k_{motor}^2 \delta_t^*] \bar{\delta}_t + d_V = -a_{V_1} \bar{V}_a + a_{V_2} \bar{\delta}_t - a_{V_3} \bar{\vartheta} + d_V \quad (5.375)
\end{aligned}$$

ahol

$$a_{V_1} = \frac{\rho V_a^* S}{m} [C_{D_o} + C_{D_\alpha} \alpha^* + C_{D_{\delta_e}} \delta_e^*] + \frac{\rho S_{prop}}{m} C_{prop} V_a^* , \quad (5.376)$$

$$a_{V_2} = \frac{\rho S_{prop}}{m} [C_{prop} k_{motor}^2 \delta_t^*] , \quad (5.377)$$

$$a_{V_3} = g \cos(\vartheta^* - \alpha^*). \quad (5.378)$$

Az (5.375) egyenlet Laplace-transzformáltját felhasználva a Zagi UAV átviteli függvénye az alábbi alakban is megadható:

$$\bar{V}_a(s) = \frac{1}{s + a_{V_1}} [a_{V_2} \bar{\delta}_t(s) - a_{V_3} \bar{\vartheta}(s) + d_V(s)]. \quad (5.379)$$

Az (5.379) átviteli függvény arányos-egytárolós kapcsolatot definiál a lehetséges bemenetek, és az UAV repülési sebessége között, ami időtartományban exponenciális viselkedést jelent.

5.16.7. Gyakorló feladat – az AAI Aerosonde I (Laima) UAV repülésdinamikai jellemzőinek vizsgálata [5.32].

Az AAI Aerosonde I (Laima) UAV volt az első, és egyben a mai napig a legkisebb méretű pilóta nélküli légijármű, amely 1998. augusztus 21.-én a kanadai Newfoundland-ról felszállva, és mintegy 3270 km megtétele után Benbecula skót szigeten leszállva, mintegy 5,7 liter üzemanyagot felhasználva, 26 óra 45 perc alatt, leszállás nélkül, viharos időben, autonóm módon átrepülte az Atlanti Óceánt.

Az UAV alapvetően az időjárási adatok (hőmérséklet, atmoszférikus nyomás, páratartalom, és széladatok) gyűjtésére épült. Az AAI Aerosonde I Laima UAV az 5.36. ábrán látható [5.34].



5.36. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' meteorológiai UAV (Forrás: www.google.com)

Az *Aerosonde I* UAV műszaki jellemzőit, valamint a hosszirányú-, és az oldalirányú mozgás identifikált, és származtatott derivatív együtthatóit az 5.4. Táblázat mutatja be [5.32].

Aerosonde UAV paraméterei és jellemzői

5.4. Táblázat

Műszaki		Hosszirányú mozgás		Oldalirányú mozgás	
Paraméter	Érték	Derivatív együttható	Érték	Derivatív együttható	Érték
m	13,5 kg	C_{L_o}	0,28	C_{Y_o}	0
J_{xx}	0,8244 kgm ²	C_{D_o}	0,03	C_{l_o}	0
J_{yy}	1,135 kgm ²	C_{m_o}	-0,02338	C_{n_o}	0
J_{zz}	1,759 kgm ²	C_{L_α}	3,45	C_{Y_β}	-0,98
J_{xz}	0,1204 kgm ²	C_{D_α}	0,3	C_{l_β}	-0,12
S	0,55 m ²	C_{m_α}	-0,38	C_{n_β}	0,25
b	2,8956 m	C_{L_q}	0	C_{Y_p}	0
c	0,18994 m	C_{D_q}	0	C_{l_p}	-0,26
S_{prop}	0,2027 m ²	C_{m_q}	-3,6	C_{n_p}	0,022
ρ	1,2682 kgm ⁻³	$C_{L_{\delta_e}}$	-0,36	C_{Y_r}	0
k_{motor}	80	$C_{D_{\delta_e}}$	0	C_{l_r}	0,14
k_{T_p}	0	$C_{m_{\delta_e}}$	-0,5	C_{n_r}	-0,35
k_Ω	0	C_{prop}	1,0	$C_{Y_{\delta_a}}$	0
e	0,9	M	50	$C_{l_{\delta_a}}$	0,08
V_a	130 km/s	α_o	0,4712	$C_{n_{\delta_a}}$	0,06
H	1700 m	ϵ	0,1592	$C_{Y_{\delta_r}}$	-0,17
–	–	C_{D_p}	0,0437	$C_{l_{\delta_r}}$	0,105
–	–	$C_{n_{\delta_r}}$	-0,032	–	–

Az UAV orsózó mozgása [5.32] alapján, és az 5.4. Táblázat adatait felhasználva, az alábbi átviteli függvénnyel írható le:

$$Y(s) \equiv \frac{p(s)}{\delta_a(s)} = \frac{a_{\phi_2}}{(s + a_{\phi_1})}, \quad (5.380)$$

ahol:

$$a_{\phi_1} \equiv -\frac{1}{2} \rho V_a^2 S b C_{p_p} \frac{b}{2V_a}, \quad C_{p_p} = \frac{J_{zz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{l_p} + \frac{J_{xz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{n_p} \quad (5.381)$$

$$a_{\phi_2} \equiv \frac{1}{2} \rho V_a^2 S b C_{p_{\delta_a}}, \quad C_{p_{\delta_a}} = \frac{J_{zz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{l_{\delta_a}} + \frac{J_{xz}}{J_{xx}J_{zz} - J_{xz}^2} C_{n_{\delta_a}} \quad (5.382)$$

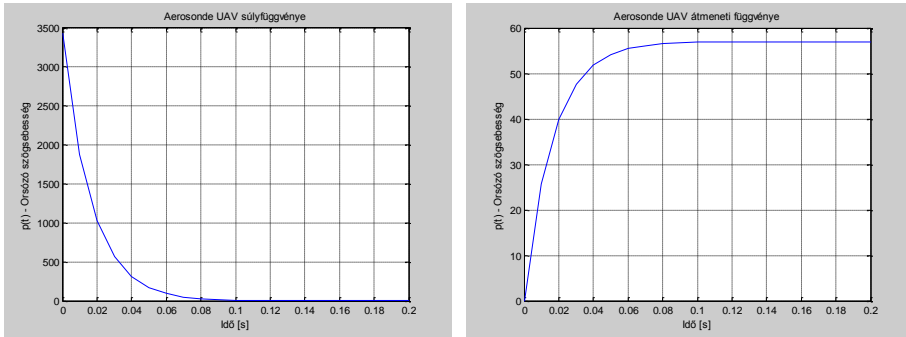
$$a_{\phi_1} \equiv 60,19867657, \quad (5.383)$$

$$a_{\phi_2} \equiv 3430159305. \quad (5.384)$$

Az (5.380) átviteli függvény tehát a következő paraméteres alakban írható fel:

$$Y(s) \equiv \frac{p(s)}{\delta_a(s)} = \frac{3460159305}{(s + 60,19867657)}, \quad (5.385)$$

Az Aerosonde UAV tranziens viselkedése az 5.37. ábrán látható.

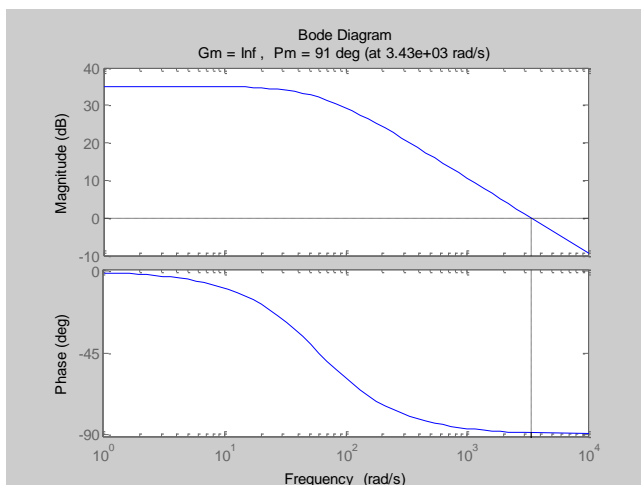


5.37. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' UAV tranziens viselkedése.

(Matlab script: a szerző)

Az 5.37. ábrán látható eredmények alapján megállapíthatjuk, hogy az UAV exponenciális jelleggel viselkedik, és dinamikus értelemben stabilis működésű, mert az (5.385) átviteli függvény a komplex síkon egy pólussal rendelkezik, melynek értéke $p = -60,19867657$. Az UAV gyorsan reagál a bemenetre, a tranziens idő kis értékű.

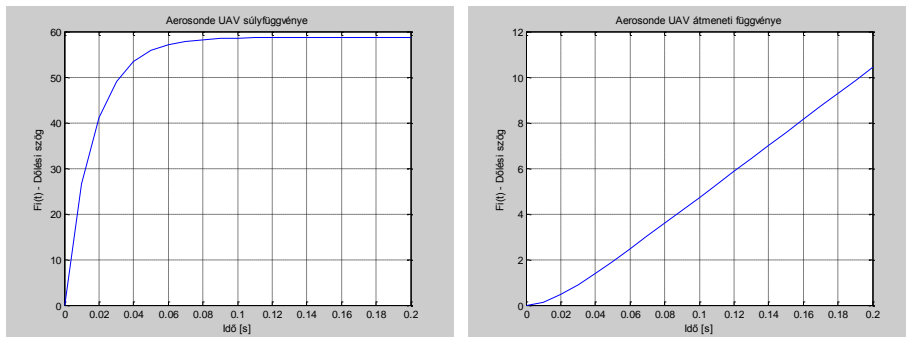
Az Aerosonde UAV frekvenciafüggvénye az 5.38. ábrán látható.



5.38. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' UAV Bode-diagramja.
(Matlab script: a szerző)

Az Aerosonde UAV frekvenciatartományban alul áteresztő jelleggel viselkedik, míg a nagyfrekvenciás jeleket szűri, más szóval, nagyon kis erősítéssel viszi át. Az erősítési tartalék végtelen nagy értékű, míg a fázistartalék értéke 91° .

Az Aerosonde UAV másik fontos repülési jellemzője a dőlési szög. Az UAV számítógépes, tranziens analízisének eredményei az 5.39. ábrán láthatóak.



5.39. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' UAV tranziens viselkedése.
(Matlab script: a szerző)

Az 5.39. ábrán jól látható, hogy az UAV hossz tengely körüli forgó (orsózó) mozgása jól irányítható, az UAV a csűrőlapok kitérésére, mint bemenetre kellően érzékeny, és rövid idő alatt nagy értékű dőlési szöget képes létrehozni.

Az *Aerosonde Laima* UAV bólintó mozgása – a (5.352) egyenlet alapján – az alábbi egyenlettel írható le:

$$q(s) = \frac{a_{g_3}}{s^2 + a_{g_1}s + a_{g_2}} \left(\delta_e(s) + \frac{1}{a_{g_3}} d_{g_2}(s) \right). \quad (5.386)$$

Legyen a munkaponti repülési helyzet állandó magasságon, állandó sebességgel végrehajtott egyenes vonalú mozgás, és az oldalirányú mozgás repülési paraméterei legyenek zérusértékűek, vagyis: $p \equiv r \equiv \phi \equiv \gamma \equiv 0$. Az UAV tervezésekor törekszenek a $C_{m_0} \equiv 0$ feltételre, vagyis ennek megfelelően, $d_{g_2} = 0$.

Az Euler-szögek, és a test koordináta-rendszer tengelyei körül a forgómozgás szögsebesség értékei között ismeretes az alábbi egyenlet [5.32]:

$$\dot{q} = q + d_{g_1}, \quad (5.387)$$

vagy, operátoros alakban:

$$q(s) = \frac{1}{s} (q + d_{g_1}), \quad (5.388)$$

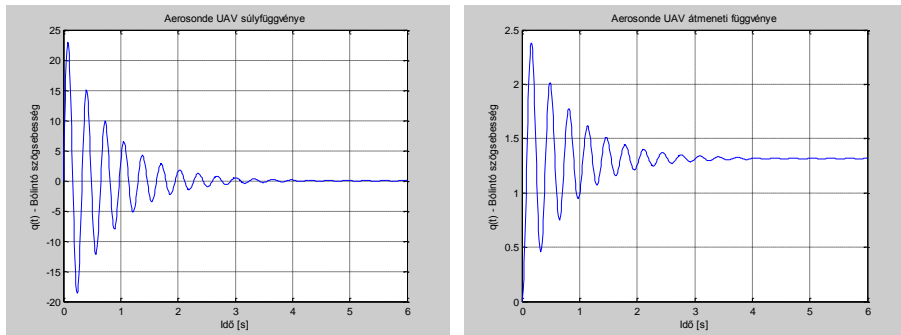
ahol:

$$a_{g_1} = -\left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_q} \frac{c}{2V_a} \right), \quad a_{g_2} = -\left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_\alpha} \right), \quad a_{g_3} = \left(\frac{\rho V_a^2 c S}{2J_{yy}} C_{m_{\delta_e}} \right). \quad (5.389)$$

Az *Aerosonde Laima* UAV (5.386) egyenlettel adott bólintó mozgása [5.32] alapján, és az 5.4. Táblázat adatait felhasználva, az alábbi paraméterekkel írható le:

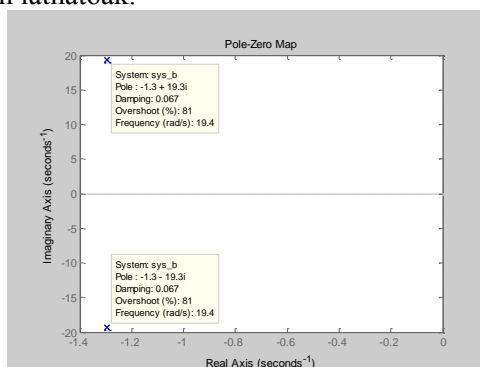
$$a_{g_1} = 2,594019915, \quad a_{g_2} = 374,8101265, \quad a_{g_3} = -493,1712191. \quad (5.390)$$

Az *Aerosonde* UAV hosszirányú mozgásának tranziens viselkedése – felhasználva az (5.386) és az (5.389) egyenleteket – az 5.40. ábrán látható.



5.40. ábra. Az AAI *Aerosonde I 'Laima'* UAV tranziens viselkedése.
(Matlab script: a szerző)

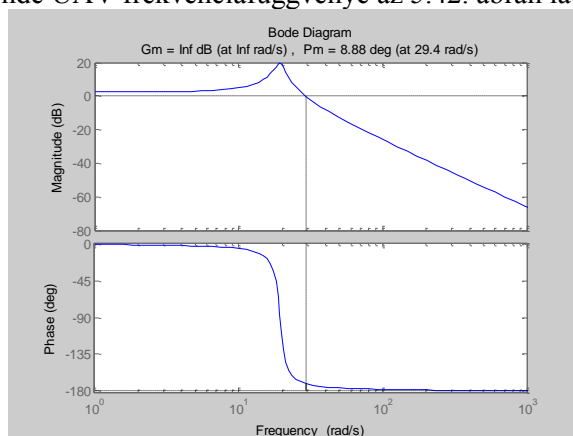
Az 5.40. ábrán jól látható, hogy az UAV hosszirányú mozgása erősen alulcsillapított, így a megfelelő minőségi jellemzők elérése érdekében automatikus repülésszabályozó rendszert kell kiépíteni a fedélzeten. Az UAV dinamikáját a szabad (erőhatásmentes) UAV pólusai határozzák meg, amelyek az 5.41. ábrán láthatóak.



5.41. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' UAV minőségi jellemzői.
(Matlab script: a szerző)

Az 5.41. ábra alapján megállapítható, hogy az UAV egy komplex konjugált póluspárral bír a $p = -1,3 \pm 19,3i$ helyen, és ezek a gyökök $\xi = 0,067$ csillapítási tényezőjű, és $\sigma = 81\%$ túlszabályozással jellemezhető tranzienst viselkedést határoznak meg.

Az Aerosonde UAV frekvenciafüggvénye az 5.42. ábrán látható.

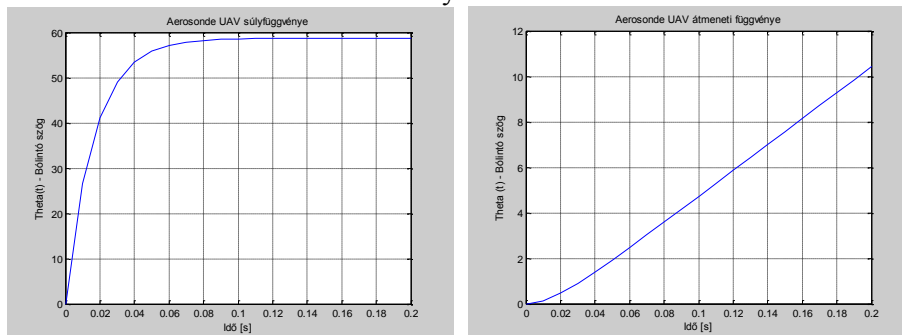


5.42. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' UAV Bode-diagramja.
(Matlab script: a szerző)

Az Aerosonde UAV frekvenciatartományban alul áteresztő jelleggel viselkedik (5.42. ábra), míg a nagyfrekvenciás jeleket szűri, más szóval, na-

gyon kis erősítéssel viszi át. A kis értékű csillapítási tényező miatt az $\omega = \sqrt{a_{\theta_2}} \cong 19,36 \text{ rad/s}$ törésponti frekvencián, az erősítés-körfrekvencia jelleggörbén kiugró értéket találunk. Az erősítési tartalék végtelen nagy értékű, míg a fázistartalék $8,88^\circ$. Az Aerosonde UAV tehát dinamikus értelemben stabilisnak mondható, de a tranziens folyamatok minőségi jellemzői lényeges mértékben javításra szorulnak.

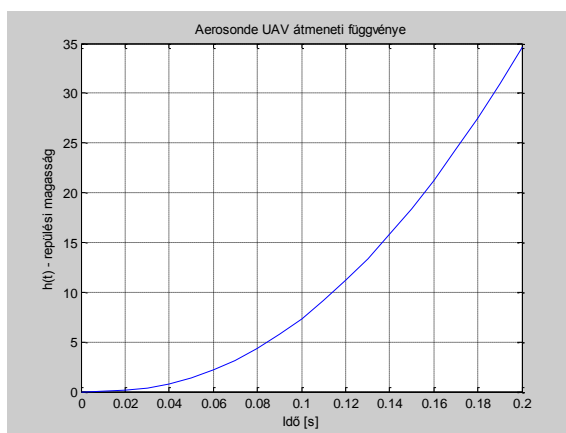
Az Aerosonde UAV szintén fontos repülési jellemzője a bólintó szög. Az UAV tranziens analízisének eredményei az 5.43. ábrán láthatóak.



5.43. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' UAV tranziens viselkedése.
(Matlab script: a szerző)

Az 5.43. ábrán látható, hogy az UAV kereszt-tengely körüli forgó (bólintó) mozgása jól irányítható, az UAV a magassági kormánylapok kitérésére, mint bemenetre kellően érzékeny, és rövid idő alatt nagy értékű bólintó szög képes létrehozni.

Az Aerosonde UAV repülési magasságának tranziens viselkedése az 5.44. ábrán látható.



5.44. ábra. Az AAI Aerosonde I 'Laima' UAV tranziens viselkedése.
(Matlab script: a szerző)

Az 5.44. ábrán jól látható, hogy az UAV képes a repülési magasságát hirtelen megváltoztatni. Ez a képesség alkalmassá teszi az UAVt, hogy akár extrém időjárási viszonyok mellett, amikor nagymértékben lecsökkenhet a repülési magasság, képes lesz a repülési magasságát állandó értéken tartani.

5.17 OPUS CITATUM

- [5.1] Бюшгенс, Г. С. – Студнев, Р. В. *Динамика продольного и бокового движения*, Машиностроение, Москва, 1979.
- [5.2] Бюшгенс, Г. С. – Студнев, Р. В. *Динамика самолёта – пространственное движение*, Машиностроение, Москва, 1983.
- [5.3] McCormick, B. W. *Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics*, John Wiley & Sons, New York–Chichester–Brisbane–Toronto, 1979.
- [5.4] Hacker, T. *Flight Stability and Control*, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1970.
- [5.5] Dickinson, B. *Aircraft Stability and Control for Pilots and Engineers*, Sir Isaac Pitman & Sons Ltd, London, 1968.
- [5.6] Seckel, E.: *Stability and Control of Airplanes and Helicopters*, Academic Press, New York–London, 1964.
- [5.7] Под ред. Мхитаряна, А. М. *Динамика полёта*, Машиностроение, Москва, 1971.
- [5.8] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984.
- [5.9] Blakelock, J. H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley and Sons, New York-London-Sydney, 1965.
- [5.10] Duncan, W. J. *The Principles of the Control and Stability of Aircraft*, The Syndics of the Cambridge university Press, 1952.
- [5.11] Rohács, J. – Simon, I. *Repülőgépek és helikopterek üzemeltetési zsebkönyve*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1989.
- [5.12] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International Ltd., New York–London–Toronto–Sydney–Tokyo–Singapore, 1990.
- [5.13] Korn, G. A. – Korn, T. M. *Matematikai kézikönyv műszakiaknak*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
- [5.14] *MIL-F-8785C, Notice 2, Flying Qualities of Piloted Airplanes*, 1996.
- [5.15] ISO 1151–1, *Flight Dynamics – Concepts, Quantities and Symbols*, Part I, Aircraft Motion Relative to the Air, 1988.

- [5.16] *MIL-F-9490D, Notice 1, Flight Control Systems – Design, Installation, and Test of Piloted Aircraft, General Specification, 1992.*
- [5.17] *MIL-C-18244A, Amendment 1, Control and Stabilization System: Automatic, Piloted Aircraft, General Specification, 1993.*
- [5.18] Nelson, R. C. *Flight Stability and Control*, McGraw-Hill Companies, Inc., 1998.
- [5.19] Rácz, E. *Repülőgépek*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
- [5.20] Szabolcsi, R. *Automatikus repülésszabályozás*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, egyetemi jegyzet, 2004.
- [5.21] Fernandez, M. – Macomber, G. R. *Inertial Guidance Engineering*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1962.
- [5.22] O'Donnel, C. F. (Ed.) *Inertial Navigation, Analysis and Design*, McGraw-Hill Book Company, New York – San Francisco – Toronto – London, 1964.
- [5.23] Szabolcsi, R. *Modern szabályozástechnika*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, egyetemi jegyzet, 2004.
- [5.24] Dorf, C. R. – Bishop, R. H.: *Modern Control Systems*, Addison-Wesley Publishing Company, 1995.
- [5.25] Dorf, R. C. – Bishop, R. H. *Modern Control Systems*, Prentice-Hall International, Inc., 2001.
- [5.26] *MATLAB® 6.5 — The Language of Technical Computing*, User's Guide, The MathWorks, Inc., 2002.
- [5.27] *Control System Toolbox 5.1 for Use With MATLAB®* (Release 12.1), User's Guide, The MathWorks, Inc., 2001.
- [5.28] *MIL-STD-1797A, Notice 3, Flying Qualities of Piloted Aircraft*, Department of Defense, Interface Standard, 2004.
- [5.29] Szabolcsi, R.: *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [5.30] Péter Bauer: *Optimal Tracking Control for Unmanned Aerial Vehicles*, PhD Thesis, Department of Control for Transportation and Vehicle Systems, Budapest University of Technology and Economics, 2013.
- [5.31] Eng, Pillar C.S. *Path Planning, Guidance and Control for a UAV Forced Landing*, PhD Thesis, Australian Research Centre for Aerospace Automation School of Engineering Systems, Queensland University of Technology, 2011.
- [5.32] Beard, R. W. – McLain, T.W.: *Small Unmanned Aircraft*. Princeton University Press, Princeton and Oxford, ISBN 978-0-691-14921-9, 2012.

- [5.33] Markin, S. *Multiple Simultaneous Specification Attitude Control of a Mini Flying-Wing Unmanned Aerial Vehicle*. MSc Thesis, University of Toronto, 2010.
- [5.34] https://en.wikipedia.org/wiki/AAI_Aerosonde
- [5.35] *MATLAB[®] 8.2.0.701 (R2013b) Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.
- [5.36] *MATLAB[®] Control System Toolbox 9.6, Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.

VI. FEJEZET

A PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK STATIKUS ÉS DINAMIKUS STABILITÁSA

„You haven't seen a tree until you've seen its shadow from the sky.”

Amelia Earhart

Az előző fejezetben részletesen foglalkoztunk a merev testnek tekintett pilóta nélküli légi jármű (UAV) mozgásegyenleteinek levezetésével. Számos egyszerűsítő feltételt alkalmazva linearizáltuk a mozgásegyenleteket. Repülés közben az UAV mozgását a kormányfelületeken ébredő légerők, és az ezekből származó nyomatékok, valamint a légköri turbulencia okozta zavarások, vagyis a légköri turbulencia miatt keletkező erők, és az ezekből eredő nyomatékok befolyásolják leginkább [6.1, 6.14, 6.17].

A hagyományos elrendezésű UAVk esetében a légi jármű kiegyensúlyozására és térbeli helyzetének a változtatására stabilizáló és irányító, más szóval, kormányfelületek szolgálnak. Ennek megfelelően a hossz tengely körüli orsózó mozgás irányítására csűrőlapokat, a függőleges tengely körüli legyező mozgás irányítására oldalkormányt, a kereszt-tengely körüli forgás irányítására magassági kormánylapokat alkalmaznak, míg az UAV sebességének irányítására beavatkozó szervként a propulziós rendszer által létesített vonó/tolóerő változást alkalmazzuk.

Az UAVk nemlineáris mozgásegyenleteinek linearizálása során feltételeztük, hogy az egyes mozgásegyenletekben szereplő trigonometrikus függvények linearizálhatók, mivel a szögváltozások rendszerint kis értékűek. A gyakorlatban 15° alatti szöghelyzet változás esetén az 5. fejezetben alkalmazott egyszerűsítő képletek már alkalmazhatóak, nagyobb értékű szöghelyzet változás esetén a kis zavarásos linearizálási módszer – a nagy hibák miatt – már nem használható.

Hasonlóképpen, az UAV repülési sebességére szintén azt mondjuk, hogy közel 5 m/s sebességváltozás esetén e differencia kis értékűnek tekinthető. Természetesen eme szöghelyzet-változás, és sebességváltozás értékek az

adott UAV típusától, a repülési feltételektől, és a repülés során végrehajtott manőverektől is függ [6.8, 6.10, 6.12, 6.14, 6.37].

A továbbiakban elfogadjuk, hogy az 5. fejezetben ismertetett linearizálási feltételek teljesülnek, és a merev testnek tekintett UAV dinamikája az állapot- és a kimeneti egyenlet segítségével megadható [6.19, 6.20, 6.28, 6.29, 6.33, 6.37].

6.1 AZ UAV HOSSZIRÁNYÚ STABILITÁSA

6.1.1 Az UAV hosszirányú dinamikus stabilitása

Az UAV dinamikus stabilitását a merev UAV (5.213) állapot–egyenletének \mathbf{A} állapot–mátrixa sajátértékei alapján lehet megítélni. A sajátértékek számítására a következő karakterisztikus egyenlet szolgál [6.14, 6.28, 6.37]:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0, \quad (6.1)$$

ahol: \mathbf{A} ($n \times n$) dimenziójú állapot–mátrix, \mathbf{I} ($n \times n$) dimenziójú identitásmátrix, λ_i a karakterisztikus egyenlet gyöke (sajátértéke). Ismeretes, hogy az UAV hosszirányú mozgásának (5.217) állapotvektora a következő formában is megadható:

$$\mathbf{x} = [u \quad w \quad q \quad \theta]^T. \quad (6.2)$$

A (6.2) állapot–vektor figyelembevételével fejtsük ki a (6.1) determinánst. Ebben az esetben λ –ra egy negyedfokú polinomot kapunk:

$$\lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (6.3)$$

Az UAV dinamikus stabilitásának feltétele a következő módon fogalmazható meg: *az UAV dinamikus stabilitásának szükséges és elégséges feltétele, hogy a (6.3) egyenlet λ_i gyökei a komplex síkon a baloldali félsíkra esnek. Ha az UAV akár egy sajátértéke zérusértékű, akkor határesettel van dolgunk: az UAV súlyfüggvénye nem tér vissza a kezdeti zérusértékű egyensúlyi állapotba. Ha az UAV akár egy sajátértéke pozitív előjelű, vagy komplex konjugált gyökök esetén a valós rész pozitív előjelű, akkor az UAV dinamikus értelemben instabil [6.5, 6.6, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.14, 6.28, 6.37].*

Az UAVk többségére igaz, hogy a (6.3) egyenlet az alábbi összefüggés szerint szorzattá alakítható, vagyis:

$$(\lambda^2 + 2\xi_{ph} \omega_{ph} \lambda + \omega_{ph}^2)(\lambda^2 + 2\xi_{sp} \omega_{sp} \lambda + \omega_{sp}^2) = 0, \quad (6.4)$$

A (6.4) egyenlet első tényezője a repülőgép ún. hosszúperiodikus mozgását írja le. Ezt a mozgásfajtát alulcsillapított lengések jellemzik. Az UAV sajátlengéseinek frekvenciája ω_{ph} , csillapítási tényezője ξ_{ph} . Ezt a mozgást – Lanchester után – fugoid mozgásnak is szokás nevezni [6.14, 6.28, 6.37].

A (6.4) egyenlet második tényezője a UAV viszonylag jól csillapított ún. rövidperiodikus mozgását írja le. Az UAV rövidperiodikus sajátlengéseinek frekvenciája ω_{sp} , csillapítási tényezője pedig ξ_{sp} .

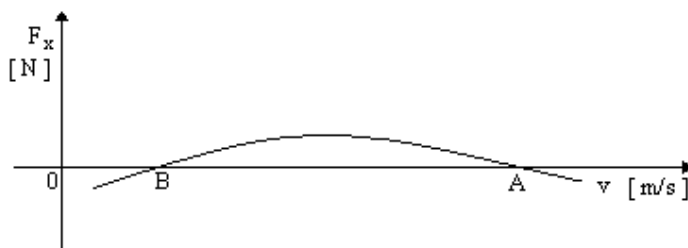
6.1.2 Az UAV hosszirányú statikus stabilitás

6.1.2.1 Az UAV hosszirányú, sebesség szerinti statikus stabilitása

Az UAV a v hosszirányú sebesség szerint akkor, és csak is akkor stabilis bármely d külső zavarás esetén, ha teljesül az alábbi egyenlőtlenség [6.5, 6.6, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.14, 6.28, 6.37]:

$$F_x^d = \frac{\partial F_x}{\partial d} < 0. \quad (6.5)$$

A (6.5) egyenletben az F_x kifejezés az UAV-ra hosszirányban ható erők eredőjét jelöli. A sebesség szerinti hosszirányú stabilitást vizsgáljuk a 6.1 ábrán.



6.1. ábra. Az UAV sebesség szerinti hosszirányú statikus stabilitása.

Ha az UAV egyensúlyi repülési helyzetben az A munkapontban repül, és valamilyen külső ok miatt a sebesség $v+d$ értéket vesz fel, a sebességgel ellentétes irányú, ezért az x tengely negatív irányába mutató légellenállás növekedése igyekszik gátolni a sebesség növekedését: ebben a munkapontban a (6.5) derivált előjele negatív, tehát az UAV statikus értelemben stabilis:

$$F_x^d = \frac{\partial F_x}{\partial d} < 0. \quad (6.6)$$

Ha az UAV egyensúlyi repülési helyzetben a B munkapontban repül, akkor a sebesség csökkenése a légellenállás növekedéséhez vezet. Ebben a munkapontban a (6.5) derivált előjele pozitív, tehát a repülőgép instabil:

$$F_x^d = \frac{\partial F_x}{\partial d} > 0. \quad (6.7)$$

Ez utóbbi akkor következik be, ha az UAV sebessége viszonylag kicsi: a sebesség csökkenése miatt növelni kell az állásszög értékét (a megfelelő nagyságú felhajtóerő keletkezése érdekében), és az állásszög növelése miatt az UAV-ra ható ellenállás nagyobb mértékben nő, mint a sebesség csökkenése miatti ellenállás csökkenés.

6.1.2.2 Az UAV függőleges sebesség szerinti statikus stabilitása

Az UAV a w függőleges sebesség szerint akkor és csak is akkor stabilis bármely külső zavarás esetén, ha az

$$F_y^w = \frac{\partial F_y}{\partial w} \quad (6.8)$$

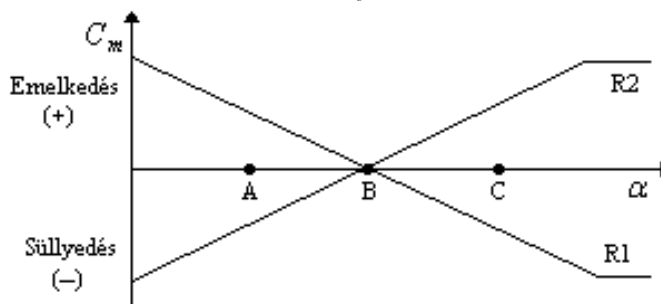
parciális differenciálhányados előjele negatív [6.14, 6.28, 6.37].

Ez azt jelenti, hogy a függőleges sebesség növekedése az aerodinamikai csillapító erő olyan értelmű növekedését vonja maga után, amely igyekszik gátolni az UAVt gerjesztő hatás érvényesülését. Bármilyen más esetben az UAV függőleges sebesség szerint statikusan instabil [6.11, 6.14, 6.28].

6.1.2.3 Az UAV kereszt–tengely körüli statikus stabilitása

Vizsgálataink során az UAV egyensúlyi repülési helyzetben a 6.2. ábrán a B pontban repül, vagyis igaz, hogy

$$C_{m_{eg}} = 0. \quad (6.9)$$



6.2. ábra.

Feltételezzük, hogy az UAVt függőleges széllelés éri, vagyis az állásszög értéke C lesz. A C értékű állásszög esetén az UAV ($R1$) negatív értékű bólintási nyomatékot hoz létre, vagyis az UAV a megfűvás irányába leereszti az orr-részt: igyekszik csökkenteni az állásszög értékét, vagyis a stabilis állapot fenntartását igyekszik elérni az UAV. A második UAV ($R2$) a külső zavarásra pozitív előjelű bólintási nyomatékkal válaszol, vagyis az UAV egyre távolabb kerül a B kezdeti egyensúlyi állásszög értékétől.

Ha a külső zavarás csökkenteni igyekszik az állásszög B kezdeti értékét, és az UAV új, A értékű állásszögön repül, akkor az UAV ($R1$) igyekszik emelni az orr-részt, és az UAV igyekszik visszatérni a B egyensúlyi állásszög értékre. A második esetben viszont az UAV ($R2$) bólintó nyomatéka tovább csökkenti az állásszög értékét, amely így egyre távolabb kerül az egyensúlyi B értékétől.

A fenti gondolatmenet alapján az UAV hosszirányú statikus stabilitásának feltétele már könnyen megfogalmazható: *az UAV hosszirányban akkor, és csak is akkor stabilis, ha teljesül a következő egyenlőtlenségi feltétel [6.5, 6.6, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.14, 6.28, 6.37]:*

$$C_{m_\alpha} = \frac{dC_m}{d\alpha} < 0. \quad (6.10)$$

Az UAV hosszirányú statikus stabilitásának feltétele az alábbi egyenlettel is megadható [6.14, 6.37]:

$$\frac{dC_m}{dC_L} < 0. \quad (6.11)$$

Az UAV hosszirányú statikus stabilitásának feltétele – a (6.10) és a (6.11) egyenletek felhasználásával – a következő kifejezéssel is megadható:

$$C_{m_\alpha} = \frac{dC_m}{d\alpha} = \frac{dC_m}{dC_L} \frac{dC_L}{d\alpha} = \frac{dC_m}{dC_L} C_{L_\alpha} < 0. \quad (6.12)$$

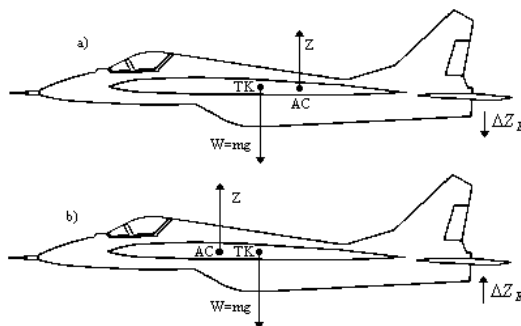
Az UAV hosszirányú statikus stabilitásának fizikai képe a 6.3. ábra alapján is könnyen értelmezhető.

A stabil, kiegyensúlyozott állapotban repülő UAV-ra igaz, hogy a kereszt-tengely körüli eredő nyomaték nullával egyenlő, vagyis:

$$M = M_{a.sz} + M_{a.vv} + Z_{sz}a - Z_{vv}b + (M_{e.s} + M_T) = 0$$

ahol $M_{a.sz}$, $M_{a.vv}$, $M_{e.s}$, M_T sorrendben a szárnyon keletkező aerodinamikai nyomaték, a vízszintes vezérsíkon keletkező aerodinamikai nyomaték, egyéb sárkányszerkezeti elemek (törzs, kinti helyzetű futóművek, stb.) okozta összes (a rajtuk keletkező aerodinamikai erőkből és aerodinamikai nyomaté-

kok együtteseként számolt) nyomaték, és végül a vonó/tolóerő által az UAV keresztengelye körül létesített nyomaték; Z_{sz} , Z_{vv} , a szárnyon és a vezérsíkon keletkező felhajtóerők, a és b a szárnyon és a vízszintes vezérsíkon ébredő aerodinamikai erők támadáspontja és az UAV súlypontja közötti távolságok.



6.3. ábra Merev UAV statikus stabilitási képe.

a) hagyományos, stabilis kialakítás

b) modern, instabil kialakítás

Az UAV és a repülés tényleges jellemzőinek (azaz az UAV tömegének, súlyponthelyzetének, repülési sebességének, stb.) a függvényében a stabil repülési helyzeteket a vízszintes vezérsíkon ébredő erő szabályozásával (a magassági kormány kitérítésével) érik el.

Amennyiben a vízszintesen állandó sebességgel repülő UAV *belefut* egy felfelé mozgó légtömegbe (termikbe), akkor az eredeti repülési, vagy megfúvási sebességéhez vektoriálisan hozzáadódik a felfelé mozgó levegő sebessége, ezért megnő a szárny állásszöge, aminek a hatására a felhajtóerő tényező, illetve a szárnyon keletkezett felhajtóerő is megnő. Könnyű belátni, hogy ezzel megszűnik létezni az UAV hosszirányú egyensúlyi helyzete: a keresztengely körül nyomatékváltozás alakul ki, és az UAV a keresztengely körül elfordul. (A 6.3.a ábra alapján az UAV „megemeli” az orrát.

A 6.3.b ábrán bemutatott UAV pedig pontosan fordítva, orral lefelé fordul el a keresztengely körül. A kereszt-tengely körüli forgás irányítására a vízszintes vezérsík szolgál, melynek belépő éle lefelé, vagy felfelé elmozdul el, a vezérsík állásszöge, végső soron, a vezérsíkon keletkező felhajtóerő megváltozik. Mivel a vezérsík eléggé távol van az UAV súlypontjától, ezért a kisebb mértékű felhajtóerő változás is kellően nagy bólintó nyomatékot hoz létre. Ez a nyomaték ellentétes irányba fogja elforgatni az UAV-t, azaz, igyekszik az UAV-t visszafordítani, eredeti, stabil repülési helyzetébe. ebben az esetben azt mondhatjuk, hogy az UAV rendelkezik statikai stabilitással.

Valójában a tehetetlenségi hatások miatt az UAV túllendül az eredeti stabil helyzetben, és ilyenkor a leírt események ellentétes jelleggel megismétlődnek. Az UAV tehát csillapodó lengéssel áll vissza eredeti, zavarás előtti egyensúlyi repülési állapotába. Esetenként (jellemzően pl. a deltaszárnyú UAVk, mint az X-45, vagy az X-47 UCAV) lengés nélkül is képesek visszaállni eredeti helyzetükbe. Az az UAV, amely ténylegesen visszaáll az eredeti, zavarás előtti repülési egyensúlyi állapotába, az dinamikusan is stabil.

A fent leírtak alapján kijelenthetjük, hogy a statikai stabilitás a dinamikai stabilitás szükséges, de nem elégséges feltétele.

Az UAV stabilitását a súlyponthelyzet megfelelő megválasztásával, a vezérsíkoknak a súlyponttól való távolságának, és a vezérsíkok nagyságának a meghatározásával lehet biztosítani. Könnyen belátható, hogy az UAV annál stabilabb, minél messzebb található a szárnyon keletkezett felhajtóerő támadáspontja a súlyponttól.

A stabilabb UAVt viszonyt nehezebb kormányozni, tehát nehezebb gyorsan más stabil egyensúlyi helyzetre átállítani. Megemlíteni szükséges, hogy a nagyobb stabilitási tartalékkal rendelkező UAVk esetén nő az irányítás energiaigénye is. A jobb kormányozhatóság érdekében esetenként olyan harcászati UAV-kat (UCAV) terveznek, melyek statikus értelemben instabilak. Ilyenkor a dinamikai stabilitás csak számítógépes automatizált repülésszabályozó rendszerrel biztosítható, amelyet mindig aktív, bekapcsolt állapotban tartanak az UAV fedélzetén. Az aktív repülésszabályozás e funkciója a *Relaxed Static Stability* (RSS) [6.14, 6.28, 6.33, 6.37].

A stabilitást befolyásoló repülési jellemzők közül a repülési sebességgel érdemes külön is foglalkozni. A repülési sebesség növelésével ugyanis az eredő felhajtóerő támadáspontja hátrább tolódik. Ilyenformán pl. az UAV, amely eredetileg statikus értelemben instabil volt, a repülési sebesség növelésével akár stabillá is válhat. Ugyanennek a fordítottja is előfordulhat, amikor egy eredetileg statikusan stabilra tervezett UAVn az eredő felhajtóerő támadáspontja annyira hátra tolódik (az ún. hátsó semleges pont mögé), hogy az UAV instabillá válik.

6.2 AZ UAV OLDALIRÁNYÚ STABILITÁSA

6.2.1 Az UAV oldalirányú dinamikus stabilitása

Az UAV dinamikus stabilitását a merev testnek tekintett UAV (5.213) állapot–egyenletének **A** állapot–mátrixa sajátértékei alapján lehet meghatározni.

A sajátértékek számítására a következő lineáris egyenlet szolgál [6.5, 6.6, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.14, 6.28, 6.37]:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0. \quad (6.13)$$

Az UAV oldalirányú mozgásának állapotvektora vizsgálataink során – az (5.254) egyenletnek megfelelően – legyen a következő:

$$\mathbf{x} = [v \quad p \quad r \quad \phi \quad \Psi]^T. \quad (6.14)$$

A (6.14) egyenlet figyelembevételével fejtsük ki a (6.13) determinánst. Ebben az esetben λ -ra, a karakterisztikus egyenlet gyökeire ötödfokú polinomot kapunk, vagyis igaz az alábbi egyenlet:

$$\lambda^5 + a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0. \quad (6.15)$$

Az UAV oldalirányú dinamikus stabilitásának feltétele a következő módon fogalmazható meg: *az UAV oldalirányú dinamikus stabilitásának szükséges és elégséges feltétele, hogy a (6.15) karakterisztikus egyenlet λ_i gyökei (sajátértékei) a komplex síkon a baloldali félsíkra essenek. Ha az UAV akár egy sajátértéke zérus, akkor határesettel van dolgunk: kis zavarások esetén az UAV nem tér vissza a kezdeti egyensúlyi állapotába, de nem is divergál az eredeti egyensúlyi repülési helyzetéhez képest. Ha az UAV akár egy valós gyöke pozitív előjelű, vagy esetleges komplex konjugált gyökök esetén pedig a valós rész pozitív előjelű, akkor az UAV dinamikus instabil [6.9, 6.10, 6.11, 6.14, 6.28, 6.37].*

A (6.15) egyenlet modális felbontása a következő [6.37]:

$$\lambda(\lambda + c)(\lambda + d)(\lambda^2 + 2\omega_D \xi_D \lambda + \omega_D^2) = 0. \quad (6.16)$$

A (6.16) egyenlet alapján látható, hogy a karakterisztikus egyenlet $\lambda = 0$ gyökkel is rendelkezik. Ez a gyök az irányszög módusnak felel meg. A $(\lambda + c)$ tényező az UAV spirális mozgását adja meg. A $(\lambda + d)$ tényező az orsózó mozgást jellemzi, míg a $(\lambda^2 + 2\omega_D \xi_D \lambda + \omega_D^2)$ négyzetes tényező a repülőgép „Holland orsó” (Dutch Roll) mozgását határozza meg.

A „Holland orsó” ξ_D csillapítási tényezője gyakran kis értékű, így nagyszámú előjelváltó lengés jellemzi a tranziens folyamatokat [6.5, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.14, 6.28, 6.37].

Nagy V-beállítási szögű szárnnyal rendelkező UAV-ra igaz, hogy az $L_p' = L_p + I_B N_p$ orsózó csillapítás kis értékű, ily módon az orsózó és a spirálmozgás kapcsolt mozgássá is alakulhat. E mozgást szokás még oldalirányú fugoid mozgásnak is nevezni. Ezen UAVk „Holland orsó” mozgása is nagyon gyengén csillapított, így a nemirányított UAV gyenge, nem megfelelő minőségi jellemzőkkel rendelkezik.

6.2.2 Az UAV oldalirányú statikus stabilitás

6.2.2.1 Az UAV csúszásszög szerinti statikus stabilitása

Az UAV csúszásszög szerinti statikus stabilitásának szükséges és elégséges feltétele, hogy teljesül az alábbi egyenlőtlenség [6.11, 6.14, 6.28, 6.37]:

$$Y_{\beta} = \frac{\partial Y}{\partial \beta} < 0. \quad (6.17)$$

A fenti derivatív együtttható nem különösebben fontos, de a negatív értékű együtttható az UAVk kényelmes irányítása szempontjából fontos és lényeges. Ha nem szimmetrikus a repülés, tehát az oldalirányú megfűvás miatt csúszás alakul ki, akkor az UAV megdől, ezért kis repülési magasságokon végrehajtott fordulók esetén a dőlési szöget korlátozni szükséges. A (6.17) feltétel teljesülése esetén az UAV könnyen hajtja végre az irányyszög csúszással történő megváltoztatását.

6.2.2.2 Az UAV irányyszög szerinti statikus stabilitása

Az UAV oldalirányú statikus (ún. szélzászló) stabilitásának szükséges és elégséges feltétele, hogy teljesüljön a következő egyenlőtlenségi feltétel [6.11, 6.12, 6.28, 6.37]:

$$N'_{\beta} = N_{\beta} + I_A L_{\beta} > 0. \quad (6.18)$$

A (6.18) feltétel azt jelenti, hogy pozitív előjelű v csúszási sebesség esetén az N orsózó nyomaték értéke növekszik, vagyis az UAV *ráfordul* a megfűvás irányára. A $C_{n_{\beta}}$ dimenzió nélküli együttthatót szokás szélzászló stabilitási együttthatónak is nevezni. A $C_{n_{\beta}}$ együtttható értékét nagyrészt a függőleges vezérsík hozza létre [6.11, 6.12, 6.28, 6.37].

6.2.2.3 Az UAV oldalirányú statikus stabilitása

Az UAV oldalirányú statikus stabilitásának szükséges és elégséges feltétele, hogy teljesüljön az alábbi egyenlőtlenségi feltétel [6.11, 6.14, 6.28, 6.37]:

$$L'_{\beta} = L_{\beta} + I_B N_{\beta} < 0. \quad (6.19)$$

A szárnyak V -beállítási szöge miatt a negatív előjelű csúszási szögek esetén az UAV a jobb felszárny felfelé igyekszik elmozdulni [6.11, 6.12, 6.28, 6.37].

6.3 AZ UAV HOSSZIRÁNYÚ MOZGÁSÁNAK ÁTVITELI FÜGGVÉNYEI

A merev testnek tekintett UAV átviteli függvényeinek levezetésével az 5.10 fejezetben röviden már foglalkoztunk. E fejezet célja bemutatni, hogy az UAV hosszirányú mozgása átviteli függvényeinek levezetése során milyen egyszerűsítő feltételeket alkalmazhatunk.

A fejezet további fontos célkitűzése az átviteli függvények pontos analitikus meghatározása, valamint a nemirányított (erőhatásmentes) UAV fontos paramétereinek, és minőségi jellemzőinek a megadása. Ismeretes, hogy a merev UAV állapot–egyenlete az alábbi vektor–differenciál egyenlettel adható meg [6.5, 6.6, 6.11, 6.19, 6.20, 6.28, 6.33, 6.37]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (6.20)$$

Az UAV állapot-vektora legyen a következő:

$$\mathbf{x} = [u \quad w \quad q \quad \theta]^T, \quad (6.21)$$

Feltételezzük, hogy az UAV hosszirányú mozgását a magassági kormány δ_E szöghelyzet-változásokor ébredő légerők és nyomatékok hozzák létre, vagyis az irányítási vektor a következő lesz:

$$\mathbf{u} = u = \delta_E. \quad (6.22)$$

A merev UAV állapot– és bementi mátrixai most az alábbiak lesznek:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 & 0 \\ Z_u & Z_w & U_o & 0 \\ \tilde{M}_u & \tilde{M}_w & \tilde{M}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.23)$$

$$\mathbf{B} = [X_{\delta_E} \quad Z_{\delta_E} \quad \tilde{M}_{\delta_E} \quad 0]^T. \quad (6.24)$$

Az 5.10 fejezetből ismeretes, hogy a u_j bemenet, és az y_i kimenet között az átviteli függvény az alábbi alakban írható fel:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}_i [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}_j + \mathbf{D}_{ij}. \quad (6.25)$$

A (6.25) egyenlet alapján könnyen belátható, hogy a merev UAV átviteli függvényének matematikai modellje, annak alakja attól függ, hogy mely bemenet, és mely kimenet között szeretnénk meghatározni az átviteli függvényt.

Meg kell említeni, hogy sok esetben egy–egy repülési paraméter megváltoztatását biztosító kormányfelület nem csak az irányítani kívánt repülési paramétert változtatja meg, hanem egyidejűleg más repülési jellemzők megváltozását is eredményezi. E tulajdonság nehéz feladat elé állítja az egyváltozós, egy bemenetű és egy kimenetű repülésszabályozó rendszerek tervezőit. A tervezés sokszor olyan tulajdonságú szabályozott UAVt eredményez, amelynek minőségi jellemzőit az UAV-vezetők (kezelők, vagy operátorok) nem tartják majd megfelelőnek.

A repülésszabályozó rendszerek átviteli függvény alapú tervezését olyan esetekben sem lehet alkalmazni, amikor az UAV egy–egy irányítási csatornában több kormányfelülettel is irányított: tehát az irányított UAV matematikai modellje többváltozós, az UAV több bemenettel, és több kimeneti irányított paraméterrel rendelkezik.

Mindezek ellenére az átviteli függvények alkalmazása sok esetben kényelmes, mivel az $s = j\omega$ komplex frekvencia függvényében megadott tagok, és rendszerek vizsgálata egyszerű algebrai alakokon történik. A gyakorlatban nehézséget okozhat az a tény, hogy a tagok és a rendszerek válaszfüggvényeit az inverz Laplace–transzformáció segítségével állíthatjuk elő, amely a gyakorlatban sokszor nehézkes, de az inverz transzformáció végrehajtását ma már számos szimbolikus matematikai segédprogram támogatja, pl. a MATLAB programcsomag Symbolic Math Toolbox programja [6.15, 6.18, 6.20, 6.26, 6.29, 6.33, 6.37].

6.3.1 A kimeneti vektor rendezőinek előállítása a **C** kimeneti mátrix segítségével

További vizsgálataink során feltételezzük, hogy az erőhatásmentes (nemirányított) UAV matematikai modellje közvetlen „előrevezetéssel” nem rendelkezik, vagyis $\mathbf{D}=0$. Így tehát az UAV kimeneti egyenlete – az (5.215) egyenletet felhasználva – a következő alakban írható fel [6.14, 6.37]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}. \quad (6.26)$$

Ha az UAV egy szabályozott kimeneti repülési paraméterrel rendelkezik, akkor a (6.26) egyenlettel megadott kimeneti egyenlet a következő alakra redukálódik:

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}. \quad (6.27)$$

Az egyes repülési paraméterek egy (1×4) méretű kimeneti mátrix segítségével az alábbi egyenletek felhasználásával állíthatók elő:

$$y \triangleq u = \mathbf{C}\mathbf{x} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x}, \quad (6.29)$$

$$y \triangleq w = \mathbf{C}\mathbf{x} = [0100] \mathbf{x}, \quad (6.30)$$

$$y \triangleq q = \mathbf{C}\mathbf{x} = [0010] \mathbf{x}, \quad (6.31)$$

$$y \triangleq \theta = \mathbf{C}\mathbf{x} = [0001] \mathbf{x}. \quad (6.32)$$

A (6.26) kimeneti egyenlet \mathbf{C} kimeneti mátrixát alkalmazzák még a mértékegységek, illetve a mértékegység rendszerek dimenzióinak egyeztetésére is. Ha a q szögsebességet például rad/s mértékegységben mérik, de a további feldolgozása során fok/s dimenzióra van szükség, akkor a (6.31) egyenlet az alábbi alakban adható meg:

$$y \triangleq q = \mathbf{C}\mathbf{x} = [0057,2970] \mathbf{x}. \quad (6.33)$$

Hasonló lehet például a metrikus, és az angolszász mértékegység rendszerek közötti eltérések kezelése. Ekkor a \mathbf{C} kimeneti mátrix megfelelő elemeit az adott mértékegységek arányossági tényezői alkotják [6.14, 6.37].

6.3.2 Az UAV hosszirányú mozgásának reprezentatív átviteli függvénye

A (6.20)–(6.33) egyenleteket felhasználva az UAV hosszirányú mozgásának alábbi reprezentatív átviteli függvényeit szokás definiálni.

$$Y_1(s) = \frac{u(s)}{\delta_E(s)}, Y_2(s) = \frac{w(s)}{\delta_E(s)}, Y_3(s) = \frac{q(s)}{\delta_E(s)}, Y_4(s) = \frac{\theta(s)}{\delta_E(s)}. \quad (6.34)$$

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy a lineáris, holtidőmentes, dinamikus rendszer átviteli függvénye a következő racionális tört-alakban írható fel:

$$G(s) = N(s) / D(s). \quad (6.35)$$

A (6.35) egyenlet $D(s)$ polinomját szokás az UAV karakterisztikus polinomjának is nevezni. A merev UAV hosszirányú mozgásának karakterisztikus egyenlete a következőképpen írható fel [6.14, 6.28, 6.37]:

$$\Delta_H(s) = |s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = 0. \quad (6.36)$$

A (6.34) egyenletben definiált összes átviteli függvény nevezője azonos, hiszen az UAV ugyanazt a hosszirányú mozgást végzi, így tehát az UAV hosszirányú mozgása átviteli függvényeinek csak a számlálója változik.

A számláló polinomjai az egyes állapot-változók, valamint a bemeneti vektor rendezőinek explicit függvénye. A (6.36) egyenlet az alábbi kifejezés szerint fejthető ki:

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} = \frac{\text{adj}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]}{\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]} = \frac{\begin{bmatrix} n_{11}(s) & n_{12}(s) & n_{13}(s) & n_{14}(s) \\ n_{21}(s) & n_{22}(s) & n_{23}(s) & n_{24}(s) \\ n_{31}(s) & n_{32}(s) & n_{33}(s) & n_{34}(s) \\ n_{41}(s) & n_{42}(s) & n_{43}(s) & n_{44}(s) \end{bmatrix}}{s^4 + a_1s^3 + a_2s^2 + a_3s + a_4} \quad (6.37)$$

A (6.37) egyenlet számlálójának n_{ij} elemeit – az adjungált mátrix kifejtése után – a következő összefüggések szerint számíthatjuk [6.5, 6.6, 6.14, 6.28, 6.37]:

$$n_{11}(s) = s(s^2 - s[M_q + M_{\dot{w}}U_o + Z_w] + [Z_wM_q - M_{\dot{w}}U_o]), \quad (6.38)$$

$$n_{12}(s) = s^2X_w - s(M_q + M_{\dot{w}}U_o) - g(M_w + M_{\dot{w}}U_o), \quad (6.39)$$

$$n_{13}(s) = s(U_oX_w - g) + gZ_w, \quad (6.40)$$

$$n_{21}(s) = Z_us^2 - (Z_uM_q - M_uU_o)s, \quad (6.41)$$

$$n_{22}(s) = s^3 - (X_u + M_q + M_{\dot{w}}U_o)s^2 + X_u(M_q + M_{\dot{w}}U_o)s + g(M_u + M_{\dot{w}}Z_u), \quad (6.42)$$

$$n_{23}(s) = U_os^2 - X_uU_os - gZ_u, \quad (6.43)$$

$$n_{31}(s) = s[s(M_u + M_{\dot{w}}Z_u) + (M_{\dot{w}}Z_u - M_uZ_w)], \quad (6.44)$$

$$n_{32}(s) = s^2(M_w + M_{\dot{w}}Z_w) - s(X_uM_w - X_wM_u) + M_{\dot{w}}(Z_wX_u - Z_uX_w), \quad (6.45)$$

$$n_{33}(s) = s[s^2 - (X_u + Z_w)s + (X_uZ_w - X_wZ_u)], \quad (6.46)$$

$$n_{41}(s) = s(M_u + M_{\dot{w}}Z_u) + (M_{\dot{w}}Z_u - M_uZ_w), \quad (6.47)$$

$$n_{42}(s) = s(M_w + M_{\dot{w}}Z_w) + M_uZ_w - X_uM_w + M_{\dot{w}}(X_wZ_u - X_uZ_w), \quad (6.48)$$

$$n_{43}(s) = s^2 - (X_u + Z_w)s + (X_uZ_w - Z_uX_w). \quad (6.49)$$

Mivel a \mathbf{B} bemeneti mátrix meghatározása szerint (lásd (6.24) $b_{41} = 0$, ezért az $\mathbf{N}(s)$ mátrix utolsó elemeit a b_{41} -gyel szorozva mindig nullát kapunk, tehát ezeket az elemeket az $\mathbf{N}(s)$ mátrixban eleve nullának is lehet tekinteni, függetlenül attól, hogyan kell azokat valójában meghatározni.

Az egyszerűsítés kedvéért tehát elfogadhatjuk, hogy:

$$n_{14} = 0, \quad n_{24} = 0, \quad n_{34} = 0, \quad n_{44} = 0. \quad (6.50)$$

A karakterisztikus polinom a_i együtthatói a (6.37) egyenlet nevezője determinánsának kifejtésével határozható meg. Egyszerű matematikai műveletek, és egyenletrendezés után kapjuk, hogy [6.14, 6.28, 6.37]:

$$a_1 = -(X_u + M_q + Z_w + M_{\dot{w}}U_o), \quad (6.51)$$

$$a_2 = M_q Z_w - M_w U_o + X_u Z_w - X_w Z_u + X_u M_q + X_u U_o M_{\dot{w}}, \quad (6.52)$$

$$a_3 = -(X_u Z_w M_q + X_u M_w U_o + X_w M_u U_o - M_q Z_u X_w - g(M_u + Z_u M_{\dot{w}})), \quad (6.53)$$

$$a_4 = g(Z_u M_w - Z_w M_u). \quad (6.54)$$

A (6.34)–(6.54) egyenleteket felhasználva, a merev UAV átviteli függvényei az alábbiak lesznek [6.14, 6.28, 6.37]:

$$\begin{aligned} Y_1(s) &= \frac{u(s)}{\delta_E(s)} = \frac{n_{11}(s)b_{11} + n_{12}(s)b_{21} + n_{13}(s)b_{31}}{\Delta_H(s)} = \\ &= \frac{b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4} \end{aligned} \quad (6.55)$$

ahol az átviteli függvény b_i együtthatói az alábbiak lesznek:

$$b_3 = X_{\delta_E}, \quad (6.56)$$

$$b_2 = -X_{\delta_E}(Z_w + M_q + M_{\dot{w}}U_o) + Z_{\delta_E}X_w, \quad (6.57)$$

$$b_1 = X_{\delta_E}(Z_w M_q - M_w U_o) - Z_{\delta_E}(X_w M_q + gM_{\dot{w}}) + M_{\delta_E}(X_w U_o - g), \quad (6.58)$$

$$b_0 = g(M_{\delta_E}Z_w - Z_{\delta_E}M_w). \quad (6.59)$$

Másodsorban:

$$Y_2(s) = \frac{w(s)}{\delta_E(s)} = \frac{\bar{b}_3 s^3 + \bar{b}_2 s^2 + \bar{b}_1 s + \bar{b}_0}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}, \quad (6.60)$$

ahol a (6.60) átviteli függvény \bar{b}_i együtthatói most a következő egyenletek alapján határozhatók meg:

$$\bar{b}_3 = Z_{\delta_E}, \quad (6.61)$$

$$\bar{b}_2 = X_{\delta_E}Z_u - Z_{\delta_E}(X_u + M_q) + M_{\delta_E}U_o, \quad (6.62)$$

$$\bar{b}_1 = X_{\delta_E}(U_o M_u - Z_u M_q) - X_u(Z_{\delta_E}M_q + U_o M_{\delta_E}), \quad (6.63)$$

$$\bar{b}_0 = g(Z_{\delta_E}M_u - M_{\delta_E}Z_u). \quad (6.64)$$

Harmadszor,

$$Y_3(s) = \frac{q(s)}{\delta_E(s)} = \frac{s\{\hat{b}_2 s^2 + \hat{b}_1 s + \hat{b}_0\}}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}, \quad (6.65)$$

ahol a (6.65) átviteli függvény \hat{b}_i együtthatóit az alábbi egyenletek segítségével határozhatjuk meg [6.14, 6.28, 6.33, 6.37]:

$$\hat{b}_2 = M_{\delta_E} + Z_{\delta_E} M_{\dot{w}}, \quad (6.66)$$

$$\hat{b}_1 = X_{\delta_E} (M_u + Z_u M_{\dot{w}}) + Z_{\delta_E} (M_w - X_u M_{\dot{w}}) - M_{\delta_E} (X_u + Z_w), \quad (6.67)$$

$$\begin{aligned} \hat{b}_0 = & X_{\delta_E} (Z_u M_w - Z_w M_u) + Z_{\delta_E} (M_u X_w - M_w X_u) + \\ & + M_{\delta_E} (X_u Z_w - Z_u X_w). \end{aligned} \quad (6.68)$$

Végezetül, korábról ismeretes, hogy

$$q(s) = s\theta(s), \quad (6.69)$$

ezért igaz, hogy

$$Y_4(s) = \frac{\theta(s)}{\delta_E(s)} = \frac{Y_3(s)}{s} = \frac{\{\hat{b}_2 s^2 + \hat{b}_1 s + \hat{b}_0\}}{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4}. \quad (6.70)$$

6.3.3 A hosszirányú mozgás egyéb átviteli függvényei

Az előző fejezetben részletesen foglalkoztunk a merev testnek tekintett UAV állapot–egyenletéből levezethető reprezentatív átviteli függvényekkel. A gyakorlatban, számos esetben előfordul, hogy más jellegű repülési paraméterre vonatkoztatott átviteli függvény vizsgálata is megkerülhetetlen. Az UAVk fontos légi üzemeltetési paramétere az állásszög, amely kis értékű szögek esetén az alábbi kifejezéssel is megadható:

$$\alpha = w/U_o, \quad (6.71)$$

míg, az állásszögre vonatkoztatott átviteli függvény a következő lesz:

$$Y_5(s) = \frac{1}{U_o} \frac{w(s)}{\delta_E(s)} = \frac{\bar{b}_3 s^3 + \bar{b}_2 s^2 + \bar{b}_1 s + \bar{b}_0}{U_o \{s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4\}}. \quad (6.72)$$

A repülés egyik legfontosabb jellemzője a repülési magasság, amely az alábbi összefüggés alapján is számítható:

$$a_{z_{cg}} = \dot{w} - U_o q = -\ddot{h}. \quad (6.73)$$

A (6.60) és a (6.73) egyenletek alapján írhatjuk, hogy

$$-\frac{s^2 h(s)}{\delta_E(s)} = \frac{sw(s)}{\delta_E(s)} = -U_o \frac{q(s)}{\delta_E(s)}, \quad (6.74)$$

$$-\frac{sh(s)}{\delta_E(s)} = \frac{w(s)}{\delta_E(s)} = -U_o \frac{\theta(s)}{\delta_E(s)}, \quad (6.75)$$

$$-\frac{sh(s)}{\delta_E(s)} = \frac{\bar{b}_3 s^3 + \bar{b}_2 s^2 + \bar{b}_1 s + \bar{b}_0}{\Delta_H(s)} - \frac{U_o (\hat{b}_2 s^2 + \hat{b}_1 s + \hat{b}_0)}{\Delta_H(s)} = \frac{\tilde{b}_3 s^3 + \tilde{b}_2 s^2 + \tilde{b}_1 s + \tilde{b}_0}{\Delta_H(s)}. \quad (6.76)$$

A (6.76) egyenlet \tilde{b}_i együtthatóit a következő egyenletek segítségével határozhatjuk meg:

$$\tilde{b}_3 = \bar{b}_3 = Z_{\delta_E}, \quad (6.77)$$

$$\tilde{b}_2 = \bar{b}_2 - U_o \hat{b}_2 = X_{\delta_E} Z_u - Z_{\delta_E} (X_u + M_q + M_w U_o), \quad (6.78)$$

$$\begin{aligned} \tilde{b}_1 = \bar{b}_1 - U_o \hat{b}_1 = & -Z_u X_{\delta_E} (M_q + Z_u M_w) - \\ & - Z_{\delta_E} (X_u M_q + U_o M_w - U_o M_w X_u) + M_{\delta_E} U_o Z_w, \end{aligned} \quad (6.79)$$

$$\begin{aligned} \tilde{b}_0 = \bar{b}_0 - U_o \hat{b}_0 = & X_{\delta_E} (U_o Z_w M_u - Z_u U_o M_w) - \\ & - Z_{\delta_E} [M_u (U_o X_w - g) + M_w U_o X_u] - \\ & - M_{\delta_E} [U_o Z_w X_u + Z_u (g - U_o Z_u X_w)] \end{aligned} \quad (6.80)$$

6.3.4 A merev UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának átviteli függvényei

Az UAV rövidperiodikus mozgásának dinamikus modelljét abból a feltételből kiindulva határozhatjuk meg, hogy a rövidperiodikus mozgás során úgy a kormányfelületeken ébredő légerők, mint a turbulencia miatt a repülés u sebessége elhanyagolhatóan kismértékben változik, vagyis állandónak tekinthetjük. Más szóval, a rövidperiodikus mozgást gyors lecsengésű transziens folyamatnak feltételezzük, vagyis

$$U_o = \text{áll.}, \quad (6.81)$$

illetve, a hosszirányú sebességváltozásra igaz, hogy

$$\Delta u = 0. \quad (6.82)$$

Az UAV rövidperiodikus mozgásának differenciál-egyenletei a következők lesznek [6.14, 6.28, 6.33, 6.37]:

$$\dot{w} = Z_w w + U_o q + Z_{\delta_E} \delta_E, \quad (6.83)$$

$$\begin{aligned} \dot{q} = & M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E + (M_w + M_{\dot{w}} Z_w) w + \\ & + (M_q + U_o M_w) q + (M_{\delta_E} + Z_{\delta_E} M_{\dot{w}}) \delta_E \end{aligned} \quad (6.84)$$

A (6.83)–(6.84) egyenleteket felhasználva az UAV hosszirányú rövidperiodikus mozgásának állapotterezes modellje már könnyen felírható:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (6.85)$$

$$\mathbf{x} = [w \quad q]^T, \quad (6.86)$$

$$\mathbf{u} = u = \delta_E, \quad (6.87)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Z_w & U_o \\ M_w + M_{\dot{w}} Z_w & M_q + U_o M_{\dot{w}} \end{bmatrix}, \quad (6.88)$$

$$\mathbf{B} = [Z_{\delta_E} \quad M_{\delta_E} + Z_{\delta_E} M_{\dot{w}}]^T. \quad (6.89)$$

A merev UAV karakterisztikus polinomja az alábbi egyenletek segítségével írható fel:

$$[s\mathbf{I} - \mathbf{A}] = \begin{bmatrix} s - Z_w & -U_o \\ -(M_w + M_{\dot{w}} Z_w) & s - (M_q + U_o M_{\dot{w}}) \end{bmatrix}, \quad (6.90)$$

$$\begin{aligned} \Delta_{sp}(s) = |s\mathbf{I} - \mathbf{A}| &= s^2 - (Z_w + M_q + U_o M_{\dot{w}})s + (Z_w M_q - U_o M_w) = \\ &= s^2 + 2\xi_{sp}\omega_{sp}s + \omega_{sp}^2 \end{aligned} \quad (6.91)$$

ahol:

$$2\xi_{sp}\omega_{sp} = -(Z_w + M_q + U_o M_{\dot{w}}), \quad (6.92)$$

$$\omega_{sp} = \sqrt{(Z_w M_q - U_o M_w)}. \quad (6.93)$$

A fenti eszmefuttatás után könnyen belátható, hogy

$$\frac{w(s)}{\delta_E(s)} = \frac{U_o M_{\delta_E} - M_q Z_{\delta_E} (1 + \frac{Z_{\delta_E}}{U_o M_{\delta_E} - M_q Z_{\delta_E}} s)}{\Delta_{sp}(s)} = \frac{K_w (1 + sT_1)}{\Delta_{sp}(s)}, \quad (6.94)$$

ahol:

$$K_w = U_o M_{\delta_E} - M_q Z_{\delta_E}, \quad (6.95)$$

$$T_1 = Z_{\delta_E} / K_w, \quad (6.96)$$

valamint

$$\frac{q(s)}{\delta_E(s)} = \frac{Z_{\delta_E} M_w - M_{\delta_E} Z_w (1 + \frac{M_{\delta_E} + Z_{\delta_E} M_{\dot{w}}}{Z_{\delta_E} M_w - M_{\delta_E} Z_w} s)}{\Delta_{sp}(s)} = \frac{K_q (1 + sT_2)}{\Delta_{sp}(s)}, \quad (6.97)$$

ahol:

$$K_q = Z_{\delta_E} M_w - M_{\delta_E} Z_w, \quad (6.98)$$

$$T_2 = (M_{\delta_E} + Z_{\delta_E} M_{\dot{w}}) / K_q. \quad (6.99)$$

6.3.5 A hosszirányú statikus stabilitás hatása az UAV hosszirányú rövidperiodikus mozgására

Ha a repülési sebesség állandó, vagyis $U_o = \text{áll.}$, akkor a rövidperiodikus mozgás ξ_{sp} csillapítási tényezője – a (6.92) egyenletnek megfelelően – a Z_w , az $M_{\dot{w}}$, vagy az M_q együttható bármelyikének növelése révén növelhető, így a stabilitás, valamint a minőségi jellemzők is javíthatóak.

Az $M_{\dot{w}}$ derivatív együttható növelése – a (6.92) és a (6.93) egyenleteknek megfelelően – a merev, erőhatásmentes (szabad mozgást végző) UAV sajátlengéseinek változatlan ω_{sp} körfrekvenciája mellett – biztosítja a ξ_{sp} csillapítási tényező növelését.

Ha teljesül az

$$M_{\delta_E} = -Z_{\delta_E} M_{\dot{w}} \quad (6.100)$$

feltétel, akkor az UAV időállandója zérusértékű, vagyis

$$T_2 = 0. \quad (6.101)$$

Az M_q derivatív együttható növelése a (6.92) egyenletnek megfelelően az erőhatásmentes UAV ξ_{sp} csillapítási tényezőjének növelését eredményezi. Eme derivatív együttható – a (6.93) kifejezés szerint – a csillapítatlan lengések ω_{sp} körfrekvenciáját is növeli. Eközben az erőhatásmentes UAV T_1 időállandója – a (6.96) egyenletnek megfelelően – csökken, míg a T_2 időállandó – a (6.99) kifejezés szerint – változatlan marad.

Látható, hogy az erőhatásmentes UAV ξ_{sp} csillapítási tényezője közvetlenül függ az M_w derivatív együtthatótól is, amely fontos szerepet játszik az UAV hosszirányú statikus stabilitásában is. Ha $M_w \rightarrow 0$, akkor az erőhatásmentes (szabad mozgást végző) UAV ξ_{sp} csillapítási tényezője – változatlan lengési körfrekvencia mellett – növekszik. Az $M_w > 0$ feltétel teljesülése ese-

tén, vagyis ha az UAV hosszirányban statikusan instabil, és igaz, hogy $U_o M_w > M_q Z_w$, akkor a merev testnek tekintett UAV dinamikus értelemben is instabil [6.7, 6.8, 6.9, 6.10, 6.11, 6.12, 6.14].

6.3.6 A merev UAV időállandója

Ha teljesül a

$$Z_{\delta_E} M_w \ll M_{\delta_E} Z_w \quad (6.102)$$

egyenlőtlenség, valamint igaz, hogy

$$Z_{\delta_E} M_{\dot{w}} \rightarrow 0, \quad (6.103)$$

akkor, a merev UAV T_2 időállandóját – a (6.99), valamint a (6.102)–(6.103) feltételek figyelembevételével – az alábbi kifejezés segítségével határozhatjuk meg:

$$T_2 = -\frac{1}{Z_w} = T_A. \quad (6.104)$$

6.3.7 Az UAV repülési pályaszöge

A repülési pályaszög, más néven emelkedési szög, a sebességvektor és a vízszintes sík által bezárt szög. Állandósult egyenes vonalú mozgás esetén az emelkedési szög állandó. Ismeretes, hogy az UAV γ repülési pályaszögét az alábbi kinematikai egyenlet segítségével határozhatjuk meg:

$$\gamma = \theta - \alpha, \quad (6.105)$$

ahol: θ a bólintó szög, és α az állásszög, valamint a (6.105) egyenletet felhasználva könnyen belátható, hogy

$$\frac{\gamma(s)}{\theta(s)} = 1 - \frac{\alpha(s)}{\delta_E(s)} \frac{\delta_E(s)}{\theta(s)}. \quad (6.106)$$

A (6.94) és a (6.97) átviteli függvények alakját felelevenítve, valamint kis értékű α állásszögeket feltételezve, vagyis $\alpha = w/U_o$ esetén, amikor teljesül, hogy $\dot{\theta} = q$, néhány egyszerű matematikai átalakítás, és egyenletrendezés után az alábbi átviteli függvény írható fel [6.14, 6.37]:

$$\begin{aligned}
\frac{\gamma(s)}{\theta(s)} &= 1 - \frac{\alpha(s)}{\delta_E(s)} \frac{\delta_E(s)}{\theta(s)} \Big|_{\substack{\alpha=w/U \\ q(s)=s\theta(s)}} = 1 - \frac{K_w(1+sT_1)}{\Delta_{sp}(s)U_o} \frac{s \cdot \Delta_{sp}(s)}{K_q(1+sT_2)} = \\
&= 1 - \frac{sK_w(1+sT_1)}{U_oK_q(1+sT_2)} = \frac{U_oK_q(1+sT_2) - sK_w(1+sT_1)}{U_oK_q(1+sT_2)} = \\
&= \frac{-s^2T_1K_w - sK_w + U_o(K_q + sK_qT_2)}{U_oK_q(1+sT_2)} = \\
&= \frac{-Z_{\delta_E}s^2 + U_o[(M_wZ_{\delta_E} - Z_wM_{\delta_E}) + s(M_{\delta_E} + Z_{\delta_E}M_{\dot{w}})] - s(U_oM_{\delta_E} - M_qZ_{\delta_E})}{U_o[(Z_{\delta_E}M_w - M_{\delta_E}Z_w) + s(M_{\delta_E} + Z_{\delta_E}M_{\dot{w}})]}
\end{aligned} \tag{6.107}$$

A gyakorlatban általánosan igaz, hogy $Z_{\delta_E} \approx 0$. A (6.107) átviteli függvény a következő egyszerű alakban is felírható:

$$\frac{\gamma(s)}{\theta(s)} \cong \frac{-Z_wM_{\delta_E}U_o}{U_o(sM_{\delta_E} - Z_wM_{\delta_E})} = \frac{-Z_w}{s - Z_w} = \frac{1}{1 + sT_A}, \tag{6.108}$$

ahol $T_A = -1/Z_w$.

A (6.105)–(6.108) egyenletekből következik, hogy

$$\begin{aligned}
\gamma(s)(1 + sT_A) &= \theta(s); \quad s\gamma(s)T_A = \theta(s) - \gamma(s) \\
\dot{\gamma} &= \frac{\theta(t) - \gamma(t)}{T_A} = \frac{\alpha(t)}{T_A}
\end{aligned} \tag{6.109}$$

6.3.8 A merev UAV hosszirányú fugoid (hosszúperiodikus) mozgásának átviteli függvényei

Korábban ismeretes, hogy az UAV fugoid mozgását az u sebesség, a h repülési magasság, és a θ bólintási szög kisfrekvenciás, hosszúperiódusú lengései jellemzik. A merev testnek tekintett UAV hosszirányú, fugoid mozgásegyenleteinek levezetése során feltételezzük, hogy $q = \text{áll.}$, valamint a bólintási szög viselkedését sem vizsgáljuk, ezért a hosszirányú mozgás (5.149)–(5.151) egyenletei most az alábbi alakban írhatók fel [6.14, 6.33]:

$$\dot{u} = X_u u + X_w w - g\theta + X_{\delta} \delta, \tag{6.110}$$

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + U_o q + Z_{\delta} \delta, \tag{6.111}$$

$$0 = M_u u + M_w w + M_{\delta} \delta. \tag{6.112}$$

A klasszikus módszert követve, a Lancaster–approximáció szerint a repülőgépekre, így a hagyományos elrendezésű, repülőgépes sárkányszerkezettel bíró UAV-kra is általában igaz, hogy

$$M_u \cong 0. \quad (6.113)$$

Mindazonáltal, modern légijárművek (repülőgépek) esetén e feltétel nem mindig teljesül, mivel a légijármű (repülőgép) teljes statikus nyomatókát a következő egyenlet adja meg:

$$M_u u + M_w w = 0. \quad (6.114)$$

Zérusértékű kezdeti feltételek figyelembevételével képezzük a (6.110)–(6.112) egyenletek Laplace–transzformáltját. Írhatjuk, hogy

$$s u(s) - X_u u(s) - X_w w(s) + g \theta = X_\delta \delta(s), \quad (6.115)$$

$$-Z_u u(s) + s w(s) - Z_w w - U_o s \theta(s) = Z_\delta \delta(s), \quad (6.116)$$

$$-M_u u(s) - M_w w(s) = M_\delta \delta(s), \quad (6.117)$$

vagy, mátrixos alakban

$$\begin{bmatrix} s - X_u & -X_w & g \\ -Z_u & s - Z_w & -U_o s \\ -M_u & -M_w & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(s) \\ w(s) \\ \theta(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_\delta \\ Z_\delta \\ M_\delta \end{bmatrix} \delta(s). \quad (6.118)$$

A (6.118) egyenletet a következő egyszerű alakban is felírhatjuk:

$$\mathbf{Q}(s)\mathbf{x}(s) = \mathbf{P}(s) \delta(s). \quad (6.119)$$

A (6.119) egyenletből az \mathbf{x} állapot–vektor egyszerűen kifejezhető:

$$\mathbf{x}(s) = \mathbf{Q}^{-1}(s)\mathbf{P}(s) \delta(s). \quad (6.120)$$

A merev UAV hosszirányú, fugoid mozgásának átviteli függvényeit tehát a következő egyenletek segítségével határozhatjuk meg:

$$\frac{u(s)}{\delta(s)} = \frac{s(X_w U_o M_\delta - g M_\delta - X_\delta U_o M_w) + g(Z_w M_\delta - Z_\delta M_w)}{\Delta_{ph}(s)}, \quad (6.121)$$

$$\begin{aligned} \frac{\theta(s)}{\delta(s)} &= \frac{s^2 M_\delta + s[X_\delta M_u + Z_\delta M_w - (X_u - Z_w)M_\delta]}{\Delta_{ph}(s)} \\ &\quad - \frac{(Z_u M_w - Z_w M_u)X_\delta - (X_w M_u - M_w X_u)Z_\delta}{\Delta_{ph}(s)}. \end{aligned} \quad (6.122)$$

A merev UAV fugoid mozgásának karakterisztikus polinomja a következő egyenlet alapján számítható [6.37]:

$$\Delta_{ph}(s) = -U_o M_w \left\{ s^2 - \left[X_u + \frac{M_u(U_o X_w - g)}{U_o M_w} \right] s - \frac{g}{U_o} \left(Z_u - \frac{M_u Z_w}{M_w} \right) \right\} = \quad (6.123)$$

$$= s^2 + 2\xi_{ph}\omega_{ph} + \omega_{ph}^2$$

A (6.123) egyenletből következik, hogy

$$\omega_{ph}^2 = -\frac{g}{U_o} \left(Z_u - \frac{M_u Z_w}{M_w} \right), \quad (6.124)$$

$$2\xi_{ph}\omega_{ph} = -\left[X_u + \frac{M_u(U_o X_w - g)}{U_o M_w} \right]. \quad (6.125)$$

Ha az M_u derivatív együttható nagy értékű és negatív előjelű, akkor az UAV fugoid mozgása sajátlengéseinek ω_{ph} körfrekvenciája is negatív, más szóval, a merev UAV periodikusan labilis.

Ha teljesül a klasszikus Lancaster–approximáció, vagyis $M_u = 0$, akkor a (6.124)–(6.125) egyenletek a következő egyszerű alakban írhatók fel:

$$\omega_{ph}^2 = -\frac{g}{U_o} Z_u, \quad (6.126)$$

$$2\xi_{ph}\omega_{ph} = -X_u. \quad (6.127)$$

Ismeretes, hogy a Z_u stabilitási derivatív együttható értékét a következő összefüggés adja meg:

$$Z_u \cong -\frac{\rho S U_o}{m} C_L. \quad (6.128)$$

A (6.128) egyenletben a C_L felhajtóerő tényező – egyenes vonalú, víz-szintes repülés esetén – az alábbi egyenlettel határozható meg:

$$C_L = \frac{2mg}{\rho U_o^2 S}. \quad (6.129)$$

Behelyettesítve a (6.129) egyenletet a (6.128) egyenletbe kapjuk, hogy

$$Z_u = -\frac{2g}{U_o}, \quad (6.130)$$

míg, a fugoid mozgás csillapítatlan lengéseinek körfrekvenciája a következő egyenlettel adható meg:

$$\omega_{ph} \cong \sqrt{2} \frac{g}{U_o}. \quad (6.131)$$

A Lancaster–approximáció $M_u = 0$ esetére, a merev UAV ún. kétszabadságfokú fugoid mozgásának egyenletei az alábbiak lesznek:

$$(s - X_u)u(s) + g\theta = 0, \quad (6.132)$$

$$-Z_u u(s) - U_o s\theta(s) = Z_\delta \delta(s). \quad (6.133)$$

A merev UAV ún. kétszabadságfokú fugoid mozgásának karakterisztikus egyenlete a következő lesz [6.37]:

$$s^2 - sX_u - (gZ_u / U_o) = 0. \quad (6.134)$$

Modern UAVk esetén kívánatos a (6.118) egyenlettel megadott, ún. háromszabadságfokú reprezentáció alkalmazása.

A Lancaster-féle klasszikus értelmezés szerint, ha igaz, hogy $M_u = 0$, akkor az alábbi egyenlőségi feltétel is teljesül:

$$C_{D_u} = 0. \quad (6.135)$$

A fugoid mozgás csillapítatlan lengéseinek csillapítási tényezője most a következő egyenlet szerint számítható:

$$\xi_{ph} = -\frac{X_u}{2\omega_{ph}} = -\frac{X_u U_o}{2\sqrt{2g}}. \quad (6.136)$$

Ismeretes azonban, hogy

$$X_u = \frac{\bar{q}S}{mU_o}(C_{D_u} + 2C_D) \cong \frac{2\bar{q}S}{mU_o}C_D. \quad (6.137)$$

A (6.137) egyenletet – a (6.129) egyenlet figyelembevételével – a következő alakban is felírhatjuk:

$$X_u = \frac{2g}{U_o} \frac{C_D}{C_L} \quad (6.138)$$

A merev testnek tekintett UAV fugoid mozgásának csillapítási tényezője az alábbi kifejezéssel is megadható [6.37]:

$$\xi_{ph} = -\frac{2g}{U_o} \frac{C_D}{C_L} \frac{U_o}{2\sqrt{2g}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{C_D}{C_L} = \frac{1}{\sqrt{2}(L/D)}, \quad (6.139)$$

ahol (L/D) az UAV felhajtóerő–légellenállás viszonya [6.14, 6.33, 6.37].

6.4 AZ UAV OLDALIRÁNYÚ MOZGÁSÁNAK ÁTVITELI FÜGGVÉNYEI

A merev testnek (anyagi pontnak) tekintett UAV oldalirányú mozgásának átviteli függvényei – a 6.3 fejezetben bemutatott és alkalmazott módszer segítségével – könnyen meghatározhatók. Fontos kiemelni, hogy az oldalirányú mozgás irányítására (az állapot-változók megváltoztatására) – még a hagyományos elrendezésű, merevszárnyú UAVk esetén is – legalább két kormány szervet, a csűrőlapokat és az oldalkormányt alkalmazzák. Ezeket a kormány szerveket a repülés során nagyon sokszor egyidejűleg alkalmazzák (pl. leszálláshoz történő bejövételkor, vagy a szabályos fordulók végrehajtása során). Ilyenkor az UAV dinamikájának tárgyalására a klasszikus módszer, az átviteli-függvény módszer nem alkalmazható, hiszen az UAV ekkor több-változós, vagyis több bemenettel, és több kimenettel rendelkező dinamikus rendszermodellel írható le [6.37]. A merev UAV oldalirányú mozgásának állapot-vektora – az (5.262) egyenletnek megfelelően – legyen a következő:

$$\mathbf{x} = [\beta \quad p \quad r \quad \phi \quad \Psi]^T. \quad (6.140)$$

Feltételezzük, hogy a hagyományos sárkányszerkezeti elrendezéssel bíró UAV oldalirányú irányítását a csűrőlapok, és az oldalkormány biztosítja, vagyis:

$$\mathbf{u} = [\delta_A \quad \delta_R]^T. \quad (6.141)$$

A merev UAV állapot- és a bementi mátrixai vízszintes repülés esetén – az (5.263)–(5.264) egyenletek felhasználásával – az alábbiak lesznek:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 & \frac{g}{U_o} & 0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.142)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & Y_{\delta_R}^* \\ L'_{\delta_A} & L'_{\delta_R} \\ N'_{\delta_A} & N'_{\delta_R} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (6.143)$$

A továbbiakban feltételezzük, hogy az UAVt egy kimenetűnek tekintjük. Ebben az esetben a merev UAV kimeneti egyenlete a következő lesz:

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}. \quad (6.144)$$

Az egyes repülési paraméterek meghatározása az alábbi egyenletek segítségével történhet:

$$y = \beta = C_\beta \mathbf{x} = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x}, \quad (6.145)$$

$$y = p = C_p \mathbf{x} = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{x}, \quad (6.146)$$

$$y = r = C_r \mathbf{x} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \mathbf{x}, \quad (6.147)$$

$$y = \gamma = C_\gamma \mathbf{x} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \mathbf{x}, \quad (6.148)$$

$$y = \Psi = C_\Psi \mathbf{x} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \mathbf{x}. \quad (6.149)$$

Az átviteli függvények levezetése során, amikor az UAV bemenetének a csűrőlapok szöghelyzet-változását tekintjük, akkor a \mathbf{B} bemeneti mátrix első oszlopát vizsgáljuk, míg a második oszlopot elhanyagoljuk. Hasonló módon, ha az UAV bemenetének az oldalkormány szöghelyzet-változását tekintjük, akkor a \mathbf{B} mátrix második oszlopát vesszük figyelembe, míg az első oszlopot elhanyagoljuk. Az átviteli függvények levezetése során a bemenetet δ -val jelöljük, amely a csűrőlapok bemenet esetén "A", míg az oldalkormány bemenet esetén "R" alsó indexel rendelkezik.

A (6.142) egyenletből a merev UAV oldalirányú mozgásának karakterisztikus polinomja egyszerűen számítható, tehát [6.14]:

$$\begin{aligned} |s\mathbf{I} - \mathbf{A}| = & s^5 - (L_p' + N_r' + Y_v)s^4 + (L_p' N_r' - L_r' N_p' + Y_v L_p' + Y_v N_r' + N_\beta')s^3 + \\ & + (L_p' N_p' - L_p' N_\beta' - \frac{g}{U_o} L_p' - Y_v L_p' N_r' + Y_v L_p' N_p')s^2 + \\ & + \left[\frac{g}{U_o} (N_r' L_\beta' - L_r' N_\beta') \right] s = s\Delta_O(s) \end{aligned} \quad (6.150)$$

ahol:

$$\Delta_O(s) = s^4 + a_1 s^3 + a_2 s^2 + a_3 s + a_4, \quad (6.151)$$

$$a_1 = -L_p' - N_r' - Y_v, \quad (6.152)$$

$$a_2 = L_p' N_r' - L_r' N_p' + Y_v L_p' + Y_v N_r' + N_\beta', \quad (6.153)$$

$$a_3 = \dot{L}_\beta \dot{N}_p - \dot{L}_p \dot{N}_\beta - \frac{g}{U_o} \dot{L}_\beta - Y_v \dot{L}_p \dot{N}_r + Y_v \dot{L}_r \dot{N}_p, \quad (6.154)$$

$$a_4 = \frac{g}{U_o} (\dot{N}_r \dot{L}_\beta - \dot{L}_r \dot{N}_\beta). \quad (6.155)$$

A 6.3. fejezetből ismeretes, hogy tetszőleges u_i bemenet, és tetszőleges y_i kimenet között az átviteli függvény az alábbi alakban írható fel:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}_i [\mathbf{sI} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B}_j + \mathbf{D}_{ij}. \quad (6.156)$$

A (6.156) egyenlet alapján könnyű belátni, hogy a merev UAV átviteli függvényének alakja attól függ, hogy mely bemenet, és mely kimenet között szeretnénk meghatározni azt. A merev UAV átviteli függvényeinek levezetésekor szükséges az állapot-átviteli mátrix inverzének ismerete, vagyis

$$[\mathbf{sI} - \mathbf{A}]^{-1} = \frac{\text{adj}[\mathbf{sI} - \mathbf{A}]}{|\mathbf{sI} - \mathbf{A}|}, \quad (6.157)$$

ahol, az adjungált mátrix a következő egyenlettel adható meg:

$$\text{adj}[\mathbf{sI} - \mathbf{A}] = \begin{bmatrix} n_{11}(s) & n_{12}(s) & n_{13}(s) & n_{14}(s) & n_{15}(s) \\ n_{21}(s) & n_{22}(s) & n_{23}(s) & n_{24}(s) & n_{25}(s) \\ n_{31}(s) & n_{32}(s) & n_{33}(s) & n_{34}(s) & n_{35}(s) \\ n_{41}(s) & n_{42}(s) & n_{43}(s) & n_{44}(s) & n_{45}(s) \\ n_{51}(s) & n_{52}(s) & n_{53}(s) & n_{54}(s) & n_{55}(s) \end{bmatrix}, \quad (6.158)$$

ahol $n_{ij}(s)$ az $[\mathbf{sI} - \mathbf{A}]$ mátrix egyes elemeihez tartozó algebrai minorokat jelöli, amelyek a következő összefüggések alapján számíthatók [6.14]:

$$n_{11}(s) = s^2 \left[s^2 - (\dot{L}_p + \dot{N}_r)s + (\dot{L}_p \dot{N}_r - \dot{L}_r \dot{N}_p) \right], \quad (6.159)$$

$$n_{12}(s) = -s \left[(\dot{N}_p - \frac{g}{U_o})s + \frac{g \dot{N}_r}{U_o} \right], \quad (6.160)$$

$$n_{13}(s) = -s \left[s^2 - \dot{L}_p s - \frac{\dot{L}_r}{U_o} \right], \quad (6.161)$$

$$n_{14}(s) = 0, \quad n_{15}(s) = 0, \quad (6.162)$$

$$n_{21}(s) = s^2 [\dot{L}_\beta + (\dot{N}_\beta \dot{L}_r - \dot{L}_\beta \dot{N}_r)], \quad (6.163)$$

$$n_{22}(s) = s^2 [s^2 - (Y_v + \dot{N}_r)s + (Y_v \dot{N}_r + \dot{N}_\beta)], \quad (6.164)$$

$$n_{23}(s) = s^2 [s \dot{L}_r - (Y_v \dot{L}_r + \dot{L}_\beta)], \quad (6.165)$$

$$n_{24}(s) = 0, n_{25}(s) = 0, \quad (6.166)$$

$$n_{31}(s) = s^2 [s \dot{N}_\beta + (\dot{L}_\beta \dot{N}_p - \dot{L}_p \dot{N}_\beta)], \quad (6.167)$$

$$n_{32}(s) = s \left[s^2 \dot{N}_p - Y_v \dot{N}_p s + \frac{g \dot{N}_\beta}{U_o} \right], \quad (6.168)$$

$$n_{33}(s) = s \left[s^3 - (Y_v + \dot{L}_p) s^2 + Y_v \dot{L}_p s - \frac{g}{U_o} \dot{L}_p \right], \quad (6.169)$$

$$n_{34}(s) = 0, \quad n_{35}(s) = 0, \quad (6.170)$$

$$n_{41}(s) = s [s \dot{L}_\beta + (\dot{N}_\beta \dot{L}_r - \dot{L}_\beta \dot{N}_r)], \quad (6.171)$$

$$n_{42}(s) = s [s^2 - (Y_v + \dot{N}_r) s + (Y_v \dot{N}_r + \dot{N}_\beta)], \quad (6.172)$$

$$n_{43}(s) = s [s \dot{L}_r - (Y_v \dot{L}_r + \dot{L}_\beta)], \quad (6.173)$$

$$n_{44}(s) = 0, n_{45}(s) = 0, \quad (6.174)$$

$$n_{51}(s) = s^3 [s \dot{N}_\beta + (\dot{L}_\beta \dot{N}_p - \dot{L}_p \dot{N}_\beta)], \quad (6.175)$$

$$n_{52}(s) = s^2 \left[s^2 \dot{N}_p - Y_v \dot{N}_p s + \frac{g \dot{N}_\beta}{U_o} \right], \quad (6.176)$$

$$n_{53}(s) = s^2 \left[s^3 - (Y_v + \dot{L}_p) s^2 + Y_v \dot{L}_p s - \frac{g}{U_o} \dot{L}_p \right], \quad (6.177)$$

$$n_{54}(s) = 0, \quad n_{55}(s) = 0. \quad (6.178)$$

Mindezek után, a merev UAV oldalirányú mozgásának átviteli függvényei – közvetlen „előrevezetés” nélkül – már könnyen felírhatóak [6.14, 6.37]:

$$\begin{aligned} \frac{\beta(s)}{\delta(s)} &= C_\beta [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{B} = \frac{n_{11}(s) + n_{12}(s) + n_{13}(s) + n_{14}(s) + n_{15}(s)}{s\Delta_O(s)} \mathbf{B} = \\ &= \frac{n_{11}(s)Y_\delta^* + n_{12}(s)L_\delta^* + n_{13}(s)N_\delta^*}{s\Delta_O(s)} \end{aligned} \quad (6.179)$$

$$\frac{\beta(s)}{\delta(s)} = \frac{Y_{\delta}^* s^3 - [(L_p' + N_r') Y_{\delta}^* + N_{\beta}'] s^2}{s\Delta_O(s)} +$$

$$+ \frac{\left[(N_r' L_p' - L_r' N_p') Y_{\delta}^* + (N_{\delta}' L_p' - L_{\delta}' N_p') + \frac{g L_{\delta}'}{U_o} \right] s}{s\Delta_O(s)} + = \frac{\frac{g}{U_o} (N_{\delta}' L_r' - L_{\delta}' N_r')}{s\Delta_O(s)} . \quad (6.180)$$

Másodszor,

$$\frac{p(s)}{\delta(s)} = s \left\{ \frac{L_{\delta}' s^2 + [(L_{\beta}' Y_{\delta}^* - L_{\delta}' (N_r' + Y_v) + N_{\delta}' L_r')] s}{s\Delta_O(s)} + \right.$$

$$\left. + \frac{Y_{\delta}^* (L_r' N_{\beta}' - N_r' L_{\delta}') + L_{\delta}' (Y_v N_r' + N_{\beta}') - N_{\delta}' (Y_v L_r' + L_{\beta}')}{s\Delta_O(s)} \right\} . \quad (6.182)$$

Ismeretes, hogy [6.14]

$$\dot{\gamma} = p \rightarrow s\gamma(s) = p(s) , \quad (6.183)$$

ezért igaz, hogy

$$\frac{\gamma(s)}{\delta(s)} = \left\{ \frac{L_{\delta}' s^2 + [(L_{\beta}' Y_{\delta}^* - L_{\delta}' (N_r' + Y_v) + N_{\delta}' L_r')] s}{s\Delta_O(s)} + \right.$$

$$\left. + \frac{Y_{\delta}^* (L_r' N_{\beta}' - N_r' L_{\delta}') + L_{\delta}' (Y_v N_r' + N_{\beta}') - N_{\delta}' (Y_v L_r' + L_{\beta}')}{s\Delta_O(s)} \right\} . \quad (6.184)$$

Végezetül,

$$\frac{r(s)}{\delta(s)} = \frac{N_{\delta}' s^3 + [Y_{\delta}^* N_{\beta}' + L_{\delta}' N_p' - N_{\delta}' (Y_v + L_p')] s^2}{s\Delta_O(s)} +$$

$$+ \frac{[Y_{\delta}^* (L_{\beta}' N_p' - N_{\beta}' L_p') - L_{\delta}' Y_v N_p' + N_{\delta}' Y_v L_p'] s}{s\Delta_O(s)} +$$

$$+ \frac{\frac{g}{U_o} (L_{\delta}' N_{\beta}' - N_{\delta}' L_{\beta}')}{s\Delta_O(s)} . \quad (6.186)$$

Ismert a következő Euler–egyenlet [6.1, 6.2, 6.3, 6.5, 6.6]:

$$\dot{\Psi} = r \rightarrow s\Psi(s) = r(s) , \quad (6.187)$$

ezért igaz, hogy

$$\frac{\Psi(s)}{\delta(s)} = \frac{1}{s} \left\{ \frac{N'_\delta s^3 + [Y_\delta^* N'_\beta + L'_\delta N'_p - N'_\delta (Y_v + L'_p)] s^2}{s \Delta_O(s)} + \right. \\ \left. + \frac{[Y_\delta^* (L'_\beta N'_p - N'_\beta L'_p) - L'_\delta Y_v N'_p + N'_\delta Y_v L'_p] s}{s \Delta_O(s)} + \frac{\frac{g}{U_o} (L'_\delta N'_\beta - N'_\delta L'_\beta)}{s \Delta_O(s)} \right\}. \quad (6.188)$$

6.4.1 Az oldalirányú, egyenes vonalú mozgás gyorsulásának meghatározása

A gyakorlatban számos esetben előfordul, hogy az UAV tömegközéppontjának a kereszt-tengely mentén az egyenes vonalú mozgás gyorsulását is szabályozzuk, ezért elengedhetetlen az UAV adott bemenete, és a vizsgált gyorsulás közötti átviteli függvény ismerete.

Az (5.271) egyenlet figyelembevételével az alábbi egyenletek írhatjuk fel:

$$a_{y_{cg}} = C_{a_y} \mathbf{x} + D \mathbf{u} \equiv y, \quad (6.189)$$

$$C_{a_y} = [Y_v \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0], \quad (6.190)$$

$$D = [0 \quad Y_{\delta_R}^*]. \quad (6.191)$$

6.4.2 Az UAV oldalirányú mozgásának néhány reprezentatív átviteli függvénye

Az UAV oldalirányú mozgásának átviteli függvényei fontosak a modell-alapú tervezési módszerek alkalmazása során, melyeket széles körben használunk az UAVk automatikus repülésszabályozó rendszereinek tervezésekor [6.37]. Az UAV oldalirányú mozgásának átviteli függvényeit az alábbi általános alakokkal vezethetjük be [6.14, 6.37]:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{A(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_3)}{(1+sT_4)(1+sT_5)(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2)}, \quad (6.192)$$

$$\frac{r(s)}{\delta_R(s)} = \frac{-A(1+sT_1)(s^2 + 2\xi_1\omega_1 s + \omega_1^2)}{(1+sT_2)(1+sT_3)(s^2 + 2\xi_2\omega_2 s + \omega_2^2)}, \quad (6.193)$$

$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} = \frac{A(s^2 + 2\xi_1\omega_1s + \omega_1^2)}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)(s^2 + 2\xi_2\omega_2s + \omega_2^2)}, \quad (6.194)$$

$$\frac{a_{y_{cg}}(s)}{\delta_R(s)} = \frac{A(1 + sT_1)(1 + sT_2)(1 + sT_3)(1 + sT_4)}{(1 + sT_5)(1 + sT_6)(s^2 + 2\xi_1\omega_1s + \omega_1^2)}. \quad (6.195)$$

6.4.3 Az UAV oldalirányú mozgása átviteli függvényeinek egyszerűsítése

A (6.192)–(6.195) átviteli függvények fő komponense – a (6.194) átviteli függvény kivételével – a Holland-orsó. A (6.194) átviteli függvény számlálójának és nevezőjének másodfokú polinomjai jó közelítéssel kompenzálják egymást, e kifejezésekkel egyszerűsíthetjük az átviteli függvényt. Elvégezvén eme egyszerűsítést, lényegében csak a Holland-orsó komponens mozgástól tekintünk el.

A (6.192) átviteli függvényt az alábbi egyszerű alakban is felírhatjuk [6.37]:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{A(1 + sT_1)}{(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2)}. \quad (6.196)$$

Mivel a (6.196) átviteli függvény számlálójában álló T_1 időállandó kis értékű, így a számlálóban található $(1 + sT_1)$ fázis-siettető tag átviteli függvénye állandósult állapotban egyhez tart, így a (6.196) átviteli függvény a következő egyszerű egyenlettel adható meg [6.37]:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{A}{(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2)}. \quad (6.197)$$

6.4.4 Az UAV oldalirányú mozgásának háromszabadságfokú approximációja

A 6.4.3 fejezetben láttuk, hogy az oldalirányú mozgás (6.192)–(6.195) átviteli függvényeinek célszerű egyszerűsítése – elfogadható pontosság mellett – könnyen alkalmazható dinamikus modelleket eredményez. Az első ilyen célszerű egyszerűsítés révén kapjuk az UAV oldalirányú mozgásának ún. háromszabadságfokú matematikai modelljét.

Feltételezzük, hogy a merev testnek (anyagi pont) tekintett UAV oldalirányú mozgásegyenleteiben teljesülnek a következő feltételek:

$$g\phi/U_o \cong 0, \quad L'_r r \cong 0, \quad N'_p p \cong 0. \quad (6.198)$$

A (6.198) feltételeket figyelembe véve az (5.165)–(5.167) egyenleteket az alábbi egyszerű alakban írhatjuk fel:

$$\dot{\beta} = Y_v \beta - r + Y_\delta^* \delta, \quad (6.199)$$

$$\dot{p} = L'_\beta \beta + L'_p p + L'_\delta \delta, \quad (6.200)$$

$$\dot{r} = N'_\beta \beta + N'_p p + N'_\delta \delta. \quad (6.201)$$

A (6.199)–(6.201) egyenletek állapotterez alakja a következő egyenlettel adható meg:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & 0 & -1 \\ L'_\beta & L'_p & 0 \\ N'_\beta & 0 & N'_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_\delta^* \\ L'_\delta \\ N'_\delta \end{bmatrix} \delta. \quad (6.202)$$

A merev UAV oldalirányú mozgásának (6.202) állapot–egyenlettel megadott matematikai modelljét Holland–orsó approximációnak is szokás nevezni. A (6.202) egyenletből az UAV karakterisztikus polinomja könnyen meghatározható, vagyis

$$\Delta_O(s) = s^3 - (Y_v + L'_p + N'_r)s^2 + (Y_v L'_p + Y_v N'_r + L'_p N'_r + N'_\beta)s - L'_p (N'_\beta + N'_r Y_v), \quad (6.203)$$

így az oldalirányú mozgás reprezentatív átviteli függvényei az alábbi kifejezések alapján is számíthatók:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{Y_\delta^* s^2 - [(L'_p + N'_p)Y_\delta^* + N'_\delta]s + (L'_p N'_r Y_\delta^* + L'_p N'_\delta)}{\Delta_O(s)}, \quad (6.204)$$

$$\begin{aligned} \frac{p(s)}{\delta_A(s)} &= \frac{L'_\delta s^2 + (Y_\delta^* L'_\beta - Y_v L'_\delta - N'_r L'_\delta)s}{\Delta_O(s)} + \\ &+ \frac{(Y_v N'_r L'_\delta + N'_\beta L'_p - L'_\beta N'_\delta - Y_\delta^* L'_\beta N'_r)}{\Delta_O(s)}. \end{aligned} \quad (6.205)$$

A 6.4.2 fejezetben korábban már vizsgált *Charlie-4* repülőgép (6.205) átviteli függvénye az alábbi egyenlettel adható meg [6.14, 6.37]:

$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} = \frac{0,14(s^2 + 0,193s + 0,673)}{(s + 0,056)(s^2 + 0,135s + 0,63)}. \quad (6.206)$$

A (6.206) átviteli függvény alapján könnyen belátható, hogy a számláló és a nevező másodfokú polinomjaival – elfogadható pontosság mellett – egyszerűsíthetünk, vagyis [6.14, 6.37]:

$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} \cong \frac{0,14}{(s + 0,056)}. \quad (6.207)$$

A merev UAV spirál mozgása esetén a csúszás sebessége kis értékű, ezért az oldalirányú mozgás (6.199)–(6.201) mozgásegyenletei a következő alakban is felírhatók [6.14]:

$$0 = Y_v \beta - r + \frac{g}{U_o} \phi + Y_{\delta}^* \delta, \quad (6.208)$$

$$\dot{p} = \dot{L}_\beta \beta + \dot{L}_p p + \dot{L}_r r + \dot{L}_\delta \delta, \quad (6.209)$$

$$\dot{r} = \dot{N}_\beta \beta + \dot{N}_p p + \dot{N}_r r + \dot{N}_\delta \delta, \quad (6.210)$$

$$\dot{\phi} = p. \quad (6.211)$$

Csúszásmentes repülés esetén, amikor teljesül a $\beta = 0$ feltétel, a (6.208)–(6.211) egyenletrendszer az alábbi alakra egyszerűsödik:

$$\dot{p} = \dot{L}_p p + \dot{L}_r r + \dot{L}_{\delta_R} \delta_R, \quad (6.212)$$

$$\dot{r} = \dot{N}_p p + \dot{N}_r r + \dot{N}_{\delta_R} \delta_R, \quad (6.213)$$

$$\dot{\phi} = p. \quad (6.214)$$

Legyen most a nemirányított merev UAV oldalirányú mozgásának \mathbf{x} állapot-, és az \mathbf{u} bemeneti vektora a következő:

$$\mathbf{x} = [p \quad r \quad \phi]^T, \mathbf{u} = u = \delta_R. \quad (6.215)$$

Korábbi fejezetekből ismeretes, hogy a UAV állapot–egyenletének általános alakja az alábbi kifejezéssel adható meg:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (6.216)$$

A (6.212)–(6.214) egyenletek alapján a (6.216) állapot–egyenlet \mathbf{A} állapot-, és a \mathbf{B} bemeneti mátrixai az alábbiak lesznek:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \dot{L}_p & \dot{L}_r & 0 \\ \dot{N}_p & \dot{N}_r & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.217)$$

$$\mathbf{B} = [\dot{L}_{\delta_R} \quad \dot{N}_{\delta_R} \quad 0]^T. \quad (6.218)$$

Az oldalkormány kitérés által létesített csúszásszöget – a (6.208) egyenlet alapján – következő egyenlet alapján is meghatározhatjuk:

$$y = \beta = \frac{1}{Y_v} r - \frac{g}{Y_v U_o} \phi - \frac{Y_{\delta_R}^*}{Y_v} \delta_R$$

$$\left[\begin{array}{cc} \frac{1}{Y_v} & -\frac{g}{Y_v U_o} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} r \\ \phi \end{array} \right] - \frac{Y_{\delta_R}^*}{Y_v} \delta_R = \mathbf{C}_\beta \mathbf{x} + D_\beta u \quad (6.219)$$

Könnyen belátható, hogy a fent bemutatott háromszabadságfokú approximáció az alábbi átviteli függvényekkel rendelkezik [6.14, 6.37]:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{0,2143(s-0,026)(s+0,52)(s+40,1)}{s(s+0,155)(s+0,43)} \cong \frac{0,2143(s+40,1)}{(s+0,155)}, \quad (6.220)$$

$$\frac{r(s)}{\delta_R(s)} = \frac{-0,48(s+0,48)}{(s+0,43)(s+0,155)} \cong \frac{-0,48}{(s+0,155)}, \quad (6.221)$$

$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} = \frac{0,15(s-1,133)}{(s+0,155)(s+0,43)}. \quad (6.222)$$

A (6.220)–(6.222) átviteli függvények alapján elmondható, hogy a holland orsó matematikai modelljét megadó másodfokú polinom a fenti egyenletek nevezőjéből hiányzik, ami csak erős megkötéssel fogadható el. A merev UAV oldalirányú mozgásának (6.220)–(6.222) egyenletekkel megadott átviteli függvényei csak ritkán használatosak.

6.4.5 Az oldalirányú mozgás kétszabadságfokú approximációja

A merev UAV matematikai modelljének kétszabadságfokú approximációja során a hossz tengely körüli forgó mozgást nem vizsgáljuk, feltételezzük, hogy a hossz tengely körül a nyomatékok összege zérus. Az UAV oldalirányú mozgásának egyenletei most a következők lesznek [6.14, 6.37]:

$$\dot{\beta} = Y_v \beta - r + Y_\delta^* \delta, \quad (6.223)$$

$$\dot{r} = N'_\beta \beta + N'_r r + N'_\delta \delta, \quad (6.224)$$

vagy állapotterez alakban

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & -1 \\ N'_\beta & N'_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_\delta^* \\ N'_\delta \end{bmatrix} \delta, \quad (6.225)$$

A (6.225) egyenlet alapján az UAV oldalirányú mozgásának karakterisztikus polinomja a következő összefüggés alapján számítható:

$$\Delta_O(s) = s^2 - (Y_v + N_r')s + (N_\beta' + Y_v N_r'). \quad (6.226)$$

A hosszirányú mozgás kétszabadságfokú approximált matematikai modelljének reprezentatív átviteli függvényei az alábbi egyenletek alapján határozhatók meg:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{(s - N_r')Y_\delta^* - N_\delta'}{\Delta_O(s)}, \quad (6.227)$$

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{(s - Y_v)N_\delta' - Y_\delta^* N_\beta'}{\Delta_O(s)}. \quad (6.228)$$

A *Charlie-4* repülőgépre az alábbi átviteli függvények határozhatók meg [6.14, 6.37]:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_R(s)} = \frac{0,012(s + 40,115)}{s^2 + 0,173s + 0,61}, \quad (6.229)$$

$$\frac{r(s)}{\delta_R(s)} = \frac{-0,048(s + 0,4)}{s^2 + 0,173s + 0,61}. \quad (6.230)$$

Figyeljük meg, hogy a (6.229) átviteli függvény mennyire hasonlít a korábban meghatározott (6.197) átviteli függvényre.

6.4.6 Az oldalirányú mozgás egyszabadságfokú approximációja

A merev repülőgép egyszabadságfokú approximált matematikai modellje a repülőgép hossz tengely körüli forgó mozgását írja le, vagyis a keresett mozgásegyenlet a következő lesz [6.14, 6.37]:

$$\dot{p} = L_p' p + L_{\delta_A}' \delta_A, \quad (6.231)$$

vagy operátoros alakban

$$(s - L_p')p(s) + L_{\delta_A}' \delta_A(s). \quad (6.232)$$

Az oldalirányú mozgás egyszabadságfokú reprezentációjának átviteli függvénye – a (6.232) egyenlet felhasználásával – a következő alakban írható fel [6.14, 6.37]:

$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} = \frac{L'_{\delta_A}}{(s - \dot{L}_p)} . \quad (6.233)$$

A *Charlie-4* repülőgép (6.233) alakú átviteli függvénye a következő lesz:

$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} = \frac{0,14}{(s + 0,47)} . \quad (6.234)$$

Ha a (6.194) egyenletben a megfelelő pólusokat, és zérusokat kizárjuk, akkor az alábbi eredményre jutunk:

$$\frac{p(s)}{\delta_A(s)} = \frac{0,14}{(s + 0,56)} . \quad (6.235)$$

Mint az a (6.234) és a (6.235) egyenletekből jól látható, az átviteli függvények jó közelítéssel megegyeznek. A repülőgép dőlési szög stabilizáló rendszerének tervezésekor első lépésben a (6.234) átviteli függvényt szokás alkalmazni [6.14, 6.37].

6.5 KÖVETKEZTETÉSEK


















A merev UAVk térbeli mozgásának modellezésére többféle módszer is kínálkozik, amelyek közül a gyakorlati életben mindig a számunkra leginkább megfelelőt kell alkalmazni. Ha az UAV valamely egyik lehetséges bemenetre adott válaszára, vagy egy zavarásra adott válaszára vagyunk kíváncsiak, akkor célszerű az átviteli függvény klasszikus módszerének alkalmazása.

Az UAV állapotter reprezentációs matematikai modelljének alkalmazása előnyösebb abból a szempontból, hogy még egy bemenetű UAVk esetén is az összes lehetséges válaszelőjele meghatározható a módszer segítségével. A modern UAVk automatikus repülésszabályozó rendszerei többváltozósak, vagyis az állapotter-módszer egyre szélesebb körben nyer alkalmazást a szabályozási rendszerek analízise, illetve szintézise során.

6.6 ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK



- Ismertesse a stabilitás fogalmát!
- Ismertesse a merev UAV hosszirányú dinamikus stabilitását!
- Határozza meg a merev UAV hosszirányú sebesség szerinti statikus stabilitását!

-  Ismertesse a merev UAV függőleges sebesség szerinti statikus stabilitását!
-  Ismertesse a merev UAV kereszt-tengely körüli statikus stabilitását!
-  Mutassa be a stabil aerodinamikai elrendezésű merev UAV sajátosságait!
-  Mutassa be az instabil aerodinamikai elrendezésű merev UAV sajátosságait!
-  Ismertesse a merev UAV oldalirányú dinamikus stabilitását!
-  Ismertesse a merev UAV csúszásszög szerinti statikus stabilitását!
-  Ismertesse a merev UAV irányszög szerinti statikus stabilitását!
-  Mutassa be az oldalirányú statikus stabilitást!
-  Határozza meg a merev UAV hosszirányú mozgásának átviteli függvényeit, és definiálja a reprezentatív átviteli függvényeket!
-  Határozza meg a merev UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának átviteli függvényeit, és definiálja közülük a reprezentatív átviteli függvényeket!
-  Határozza meg a merev UAV hosszirányú, hosszúperiodikus (fugoid) mozgásának átviteli függvényeit, és definiálja közülük a reprezentatív átviteli függvényeket!
-  Definiálja a repülési pályaszöveget!
-  Határozza meg a merev UAV oldalirányú, rövidperiodikus mozgásának átviteli függvényeit, és definiálja közülük a reprezentatív átviteli függvényeket!
-  Határozza meg a merev UAV oldalirányú, hosszúperiodikus (fugoid) mozgásának átviteli függvényeit, és definiálja közülük a reprezentatív átviteli függvényeket!
-  Mutassa be a merev UAV oldalirányú mozgása matematikai modelljének háromszabadságfokú approximációját!
-  Mutassa be a merev UAV oldalirányú mozgása matematikai modelljének kétszabadságfokú approximációját!
-  Mutassa be a merev UAV oldalirányú mozgása matematikai modelljének egyszabadságfokú approximációját!

6.7 OPUS CITATUM

- [6.1] Под ред. Мхитаряна, А. М. *Динамика полёта*, Машиностроение, Москва, 1971.
- [6.2] Снешко, Ю. И. *Исследования в полёте устойчивости и*

управляемости самолёта, Машиностроение, Москва, 1971.

[6.3] Бюшгенс, Г. С. – Студнев, Р. В. *Динамика продольного и бокового движения*, Машиностроение, Москва, 1979.

[6.4] Бюшгенс, Г. С. – Студнев, Р. В. *Динамика самолёта – пространственное движение*, Машиностроение, Москва, 1983.

[6.5] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984.

[6.6] Красовский, А. А. – Вавилов, Ю. А. – Сучков, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Изд. ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1986.

[6.7] McCormick, B. W. *Aerodynamics, Aeronautics, and Flight Mechanics*, John Wiley and Sons, New York-Chichester-Brisbane-Toronto, 1979.

[6.8] Hacker, T. *Flight Stability and Control*, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1970.

[6.9] Dickinson, B. *Aircraft Stability and Control for Pilots and Engineers*, Sir Isaac Pitman & Sons Ltd, London, 1968.

[6.10] Seckel, E.: *Stability and Control of Airplanes and Helicopters*, Academic Press, New York-London, 1964.

[6.11] Blakelock, J. H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley and Sons, New York-London-Sydney, 1965.

[6.12] Duncan, W. J. *The Principles of the Control and Stability of Aircraft*, The Syndics of the Cambridge university Press, 1952.

[6.13] Rohács, J. – Simon, I. *Repülőgépek és helikopterek üzemeltetési zsebkönyve*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1989.

[6.14] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International Ltd., New York-London-Toronto-Sydney-Tokyo-Singapore, 1990.

[6.15] Ogata, K. *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall International Inc., 1990.

[6.16] Kuo, B. C. *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall International Inc., 1991.

[6.17] Towill, D. R. *Coefficient Plane Models for Control System Analysis and Design*, Research Studies Press, Chichester-New York-Brisbane-Toronto, 1981.

[6.18] Kuo, B. C. *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New York, 1982.

[6.19] Maciejowski, J. M. *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.

[6.20] Shahian, B. – Hassul, M. *Control System Design using MATLAB®*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.

- [6.21] Ogata, K. *Designing Linear Control Systems with MATLAB®*, Pentice-Hall, International, Inc., 1994.
- [6.22] Ogata, K. *Solving Control Engineering Problems with MATLAB®*, Prentice-Hall, International, Inc., 1994.
- [6.23] Chipperfield, A. J. – Fleming, P. J. *MATLAB® Toolboxes and Applications for Control*, Peter Peregrinus Ltd., 1993.
- [6.24] *MATLAB® 5.2 – The Language of Technical Computing, User's Guide*, The MathWorks, Inc., 1997.
- [6.25] *Control System Toolbox 5.1 for Use With MATLAB®* (Release 12.1), User's Guide, The MathWorks, Inc., 2001.
- [6.26] Korn, G. A. – Korn, T. M. *Matematikai kézikönyv műszakiaknak*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
- [6.27] *MIL–F–8785C, Notice 2, Flying Qualities of Piloted Airplanes*, 1996.
- [6.28] Szabolcsi, R. – Pokorádi, L. *Mathematical Models Applied to Investigate Aircraft Systems*, Monographic Booklet of Pannonian Applied Mathematical Meetings, MB-12, Technical University of Budapest, 1999.
- [6.29] Brogan, W. L. *Modern Control Theory*, Prentice-Hall, Inc, 1991.
- [6.30] ISO 1151–1, *Flight Dynamics – Concepts, Quantities and Symbols*, Part I, Aircraft Motion Relative to the Air, 1988.
- [6.31] *MIL–F–9490D, Notice 1, Flight Control Systems – Design, Installation, and Test of Piloted Aircraft, General Specification*, 1992.
- [6.32] *MIL–C–18244A, Amendment 1, Control and Stabilization System: Automatic, Piloted Aircraft, General Specification*, 1993.
- [6.33] Nelson, R. C. *Flight Stability and Control*, McGraw–Hill Companies, Inc., 1998.
- [6.34] *MATLAB® 7 (R2010b), Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2009.
- [6.35] *Control System Toolbox 8.0, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2008.
- [6.36] *SIMULINK® 7 (R2010b), Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2009.
- [6.37] Szabolcsi, R.: *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [6.38] *MATLAB® 8.2.0.701 (R2013b) Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2013.
- [6.39] *MATLAB® Control System Toolbox 9.6, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2013.

VII. FEJEZET

FORGÓSZÁRNYAS PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK ÁLTALÁNOS MOZGÁSEGYENLETEI

„A jármű ötlete, amely képes függőlegesen felemelkedni a földről és mozdulatlanul lebegni a levegőben, valószínűleg akkor született, amikor az ember először álmodott a repülésről”

Igor Sikorsky

7.1 BEVEZETÉS

A forgószárnyas (helikopteres) pilóta nélküli légijárművek fejlesztése úgy a katonai-, mint a polgári alkalmazások területén már több évtizedes múltra tekint vissza.

Az első példánk a Gyrodyne QH-50A kódjelű, forgószárnyas UAV (2.22. ábra), amely tengeralattjáró felderítő-, és tengeralattjáró elhárító pilóta nélküli helikopter volt. Az ellenséges tengeralattjárók elleni harchoz a Gyrodyne QH-50A UAV két Mk44 torpedót hordozott. A QH-50A UAV volt az első megtestesítője a pilóta nélküli harci helikopternek, és vele egy időben jött létre a DASH-konceptió (Drone Anti-Submarine Helicopter) [2.41]. A típust 1966-ig gyártották, és a hidegháborús időkben 378 darab készült belőle.

A második példa a Yamaha cég az R-50 pilóta nélküli helikopter alapján kifejlesztett R-MAX pilóta nélküli helikoptere (2.27. ábra), amely főleg felderítési célú (cunami előrejelzés földrengések esetén, vulkánkitörés megfigyelése), és mezőgazdasági célú (permetezés) repüléseket hajtott végre.

A mai modern, precíziós mezőgazdaság nem nélkülözheti a valós idejű, gyors információszerzést, és annak valós idejű feldolgozását, hogy az adott mezőgazdasági tevékenységet (talajmunkák, műtrágyázás, permetezés, vegyszeres kezelések stb.) úgy hajtsák végre, hogy a környezetet minél inkább kíméljék, és ami talán még fontosabb, a kijuttatott vegyszerek mennyiségét

arra a szintre csökkentsék, ami még elfogadható, és megfelel az egyre szigorodó a környezetvédelmi előírásoknak is.

Számos esetben a hagyományos gépi művelés nem járható út (pl. ázsiai teraszos mezőgazdasági gazdálkodás) így adott esetben egy egyszerű bejárás és szemrevételezés a művelt területen már nagy nehézségekbe ütközik.

Nem kétséges, hogy a kis sebességű forgószárnyas, vagy multirotoros UAVk e feladatok megoldása során komoly segítséget nyújthatnak a természetben érintett szakembereknek.

E fejezet célja, hogy bemutassuk a forgószárnyas pilóta nélküli légi járművek fontosabb szerkezeti elemeit, a kormányerők és kormánynyomatékok létesítésének elvét, a helikopteres UAVk mozgásegyenleteit, a statikus és a dinamikus stabilitás fizikai képét és kritériumait, az UAV dinamikus modelljeit, melyek elengedhetetlenül szükségesek az UAVk repülésének automatizálása során.

A helikopterek, illetve a forgószárnylapátok elméletével csak olyan mélységben foglalkozunk, amely elegendő alapot biztosít a repüléssel kapcsolatos jelenségek megértéséhez. A [7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, 7.12, 7.16, 7.17] irodalmak mélyebb betekintést adnak a lapátelmélet és a helikopterek elméletébe is, a téma iránt érdeklődők sikerrel lapozhatják.

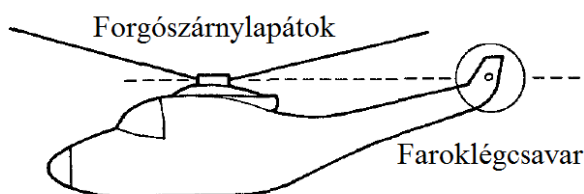
7.2 FORGÓSZÁRNYAS LÉGIJÁRMŰVEK

A helikopterek iránt már a repülés hajnalán komoly érdeklődést mutattak az aviátorok. A helikopterek azon képessége, hogy a fel- és a leszállásuk történhet függőlegesen, és képesek akár függeni (lebegni) is, sok repülési feladat végrehajtása a helikopterek alkalmazását predesztinálja. Számos esetben a felszállás és a leszállás végrehajtására csak nagyon korlátozott fizikai tér áll rendelkezésre. Számos háború és fegyveres konfliktus (koreai háború, vietnami háború, afganisztáni háború, iraki invázió stb.) igazolta, hogy a helikopterek sajátos képességei adott esetben előnyre fordíthatók.

A helikopter olyan légi jármű, amely a repüléshez elengedhetetlenül szükséges felhajtóerőt jórészt a forgószárnylapátokon (rotorlapátokon) hozza létre. Mivel a forgószárnylapátok közvetlen meghajtással rendelkeznek, ezért a helikopterek a normál repülés mellett képesek a függőleges tengely mentén emelkedni vagy süllyedni, valamint hátrafelé és oldalirányban is egyenes vonalú mozgást végezni.

A helikopterek alapvetően kétféle sárkányszerkezeti elrendezéssel bírnak. Az alapkoncepció szerint a repüléshez szükséges felhajtóerőt a

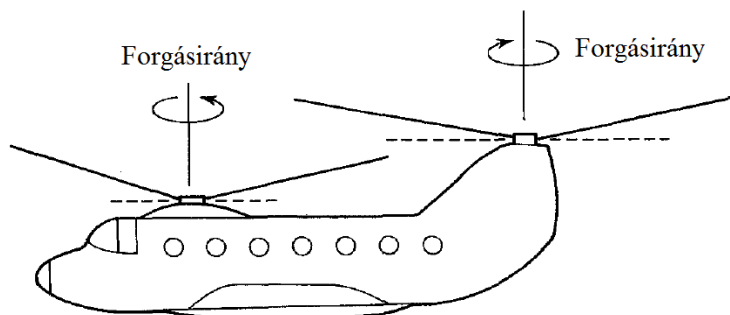
forgószárnylapátok szolgáltatják. A lapátok száma lehet kettő (UH-1 Iroquois), három (Mi-2), négy (AH-64 Apache, UH-60 Blackhawk), öt (Mi-8, Mi-17, Mi-24.), vagy ettől nagyobb számú (CH-47 Chinook, 2*3; Mi-26 Halo, 8). A forgószárnylapátok miatt a sárkányszerkezeten ébredő reakció nyomatékot – rendszerint – a faroktartó végén elhelyezett faroklégcsavar lapátokon ébredő eredő erő által létesített nyomatékkal egyenlítik ki (7.1. ábra).



7.1. ábra. Klasszikus elrendezésű helikopter.

A forgószárnylapátokon ébredő eredő fejhajtóerő iránya megváltoztatható: előre, hátra, vagy bármelyik oldalra bedöntve egyenes vonalú mozgást hajt végre a helikopter. A faroklégcsavar lapátok közös állásszögét változtatva a függőleges tengely körül a nyomatékok egyensúlya megbontható, így akár függés helyzetben a helikopter irányszöge is megváltoztatható.

A másik tipikus helikopter sárkányszerkezeti elrendezés, amikor két forgószárnylapát rendszert alakítanak ki a helikopteren (7.2. ábra).



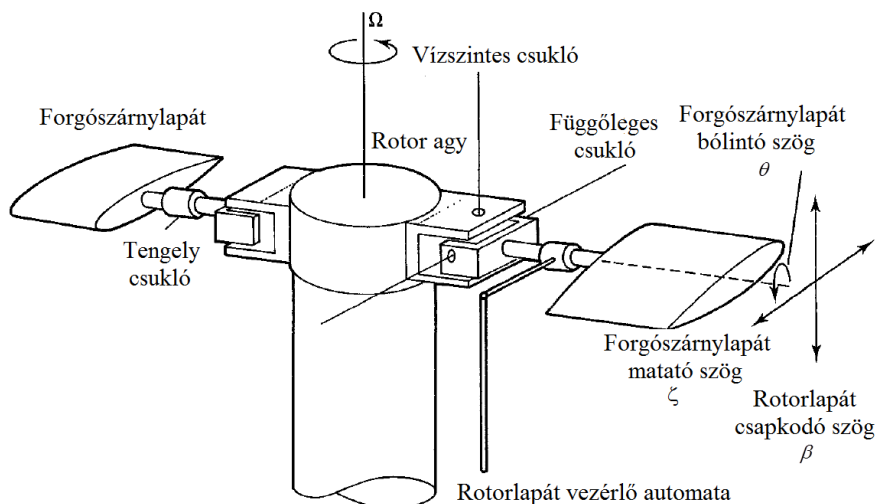
7.2. ábra. Tandem elrendezésű helikopter.

A 7.2. ábrán látható aerodinamikai elrendezéssel lényeges mértékben növekszik az eredő felhajtóerő nagysága, tehát számottevő mértékben nő a helikopter hasznos terhe, ami elérheti az 4500 kg-ot is (pl. CH-47 Chinook). Az elrendezés másik előnye, hogy a forgószárnylapát rendszerek ellentétes for-

gásiránya miatt a reakciónyomatékok – szimmetrikus viszonyokat feltételezve – kiegyenlítik egymást: így módon nincs szükség a faroklégcsavarra.

A fenti aerodinamikai elrendezés egyik fontos sajátossága, hogy a rotorlapátok forgása során 'kifeszített' kúppalástok nagy átfedést mutatnak, ezért a hátsó rotorlapát rendszert magasabban építik be a sárkányszerkezetbe. A két lapátrendszer áramlási rendszer interferenciája miatt (8–10) %-os teljesítményvesztés történik, ami egyébként nem nagyobb, a 'forgószárnylapát-faroklégcsavar' aerodinamikai elrendezés mellett [7.1, 7.6, 7.7].

A rotorlapátok csuklókkal csatlakoznak a fő forgástengelyre (rotor agy), így módon az egyes rotorlapátok a lapátsíkban, és függőleges irányban is szabadon mozoghatnak (7.3. ábra). A rotor tengelycsuklójában a nyomaték zérusértékű, így a helikopter sárkányszerkezetére átvitt terhelőnyomaték is zérusértékű. A forgószárnylapátok ilyen értelmű bekötését *merev* bekötésnek is nevezzük [7.1, 7.6, 7.7, 7.12, 7.16, 7.17].



7.3. ábra. Merev rotorlapát bekötés vázlata.

Az egyes forgószárnylapátok a rotor főforgástengelye körül Ω szögsebességgel forognak. A rotorlapátok a függőleges csukló körül, függőleges irányban csapkodó mozgást végeznek, melynek szöge β . A rotorlapátok a vízszintes csukló körül matató mozgás végeznek, melynek szöge ζ . A rotorlapátok állásszögét meghatározó bólintó mozgást a vezérlő automata hozza létre, amely szerkezetének ismertetésétől most eltekintünk.

A forgószárnylapátok ciklikus állásszög változtatását hosszirányban (δ_B) és oldalirányban (δ_A) hozhatjuk létre. Ha például a kereszt-tengelytől a re-

pülési irányba eltávolodó rotorlapátok állásszöge csökken, míg a repülési iránnyal ellentétes irányba mozgó rotorlapátok állásszöge növekszik, akkor az eredő felhajtóerő előre dől, és a vízszintes tengelyre eső vetülete egyenes vonalú mozgásra kényszeríti a helikoptert [7.1, 7.6, 7.7, 7.12, 7.16, 7.17].

Ha a helikopter forgószárnylapátjai olyan ciklikus mozgást hajtanak végre, ahol például a hossztengetyeltől távolodó rotorlapátok a farokrész felé mozogva növelik állásszögüket, míg a farokrésztől az orr-rész felé mozgó rotorlapátok csökkentik az állásszögüket, a helikopter eredő felhajtóereje oldalra dől, és annak a kereszt-tengelyre eső vetülete a kereszt-tengely mentén oldalazó, egyenes vonalú mozgást végez [7.1, 7.6, 7.7, 7.12, 7.16, 7.17].

A helikopter forgószárnylapátjainak állásszögét azonos értelemben (δ_{θ_0}) megváltoztatva (növelve, vagy csökkentve) nő az eredő felhajtóerő értéke, de az iránya nem változik: a helikopter a függőleges tengely mentén egyenes vonalú mozgásba kezd: emelkedik, vagy süllyed.

Érdemes megemlíteni, hogy a helikopter emelkedéséhez szükséges forgószárnylapát kollektív állásszög-növekedés létrehozásakor az egyes rotorlapátok légellenállása is nő, vagyis csökken az Ω forgási sebesség. A forgószárnylapátok állandó Ω forgási sebességének biztosítása érdekében a hajtóművek dinamikus nyomatékát növelni szükséges.

Ennek érdekében a hagyományos helikoptereken egyesített vezérlő kart alkalmaznak, amely egyidejűleg biztosítja a vezérlő automata és a hajtóművek vezérlését is. Tekintettel arra, hogy a vezérlő automata a kollektív állásszög változtatáskor a teljes, nagy értékű felhajtóerőt változtatja, a függőleges tengely mentén végrehajtott egy-egy mozgás már kis értékű kollektív szög-változásokkal is létrehozható [7.7, 7.12, 7.16, 7.17].

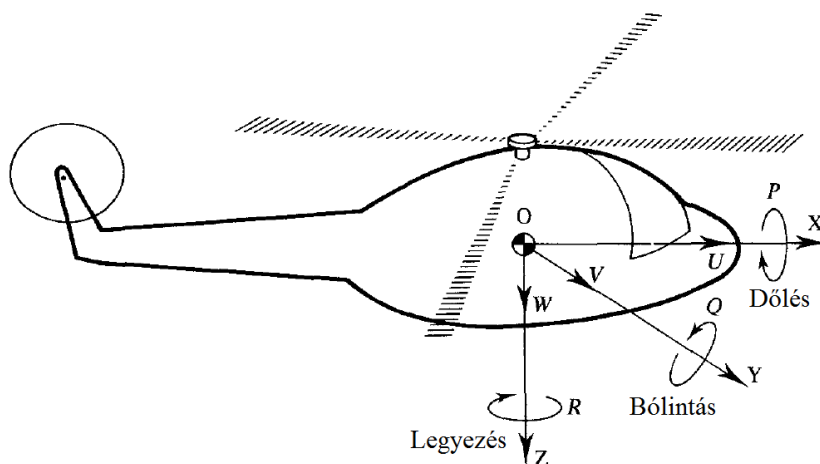
A gyakorlatban sajátos módon megy végbe a helikopter lassítása: a hossz-irányú repülési sebesség csökkentése érdekében a helikopter orr-részét meg kell emelni, a helikopter törzs bólintási szögét pozitív értékre kell állítani, mindeközben pedig az állandó repülési magasság megtartásához a forgószárnylapátok kollektív állásszögét is módosítani szükséges.

A helikopter függőleges tengelye körüli mozgás a faroklégcsavar lapátjainak δ_T kollektív állásszög változtatásával érhető el, mert ebben az esetben megváltozik a faroklégcsavar eredő felhajtóereje által létesített nyomaték, és megbomlik a függőleges tengely körüli egyensúlya a forgószárnylapátok reakció-nyomatékával, a helikopter legyező mozgásba kezd, és megváltoztatja az irányaszögét [7.1, 7.6, 7.7, 7.12, 7.16, 7.17].

7.3 FORGÓSZÁRNYAS UAV MOZGÁSEGYENLETEI

A pilóta nélküli forgószárnyas légi járművek dinamikus viselkedésének vizsgálata meglehetősen nehézkes, mert a helikopter sárkányszerkezetének szabadságfokai kiegészülnek az egyes forgó lapátok szabadságfokaival. A repülési paraméterek kis változásai esetén nem feltétlenül szükséges minden egyes rotorlapát dinamikus viselkedésének vizsgálata, elegendő a forgószárnylapát-rendszer vizsgálata.

A vizsgálatok során feltételezzük, hogy a rotorlapátok forgási sebessége állandó, vagyis $\Omega = \text{áll.}$ A helikopter dinamikus egyenleteit annak testkoordináta rendszerében (7.4. ábra) vizsgáljuk a kis növekményes módszerrel, ami lehetővé teszi a nemlineáris mozgásegyenletek linearizálását, és így módon a helikopter térbeli mozgása a repülésmechanikában széles körben használt szeparációs elv szerint hosszirányú-, és oldalirányú mozgásra bontható, ahol a két irányítási csatorna között nincs lényeges áthatás [7.1, 7.2, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9, 7.12, 7.16, 7.17].



7.4. ábra. Helikopter test-koordináta rendszere.

Meg kell említeni, hogy a forgószárnyak körbeforgása miatt a helikopter oldalirányban nem rendelkezik szimmetriával. A helikopter legyező mozgása például orsózó kapcsolt mozgást hoz létre, mivel a faroklégsavar magasabban kerül beépítésre, mint a helikopter hossz tengelye, amely körül az orsózó mozgás megvalósul. Ily módon a faroklégsavar bármilyen kollektív állásszög változása az elvárt iránysszög változással egyidejűleg nemkívánatos,

kapcsolt dölést is létrehoz. A jelenség a legyező-, és az orsózó mozgás egyenleteivel egyszerűen magyarázható:

$$L = I_{xx} \ddot{\phi} - I_{xz} \ddot{\psi}, \quad (7.1)$$

$$N = I_{zz} \ddot{\psi} - I_{xz} \ddot{\phi}. \quad (7.2)$$

Vezessük be az alábbi mennyiségeket: T_{tr} a faroklégcsavar eredő vonóereje, h a faroklégcsavar forgástengelye és a helikopter tömegközéppontja közötti távolság (magasság), l a helikopter tömegközéppontja és a faroklégcsavar közötti távolság. E mennyiségek figyelembe vételével igazak az alábbi egyenletek:

$$L = h T_{tr}, \quad (7.3)$$

$$N = -l T_{tr}. \quad (7.4)$$

A legyező és az orsózó szöggyorsulásoknak arányára írhatjuk, hogy:

$$\frac{\ddot{\phi}}{\ddot{\psi}} = \frac{h I_{zz} - l I_{xz}}{h I_{xz} - l I_{xx}}. \quad (7.5)$$

Mivel általában igaz, hogy $I_{xz} < I_{xx}$, ily módon a (7.5) egyenlet a következő alakban írható fel:

$$\frac{\ddot{\phi}}{\ddot{\psi}} \cong -\frac{h}{l} \frac{I_{zz}}{I_{xx}} + \frac{I_{xz}}{I_{xx}}. \quad (7.6)$$

A centrális tehetetlenségi nyomatékok I_{xz}/I_{xx} aránya általában a (0,1 ÷ 0,25) tartományban vesz fel értéket [7.1, 7.6, 7.7, 7.12, 7.16, 7.17].

7.3.1 Forgószárnyas UAV hosszirányú mozgásegyenletei

A helikopter aerodinamikai koordináta-rendszerében a linearizált mozgásegyenletek az alábbi módon írhatók fel:

$$m\dot{u} = -mg\theta_F \cos \gamma + \Delta X, \quad (7.7)$$

$$m\dot{w} = mv\dot{\theta}_F - mg\theta_F \sin \gamma + \Delta Z, \quad (7.8)$$

$$I_{yy}\dot{\theta}_F = \Delta M, \quad (7.9)$$

ahol ΔX és ΔZ a légerők kis értékű változásai; ΔM a bólintó nyomaték kis értékű megváltozása; $\gamma = \mathcal{G} - \alpha$ a pályaszög (emelkedési szög); θ_F a helikopter törzs bólintó szöge. Mivel a ΔX és a ΔZ légerő változások nemlineá-

ris függvényei a repülési paramétereknek és a helikopter bemeneti jeleinek, ezért a zérusértékű munkapont körül ezen erők Taylor-sorba fejtett linearizált alakjai, a magasabb rendű differenciálhányadosokat tartalmazó tagok összegének elhanyagolásával az alábbiak lesznek:

$$\left. \begin{aligned} \Delta X &\cong \frac{\partial X}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial X}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial X}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial X}{\partial \delta_B} \Delta \delta_B + \frac{\partial X}{\partial \delta_{\theta_o}} \Delta \delta_{\theta_o} \\ \Delta Z &\cong \frac{\partial Z}{\partial u} \Delta u + \frac{\partial Z}{\partial w} \Delta w + \frac{\partial Z}{\partial q} \Delta q + \frac{\partial Z}{\partial \delta_B} \Delta \delta_B + \frac{\partial Z}{\partial \delta_{\theta_o}} \Delta \delta_{\theta_o} \end{aligned} \right\}, \quad (7.10)$$

ahol a $\partial X / \partial u = X_u$, $\partial X / \partial w = X_w$ stb. tényezőket derivatív együtthatóknak nevezzük.

A (7.7)–(7.9) egyenletek a (7.10) egyenletet figyelembe véve az alábbi módon írhatók fel:

$$m\dot{u} = X_u u + X_w w + X_q q - mg\theta_F \cos \gamma + X_{\delta_B} \delta_B + X_{\delta_{\theta_o}} \delta_{\theta_o}, \quad (7.11)$$

$$m\dot{w} = Z_u u + Z_w w + Z_q q + m v \dot{\theta}_F - mg\theta_F \sin \gamma + Z_{\delta_B} \delta_B + Z_{\delta_{\theta_o}} \delta_{\theta_o}, \quad (7.12)$$

$$I_{yy} \dot{\theta}_F = M_u u + M_w w + M_q q + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_{\delta_B} \delta_B + M_{\delta_{\theta_o}} \delta_{\theta_o}, \quad (7.13)$$

A (7.11)–(7.13) egyenletekben a Δ növekményi jelet az egyszerűbb jelölések miatt elhagytuk. A (7.13) egyenletben a $M_{\dot{w}} \dot{w}$ tagot az esetlegesen kialakított vízszintes vezérsíkon (pl. UH-60 Black Hawk) ébredő bólintó nyomaték figyelembe vétele céljából vezettük be [7.12].

Mivel a helikopterek eredő felhajtóerejét a forgószárnylapátokon ébredő légerők összege határozza meg, ahol az egyes rotorlapátok beállítási szögeit a helikopter bemeneti jeleinek tekintjük, célszerű a helikopter (7.11)–(7.13) hosszirányú mozgásegyenleteit dimenzió nélküli alakban felírni.

Jelölje R a rotorlapátok hosszát. A lapátvégi kerületi sebességet az ΩR szorzat adja. A mozgó (forgó) rotorlapátok által leírt kör felületét az $A = s\pi R^2$ képlettel számíthatjuk, ahol s a rotor merevségi tényezője a következő összefüggés segítségével számítható:

$$s = bc / \pi R, \quad (7.14)$$

ahol b a forgószárnylapátok száma, c a forgószárnylapátok közepes aerodinamikai húrja, feltételezve, hogy az egyes rotorlapátok geometriája megegyezik.

Vezessük be az alábbi dimenzió nélküli mennyiségeket:

$$\hat{u} = u / \Omega R, \quad (7.15)$$

$$\hat{w} = w / \Omega R, \quad (7.16)$$

$$\hat{q} = q / \Omega v. \quad (7.17)$$

Vezessük be a dimenzió nélküli időt az alábbi egyenlet segítségével:

$$\hat{t} = t / \tau_a, \quad (7.18)$$

ahol:

$$\tau_a = \frac{m}{\rho s A_{ref} \Omega R}. \quad (7.19)$$

A forgószárnylapátok referencia területe $s = 1$ esetén

$$A_{ref} = \pi R^2. \quad (7.20)$$

Az aerodinamikai időegység az alábbi alakban is megadható:

$$\tau_a = \frac{m}{\rho b c \Omega R^2}. \quad (7.21)$$

Meg kell említeni, hogy

$$\hat{q} \neq d\theta_F / d\hat{t}, \quad (7.22)$$

viszont igaz, hogy

$$\hat{q} = \Omega \hat{t} (d\theta_F / d\hat{t}). \quad (7.23)$$

A helikopter hosszirányú mozgásának relatív érzékenysége a következő módon definiált:

$$\mu^* = \Omega \hat{t} = \frac{m}{\rho s A_{ref} R}, \quad (7.24)$$

ezért

$$\hat{q} = \mu^* (d\theta_F / d\hat{t}). \quad (7.25)$$

A kereszt-tengely körüli dimenzió nélküli főtehetetlenségi nyomaték az alábbi egyenlettel definiált:

$$i_{yy} = \frac{I_{yy}}{m R^2}. \quad (7.26)$$

A dimenzió nélküli derivatív együttthatók az alábbi módon adhatók meg:

$$x_u = \frac{X_u}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.27)$$

$$x_w = \frac{X_w}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.28)$$

$$x_q' = \frac{X_q}{\rho s A_{ref} \Omega R^2} \quad (7.29)$$

A (7.30) egyenletben a felső vonás jelentése később kerül feloldásra, míg a többi derivatív együttható a következő alakokkal definiált [7.12, 7.16, 7.17]:

$$z_u = \frac{Z_u}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.30)$$

$$z_w = \frac{Z_w}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.31)$$

$$z_q' = \frac{Z_q}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.32)$$

$$m_u' = \frac{M_u}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.33)$$

$$m_w' = \frac{M_w}{\rho s A_{ref} \Omega R^2} \quad (7.34)$$

$$m_{\dot{w}}' = \frac{M_{\dot{w}}}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.35)$$

$$m_q' = \frac{M_q}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.36)$$

$$x_{\delta_B} = \frac{X_{\delta_B}}{\rho s A_{ref} \Omega R^2} \quad (7.37)$$

$$z_{\delta_B} = \frac{Z_{\delta_B}}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.38)$$

$$m_{\delta_B}' = \frac{M_{\delta_B}}{\rho s A_{ref} \Omega R^2} \quad (7.39)$$

$$x_{\delta_{\theta_o}} = \frac{X_{\delta_{\theta_o}}}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.40)$$

$$z_{\delta_{\theta_0}} = \frac{Z_{\delta_{\theta_0}}}{\rho s A_{ref} \Omega R^2}, \quad (7.41)$$

$$m'_{\delta_{\theta_0}} = \frac{M_{\delta_{\theta_0}}}{\rho s A_{ref} \Omega R^3} \quad (7.42)$$

Mivel a (7.27)–(7.41) egyenleteket a $\rho s A_{ref} \Omega R^2$ kifejezésekkel való osztás, míg a (7.42) egyenletet a $\rho s A_{ref} \Omega R^3$ kifejezéssel való osztás révén kapjuk meg, ezért a helikopter dimenzió nélküli mozgásegyenleteit az következő módon írhatjuk fel:

$$\frac{d\hat{u}}{d\hat{t}} = X_u \hat{u} + X_w \hat{w} + \frac{x_q}{\mu^*} \frac{d\hat{\theta}_F}{d\hat{t}} - m g \hat{\theta}_F \cos \gamma + X_{\delta_B} \delta_B + X_{\delta_{\theta_0}} \delta_{\theta_0}, \quad (7.43)$$

$$\frac{d\hat{w}}{d\hat{t}} = Z_u \hat{u} + Z_w \hat{w} + \left(v + \frac{Z_q}{\mu} \right) \frac{d\hat{\theta}_F}{d\hat{t}} - m g \theta_F \sin \gamma + Z_{\delta_B} \delta_B + Z_{\delta_{\theta_0}} \delta_{\theta_0}, \quad (7.44)$$

$$\frac{d^2 \hat{\theta}_F}{d\hat{t}^2} = \frac{\mu^*}{i_{yy}} m'_u \hat{u} + \frac{\mu^*}{i_{yy}} m'_w \hat{w} + \frac{\mu^*}{i_{yy}} m'_w \hat{w} \frac{d\hat{w}}{d\hat{t}} + \frac{m'_q}{i_{yy}} \frac{d\hat{\theta}_F}{d\hat{t}} + \frac{\mu^*}{i_{yy}} m'_{\delta_B} \delta_B + \frac{\mu^*}{i_{yy}} m'_{\delta_{\theta_0}} \delta_{\theta_0}. \quad (7.45)$$

A (7.43)–(7.45) dimenzió nélküli mozgásegyenletekben a „ $\hat{\cdot}$ ” jel azt jelenti, hogy a mozgásegyenletek megadott alakja nem a végleges.

A (7.45) egyenlet jobb oldalán az első tag együtthatója legyen:

$$\frac{\mu^*}{i_{yy}} m'_u = m_u, \quad (7.46)$$

vagy a (7.43) egyenlet harmadik tagjának együtthatója legyen:

$$\frac{x_q}{\mu^*} = x_q. \quad (7.47)$$

Hasonló elven a (7.43)–(7.45) dimenzió nélküli mozgásegyenlet rendszer a következő egyenletekkel írható le:

$$\frac{du}{dt} = X_u u + X_w w + x_q \frac{d\theta_F}{dt} - m g \theta_F \cos \gamma + X_{\delta_B} \delta_B + X_{\delta_{\theta_0}} \delta_{\theta_0}, \quad (7.48)$$

$$\frac{dw}{dt} = Z_u u + Z_w w + \left(v + z_q \right) \frac{d\theta_F}{dt} - m g \theta_F \sin \gamma + Z_{\delta_B} \delta_B + Z_{\delta_{\theta_0}} \delta_{\theta_0}, \quad (7.49)$$

$$\frac{dq}{dt} = m_u u + m_w w + m_{\dot{w}} \dot{w} + m_q q + m_{\delta_B} \delta_B + m_{\delta_{\theta_0}} \delta_{\theta_0} . \quad (7.50)$$

$$\frac{d\theta_F}{dt} = q . \quad (7.51)$$

A (7.51) egyenlet az Euler-féle kinematikai egyenlet, amely kapcsolatot teremt a bólintási szög és a bólintó szögsebesség között.

7.3.2 Forgószárnyas UAV oldalirányú mozgásegyenletei

A forgószárnyas UAV oldalirányú mozgása a helikopter két bemeneti jellemzőjével irányított: a forgószárnylapátok oldalirányú ciklikus állásszög változása δ_A és a faroklégszárny lapátjainak δ_T kollektív állásszög változása szolgál lehetséges bemeneti jelként.

A helikopter (forgószárnyas UAV) oldalirányú mozgásegyenletei most a következő egyenletrendszerrel adhatók meg [7.7, 7.8, 7.9, 7.12, 7.16, 7.17]:

$$m\dot{v} = Y_v v + Y_p p - m V r + Y_r r + m g \phi \cos \gamma + m g \psi_F \sin \gamma + Y_{\delta_A} \delta_A + Y_{\delta_T} \delta_T , \quad (7.52)$$

$$I_{xx} \dot{p} - I_{zx} \dot{r} = L_v v + L_p p + L_r r + L_{\delta_A} \delta_A + L_{\delta_T} \delta_T , \quad (7.53)$$

$$I_{zz} \dot{r} - I_{zx} \dot{p} = N_v v + N_p p + N_r r + N_{\delta_A} \delta_A + N_{\delta_T} \delta_T , \quad (7.54)$$

ahol I_{ii} főtehetetlenségi nyomaték, és I_{ij} centrális tehetetlenségi nyomaték. Helikopterekre általában igaz, hogy a Y_p és a Y_r derivatív együtttehetők elhanyagolhatóan kis értékűek.

Határozzuk meg az oldalirányú mozgás dimenzió nélküli mozgásegyenleteit, hasonló elveket követve, mint ahogyan tettük azt a hosszirányú mozgásegyenletek dimenzió mentesítése során. Az alábbi egyenleteket írhatjuk fel:

$$i_{xx} = \frac{I_{xx}}{mR^2} , \quad (7.55)$$

$$i_{zz} = \frac{I_{zz}}{mR^2} , \quad (7.56)$$

$$i_{xz} = \frac{I_{xz}}{mR^2} , \quad (7.57)$$

$$\frac{dv}{dt} = y_v v + m g \phi \cos \gamma - V \frac{d\psi_F}{dt} + m g \psi_F \sin \gamma + y_{\delta_A} \delta_A + y_{\delta_T} \delta_T, \quad (7.58)$$

$$\frac{dp}{dt} = l_v v + l_p p + l_r r + \frac{i_{xz}}{i_{xx}} \dot{r} + l_{\delta_A} \delta_A + l_{\delta_T} \delta_T, \quad (7.59)$$

$$\frac{dr}{dt} = n_v v + n_p p + n_r r + \frac{i_{xz}}{i_{zz}} \dot{p} + n_{\delta_A} \delta_A + n_{\delta_T} \delta_T. \quad (7.60)$$

7.3.3 Forgószárnyas UAV állapotér reprezentációs kanonikus alakja

A 7.2.1. és a 7.2.2. fejezetekben bemutatott hosszirány-, és oldalirányú mozgásfajták állapot-változói, és bemeneti jellemzői alapján a helikopterek állapotér reprezentációs kanonikus alakjai az alábbi egyenletekkel írhatók le:

$$\mathbf{x}_h = [u \quad w \quad q \quad \theta_F]^T, \quad (7.61)$$

$$\mathbf{x}_o = [v \quad p \quad r \quad \phi \quad \psi_F]^T, \quad (7.62)$$

és

$$\mathbf{u}_h = [\delta_B \quad \delta_{\theta_o}]^T, \quad (7.63)$$

$$\mathbf{u}_o = [\delta_A \quad \delta_T]^T. \quad (7.64)$$

A helikopter állapotegyenlete kanonikus alakban most az alábbi módon írható fel:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (7.65)$$

ahol

$$\dot{\mathbf{x}}_h = \mathbf{A}_h \mathbf{x}_h + \mathbf{B}_h \mathbf{u}_h, \quad (7.66)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_o = \mathbf{A}_o \mathbf{x}_o + \mathbf{B}_o \mathbf{u}_o, \quad (7.67)$$

és

$$\mathbf{A}_h = \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q & -mg \cos \gamma \\ z_u & z_w & (V + z_q) & -mg \sin \gamma \\ \tilde{m}_u & \tilde{m}_w & \tilde{m}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.68)$$

$$\mathbf{B}_h = \begin{bmatrix} x_{\delta_B} & x_{\delta_{\theta_0}} \\ z_{\delta_B} & z_{\delta_{\theta_0}} \\ \tilde{m}_{\delta_B} & \tilde{m}_{\delta_{\theta_0}} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.69)$$

ahol:

$$\tilde{m}_u = m_u + m_{\dot{w}} z_z, \quad (7.70)$$

$$\tilde{m}_w = m_w + m_{\dot{w}} z_w, \quad (7.71)$$

$$\tilde{m}_q = m_q + m_{\dot{w}} (V + z_q), \quad (7.72)$$

$$\tilde{m}_{\delta_B} = m_{\delta_B} + m_{\dot{w}} z_{\delta_B}, \quad (7.73)$$

$$\tilde{m}_{\delta_{\theta_0}} = m_{\delta_{\theta_0}} + m_{\dot{w}} z_{\delta_{\theta_0}}, \quad (7.74)$$

valamint

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} y_v & 0 & -V & mg & o \\ \tilde{l}_v & \tilde{l}_p & \tilde{l}_r & 0 & 0 \\ \tilde{n}_v & \tilde{n}_p & \tilde{n}_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.75)$$

$$\mathbf{B}_h = \begin{bmatrix} y_{\delta_A} & y_{\delta_T} \\ \tilde{l}_{\delta_A} & \tilde{l}_{\delta_T} \\ \tilde{n}_{\delta_A} & \tilde{n}_{\delta_T} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (7.76)$$

és

$$\tilde{l}_p = \left(l_p + \frac{i_{xz}}{i_{xx}} n_p \right) / \left(1 - \frac{i_{xz}^2}{i_{xx} i_{zz}} \right), \quad (7.77)$$

$$\tilde{n}_p = \left(n_p + \frac{i_{xz}}{i_{xx}} l_p \right) / \left(1 - \frac{i_{xz}^2}{i_{xx} i_{zz}} \right). \quad (7.78)$$

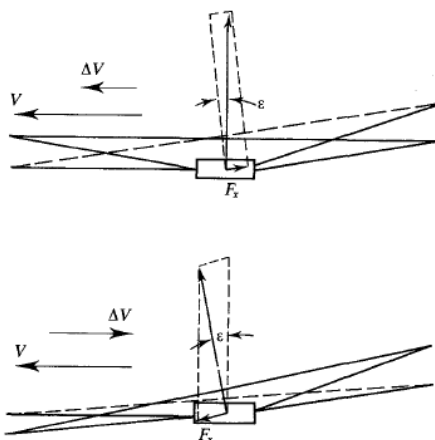
A (7.75)–(7.76) egyenletek további stabilitási együttthatói hasonlóképpen származtathatók, mint ahogyan azt a (7.77) és a (7.78) egyenletekben már bemutattuk.

7.4 FORGÓSZÁRNYAS UAV STATIKUS STABILITÁSA

A helikopteres UAVk statikus stabilitása nagyon fontos szerepet játszik az egyes egyensúlyi repülési helyzetek kezelésében. A helikopteres UAVk irányítása sokkal összetettebb, mint a merevszárnyú légitjárművek irányítása, és a légitjármű vezetőktől, UAV operátoroktól nagy odafigyelést követel meg. A statikus stabilitást forgószárnylapátok, és a helikopter törzs viszonylatában vizsgáljuk majd.

7.4.1 Forgószárnyas UAV forgószárny lapátjainak statikus stabilitása

A helikopter-elrendezésű UAV hosszirányú sebesség szerinti statikus stabilitási viszonyokat vizsgáljuk a 7.5. ábrán [7.7, 7.8, 7.9, 7.12, 7.16, 7.17].



7.5. ábra. Helikopter forgószárnylapátjainak repülési sebesség szerinti statikus stabilitása.

A statikus stabilitási viszonyok vizsgálata során feltételezzük, hogy a helikopter (forgószárnyas UAV) egyenes vonalú repülést hajt végre állandó V sebességgel. Feltételezzük, hogy a repülési sebesség ΔV értékkel növekszik (7.5. ábra, felső kép), aminek eredményeképpen a forgószárnylapátok csapódó mozgása intenzívebb lesz. A forgószárnylapátok által kifizített kúppa-

Ha a repülési sebesség ΔV értékkel csökken (7.5. ábra, alsó kép), akkor a forgószárnylapátok kúppalástja az eredő felhajtóerővel együtt ε szöggel előre dől meg (7.5. ábra, alsó kép, szaggatott vonal). Az előre megdőlt eredő felhajtóerő vektor F_x erőkomponense a repülési irányba mutat, azaz igyekszik növelni a forgószárnylapátok sebességét.

7.4.2 Forgósárnyas UAV forgósárny lapátjainak állásszög szerinti statikus stabilitása

The diagram illustrates the forces and moments acting on a ship's hull cross-section. A horizontal line represents the water surface. A vector V points to the left, representing the flow velocity. An angle α is shown between the horizontal line and a dashed line. A point A is marked on the horizontal line. A vertical distance $\Delta\alpha$ is indicated between the horizontal line and a dashed line. A curved solid line represents the hull profile, and a dashed line represents a reference profile. At the top of the hull, two vertical arrows labeled T_1 and T point upwards, and a curved arrow labeled M_T indicates a torque. A vertical arrow labeled mg points downwards from a point on the hull, representing the weight. A horizontal distance l is indicated between the point of application of mg and the vertical line of action of the forces T_1 and T .

Ha a helikopter turbulens áramláson repül át, akkor annak függőleges összetevője miatt a helikopter leengedi az orr-részt, és a forgószárnylapátok

állásszöge $\Delta\alpha_A$ értékkel csökken (7.6. ábra, szaggatott vonal), és az eredő felhajtóerő vektor előre dől. Az így kialakuló $M_T = Tl$ nyomaték igyekszik tovább csökkenteni a forgószárnylapátok állásszögét. Más szóval, az M_T nyomaték statikus értelemben destabilizáló hatást vált ki.

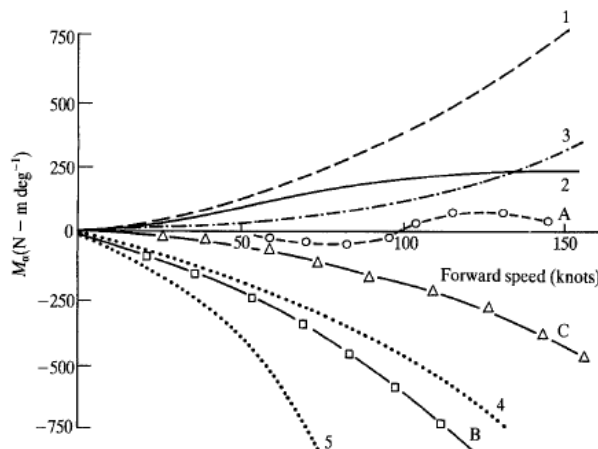
Ha a forgószárnylapátok állásszöge növekszik, akkor az eredő felhajtóerő vektora hátrafelé, a farokrész irányába dől meg. A létrejövő M_T nyomaték igyekszik tovább növelni az állásszög értékét.

Következtetésként megállapíthatjuk, hogy a helikopter forgószárnylapátok az állásszög változás (turbulencián átrepülés során) tekintetében statikus értelemben instabilnak tekinthetők.

7.4.3 Forgószárnyas UAV törzsének hosszirányú statikus stabilitása

A helikopter-elrendezésű UAVk statikus stabilitását leginkább a forgószárnylapátok statikus stabilitása határozza meg, mindazonáltal a törzs statikus stabilitása sem elhanyagolható tényező a légijármű statikus stabilitásában. A klasszikus helikopter elrendezések mellett a törzs a test-koordináta rendszer mindhárom tengelyén instabil. Egyes helikopter típusokon a faroktartóra vízszintes vezérsíkot építenek (UH-60), hogy a hosszirányú statikus stabilitási viszonyokat javítsák. E kormányfelület hatása függéskor, vagy kis repülési sebességeken elhanyagolható, mindazonáltal, a hosszirányú statikus instabilitás mértéke csökkenthető, vagy elérhető akár a hosszirányú statikus stabilitás is.

A helikopter hosszirányú statikus stabilitását vizsgáljuk a 7.7. ábrán.



7.7. ábra. Helikopter törzs hosszirányú statikus stabilitása [7.12].

A forgószárnyas UAV (helikopter) törzsének hosszirányú statikus stabilitását az M_α repülési sebesség függvényében felvett értékei határozzák meg.

A 7.7. ábrán:

- 1: csukló nélküli (merev) rotorlapát bekötés;
- 2: rotorlapátok csuklós (rugalmas) bekötése
- 3: helikopter törzs;
- 4: helikopter vízszintes stabilizáló felülettel;
- 5: helikopter vízszintes stabilizáló felülettel: a felület kétszerese az előző pontban vizsgált helikopternek;
- A: merev rotorlapát bekötéssel rendelkező helikopter, melynek törzse a 3 görbén vizsgált helikopter törzs, és a 4 pontban leírt vízszintes stabilizáló felülettel rendelkezik a helikopter;
- B: a 2, 3, és a 4 görbékkel együttesen leírt helikopter;
- C: az 1, 3, és az 5 görbékkel együttesen leírt helikopter.

Az 1, 2, és a 3 görbékkel leírt helikopterek esetén a dM_α/dV kifejezés pozitív, tehát a helikopterek statikus értelemben instabilak. A 4 és az 5 görbékkel jellemezhető helikopterek esetén a dM_α/dV derivált negatív előjelű, tehát a helikopter hosszirányban, statikus értelemben stabilis [7.4, 7.5, 7.7, 7.8, 7.9, 7.12, 7.16, 7.17].

Könnyű belátni, hogy egy-egy helikopter teljes repülési sebességi tartományára biztosítani a hosszirányú statikus stabilitást, meglehetősen nehézkes feladat.

7.5 FORGÓSZÁRNYAS UAV DINAMIKUS STABILITÁSA

A helikopteres UAVk egyenes vonalú-, és a forgó mozgásának repülési jellemzői lényeges mértékben eltérnek a függés repülési üzemmód jellemzőitől, ezért e két mozgásfajtát külön-külön is megvizsgáljuk.

7.5.1 Forgószárnyas UAV hosszirányú mozgásának dinamikus stabilitása

Feltételezzük, hogy a botkormány (RC-kezelőszervek) rögzített helyzetűek, a helikopter δ_B , δ_{θ_0} , δ_A és δ_T bemenetei zérusértékűek, a helikopteres UAV egyenes vonalú egyenletes repülést hajt végre. Az UAV hosszirányú dinamikus stabilitása a homogén állapotegyenlet alapján, az állapotmátrix sajátértékei alapján ítéltető meg.

A helikopteres UAV egyenes vonalú, vízszintes repülésére igaz, hogy

$$\gamma = \theta - \alpha \equiv 0, \quad (7.79)$$

$$V \geq z_q. \quad (7.80)$$

A fenti egyenletek figyelembevételével a helikopter-elrendezésű UAV hosszirányú mozgásának állapot-mátrixa a következő egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{A}_h = \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q & -mg \\ z_u & z_w & V & 0 \\ \tilde{m}_u & \tilde{m}_w & \tilde{m}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.81)$$

A helikopteres UAV dinamikus stabilitásának vizsgálatát a hosszirányú mozgás karakterisztikus egyenlete gyökeinek értékelésével végezhetjük el. A karakterisztikus egyenlet – a (7.81) egyenletet felhasználva – most a következő alakban írható fel, ahol $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ identitásmátrix [7.7, 7.8, 7.9, 7.12, 7.16, 7.17]:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_h| = a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 = 0, \quad (7.82)$$

ahol:

$$a_4 \equiv 1, \quad (7.83)$$

$$a_3 \equiv -x_u - z_w - m_q - Vm_w, \quad (7.84)$$

$$a_2 = x_u(z_w + m_q) + V(x_u m_{\dot{w}} - m_w) + m_q(x_u + z_w), \quad (7.85)$$

$$a_1 = mg(m_u + m_{\dot{w}} z_u) + V(x_u m_w - x_w m_u) - m_q(x_u z_w - x_w z_u), \quad (7.86)$$

$$a_o = mg(z_u m_w - z_w m_u). \quad (7.87)$$

A helikopter hosszirányú dinamikus stabilitásának szükséges és elégséges feltétele, hogy a (7.82) karakterisztikus egyenlet valós gyökei a komplex sík baloldali felére essenek.

Ha a karakterisztikus egyenlet komplex, konjugált gyökökkel is bír, akkor a komplex gyökök valós része negatív előjelű kell, legyen. A MATLAB programcsomag alábbi segédfüggvényei támogatják a dinamikus stabilitásvizsgálatot: `eig.m`, `damp.m`, `roots.m`, `pzmap.m` [7.15, 7.18, 7.19].

Dinamikus stabilitásvizsgálat „Függés” repülési helyzetben

Ha a helikopteres UAV „Függés”-t hajt végre, akkor $\gamma = \theta - \alpha \equiv 0$ és $V = 0$, valamint az x_w , x_q , m_w , $m_{\dot{w}}$ derivatív együtthatók elhanyagolhatóan kis értéket vesznek fel. Az UAV (7.48)–(7.50) hosszirányú mozgásegyenletei most az alábbi alakot veszik fel:

$$\dot{u} = X_u u + -mg\theta_F + X_{\delta_B} \delta_B + X_{\delta_{\theta_o}} \delta_{\theta_o}, \quad (7.88)$$

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + Z_{\delta_B} \delta_B + Z_{\delta_{\theta_o}} \delta_{\theta_o}, \quad (7.89)$$

$$\dot{q} = m_u u + m_q q + m_{\delta_B} \delta_B + m_{\delta_{\theta_o}} \delta_{\theta_o}. \quad (7.90)$$

A helikopter-elrendezésű UAV karakterisztikus egyenlete most a következő módon írható fel:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_F| = \lambda^3 - (x_u + m_q)\lambda^2 + x_u m_q \lambda + mgm_u = 0, \quad (7.91)$$

amely, az alábbi gyöktényezőssé alakra hozható:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_F| = (\lambda + p_1)(\lambda^2 + 2\xi\omega\lambda + \omega^2) = 0. \quad (7.92)$$

A (7.92) karakterisztikus egyenlet $(\lambda + p_1)$ tényezője stabil mozgást fémjelez, míg a másodfokú polinom periodikusan labilis mozgást ad meg, mivel a ξ csillapítási tényező tipikus értéke a $(0 \div -1)$ tartományban fekszik.

Következésképpen, az UAV hosszirányú mozgásában célszerű különválasztani a függőleges tengely mentén végrehajtott mozgást (függőleges emelkedés és süllyedés). A (7.89) egyenletből az alábbi mozgásegyenletet kapjuk:

$$\dot{w} = Z_w w + Z_{\delta_{\theta_o}} \delta_{\theta_o}, \quad (7.93a)$$

vagy operátoros alakban:

$$\frac{w(s)}{\delta_{\theta_o}(s)} = \frac{Z_{\delta_{\theta_o}}}{s - Z_w} = \frac{sH(s)}{\delta_{\theta_o}(s)}, \quad (7.93-b)$$

ahol H a repülési magasság.

Az UAV függőleges mozgását tehát elsőrendű differenciálegyenlet írja le, az alábbi időállandóval:

$$T_v = -\frac{1}{Z_w}. \quad (7.94)$$

A Z_w derivatív együttható tipikus értéke a $(-0,01 \div -0,02)$ tartományba esik.

7.5.2 Forgószárnyas UAV oldalirányú mozgásának dinamikus stabilitása

Feltételezzük, hogy a botkormány (RC-kezelőszervek) rögzített helyzetűek, az UAV helikopter δ_B , δ_{θ_o} , δ_A és δ_T bemenetei zérusértékűek, az UAV egyenes vonalú egyenletes repülést hajt végre. Az UAV oldalirányú dinamikus stabilitása a homogén állapotegyenlet alapján, az állapotmátrix sajátértékei alapján ítéltethető meg.

A helikopteres UAV egyenes vonalú, vízszintes repülésére igaz, hogy

$$\gamma = \theta - \alpha \equiv 0, \quad (7.95)$$

A helikopteres UAV oldalirányú mozgásának állapot-mátrixa az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} y_v & 0 & -V & mg & 0 \\ \tilde{l}_v & \tilde{l}_p & \tilde{l}_r & 0 & 0 \\ \tilde{n}_v & \tilde{n}_p & \tilde{n}_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.96)$$

Az UAV dinamikus stabilitásának vizsgálatát az oldalirányú mozgás karakterisztikus egyenlete gyökeinek értékelésével végezhetjük el. A karakterisztikus egyenlet – a (7.96) egyenletet felhasználva – most a következő alakban írható fel, és $\mathbf{I} \in \Re^{5 \times 5}$ identitásmátrix [7.12, 7.16, 7.17]:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_o| = \lambda(b_4\lambda^4 + b_3\lambda^3 + b_2\lambda^2 + b_1\lambda + b_o) = 0, \quad (7.97)$$

ahol:

$$b_4 = 1 - \frac{i_{xx}^2}{i_{xx} i_{zz}}, \quad (7.98)$$

$$b_3 = -y_v \left(1 - \frac{i_{xz}^2}{i_{xx} i_{zz}} \right) - l_p - n_r - \frac{i_{xz}}{i_{zz}} l_r + \frac{i_{xz}}{i_{xx}} n_p, \quad (7.99)$$

$$b_2 = y_v \left(l_p + n_r + \frac{i_{xz}}{i_{zz}} l_r + \frac{i_{xz}}{i_{xx}} n_p \right) + l_p n_r - l_r n_p + l_v V \frac{i_{xz}}{i_{zz}} + n_v V, \quad (7.100)$$

$$b_1 = y_v (l_p n_r - l_r n_p) + l_v (n_p V - m g) - n_v l_p V, \quad (7.101)$$

$$b_o = l_v n_r m g - m g - n_v l_r m g = m g (l_v n_r - 1 - n_v l_r). \quad (7.102)$$

A helikopteres UAV oldalirányú dinamikus stabilitásának szükséges és elégséges feltétele, hogy a (7.97) karakterisztikus egyenlet valós gyökei a komplex sík baloldali felére essenek. Ha a karakterisztikus egyenlet komplex, konjugált gyökökkel is bír, akkor a komplex gyökök valós része negatív előjelű kell, legyen.

A dinamikus stabilitás vizsgálatát a MATLAB programcsomag alábbi segédfüggvényei támogatják: eig.m, damp.m, roots.m, pzmap.m [7.14, 7.15, 7.18, 7.19].

A karakterisztikus egyenlet $\lambda = 0$ gyöke triviális megoldás. Ez azt is jelenti, hogy a helikopter irányszög szerint a stabilitás határán repül: külső zavarás hatására új irányszögre áll a helikopter, sem nem konvergál az eredeti irányszöghöz, sem pedig nem divergál attól.

Dinamikus stabilitásvizsgálat „Függés” repülési helyzetben

Ha az UAV „Függés”-t hajt végre, akkor $\gamma = \theta - \alpha \equiv 0$ és $V = 0$, valamint az $x_w, x_q, m_w, m_{\dot{w}}$ derivatív együttthatók elhanyagolhatóan kis értéket vesznek fel. Ily módon a mozgásegyenletek lényegesen egyszerűbb alakot vesznek fel, mint a teljes mozgásegyenlet rendszer.

Mindazonáltal a hosszirányú mozgás derivatív együttthatóinak fent leírt tulajdonsága nem mondható el az oldalirányú mozgás derivatív együttthatói-ról, hiszen a legyező ($r(t)$) és az orsózó ($p(t)$) mozgás nagymértékben kapcsolt egymáshoz az l_r és az n_p derivatív együttthatókon keresztül, amelyek a faroklégcsavar miatt nagy értékűek [7.7, 7.8, 7.9, 7.12, 7.16, 7.17]. Ha igaz a feltételezés, miszerint a faroklégcsavar meghajtóháza az UAV hossz-tengelyén (orsózó tengely) helyezkedik el, akkor az l_r derivatív együtttható

elhanyagoltan kis értékű. Így az oldalirányú mozgás karakterisztikus egyenlete most a következő alakban adható meg:

$$|\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_0| = (\lambda - n_r) \left(\lambda^3 - [y_v + l_p] \lambda^2 + y_v l_p \lambda - l_v m g \right) = 0, \quad (7.103)$$

A $(\lambda = n_r)$ gyök stabilis irányszög szerinti viselkedést jelent, mivel n_r negatív előjelű, és ez a mozgás független az orsózástól és a keresztirányú egyenes vonalú mozgástól. A (7.103) karakterisztikus egyenlet harmadrendű polinomja a következő gyöktényezőssé alakban szorzattá is alakítható:

$$(\lambda + p_2) (\lambda^2 - 2\xi_1 \omega_1 \lambda + \omega_1^2) = 0, \quad (7.104)$$

A (7.104) egyenlet első tényezője és annak p_2 gyöke a stabil orsózó viselkedést írja le, míg a négyzetes λ -polinom a negatív előjelű ξ_1 csillapítási tényező miatt periodikusan instabil viselkedést határoz meg.

Az orsózó mozgás időállandója rendszerint kisebb, mint $0,5s$; a legyező mozgás időállandója rendszerint kisebb, mint $5s$.

A helikopter kereszt-tengely mentén végrehajtott egyenes vonalú repülésének ($v(t)$, holland orsó, Dutch Roll) periódusideje rendszerint $(15 \div 20)s$ között változik.

Helikopterek statikus és dinamikus stabilitásának elméleti és gyakorlati kérdéseivel [7.1, 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8, 7.9,] foglalkozik részletesen, míg a helikopterek stabilitás javító automatikus szabályozó rendszereivel és az automatikus repülésszabályozó rendszerek tervezésével a [7.10, 7.11, 7.12, 7.13, 7.14, 7.15, 7.18, 7.19] irodalmak foglalkoznak behatóan, és számos gyakorlati példát is bemutatnak.

7.6 OPUS CITATUM

- [7.1] Nikolsky, A.A. 1951. *Helicopter Analysis*. New York: Wiley.
- [7.2] Gessow, A.E., Myers, G.C. 1952. *Aerodynamics of the Helicopter*. Ungar.
- [7.3] Seckel, E.: *Stability and Control of Airplanes and Helicopters*, Academic Press, New York-London, 1964.
- [7.4] MIL, M.L. et al. 1966. *Helicopter Calculation and Design Vol. 1. Aerodynamics*. NASA TTF-494.
- [7.5] MIL, M.L. et al. 1967. *Helicopter Calculation and Design. Vol. 2. Vibration and Dynamic Stability*. NASA TTF-519.
- [7.6] Hacker, T. *Flight Stability and Control*, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1970.

- [7.7] Bramwell, A.R.S. 1976. *Helicopter Dynamics*. London: Arnold.
- [7.8] Johnson, W. 1980. *Helicopter Theory*. Princeton University Press.
- [7.9] Gausz, T. *Helikopterek*, BME Mérnöktovábbképző Intézet, Budapest, 1982.
- [7.10] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984.
- [7.11] Красовский, А. А. – Вавилов, Ю. А. – Сучков, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Изд. ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, 1986.
- [7.12] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International Ltd., New York-London-Toronto-Sydney-Tokyo-Singapore, 1990.
- [7.13] *MIL-F-8785C, Notice 2, Flying Qualities of Piloted Airplanes*, 1996.
- [7.14] Szabolcsi, R.: *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [7.15] Szabolcsi, R. *Korszerű szabályozási rendszerek számítógépes tervezése*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-615-5057-26-7, p415, 2011.
- [7.16] Cai, G. – Chen, B.M. – Lee, T.H: *Unmanned Rotorcraft Systems*. Springer-Verlag London Ltd., ISBN 978-0-86729-635-1, 2011.
- [7.17] Johnson, W.: *Rotorcraft Aeromechanics*. Cambridge University Press, ISBN 978-1-107-02807-4, 2013.
- [7.18] *MATLAB[®] 8.2.0.701 (R2013b) Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.
- [7.19] *MATLAB[®] Control System Toolbox 9.6, Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.

VIII. FEJEZET

MULTIROTOROS (QUADROTOR) PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK DINAMIKUS MODELLEZÉSE

The danger? But danger is one of the attractions of flight.

Jean Conneau, 1911.

8.1 BEVEZETÉS

A robotika, és a mechatronika legújabb tudományos eredményei alapján tervezett robotok alkalmazása egyre szélesebb körű: a légi-, a felszíni-, és a felszín alatti (kutató)robotok alkalmazására számos új alkalmazási terület is nyílik, amelyek, a teljesség igénye nélkül, az alábbiak [8.5, 8.6, 8.7]:

1. klímaváltozás kutatási, monitoring feladatok ellátása légi felderítés segítségével;
2. belvízvédelem, árvízvédelem területén légi felderítés;
3. adatgyűjtés kárfelméréshez;
4. természeti katasztrófák következményeinek felmérése;
5. ipari katasztrófák következményeinek felderítése: vegyi-, biológiai-, és radiológia légi felderítés;
6. városi légszennyezettség mérő felderítő alkalmazások;
7. felszíni felderítő feladatok ellátása;
8. veszélyes területek megközelítése, és adatgyűjtés;
9. biztonsági kérdések megoldása;
10. létfontosságú (kritikus) infrastruktúrák védelme.

A pilóta nélküli légijárművek egyik speciális osztálya a multirotoros (quad-rotor, hex-rotor, octo-rotor) normál, vagy koaxiális rotorlapátú elrendezéssel kialakított UAVk. A multirotoros repülőeszközök jól használhatóak a kis repülési sebességű (pl. függés), kis magasságú felderítő repülések esetén, mint például [8.3, 8.4, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8, 8.9, 8.10, 8.11, 8.12]:

1. ipari létesítmények (pl. gyárak, üzemek, közlekedési infrastruktúra stb.), veszélyes üzemek (pl. vegyi üzemek, erőművek, atomerőművek, kritikus infrastruktúra stb.) monitoring vizsgálata;
2. mezőgazdasági termőterületek, növényi kultúrák, erdők szennyezettségének, és biológiai állapotának vizsgálata a precíziós mezőgazdaságban;
3. hálózatok (pl. villamos-energia hálózat, kőolaj-vezetékek, gázvezetékek, közlekedési (út-, vasút) hálózatok, telekommunikációs vezetékek stb.) állapotának vizsgálata;
4. vízügyi helyzet monitoring vizsgálata; árterek, gátak megfigyelése;
5. városi alkalmazások (stadionok megfigyelése, közlekedési forgalmi szituációk megfigyelés);
6. határőrizeti tevékenység felderítési támogatása.

A fenti felsorolás sem teljes, hiszen folyamatosan jelennek meg új igények, különféle új információk megszerzésére, új feladatok végrehajtására. Ily módon, a repülő fedélzeti szenzorok, és a fedélzeti elektronika is oly módon, folyamatosan újul meg, hogy képes legyen kielégíteni a felhasználói igényeket. A hobbi-repülési célú UAV-eszközök folyamatosan alakulnak át hordozó platformmá, és a legújabb elektronikai eszközök fedélzetre történő integrálásával új távlatok nyílnak a távérzékelésben, az adatfeldolgozásban, a cél(személy) azonosításban, illetve egyéb más területeken is. A multirotoros UAV alkalmazások során, sokszor ún. „D3”, azaz (Dirty-Dull-Dangerous) repüléseket kell végrehajtani. Mikor mondhatjuk egy repülési feladatra, hogy az „D3” tulajdonságokkal bír? A *Dirty* repülési feladat fogalmát még nem írták le egzakt módon a szakirodalmak, ezért az alábbiakban egy sajátos, általam javasolt definíciót adok közre [8.5, 8.6, 8.7].

Egy repülési feladat *Dirty*, ha

- fizikailag szennyezett területek felett hajtjuk végre (pl. ipari katasztrófák, atomerőművek, természeti katasztrófák, közlekedési balesetek, árvizek, belvizes területek);
- bizonyos érdekeket sértő, de ugyanakkor legális repülések során (pl. éjszakai felderítési feladat, városi alkalmazások; középületek (bevásárló központok, stadionok, pályaudvarok) monitoringja; közterületek monitoringja) adatgyűjtést végzünk;
- UAV-alkalmazások a szórakoztató-, szabadidős-, és szállodaipar területén: hosszú óceáni, vagy tengeri partszakaszokon eltévedt turisták, gyerekek megkeresése;

- katonai alkalmazások felderítési céllal (célazonosítás, célkövetés, tűzvezetés stb.);
- UAVk harcászati alkalmazása (fedélzeti fegyverek alkalmazása) levegő-levegő, levegő-föld viszonylatban;
- Személyek célzott likvidálása kamikaze drónokkal.

A fenti felsorolás a leggyakrabban előforduló, tipikus eseteket foglalja magába, természetesen, új elemek is megjelenhetnek meg az egyes sajátos repülési eljárásokban, módszerekben, a repülés megtervezésében, és a repülési feladatok meghatározásában [8.5, 8.6, 8.7].

Egy multirotoros UAV repülési feladata *Dull*, ha [8.5, 8.6, 8.7]:

- a repülési idő hosszú;
- a kezelőszemélyzet számára unalmas, egyhangú, és gyakorlatilag rutinszerű, eseménytelen repüléseket kell végrehajtani.

Egy multirotoros UAV repülési feladata *Dangerous*, ha [8.5, 8.6, 8.7]:

- a repüléseket *Dirty* körülmények között (pl. természeti, vagy ipari katasztrófák, árvizek, belvizes területek) kell végrehajtani, ezért az UAV leszállása, esetleg kényszerleszállása olyan területeken történik, hogy elveszíthetjük a repülőeszközt, vagy olyan károsodásokat szenvedhet, amelyek rövidebb, vagy hosszabb időre, repülésre alkalmatlanná teszik az UAVt;
- repülések bonyolult, tördelt domborzati viszonyok között (közép-, illetve magashegység), ahol a nem tervezett leszállások során károsodást szenvedhet az UAV, és az is előfordulhat, hogy nem találjuk meg a leszállás helyén;
- erdőtűzek, láptűzek, bozótűzek monitoringja;
- katonai alkalmazások felderítési céllal (célazonosítás, célkövetés, tűzvezetés stb.), amikor számolni kell a légijármű sérülésével, vagy az esetleges elvesztésével;
- UAVk harcászati alkalmazása (fedélzeti fegyverek alkalmazása);
- Személyek célzott likvidálása kamikaze drónokkal.

Számos repülési feladat végrehajtásakor, sajnos, számolnunk kell a repülőeszköz esetleges sérülésével, extrém esetben, a repülőgép elvesztésével, ezért a gyakorlatban sokszor olyan technológiákat, olyan eszközöket használnak, amelyek nem jelentenek túlzottan nagy anyagi veszteséget, egy UAV-ra számítva. Az ily módon tervezett olcsó légijárművek „EC_D3⁴” jellemzővel bírnak: a repülések során akár el is veszíthetjük őket, esetleg,

⁴ EC_D3: Extra-Cheap_Dirty-Dull-Dangerous

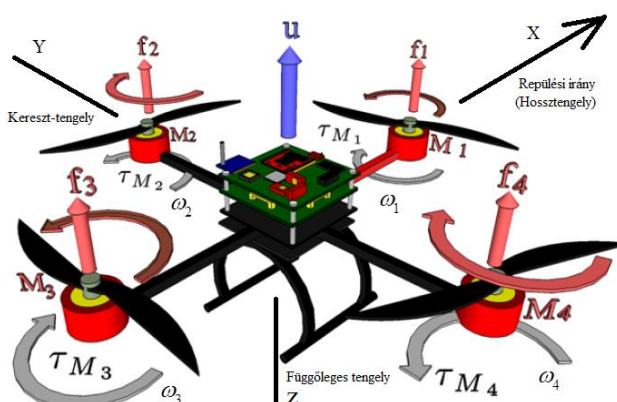
nem is törekszünk a sikeres leszállás végrehajtására az adott repülőgép típusal, mert nincsenek meg a leszállás feltételei (pl. hadszíntéri, éjszakai repülések magashegység körülményei között, rossz időjárási viszonyok mellett).

8.2 A QUADROTOROK SZERKEZETI SAJÁTOSSÁGAI, KORMÁNYERŐK ÉS NYOMATÉKOK LÉTREHOZÁSA

A hagyományos építésű helikopteres UAVk (lásd a VII. Fejezetet) a forgószárny-lapátjain ébredő légerők, valamint az eredő felhajtóerő irányának és nagyságának szabályozását a forgószárny-lapátok ciklikus bólintási és dőlési, és a kollektív állásszög változtatása révén a vezérlő automata biztosítja. A hagyományos elrendezésű helikoptereken a forgószárnylapátok forgómozgásából eredő reaktív nyomatékot a faroklégcsavarral szokás kiegyenlíteni.

A multirotoros UAV, legyen az négyrotoros (quadro), hatrotoros (hexa), vagy nyolcrotoros (octo), esetleg bonyolultabb (pl. koaxiális) elrendezésű, a kormányerők és nyomatékok létrehozása azonos levek szerint történik. Tekintettel eme tulajdonságra, a multirotoros UAVk közül, törekedve az egyszerűsége, válasszuk a négyrotoros (quadrotor) UAVkat.

A quadrotorok olyan négyrotoros, forgószárnyas UAVk, amelyek térbeli irányításához szükséges kormányerők-, és nyomatékok létrehozása a vázszerkezeten elhelyezett négy, rendszerint villamos, BLDC-motoros erőforrás fordulatszámának változtatásával történik, a légcsavarlapátok állandó beállítási szöge mellett [8.3, 8.4, 8.5, 8.6, 8.7, 8.8, 8.9, 8.12, 8.15]. A quadrotor elvi vázlata a 8.1. ábrán látható.



8.1. ábra. A Quadrotor elvi felépítése. ([8.12] alapján szerkesztette a szerző.)

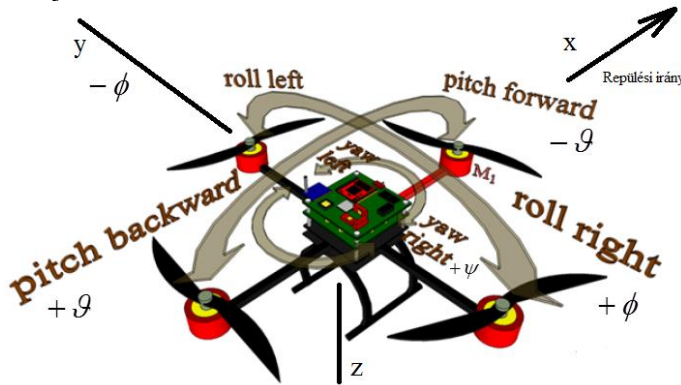
A 8.1. ábrán látható quadrotor klasszikus kialakítású, ahol a tartószerkezet egymásra merőleges Ox , és Oy tartókból áll, melyek metszéspontja a légijármű tömegközéppontja. A 8.1. ábrán az alábbi jelöléseket alkalmaztuk: $M_i; i=1\ldots 4$ – villamos motorok; $f_i = k\omega_i^2$ – az i -edik motor által működtetett légszárnylapát eredő felhajtó ereje; k – a szerkezeti paramétereiktől függő állandó; u – az UAV eredő felhajtó ereje; $\omega_i; i=1\ldots 4$ – a BLDC-motorok által működtetett légszárny-lapátok szögsebessége; $\tau_{M_i}; i=1\ldots 4$ – az i -edik motor dinamikus gyorsító nyomatéka [8.12].

Az UAV hossz tengelyén elhelyezkedő M_1 és az M_3 motorok ω_1 és ω_3 szögsebessége az óramutató járásával ellentétes irányú, míg a kereszt-tengelyen elhelyezkedő M_2 és az M_4 motorok ω_2 és ω_4 szögsebessége az óramutató járásával megegyező irányú. A továbbiakban tekintsük az UAV egyensúlyi repülési helyzetének az állandó magasságon végrehajtott függést, és vizsgáljuk, hogy az UAV ebből a helyzetből milyen módon, milyen kormányerők és nyomatékok segítségével vihető át egy másik egyensúlyi repülési helyzetbe [8.5, 8.6, 8.7, 8.12].

1. Az egyensúlyi repülési helyzetben, az UAV függése során teljesülnek az alábbi egyenletek: $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \text{áll.}; f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = \text{áll.};$

$$u = \sum_{i=1}^4 f_i = mg; v_x = 0, v_y = 0, v_z = 0; H = \text{áll.}; \tau_{M_1} + \tau_{M_3} = \tau_{M_2} + \tau_{M_4};$$

 $p = 0, q = 0, r = 0; \phi = 0, \vartheta = 0, \psi = \text{áll.}$
2. Az UAV irányítása a ϑ bólintási szög szerint (8.2. ábra). Az Oy kereszt-tengely körüli forgást az alábbiak szerint hozzuk létre: az M_1 motor ω_1 szögsebességét csökkentjük, míg az M_3 motor ω_3 szögsebességét növeljük.



8.2. ábra. A Quadrotor irányítása. ([8.12] alapján szerkesztette a szerző.)

Az UAV \mathbf{u} eredő fejhajtóerő „előre”, a repülés irányában dől meg, az UAV Oxz szimmetria-síkjában. Az \mathbf{u} eredő felhajtóerő vektor u_z függőleges összetevője továbbra is egyensúlyt tart az mg súlyerővel, vagyis $u_z = mg$, míg a hossz tengelyre eső u_x vetülete (vonóerő) egyenes vonalú mozgásba viszi az UAVt. Mivel igaz, hogy $f_3 > f_1$, a $\Delta f = f_3 - f_1$ erő a kereszt-tengely körüli forgással negatív értékű bólintási szöget hoz létre: az UAV előre „bólint”, és ezzel egyidejűleg egyenes vonalú mozgásba is kezd. Az UAV mozgása a hossz tengely mentén történhet „hátrafelé” is. Ennek érdekében: az M_3 motor ω_3 szögsebességét csökkentjük, míg az M_1 motor ω_1 szögsebességét növeljük. Most az UAV \mathbf{u} eredő fejhajtóereje „hátrafelé”, a repülés irányával ellentétes irányban dől meg, az UAV Oxz szimmetria-síkjában. Az \mathbf{u} felhajtóerő vektor u_z függőleges összetevője továbbra is egyensúlyt tart az mg súlyerővel, vagyis $u_z = mg$, míg a hossz tengelyre eső u_x vetülete (vonóerő) egyenes vonalú mozgásba viszi az UAVt. Mivel $f_1 > f_3$, a $\Delta f = f_1 - f_3$ erő a kereszt-tengely körüli forgással pozitív értékű bólintási szöget hoz létre: az UAV megemeli az „orr-részt”, hátrafelé „bólint”, és egyenes vonalú mozgásba kezd a repülés eredeti irányával ellentétes irányban, a „farokrész” felé. Elmondhatjuk tehát, hogy a bólintási szög (egyenes vonalú repülési sebesség) megváltoztatása a hossz tengelyen elhelyezkedő motorok ellentétes irányú fordulatszám-változtatásával történhet.

3. Az UAV irányítása jobbra dőlés során (pozitív előjelű dőlési szög, 8.2. ábra). Az Ox hossz-tengely körüli orsózó mozgást (forgást) az alábbiak szerint hozzuk létre: az M_2 motor ω_2 szögsebességét növeljük, míg az M_4 motor ω_4 szögsebességét csökkentjük. Mivel igaz, hogy $f_2 > f_4$, a $\Delta f = f_2 - f_4$ erő a hossz tengely körüli forgással pozitív előjelű dőlési szöget hoz létre: az UAV jobb oldalára dől. Az UAV \mathbf{u} eredő fejhajtóereje is jobbra dől meg. Az \mathbf{u} felhajtóerő vektor u_z függőleges összetevője továbbra is egyensúlyt tart az mg súlyerővel, vagyis $u_z = mg$, míg a kereszt-tengelyre eső u_x vetülete (vonóerő) egyenes vonalú mozgásba viszi az UAVt a kereszt-tengely mentén. A baloldali dőlés irányítása (negatív előjelű dőlési szög) létrehozása hasonlóképpen történik: az M_4 motor ω_4 szögsebességét növeljük, míg az M_2 motor ω_2 szögsebességét csökkentjük. Mivel igaz, hogy $f_4 > f_2$, a $\Delta f = f_4 - f_2$ erő a hossz tengely körüli forgással negatív elő-

jelű dőlési szöget hoz létre: az UAV bal oldalára dől. Az UAV u eredő felhajtóereje is balra dől meg. Az u felhajtóerő vektor u_z függőleges összetevője továbbra is egyensúlyt tart a mg súlyerővel, vagyis $u_z = mg$, míg a kereszt-tengelyre eső u_x vetülete (vonóerő) egyenes vonalú mozgásba viszi az UAVt a kereszt-tengely mentén. Összegezve a fent elhangzottakat, elmondhatjuk tehát, hogy a dőlési szög megváltoztatása a kereszt-tengelyen elhelyezkedő motorok ellentétes értelmű fordulatszám-változtatásával történhet.

4. Az UAV irányítása a függőleges tengely körül (pozitív előjelű irány-szög-változás létrehozása). Az UAV legyező mozgásának irányítása a következőképpen történik: az UAV hossz-tengelyén elhelyezkedő M_1 és az M_3 motorok ω_1 és ω_3 szögsebességeit növeljük, míg az UAV kereszt-tengelyén elhelyezkedő M_2 és az M_4 motorok ω_2 és ω_4 szögsebességeit növeljük. Most igaz az alábbi egyenlőtlenség: $\tau_{M_1} + \tau_{M_3} > \tau_{M_2} + \tau_{M_4}$. Az UAV O_z függőleges tengelye körül tehát felbomlik a nyomatékok egyensúlya, ezért a $\Delta\tau = (\tau_{M_1} + \tau_{M_3}) - (\tau_{M_2} + \tau_{M_4})$ nyomaték-változás a függőleges tengely körül forgómozgásra (legyező mozgás) kényszeríti az UAVt, megváltozik az UAV irány-szöge. Elmondhatjuk tehát, hogy az irány-szög megváltoztatása az UAV O_x hossz-tengelyén, illetve az O_y kereszt-tengelyén elhelyezkedő motorok azonos értelmű irányú fordulatszám-változtatásával történhet.
5. Az UAV irányítása a függőleges tengely mentén. Az UAV függőleges mozgását a négy motor forgási sebességének azonos értelmű megváltoztatásával érjük el. Ha az egyensúlyi repülési helyzetben (függés) az $M_i; i=1\ldots 4$ motorok $\omega_i; i=1\ldots 4$ szögsebessége (forgási sebessége) megváltozik, akkor a légsavarlapátok $f_i = k\omega_i^2$ eredő felhajtóereje is megváltozik, így az UAV $u = \sum_{i=1}^4 f_i = mg$ eredő felhajtóereje is megváltozik. Ha a felhajtóerő változás pozitív, vagyis $\Delta u > 0$, akkor az UAV emelkedik, és növekszik a valós repülési magasság. Ha a felhajtóerő változás negatív, vagyis $\Delta u < 0$, akkor az UAV süllyed, és csökken a valós repülési magasság. Mindezek alapján könnyű belátni, hogy az UAV függőleges tengely mentén mért valós repülési magasságát a hossz-tengelyen, és a kereszt-tengelyen elhelyezkedő motorok azonos értelmű irányú fordulatszám-változtatásával tudjuk megváltoztatni.

Az UAV i -edik motorja forgórészének dinamikus egyenlete az alábbi módon írható fel [8.12]:

$$J_{rot}\dot{\omega} = \tau_{M_i} - \tau_T, \quad (8.1)$$

ahol J_{rot} a légsavarlapát tehetetlenségi nyomatéka, τ_T a légsavarlapát légellenállásból adódó terhelő nyomatéka, amely az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\tau_T = \frac{1}{2} \rho A v^2, \quad (8.2)$$

ahol: ρ a levegő sűrűsége, A a légsavarlapátok felülete, és v a légsavarlapátok (rotorlapátok) levegőhöz viszonyított sebessége. Ismeretes, hogy körmozgások során

$$v = r\omega, \quad (8.3)$$

vagyis a (8.2) egyenlet az alábbi képlettel is megadható:

$$\tau_T = k_T \omega^2, \quad (8.4)$$

ahol: $k_T = \frac{1}{2} \rho A r^2$ - együttható.

Az állandó (vagy közel állandó) szögsebességgel végrehajtott manőverek során igaz, hogy

$$\tau_{M_i} = \tau_T. \quad (8.5)$$

8.3 QUADROTOROK TÉRBELI MOZGÁSÁNAK DINAMIKUS MODELLJE

Az UAV (quadrotor) térbeli mozgásegyenleteinek meghatározása során az UAV-t állandó tömegű, merev testnek tekintjük. Feltételezzük továbbá, hogy a térbeli mozgást az eredő felhajtóerő változás, illetve a bólintó-, a dőlési-, és legyező irányú nyomatékváltozások együttesen hozzák létre.

8.3.1 A merev Quadrotor Euler–Lagrange-féle dinamikus modellje

A quadrotor, mint dinamikus rendszer térbeli mozgásának leírására vezessük be az alábbi általános koordinátát [8.1, 8.2, 8.12, 8.15]:

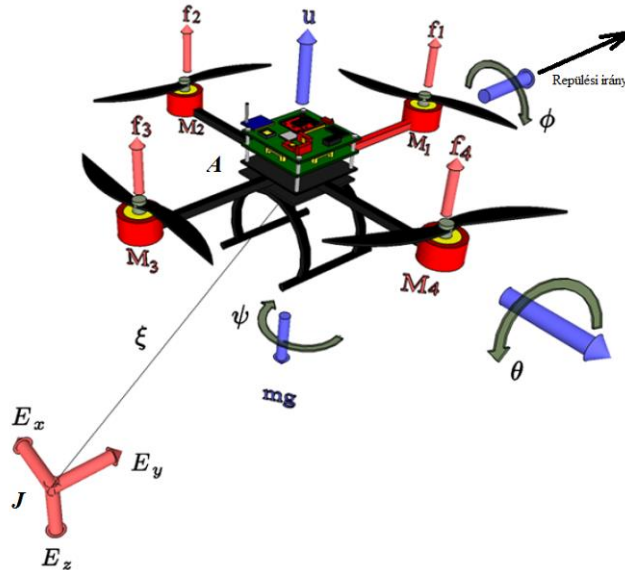
$$\mathbf{q} = (x, y, z, \psi, \vartheta, \phi) \in \mathbb{R}^6, \quad (8.6)$$

ahol $\xi = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ az UAV tömegközéppontja helyét (helyvektorát) adja meg a Földhöz rögzített J -inercia-rendszerhez képest, míg az Euler-szögeket az $\eta = (\psi, \vartheta, \phi) \in \mathbb{R}^3$ vektor írja le (8.3. ábra). Legyen a dinamikus rendszer Lagrange-függvénye az alábbi alakú [8.1, 8.12, 8.15]:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = T_e + T_f - U, \quad (8.7)$$

ahol: $T_e = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^T \dot{\xi}$ – egyenes vonalú mozgás mozgási energiája;

$T_f = \frac{1}{2} \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}^T \boldsymbol{\Omega}$ – a forgómozgás mozgási energiája; $U = mgz$ – potenciális energia, z - az UAV repülési magassága, m - az UAV állandó tömege; $\boldsymbol{\Omega}$ - az UAV szögsebessége az inercia-rendszerhez képest; \mathbf{I} – tehetetlenségi mátrix.



8.3. ábra. A Quadrotor dinamikus egyenletei. ([8.12] alapján szerkesztette a szerző.)

Az UAV test-koordináta-rendszerének $\dot{\eta} = (\dot{\psi}, \dot{\vartheta}, \dot{\phi}) \in \mathbb{R}^3$ szögsebesség-vektora, és az $\boldsymbol{\Omega}$ szögsebesség-vektor között az alábbi egyenlet teremt kapcsolatot:

$$\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{W}_\eta \dot{\eta}, \quad (8.8)$$

ahol a forgató mátrix a következő egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{W}_\eta = \begin{bmatrix} -\sin \vartheta & 0 & 1 \\ \cos \vartheta \sin \phi & \cos \vartheta & 0 \\ \cos \vartheta \cos \phi & -\sin \phi & 0 \end{bmatrix}. \quad (8.9)$$

A (8.9) egyenlet figyelembe vételével a (8.8) egyenlet a következő alakban írható fel:

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \phi \\ \dot{\vartheta} \cos \vartheta + \dot{\psi} \cos \vartheta \sin \phi \\ \dot{\psi} \cos \vartheta \cos \phi - \dot{\vartheta} \sin \phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix}. \quad (8.10)$$

Legyen

$$\mathfrak{I} = \mathfrak{I}(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{W}_\eta^T \mathbf{I} \mathbf{W}_\eta, \quad (8.11)$$

ahol az \mathbf{I} tehetetlenségi mátrix. Szimmetrikus UAV felépítés esetén, és feltételezve, hogy az UAV tengelyei egyben főtehetetlenségi irányok is, az alábbi alakban írható fel [8.1, 8.2, 8.12, 8.15]:

$$\mathbf{I} \cong \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}. \quad (8.12)$$

Az UAV forgómozgásának kinetikai energiája az alábbi egyenlettel is megadható [8.12, 8.15]:

$$T_f = \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\eta}}^T \mathfrak{I} \dot{\boldsymbol{\eta}}. \quad (8.13)$$

A (8.13) egyenletben az $\mathfrak{I} = \mathfrak{I}(\boldsymbol{\eta})$ mátrix a quadrotor teljes forgómozgásának kinetikai energiáját meghatározó tehetetlenségi mátrix.

A quadrotor teljes dinamikus modelljét az ún. másodfajú Euler-Lagrange egyenlettel írhatjuk le az általános erők segítségével [8.1, 8.12]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\mathbf{q}}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mathbf{q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_\xi \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad (8.14)$$

ahol: $\mathbf{F}_\xi = \mathbf{R}\hat{\mathbf{F}}$ – az UAV eredő \mathbf{u} fejhajtóerejének a test-koordináta rendszer tengelyeire eső komponenseiből (vetületeiből) képzett vektor; $\boldsymbol{\tau} \in \mathbb{R}^3$ – a legyező, a bólintó, és a dőlési nyomatékokból képzett vektor.

A dinamikus mozgás egyenleteinek felírásakor használt, és a Földhöz rögzített inercia-koordináta rendszer, valamint az UAV-hoz rögzített test-koordináta rendszer három, egymást követő forgatással (legyezés-bólintás-dőlés) egymásba kölcsönösen beforgathatóak. A forgatómátrix a három forgási lépéssel az alábbi alakban írható fel [8.1, 8.2, 8.12, 8.15]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c \mathcal{G} c \psi & c \psi s \mathcal{G} s \phi - c \phi s \psi & s \phi s \psi + c \phi c \psi s \mathcal{G} \\ c \mathcal{G} s \psi & c \phi c \psi - s \mathcal{G} s \phi s \psi & c \phi s \mathcal{G} s \psi - c \psi s \phi \\ -s \mathcal{G} & c \mathcal{G} s \phi & c \mathcal{G} c \phi \end{bmatrix}, \quad (8.15)$$

ahol: $c = \cos$, $s = \sin$.

A 8.1. ábra alapján felírható az alábbi egyenlet:

$$\hat{\mathbf{F}} = [0 \quad 0 \quad \mathbf{u}]^T, \quad (8.16)$$

ahol az UAV eredő felhajtóereje az alábbi módon számítható:

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{f}_i. \quad (8.17)$$

Korábban ismeretes, hogy az egyes rotorlapátok felhajtóereje $f_i = k \omega_i^2$ szerint változik. Az általános nyomaték-vektor tehát az alábbi egyenlettel számítható [8.12]:

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\mathcal{G} \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \\ (f_3 - f_1)l \\ (f_2 - f_4)l \end{bmatrix}, \quad (8.18)$$

ahol l az UAV tömegközéppontja, és a motorok tengelyei között mért távolság (erőkar).

Mivel a Lagrange-függvény nem tartalmaz $\dot{\xi}$ és $\dot{\eta}$ deriváltakat is magába foglaló vegyes tagot, ezért a (8.14) másodfajú Euler-Lagrange egyenlet két önálló egyenletre particionálható, amelyek a ξ és az η általános koordináták dinamikus egyenletei. Mindezek alapján, az egyenes vonalú mozgás Euler-Lagrange egyenlete az alábbi alakban írható fel [8.1, 8.12]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_e}{\partial \xi} = \mathbf{F}_\xi, \quad (8.19)$$

vagy egyszerűbb alakban:

$$m \ddot{\xi} + mg \mathbf{E}_z = \mathbf{F}_\xi, \quad (8.20)$$

ahol az \mathbf{E}_z a függőleges Oz -tengely egységvektora.

Az UAV forgómozgása η általános koordinátáinak dinamikus egyenlete a következő Euler-Lagrange egyenlettel írható le [8.1, 8.12]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}_f}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}_f}{\partial \eta} = \boldsymbol{\tau}, \quad (8.21)$$

vagy más alakban:

$$\frac{d}{dt} \left(\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\mathfrak{I}} \frac{\partial \dot{\boldsymbol{\eta}}}{\partial \boldsymbol{\eta}} \right) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} \left(\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\mathfrak{I}} \dot{\boldsymbol{\eta}} \right) = \boldsymbol{\tau}. \quad (8.22)$$

A (8.22) egyenlet baloldalán elvégezve a differenciálást, kapjuk, hogy:

$$\boldsymbol{\mathfrak{I}} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\mathfrak{I}} \dot{\boldsymbol{\eta}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} \left(\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\mathfrak{I}} \dot{\boldsymbol{\eta}} \right). \quad (8.23)$$

Legyen a Coriolis-vektor az alábbi alakú:

$$\bar{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{\mathfrak{I}} \dot{\boldsymbol{\eta}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} \left(\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\mathfrak{I}} \dot{\boldsymbol{\eta}} \right), \quad (8.24)$$

melynek figyelembevételével a (8.22) egyenlet a következő módon írható fel:

$$\boldsymbol{\mathfrak{I}} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \bar{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \boldsymbol{\tau}. \quad (8.25)$$

Ismeretes, hogy a Coriolis centripetál-vektor a következő alakra hozható:

$$\bar{\boldsymbol{V}}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) = \left(\dot{\boldsymbol{\mathfrak{I}}} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\eta}} \left(\dot{\boldsymbol{\eta}}^T \boldsymbol{\mathfrak{I}} \right) \right) \dot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \dot{\boldsymbol{\eta}}, \quad (8.26)$$

ahol $\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}})$ a Coriolis-vektor, amelyet a giroszkópikus-, és a centrifugális erők határoznak meg az $\boldsymbol{\mathfrak{I}} = \boldsymbol{\mathfrak{I}}(\boldsymbol{\eta})$ függvényében.

Mindezek alapján, az UAV térbeli, dinamikus mozgásának másodfajú Euler-Lagrange egyenlete az alábbi két, önálló egyenletre partícionálható:

$$m \ddot{\boldsymbol{\xi}} + m g \mathbf{E}_z = \mathbf{F}_\xi, \quad (8.27)$$

$$\boldsymbol{\mathfrak{I}} \ddot{\boldsymbol{\eta}} = \boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \dot{\boldsymbol{\eta}}. \quad (8.28)$$

Rendezve a (8.28) egyenletet, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}} = \begin{bmatrix} \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\vartheta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{bmatrix} = \boldsymbol{\mathfrak{I}}^{-1} [\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{C}(\boldsymbol{\eta}, \dot{\boldsymbol{\eta}}) \dot{\boldsymbol{\eta}}]. \quad (8.29)$$

Végezetül, az UAV egyenes vonalú, és a forgómozgására – a (8.27), és a (8.28) egyenletek alapján – az alábbi egyenleteket írhatjuk fel [8.12]:

$$m \ddot{x} = u (\sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \sin \vartheta), \quad (8.30)$$

$$m \ddot{y} = u (\cos \phi \sin \vartheta \sin \psi - \cos \psi \sin \phi), \quad (8.31)$$

$$m \ddot{z} = u \cos \vartheta \cos \phi - m g, \quad (8.32)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi, \quad (8.33)$$

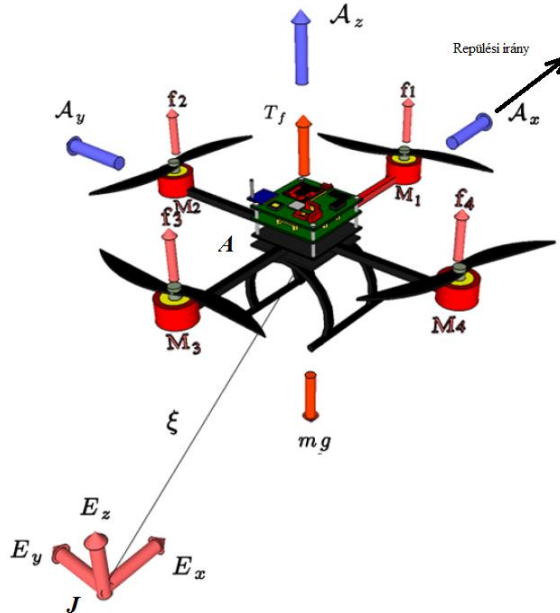
$$\ddot{g} = \tilde{\tau}_g, \quad (8.34)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi, \quad (8.35)$$

ahol x és y az UAV pozíciója a vízszintes síkban, z a repülési magasság, $\tilde{\tau}_\psi$ a legyező nyomaték, $\tilde{\tau}_g$ a bólintó nyomaték, és végül, $\tilde{\tau}_\phi$ a dőlési nyomaték. Az UAV térbeli mozgását leíró (8.30)–(8.35) egyenletek az egyes repülési paraméterek elsőrendű, nemlineáris, inhomogén differenciálegyenletei, amelyek a munkaponti linearizálás módszere segítségével az egyes munkaponti (egyensúlyi) repülési helyzetben a munkapont körül a kis növekményes módszer (Taylor-sorfejtés) segítségével könnyen linearizálhatóak.

8.3.2 A merev Quadrotor Newton–Euler-féle dinamikus modellje

A merev testek háromdimenziós mozgása a test egyenes vonalú, és a forgómozgásának együtteseként is értelmezhető. A quadrotor mozgását vizsgáljuk a Földhöz rögzített J inercia-rendszerhez képest. A quadrotor test-koordináta rendszerét jelölje A , tengelyeit jelölje rendre A_x (hossztengely), A_y (kereszt-tengely), és A_z (függőleges tengely) (8.4. ábra).



8.4. ábra. A Quadrotor dinamikus egyenletei. ([8.12] alapján szerkesztette a szerző.)

Feltételezzük, hogy az UAV tömegközéppontja, és a test-koordináta rendszer kezdőpontja egybeesnek. A korábban bemutatott \mathbf{R} forgatómátrix (8.15) segítségével az UAV \mathbf{A} test-koordináta rendszere három, egymást követő forgatással (legyezés-bólintás-dőlés) \mathbf{J} -inercia-rendszerbe beforgatható.

A Newton-Euler módszert követve, a merev UAV térbeli mozgása a tömegközéppontjában ható külső erők eredőjének hatására, az inercia-rendszerhez képest, az alábbi egyenletrendszerrel írható le [8.1, 8.5, 8.6, 8.7, 8.12, 8.15]:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{v} \\ m\dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{f} \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\Omega}} \\ \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} &= -\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\tau} \end{aligned} \right\}, \quad (8.36)$$

ahol: $\boldsymbol{\xi} = [x, y, z]^T$ az UAV helyvektora az \mathbf{J} -referencia koordináta-rendszerhez képest, \mathbf{v} a egyenes vonalú mozgás sebessége az inercia-rendszerben; $\boldsymbol{\Omega}$ az UAV \mathbf{A} test-koordináta-rendszerének forgási sebessége; m az UAV állandó tömege; \mathbf{I} az inercia (tehetetlenségi)mátrix; \mathbf{f} a testre ható külső erők eredője az inercia-rendszerben, amely magába foglalja a \mathbf{T}_f eredő felhajtó-erőt, és a légsavarlapátok terhelőerőit is; és végül, $\boldsymbol{\tau}$ az eredő nyomaték-vektor, amely magába foglalja az egyes tengelyeken elhelyezett motorok relatív nyomatékainak különbségét, valamint a giroszkópikus hatást is.

Az UAV térbeli mozgását az eredő fejhajtóerő, valamint a gravitációs erő határozzák meg:

$$\mathbf{T}_f = \sum_{i=1}^4 \mathbf{f}_i, \quad (8.37)$$

ahol $\mathbf{f}_i = k\omega_i^2$ az egyes légsavarlapátok felhajtóereje az Oz függőleges tengely mentén. A (8.37) egyenlet tehát az alábbi alakban is felírható:

$$\mathbf{T}_f = k \sum_{i=1}^4 \omega_i^2. \quad (8.38)$$

A quadrotorra ható külső (kényszer)erők eredője felírható a következő egyenlettel is:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{T}_f \end{bmatrix}. \quad (8.39)$$

Az UAV-ra ható súlyerőt az alábbi egyenlettel adhatjuk meg:

$$\mathbf{f}_g = -mg\mathbf{E}_z. \quad (8.40)$$

A (8.39)–(8.40) egyenleteket felhasználva, az UAV-ra ható eredő erő a következő lesz:

$$\mathbf{f} = \mathbf{R}\mathbf{E}_z\mathbf{T}_f + \mathbf{f}_g. \quad (8.41)$$

Az UAV dinamikájának vizsgálata során feltételezzük, hogy a légsavarlapát maga is merev test, amelynek forgási sebességét az ω_i általános koordináta adja meg. Az UAV motorjainak elektrodinamikus gyorsító nyomatéka τ_{M_i} ; $i=1\cdots 4$, míg a légellenállásból származó terhelő nyomaték $\tau_T = k_T\omega^2$.

Mindezen megfontolások után, Newton II. törvénye szerint (perdület-tétel) az egyes motorok (légsavarlapátok) forgását leíró dinamikus egyenlet most a következő lesz [8.1, 8.5, 8.6, 8.7, 8.12, 8.15]:

$$J_{M_i}\dot{\omega} = \tau_{M_i} - \tau_T, \quad (8.42)$$

ahol J_{M_i} az i -edik motor tehetetlenségi nyomatéka. Egyensúlyi állapotban, amikor $\dot{\omega} = 0$, a legyező nyomaték az alábbi kifejezéssel írható le:

$$\tau_{M_i} = k_\tau\omega^2, \quad k_\tau > 0 \quad (8.43)$$

Az általános nyomatékok most a következő egyenlettel adhatók meg:

$$\boldsymbol{\tau}_A = \begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^4 \tau_{M_i} \\ (f_3 - f_1)l \\ (f_2 - f_4)l \end{bmatrix}, \quad (8.44)$$

ahol l az UAV tömegközéppontja, és a motorok tengelyei között mért távolság (erőkar). A (8.44) egyenlet-rendszer a következő alakban írható fel [8.5, 8.6, 8.7, 8.12, 8.15]:

$$\tau_\psi = k_\tau(\omega_1^2 + \omega_3^2 - \omega_2^2 - \omega_4^2), \quad (8.45)$$

$$\tau_\theta = lk(\omega_3^2 - \omega_1^2), \quad (8.46)$$

$$\tau_\phi = lk(\omega_2^2 - \omega_4^2), \quad (8.47)$$

ahol τ_ψ , τ_θ , τ_ϕ az általános nyomatékok (legyezés, bólintás, dőlés).

Az UAV légszárnylapátjait merevnek tekintjük, és az Oz függőleges tengely (E_z) körül ω_i szögsebességgel forognak, de ezzel egyidejűleg, a teljes UAV is végez forgómozgást az inercia-koordináta rendszerhez képest, és ez giroszkópikus nyomaték kialakulásához vezet, vagyis:

$$\tau_{G_A} = -\sum_{i=1}^4 \mathbf{I}_M (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{E}_z) \omega_i = -(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{E}_z) \sum_{i=1}^4 \mathbf{I}_M \omega_i. \quad (8.48)$$

Az UAV-ra ható teljes nyomaték a következő egyenlettel adható meg:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_A + \boldsymbol{\tau}_{G_A}. \quad (8.49)$$

A fenti egyenleteket is figyelembe véve, a (8.36) egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\boldsymbol{\xi}} &= \mathbf{v} \\ m\dot{\mathbf{v}} &= \mathbf{R}_{E_z} \mathbf{T}_f - mg\mathbf{E}_z \\ \dot{\mathbf{R}} &= \mathbf{R}\hat{\boldsymbol{\Omega}} \\ \mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} &= -\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\tau}_A + \boldsymbol{\tau}_{G_A} \end{aligned} \right\}. \quad (8.50)$$

8.3.3 A Newton–egyenletek és a Lagrange-egyenletek kapcsolata

Korábban ismeretes (8.15 egyenlet), hogy az UAV A test-koordináta rendszere az J inercia-rendszerbe három egymást követő forgatással (legyezés – bólintás – dőlés) beforgatható, ahol az egyes ψ , ϑ , és ϕ forgásszögek a repülésmechanikában jól ismert Euler-szögek [8.1, 8.2, 8.12, 8.15]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\vartheta c\psi & c\psi s\vartheta s\phi - c\phi s\psi & s\phi s\psi + c\phi c\psi s\vartheta \\ c\vartheta s\psi & c\phi c\psi - s\vartheta s\phi s\psi & c\phi s\vartheta s\psi - c\psi s\phi \\ -s\vartheta & c\vartheta s\phi & c\vartheta c\phi \end{bmatrix}, \quad (8.51)$$

ahol: $c = \cos$, $s = \sin$.

A (8.50) egyenletrendszer particionálható az UAV egyenes vonalú mozgásának jellemzőit megadó $\boldsymbol{\xi}$ vektor, és az UAV forgómozgásának állapotváltozóit leíró $\boldsymbol{\eta}$ vektor segítségével. A (8.50) egyenletrendszer második egyenletét rendezve kapjuk, hogy:

$$\dot{\mathbf{v}} = \frac{1}{m} \mathbf{R}_{E_z} \mathbf{T}_f - g\mathbf{E}_z, \quad (8.52)$$

ahol az \mathbf{R}_{E_z} forgatómátrix most a következő alakot ölti:

$$\mathbf{R}_{E_z} = \begin{bmatrix} s\phi s\psi + c\phi c\psi s\vartheta \\ c\phi s\vartheta s\psi - c\psi s\phi \\ c\vartheta c\phi \end{bmatrix},$$

ahol: $c = \cos$, $s = \sin$.

A 8.3. és a 8.4. ábrák alapján az eredő felhajtóerő $\mathbf{u} = \mathbf{T}_f$, így módon az UAV egyenes vonalú mozgásának komponens egyenletei az alábbiak lesznek:

$$\ddot{x} = \frac{1}{m} u (\sin\phi \sin\psi + \cos\phi \cos\psi \sin\vartheta), \quad (8.53)$$

$$\ddot{y} = \frac{1}{m} u (\cos\phi \sin\vartheta \sin\psi - \cos\psi \sin\phi), \quad (8.54)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m} u \cos\vartheta \cos\phi - g, \quad (8.55)$$

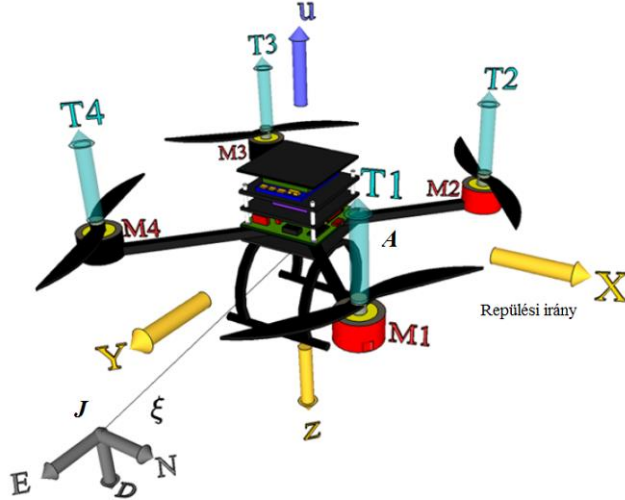
A (8.53)–(8.55) egyenletek teljes formai azonosságot mutatnak a (8.30)–(8.32) egyenletekkel. Könnyen belátható, hogy az UAV egyenes vonalú mozgásának (8.53)–(8.55) egyenletei elsőrendű, nemlineáris, inhomogén differenciál-egyenletek.

8.3.4 Az *X-Type* quadrotorok Newton–Euler mozgásegyenletei

A 8.2.1 és a 8.2.2 fejezetben vizsgált quadrotorok klasszikus elrendezéssel bírtak: az Ox hossz tengely és az Oy kereszt-tengely egymásra merőlegesek voltak. Az ún. *X-Type* quadrotorok (*X*-elrendezésű quadrotorok) két elülső, és két hátsó motorral bírnak (8.5. ábra) [8.12]. A quadrotorok dinamikus mozgásegyenleteit a Newton-Euler módszer segítségével is meghatározhatjuk. A mozgásegyenletek levezetése során az UAV-hoz rögzített testkoordináta-rendszert jelölje $\mathbf{A} \rightarrow \{X \ Y \ Z\}$, míg a Földhöz rögzített inercia koordináta-rendszer ún. NED (North-East-Down) elrendezésű, és jelölje $\mathbf{J} \rightarrow \{N \ E \ D\}$ (8.5. ábra).

Az *X-Type* quadrotor M_1 és M_3 motorjai az óramutató járásával megegyező forgásirányúak, míg az M_2 és az M_4 motorok forgásiránya az óramutató járásával ellentétes. Feltételezzük, hogy a quadrotor eredő felhajtó-

ereje egyensúlyt tart a súlyerővel, vagyis az UAV „Függés”, vagy függéshez közeli egyensúlyi repülési helyzetben tartózkodik.



8.5. ábra. A Quadrotor dinamikus NED-egyenletei.
([8.12] alapján szerkesztette a szerző.)

Az UAV tömegközéppontja és az $A \rightarrow \{X \ Y \ Z\}$ test koordináta-rendszer középpontja egybeesik. Az UAV tömegközéppontja helyét (helyvektorát) a Földhöz rögzített $J \rightarrow \{N \ E \ D\}$ inercia-rendszerhez képest a $\xi = (x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3$ vektor adja meg (8.5. ábra) [8.12, 8.15].

Az UAV $A \rightarrow \{X \ Y \ Z\}$ test koordináta-rendszerének szöghelyzetét a Földhöz rögzített $J \rightarrow \{N \ E \ D\}$ inercia-rendszerhez képest az Euler-szögek $\eta = (\psi, \vartheta, \phi) \in \mathbb{R}^3$ vektora adja meg (8.5. ábra) [8.12, 8.15].

A quadrotor teljes, nemlineáris mozgásegyenlet-rendszere az alábbi egyenlet-rendszerrel adható meg [8.12]:

$$m\ddot{\xi} = -mg\mathbf{D} + \mathbf{R}\mathbf{F}, \quad (8.56)$$

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\Omega}} = -\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\tau}, \quad (8.57)$$

ahol \mathbf{R} : forgatómátrix, \mathbf{F} : az UAV-ra ható külső erők eredője, m : az UAV tömege, \mathbf{g} : gravitációs gyorsulásvektor, \mathbf{D} : egységvektor a függőleges D-tengely (Down) mentén, $\boldsymbol{\Omega}$: test-koordináta rendszer szögsebességvektora az inercia rendszerhez képest, \mathbf{I} : tehetetlenségi mátrix, és végezetül, $\boldsymbol{\tau}$: az UAV-ra ható külső erők által létesített eredő nyomaték-vektor.

Legyen az UAV-ra ható eredő felhajtóerő $\mathbf{u} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{T}_i$ (8.5. ábra), melyet a négy légcsavarlapát hoz létre. Könnyen belátható, hogy a „Függés” repülési helyzetben az UAV-ra ható külső erők eredője az $\mathbf{F} = [0 \ 0 \ -u]^T$ egyenlettel adható meg. A forgatómátrix most is az alábbi alakú [8.1, 8.12]:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} c\vartheta c\psi & c\psi s\vartheta s\phi - c\phi s\psi & s\phi s\psi + c\phi c\psi s\vartheta \\ c\vartheta s\psi & c\phi c\psi - s\vartheta s\phi s\psi & c\phi s\vartheta s\psi - c\psi s\phi \\ -s\vartheta & c\vartheta s\phi & c\vartheta c\phi \end{bmatrix}, \quad (8.58)$$

ahol: $c = \cos$, $s = \sin$.

Vezessük be a $\tilde{\boldsymbol{\tau}}$ segédvektort az alábbiak szerint [8.1, 8.12, 8.15]:

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}} = \begin{bmatrix} \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\vartheta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{bmatrix} = \mathbf{I}^{-1} \mathbf{W}^{-1} (-\mathbf{I} \dot{\mathbf{W}} \dot{\boldsymbol{\eta}} - \mathbf{W} \dot{\boldsymbol{\eta}} \times \mathbf{I} \mathbf{W} \dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\tau}), \quad (8.59)$$

ahol $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{W} \dot{\boldsymbol{\eta}}$, illetve

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} -s\vartheta & 0 & 1 \\ c\vartheta s\phi & c\phi & 0 \\ c\vartheta c\phi & -s\phi & 0 \end{bmatrix}, \quad (8.60)$$

ahol: $c = \cos$, $s = \sin$.

A (8.56)–(8.59) kifejezések segítségével az UAV dinamikus modelljének egyenes vonalú, illetve forgómozgás egyenletei felírhatóak az alábbi alakban is [8.12]:

$$m\ddot{x} = -u(\cos\psi \sin\vartheta \cos\phi + \sin\psi \sin\phi), \quad (8.61)$$

$$m\ddot{y} = -u(\sin\psi \sin\vartheta \cos\phi - \cos\psi \sin\phi), \quad (8.62)$$

$$m\ddot{z} = -u(\cos\vartheta \cos\phi + mg), \quad (8.63)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi, \quad (8.64)$$

$$\ddot{\vartheta} = \tilde{\tau}_\vartheta, \quad (8.65)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi, \quad (8.66)$$

Az UAV egyes motorjai által működtetett légcsavarlapátokon $T_i = C\omega_i^2$ felhajtóerő ébred, ahol C légcsavarlapát paramétereitől függő állandó, és ω_i az i -edik rotorlapát szögsebessége.

További egyszerűsítő feltételként vesszük figyelembe, hogy az egyes motorok nyomatékai arányosak a felhajtóerővel, vagyis $\tau_i = C_M T_i$, ahol C_M a motor paramétereitől függő állandó. A fenti megfontolások után az *X-Type* quadrotor általános nyomatékait az alábbi mátrix-egyenlet adja meg:

$$\begin{bmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_M & C_M & -C_M & C_M \\ -l & -l & l & l \\ -l & l & l & -l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{bmatrix}, \quad (8.67)$$

ahol l az UAV tömegközéppontja és a motorok forgástengelye között mért távolság (erőkar).

A fejezetben bemutatott multirotoros UAV dinamikus modellek egyszerűsített modellek, számos fizikai jelenséggel nem számoltunk (pl. rotorlapátok elasztikus lengése, az UAV szerkezetének elasztikus deformációja, rotorok lapátvégi leáramlása stb.).

Mindazonáltal, a fent bemutatott UAV dinamikus modellek alkalmasak arra, hogy az UAV repülésszabályozó rendszereinek tervezésekor első közelítésben alkalmazzuk őket az előzetes számítógépes tervezések és szimulációk során.

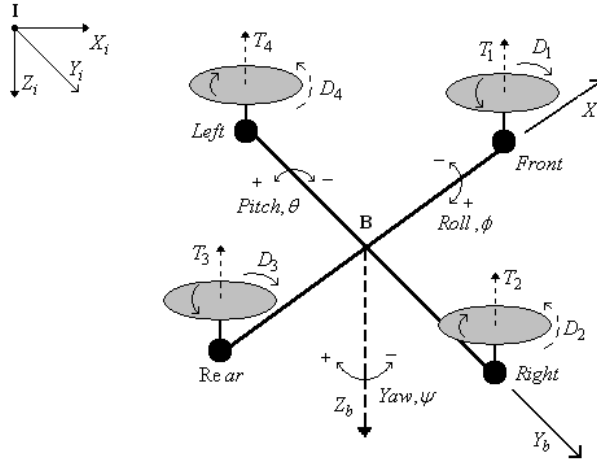
8.4 GYAKORLÓ FELADAT

Vizsgáljuk egy négyrotoros UAV (quadrotor) dinamikus viselkedését a 8.6. ábrán [8.5, 8.6, 8.7, 8.15]. A 'függés' repülési helyzetben mind a négy motor fordulatszáma azonos. Értelemszerű, hogy a függőleges tengely mentén a manőverezést a négy motor fordulatszámának azonos mértékű, és azonos irányú megváltoztatásával tudjuk elérni.

A 8.6. ábrán **I** jelöli az inercia (vonatkoztatási) rendszert, míg **B** jelöli a légijárműhöz rögzített „test” koordináta-rendszert. A légijármű (UAV) „test” koordináta-rendszerben mért Euler-szögeinek változási sebessége az alábbi módon írható fel:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T = \mathbf{M}^{-1} \begin{bmatrix} \omega_{x_i} & \omega_{y_i} & \omega_{z_i} \end{bmatrix}^T = \mathbf{M}^{-1} \mathbf{A} \begin{bmatrix} \omega_{x_b} & \omega_{y_b} & \omega_{z_b} \end{bmatrix}^T, \quad (8.68)$$

ahol: ϕ bedöntési szög; θ bólintási szög; ψ irányyszög; ω_{x_i} szögsebességek az inercia-rendszerben;



8.6. ábra. A Quadrotor dinamikus viselkedése a NED-rendszerben.

ω_{x_b} szögsebességek a „test” koordináta rendszerben; valamint:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \frac{c\psi}{c\theta} & \frac{s\psi}{c\theta} & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi - s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} -$$

forgatómátrixok, ahol: $c = \cos$, $s = \sin$.

Tekintettel arra, hogy számunkra a későbbi feladatok megoldása miatt csak a „test” koordináta-rendszer **B** pontjának a sebessége a szabályozandó paraméter, ezért a „test” koordináta-rendszerben mért sebességeket az alábbi egyenlettel határozhatjuk meg:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_b & \dot{y}_b & \dot{z}_b \end{bmatrix}^T = \mathbf{A}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x}_i & \dot{y}_i & \dot{z}_i \end{bmatrix}^T, \quad (8.69)$$

ahol x_b, y_b, z_b koordináták a test-koordináta rendszerben, és x_i, y_i, z_i koordináták az inercia (referencia) koordináta rendszerben.

A mozgásegyenletek levezetése során feltételezzük, hogy a quadrotor szerkezete merev, és szimmetrikus; a quadrotor tömegközéppontja a **B** pontban helyezkedik el (8.6. ábra); a légszár-lapátok merev szerkezetek, és a quadrotor nem végez bolygó mozgást. Az i -edik légszár-lapátok által létesített felhajtóerő arányos az adott légszár forgási sebességének négyzetével, vagyis [8.5, 8.6, 8.7, 8.15]:

$$T_i = C_1 \left(\frac{1 - 2\pi LCS}{P\alpha_i} + 2\pi \frac{\dot{z}_b - w_{z_b}}{P\alpha_i} \right), \quad (8.70)$$

ahol: $C_1 = k_t \rho A_p \alpha_i^2 R_p^2$; k_t aerodinamikai felhajtóerő tényező; ρ a levegő sűrűsége; A_p a légsavar felülete; α_i az i -edik légsavar szögsebessége; R_p a légsavar sugara; L a légsavar középpontjának távolsága az origótól; P a légsavarlapátok beállítási szöge, és végül, w_{z_b} a légköri turbulencia vektorának z -tengelyre eső vetülete. $C=1$, ha $i=1$, vagy $i=4$. $C=-1$, ha $i=2$, vagy $i=3$. $S = \omega_{y_b}$, ha $i=1$, vagy $i=3$. $S = \omega_{x_b}$, ha $i=2$, vagy $i=4$. A légijármű hossz-tengelye mentén ható erők eredője az alábbi egyenlettel írható le [8.6, 8.7]:

$$F_{wI} = \mathbf{A} \begin{bmatrix} k_s(w_{x_b} - \dot{x}_b) & k_s(w_{y_b} - \dot{y}_b) & k_u(w_{z_b} - \dot{z}_b) \end{bmatrix}^T, \quad (8.71)$$

ahol: k_s, k_u az egyenes vonalú mozgás együtthatói; w_{x_b} és w_{y_b} a légköri turbulencia vektorának x - és y -tengelyekre eső vetületei, értelemszerűen.

A quadrotor térbeli lineáris mozgásának állapot-egyenlete a következő mátrixos alakban is megadható [8.5, 8.6, 8.7]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \omega_{x_b} \\ \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{F_{wI}}{m} - \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{m} \mathbf{A} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (8.72)$$

ahol g a nehézségi gyorsulás, m az UAV tömege.

Ismeretes, hogy a légsavarlapátok légellenállásból származó nyomatéka arányos a légsavarlapát forgási sebességének a négyzetével, vagyis [8.5, 8.6, 8.7, 8.15]:

$$D_i = C_2 \left(\frac{1 - 2\pi L C S}{P \alpha_i} + 2\pi \frac{z_b - w_{z_b}}{P \alpha_i} \right), \quad (8.73)$$

ahol $C_2 = k_d \rho A_p \alpha_i^2 R_p^3$; k_d a nyomatéki együttható.

A légsavarlapátok eredő reakciónyomatéka az alábbi egyenlettel írható le:

$$I_{cr} = J_p (-\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2 - \dot{\alpha}_3 + \dot{\alpha}_4), \quad (8.74)$$

ahol: J_p egy légsavarlapát tehetetlenségi nyomatéka.

A súrlódási terhelő nyomatékot az alábbi egyenlet alapján is számíthatjuk:

$$\mathbf{M}_f = k_r \begin{bmatrix} \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T, \quad (8.75)$$

ahol: k_r a súrlódási együttható.

A légijármű motorjának forgórészére redukált nemirányítható zavarások (pl. légköri turbulencia) a következő összefüggéssel írható le:

$$\tau_d = [\tau_{x_b} \quad \tau_{y_b} \quad \tau_{z_b}]^T, \quad (8.76)$$

A légijármű giroszkópikus nyomatéka a következő egyenlettel írható le:

$$\mathbf{M}_g = J_p [\dot{\theta}\alpha \quad \dot{\phi}\alpha \quad 0]^T, \quad (8.77)$$

ahol: $\alpha = -\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 + \alpha_4$.

Mindezek alapján, a quadrotor térbeli forgómozgásának állapot–egyenlete a következő mátrixos alakban is megadható [8.5, 8.6, 8.7, 8.15]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_{x_b} \\ \dot{\omega}_{y_b} \\ \dot{\omega}_{z_b} \end{bmatrix} = -J^{-1} \omega \times J \begin{bmatrix} \omega_{x_b} \\ \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} \end{bmatrix} - J^{-1} (\mathbf{M}_f + \tau_d + \mathbf{M}_g) + J^{-1} \begin{bmatrix} L(T_4 - T_2) \\ L(T_1 - T_3) \\ D_1 - D_2 + D_3 - D_4 + I_{ct} \end{bmatrix}, \quad (8.78)$$

$$\text{ahol: } \omega = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z_b} & \omega_{y_b} \\ \omega_{z_b} & 0 & -\omega_{x_b} \\ -\omega_{y_b} & \omega_{x_b} & 0 \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \text{ a főtethetlenségi mátrix;}$$

J_{xx} , J_{yy} , J_{zz} rendre a hossz-, a kereszt-, és a függőleges tengelyre vett főtethetlenségi nyomatékok.

Ismeretes, hogy az egyenáramú motor – kis motor induktivitás esetén – dinamikus egyenlete a következő alakban írható fel:

$$J_p \dot{\alpha}_i = G \tau_{m_i} - D_i, \quad (8.79)$$

ahol: $\tau_{m_i} = k_i (V_i - \frac{k_v \alpha_i}{G}) R^{-1}$ a motor dinamikus gyorsító nyomatéka; k_i a motor állandója; k_v a motor forgási sebesség állandója; V_i a motor vezérlő feszültsége; R a motor Ohm-os ellenállása; G a motor-légcsavar rendszer áttételi száma.

Vizsgáljuk kismagasságú 'függés' repülési helyzetben a quadrotor dinamikáját, ha a függőleges tengely mentén kell emelkedő mozgást végrehajtania. A kiindulási feltételek – zavarásmentes esetre – most az alábbiak lesznek:

$$\theta = 0^\circ; \phi = 0^\circ; \psi = 0^\circ; v_{x_{b_0}} = 0 \text{ m/s}; v_{y_{b_0}} = 0 \text{ m/s}; v_{z_{b_0}} = 0 \text{ m/s}. \quad (8.80)$$

A (8.68) – (8.72) egyenleteket felhasználva, a (8.80) kezdeti feltételek figyelembe vételével a quadrotor függőleges tengely mentén végrehajtott mozgásának dinamikus egyenlete az alábbi alakban írható fel [8.5, 8.6, 8.7]:

$$\ddot{z}_b = \frac{F_{mL}}{m} - \frac{T_1 + T_2 + T_3 + T_4}{m} + g, \quad (8.81)$$

Az egyes rotorlapátok felhajtóereje az alábbi egyenlettel adható meg:

$$T = C_1 \left(\frac{1}{P\alpha_i} + 2\pi \frac{\dot{z}_b}{P\alpha_i} \right), \text{ ahol } C_1 = k_t \rho A_p \alpha_i^2 R_p^2 = 4,15872 \cdot 10^{-6} \alpha_i^2 \quad (8.82)$$

Helyettesítsük be a (8.82) egyenletet a (8.81) egyenletbe. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\ddot{z}_b + \dot{z}_b \left(\frac{1}{m} + \frac{4}{m} C_1 2\pi \frac{1}{P\alpha_i} \right) = g - \frac{4}{m} C_1 \frac{1}{P\alpha_i}. \quad (8.83)$$

Egy hipotetikus quadrotor paramétereinek felhasználásával a (8.83) egyenlet a következő alakban írható fel [8.5, 8.6, 8.7, 8.15]:

$$\ddot{z}_b + \dot{z}_b (0,222568 + 153,0451369 \cdot 10^{-6} \alpha_i) = 9,81 - 24,35789 \cdot 10^{-6} \alpha_i. \quad (8.84)$$

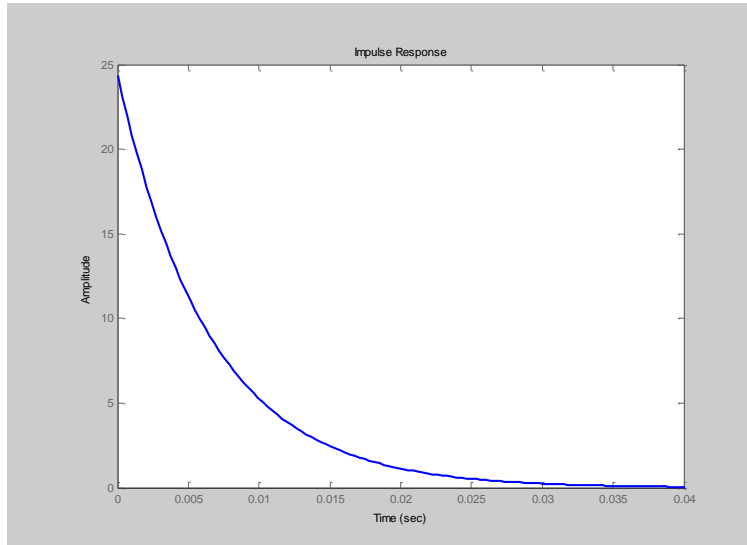
Legyen $\alpha_i = 1000 \text{ ford./p}$. Így a függőleges sebesség változását az alábbi egyenlet adja meg:

$$\dot{v}_b + v_b 153,2677049 = 9,81 - 24,35789 \Delta \alpha_i. \quad (8.85)$$

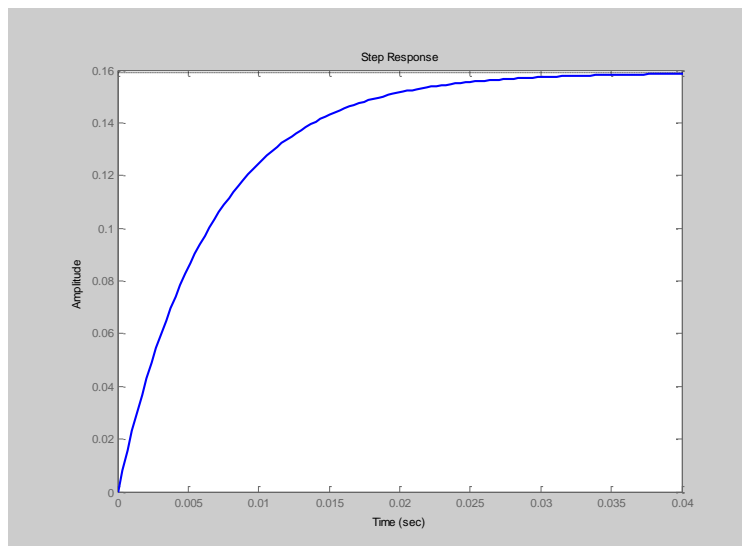
A (8.85) egyenlet alapján a quadrotor egyenes vonalú mozgása a függőleges tengely mentén az alábbi átviteli függvénnyel adható meg [8.5, 8.6, 8.7, 8.15]:

$$Y(s) = \frac{v_b(s)}{\Delta \alpha_i(s)} = - \frac{24,35789}{153,2677049 + s}. \quad (8.86)$$

A továbbiakban vizsgáljuk meg a quadrotor viselkedését időtartományban. A számítógépes szimuláció eredménye a 8.7. ábrán látható [8.13, 8.14].



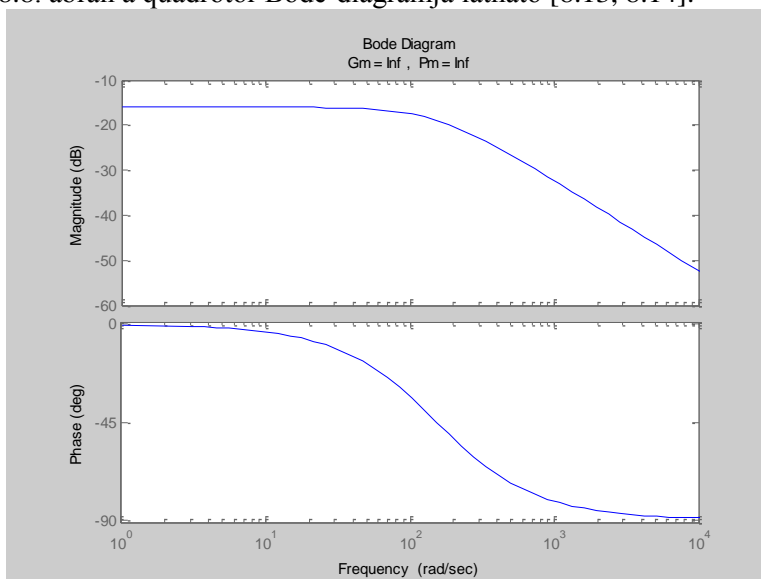
8.7. ábra. A quadrotor transziens viselkedése. (Matlab script: szerző)



8.7. ábra. A quadrotor tranziens viselkedése. (Matlab script: szerző)

A 8.7. ábra alapján megállapíthatjuk, hogy a quadrotor gyorsan reagál a bemenetekre, képes nagy sebességgel reagálni a bemeneti (gerjesztő) jelre, és állandó függőleges sebességgel emelkedni. A súlyfüggvény állandósult állapotban zérushoz tart, így az irányított quadrotor stabilis viselkedésű.

A 8.8. ábrán a quadrotor Bode-diagramja látható [8.13, 8.14].



8.8. ábra. A Quadrotor frekvenciafüggvénye – Bode diagram. (Matlab script: szerző)

A 8.8. ábrán jól látható, hogy a quadrotor alul-áteresztő jelleggel viselkedik. Nagyfrekvenciás tartományban „levágja”, amplitúdóban csillapítja a bemeneti jeleket, és jól szűri a nagyfrekvenciás zajokat is. Úgy az erősítési-, mint a fázistartalék végtelen értékű. A (8.86) átviteli függvény arányos, egytárolós tagot ad meg, így az erősítés körfrekvencia jelleggörbe vízszintes szakasza a $\approx 1/153,26$ 1/s törésponti frekvencián – 20 dB/dekád meredekségűre vált.

8.5. OPUS CITATUM

- [8.1] McLean, D.: *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International, New York-London-Toronto-Sydney-Tokyo-Singapore, 1990.
- [8.2] Nelson, L. C.: *Flight Stability and Control*, McGraw-Hill Companies, Inc., Boston, Massachusetts, Burr Ridge, 1998.
- [8.3] Valavanis, K. P. (Ed.): *Advances in Unmanned Aerial Vehicles*, Springer, ISBN 978-1-4020-6113-4, 2007.
- [8.4] Austin, R.: *Unmanned Aircraft Systems – UAVs Design, development and deployment*. John Wiley & Sons Ltd., ISBN 978-0-470-05819-0, 2010.
- [8.5] Szabolcsi, R.: *Katonai robotok számítógéppel támogatott tervezése – QUADRO LAB szakmai műhely létesítése az új, nemzeti közszolgálati egyetemen*. IX. Elektronikus Műszaki Füzetek, ISBN:978-963-7064-25-8, pp (11-27), 2011.
- [8.6] Szabolcsi, R.: *Multirotoros légijárművek repülésdinamikai modelljei, és azok vizsgálata*. Repüléstudományi Közlemények, ISSN: 1417-0604, eISSN: 1789-770X, 23:(2), pp(1-11), 2011.
- [8.7] Szabolcsi, R.: *Katonai robotok számítógéppel támogatott tervezése - QUADRO LAB szakmai műhely alapítása az új, nemzeti közszolgálati egyetemen*. Multidiszciplináris Tudományok: A Miskolci Egyetem Közleménye, ISSN 2062-9737, 2011/1: pp(31-42), 2011.
- [8.8] Cai, G. – Chen, B.M. – Lee, T.H.: *Unmanned Rotorcraft Systems*. Springer-Verlag London Ltd., ISBN 978-0-85729-634-4, 2011.
- [8.9] Banhart, R.K – Hottman, S. B. – Marshall, D.M. – Shappee, E.: *Introduction to Unmanned Aircraft Systems*. CRC Press, Taylor & Francis Group, ISBN 978-1-4398-3521-0, 2012.
- [8.10] Beard, R.W. – McLain, T.W.: *Small Unmanned Aircraft. Theory and Practice*. Princeton University Press, Princeton and Oxford, ISBN 978-0-691-14921-9, 2012.

- [8.11] Fahlstrom, P.G. – Gleason, T.J.: *Introduction to UAV Systems*. John Wiley & Sons, Ltd., ISBN 978-1-119-97886-4, 2012.
- [8.12] Carillo, L. R. G. – López, A. E. D. – Lozano, R. – Pégard, C.: *Quad Rotorcraft Control – Vision-Based Hovering and Navigation*, Springer-Verlag London, ISBN 978-1-4471-4399-4, 2013.
- [8.13] *MATLAB[®] 8.2.0.701 (R2013b) Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.
- [8.14] *MATLAB[®] Control System Toolbox 9.6, Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.
- [8.15] Szabolcsi, R. *Multirotoros pilóta nélküli légi járművek repülésdinamikai modelljei*. Repüléstudományi Szemelvények. ISBN 978-615-5057-70-0, pp. 57-80, Nemzeti Közszolgálati Egyetem, Katonai Repülő Intézet, 2016.

IX. FEJEZET

PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AEROELASZTIKUS JELENSÉGEI

„Valaki azért fél a flutter-től, mert nem érti, hogy mi az, valaki pedig azért fél, mert tudja, hogy az mi.”

Kármán Tódor

9.1 BEVEZETÉS

Az elmúlt évtizedekben tapasztalható rohamléptékű fejlődés nyomán úgy a polgári, mint a katonai célú UAVk tervezési követelményei, illetve a sárkányszerkezeti kialakításai megváltoztak; nagy terhelések elviselésére is alkalmas, vékony és karcsú szárnyakat, illetve törzset kezdtek alkalmazni, ezzel biztosítva a kis felszállási tömegeket. E tervezési paradigmák óhatatlanul is könnyű, és rugalmas szerkezetű repülőgépeket eredményeztek.

Az UAV rugalmas deformációja során a merev UAV-hoz képest számottevő értékű szerkezeti elmozdulásokat, rugalmas deformációkat és elváltozásokat mutat. Az UAV rugalmas deformációja bekövetkezhet az UAV operátor/pilóta által végrehajtott kormányzások, vagy a légköri turbulencia hatására a sárkányszerkezeten ébredő, és változó terhelőerők és nyomhatások miatt.

Az UAV rugalmas deformációja, valamint a nagy értékű dinamikus terhelések miatt csökken a számított élettartam. A turbulens áramláson áthaladó UAVk keletkező dinamikus terhelések, és a rugalmas deformáció mértéke attól függ, hogy a turbulencia milyen értékű energiát ad át az UAV sárkányszerkezetének.

Az UAV rugalmas deformációja során a merev UAV és a rugalmas UAV deformáció lengésképei közötti energialengések lényeges mértékben rontják az UAV irányítástechnikai minőségi jellemzőit is.

A fejezet célja bemutatni, hogy a rugalmas UAV milyen matematikai modellel írható le, illetve a rugalmas mozgás egyenletei hogyan építhetők be a merev UAV mozgásegyenleteibe.

A fejezet másik fontos célkitűzése az aktív repülésszabályozással foglalkozó fejezet elméleti ismeretekkel történő megalapozása, hiszen a modern légi járművek (UAVk) rugalmas deformációja az aktív repülésszabályozás igen fontos területe. Az aktív repülésszabályozási funkciók segítségével sike-

resen befolyásolható az UAVn ébredő terhelések eloszlása, újra elosztása, szabályozása és korlátozása, valamint csillapíthatók a keletkező lengések a turbulens áramlásokon történő átrepülések során.

A 9.1., 9.2., és a 9.3. ábrán látható HALE UAVk jól illusztrálják a modern UAVk tervezésekor használt nemhagyományos gondolkodást: a *Helios* UAV (9.1. ábra) már klasszikus értelemben vett szárny-törzsszárnymechanizációt nem is tartalmaz, eme sárkányszerkezeti elemeknek funkcióit ellátó elemeket láthatunk. Az UAV építéskor alkalmazott kompozit anyagok, és az extrém méretek miatt a *Helios* UAV törzse nagymértékben meghajlik.



9.1. ábra. NASA Helios HALE UAV.

A Global Observer '*Odyssey*' HALE UAV (9.2. ábra) klímakutatásra, és extrém meteorológiai jelenségek kutatására alkalmazott pilóta nélküli légitármű.



9.2. Global Observer '*Odyssey*' HALE UAV.

A törzs javarészből egy vékony tartónak tekinthető, így módon az aeroelasztikus mozgások klasszikus elméletének felállításakor használt hipotetikus sárkányszerkezeti elrendezés valóra vált: a törzs/tartó gyakorlatilag arra szolgál, hogy a vízszintes, és a függőleges vezérsík beépítését és elhe-

lyezését lehetővé tegye, a törzsön ébredő felhajtóerő gyakorlatilag elhanyagolható a szárnyon ébredő felhajtóerőhöz képest.

David Cameron, brit miniszterelnök 2015. novemberében, a Parlament Alsóházának ülésén bejelentette, hogy Nagy-Britannia hírszerző-, és felderítő védelmi képességeinek javítására a Zephyr 8 HAPS (High Altitude Pseudo Satellite) UAV-t rendszeresíti (9.3. ábra).



9.3. ábra. Airbus Zephyr 8 HAPS UAV [2.77, 2.78].

A Quinetiq Zephyr UAV-t eredetileg az Egyesült Királyságban a Quinetiq cég fejlesztette ki. Az UAV sárkányszerkezete szénszálak kompozit anyagokból készül, Li-S akkumulátorait napenergia tölti fel. Az UAV-t két, állandó mágneses szinkron motor hajtja. Az UAV néhány fontosabb paramétere: teljes felszálló tömeg: 53 kg; hasznos teher: 2,5 kg; csúcsmagasság: több, mint 21 km; utazó sebesség: cca 55 km/h.

Az UAV-tervezők eredeti célja az volt, hogy megfigyelési-, és távközlési feladatok megoldására olyan eszközt fejlesszenek ki, amely képes nagy repülési magasságon, hosszú repülési időt teljesíteni.

A Zephyr 6 UAV-t már 2008-ban, az Egyesült Államokban is bemutatták, amely 19 km-es repülési magasságon 82 órányi repülést teljesített. A Zephyr 7 UAV 2010. július 9.-én megkezdett repülését 2010. július 23.-án fejezte be, ezzel 336 óra, 22 perc, 8 mp repülési idővel máig tartja a FAI (Fédération Aéronautique Internationale) által is igazolt repülési rekordot. Az UAV program 2013 óta az Airbus HAPS program részét képezi.

A 9.3. ábrán jól látható, hogy az UAV függőleges, és vízszintes vezérsíkját egy hosszú, karcsú tartó végén helyezték el, és a szárny is vékony, karcsú szerkezet. Elmondható tehát, hogy a könnyű anyagok, és a nemhagyományos sárkányszerkezeti elrendezés, valamint a nagy repülési magasság arra enged következtetni, hogy az UAV kifejezetten hajlamos elasztikus lengésekre.

Repülőgépek rugalmas deformációjával a [9.1]–[9.6] irodalmak foglalkoznak kimerítően. E téma iránt érdeklődők számos, e könyvben nem részle-

tezett problémára kaphatnak választ a fejezet elkészítésekor hivatkozott szakirodalmi forrásokban [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.7, 9.19]. Az UAVk elasztikus lengéseivel eleddig kevés szakirodalom foglalkozott a megfelelő matematikai módszereket is felhasználva, ezért e fejezet a maga nemében hiánypótló.

9.2 A SZÁRNY HAJLÍTÓ MOZGÁSA

Korábbi ismeretes, hogy a szárnyak felhajtóereje az alábbi összefüggés alapján számítható [9.5, 9.6, 9.9]:

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S \frac{\partial C_L}{\partial \alpha} \alpha = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L_\alpha} \alpha, \quad (9.1)$$

ahol ρ a levegő sűrűsége a h repülési magasságon, α állásszög, S szárnyfelület, C_{L_α} derivatív együttható, és végül, V a levegőáramlás sebessége.

A (9.1) egyenletben a dinamikus nyomás értéke a következő lesz:

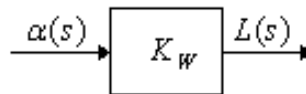
$$\bar{q} = \frac{1}{2} \rho V^2. \quad (9.2)$$

A (9.1) egyenlet a következő alakban is felírható:

$$L = \bar{q} S C_{L_\alpha} \alpha = K_W \alpha, \quad (9.3)$$

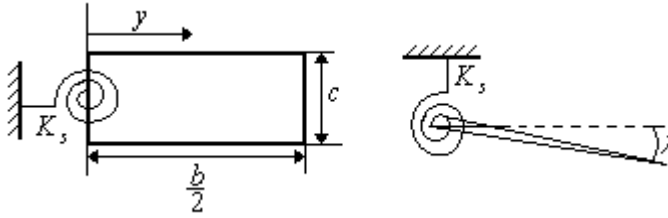
ahol $K_W = \bar{q} S C_{L_\alpha}$.

A merev testnek tekintett UAV szárnyain keletkező felhajtóerő (9.3) egyenletét a 9.4. ábra reprezentálja.



9.4. ábra. A merev szárny lineáris matematikai modellje.

Ha a merev testnek tekintett UAV nem nyílazott, téglalap alakú szárnya c húrral és $b/2$ fesztávolsággal rendelkezik (9.5. ábra), és a szárnytőben rögzített, akkor a szárny egy szabadságfokú, hajlító mozgást végez a bekötési csomópont (csukló) körül. A 9.5. ábrán K_s a rugómerevség, λ a szárny elhajlásának szöge. A λ elhajlási szög pozitív előjelű, ha a szárny a merev állapottól lefelé hajlik el (9.5. ábra).



9.5. ábra. Csuklós bekötésű merev szárny helyettesítő képe.

A K_s rugómerevség a szárnyak alapharmonikussal történő elhajlításakor a hajlító szilárságát adja meg [9.9].

Elasztikus mozgása során a szárny tehetetlenségi nyomatékkal is bír, amelyet a következő egyenlettel határozhatunk meg:

$$I = \int y^2 dm, \quad (9.4)$$

dm a szárny elemi tömegét jelöli, míg y futó-koordináta a $b/2$ fesztávolság mentén.

A 9.4. ábra alapján a szárny elhajlására a következő mozgásegyenlet írható fel:

$$I\ddot{\lambda} + K_s\lambda = 0. \quad (9.5)$$

Megemlítjük, hogy a (9.5) egyenlet felírása során feltételeztük az UAV nyugodt levegőben repül, valamint a szárnyak saját csillapítással nem rendelkeznek. A (9.5) egyenlet egyszerű matematikai átalakítások után a következő alakban adható meg:

$$\ddot{\lambda} + \omega^2\lambda = 0, \quad (9.6)$$

ahol

$$\omega = \sqrt{\frac{K_s}{I}} \quad (9.7)$$

a szárny hajlító mozgásának természetes körfrekvenciája.

Ha a vizsgált téglalap alakú szárny V relatív sebességű levegőáramlásban van, akkor a fesztáv mentén y távolságra lévő elemi szárnyrész a szárny fel-, vagy lehajlásakor $y\dot{\lambda}$ sebességgel mozog, minek következtében az adott

elemi szárnymetszet támadásszöge $\frac{y\dot{\lambda}}{V}$ szöggel változik és a keletkező fel-

hajtóerő $\frac{1}{2}\rho V^2 C_{L_\alpha} \left(\frac{y\dot{\lambda}}{V} \right) \bar{c}$ értékkel módosul, nő, vagy csökken.

Ennek megfelelően a szárny hajlító mozgásának egyenlete az alábbi kifejezéssel adható meg [9.1, 9.2, 9.4]:

$$I\ddot{\lambda} + K_s \lambda = -\frac{1}{2} \rho V^2 \int_0^{\frac{b}{2}} \bar{c} C_{L_\alpha} \left(\frac{y}{V} \dot{\lambda} \right) y dy = -\bar{q} \frac{\bar{c} C_{L_\alpha}}{V} \dot{\lambda} \int_0^{\frac{b}{2}} y^2 dy = -\bar{q} \frac{\bar{c} C_{L_\alpha}}{V} \dot{\lambda} \frac{b^3}{24}. \quad (9.8)$$

Vezessük be a következő jelölést:

$$S = b \frac{\bar{c}}{2}. \quad (9.9)$$

A (9.8) egyenlet ily módon a következő egyenlettel helyettesíthető:

$$I\ddot{\lambda} + K_s \lambda = -\frac{K_w b^2}{12V} \dot{\lambda}, \quad (9.10)$$

vagy más alakban

$$\ddot{\lambda} + \frac{K_w b^2}{12VI} \dot{\lambda} + \frac{K_s}{I} \lambda = 0, \quad (9.11)$$

$$\ddot{\lambda} + 2\xi\omega\dot{\lambda} + \omega^2\lambda = 0, \quad (9.12)$$

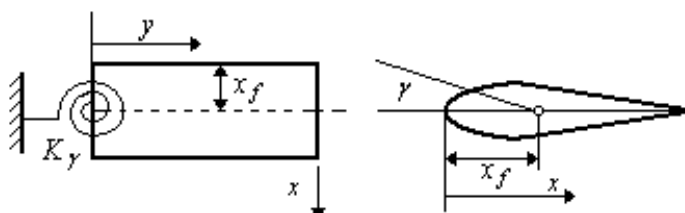
ahol

$$\xi = K_w b^2 / 24V \sqrt{\frac{K_s}{I}} - \text{csillapítási tényező}. \quad (9.13)$$

Összefoglalva az eddig elhangzottakat: a szárny lehajló mozgásának dinamikáját a (9.12) lineáris, másodrendű, homogén differenciál-egyenlet írja le. A téma iránt érdeklődők figyelmébe a [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.19] irodalmak ajánlhatók.

9.3 A SZÁRNY CSAVARÓ MOZGÁSA

További vizsgálataink során feltételezzük, hogy a 9.6. ábrán látható szárny a bekötés helyén a tengely körül – a terhelések hatására – csavaró mozgást végez. A szárny csavaró mozgását vizsgáljuk meg a 9.6. ábrán.



9.6. ábra. Csuklóval rögzített merev szárny és szárnymetszet csavaró deformációja.

Feltételezzük továbbá, hogy az UAV nyugodt levegőben repül, valamint a szárnyak saját csillapítással nem rendelkeznek, így a csavaró mozgás egyenlete a következő kifejezéssel adható meg [9.9, 9.19]:

$$I_\gamma \ddot{\gamma} + K_\gamma \gamma = 0, \quad (9.14)$$

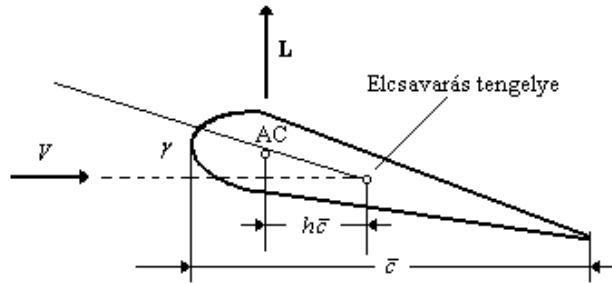
ahol:

$$I_\gamma = \int (x - x_f)^2 dm. \quad (9.15)$$

A szárny csillapítatlan csavaró mozgásának természetes körfrekvenciája az alábbi kifejezés szerint határozható meg:

$$\omega_\gamma^2 = K_\gamma (I_\gamma)^{-1}. \quad (9.16)$$

Ha az UAV a levegőhöz mért V relatív sebességgel repül a levegőáramban, akkor az aerodinamikai centumban (AC) L felhajtóerő ébred (9.7. ábra). Az aerodinamikai centrum az elcsavarás tengelye előtt $h\bar{c}$ távolságra helyezkedik el.



9.7. ábra. Az aerodinamikai centrum értelmezése.

Ha a szárnyprofil szimmetrikus, akkor az aerodinamikai centrum (AC) körül a statikus nyomaték zérus értékű. A 9.4., 9.5., és a 9.6. ábrák alapján a félszárny elcsavarására az alábbi mozgásegyenlet írható fel:

$$\begin{aligned} I_\gamma \ddot{\gamma} + K_\gamma \gamma &= \int_0^{b/2} \frac{1}{2} \rho V^2 \bar{c} C_{L_\alpha} \gamma h \bar{c} dy = \bar{q} C_{L_\alpha} h \bar{c}^2 \gamma \int_0^{b/2} dy = \\ &= \bar{q} C_{L_\alpha} S \gamma h \bar{c} = h \bar{c} K_w \gamma = 0 \end{aligned} \quad (9.17)$$

A (9.17) rendezése után az alábbi mozgásegyenletet kapjuk [9.9]:

$$I_\gamma \ddot{\gamma} + (K_\gamma - h \bar{c} K_w) \gamma = 0. \quad (9.17-a)$$

A (9.17-a) egyenlet nem veszi figyelembe a szárnyak saját csillapítását. Megemlítjük, hogy az aerodinamikai terhelések hozzájárulnak a szárnyak merevségéhez. A (9.17-a) egyenlet alapján könnyen belátható, hogy a szárny

elcsavarása harmonikus, lengő folyamat, ahol a rezgések körfrekvenciája a következő összefüggés alapján számítható:

$$\omega^2 = \frac{K_\gamma - h \bar{c} K_w}{I_\gamma} . \quad (9.18)$$

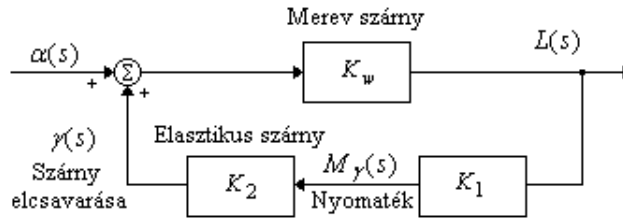
Ha $h > 0$, akkor a rezgések ω körfrekvenciája a \bar{q} dinamikus (torló) nyomás növekedésével csökken. A szárny elcsavarása akkor válik instabillá, ha teljesül az alábbi egyenlőtlenségi feltétel:

$$h \bar{c} K_w > K_\gamma . \quad (9.19)$$

A $h \bar{c} K_w = K_\gamma$ feltételhez tartozó repülési sebességet a szárny *divergencia sebességének* szokás nevezni, melynek értéke:

$$V_D = \sqrt{2K_\gamma / qsC_{L_\alpha} h \bar{c}} . \quad (9.20)$$

A gyakorlatban az instabil aerodinamikai jelenségek jelen vannak, e folyamatok kis értékű aerodinamikai csillapítást is létesítenek. A kialakuló instabil folyamatok keletkezését tekintsük át a 9.8. ábrán.



9.8. ábra. Az elcsavaródó szárny hatásvázlata.

A szárny elcsavaródását okozó M_γ nyomaték arányos az $L(s)$ felhajtóerővel, és γ értékű elcsavaródási szöveget hoz létre. A 9.8. ábra alapján – tekintettel a pozitív előjelű visszacsatolásra – az alábbi átviteli függvény írható fel [9.19]:

$$\frac{L(s)}{\alpha(s)} = \frac{K_w}{1 - K_1 K_2 K_w} = \frac{\bar{q} S C_{L_\alpha}}{1 - K_1 K_2 \bar{q} S C_{L_\alpha}} . \quad (9.21)$$

A rendszer akkor válik instabillá, vagyis az $L(s)$ felhajtóerő korlátos $\alpha(s)$ bemeneti jel esetén is korlátlanul növekszik, más szóval, ha a (9.21) átviteli függvény nevezője zérusértékű, vagyis

$$\bar{q} = \frac{1}{K_1 K_2 S C_{L_\alpha}}. \quad (9.22)$$

Az instabil tranzienis folyamatok feltétele a divergencia sebességgel is kifejezhető, tehát:

$$V_D = \sqrt{\frac{2}{K_1 K_2 q S C_{L_\alpha}}}. \quad (9.23)$$

A szárny divergencia sebességének (9.20) és (9.23) egyenletei akkor egyenlők, ha

$$K_1 = \bar{c} h, \quad (9.24)$$

és

$$K_2 = K_\gamma^{-1}. \quad (9.25)$$

9.4 A SZÁRNY ÖSSZETETT (KAPCSOLT) MOZGÁSA

Feltételezzük, hogy az UAV téglalap alakú szárnya nem nyilazott, és a rugalmas mozgása kétszabadságfokú: a szárny hajlító és csavaró mozgás végez. Nyugodt légkörben végrehajtott repülés esetén a hajlító és a csavaró mozgás egyenletei az alábbiak lesznek:

$$I\ddot{\lambda} + I_{\lambda_\gamma} \ddot{\gamma} + K_s \lambda = 0, \quad (9.26)$$

$$I_\gamma \ddot{\gamma} + I_{\lambda_\gamma} \ddot{\lambda} + K_\gamma \gamma = 0. \quad (9.27)$$

A (9.26) és a (9.27) egyenletekben az I_{λ_γ} kereszt tehetetlenségi nyomaték az alábbi egyenlet alapján határozható meg:

$$I_{\lambda_\gamma} = \int_{szárny} (x - x_f) y \delta m = m(x_{sz.tk.} - x_f) y_{sz.tk.}, \quad (9.28)$$

ahol $x_{sz.tk.}$ és $y_{sz.tk.}$ a szárny tömegközéppontjának koordinátái. A kapcsolt mozgás természetes körfrekvenciáit az alábbi egyenlet alapján számíthatjuk ki:

$$(-I\omega^2 + K_s)(-I_\gamma\omega^2 + K_\gamma) - I_{\lambda_\gamma}^2 \omega^4 = 0. \quad (9.29)$$

A (9.29) egyenlet megoldásaként kapott frekvenciák közül az egyik kicsivel nagyobb, mint a csavaró mozgás körfrekvenciája, a második körfrekvencia kicsivel alatta marad a szárny hajlító mozgása körfrekvenciájának. A

megoldásként kapott másik két körfrekvencia a csavarással kiegészülő hajlítót, valamint a hajlítással kiegészülő csavaró mozgást jellemzi.

Ha az UAV szárnya V relatív sebességű levegőáramban helyezkedik el, akkor a (9.26) és a (9.27) mozgásegyenletek az alábbi formában írhatók fel:

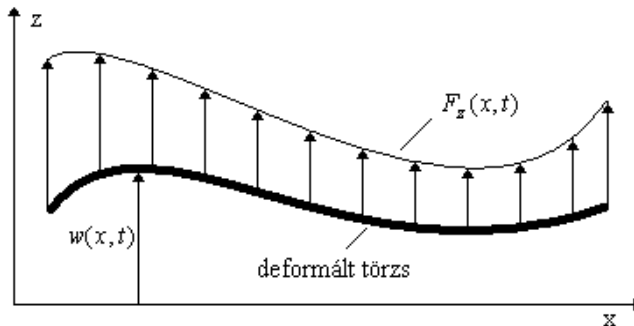
$$I\ddot{\lambda} + I_{\lambda\gamma}\ddot{\gamma} + K_s\lambda = -\bar{q}\frac{bS}{2}C_{L\alpha}\left(\frac{b}{6V}\dot{\lambda} + \frac{\gamma}{2}\right) = -K_w\frac{b}{4}\left(\frac{b}{3V}\dot{\lambda} + \gamma\right), \quad (9.30)$$

$$I_\gamma\ddot{\gamma} + I_{\lambda\gamma}\ddot{\lambda} + K_\gamma\gamma = -K_w\bar{c}\left\{h\left(\frac{b}{4V}\dot{\lambda} + \gamma\right) + \frac{\bar{c}M_\gamma\dot{\gamma}}{VC_{L\alpha}}\right\}. \quad (9.31)$$

A (9.31) egyenletben a $\bar{c}M_\gamma\dot{\gamma}$ csillapító tag instabil aerodinamikai jelenségek következménye. Jelen esetben úgy a szárny hajlítót, mint a csavaró mozgása csillapított, de adott feltételek mellett előfordulhat, hogy valamely mozgás csillapítatlanná válik. E jelenség az ún. kritikus, V_F flutter sebesség esetén fordul elő, a természetes körfrekvencia pedig ω_F lesz. A kritikus flutter feltételek mellett az egyes szeparált mozgások csillapítási tényezői zérusértékűek: a hajlítót és a csavaró mozgások sajátfrekvenciái pedig meg-egyeznek egymással [9.6, 9.19].

9.5 AZ UAV TÖRZSÉNEK DEFORMÁCIÓJA DINAMIKUS KÜLSŐ TERHELÉS HATÁSÁRA

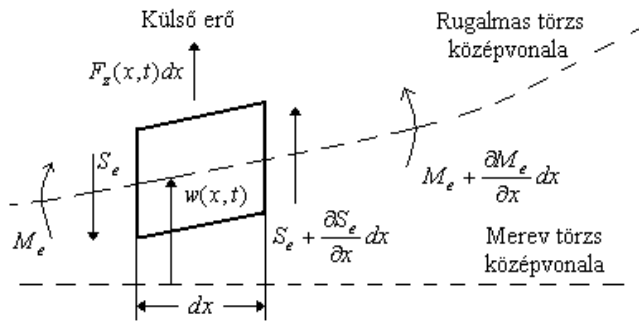
Az UAV törzs deformációjának vizsgálata során feltételezzük, hogy a törzs ún. egyszabadságfokú, más néven egydimenziós mechanikai lengő matematikai modellel rendelkezik. Az UAV aeroelasztikus mozgásának vizsgálata során annak törzsét karcsú, vékony *rúdnak* (tartó) tekintjük. Az UAV törzsének egyszerű helyettesítő képe a 9.9. ábrán látható [9.19].



9.9. ábra. Az UAV törzs hosszirányú deformációja dinamikus külső terhelés hatására

A rúd olyan mechanikai szerkezeti elem, amelynek keresztmetszete lényegesen kisebb annak hosszánál, a hajlítással és a csavarással szemben pedig ellenállást fejt ki [9.4, 9.19]. A továbbiakban feltételezzük, hogy a rúd – a merev, deformáció nélküli helyzetéhez képest – csak hajlító mozgást végez: a rúd csavaró-, illetve nyíró terhelések miatt bekövetkező alakváltozását nem vizsgáljuk. A 9.9. ábrán $F_z(x, t)$ az UAV törzsére ható függőleges irányú dinamikus terhelést, míg a rúd (törzs) egyes kisméretű szegmenseinek függőleges tengely mentén mért egyenes vonalú elmozdulását $w(x, t)$ jelöli.

A továbbiakban vizsgáljuk meg a rúd egy kis szegmensének külső erő hatása alatt kialakuló terhelési viszonyait (9.10. ábra).



9.10. ábra. A törzs szegmensére ható erők és nyomatékok.

Általános esetben, a rúd kisméretű szegmensének a merev törzs középvonalától mért $w(x, t)$ lineáris kitérése az alábbi egyenlet alapján határozható meg [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.7, 9.8]:

$$w(x, t) = \alpha_{ae}(x, t) + \beta_{ae}(x, t), \quad (9.32)$$

ahol $\alpha_{ae}(x, t)$ a merev törzs elhajlásának szögkitérése, míg $\beta_{ae}(x, t)$ pedig a törzs elcsavarásának szögkitérése. A (9.32) egyenletben alkalmazott ae alsó index az *aeroelasztikus* kifejezést jelöli, így különböztetvén meg az aeroelasztikus mozgás szögeit az állás-, és a csúszásszög korábbról ismert α és β jelöléseitől.

Elhanyagolhatóan kis értékű dx esetén a törzsszegmens egyensúlyi helyzetére a következő összefüggések írhatók fel [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6]:

$$m(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} (w(x, t)) = F_z(x, t) + \frac{\partial S_e}{\partial x}, \quad (9.33)$$

$$\mu(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\alpha(x, t)) \right] = S_e + \frac{\partial M_e}{\partial x}. \quad (9.34)$$

A továbbiakban feltételezzük, hogy az UAV aeroelasztikus mozgása során a tömegközéppontja a rugalmas törzs középvonalán helyezkedik el. A (9.33)–(9.34) egyenletekben: $m(x)$ egységnyi törzshosszra eső tömeg, $\mu(x)dx$ a törzsszegmens tömege által az y tengely körül létesített tehetetlenségi nyomatéka, S_e az elasztikus nyíró nyomaték, M_e az elasztikus hajlító nyomaték, végül $F_z(x, t)$ a külső terhelőerő. A jelölések egyszerűsítése végett az idő szerinti parciális differenciálást felső pontokkal jelöljük.

A nyírás-, és a hajlítás nyomatékegyenletei az alábbi kifejezésekkel adhatók meg [9.19]:

$$S_e = GK \frac{\partial \beta_{ae}}{\partial x}, \quad (9.35)$$

$$M_e = EI \frac{\partial^2 \alpha_{ae}}{\partial x^2}, \quad (9.36)$$

ahol GK a nyíró merevség, I a keresztmetszet x tengelyre vett tehetetlenségi nyomatéka, E a rugalmassági modulus, EI a hajlító merevség [9.1, 9.2].

A (9.33)–(9.34) mozgásegyenletek – a (9.35)–(9.36) egyenletek figyelembevételével – az alábbi alakban is felírhatók [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 \alpha_{ae}}{\partial x^2} \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu(x) \frac{\partial \ddot{\alpha}_{ae}}{\partial x} \right] + m(x) \ddot{w}(x, t) = F_z(x, t), \quad (9.37)$$

$$GK \frac{\partial \beta_{ae}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[EI \frac{\partial^2 \alpha_{ae}}{\partial x^2} \right] - \mu(x) \frac{\partial^2 \ddot{\alpha}_{ae}}{\partial x^2} = 0. \quad (9.38)$$

Mivel a rúd jellemzői változnak annak hossza mentén, ezért a (9.32), a (9.37), és a (9.38) egyenleteket – az $\alpha_{ae}(x, t)$, a $\beta_{ae}(x, t)$, a $\partial \alpha_{ae} / \partial x$ mennyiségek geometriai kezdeti feltételei, valamint a rúd végeire meghatározott S_e és M_e elasztikus feltételek mellett – egyidejűleg kell megoldani. A dinamikai feladatok megoldása során az α_{ae} , $\dot{\alpha}_{ae}$, β_{ae} , $\dot{\beta}_{ae}$ mennyiségekre vonatkozó kezdeti feltételeket $t = 0$ esetére értelmezzük.

A gyakorlatban számos UAV esetén a törzs *egyenmű* (homogén) rúdként is felfogható. Eme egyszerűsítő feltételt alkalmazva igazak az alábbi egyenletek:

$$EI = \text{áll.}, GK = \text{áll.}, m(x) = \text{áll.}, \mu(x) = \text{áll.} \quad (9.39)$$

A (9.35)–(9.38) egyenletekben az α_{ae} , β_{ae} , S_e , és az M_e mennyiségek kiküszöbölésével, valamint a (9.39) egyenlet figyelembevételével a rúdszeg-

mens függőleges mozgásegyenletére a következő kifejezést kapjuk [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.19]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \left[m(x) \frac{EI}{GK} + \mu(x) \right] \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + m(x) \ddot{w} + \frac{\mu(x)m(x)}{GK} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial t^2} = F_z(x, t). \quad (9.40)$$

Hasonlóképpen, az α_{ae} és a β_{ae} szögekre is meghatározhatjuk a mozgásegyenleteket. További vizsgálataink során vezessük be az alábbi dimenzió nélküli mennyiségeket [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6]:

$$\tilde{w} = \frac{w}{l}, \quad \tilde{y} = \frac{y}{l}, \quad \tilde{t} = \omega t, \quad (9.41)$$

ahol l a rúd hossza, míg ω a rúd lengési körfrekvenciája.

A (9.40) egyenlet jobb oldalán álló kifejezés – figyelembe véve a (9.41) dimenzió nélküli mennyiségeket – az alábbi alakban írható fel [9.19]:

$$\begin{aligned} & \frac{l^3}{EI} \left\{ EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - \left[m \frac{EI}{GK} + \mu \right] \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial x^2} + m \ddot{w} + \frac{\mu m}{GK} \frac{\partial^2 \ddot{w}}{\partial t^2} \right\} = \\ & = \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^4} + \frac{ml^4 \omega^2}{EI} \left\{ \frac{\partial^2 \tilde{w}}{\partial \tilde{t}^2} - \left[\frac{EI}{GKl^2} + \frac{\mu}{ml^2} \right] \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{x}^2 \partial \tilde{t}^2} + \frac{\mu \omega^2}{GK} \frac{\partial^4 \tilde{w}}{\partial \tilde{t}^4} \right\}. \end{aligned} \quad (9.42)$$

Karcsú, vékony rúd esetén igazak az alábbi egyenlőtlenségi feltételek:

$$\frac{EI}{l^2 GK} \ll 1, \quad (9.43)$$

$$\frac{\mu}{ml^2} \ll 1, \quad (9.44)$$

$$\frac{\mu \omega^2}{GK} \ll 1. \quad (9.45)$$

A (9.43)–(9.44) egyenlőtlenségi feltételek gyakorlatilag azt jelentik, hogy a rúd keresztmetszetének és a hosszának a hányadosa kis értékű, míg a (9.45) feltétel azt jelenti, hogy a szegmens ω körfrekvenciája a lengési spektrum alsó frekvenciatartományában vesz fel értéket.

Az aeroelasztikus deformáció további vizsgálata során az egyszerűség kedvéért a rúd nyíró terhelésétől, és mozgásától eltekintünk: nem mintha az nem lenne lényeges, de a matematikai műveleteinket lényeges mértékben nehezíti és bonyolítja.

A fent elhangzottaknak megfelelően, legyen tehát $\beta = 0$. Ebben az esetben a vékony rúd (9.40) mozgásegyenlete – a (9.43)–(9.45) egyenlőtlenségi

feltételek figyelembe vételével – az alábbi alakra egyszerűsödik [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.13, 9.15, 9.16, 9.19]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] + m(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = F_z(x,t). \quad (9.46)$$

A (9.46) egyenlet szétválasztható, parciális differenciál-egyenlet, ezért – az $F_z(x,t)=0$ feltétel esetén – a homogén egyenlet megoldására az alábbi próbafüggvényt alkalmazzuk [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$w(x,t) = W(x)T(t). \quad (9.47)$$

Visszahelyettesítve a (9.47) próbafüggvényt a (9.46) mozgásegyenletbe, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$-\frac{\ddot{T}}{T} = \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right]}{mW(x)}. \quad (9.48)$$

Mivel az x és a t független változók egymástól nem függenek, ezért a (9.48) egyenlet bal-, és jobb oldala is független a változóktól. A (9.48) egyenlet két oldala között az ω^2 szeparációs állandó teremt kapcsolatot: a (9.48) egyenletre a következő független, közönséges differenciál-egyenletet kapjuk [9.19]:

$$\ddot{T} + \omega^2 T = 0, \quad (9.49)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right] - m\omega^2 W(x) = 0, \quad (9.50)$$

Rendezzük a (9.49) egyenletet, és vessük össze a kapott eredményt a (9.48) egyenlettel: így tehát az ω^2 szeparációs állandó a következő lesz:

$$\omega^2 = \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right]}{mW(x)}, \quad (9.51)$$

ahol ω az aeroelasztikus mozgás körfrekvenciája.

Vizsgáljuk meg a (9.46) egyenletből az $F_z(x,t)=0$ feltétel esetén képzett homogén differenciál-egyenlet explicit megoldását. Vizsgálataink során feltételezzük, hogy a vizsgált rúd homogén anyagú. A rúd mozgásegyenlete most a következő lesz:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} \right] + m(x) \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = 0. \quad (9.52)$$

A (9.52) egyenletet osszuk végig az $m(x)$ kifejezéssel. A következő egyenletet kapjuk:

$$a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] + \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (9.53)$$

ahol:

$$a^2 = \frac{EI}{m(x)}. \quad (9.54)$$

A (9.48) egyenlet – a (9.54) egyenlet figyelembevételével – a következő alakban írható fel:

$$-\frac{\ddot{T}}{T} = a^2 \frac{\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right]}{W(x)}. \quad (9.55)$$

A (9.49)–(9.50) egyenletek most a következő alakban írhatóak fel:

$$\ddot{T} + \omega^2 T = 0, \quad (9.56)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[\frac{\partial^2 W(x)}{\partial x^2} \right] - \frac{\omega^2}{a^2} W(x) = 0. \quad (9.57)$$

A (9.56) és a (9.57) egyenletek megoldásait az alábbi próbafüggvények alakjában keressük [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.16]:

$$T = A \sin \omega t + B \cos \omega t, \quad (9.58)$$

$$W = C \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + D \cosh \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + E \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + F \cos \sqrt{\frac{\omega}{a}} x. \quad (9.59)$$

A (9.52) homogén differenciál-egyenlet megoldása a következő lesz:

$$w(x, t) = W(x)T(t) = [A \sin \omega t + B \cos \omega t] \times \\ \times \left[C \sinh \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + D \cosh \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + E \sin \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + F \cos \sqrt{\frac{\omega}{a}} x \right]. \quad (9.60)$$

A (9.60) egyenlet A , B , C , D , E , és az F együtthatóit, illetve az ω körfrekvenciát a kezdeti feltételekből, illetve a szélső feltételekből kell meghatározni.

A (9.51) kifejezést helyettesítsük be a (9.46) mozgásegyenletbe. A behelyettesítés eredményeképpen a következő egyenletet kapjuk:

$$mW(x)\ddot{T}(t) + mW(x)\omega^2 T(t) = F_z(x, t). \quad (9.61)$$

A (9.61) egyenletnek végtelen sok megoldás felel meg, amelyeket az aeroelasztikus lengés alap-, illetve felharmonikusainak nevezünk.

Ily módon a (9.61) egyenletet a következő általános alakban írhatjuk fel:

$$m W_i(x) \ddot{T}_i(t) + m W_i(x) \omega_i^2 T_i(t) = F_z(x, t), \quad (9.62)$$

ahol $W_i(x)$ az i -edik módusz alakfüggvénye, $T_i(t)$ megfelelően megválasztott időfüggvény.

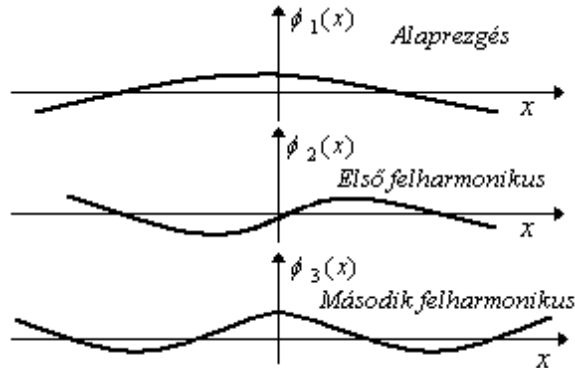
A szabad végű rúd erőhatásmentes mozgásának vizsgálata után határozzuk meg a homogén anyagú vékony rúd külső erők hatására létrejövő kényszermozgását. A karcsú rúd differenciál-egyenlete korábbról ismert, vagyis

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right] + m(x) \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = F_z(x, t). \quad (9.63)$$

A Rayleigh–Ritz módszer alapján a rúd tetszőleges szegmensének $w(x, t)$ függőleges elmozdulása – a szuperpozíció elvének megfelelően – végtelen sok lengésgörbe összegeként határozható meg, és a következő egyenlet alapján számítható ki [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \xi_i(t), \quad (9.64)$$

ahol $\phi_i(x)$ az i -edik lengésgörbe alakfüggvénye, $\xi_i(t)$ megfelelően megválasztott időfüggvény, más szóval, általános koordináta. A szabad végű tartó lengésképei a 9.11. ábrán láthatók.



9.11. ábra A szabad végű tartó lengésképei.

Helyettesítsük a (9.64) próbafüggvényt a (9.63) egyenletbe. A rúd mozgásegyenlete most a következő lesz:

$$m(x) \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i(x) \ddot{\xi}_i(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right] \xi_i(t) = F_z(x, t). \quad (9.65)$$

A (9.65) egyenletet szorozzuk meg a $\phi_j(x)$ kifejezéssel. Az így kapott egyenletet integráljuk a rúd l hossza mentén. Az egyenlet rendezése után kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{\infty} \ddot{\xi}_i(t) \int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) m dx + \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(t) \int_0^l \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 \phi_i(x)}{\partial x^2} \right] \phi_j(x) dx = \int_0^l F_z(x, t) \phi_j(x) dx \end{aligned}, \quad (9.66)$$

vagy más alakban:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{\infty} \ddot{\xi}_i(t) \int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) m dx + \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(t) \omega_i^2 \int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) m dx = \\ & = \int_0^l F_z(x, t) \phi_j(x) dx \end{aligned}. \quad (9.67)$$

Felhasználva az elasztikus lengések ortogonalitási feltételét, valamint az

$$\int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) m dx = M_i \delta_{ij} \quad (9.68)$$

egyenletet, a (9.67) mozgásegyenlet a következő alakban írható fel:

$$M_i \ddot{\xi}_i + M_i \omega_i^2 \xi_i = \Xi_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \infty, \quad (9.69)$$

ahol:

$$M_i = \int_0^l \phi_i^2(x) m dx - \text{az } i\text{-edik módusz általános tömege}, \quad (9.70)$$

$$\Xi_i = \int_0^l F_z(x, t) \phi_i(x) dx - \text{az } i\text{-edik módusz általános ereje}. \quad (9.71)$$

A (9.69) egyenlet a szabadvégű, vékony rúd (szál) egy szegmense $F_z(x, t)$ függőleges külső terhelés hatására létrejövő csillapítatlan lengéseit írja le. Ha az $F_z(x, t)$ külső erő független a vékony rúd mozgásától, akkor – szeparációs elv alapján – az egyes lengésgörbék egymástól függetlenek, tehát az elasztikus mozgás egyenletei szétválaszthatóan megoldhatók.

A (9.69) egyenlet megoldásaként kapott $\xi_j(t)$ függvényeket most helyettesítsük be a (9.64) egyenletbe: így módon megkapjuk a rúd egyes szegmensei lineáris eltérését a merev UAVt szimbolizáló egyenes, karsú rúd középvonalától [9.1, 9.2, 9.3, 9.4].

A fent bemutatott elmélet alkalmazásaként vizsgáljuk meg először azt az esetet, ha a külső erő harmonikusan változik, vagyis

$$F_z(x, t) = F_z(x) \sin \Omega t. \quad (9.72)$$

Feltételezzük, hogy a harmonikus bemeneti jelre a vékony rúd harmonikus alakfüggvénnyel válaszol, vagyis a (9.64) egyenletben az alakfüggvény a következő lesz

$$\phi_i(x) = \sin(i\pi \frac{y}{l}). \quad (9.73)$$

Az általános tömeg, és az általános erő – a (9.72) külső erő esetén – a következő egyenlettel adható meg:

$$M_i = m \int_0^l \sin^2 \frac{j\pi}{l} x dx = \frac{ml}{2}, \quad (9.74)$$

$$\Xi_i = \sin \Omega t \int_0^l F_z(x) \sin \frac{j\pi}{l} x dx. \quad (9.75)$$

Helyettesítsük be a (9.74), és a (9.75) egyenleteket a (9.69) általános mozgásegyenletbe, és rendezzük a kapott egyenletet. A behelyettesítés és rendezés eredményeképpen karsú rúd (UAV törzs) aeroelasztikus mozgásának alábbi kifejezését kapjuk [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$\ddot{\xi}_i + \omega_i^2 \xi_i = \left(\frac{2}{ml} \int_0^l F_z(x) \sin \frac{i\pi x}{l} dx \right) \sin \Omega t, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \infty. \quad (9.76)$$

Feltételezzük, hogy a kezdeti feltételek zérus értékűek, tehát igazak a következő egyenlőségi feltételek:

$$w(x, 0) = 0, \quad (9.77)$$

$$\xi_i(0) = 0. \quad (9.78)$$

E feltételeket a (9.64) egyenlet segítségével ellenőrizhetjük. A (9.64) egyenlet $t=0$ esetén az alábbi alakra hozható:

$$w(x, 0) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \xi_i(0) = 0. \quad (9.79)$$

A $\xi_i(0)=0$ feltételt megkapjuk, ha a (9.79) egyenletet megszorozzuk a $m\phi_j(x)$ kifejezéssel, majd a kapott egyenletet integráljuk a 0 és l tartományon, vagyis

$$\sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(0) \int_0^l \phi_i(x) \phi_j(x) m(x) dx = 0. \quad (9.80)$$

Az ortogonalitási feltétel figyelembevételével a (9.80) egyenlet a következő alakra redukálódik:

$$\xi_i(0) = 0. \quad (9.81)$$

Hasonló megfontolások alapján, az $\dot{w}(x,0)=0$ feltétel teljesülése esetén teljesül az alábbi egyenlet:

$$\dot{\xi}_i(0) = 0. \quad (9.82)$$

A (9.81) és a (9.82) kezdeti feltételek teljesülése mellett oldjuk meg a (9.76) egyenletet. Az aeroelasztikus mozgás egyenletének megoldásaként kapjuk, hogy:

$$\xi_i(t) = \frac{2}{ml} \left(\int_0^l F_z(x) \sin \frac{i\pi x}{l} dx \right) \frac{\sin \Omega t - (\Omega / \omega_i) \sin \omega_i t}{\omega_i^2 (1 - \Omega^2 / \omega_i^2)}. \quad (9.83)$$

A vékony rúd kis szegmense elasztikus mozgásának válaszfüggvényét a (9.73) és a (9.83) egyenletek (9.64) egyenletbe történő behelyettesítéssel kaphatjuk meg. A rúd szegmensének kitérése a merev állapotból a következő kifejezéssel írható le [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$\begin{aligned} w(x,t) &= \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \xi_i(t) = \\ &= \frac{2}{ml} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi x}{l} \left(\int_0^l F_z(x) \sin \frac{i\pi x}{l} dx \right) \frac{\sin \Omega t - (\Omega / \omega_i) \sin \omega_i t}{\omega_i^2 (1 - \Omega^2 / \omega_i^2)}. \end{aligned} \quad (9.84)$$

Másodszor, legyen a külső terhelés a rúdra merőlegesen ható egyenletes erőterhelés egyenlete a következő

$$F_z(x) = f = \text{áll.} \quad (9.85)$$

A rúd szegmensének elhajlását – a (9.84) egyenlet alapján a (9.85) egyenlet figyelembevételével – az alábbi képlet írja le:

$$w(x,t) = \frac{4f}{m\pi} \sum_{i=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin \frac{i\pi x}{l}}{i} \frac{\sin \Omega t - (\Omega / \omega_i) \sin \omega_i t}{\omega_i^2 (1 - \Omega^2 / \omega_i^2)}. \quad (9.86)$$

Végül, vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a merev UAV törzsére az $x = x_o$ koordinátájú helyen $F(t)$ intenzitású koncentrált terhelés hat. Ebben az esetben terhelőerő a következő egyenlettel adható meg [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$F_z(x) = F(t)\delta(x - x_o), \quad (9.87)$$

ahol $\delta(x - x_o)$ az $x = x_o$ koordinátájú helyre eltolts Dirac-függvény.

A rúd-szegmens elhajló mozgása egyenletének meghatározása előtt, a Dirac-függvény tulajdonságainak figyelembevételével, határozzuk meg a következő integrál értékét:

$$\int_0^l F(t)\delta(x - x_o) \sin \frac{i\pi x}{l} dx = F(t) \sin \frac{i\pi x_o}{l}. \quad (9.88)$$

Helyettesítsük be a (9.87) egyenletet a (9.84) egyenletbe, valamint vegyük figyelembe a (9.88) egyenletet is. Ily módon a rúd elhajló mozgásának egyenlete a következő lesz [9.19]:

$$w(x, t) = \frac{2F(t)}{ml} \sum_{i=1}^{\infty} \sin \frac{i\pi x}{l} \sin \frac{i\pi x_o}{l} \frac{\sin \Omega t - (\Omega / \omega_i) \sin \omega_i t}{\omega_i^2 (1 - \Omega^2 / \omega_i^2)}. \quad (9.89)$$

A (9.86) és a (9.89) mozgásegyenletek a rezonáns rezgések kialakulásának feltételeit adják meg, mivel az

$$\Omega \rightarrow \omega_i \quad (9.90)$$

feltétel teljesülése esetén a szegmens eredeti állapotból mért $w(x, t)$ kitérése egyre nagyobb értékű lesz, majd az

$$\Omega = \omega_i \quad (9.91)$$

egyenlőségi feltétel teljesülése esetén igaz, hogy

$$w(x, t) \rightarrow \infty. \quad (9.92)$$

Eddigi vizsgálataink során feltételeztük, hogy a szabadvégű vékony rúd (tartó) $F_z(x, t)$ külső erő hatására kialakuló lengései csillapíthatatlanok. A csillapíthatatlan lengések (9.69) mozgásegyenlete csillapítással rendelkező rúd esete az alábbi alakban írható fel [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$\ddot{\xi}_i + 2\xi_i^* \omega_i \dot{\xi}_i + \omega_i^2 \xi_i = \frac{\Xi_i}{M_i}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \infty, \quad (9.93)$$

ahol ξ_i^* az i -edik lengésgörbe csillapítási tényezője. Általában igaz, hogy a csillapítási tényező kis értékű. A [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19] irodalmak szerint általában igaz, hogy

$$\xi_i^* \cong (0,02 - 0,05). \quad (9.94)$$

A szabadvégű, vékony rúd egy tetszőleges szegmensének (9.64) mozgásegyenlete – a (9.69)-(9.71) egyenletek figyelembevételével – adott $F_z(x, t)$ terhelés esetén is kiszámítható. Az aeroelasztikus mozgásegyenletek, valamint az elasztikus lengésképek meghatározásakor nagy segítséget nyújtanak a [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19] irodalmak.

A [9.5, 9.19] irodalmak szerint, ha az elasztikus mozgást a magassági kormány kitérésékor a felületen ébredő légerő változás hozza létre, akkor a (9.82) egyenletet a következő alakban írhatjuk fel:

$$F_z(x, t) = K \delta_E(t) \delta(x - x_E), \quad (9.95)$$

ahol K arányossági tényező, $\delta_E(t)$ a magassági kormány kitérésének időfüggvénye, és végül, $x = x_E$ a magasság kormány koordinátája.

Az UAV törzsre az $x = x_E$ koordinátájú pontban ható koncentrált terhelés esetén a (9.71) általános erő a következő összefüggés alapján számítható:

$$\Xi_i = \int_0^l F_z(x, t) \phi_i(x) dx = \int_0^l K \delta_E(t) \delta(x - x_E) \phi_i(x) dx = K \phi_i(x_E) \delta_E(t) \quad (9.96)$$

Az UAV-ra ható koncentrált terhelés esetén a (9.93) mozgásegyenlet – a (9.96) egyenlet figyelembevételével – az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\ddot{\xi}_i + 2\xi_i^* \omega_i \dot{\xi}_i + \omega_i^2 \xi_i = K_i \phi_i(x_E) \delta_E(t), \quad i = 1, 2, 3, \dots, \infty, \quad (9.97)$$

ahol $K_i = K / M_i$ arányossági tényező.

A szögsebesség érzékelő $x = x_{SZ.E.}$ koordinátájú beépítési helyén az UAV törzsének deformálatlan-, és a deformált középvonalai által bezárt szögre a következő összefüggés írható fel:

$$tg \nu_{SZ.E.} = \left. \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right|_{x=x_{SZ.E.}} = \sum_{i=1}^{\infty} \xi_i(t) \left. \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x_i} \right|_{x=x_{SZ.E.}}, \quad (9.98)$$

Mindezek alapján megállapítható, hogy a szögsebesség érzékelő a merev UAV középvonalának elmozdulása mellett az aeroelasztikus mozgásból eredő deformált középvonal helyzetváltozását is érzékeli, amelynek szögsebessége az alábbi kifejezéssel írható le [9.5, 9.19]:

$$\dot{\nu}_{SZ.E.} \cong \left. \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \right) \right|_{x=x_{SZ.E.}} = \sum_{i=1}^{\infty} \dot{\xi}_i(t) \left. \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x_i} \right|_{x=x_{SZ.E.}}. \quad (9.99)$$

Ha a merev UAVn gyorsulásmérőt is alkalmaznak, akkor az a merev UAV gyorsulásai mellett az elasztikus mozgás gyorsulásait is érzékeli, és

méri. Az elasztikus mozgás által létesített gyorsulás – a gyorsulásmérő $x = x_{GY}$ koordinátájú beépítési helyén – az alábbi egyenlettel határozható meg [9.5, 9.6, 9.19]:

$$\left. \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} \right|_{x=x_{GY}} = \sum_{i=1}^{\infty} \ddot{\xi}_i(t) \phi_i(x_{GY}). \quad (9.100)$$

Összefoglalva az elhangzottakat: a UAV bólintási szögsebességét, a szuperpozíció elve szerint, a merev és az elasztikus UAV válaszfüggvényeinek összegeként határozhatjuk meg [9.5, 9.6, 9.19]:

$$\dot{q} = \dot{q}_M + \dot{q}_R. \quad (9.101)$$

A merev UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának átviteli függvénye a következő egyenlettel is megadható [9.5, 9.6, 9.7, 9.8, 9.9, 9.12, 9.19]:

$$Y(s) = \frac{q(s)}{\delta_E(s)} = \frac{A(sT + 1)}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2}. \quad (9.102)$$

Írjuk fel (9.100) egyenlet Laplace-transzformáltját. Zérus kezdeti feltételek mellett kapjuk, hogy

$$s \nu(s) = s \mathcal{G}_R(s) = \sum_{i=1}^{\infty} \left. \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial x_i} \right|_{x=x_{SZ.E.}} s \xi_i(s). \quad (9.103)$$

Az elasztikus mozgás (9.97) egyenlete az alábbiak szerint írható fel operátoros alakban:

$$(s^2 + 2\xi_i^* \omega_i s + \omega_i^2) \xi_i(s) = K_i \phi_i(x_E) \delta_E(s), \quad i = 1, 2, 3, \dots, \infty. \quad (9.104)$$

A (9.101)–(9.104) egyenletek felhasználásával az elasztikus mozgást végző UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának bólintó szögsebessége a következő egyenlettel határozható meg [9.5, 9.6, 9.19]:

$$q(s) = \left[\frac{A(sT + 1)}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{s K_i^*}{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2} \right] (-\delta_E(s)), \quad (9.105)$$

ahol:

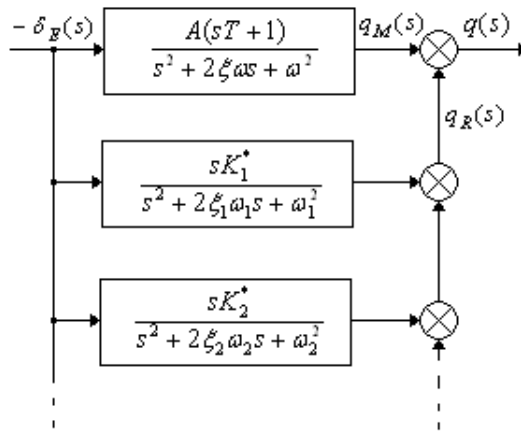
$$K_i^* = K_i \phi_i(x_E) = \frac{K}{M_i} \phi_i(x_E). \quad (9.106)$$

A (9.105) egyenlet alapján az UAV átviteli függvénye már könnyen származtatható, vagyis:

$$Y(s) = \frac{q(s)}{-\delta_e(s)} = \frac{A(sT+1)}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{sK_i^*}{s^2 + 2\xi_i\omega_i s + \omega_i^2} \quad (9.107)$$

A (9.107) átviteli függvényben a magassági kormány $\delta_e(s)$ kitérését azért vesszük negatív előjellel (belépő él lefelé tér ki), hogy a merev UAV válaszfüggvénye pozitív előjelű legyen.

A merev UAV (9.107) egyenlet alapján megrajzolt hatásvázlata a 9.12. ábrán látható.



9.12. ábra. Az UAV hatásvázlata.

Az UAV hosszirányú, rövidperiodikus mozgásának vizsgálata során a magassági kormány $\delta_e(t)$ kitérésének modellezésére számos determinisztikus jelet szokás alkalmazni. Ily módon tehát a magassági kormány szögsebessége változhat egységimpulzus-függvény (Dirac-függvény), (egység)ugrás-függvény, (egység)sebesség-függvény, (egység)gyorsulás-függvény, négyszög-jel, trapéz-jel, vagy fűrész-jel, esetleg e jelekből származtatott tetszőleges időfüggvény szerint. Az UAV frekvenciatartománybeli vizsgálata során a bemeneti (vizsgáló) jel szinuszosan váltakozó jel.

9.6 A LÉGIJÁRMŰVEK SZÁRNYREZGÉSÉNEK (FLUTTER) ELMÉLETI ALAPJAI

A modern UAVk építésének egyre inkább terjedő technológiája a 3D-s nyomtatás, vagy a *reverse* tervezés és gyártás. A fent említett módszerek gyorsan vezetnek elfogadható eredményre (repülni képes UAV), de a terve-

zés során sok olyan eredmény nem jön létre, ami segítené később a teszt-repülések során a szakembereket. A tervezés *vulgarizálása* azzal jár, hogy a legyártott UAV sokkal összetettebb teszteknek vetik alá, mint a hagyományos tervezés során nyert UAVt. A teszt-programok bármely összetettek is, nem feltétlen térnek ki minden lehetséges repülési helyzetre.

Ily módon találkozhatunk olyan jelenségekkel is, mint a flutter, amely vagy a szárny, vagy a szárnymechanizáció valamely elemét (rendszerint vízszintes vezérsík, vagy magassági kormánylap) szerkezetében és funkcionalitásában veszélyezteti [9.19].

A repülőgépek tervezésének korai szakaszában azt figyelték meg, hogy bizonyos esetekben és bizonyos repülési sebességek esetén, a repülőgép szárnyain, illetve kormánylapjain erőteljes lengések ébrednek.

E lengések rendszerint kis amplitúdójú tranziens folyamatként indulnak, akár lecsillapodhatnak, de gyakran olyan mértékűre erősödnek, hogy a szárny tönkremegy: rendszerint eltörik a bekötési csomópontban. A szárny lengési folyamata azt sugallja, hogy ez a mechanikai rendszer instabil viselkedésű [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.10, 9.12, 9.19].

A flutter vizsgálatok a szárnyat, mint mechanikai rendszert fél szárnyból és csűrőlapból álló, és a merevnek tekintett UAV törzshöz csatlakozó, rugalmas testnek tekintjük. Vizsgálataink során a szárnyat nagyon vékony, az xy síkban lévő sík felülettel helyettesítjük. Az UAV szárnya két szabadságfokkal rendelkezik: elhajló-, és csavaró mozgást is végezhet.

A csűrőlap rugalmas deformációját elhanyagoljuk, a csűrőlapok kitérése a mechanikai rendszer harmadik szabadságfokát jelenti. A háromszabadságfokú mechanikai lengő rendszer vizsgálata meglehetősen bonyolult.

A gyakorlatban sokszor igaz, hogy a három szabadságfok közül bármely kettőnek egymásra gyakorolt hatása független a harmadik szabadságfoktól: a mechanikai lengő rendszert ily módon kétszabadságfokú rendszernek tekintjük. Vizsgálatainkat a feltételezett lengésgörbék módszere (Rayleigh–Ritz módszer) segítségével végezzük el [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.19].

A Rayleigh–Ritz módszer alapján a rúd tetszőleges szegmensének $w(x, y, t)$ elmozdulása – a szuperpozíció elvének megfelelően – végtelen sok lengésgörbe összegeként határozható meg, és a következő egyenlet alapján számítható [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.19]:

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x, y) \xi_i(t), \quad (9.108)$$

ahol $\phi_i(x, y)$ az elasztikus lengés i -edik lengésgörbe alakfüggvénye, $\xi_i(t)$ általános koordináta.

A (9.108) egyenlettel megadott mechanikai rendszer csillapítatlan lengéseinek mozgásegyenlete – a (9.69) egyenlet után – a következő alakban írható fel:

$$M_j \ddot{\xi}_j + M_j \omega_j^2 \xi_j = \Xi_j, \quad j=1,2,3,\dots,\infty, \quad (9.109)$$

ahol ω_j a j -edik módusz csillapítatlan lengések körfrekvenciája, $\xi_j(t)$ a j -edik lengésgörbe általános koordinátája.

A (9.70)–(9.71) egyenletek alapján a j -edik lengésgörbe általános tömege, és az általános erő az alábbi egyenletek alapján számítható:

$$M_j = \iint_S \phi_j^2(x, y) \rho(x, y) dx dy - \text{általános tömeg}, \quad (9.110)$$

$$\Xi_j = \iint_S F_z(x, y, t) \phi_j(x, y) dx dy - \text{általános erő}. \quad (9.111)$$

A (9.111) egyenletben a szárny egységnyi xy -felületére, a z függőleges tengely mentén ható terhelést az $F_z(x, y, t)$ külső erő testesíti meg. A (9.110)–(9.111) egyenletekben az integrálást a szárny teljes S felülete mentén el kell végezni.

A flutter vizsgálata során az F_z külső erőt a szárny alsó és a felső felületén a levegőáramlás miatt létrejövő nyomáskülönbség hozza létre, tehát:

$$F_z(x, y, t) = p_A - p_F = -\Delta p_a(x, y, t), \quad (9.112)$$

ahol p_A levegőnyomás a szárny alsó részén, p_F levegőnyomás a szárny felső részén, Δp_a a nyomáskülönbség miatt a függőleges tengely mentén keletkező terhelő erő.

Mivel vizsgálataink tárgyát a szabadvégű (be nem fogott, alá nem támasztott) repülőgép(szárnny) képezi, amelynek az első három lengésgörbéje (mozgásfajtája) a függőleges tengely mentén vett egyenes vonalú elmozdulás, a bólintás, és az orsózás. E mozgásfajták természetes körfrekvenciái zérusértékűek, alakfüggvényei pedig az alábbiak lesznek [9.1, 9.2]:

$$\phi_1(x, y) = 1, \quad \phi_2(x, y) = -x, \quad \phi_3(x, y) = y. \quad (9.113)$$

A fenti gondolatmenetből következik, hogy az általános tömeg a teljes tömeg, míg az általános erők most a felhajtóerő, a bólintási-, illetve az orsózó nyomaték.

A Rayleigh–Ritz módszer alapfeltevéséből kiindulva mi is feltételezzük, hogy a *fluttert* véges, n számú lengésgörbe szuperpozíciójaként, a következő egyenlet írja le [9.1, 9.2]:

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x, y) q_i(t), \quad (9.114)$$

ahol $q_i(t)$ a j -edik lengésgörbe általános koordinátája.

A flutter csillapítatlan mozgásegyenletét a következő összefüggés írja le:

$$\sum_{j=1}^n m_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^n k_{ij} \dot{q}_j = Q_i, \quad i=1,2,3,\dots,\infty, \quad (9.115)$$

ahol:

$$Q_i = \iint_S F_z(x, y, t) \phi_i(x, y) dx dy = - \iint_S \Delta p_a(x, y, t) \phi_i(x, y) dx dy - \text{általános erő}; \quad (9.116)$$

$$m_{ij} = \iint_S \phi_i(x, y) \phi_j(x, y) \rho(x, y) dx dy - \text{általános tömeg} \quad (9.117)$$

$$k_{ij} = \iint_S \phi_i(x, y) \iint_S k(x, y, \xi, \eta) \phi_j(\xi, \eta) d\xi d\eta dx dy - \text{általános szilárdság} \quad (9.118)$$

A (9.118) egyenletben a $k(x, y, \xi, \eta)$ a szilárdság-függvényt jelöli. A (9.115) mozgásegyenlet Lagrange-módszerrel történő megoldásakor szükséges a mozgási (kinetikai), és a helyzeti (potenciális) energia ismerete. A mi esetünkben e mennyiségeket az alábbi egyenletek definiálják [9.1, 9.2, 9.3]:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j - \text{mozgási energia}, \quad (9.119)$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j} q_i q_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} q_i q_j - \text{potenciális energia}, \quad (9.120)$$

ahol m_{ij} inercia-együttható, valamint $k_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j}$.

A (9.109) és a (9.115) mozgásegyenletek próba-függvény módszer segítségével történő megoldása során a megoldásokat harmonikus függvények formájában keressük, amelyeket a szimbolikus módszer segítségével, az alábbi egyenletekkel adhatunk meg:

$$\xi_j(t) = \bar{\xi}_j e^{j\omega t}, \quad (9.121)$$

$$q_j(t) = \bar{q}_j e^{j\omega t}, \quad (9.122)$$

ahol:

$$\bar{\xi}_j = \text{áll.}, \quad \bar{q}_j = \text{áll.} - \text{komplex amplitúdó.} \quad (9.123)$$

A (9.123) egyenletben megadott állandó vektorok (fázorok) ω szögsebességgel forgó mozgást végeznek a komplex síkon. Mivel a vizsgált mechanikai lengéstani probléma lineáris feladat, ezért a függőleges tengely mentén ható külső erőt az alábbi egyenlettel is megadhatjuk [9.1, 9.2, 9.4, 9.19]:

$$F_z(x, y, t) = \bar{F}_z(x, y)e^{j\omega t} = -\Delta\bar{p}_a(x, y)e^{j\omega t}, \quad (9.124)$$

vagyis, a t idő az összes egyenletben elhagyható.

Ismeretes, hogy a $\Delta\bar{p}_a(x, y)$ komplex amplitúdó az egyes lengésgörbék amplitúdóinak lineáris függvénye, ezért hasonlóképpen, az M_i általános tömeg, valamint a Ξ_i általános erő is lineárisan függ a lengésgörbék amplitúdóitól. A flutter mozgásegyenletei a $\bar{\xi}_j$, vagy az $n\bar{q}_j$ véges téren homogén egyenletek, amelyek megoldása az *algebrai sajátérték feladat* módszer segítségével lehetséges. A zérustól eltérő megoldás létezésének feltétele, hogy az együtthatók *flutter determinánsa* zérusértékűvé váljon.

A flutter determináns egyik – ritkán előforduló – tulajdonsága, hogy az elmentés fázisban változó aerodinamikai terheléseknek és az elasztikus mozgásnak köszönhetően, a determináns egyes elemei komplex mennyiségek.

A flutter alakfüggvénye a következő egyenlettel adható meg:

$$\operatorname{Re}\left\{\sum_{i=1}^n \phi_j(x, y)\bar{q}_j\right\}. \quad (9.125)$$

A flutter alakfüggvénye sokszor meglehetősen bonyolult, kísérleti mérése nehéz feladat. Ha a flutter vizsgálata során a szárnyat, mint síkfelületet vizsgáljuk, akkor *normál lengésgörbe módszer* alkalmazása célszerű a feladat megoldása során.

E módszer alkalmazása előnyös, mert az m_{ij} inercia együtthatót, valamint

a $k_{ij} = \frac{\partial^2 U}{\partial q_i \partial q_j}$ elasztikus együtthatót tartalmazó tagok $i \neq j$ esetén fokoza-

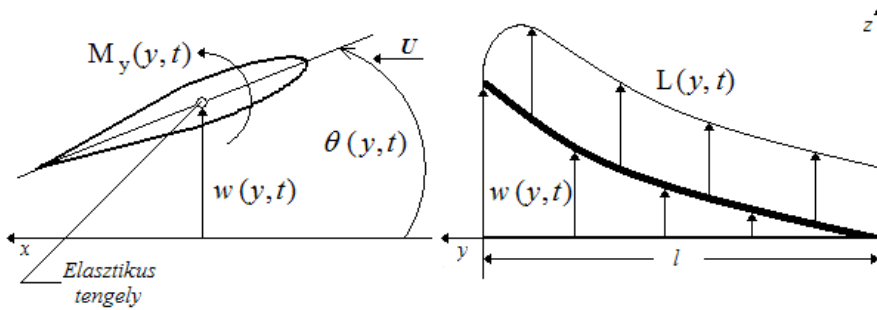
tosan eltűnnek a mozgásegyenletekből. Mindazonáltal e módszer alkalmazásakor az általános erőnek úgy a Ξ_j , mint Q_j alakban történő számítása meglehetősen nehéz feladat.

A gyakorlatban, széles körben alkalmazott módszer a *mesterséges lengésgörbék* módszere, amely feltételezi, hogy a szárny húrirányú metszettel rendelkezik. A továbbiakban röviden tekintsük át e módszer alapegyenleteit. A módszer részletes leírásával a [9.1, 9.2, 9.3, 9.19] irodalmak foglalkoznak.

A módszer alkalmazása során feltételezzük, hogy a vizsgált felület (például szárny, vízszintes vezérsík) a repülés irányára merőleges elasztikus tengellyel rendelkezik.

Feltételezzük, hogy a szárny a szárnytőben, az $y = 0$ koordinátájú pontban konzolosan bekötött a törzsbe, ily módon a vizsgált mechanikai rendszerek lengése és a törzs lengése könnyen összegezhető. Megemlíteni szükséges azonban, hogy a repülőgépek többségén a vízszintes vezérsík nem esik egybe az általunk korábban vizsgált, és vizsgálataink során feltételezett xy -síkkal.

A továbbiakban a 9.13. ábrán vizsgáljuk meg a szárny deformáció *konzolos tartó* helyettesítő képét [9.1, 9.2, 9.3, 9.4].



9.13. A konzolosan befogott szárny aeroelasztikus deformációja.

A 9.13. ábrán jól látható, hogy a szárny a rá ható $L(y,t)$ felhajtóerő hatására hajlító, míg az elasztikus tengely körül ható $M_y(y,t)$ nyomaték hatására csavaró deformációt szenved.

A korábban megismert és alkalmazott Rayleigh–Ritz módszer alapfeltevéséből kiindulva feltételezzük, hogy a szárny rezgését úgy az elhajlás, mint a csavarás tekintetében véges számú lengésgörbe szuperpozíciójaként írhatjuk le, vagyis igazak az alábbi egyenletek [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$w_H(y,t) = \sum_{i=1}^r f_{w_i}(y) w_i(t), \quad (9.126)$$

$$\theta_{CS}(y,t) = \sum_{i=1}^{n-r} f_{\theta_i}(y) \theta_i(t). \quad (9.127)$$

A (9.126) egyenletben a H alsó index a *hajlítást*, míg a (9.127) egyenletben a CS alsó index a *csavarást* jelöli. A hajlító mozgás $f_{w_i}(y)$ alakfüggvényeit és sajátfrekvenciáit a mechanikai rendszer m tömegének a konzolos tartó l hossza mentén felvett egyenletes eloszlását feltételezve számíthatjuk

ki. A csavaró mozgás $f_{\theta_i}(y)$ alakfüggvényeit és a saját lengések körfrekvenciáit úgy határozhatjuk meg, hogy a hajlítás megakadályozására a konzolos tartót alátámasztjuk.

A mechanikai rendszer felületének deformációját a következő összefüggés segítségével határozhatjuk meg [9.1, 9.2, 9.19]:

$$w(x, y, t) = \sum_{i=1}^r f_{w_i}(y) w_i(t) - \sum_{i=1}^{n-r} x f_{\theta_i}(y) \theta_i(t). \quad (9.128)$$

Az elasztikus tengelytől mért x futókoordináta esetén igazak a következő alakfüggvények:

$$\phi_i(x, y) = f_{w_i}(y), \quad i = 1, 2, 3, \dots, r \quad (9.129)$$

$$\phi_{r+i}(x, y) = -x f_{\theta_i}(y), \quad i = 1, 2, 3, \dots, (n-r). \quad (9.130)$$

Az m_{ij} inercia együtthatók meghatározásához nélkülözhetetlen a T mozgási energia egyenlete, amely az általunk vizsgált mechanikai rendszer, tehát a fél fesztávolságon, vagyis a 0 és az l közötti tartományon (9.13. ábra) értelmezett integrál összefüggés segítségével most a következő alakban írható fel [9.1, 9.2, 9.3, 9.19]:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \int_0^l \int_{\text{húr}} (\dot{w}(x, y, t))^2 \rho(x, y) dx dy = \\ &= \frac{1}{2} \int_0^l \int_{\text{húr}} (\dot{w}_H(y, t) - X \dot{\theta}_{CS}(y, t))^2 \rho(x, y) dx dy = \quad (9.131) \\ &= \int_0^l \left(\frac{1}{2} m(y) \dot{w}_H^2 - S_y(y) \dot{w}_H \dot{\theta}_{CS} + \frac{1}{2} I_y(y) \dot{\theta}_{CS}^2 \right) dy \end{aligned}$$

Helyettesítsük be a (9.126) és a (9.127) egyenleteket a (9.131) egyenletbe. A behelyettesítés eredményeképpen a mozgási energia (9.131) egyenlete az alábbi egyenlettel adható meg [9.1, 9.2, 9.3, 9.5, 9.6, 9.19]:

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r \dot{w}_i \dot{w}_j \int_0^l m(y) f_{w_i} f_{w_j} dy - \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n-r} \dot{w}_i \dot{\theta}_j \int_0^l S_y(y) f_{w_i} f_{\theta_j} dy + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-r} \sum_{j=1}^{n-r} \dot{\theta}_i \dot{\theta}_j \int_0^l I_y(y) f_{\theta_i} f_{\theta_j} dy \quad (9.132) \end{aligned}$$

A (9.119) és a (9.132) egyenleteket összevetve, a keresett m_{ij} inercia együttható már könnyen meghatározható. A k_{ij} együttható hasonlóképpen számítható.

A gyakorlatban úgy a hajlító-, mint a csavaró mozgásnak – a vizsgált mechanikai rendszer matematikai modelljének lényeges változása nélkül – csak az $f_w(y)$, valamint az $f_\theta(y)$ alapharmonikusait szokás figyelembe venni. A mozgási (kinetikai) energiára felírt (9.132) általános képlet – az egyes mozgások alapharmonikusai figyelembevételével – most a következő egyszerűsített alakban írható fel:

$$T = \frac{1}{2} \dot{w}_R^2 \int_0^l m(y) f_w^2 dy - \dot{w}_R \dot{\theta}_R \int_0^l S_y(y) f_w f_\theta dy + \frac{1}{2} \dot{\theta}_R^2 \int_0^l I_y(y) f_\theta^2 dy . \quad (9.133)$$

A (9.133) egyenletben az R alsó index azt jelöli, hogy a w_R és a θ_R általános koordinátákat egy adott R referencia helyen határozzuk meg [9.1, 9.5].

Mivel a szárnyat egyszerű konzolos tartóval helyettesítjük, ezért a tartó belső feszültségének energiáját a következő kifejezéssel írhatjuk le:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w_H}{\partial y^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} \int_0^l GJ \left(\frac{\partial \theta_{cs}}{\partial y} \right)^2 dy = \\ &= \frac{1}{2} w_R^2 \int_0^l EI \left(\frac{d^2 f_w}{dy^2} \right)^2 dy + \frac{1}{2} \theta_R^2 \int_0^l GJ \left(\frac{df_\theta}{dy} \right)^2 dy \end{aligned} \quad (9.134)$$

ahol GJ a csavaró merevség.

A (9.134) egyenlet megoldásakor az f_w és az f_θ alakfüggvények deriváltjainak meghatározását elkerülhetjük, ha bevezetjük a hajlító és a csavaró mozgás szabad saját lengések ω_w és ω_θ körfrekvenciáit, vagyis a (9.134) az alábbi egyszerű alakra hozható:

$$U = \frac{1}{2} \omega_w^2 w_R^2 \int_0^l m(y) f_w^2 dy + \frac{1}{2} \omega_\theta^2 \theta_R^2 \int_0^l I_y(y) f_\theta^2 dy . \quad (9.135)$$

A hajlító és a csavaró mozgások mesterséges szétválasztása az ω_w és ω_θ körfrekvenciák meghatározását szolgálja. Feltesszük, hogy az elasztikus tengely mentén a tömegeloszlást az $m(y)$ függvény adja meg. A próba-függvény módszert alkalmazva a szabad végű tartó csillapítatlan lengéseit az elasztikus tengely mentén az alábbi egyenlettel adhatjuk meg [9.1, 9.2, 9.3]:

$$w_H(y, t) = f_w(y) \cos \omega(t) . \quad (9.136)$$

A szabad lengések (SZ.L.) mozgási- és a potenciális energiája az alábbi egyenletek segítségével számítható:

$$T_{SZ.L.} = \frac{1}{2} \int_0^l m(y) \dot{w}_H^2 dy = \frac{1}{2} \omega_w^2 \sin^2 \omega_w t \int_0^l m(y) f_w^2 dy, \quad (9.137)$$

$$U_{SZ.L.} = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{\partial^2 w_H}{\partial y^2} \right)^2 dy = \frac{1}{2} \cos^2 \omega_w t \int_0^l EI \left(\frac{d^2 f_w}{dy^2} \right)^2 dy. \quad (9.138)$$

A mozgási-, és a potenciális energia maximumai egymással megegyeznek, ezért igaz, hogy

$$\frac{1}{2} \int_0^l EI \left(\frac{d^2 f_w}{dy^2} \right)^2 dy = \frac{1}{2} \omega_w^2 \int_0^l m(y) f_w^2 dy. \quad (9.139)$$

Mivel a (9.112) egyenlet most is teljesül, ezért a w és a θ általános koordináták esetén az általános erőket a következő összefüggések alapján számíthatjuk:

$$Q_w = - \int_0^l \int_{\text{húr}} \Delta p_a(x, y, t) f_w(y) dx dy = \int_0^l L(y, t) f_w(y) dy, \quad (9.140)$$

$$Q_\theta = - \int_0^l \int_{\text{húr}} \Delta p_a(x, y, t) (-x f_\theta(y)) dx dy = \int_0^l M_y(y, t) f_\theta(y) dy. \quad (9.141)$$

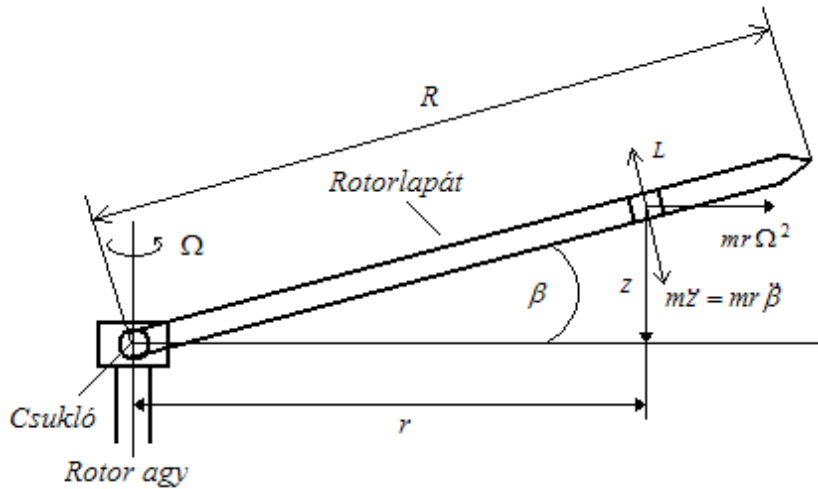
A (9.140) és a (9.141) egyenletek ismeretében – a Lagrange–egyenletek segítségével – a hajlító és a csavaró mozgások (9.110), (9.111), és a (9.122) egyenletei megoldhatók [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.5, 9.6, 9.19].

A flutter jelenség számos válfajával a [9.1, 9.2, 9.3, 9.4, 9.10, 9.12] irodalmak foglalkoznak részletesen, de további ismeretek megszerzése érdekében az olvasó számos szakirodalmi forrást találhat még ismeretei bővítésére.

9.7. A FORGÓSZÁRNY LAPÁTOK AEROELASZTIKUS LENGÉSEI

Mielőtt megvizsgálánk a forgószárnylapát (rotorlapát) rugalmas deformációját, röviden tekintsük át a forgószárnylapát dinamikus viselkedését. Ismeretes, hogy a helikopterek irányítására, a kormányzáshoz szükséges erők és nyomatékok létrehozására forgószárny lapátokat alkalmaznak. A forgószárny lapát rendszer bonyolult felépítésű, és az egyes lapátok a rotoragyhöz csuklók segítségével csatlakoznak.

További vizsgálatainkhoz tekintsük a 9.14. ábrát [9.1, 9.2, 9.6, 9.9].



9.14. A csuklópánt bekötésű merev rotorlapát egyszerűsített vázlata.

A forgószárnylapátok több szabadságfokú mozgásából most csak a rotorlapát csapkodó mozgásával foglalkozunk, az általunk vizsgált mechanikai rendszer tehát egyszabadságfokú.

A 9.14. ábra alapján könnyen belátható, hogy a rotorlapát forgási síkjából mért z egyenes vonalú kitérés – kis értékű szögek esetén – az alábbi egyenletnek megfelelően számítható:

$$z = r\beta. \quad (9.142)$$

A 9.14. ábrán is jelölt elemi tömeg csapkodó mozgására az alábbi egyenlet írható fel:

$$\int_0^R mr\ddot{\beta}dr + \int_0^R m\Omega^2 r(r\beta)dr - \int_0^R F_z r dr, \quad (9.143)$$

vagy más alakban:

$$\int_0^R mr^2(\ddot{\beta} + \beta\Omega^2)dr = \int_0^R F_z r dr. \quad (9.144)$$

Feltesszük, hogy a rotorlapát J_R tehetetlenségi nyomatéka a következő egyenlet szerint számítható:

$$J_R = \int_0^R mr^2 dr. \quad (9.145)$$

A rotorlapát (9.144) mozgásegyenlete – a (9.145) egyenletet figyelembe véve – a következő módon írható fel:

$$\ddot{\beta} + \Omega^2 \beta = \frac{1}{J_R} \int_0^R F_z r dr. \quad (9.146)$$

Vezessük be az

$$\overline{\Omega} = \Omega t \quad (9.147)$$

dimenzió nélküli forgási sebességet, valamint a

$$\gamma = \rho a c \frac{R^4}{J_B} \quad (9.148)$$

ún. Lock-állandót, ahol ρ a levegő sűrűsége, c a rotorlapát húrja, és végezetül, a a rotorlapát keresztmetszete. A rotorlapát (9.146) egyenlete – a (9.147) és a (9.148) egyenletek figyelembevételével – a következő egyszerű kifejezéssel adható meg:

$$\ddot{\beta} + \beta = \gamma M_F. \quad (9.149)$$

A (9.149) egyenlet alapján elmondható, a rotorlapát mozgását másodrendű, csillapítatlan, inhomogén differenciál-egyenlet írja le. Ha az aerodinamikai erők természetes körfrekvenciája megegyezik a rotorlapátok forgási sebességével, akkor a rotorlapáton csapkodó rezonáns jelenség alakul ki. Behizonyítható, hogy a csapkodó mozgás M_F nyomatékát a következő egyenlet adja meg [9.9, 9.19]:

$$M_F = M_{\delta_C} \delta_C + M_{\theta_M} \theta_M + M_{\lambda} \lambda + M_{\beta} \beta + M_{\dot{\beta}} \dot{\beta}, \quad (9.150)$$

ahol: δ_C a rotorlapátok hosszirányú ciklikus állásszög változása, θ_M a rugalmas rotorlapát matató szöge, λ a megfűvás szöge. Feltételezzük, hogy $\gamma = 1$, valamint a (9.150) egyenlet (9.149) mozgásegyenletbe történő behelyettesítéskor az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\ddot{\beta} - M_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + (1 - M_{\beta}) \beta = M_{\delta_C} \delta_C + M_{\theta_M} \theta_M + M_{\lambda} \lambda. \quad (9.151)$$

A helikopter függése során a (9.150) nyomaték az alábbi alakra redukálódik:

$$M_F = M_{\delta_C} \delta_C + M_{\beta} \beta + M_{\dot{\beta}} \dot{\beta}, \quad (9.152)$$

és a (9.151) mozgásegyenlet a következő egyszerű egyenlettel adható meg:

$$\ddot{\beta} - M_{\dot{\beta}} \dot{\beta} + (1 - M_{\beta}) \beta = M_{\delta_C} \delta_C. \quad (9.153)$$

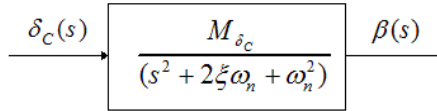
Zérusértékű kezdeti feltételek esetén határozzuk meg a (9.153) egyenlet Laplace-transzformáltját. Az alábbi operátoros egyenletet kapjuk:

$$(s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2)\beta(s) = M_{\delta_c} \delta_C(s), \quad (9.154)$$

ahol:

$$-M_{\dot{\beta}} = 2\xi\omega_n, \quad \omega_n^2 = 1 - M_{\beta}. \quad (9.155)$$

A (9.154) egyenlet alapján a rotorlapát csapkodó mozgásának hatásvázlata már könnyen megrajzolható, és a 9.15. ábrán látható.



9.15. ábra. Rotorlapát mozgásának hatásvázlata.

A helikopter (9.153) egyenletét felhasználva írjuk fel az aeroelasztikus mozgás állapot–egyenletét az alábbiak szerint:

$$x_1 = \beta, \quad (9.156)$$

$$x_2 = \dot{\beta} = \dot{x}_1. \quad (9.157)$$

A (9.157) egyenlet deriválása után kapjuk, hogy

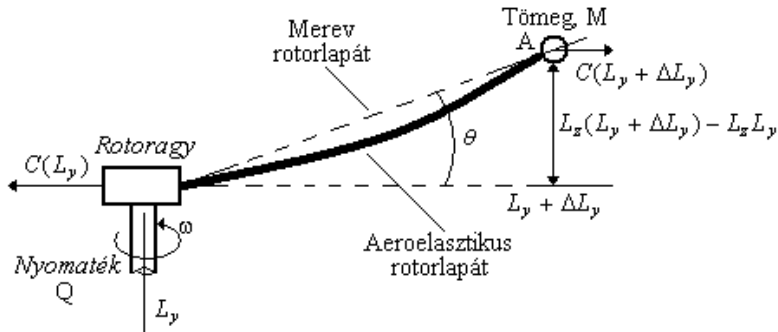
$$\dot{x}_2 = \ddot{\beta} = (M_{\beta} - 1)x_1 + M_{\dot{\beta}}x_2 + M_{\delta_c} \delta_C. \quad (9.158)$$

Végezetül, a helikopter rotorlapát mozgásának állapot–egyenlete – a (9.157) és a (9.158) egyenletek alapján – a következő egyenlettel adható meg [9.9, 9.19]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u = \begin{bmatrix} 0 & x_2 \\ (M_{\beta} - 1) & M_{\dot{\beta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M_{\delta_c} \end{bmatrix} \delta_C. \quad (9.159)$$

Mint ahogyan ezt korábban említettük, e fejezetben csak a helikopter rotorlapát csapkodó mozgását vizsgáltuk. Megemlíteni szükséges azonban, hogy a rotorlapátok összetett mozgásuk során – a csapkodó mozgás mellett – csavaró mozgást, valamint matató mozgást is végeznek: a rotorlapátok tehát háromszabadságfokú mozgásban vesznek részt.

A továbbiakban vizsgáljuk meg egy rotorlapát aeroelasztikus elhajlási deformációját, amelyhez tekintsük a 9.16. ábrát [9.17, 9.19].



9.16. ábra. Helikopter rotorlapát aeroelasztikus elhajlása.

A rotorlapát mozgásegyenletének felírása során feltételezzük, hogy a rotor, mint mechanikai rendszer ideális szálnak tekinthető, vagyis csak a hossz-tengely mentén vett kiterjedéssel foglalkozunk. A szál tömegeloszlása, a hajlító merevség, valamint a külső megoszló terhelés állandó értékű [9.3, 9.17, 9.19].

A (9.46) egyenlet alapján, általános esetben a szál mozgásegyenlete az alábbi alakban írható fel [9.17, 9.19]:

$$EI(y) \frac{\partial^2 L_z}{\partial y^2} = M. \quad (9.160)$$

A (9.160) egyenletet a hely szerint kétszer deriválva a külső, megoszló terhelést kapjuk, vagyis a mi esetünkben igaz az alábbi egyenlet:

$$\left(\frac{\partial^4 EI(y)}{\partial y^4} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(C \frac{\partial^2 L_z}{\partial y^2} \right) = P_z L_z(y, t) - \rho \frac{\partial^2 L_z}{\partial t^2}. \quad (9.161)$$

A (9.161) egyenlet bal oldalának második tagja a C centrifugális erő nagyságának, és hatásvonalának megváltozására vezethető vissza. Írjuk fel a C centrifugális erőnek az A pontra vett nyomatékát! A (9.15) ábra alapján egyszerű megfontolások után a következő egyenletet kapjuk:

$$\Delta M_C = C(L_y) [L_z(L_y + \Delta L_y) - L_z L_y]. \quad (9.162)$$

A (9.162) egyenletet osszuk el a ΔL_y kifejezéssel, majd feltételezzük, hogy $\Delta L_y \rightarrow 0$. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial M_C}{\partial L_y} = C \frac{\partial L_z}{\partial L_y}. \quad (9.163)$$

A rotorlapát lengésképét az alábbi egyenlettel közelítsük [9.17, 9.19]:

$$z(y, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(y) \psi_i(t). \quad (9.164)$$

További vizsgálataink során feltételezzük, hogy a (9.164) egyenletben a $\psi_i(t)$ függvény idő szerinti második deriváltja a sajátlengések körfrekvenciájával leírható, vagyis

$$\ddot{\psi}_i(t) = -\omega_i^2 \psi_i(t). \quad (9.165)$$

A (9.165) egyenletet felhasználva minden egyes lengésképre felírható, hogy

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(EI(y) \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\phi_i(t) \psi_i(t)) \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(C \frac{\partial}{\partial y} (\phi_i(t) \psi_i(t)) \right) = \\ = -\rho \phi_i(t) \ddot{\psi}_i(t) = \rho \omega_i^2 \phi_i(t) \psi_i(t) \end{aligned} \quad (9.166)$$

Behelyettesítve a (9.166) egyenletet a (9.161) egyenletbe kapjuk, hogy:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \rho \omega_i^2 \phi_i \psi_i = P_z L_z(y, t) - \sum_{i=0}^{\infty} \rho \phi_i \ddot{\psi}_i. \quad (9.167)$$

Szorozzuk meg a (9.167) egyenletet a ϕ_i sajátlengésképpel, és a kapott kifejezést integráljuk a szál (ideális rotor) kiterjedtsége mentén! Alkalmazzuk a Lagrange-módszert, valamint a sajátlengésképekre teljesülő ortogonalitási tételt.

Elvégezve a fenti műveleteket a rotorlapát elasztikus hajlító mozgásának csillapítatlan egyenlete a következő alakban írható fel [9.3, 9.17, 9.19]:

$$\ddot{\psi}_i M_i + M_i \omega_i^2 \psi_i = Q_i, \quad (9.168)$$

ahol M_i az általános tömeg, és Q_i az általános erő.

A külső megoszló terhelés, valamint a ϕ_i sajátlengésképek ismeretében a $\psi_i(t)$ függvények – a (9.168) egyenlet alapján – már könnyen meghatározhatók.

9.8 A RUGALMAS UAV DINAMIKUS MOZGÁSEGYENLETEI

A rugalmas UAV dinamikus modelljének meghatározásakor, a rugalmas deformáció figyelembe vétele során a merev testnek tekintett UAV-ra felírt dinamikus modellt a rugalmas rezgés általános koordinátaival bővíteni szükséges. A rugalmas mozgásfajták közül a hajlító mozgás függőleges tengely

mentén megnyilvánuló csillapítatlan lengéseit vesszük figyelembe. Ha a rugalmas lengéseket csillapítottak feltételezzük, akkor a hajlító mozgás az alábbi differenciál-egyenlettel írható le [9.9, 9.19]:

$$A_i \ddot{q}_i + B_i \dot{q}_i + C_i q_i = Q_i, \quad (9.169)$$

ahol q_i általános koordináta, A_i, B_i, C_i együtthatók, végül Q_i általános erő. Vezessük be az alábbi állapot-változókat:

$$x_1 \hat{=} q_i, \quad (9.170)$$

$$x_2 \hat{=} \dot{x}_1 = \dot{q}_i. \quad (9.171)$$

A (9.169)–(9.171) egyenletek felhasználásával az alábbi állapot-egyenleteket írhatjuk fel:

$$\dot{x}_1 \hat{=} \dot{q}_i, \quad (9.172)$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{B_i}{A_i} x_2 - \frac{C_i}{A_i} x_1 + \frac{1}{A_i} Q_i, \quad (9.173)$$

vagy mátrixos alakban:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}u, \quad (9.174)$$

ahol:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2]^T, \quad u = Q_i, \quad (9.175)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{C_i}{A_i} & -\frac{B_i}{A_i} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{A_i} \end{bmatrix}. \quad (9.176)$$

A hajlító mozgás i -edik lengésképeének dinamikáját a (9.172)–(9.173) elsőrendű differenciál-egyenletek adják meg. Könnyen belátható, hogy a rugalmas UAV állapot-változóit az egyes lengésképekkel bővíteni szükséges. Mivel minden egyes lengésképet két állapotváltozóval növeli az állapot-vektor rendezőinek számát, ezért a gyakorlatban csak a minimálisan szükséges lengésképeket vesszük figyelembe: általában a legkisebb sajátfrekvenciával rendelkező alapharmonikust szokás figyelembe venni.

Nem ritka azonban az olyan dinamikus modell sem, amely az alapharmonikus mellett az első felharmonikust is figyelembe veszi, így módon négy állapot-változóval növekszik a merev UAV eredeti matematikai modellje.

Az előző fejezetekből ismert, hogy úgy az UAV szárnya, mint a törzse szegmenseinek a merev állapotból való kitérése pillanatnyi értékét a

Rayleigh–Ritz módszer segítségével határozhatjuk meg. Röviden ismételjük át e módszer lényegét: egy rúd tetszőleges szegmensének $w(x, t)$ függőleges elmozdulása – a szuperpozíció elvének megfelelően – végtelen sok lengéskép összegeként határozható meg, és az alábbi egyenlet alapján határozható meg [9.1, 9.2, 9.9, 9.19]:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \phi_i(x) \xi_i(t), \quad (9.177)$$

ahol $\phi_i(x)$ az i -edik lengéskép alakfüggvénye, $\xi_i(t)$ megfelelően megválasztott időfüggvény, vagy másképpen, általános koordináta.

A repülésszabályozó rendszerek tervezése során felmerül a kérdés, hogy a (9.177) egyenlettel megadott végtelen sor hogyan közelíthető a valóságban. Más szóval, adott pontosság elérése mellett, milyen véges számú rugalmas lengést kell figyelembe vennünk ahhoz, hogy a véges sor jól közelítse a (9.177) egyenlettel megadott végtelen sort. E probléma megoldására több módszer is kínálkozik. Most ezek közül tekintsünk át néhányat [9.9, 9.19].

1. *Kvázi–statikus módszer.* A módszer sajátossága a következő: feltételezzük, hogy a merev és a rugalmas mozgások azonos fázisban történnek, valamint a rugalmas mozgás által létesített gyorsulások pillanatnyi ideig hatnak. E könyv korábbi fejezeteiben e feltételek mellett határoztuk meg a rugalmas UAV mozgásegyenleteit. A kvázi–statikus módszer csak abban az esetben alkalmazható, ha a merev UAV és a rugalmas rezgések sajátlengéseinek körfrekvenciái nagy biztonsággal megkülönböztethetők.
2. *Az egzakt–módszer sajátossága,* hogy az UAV sárkányszerkezetének mozgását a rugalmas UAV mozgásegyenleteinek a *sajátvektor–módszer* segítségével történő megoldása írja le. E módszer alkalmazásának sajátossága, hogy komplex sajátvektorok esetén a mozgásegyenletek numerikus megoldása sokszor ütközik nehézségekbe.
3. *Sajátvektor–helyettesítés módszere.* E módszert alkalmazva a mechanikai rendszer mozgásegyenleteit valós számokat magába foglaló sajátvektorokat feltételezve oldjuk meg. Feltételezzük továbbá, hogy a mozgásegyenletet csillapítás nélkül, „vákuumra” írjuk fel.
4. *A megmaradó merevség módszere.* Ebben az esetben feltételezzük, hogy a *sajátvektor–helyettesítés módszer* alkalmazása során az elasztikus mozgást létrehozó sajátvektorok „maradó”, illetve „törlendő” sajátvektorokra bonthatók. A törlendő sajátvektorok a tehetetlenségi, és a csillapító sajátvektorokat reprezentálják. A maradó sajátvektorok általában a legki-

sebb sajátlengési körfrekvenciával rendelkeznek, mivel bizonyított, hogy a kisfrekvenciás rugalmas lengések foglalják magukba az elasztikus lengés saját energiájának döntő hányadát.

5. *A megmaradó rugalmasság módszere.* A módszer analóg a *megmaradó merevség módszerével*, azzal az eltéréssel, hogy az aerodinamikai korrekciós tényező most a maradó sajátvektorokra vonatkoztatott.
6. *Modell redukciós módszer.* A módszer lényege, hogy a *megmaradó merevség módszere* alkalmazása során törölt sajátvektorokat semmilyen korrekciós tényezővel sem veszik figyelembe. E módszer az automatikus repülésszabályozó rendszerek tervezése során, ötvözve a kvázi–statikus módszerrel, a leginkább elterjedt a gyakorlatban.

A repülésszabályozó rendszerek tervezése során azonban különösen fontos, hogy a fent bemutatott módszerek alkalmazásának feltételeiről meggyőződjünk. Főleg olyan esetben kiemelkedő jelentőségű ez az ellenőrzés, amikor a vákuumra felírt elasztikus mozgásegyenletekben számottevő aerodinamikai hatást is szeretnénk érvényre juttatni [9.9, 9.19].

9.9 A RUGALMAS UAV MOZGÁSÁNAK MATEMETIKAI MODELLJE

Feltételezzük, hogy az UAV hosszirányú, és az oldalirányú mozgása egymástól függetlenül megy végbe: a két mozgásfajta között nincs számottevő keresztkapcsolat. Ily módon az UAV test–koordináta rendszerében – a kis növekményes módszert felhasználva – az alábbi mozgásegyenleteket írhatjuk fel [9.9, 9.19]:

A hosszirányú mozgás egyenletei

$$\dot{u} = X_u u + X_w w - g \theta + \sum_{i=1}^m X_{\delta_i} \delta_i, \quad (9.178-1)$$

$$\dot{w} = X_u u + X_w w + (U_o + Z_q) q + \sum_{i=1}^m Z_{\delta_i} \delta_i, \quad (9.178-2)$$

$$\dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + \sum_{i=1}^m M_{\delta_i} \delta_i, \quad (9.178-3)$$

$$\dot{\theta} = q. \quad (9.178-4)$$

Az oldalirányú mozgás egyenletei

$$\dot{\beta} = Y_v \beta - r + \frac{g}{U_o} \phi + \sum_{i=1}^n Y_{\delta_i}^* \delta_i, \quad (9.179-1)$$

$$\dot{p} = L_{\beta}' \beta + L_p' p + L_r' r + \sum_{i=1}^n L_{\delta_i}' \delta_i, \quad (9.179-2)$$

$$\dot{r} = N_{\beta}' \beta + N_p' p + N_r' r + \sum_{i=1}^n N_{\delta_i}' \delta_i, \quad (9.179-3)$$

$$\dot{\phi} = p, \quad (9.179-4)$$

$$\dot{\psi} = r. \quad (9.179-5)$$

Hagyományos aerodinamikai elrendezésű UAVk (9.178) egyenletrendszerére igaz, hogy $m=2$, vagyis az UAV a δ_E magassági kormány kitéréssel, valamint a δ_{TH} gázkar kitéréssel irányítható. Megemlíteni szükséges, hogy az aktív repülésszabályozó rendszerekben $m>2$, mivel számos segéd kormányfelületet is szokás alkalmazni.

Hasonlóképpen, a hagyományos aerodinamikai elrendezésű UAVk (9.179) oldalirányú mozgásegyenleteiben $n=2$, mivel az UAVt a csűrőlapok δ_{CS} , valamint az oldalkormány δ_O kitérése révén lehet irányítani. Modern UAVk esetén az oldalirányú mozgás irányítására több mint két kormányfelületet alkalmaznak.

A továbbiakban röviden határozzuk meg a rugalmas UAV állapotter reprezentációs alakját! Korábban ismeretes, hogy a rugalmas UAV matematikai modelljéhez, a szuperpozíció elvét alkalmazva, a merev testnek tekintett UAV állapotteres modelljének bővítése révén jutunk. Először adjuk meg a merev UAV állapotteres modelljét a következő egyenlettel [9.19]:

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{B}_m \mathbf{u}_m. \quad (9.180)$$

Hasonlóképpen, az UAV elasztikus mozgásának állapot–egyenlete az alábbi kifejezéssel írható le [9.19]:

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_e \mathbf{x}_e + \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e, \quad (9.181)$$

A (9.180) és a (9.181) egyenletek segítségével a rugalmas UAV állapotteres modellje már könnyen felírható [9.9, 9.19]:

$$\dot{\mathbf{x}}_r = \mathbf{A}_r \mathbf{x}_r + \mathbf{B}_r \mathbf{u}_r, \quad (9.182)$$

ahol:









$$\mathbf{x}_r = [\mathbf{x}_m \quad \mathbf{x}_e]^T - \text{állapot-vektor, } \mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_e \end{bmatrix} - \text{állapot mátrix,} \quad (9.183)$$











$$\mathbf{B}_r = [\mathbf{B}_m \quad \mathbf{B}_e]^T - \text{bemeneti mátrix.} \quad (9.184)$$

Megjegyezzük, hogy a felírt modellben az a feltételezés, mely szerint nincs kapcsolat a merev UAV mozgása és annak aeroelasztikus jelenségei között, meglehetősen durva közelítés. A valóságban a lengő szárnyakon keletkező aerodinamikai erők és nyomatékok időben, a lengési jellemzőktől függően gyorsan változnak. Közben (a statikus görbékhez viszonyítva) aszimmetrikus hiszterézisek alakulnak ki, amikor a fel- és lecsapó szárnyon nem ugyanolyan formán változnak az aerodinamikai erők és nyomatékok.

Az állásszög növekedését általában kisebb késéssel követik az aerodinamikai erők és nyomatékok változásai, mint az állásszög csökkenésekor. A különbség a statikus (vagy csak lassan változó) és a dinamikus változó (lengő) testeken keletkező aerodinamikai erők és nyomatékok közt elérhetik a 4 – 8 %-ot. A (9.180)–(9.184) egyenletek alapján az UAV irányíthatósága és megfigyelhetősége könnyen megvizsgálható, és az állapottéren számos módszer segítségével szabályozó is tervezhető az UAV hosszirányú-, és oldalirányú mozgása számára is.

9.10 ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

-  Határozza meg a merev szárny lineáris matematika modelljét!
-  Foglalja össze a szárny csavaró mozgását leíró mozgásegyenleteket!
-  Rajzolja meg az elcsavaródó szárny hatásvázlatát!
-  Ismertesse az UAV törzs rugalmas mozgására vonatkozó elméleti ismereteket!
-  Mutassa be és rajzolja meg a szabad végű tartó sajátlengésképeit!
-  Határozza meg a vékony rúd mozgásegyenleteit harmonikusan változó külső terhelés esetén!
-  Határozza meg a vékony rúd mozgásegyenleteit állandó értékű külső terhelés esetén!
-  Határozza meg a vékony rúd mozgásegyenleteit adott pontban ható külső, koncentrált terhelés esetén!

-  Vezesse le az UAV rugalmas törzsének átviteli függvényeit, és határozza meg a hatásvázlatát!
-  Ismertesse az UAV szárnyrezgéseinek (flutter) matematikai modelljét!
-  Ismertesse a flutter vizsgálatát a mesterséges lengéskép módszere segítségével!
-  Ismertesse a helikopter merev rotorlapátjának mozgásegyenleteit!
-  Ismertesse a lengő rotorlapát elasztikus mozgásának egyenleteit!
-  Ismertesse a sajátvektor–helyettesítés módszerét!
-  Ismertesse a megmaradó merevség módszerét!
-  Mutassa be a megmaradó rugalmasság módszerét!
-  Ismertesse a modell redukciós módszer fontosabb tulajdonságait!
-  Ismertesse a rugalmas UAV állapot–egyenletét!

9.11 SZÁMÍTÁSI MINTAFELADATOK

9.11.1. Mintafeladat [9.5, 9.13, 9.14, 9.19]

Végezzük el egy hipotetikus, aeroelasztikus légi jármű irányítástechnikai vizsgálatát: határozzuk meg a merev, valamint a rugalmas repülőgép súly-, és az átmeneti függvényeit, majd hasonlítsuk össze a kapott eredményeket. Végezzük el a minőségi jellemzők vizsgálatát. Végül, végezzük el a légi jármű frekvenciatartománybeli vizsgálatát, és vessük össze a kapott eredményeket.

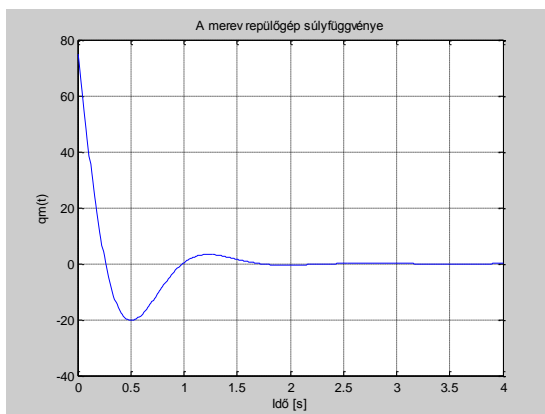
Tekintsük adottnak egy aeroelasztikus repülőgép 9.12. ábrán látható hatásvázlatát. A (9.107) egyenlettel megadott átviteli függvény most az alábbi paraméterekkel rendelkezik [9.5, 9.13, 9.14, 9.19]:

$$A = 37,3 \text{ s}^{-1}; \quad T = 2 \text{ s}; \quad \omega = 5 \text{ s}^{-1}; \quad \xi = 0,5, \quad (9.185)$$

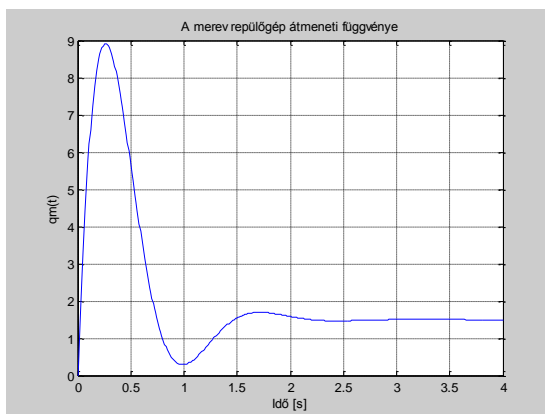
$$K_1^* = 10 \text{ s}^{-2}; \quad \omega_1 = 10 \text{ s}^{-1}; \quad \xi_1 = 0,05, \quad (9.186)$$

$$K_2^* = 5 \text{ s}^{-2}; \quad \omega_2 = 20 \text{ s}^{-1}; \quad \xi_2 = 0,02. \quad (9.187)$$

A merev repülőgép súlyfüggvénye a 9.17., míg az átmeneti függvénye a 9.18. ábrán látható. Vizsgáljuk meg a számítógépes szimuláció tranziens analízisének eredményeit, és értékeljük a minőségi jellemzőket [9.20, 9.21]!



9.17. ábra. A merev repülőgép súlyfüggvénye. (MATLAB script: szerző.)



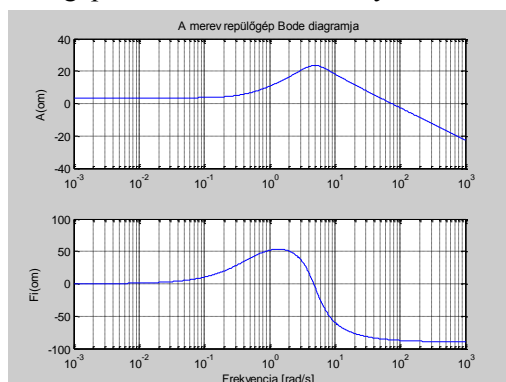
9.18. ábra. A merev repülőgép átmeneti függvénye. (MATLAB script: szerző.)

A (9.17) ábrán jól látható, hogy a nemirányított, merev repülőgép stabilis, mivel az idő előre haladtával a súlyfüggvény zérushoz tart. A tranziens folyamat során a $q_M(t)$ bólintó szögsebesség néhány előjelváltó lengést végez, a túllendülés nagyon nagy értékű, majd a tranziens folyamat lecseng.

A 9.18. ábra alapján könnyen megállapítható, hogy a repülőgép bólintó szögsebességének stacioner értéke – a Laplace–transzformáció végérték tétele szerint – a következő alakban írható fel: $q_M(\infty) = \frac{A}{\omega^2} = \frac{37,3}{25} \cong 1,49^\circ/s$.

Megállapítható továbbá, hogy a bólintó szögsebesség 8,9 rad/s csúcserőke mellett a túlszabályozás $\sigma \cong 497,3\%$ lesz. A túlszabályozás eme értéke természetesen nem megengedett, a repülőgép csillapítását mesterségesen javítani szükséges.

A továbbiakban vizsgáljuk meg a nemirányított, merev repülőgép Bode-diagramját. A számítógépes szimuláció eredménye a 9.19. ábrán látható.

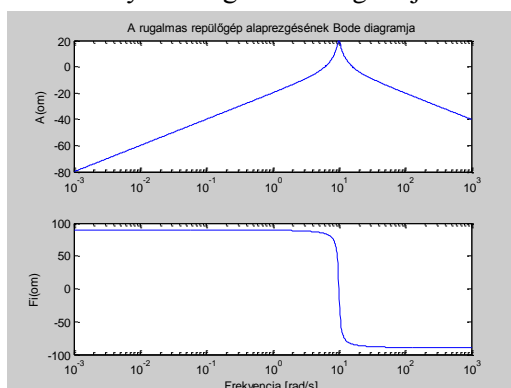


9.19. ábra. A merev repülőgép Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

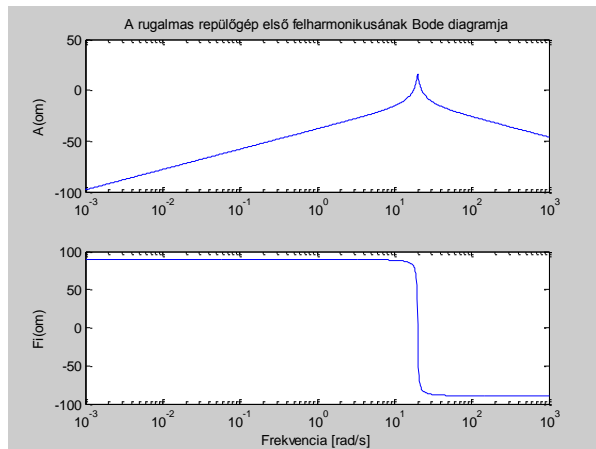
A (9.107) átviteli függvénynek megfelelően a merev repülőgép PDT2 tagként viselkedik, így a Bode-diagram (9.19. ábra) előbb – a differenciáló (D) hatásnak megfelelően – $+20 \text{ dB/D}$, majd később – a kéttárolós ($T2$) hatásnak megfelelően – -40 dB/D meredekségű törést szenved: ily módon, a vágási körfrekvencián az erősítés-körfrekvencia jelleggörbe meredeksége -20 dB/D .

A (9.12) ábra alapján könnyen belátható, hogy a repülőgép elasztikus mozgásának alapharmonikusa, illetve az egyes felharmonikusok additív paraméterbizonytalanság formájában hozzáadódnak a merev repülőgép matematikai modelljéhez [9.13, 9.14, 9.19].

Az általunk vizsgált esetre, tekintettel a kiindulási adatokra, a két elasztikus additív paraméterbizonytalanság Bode-diagramja a 9.20. ábrán látható.



9.20. ábra. Az alapharmonikus Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

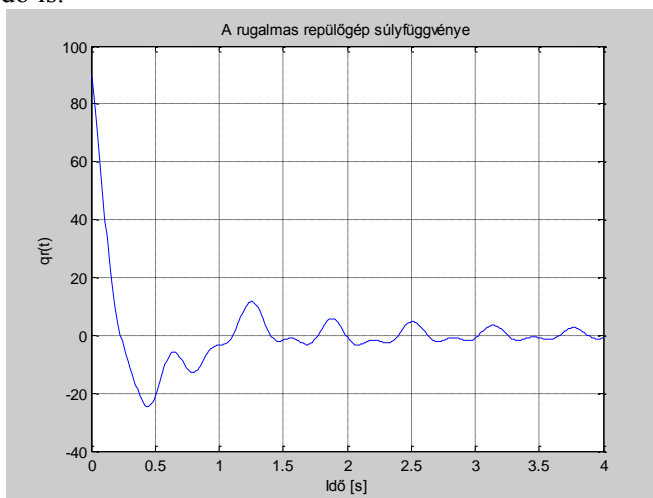


9.20. ábra. Az első felharmonikus Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

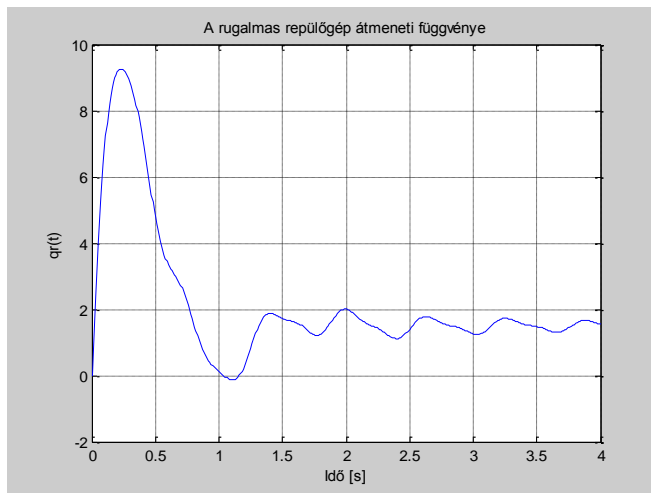
A 9.20. ábrán látható, hogy a (9.107) egyenletnek megfelelően a paraméterbizonytalanságok Bode-diagramjai a rezonancia frekvenciákon – a differenciáló hatás miatt – nagy értékű erősítéssel rendelkeznek.

A továbbiakban a 9.12. ábra alapján vizsgáljuk meg az aeroelasztikus repülőgép transziens viselkedését. A repülőgép súly-, és átmeneti függvénye a 9.21. ábrán látható.

A 9.21. ábra alapján könnyen belátható, hogy a rugalmas repülőgép lengési hajlama lényeges mértékben növekszik, valamint számottevően nő a transziens idő is.

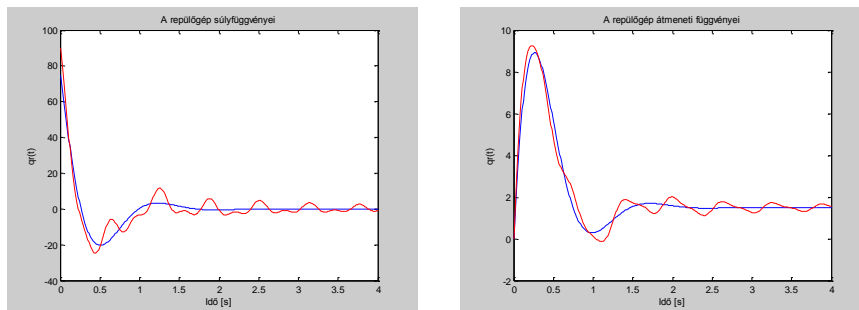


9.21. ábra. Az aeroelasztikus repülőgép transziens analízise. (MATLAB script: szerző.)



9.21. ábra. Az aeroelasztikus repülőgép transziens analízise. (MATLAB script: szerző.)

A merev és az aeroelasztikus repülőgép transziens viselkedése a 9.22. ábrán könnyen összehasonlítható.



9.22. A merev és a rugalmas repülőgép transziens analízisének eredményei.

'—': merev repülőgép, '—': rugalmas repülőgép

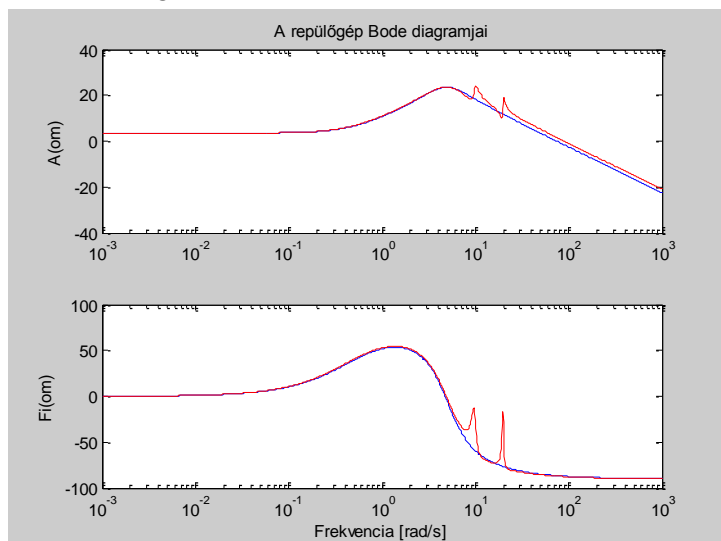
(MATLAB script: szerző.)

Megállapítható, hogy már a transziens folyamat kezdetén az elastikus repülőgép válaszfüggvénye a merev repülőgép időfüggvénye körül leng, és nagyon nagyszámú előjel váltó lengés után folyamatosan csökken a lengések amplitúdója, és a súlyfüggvény értéke, hasonlóan a merev repülőgéphez, zérushoz tart.

Hasonlóképpen, az átmeneti függvény stacioner értéke úgy a merev, mint a rugalmas repülőgép esetén megegyezik, de a rugalmas repülőgép nagyszámú, előjelváltó lengéssel közelít az állandósult állapotbeli értékhez.

Határozzuk meg, és hasonlítsuk össze a merev, valamint a rugalmas repülőgép frekvenciatartománybeli viselkedését. A merev, és a rugalmas repülőgép Bode-diagramjai a 9.23. ábrán láthatók.

A 9.23. ábrán jól látható, hogy az alapharmonikus, valamint az első felharmonikus természetes körfrekvenciáin nagymértékben változik úgy az erősítés, mint a fázisszög értéke.



9.23. ábra. A merev és a rugalmas repülőgép Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

'—': merev repülőgép, '—': rugalmas repülőgép

Összefoglalva az eddig elhangzottakat: a repülőgép törzsének elasztikus lengése a szögsebesség érzékelők által mért szögsebesség mérésének módszeres hibáját eredményezi, hiszen az érzékelő akkor is ad kimeneti jelet, ha egyenes vonalú, manővermentes repülés esetén a törzs deformálódik, és az érzékelő beépítési helyén lokális, forgómozgás figyelhető meg.

9.11.2. Mintafeladat [9.13, 9.14, 9.19]

A 9.22. és a 9.23. ábrák alapján könnyen belátható, hogy a szögsebesség érzékelők által mért szögsebességi jel a hasznos jelösszetevő mellett a repülőgép törzsének elasztikus lengéseire visszavezethető additív jelösszetevőt is tartalmaz. Úgy a hagyományos, mint a modern repülőgépekre igaz, hogy a stabilitási-kormányozhatósági jellemzők javítására stabilitásjavító rendszereket, ún. csillapító automatákat alkalmaznak.

A csillapító automata a test-koordináta rendszer tengelyei körül a lengések csillapítására szolgál, gyakorlati megvalósítása szögsebesség szerinti

visszacsatolásával, teljes állapot–visszacsatolással történik. Ily módon nagy hangsúlyt kap a szögsebesség érzékelés pontossága. Ha a szögsebesség érzékelőt olyan helyre építik be a repülőgép fedélzetén, ahol az érzékelő működését a törzs elasztikus sajátlendései nagymértékben befolyásolják, úgy mindenképpen szükséges az érzékelő kimeneti villamos jeleinek szűrése.

Tekintettel a 9.21. és a 9.22. ábrákon bemutatott eredményekre, célszerű sávszűrőket alkalmazni az egyes elasztikus lengésképek jeleinek szűrésére [9.13, 9.14, 9.19].

A hagyományos repülőgépek fedélzetén a szűrés analóg passzív szűrők segítségével történik. Az analóg szűrők tervezésével a [9.18] irodalom foglalkozik részletesen és behatóan.

Modern repülőgépek repülésszabályozó rendszereiben digitális szűrést alkalmaznak. Kis- és közepes méretű repülőgépek esetén általában az alapharmonikus-, és az első felharmonikus által létesített jelösszetevő szűréssel találkozunk a repülésszabályozó rendszerekben.

A sávszűrők átviteli függvényének egyik gyakori alakja az alábbi egyenlettel adható meg [9.19]:

$$Y_{F_1}(s) = \frac{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}{(1 + sT_3)(1 + sT_4)} \quad (9.188)$$

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy a fenti egyenlet egy *fáziskésleltető–sieltető (FKS)* kapcsolás. Könnyen belátható, hogy a T_1, T_2, T_3 és a T_4 időállandók megfelelő megválasztásával a kívánt átviteli karakterisztikájú sávszűrő megtervezhető.

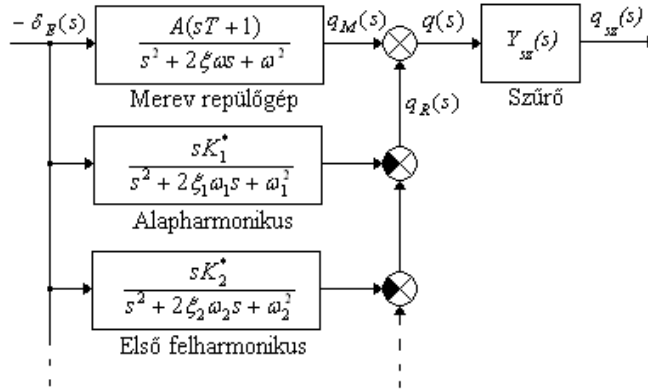
A repülőgépek szögsebesség érzékelői kimeneti villamos jeleinek szűrésére a [9.5] irodalom a következő alakú átviteli függvényt javasolja:

$$Y_{F_2}(s) = \frac{s^2 + 2\xi_i\omega_i s + \omega_i^2}{s^2 + 2\xi_T\omega_i s + \omega_i^2} \quad (9.189)$$

A fenti egyenletben a ξ_T a hangoló paraméter. A fenti egyenlet alapján könnyen belátható, hogy a $\xi_i \ll \xi_T$ feltétel teljesülése esetén igazak az alábbi egyenletek [9.5]:

$$\left| Y_{F_2}(j\omega) \right|_{\omega=\omega_i} \ll 1; \quad \left| Y_{F_2}(j\omega) \right|_{\omega \neq \omega_i} \approx 1 \quad (9.190)$$

A [9.13, 9.14, 9.19] irodalmak nem szokványos, ún. félrehangolt szűrők alkalmazását javasolják a szögsebesség érzékelők kimeneti jelének szűrésére. A szűrőkapcsolás hatásvázlata a 9.24. ábrán látható.



9.24. ábra. A bólintási szögsebesség jelének szűrése.

A [9.13, 9.14, 9.19] irodalmak az alábbi frekvenciákra javasolják a soros FKS-sávszűrők alkalmazását:

$$\omega_1 = 8,3 \text{ rad/s}; \omega_2 = 10,6 \text{ rad/s}; \omega_3 = 19,6 \text{ rad/s}; \omega_4 = 20,1 \text{ rad/s} \quad (9.191)$$

A fenti frekvenciákra hangolt sávszűrők átviteli függvényeit a [9.19] irodalom az alábbiak szerint adja meg:

$$Y_{11}(s) \Big|_{\omega=8,3} = \frac{s^2 + 2,65s + 68,89}{s^2 + 2,1s + 112,36}, \quad Y_{12}(s) \Big|_{\omega=10,6} = \frac{s^2 + s + 112,36}{s^2 + 2,2s + 112,36} \quad (9.192)$$

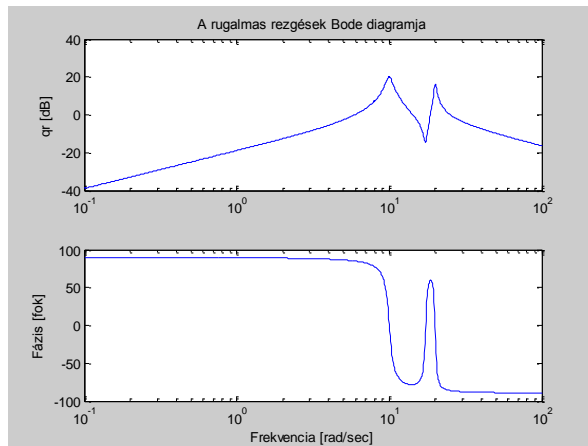
$$Y_{21}(s) \Big|_{\omega=19,6} = \frac{s^2 + 2,6s + 384,16}{s^2 + 0,95s + 384,16}, \quad Y_{22}(s) \Big|_{\omega=20,1} = \frac{s^2 + 2,6s + 384,16}{s^2 + 0,97s + 384,16} \quad (9.193)$$

A 9.23. ábrán alkalmazott szűrő átviteli függvénye az alábbi egyenlet szerint határozható meg:

$$Y_{sz}(s) = Y_{11}(s)Y_{12}(s)Y_{21}(s)Y_{22}(s) \quad (9.194)$$

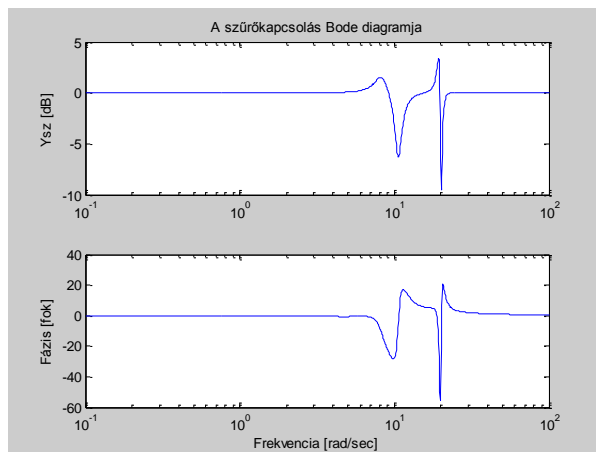
Végezzük el a nemirányított repülőgép vizsgálatát. A repülőgép törzse rugalmas rezgéseinek Bode-diagramja a 9.25. ábrán látható.

A 9.25. ábrán jól látható, hogy az $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ és az $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$ körfrekvenciák az erősítés–körfrekvencia görbén – a rezgések matematikai modelljében szereplő differenciáló hatás miatt – két csúcs is található. E frekvenciák és azok környezetében lényeges mértékben növekszik az erősítés, míg más frekvenciák az erősítés nagyon kis értékű.



9.25. ábra. A rugalmas lengések Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

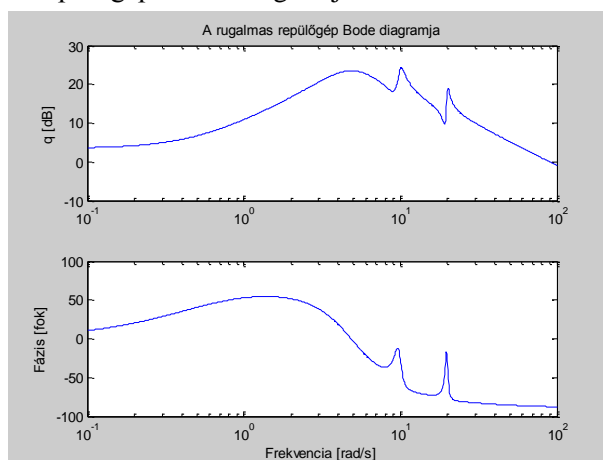
A továbbiakban vizsgáljuk meg a [9.19] irodalomban bemutatott szűrőkapcsolás Bode-diagramját. A frekvenciatartománybeli analízis eredménye a 9.26. ábrán látható.



9.26. ábra. Az FKS-jelformáló Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

A 9.26. ábrán jól látható, hogy az $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ körfrekvencián az erősítés közel -7 dB , míg az $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$ körfrekvencián -10 dB . Megállapítható tehát, hogy a korábban is hivatkozott $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ és az $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$ körfrekvenciákon a szűrőkapcsolás lényegesen csökkenti az erősítést, vagyis szűri a szögsebesség jel azon spektrumát, ahol a repülőgép törzs rugalmas lengéseinek frekvenciái hatnak.

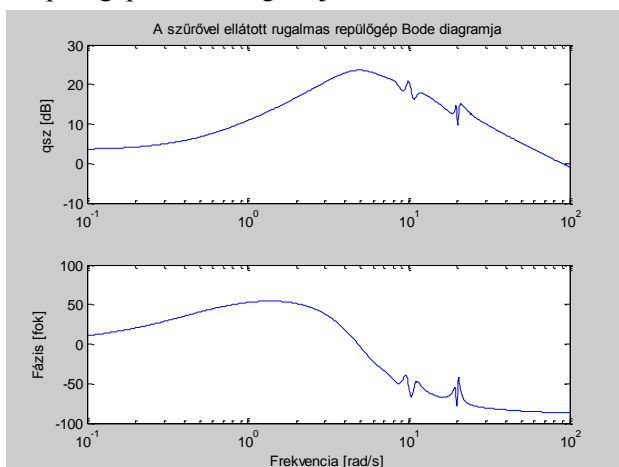
A rugalmas repülőgép Bode-diagramja a 9.27. ábrán látható.



9.27. ábra. A rugalmas repülőgép Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

A 9.27. ábrán úgy az erősítés, mint a fázis diagramokon jól látható, hogy az $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ és az $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$ körfrekvenciákon az erősítés, és a fázisszög helyi maximumot, azaz csúcserőértéket vesz fel.

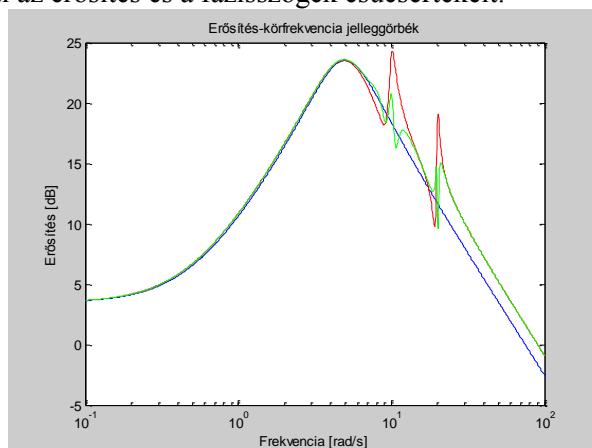
A rugalmas repülőgép bólintó szögsebességét – a 9.24. ábrán látható módon szűrő segítségével jelformáljuk. Az $Y_{sz}(s)$ félrehangolt sávszűrő kapcsolással ellátott repülőgép Bode-diagramja a 9.28. ábrán látható.



9.28. ábra. A jelformált bólintási szögsebesség Bode-diagramja. (MATLAB script: szerző.)

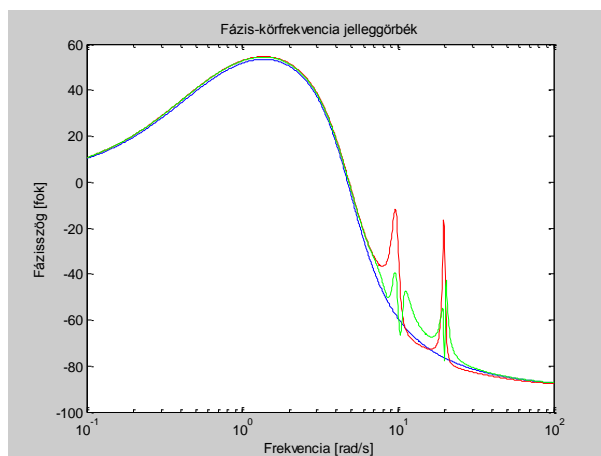
A 9.28. ábrán szembevetendő, hogy az $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ és az $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$ körfrekvenciákon az erősítés, és a fázisszög értéke már nem olyan nagy érté-

kü, mint az volt a félrehangolt sávszűrő alkalmazása nélkül. A jobb áttekinthetőség kedvéért hasonlítsuk össze az eddig számított eredményeket. A frekvenciatartománybeli analízis eredményei a 9.29. és a 9.30. ábrán láthatók. A 9.29. és a 9.30. ábrákon jól látható, hogy a félrehangolt szűrőkapcsolás – az $\omega_1 = 10 \text{ rad/s}$ és az $\omega_2 = 20 \text{ rad/s}$ körfrekvenciákon – lényeges mértékben csökkenti az erősítés és a fázisszögek csúcsértékeit.



9.29. ábra. Erősítés-körfrekvencia jelleggörbék. (MATLAB script: szerző.)

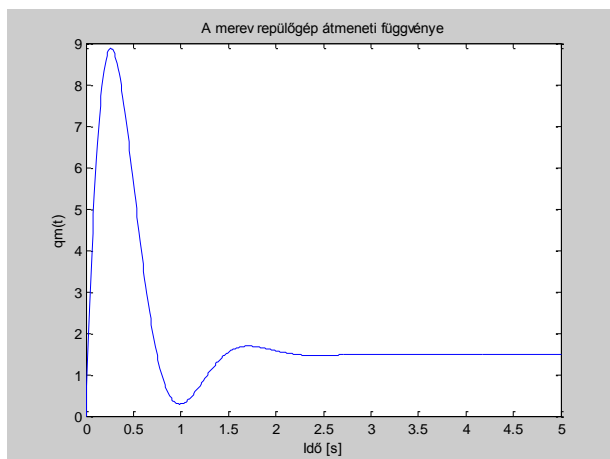
'—': merev repülőgép; '—': rugalmas repülőgép
'—': rugalmas repülőgép félrehangolt sávszűrővel



9.30. ábra. Fázisszög-körfrekvencia jelleggörbék. (MATLAB script: szerző.)

'—': merev repülőgép; '—': rugalmas repülőgép
'—': rugalmas repülőgép félrehangolt sávszűrővel

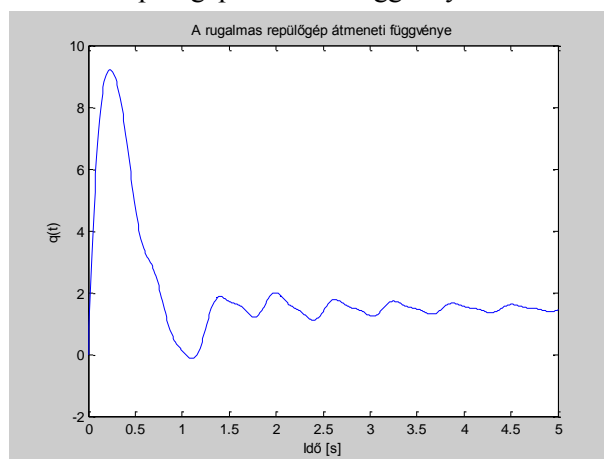
A merev törzsű repülőgép átmeneti függvénye a 9.31. ábrán látható.



9.31. ábra. A merev törzsű repülőgép átmeneti függvénye. (MATLAB script: szerző.)

A 9.31. ábrán jól látható, hogy a bólintó szögsebesség nagy értékű túlszá-
bályozással néhány előjelváltó lengéssel áll be az új egyensúlyi állapotba.
A tranziens folyamat gyors lecsengésű. A 9.11.1. mintafeladatban is hivatko-
zott Laplace–transzformáció végérték tétele segítségével a bólintó szögse-
besség értéke könnyen meghatározható. A 9.11.1. feladatban közölt kiindulá-
si adatok figyelembe vételével a bólintó szögsebesség stacioner értéke a kö-
vetkező lesz: $q_M(\infty) = \frac{A}{\omega^2} \cong 1,49^\circ/s$.

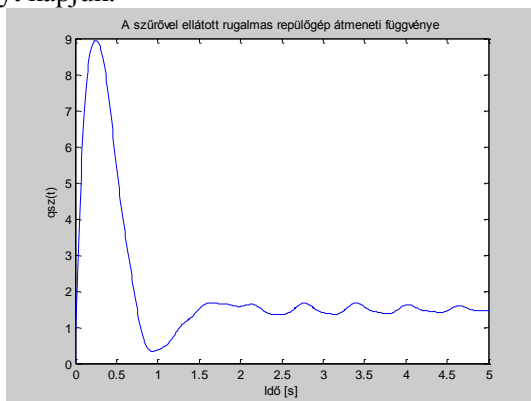
A rugalmas törzsű repülőgép átmeneti függvénye a 9.32. ábrán látható.



9.32. ábra. A rugalmas törzsű repülőgép átmeneti függvénye. (MATLAB script: szerző.)

A 9.32. ábra alapján elmondható, hogy a rugalmas törzsű repülőgép bólintó szöge nagy értékű túlszabályozás mellett nagyon nagyszámú lengést hajt végre a stacioner érték körül. Lényeges mértékben növekszik továbbá a tranziens idő. Hasonló lengő folyamatok esetén a tranziens idő oly mértékben is megnövekedhet, hogy a repülőgép csak bekapcsolt csillapító automatával hajthat végre repülést.

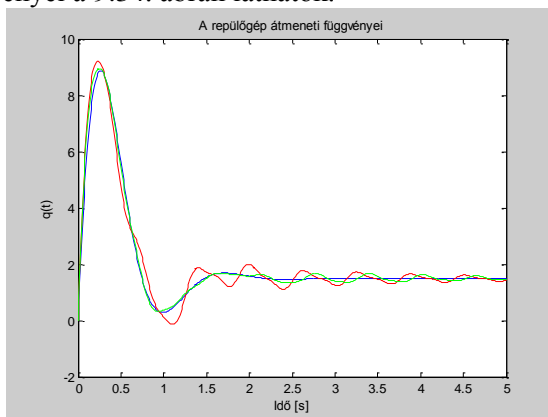
A szögsebesség érzékelő kimeneti jeleit szűrve a 9.33. ábrán látható átmeneti függvényt kapjuk.



9.33. ábra. A szűrővel ellátott rugalmas törzsű repülőgép átmeneti függvénye.

(MATLAB script: szerző.)

A 9.33. ábrán jól látható, hogy a rugalmas törzsű repülőgép átmeneti függvényének lengéseit a szűrőkapcsolás nagyon jól simítja. A repülőgép átmeneti függvényei a 9.34. ábrán láthatók.

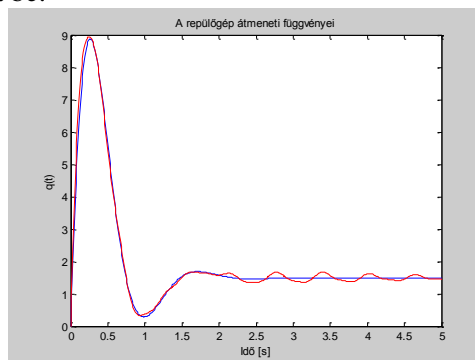


9.34. ábra. A repülőgép viselkedésének összehasonlítása. (MATLAB script: szerző.)

—: merev repülőgép; —: rugalmas repülőgép
—: rugalmas repülőgép félrehangolt sávszűrővel

A repülőgép bólintó szögsebességének időfüggvényeit a 9.33. ábrán vizsgálva elmondhatjuk, hogy a merev repülőgép átmeneti függvénye (kék), mint alapgörbe nagy túlszabályozással, de gyorsan lecsengő tranziens folyamatot jelent. A rugalmas törzsű repülőgép átmeneti függvényén (piros) jól látszik, hogy a repülőgép túlszabályozása kismértékben növekszik. Lényeges mértékben nő viszont a repülőgép lengési hajlama, valamint a tranziens idő is.

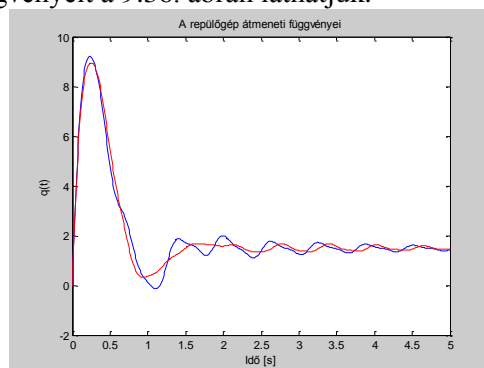
A szűrőkapcsolással ellátott rugalmas törzsű repülőgép bólintó szögsebessége lényeges mértékben simított, így a szűrő alkalmazása kifejezetten hasznosnak bizonyul. A jobb áttekinthetőség érdekében a merev, valamint a szűrőkapcsolással ellátott, rugalmas törzsű repülőgép átmeneti függvényeit a 9.35. ábra mutatja be.



9.35. ábra. A repülőgép viselkedésének összehasonlítása. (MATLAB script: szerző.)

—: merev repülőgép
—: szűrővel ellátott rugalmas törzsű repülőgép

A rugalmas törzsű repülőgép, és szűrővel ellátott rugalmas törzsű repülőgép átmeneti függvényeit a 9.36. ábrán láthatjuk.



9.36. ábra. A repülőgép viselkedésének összehasonlítása. (MATLAB script: szerző.)

—: rugalmas törzsű repülőgép
—: szűrővel ellátott rugalmas törzsű repülőgép

A gyakorlatban sokszor egyszerűbb megoldásokat, egyszerű szűrőket alkalmaznak a repülésszabályozó rendszerben. Ilyen szűrők például az aluláteresztő szűrők, amelyek a nagyfrekvenciás jeleket lényeges mértékben csillapítják.

9.12 OPUS CITATUM

- [9.1] Bisplinghoff, R. L. – Ashley, H. – Halfman, R. L. *Aeroelasticity*, Addison–Wesley Publishing Company, Inc., Cambridge, Mass., 1955.
- [9.2] Bisplinghoff, R. L. – Ashley, H. *Principles of Aeroelasticity*, John Wiley and Sons, Inc., New York–London, 1962.
- [9.3] Dowell, E. H. *A Modern Course in Aeroelasticity*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht–Boston–London, 1995.
- [9.4] Kármán, T. – Biot, M. A. *Matematikai módszerek műszaki feladatok megoldására*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967.
- [9.5] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984.
- [9.6] Красовский, А. А. – Вавилов, Ю. А. – Сучков, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Издание ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва, 1986.
- [9.7] Blakelock, J. H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley and Sons, New York–London–Sydney, 1965.
- [9.8] Duncan, W. J. *The Principles of the Control and Stability of Aircraft*, The Syndics of the Cambridge University Press, 1952.
- [9.9] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International Ltd., 1990.
- [9.10] Rácz, E. *Repülőgépek*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
- [9.11] Megson, T. H. G. *Aircraft Structures*, A Division of Hodder & Stoughton, London–Melbourne–Auckland, 1990.
- [9.12] Dickinson, B. *Aircraft Stability and Control for Pilots and Engineers*, Sir Isaac Pitman & Sons, Ltd., London, 1968.
- [9.13] Szabolcsi, R. *Design of the Pitch Attitude Control System for the Aeroelastic Fighter Aircraft*, Pannonian Applied Mathematical Meetings, Bulletines for Applied Mathematics, Göd, Hungary, pp (29–40), 1996.
- [9.14] Szabolcsi, R. – Szegedi, P. *Design of the Chebishev BR Filter for the Elastic Aircraft Longitudinal Stability Augmentation System*, Proceedings of the 1st International Symposium on Future Aviation Technologies FAT 2002, Vol. 1., pp (43–52), Szolnok, Hungary, April 12–14, 2002.

Prof. Dr. Szabolcsi Róbert

Óbudai Egyetem
BGK

- [9.15] Лебедев, А. А. – Карабанов, В. А. *Динамика систем управления беспилотными летательными аппаратами*, Машиностроение, Москва, 1965.
- [9.16] Под ред. Чернобровкина, Л. С. *Беспилотные летательные аппараты*, Машиностроение, Москва, 1967.
- [9.17] Gausz, T. *Helikopterek*, BME Mérnöktovábbképző Intézet, Budapest, 1982.
- [9.18] Shaumann, R. – Ghausi, M. S. – Laker, K. R. *Design of Analog Filters, Passive, Active RC, and Switched Capacitor*, Prentice-Hall International, Inc., 1990.
- [9.19] Szabolcsi, R.: *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [9.20] *MATLAB[®] 8.2.0.701 (R2013b) Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.
- [9.21] *MATLAB[®] Control System Toolbox 9.6, Getting Started Guide*, The MathWorks[™], Inc., 2013.

X. FEJEZET

AZ UAV TÉRBELI MOZGÁSÁT BEFOLYÁSOLÓ KÜLSŐ ZAVARÁSOK ÉS BELSŐ ZAJOK MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

„Aviators live by hours, not by days”

T. H. White

A repülés során az UAV térbeli helyzetét az egyes kormányfelületek szögkitérései során kialakuló légerők és nyomatékok változásai, az UAV propulziós teljesítménye, és az UAV-ra ható külső zavarások (pl. légköri turbulencia) és a szabályozási rendszer belső zajai (pl. érzékelők mérési zajai) határozzák meg.

A kormányfelületek kitéréseit az UAV vezető/operátor, vagy valamely repülőgép fedélzeti rendszer, például az automatikus repülésszabályozó, a navigációs, vagy a fegyvertechnikai rendszerek hozzák létre. A beavatkozás célja, hogy az UAV a kívánt módon változtassa meg a repülési pályáját.

Az UAV pályájának bármely más okra visszavezethető megváltozása nemkívánatosnak minősül. Az UAV-ra ható külső zavarások és a belső zajok repülésre gyakorolt hatása nemkívánatos, ezért a repülésszabályozó rendszer egyik fontos feladata eme zavarásoknak az UAV repülésére gyakorolt hatásának minimálása, ideális esetben e hatások teljes mértékű megszüntetése.

A légköri turbulencia matematikai modellezése történhet determinisztikus, illetve sztochasztikus jelek segítségével is. A determinisztikus turbulencia-modellek bármilyen jellegű alkalmazása is meglehetősen korlátozott, ezért a modern repülésszabályozó rendszerek tervezése, és vizsgálata során ma inkább a sztochasztikus analízis módszerét szokás alkalmazni.

A sztochasztikus légköri turbulencia modellezése során a sűrűségfüggvényeket alkalmazzák leginkább [10.3, 10.4, 10.5, 10.8, 10.9, 10.10, 10.11].

10.1 A LÉGKÖRI TURBULENCIA MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

A légkör, amelyben az UAV repül, soha sincs nyugalomban. Ebből következik, hogy a valós fizikai környezetben repülő UAV mozgása kiszámíthatatlan, véletlenszerű. Az UAV-ra ható atmoszférikus zavarások két osztálya ismeretes [10.1, 10.2, 10.3, 10.4, 10.5]:

- 1) *konvektív turbulencia*, amely felhőben, és azok környékén alakul ki;
- 2) *tiszta légköri turbulencia*.

A felhőalap alatt a konvekció felmelegíti a levegőt. Eme levegőáramlás kiegészülhet a meleg földfelszínről felemelkedő nagyszámú, kis intenzitású légörvénnyel. Ezt a levegőáramlást enyhe turbulenciának is szokás nevezni. Intenzívebb turbulens áramlások alakulhatnak ki hegyek közelében is.

Bizonyos meteorológiai körülmények között a tropopauzában végrehajtott repülések turbulens zónákon vezethetnek át, aminek ismerete különösen fontos a HALE UAVk repülése esetén.

Szélsőséges légköri turbulenciának nevezhetjük a szélnyírásokat és a *microburst*-öket. Szélnyírásnak nevezik a szélesebbség bármely irányban megfigyelt változását. Szélnyírás alakul ki a földfelszín közelében is, amikor a szélesebbség a függőleges irányban változik, a földhöz közeledve (többnyire) egyre csökken. Az ilyen szélnyírás különösen a leszállást végrehajtó UAV-kra veszélyes. Az UAV ugyanis – általában – ellenszélben hajtja végre a leszállást. Az UAV „megfúvási sebessége” az UAV repülési sebessége és a szélesebbség összegeként számítható. A leszállás során azonban a repülési magasság csökkenésével csökken az UAV-ra ható valóságos megfúvási sebesség, csökken a felhajtóerő, és az UAV „megsüllyed”, azaz a szükséges repülési pályát nem tudja tartani, mert veszít a repülési magasságából. Mivel ez a magasságváltozás (csökkenés) lassú folyamatként megy végbe, az UAV operátorok/vezetők kellő időben be tudnak avatkozni, és tartani tudják a leszállás során a repülési pályát.

A *microburst* egy összetettebb jelenség, amely általában zivatarfelhőkben alakul ki, csak néhány km-es körzetre terjed ki és jellemzője, hogy a középső részén a hideg levegő nagysebességgel süllyed (áramlik lefelé).

A szélnyírások meglehetősen rövid ideig hatnak. Ha a szélnyírás repülőtereken alakul ki, lényeges mértékben veszélyezteti a repülésbiztonságot. Modern radartechnikai eszközökkel a szélnyírás detektálható, és a szükséges intézkedések meghozatalával a repülések megfelelő szintű biztonsága garantálható. A továbbiakban tekintsük át a légköri turbulencia rendelkezésre álló matematikai modelljeit.

10.1.1. A légköri turbulencia determinisztikus matematikai modellezése

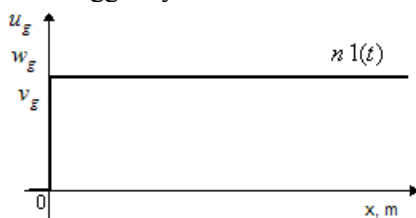
A merev UAV-kra ható turbulencia determinisztikus matematikai modelljei közül az alábbiakat alkalmazzák széles körben [10.1, 10.5, 10.6, 10.7]:

1) Éles szélű széllökés

A turbulencia test-koordináta rendszer tengelyeire eső sebességi összetevői az alábbi egyenlet alapján számítható:

$$u_g = w_g = v_g = n \cdot 1(t) . \quad (10.1)$$

A sebességi összetevő függvényei a 10.1. ábrán látható:



10.1. ábra. Az éles szélű széllökés sebességének profilja

2) Fokozatos (lineáris) széllökés

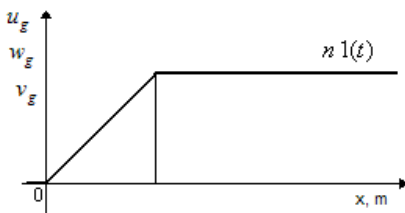
A fokozatos szél sebességi összetevői az alábbi egyenlet alapján számíthatóak:

$$u_g, w_g, v_g = 0, \text{ ha } x \leq 0, \quad (10.2)$$

$$u_g, w_g, v_g = kx, \text{ ha } 0 < x \leq x_{\max}, \quad (10.3)$$

$$u_g, w_g, v_g = u_{g_{\max}}, w_{g_{\max}}, v_{g_{\max}}, \text{ ha } x > x_{\max}. \quad (10.4)$$

A fokozatos szél függvénye a 10.2. ábrán látható.



10.2. ábra. A lineáris széllökés sebességprofilja

3) Az „1-cos” egyenletű légköri turbulencia-modell

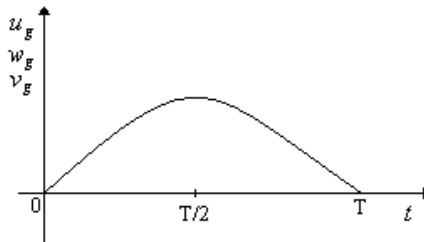
Az „1-cos” légköri turbulencia-modell időfüggvénye a 10.3. ábrán látható.

Az „ $I\text{-cos}$ ” légköri turbulencia–modell egyenlete az alábbi módon írható fel:

$$u_g, w_g, v_g = \frac{k}{T} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} t\right), \quad (10.5)$$

ahol a turbulencia T időtartama a következő összefüggés alapján számítható:

$$T = \frac{L}{U_o}. \quad (10.6)$$



10.3. ábra. Az $I\text{-cos}$ egyenletű turbulencia modell

A (10.6) egyenletben: L [m] az integrál léptéktényező, U_o [m/s] az egyensúlyi (munkaponti) repülési sebesség. A (10.5) egyenletben szereplő k skalár együttható a megfelelő intenzitás létrehozását szolgálja. A gyakorlatban az integrál léptéktényező értékét az alábbi tapasztalati képlettel szokás meghatározni:

$$L = 25 \bar{c}. \quad (10.7)$$

A (10.7) összefüggés tapasztalati úton történő meghatározásakor abból a feltételezésből szokás kiindulni, hogy a zavarás főleg az UAV rövidperiodikus mozgását befolyásolja, és az UAV-ra ható terhelést alapvetően a tényező határozza meg.

Ha az L léptéktényező összes lehetséges értékét szeretnénk figyelembe venni, akkor a légköri turbulencia matematikai leírására statisztikai módszert kell alkalmazni, amelyek közül a gyakorlatban, széles körben alkalmazzák a sűrűség–függvény módszert [10.4, 10.5, 10.13, 10.14].

10.1.2 A légköri turbulencia sztochasztikus modellezése

Tetszőleges sztochasztikus folyamat $x(t)$ realizációjának $\Phi(\omega)$ sűrűség–függvénye megadja, hogy az $x(t)$ sztochasztikus jel négyzetes időfüggvénye hogyan oszlik el a frekvencia függvényében, vagyis [10.9, 10.11, 10.12]:

$$\Phi(\omega) = \lim_{\substack{\Delta\omega \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{T\Delta\omega} \int_0^T x^2(t, \omega, \Delta\omega) dt. \quad (10.8)$$

A $\Phi(\omega)$ teljesítmény sűrűség-függvény mértékegysége $m s^{-1}$, vagy $rad s^{-2}$. Az $x(t, \omega, \Delta\omega)$ integrálandó időfüggvény az $\omega \pm (\Delta\omega)/2$ frekvenciatartományon értelmezett.

Az analízis eredményeinek sikeres összehasonlítása érdekében, tehát a repülési sebesség hatásának kiküszöbölése végett a (10.8) sűrűség-függvényt a térbeli körfrekvencia függvényében szokás kiszámítani. A térbeli körfrekvencia – definíció szerint – az alábbi egyenlettel adható meg [10.4, 10.5, 10.6, 10.13, 10.14]:

$$\Omega = \omega / U_o, \quad (10.9)$$

ahol: Ω [rad/m] térbeli körfrekvencia, ω [rad/s] körfrekvencia.

A (10.8) sűrűség-függvény az Ω függvényében a következő egyenlet szerint is kiszámítható:

$$\Phi(\omega) = \Phi(\Omega) / U_o. \quad (10.10)$$

Bár a sűrűség-függvény a (10.8) általános alakú összefüggés alapján is kiszámítható, a gyakorlatban kényelmes és célszerű az első lépésben az $x(t)$ realizáció auto-korreláció függvényét meghatározni:

$$\varphi_{xx}(T) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+T) dt. \quad (10.11)$$

A (10.11) kifejezés Fourier-transzformáltja adja meg a keresett teljesítmény sűrűség-függvény értékét, tehát [10.9, 10.11]:

$$\Phi(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_{xx}(T) e^{j\Omega T} dT. \quad (10.12)$$

A teljesítmény sűrűség-függvény értéke a légköri turbulencia intenzitását adja meg a frekvencia függvényében. A légköri turbulenciára tipikusan jellemző, hogy a frekvencia növekedésével az intenzitás értéke csökken. A teljesítmény sűrűség-függvény görbe alatti területének négyzetgyöke a légköri turbulencia σ szórását adja meg. A (10.12) egyenlet a teljesítmény sűrűség-függvény kétoldali Fourier-transzformáltját adja, azonban csak a $0 \leq \omega \leq \infty$ frekvenciatartományon szokás meghatározni a sűrűség-függvény értékét. A gyakorlatban létezik egy olyan maximális ω_{\max} frekvencia érték, amely fölött a sűrűség-függvény nem változik számottevően, ezért a vizsgálataink

során a sűrűség–függvényt a $0 \leq \omega \leq \omega_{\max}$ frekvenciatartományon szokás meghatározni. Megemlíteni szükséges azonban, hogy a vizsgált frekvenciatartomány fent leírt módon történő redukálása a turbulencia σ szórásának akár (2–2,5)-szeres megváltozását is eredményezheti, tehát a matematikai egyszerűsítések akár lényeges mértékben ronthatják a sztochasztikus turbulencia modell pontosságát. Az automatikus repülésszabályozás területén többféle sztochasztikus matematikai modellt szokás alkalmazni. A 10.1., 10.2., és a 10.3. táblázatokban a gyakorlatban alkalmazott folyamatos, sztochasztikus légköri turbulencia–modelleket foglaltuk össze [10.13, 10.14].

Turbulencia–modellek

10.1. Táblázat

A turbulencia modell elnevezése	A turbulencia állandó összetevőjének sűrűség–függvénye
Lumley–Panovsky modell	$\Phi_{vv}(\Omega) = \frac{1180\sigma_k^2}{c[(1 + 295\Omega)^{2/3}]}$
Lappe–modell	$\Phi_{ii}(\Omega) = \delta_i^2 \frac{2\pi L}{(1 + 2\pi L\Omega)^2}$
Angol Királyi Légi Intézet modellje	$\Phi(\Omega) \approx K^{5/3} W_c, \text{ ha } K > 0,5L$ $\Phi(\Omega) \approx K^{-1} W_c, \text{ ha } K < 0,5L$
Lipman–modell	$\Phi_{vv}(\omega) = \frac{\sigma_\omega^2 L}{\pi U_o} \frac{2}{1 + (\omega L / U_o)^2}$ $\Phi_{vv}(\omega) = \frac{\sigma_\omega^2 L}{\pi U_o} \frac{1 + 3(\omega L / U_o)^2}{1 + [(\omega L / U_o)^2]^2}$
Kármán–modell	$\Phi_{vv}(\Omega) = \frac{\sigma_\omega^2 L}{\pi} \frac{2}{\{1 + (1,339L\Omega)^2\}^{3/5}}$ $\Phi(\Omega) = \frac{\sigma_w^2 L}{\pi} \frac{\{1 + 8/3(1,339L\Omega)^2\}}{\{1 + (1,339L\Omega)^2\}^{11/6}}$
Dryden–modell	$\Phi_{uu}(\Omega) = \frac{2\sigma_u^2 L}{\pi} \frac{1}{1 + (L\Omega)^2}$ $\Phi_{vv}(\Omega) = \frac{\sigma_v^2 L}{\pi} \frac{1 + 3(L\Omega)^2}{[1 + (L\Omega)^2]^2}$ $\Phi_{ww}(\Omega) = \frac{\sigma_w^2 L}{\pi} \frac{1 + 3(L\Omega)^2}{[1 + (L\Omega)^2]^2}$

A turbulencia intenzitása	
Kont – összefüggés	NASA – egyenletek
$\frac{\sigma_\omega}{v_{DIN}} \approx -\left(\frac{2}{L}\right)^{1/3}$	$3,4\text{ m/s} \leq \sigma_u \leq 0,85\text{ m/s}$ $2,8\text{ m/s} \leq \sigma_v \leq 0,7\text{ m/s}$ $1,8\text{ m/s} \leq \sigma_w \leq 0,45\text{ m/s}$

A légköri turbulencia léptéktényezői	
Boeing–modell	$L = ch$; $c \approx 1$, ha $h < 2,8\text{ m}$
Angol Légügyi Hatóság	$L_w = \begin{cases} 5, & \text{ha } h \leq 10\text{ m} \\ 0,5h, & \text{ha } (10 \leq h \leq 300)\text{ m} \\ 150, & \text{ha } h \geq 300\text{ m} \end{cases}$ $\frac{L_v}{L_w} = \begin{cases} 1,3 - 0,02h, & \text{ha } h \leq 150\text{ m} \\ 1, & \text{ha } h \geq 150\text{ m} \end{cases}$
Kármán–spektrum	$L_u = 2L_w = 0,8h$, ha $h \leq 300\text{ m}$ $L_u = 2L_w = 250$, ha $h > 300\text{ m}$ $L_w = 0,5h$, ha $h \leq 940\text{ m}$ $L_u = 2L_v = 184h^{1/3}$, ha $z \leq 940\text{ m}$
Dryden–spektrum	$L_w = 0,5h$ $L_u = zh = 145^{1/3}$, ha $h < 660\text{ m}$

A Kármán–féle légköri turbulencia modell sűrűség–függvénye – a 10.1. táblázat alapján – a következő alakban adható meg [10.2, 10.3, 10.4, 10.5, 10.6, 10.10, 10.13, 10.14]:

$$\Phi(\Omega) = \frac{\sigma^2 L}{\pi} \frac{\left\{1 + 8/3(1,339L\Omega)^2\right\}}{\left\{1 + (1,339L\Omega)^2\right\}^{11/6}}. \quad (10.13)$$

A másik széles körben alkalmazott turbulencia modell a Dryden–féle turbulencia modell, melynek sűrűség–függvénye a következő [10.2, 10.3, 10.4, 10.5, 10.6, 10.10, 10.13, 10.14]:

$$\Phi(\Omega) = \frac{\sigma^2 L}{\pi} \frac{\left\{1 + 3(L\Omega)^2\right\}}{\left\{1 + (L\Omega)^2\right\}^2}. \quad (10.14)$$

A légköri turbulencia modellezése során az alábbi egyszerűsítő feltételeket alkalmazhatjuk [10.4, 10.12, 10.13, 10.14]:

1. az L léptéktényező a repülési magasság függvényében változik:

1.1. $h=580$ m (1750 ft) repülési magasság alatt:

$$L_w = h_{tb}, \quad (10.15)$$

$$L_u = L_v = 145 h_{tb}, \quad (10.16-1)$$

ahol h_{tb} a turbulenciába belépéskor mért repülési magasság.

1.2. $h=580$ m repülési magasság felett:

$$L_x = L_y = L_z = 580m. \quad (10.16-2)$$

2. Feltételezzük, hogy a légköri turbulencia stacionárius, ergodikus sztochasztikus folyamat, tehát a statisztikai jellemzői függetlenek az időtől. Mivel a repülésszabályozó rendszerek analízise rendszerint rövidebb ideig tart, mint egy perc, ezért eme feltétel jó közelítéssel teljesül.
3. A Taylor–hipotézis értelmében a légköri turbulencia jellemzőit állandó repülési sebesség esetén határozzuk meg.
4. A légköri turbulencia jellemzőit az UAV-hoz kapcsolt test–koordináta rendszerben határozzuk meg.
5. A légköri turbulencia izotropikus tulajdonságokkal bír, vagyis az UAV test–koordináta rendszerének tengelyei mentén az intenzitások megegyeznek, tehát a Dryden–modellre igaz, hogy

$$\sigma_u^2/L_u = \sigma_w^2/L_w = \sigma_v^2/L_v, \quad (10.17)$$

míg a Kármán–modell intenzitásai az alábbiak lesznek:

$$\sigma_u^2/L_u^{2/3} = \sigma_w^2/L_w^{2/3} = \sigma_v^2/L_v^{2/3}. \quad (10.18)$$

6. Ismeretes, hogy a Dryden–féle légköri turbulencia modell hosszirányú sebességi összetevője az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\Phi_u(\Omega) = 2\sigma_u^2 \frac{L_u}{\pi} \frac{1}{\{1 + (L_u\Omega)^2\}^2}, \quad (10.19)$$

míg a másik két sebességi összetevő (függőleges sebesség, oldalirányú sebesség) a következő egyenletekkel definiálható:

$$\Phi_v(\Omega) = \sigma_v^2 \frac{L_v}{\pi} \frac{\{1 + 3(L_v\Omega)^2\}}{\{1 + (L_v\Omega)^2\}^2}, \quad (10.20)$$

$$\Phi_w(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi} \frac{\{1 + 3(L_w\Omega)^2\}}{\{1 + (L_w\Omega)^2\}^2}, \quad (10.21)$$

ahol:

$$\sigma_{u,v,w}^2 = \int_0^\infty \Phi_{u,v,w}(\Omega) d\Omega_{u,v,w}. \quad (10.22)$$

Korábról ismeretes, hogy

$$\omega = U_o \Omega, \quad (10.23)$$

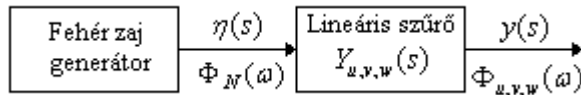
ezért a Dryden–modell (10.19)–(10.21) egyenletekkel megadott teljesítmény sűrűség–függvényei a következő összefüggésekkel írhatók le [10.4, 10.5, 10.12, 10.13, 10.14]:

$$\Phi_u(\Omega) = 2\sigma_u^2 \frac{L_u}{U_o \pi} \frac{1}{\left\{1 + (L_u/U_o)^2 \omega^2\right\}^2}, \quad (10.24)$$

$$\Phi_v(\Omega) = \frac{\sigma_v^2 L_v}{U_o \pi} \frac{\left\{1 + 3(L_v/U_o)^2 \omega^2\right\}^2}{\left\{1 + (L_v/U_o)^2 \omega^2\right\}^2}, \quad (10.25)$$

$$\Phi_w(\Omega) = \frac{\sigma_w^2 L_w}{U_o \pi} \frac{\left\{1 + 3(L_w/U_o)^2 \omega^2\right\}}{\left\{1 + (L_w/U_o)^2 \omega^2\right\}^2} \quad (10.26)$$

Egy adott repülési magasságon és sebességen uralkodó légköri turbulencia sűrűség–függvényének létrehozását tekintsük át a 10.4. ábra alapján.



10.4. ábra. A turbulencia sebességi összetevőinek létrehozása.

A nagy sáv szélességű zajforrás, a fehér zaj generátor $\Phi_N(\omega)$ sűrűség–függvényű zajt állít elő, amely a $Y_{u,v,w}(s)$ átviteli függvényű lineáris szűrő bemenetére kerül. A szűrő átviteli függvényének alakját úgy kell megválasztani, hogy a szűrő kimeneti jelének sűrűség–függvénye éppen $\Phi_{u,v,w}(\omega)$ legyen. A kimeneti jel $\Phi_{u,v,w}(\omega)$ sűrűség–függvénye – a 10.4. ábra felhasználásával – az alábbi egyenlettel is megadható [10.4, 10.13, 10.14]:

$$\Phi_{u,v,w}(\omega) = \left| Y_{u,v,w}(s) \right|_{s=j\omega}^2 \Phi_N(\omega). \quad (10.27)$$

Ha a nagy sáv szélességű jelgenerátor – ideális esetben – fehér zaj generátornak tekinthető, vagyis

$$\Phi_N(\omega) = 1, \quad (10.28)$$

akkor a (10.27) egyenlet az alábbi alakban is felírható [10.4, 10.13, 10.14]:

$$\Phi_{u,v,w}(\omega) = \left| Y_{u,v,w}(s) \right|_{s=j\omega}^2. \quad (10.29)$$

Összefoglalva az eddig elhangzottakat, a megfelelő sűrűség–függvénnyel rendelkező sztochasztikus jel fehér zajból történő szűréséhez az alábbi átviteli függvények szükségesek [10.4, 10.13, 10.14]:

$$Y_u(s) = \frac{\sqrt{K_u}}{s + \lambda_u}, \quad (10.30)$$

$$Y_v(s) = \sqrt{K_v} \frac{s + \beta_v}{(s + \lambda_v)^2}, \quad (10.31)$$

$$Y_w(s) = \sqrt{K_w} \frac{s + \beta_w}{(s + \lambda_w)^2}, \quad (10.32)$$

ahol:

$$K_u = \frac{2U_o\sigma_u^2}{\pi L_u}, \quad K_v = \frac{3U_o\sigma_v^2}{\pi L_v}, \quad K_w = \frac{3U_o\sigma_w^2}{\pi L_w}, \quad (10.33)$$

$$\beta_v = \frac{U_o}{\sqrt{3} L_v}, \quad \beta_w = \frac{U_o}{\sqrt{3} L_w}, \quad (10.34)$$

$$\lambda_u = U_o / L_u, \quad \lambda_v = U_o / L_v, \quad \lambda_w = U_o / L_w. \quad (10.35)$$

Könnyen belátható, hogy a lineáris szűrők (10.30)–(10.32) átviteli függvényeit behelyettesítve a (10.27) egyenletbe éppen a Dryden-féle (10.19)–(10.21) megfelelő sűrűség–függvényeket kapjuk.

A továbbiakban feltételezzük, hogy az általunk vizsgált UAV kis repülési magasságon, kis sebességű repülést hajt végre. Legyenek a kiindulási repülési paraméterek tehát az alábbiak:

$$H = 100m \cong 328084\text{láb}; \quad U_0 = 25 \text{ m/s} = 90 \text{ km/h}^1. \quad (10.37)$$

A (10.33)–(10.35) egyenletek alapján könnyen belátható, hogy a (10.30)–(10.32) átviteli függvények pontos felírásához – a (10.17) repülési paraméterek ismerete mellett – elengedhetetlenül szükséges a test-koordináta rendszer

¹ 1 láb $\cong 0,3048 \text{ m}$ — 1 m $\cong 3,28084 \text{ láb}$. Bár e mértékegység nem tartozik az SI-rendszerhez, alkalmazása az angolszász mértékegység rendszerben széleskörű, repülésben történő alkalmazása miatt pedig megkerülhetetlen.

tengelyeire vett L_i turbulencia-léptékek, valamint az egyes σ_i turbulencia intenzitások ismerete [10.4, 10.13, 10.14].

A turbulencia intenzitások [10.4, 10.5, 10.6, 10.7, 10.13, 10.14] szerint az alábbi NASA-adatokkal adhatók meg:

- az OX hossz tengelye mentén: $3,4 \text{ m/s} \leq \sigma_u \leq 0,85 \text{ m/s}$, (10.38)

- az OY kereszt-tengelye mentén: $2,8 \text{ m/s} \leq \sigma_v \leq 0,7 \text{ m/s}$, (10.39)

- az OZ függőleges tengelye mentén: $1,8 \text{ m/s} \leq \sigma_w \leq 0,45 \text{ m/s}$. (10.40)

McLean, D. szerint – extrém időjárási feltételek (erős vihar) esetére – igazak az alábbi turbulencia intenzitások [10.4]:

$$\sigma_u = \sigma_v = \sigma_w = 7 \text{ m/s}. \quad (10.41)$$

A kismagasságú légköri turbulencia L_i léptékeit – $10 \text{ láb} \leq h \leq 1000 \text{ láb}$ repülési magasságok esetén – az alábbi összefüggések szerint számíthatjuk [10.4, 10.5, 10.6, 10.7, 10.13, 10.14]:

$$L_u = 2L_v = \frac{h}{(0,177 + 0,000823 h)^{1,2}}, \quad L_w = 0,5 h. \quad (10.42)$$

McLean, D. szerint – extrém időjárási feltételek (erős vihar) esetére – igazak az alábbi turbulencia léptékek [10.4]:

$$L_u = L_v = L_w = 580 \text{ m}. \quad (10.43)$$

A légköri turbulencia állandó összetevőjének sebességét – különféle időjárási viszonyokra a [10.5, 10.6, 10.7] katonai szabványok adják meg, grafikus alakban, az egyes sebességek előfordulásának valószínűsége függvényében. Kismagasságú turbulencia-modellek esetén igaz, hogy a turbulencia függőleges sebességi összetevőjének σ_w intenzitása a következő összefüggés alapján is kiszámítható:

$$\sigma_w = 0,1 u_{20}, \quad (10.44)$$

ahol u_{20} a turbulencia állandó hosszirányú sebességi összetevője $h = 20 \text{ láb}$ repülési magasságon.

A (10.37)–(10.43) összefüggések alapján a turbulencia léptékek már könnyen kiszámíthatóak, és a 10.4. Táblázatban találjuk őket.

A turbulencia-lépték értékei $H = 100\text{ m} \cong 328,084\text{ láb}$ esetén

10.4. Táblázat

Turbulencia lépték	Nominális (Nom)	Extrém (Worst Case)
L_u	862,185497 láb \cong 262,7941311 m	580
$L_v = 0,5 L_u$	431,0927485 \cong 131,3970655 m	580
L_w	50	580

A (10.37)–(10.44) képletek alapján a turbulencia intenzitások könnyen kiszámíthatóak, és a 10.5. Táblázatban foglaltuk őket össze.

A turbulencia intenzitások értékei

10.5. Táblázat

Turbulencia intenzitások	Minimális (Min)	Maximális (Max)	Extrém (Worst Case)
σ_u , [m/s]	0,85	3,4	7
σ_v , [m/s]	0,7	2,7	7
σ_w , [m/s]	0,45	1,8	7

A 10.5. Táblázat, valamint a (10.44) egyenlet alapján az u_{20} sebesség értékei a 10.6. Táblázatban található.

Az u_{20} sebesség értékei

10.6. Táblázat

Léggöri turbulencia jellemzői	Minimális (Min)	Maximális (Max)	Extrém (Worst Case)
$\sigma_w = 0,1 u_{20}$, [m/s]	0,45	1,8	7
u_{20} , [m/s] – [km/h]	4,5 – 16,2	18 – 64,8	70 – 252

A lineáris szűrők (10.30)–(10.32) egyenletekkel megadott átviteli függvényeinek – a (10.37) feltételek mellett – a 10.5. és a 10.6. Táblázatokban megadott paraméterek alapján számított paramétereit a 10.7., a 10.8. és a 10.9. Táblázatokban foglaltuk össze.

A számítások során a turbulencia intenzitás úgy minimális, mint maximális értékeihez a turbulencia érték nominális értékét vettük figyelembe.

A lineáris szűrők paraméterei – $u_g(t)$ előállítás

10.7. Táblázat

Szűrő paraméterek	$K_u = \frac{2\sigma_u^2 U_o}{L_u \pi} [s^{-1}]$	$\lambda_u = \frac{U_o}{L_u} [s^{-1}]$
Min	0,043756496	0,095131547
Max	0,700103937	0,095131547
Extrém	1,344584864	0,043103448

A lineáris szűrők paraméterei – $v_g(t)$ előállítás

10.8. Táblázat

Szűrő pa- raméterek	$K_v = \frac{3\sigma_v^2 U_o}{L_v \pi} [s^{-1}]$	$\beta_v = \frac{U_o}{\sqrt{3}L_v} [s^{-1}]$	$\lambda_v = \frac{U_o}{L_v} [s^{-1}]$
Min	0,089027057	0,109848449	0,190263095
Max	1,324504595	0,109848449	0,190263095
Extrém	8,902705783	0,024885787	0,043103448

A lineáris szűrők paraméterei – $w_g(t)$ előállítás

10.9. Táblázat

Szűrő pa- raméterek	$K_w = \frac{3\sigma_w^2 U_o}{L_w \pi} [s^{-1}]$	$\beta_w = \frac{U_o}{\sqrt{3}L_w} [s^{-1}]$	$\lambda_w = \frac{U_o}{L_w} [s^{-1}]$
Min	0,096686627	0,288675134	0,5
Max	1,546986047	0,288675134	0,5
Extrém	2,016877296	0,024885787	0,043103448

A (10.30)–(10.32) átviteli függvények – a 10.7., 10.8., és a 10.9. Táblázatok adatait felhasználva – most az alábbi módon írhatók fel:

$$Y_{u_g}^{Min}(s) = \frac{0,20918}{s + 0,09513}, \quad (10.45-1)$$

$$Y_{u_g}^{Max}(s) = \frac{0,83672}{s + 0,09513}, \quad (10.45-2)$$

$$Y_{u_g}^{Extr}(s) = \frac{1,15956}{s + 0,04310}, \quad (10.45-3)$$

$$Y_{v_g}^{Min}(s) = 0,29837 \frac{s + 0,10984}{s^2 + 0,38052s + 0,03620}, \quad (10.46-1)$$

$$Y_{v_g}^{Max}(s) = 1,15087 \frac{s + 0,10984}{s^2 + 0,38052s + 0,03620}, \quad (10.46-2)$$

$$Y_{v_g}^{Extr}(s) = 2,98374 \frac{s + 0,02488}{s^2 + 0,08620s + 0,00186} \quad (10.46-3)$$

$$Y_{w_g}^{Min}(s) = 0,31094 \frac{s + 0,28867}{s^2 + s + 0,25}, \quad (10.47-1)$$

$$Y_{w_g}^{Max}(s) = 1,24377 \frac{s + 0,28867}{s^2 + s + 0,25} \quad (10.47-2)$$

$$Y_{w_g}^{Extr}(s) = 1,42016 \frac{s + 0,02488}{s^2 + 0,08620s + 0,00186} \quad (10.47-3)$$

A (10.45)–(10.47) lineáris szűrők segítségével egy megadott statisztikai jellemzőkkel bíró véletlen (sztochasztikus) idősből az UAV automatikus repülésszabályozó rendszereinek analízise, és előzetes tervezése során nélkülözhetetlen idősorok már könnyen létrehozhatóak.

10.1.3 A légköri turbulencia állapotteresi matematikai modellje

A (10.32) egyenlet, valamint a 10.4. ábra alapján igaz az alábbi egyenlet:

$$w_g(s) = \sqrt{K_w} \frac{s + \beta_w}{(s + \lambda_w)^2} \eta(s). \quad (10.48)^2$$

Rendezzük a (10.48) egyenletet, majd térjünk át az időtartományra. Így a légköri turbulencia függőleges sebességi összetevőjének differenciálegyenlete a következő alakban írható fel:

$$\ddot{w} + 2\lambda_w \dot{w} + \lambda_w^2 w = \sqrt{K_w} (\beta_w \eta + \dot{\eta}), \quad (10.49)$$

ahol $\eta(t)$ a szignál-generátor kimeneti jele. Végezzük el az alábbi átalakítást:

$$\frac{w_g(s)}{\eta(s)} = \frac{x(s)}{\eta(s)} \frac{w_g(s)}{x(s)}. \quad (10.50)$$

Vezessük be a következő összefüggéseket:

² A fejezet egyenleteiben a „g” alsó index a „gust” szót jelöli.

$$\frac{x(s)}{\eta(s)} = \frac{1}{s^2 + 2\lambda_w s + \lambda_w^2}, \quad \frac{w_g(s)}{x(s)} = \sqrt{K_w}(s + \beta_w). \quad (10.51)$$

A (10.48)–(10.51) egyenletek figyelembevételével az alábbi egyenleteket is felírhatjuk [10.4]:

$$\ddot{x} + 2\lambda_w \dot{x} + \lambda_w^2 x = \eta(t), \quad (10.52)$$

$$w_g = \sqrt{K_w}(\beta_w x + \dot{x}). \quad (10.53)$$

Vezessük be az alábbi állapot–változókat [10.4, 10.14]:

$$d_g \triangleq w_g, \quad x_1 \triangleq x, \quad x_2 \triangleq \dot{x}. \quad (10.54)$$

A fenti állapot–változók segítségével az állapotteres modell a következő alakban is megadható:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (10.55)$$

$$\dot{x}_2 = -\lambda_w^2 x_1 - 2\lambda_w x_2 + \eta(t), \quad (10.56)$$

$$y \triangleq \sqrt{K_w} \beta_w x_1 + \sqrt{K_w} x_2 w_g. \quad (10.57)$$

A (10.55)–(10.57) egyenletek alapján a légköri turbulencia állapotteres matematikai modellje az alábbi állapot–, és kimeneti egyenlettel adható meg:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_w^2 & -2\lambda_w \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \eta, \quad (10.58)$$

$$d_g \triangleq \sqrt{K_w} [\beta_w \quad 1] \mathbf{x}. \quad (10.59)$$

A (10.58)–(10.59) egyenletek az alábbi alakban is felírhatóak:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \eta, \quad (10.60)$$

$$d_g \triangleq \mathbf{F} \mathbf{x}, \quad (10.61)$$

ahol:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\lambda_w^2 & -2\lambda_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(U_o/L_w)^2 & -2(U_o/L_w) \end{bmatrix}, \quad (10.62)$$

$$\mathbf{B} = [0 \quad 1]^T, \quad (10.63)$$

$$\mathbf{F} \triangleq \sqrt{K_w} [\beta_w \quad 1] = \left[\sqrt{\frac{\sigma_w^2 U_o}{\pi L_w^3}} \quad \sqrt{\frac{3\sigma_w^2}{\pi U_o L_w}} \right]. \quad (10.64)$$

A (10.60)–(10.62) állapot-egyenletek más módszerrel is meghatározhatók. A (10.49) egyenlet alapján igazak a következő összefüggések:

$$d_2 \triangleq w_g, \quad (10.65)$$

$$d_1 \triangleq \dot{w}_g - \sqrt{K_w} \eta, \quad (10.66)$$

$$\dot{w}_g = d_1 + \sqrt{K_w} \eta, \quad (10.67)$$

$$\dot{d}_1 \triangleq \ddot{w}_g - \sqrt{K_w} \dot{\eta} = -2\lambda_w \dot{w}_g - \lambda_w^2 w_g + \sqrt{K_w} \beta_w \eta. \quad (10.68)$$

A (10.68) egyenlet – a (10.65)–(10.67) egyenletek behelyettesítésével – az alábbi alakban írható fel:

$$\begin{aligned} \dot{d}_1 &\triangleq -2\lambda_w (d_1 + \sqrt{K_w} \eta) - \lambda_w^2 d_2 + \sqrt{K_w} \beta_w \eta = \\ &= -2\lambda_w d_1 - \lambda_w^2 d_2 + \sqrt{K_w} (\beta_w - 2\lambda_w) \eta \end{aligned} \quad (10.69)$$

A (10.65) és a (10.66) egyenletek alapján felírható, hogy

$$\dot{d}_2 \triangleq d_1 + \sqrt{K_w} \eta. \quad (10.70)$$

Vezessük be az alábbi jelöléseket:

$$\mathbf{d}_g \triangleq [d_1 \quad d_2]^T, \quad (10.71)$$

$$\dot{\mathbf{d}}_g \triangleq \mathbf{F} \mathbf{d}_g + \mathbf{D} \eta, \quad (10.72)$$

ahol a (10.72) egyenlet mátrixait az alábbi egyenletek adják meg:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -2\lambda_w & -\lambda_w^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10.73)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \sqrt{K_w} (\beta_w - 2\lambda_w) \\ \sqrt{K_w} \end{bmatrix}. \quad (10.74)$$

10.1.4 A légköri turbulencia oldalirányú mozgásra gyakorolt hatása

A légköri turbulencia a 10.1.2. fejezetben ismertetett módon befolyásolja a merev légi járművek térbeli mozgását. A légköri turbulencia az egyes mozgásfajtákra, például az oldalirányú mozgás állapot-változóira is kihat. A turbulencia oldalirányú mozgásra gyakorolt hatását az alábbi átviteli függvények segítségével vizsgálhatjuk:

$$\frac{p_g(s)}{\eta(s)} = \frac{\sigma_w \sqrt{\pi}}{\sqrt{L_w U_o}} \sqrt{0,8 \left(\frac{\pi L_w}{4b} \right)^{1/3}} \left\{ 1 + \frac{4b}{\pi U_o} s \right\}^{-1}, \quad (10.75)$$

$$\frac{r_g(s)}{\eta(s)} = -s v(s) \left\{ U_o \left(1 + \frac{3b}{\pi U_o} s \right) s \right\}^{-1}, \quad (10.76)$$

$$v_g(s) = \sigma_v \sqrt{L_v U_o} \left(1 + \sqrt{3} \frac{L_v}{\pi U_o} s \right) \left\{ \left(1 + \frac{L_v}{\pi U_o} s \right)^2 \right\}^{-1}. \quad (10.77)$$

10.1.5 A légköri turbulencia repülésre gyakorolthatása

A turbulencia hosszirányú sebességi összetevőjének a test-koordináta rendszer tengelyeire képzett vetületei azok pozitív irányaiban pozitív előjelűek, ezért igazak az alábbi összefüggések [10.4]:

$$\alpha_g = -w/U_o, \quad (10.78)$$

$$\beta_g \cong -v/U_o. \quad (10.79)$$

Ismeretes, hogy a légköri turbulencia test-koordináta rendszer tengelyeire eső komponens sebességi összetevői u_g , w_g , és v_g , a hossztengely és a fesz-távolság mentén változhat. Eme jelenséget jó közelítéssel az alábbi redukált Taylor-sorokkal vehetjük figyelembe:

$$u_g(x) = u_g(0) + \left. \frac{\partial u_g}{\partial x} \right|_0^x, \quad (10.80)$$

$$v_g(y) = v_g(0) + \left. \frac{\partial v_g}{\partial y} \right|_0^y, \quad (10.81)$$

$$w_g(x, y) = w_g(0, 0) + \frac{\partial w_g}{\partial x} \Big|_0^x + \frac{\partial w_g}{\partial y} \Big|_0^y. \quad (10.82)$$

A kis növekményes módszert alkalmazva, a $\partial w_g / \partial x$ összefüggés lineárisnak tekinthető, ezért igaz a következő összefüggés:

$$q_g = \partial w_g / \partial x. \quad (10.83)$$

A (10.83) feltétel teljesülése esetén a merev UAV az alábbi egyenletek írhatók még fel:

$$p_g = -\partial w_g / \partial y, \quad (10.84)$$

$$r_g = \partial v_g / \partial x, \quad (10.85)$$

$$\dot{\alpha}_g = \frac{\partial \alpha_g}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} (-w_g / U_o) U_o = -\frac{\partial w_g}{\partial x}. \quad (10.86)$$

A merev UAV hosszirányú mozgásának légköri turbulencia által is gerjesztett állapotteres matematikai modellje az alábbi egyenletekkel adható meg:

$$\dot{u} = -g\theta + X_\delta \delta + X_u(u + u_g) + X_\alpha(\alpha + \alpha_g), \quad (10.87)$$

$$\dot{\alpha} = q + \frac{Z_u}{U_o}(u + u_g) + Z_\alpha(\alpha + \alpha_g) + Z_q(q + q_g) + Z_{\dot{\alpha}}(\dot{\alpha} - q_g) + Z_\delta \delta, \quad (10.88)$$

$$\dot{q} = M_u(u + u_g) + M_\alpha(\alpha + \alpha_g) + M_{\dot{\alpha}}(\dot{\alpha} - q_g) + M_q(q + q_g) + M_\delta \delta, \quad (10.89)$$

$$\dot{\theta} = q. \quad (10.90)$$

A (8.75)–(8.78) egyenletek alapján a merev repülőgép állapot-vektora

$$\mathbf{x} = [u \quad \alpha \quad q \quad \theta]^T \quad (10.91)$$

lesz, míg az állapot-egyenlet az

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\delta + \mathbf{E}\mathbf{V}_g \quad (10.92)$$

vektor-differenciál egyenlettel adható meg, ahol a (8.80) egyenlet mátrixai, és a zavarás vektora az alábbi kifejezésekkel adható meg:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g \\ Z_u/U_o & Z_\alpha & 1 + Z_q & 0 \\ M_u & M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10.93)$$

$$\mathbf{B} = [X_\delta \quad Z_\delta \quad M_\delta \quad 0]^T, \quad (10.94)$$

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 \\ Z_u/U_o & Z_\alpha & Z_q - Z_{\dot{\alpha}} \\ M_u & M_\alpha & M_q - M_{\dot{\alpha}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (10.95)$$

$$\mathbf{V}_g \triangleq [u_g \quad \alpha_g \quad q_g]^T. \quad (10.96)$$

10.1.6 A légköri turbulencia modellezése determinisztikus jelekkel

Ha a légköri turbulencia sűrűség–függvénye racionális függvény, és felírható gyöktényezős alakban, akkor az egyes jelek stacioner értékének varianciája könnyen kiszámítható. Ez azt jelenti, hogy a sztochasztikus légköri turbulencia sebességi komponensei determinisztikus jelekkel approximálhatók. A fent ismertetett feltétel teljesülése esetén a sztochasztikus légköri turbulencia hosszirányú sebességi összetevőjére igazak az alábbi egyenletek:

$$\Phi(\omega) = \frac{2\sigma_u^2 L_u}{\pi U_o} \left\{ 1 + (L_u^2 / U_o^2) \omega^2 \right\}^{-1}, \quad (10.97)$$

$$G_u(s) = \sqrt{\frac{2\sigma_u^2 U_o}{\pi L_u}} \left\{ s + \frac{U_o}{L_u} \right\}^{-1}, \quad (10.98)$$

$$\sigma_u^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\omega) d\omega. \quad (10.99)$$

További vizsgálataink során feltételezzük, hogy a merev repülőgép mozgásegyenleteiben bemeneti jelnek tekintett külső zavarás, a légköri turbulencia Gauss-eloszlású, zérus várható középértékű sztochasztikus zaj.

Szabályozástechnikából ismert, hogy a sűrűség–függvény és annak komplex konjugáltja megegyezik. A légköri turbulencia (10.97) egyenlettel megadott sűrűség–függvényére tehát igazak az alábbi egyenletek [10.9, 10.11, 10.14]:

$$\begin{aligned} \Phi_u(s) \Big|_{s=j\omega} &= \overline{\Phi_u(j\omega)} = \Phi_u(-s) = \Phi_u(-j\omega) \\ \Phi_u(\omega) &= G_u(s) G_u(-s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{\sigma_u \sqrt{2\pi U_o / L_o}}{(s + \lambda_u)} \frac{\sigma_u \sqrt{2\pi U_o / L_o}}{(-s + \lambda_u)}. \end{aligned} \quad (10.100)$$

A (10.98) egyenlet – tekintettel a (10.100) egyenletre – az alábbi, egyszerű alakban is felírható:

$$G_u(s) = \frac{\sqrt{K_u}}{s + \lambda_u}. \quad (10.101)$$

Feltételezzük, hogy a (10.101) egyenlettel megadott lineáris szűrő bemeneti jele az egységimpulzus függvény. Így tehát a légköri turbulencia hosszirányú sebességének approximált determinisztikus időfüggvénye a következő kifejezéssel adható meg [8.4]:

$$u_g(t) = \sigma_u \sqrt{2\pi U_o / L_o} e^{-\lambda_u t}. \quad (10.102)$$

A merev UAV térbeli mozgásának analízise során – a frekvenciatartományban megadott (10.100) sűrűség-függvények helyett – a (10.102) egyenletű vizsgálójel alkalmazható. Ebben az esetben a merev UAV kimeneti jelének négyzetes középértéke a tranzienst követő folyamat lecsengése után számítható ki [10.4].

10.1.7 A gyorsulás négyzetes középértékének meghatározása turbulencián történő átrepülés esetén

Légköri turbulencián történő repülés esetén az aktív repülésszabályozó rendszerrel rendelkező modern UAVk egyik fontos feladata, hogy a sárkányszerkezet kritikus teherviselő helyein (pl. szárnyak bekötése, kormányfelületek bekötése) a függőleges terhelési többes minimálása. A turbulencián átrepülés során akár extrém módon is megnőhetnek a számított erők és nyomatékok, a nem tervezett terhelések deformálhatják az UAV szerkezetét. Ha nem is történik semmilyen extrém alakváltozás az UAV szerkezetében, a sárkányszerkezeten ébredő erők és nyomatékok gyorsítják az anyagfáradást, és csökkentik az UAV élettartamát. Bár ez a fajta gondolkodás nem minden UAV típus esetén jelenik meg, a HALE UAV kategóriában a földi-, és légi üzemeltetése elvek és filozófiái nagyban hasonlítanak a hagyományos légijárművek üzemeltetésére.

Az UAV aktív repülésszabályozása az UAV sárkányszerkezetének adott helyein a gyorsulás négyzetes középértékeit érzékeli, és a repülésszabályozó rendszer minimalja, illetve korlátozza azokat. A gyorsulás négyzetes középértéke a sűrűség-függvény segítségével is meghatározható.

A továbbiakban tekintsük át a gyorsulás középértéke meghatározásának egy másik hatékony módszerét is [10.4, 10.14].

Az UAV térbeli mozgásának matematikai modellje – turbulencián történő átrepülés során – az alábbi állapot-egyenlettel írható le:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{E}\mathbf{d}_g. \quad (10.103)$$

A külső zavarás, a légköri turbulencia dinamikus egyenlete korábbról ismert, tehát:

$$\dot{\mathbf{d}}_g \triangleq \mathbf{F}\mathbf{d}_g + \mathbf{D}\eta \quad (10.104)$$

A továbbiakban feltételezzük, hogy a (10.104) egyenlet jó közelítéssel írja le a légköri turbulenciát. Könnyen belátható, hogy ebben az esetben a merev repülőgép vizsgálatát az η fehér zaj bemenetre végezzük el. A (10.103) és a (10.104) egyenletek alapján a merev repülőgép zavart mozgásának állapot-egyenlete a következő módon írható fel [10.4, 10.14]:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{d}}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{E} \\ 0 & \mathbf{F} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{d}_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{D} \end{bmatrix} \eta. \quad (10.105)$$

További vizsgálataink során a merev UAV \mathbf{u} bemenetre adott válaszát elhanyagoljuk. Ha lényeges az \mathbf{u} bemenetre adott válasz, és az η sztochasztikus külső zavarásra adott válaszfüggvény egyidejű vizsgálata, akkor külön-külön vizsgáljuk az egyes bemenetekre adott válaszjeleket, majd – mivel az UAV dinamikus modellje lineáris – ezeket összeadjuk.

A (10.105) egyenlet az alábbi egyszerű egyenlettel is megadható:

$$\dot{\mathbf{x}}^* = \mathbf{H}\mathbf{x}^* + \mathbf{M}\eta, \quad (10.106)$$

ahol:

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x} & \mathbf{d}_g \end{bmatrix}^T, \quad (10.107)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{E} \\ 0 & \mathbf{F} \end{bmatrix}, \quad (10.108)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{D} \end{bmatrix}^T. \quad (10.109)$$

Korábbról ismeretes, hogy úgy a függőleges, mint az oldalirányú gyorsulás meghatározására az UAV kimeneti egyenlete kiválóan alkalmazható. Feltételezzük, hogy merev testnek tekintett UAV kormányfelületei munkaponti, egyensúlyi helyzetet foglalnak el. Ha az UAV-ra csak a turbulencia hat, akkor igaz az alábbi kimeneti egyenlet:

$$y = \mathbf{C}\mathbf{x}^* \triangleq a_x. \quad (10.110)$$

A hosszirányú lineáris gyorsulás középértékét az alábbi egyenlet adja meg:

$$a_x^2 = [\mathbf{C}\mathbf{x}^*][\mathbf{C}\mathbf{x}^*]^T. \quad (10.111)$$

Mivel a $\mathbf{C}\mathbf{x}^*$ szorzat skalár, ezért igaz, hogy

$$[\mathbf{C}\mathbf{x}^*] = [\mathbf{C}\mathbf{x}^*]^T = [\mathbf{C}^T \mathbf{x}^{*T}]. \quad (10.112)$$

A (10.111) egyenlet a (10.112) kifejezés figyelembe vételével a következő módon írható fel:

$$a_x^2 = [\mathbf{C}\mathbf{x}^*][\mathbf{C}^T \mathbf{x}^{*T}] = \mathbf{C}\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T} \mathbf{C}^T. \quad (10.113)$$

A hosszirányú lineáris gyorsulás négyzetes középértéke a várható érték lesz, vagyis:

$$E\{a_x^2\} = \mathbf{C} E\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}\} \mathbf{C}^T. \quad (10.114)$$

A (10.114) egyenletben:

$$E\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}\} \quad (10.115)$$

$(n+2) \times (n+2)$ dimenziójú, szimmetrikus, négyzetes, állapot kovarianciamátrix.

Megemlíteni szükséges, hogy az a_x gyorsulás vagy az a_{z_x} , vagy az a_{y_x} gyorsulásokat reprezentálja. Ha a (10.115) kovariancia mátrix meghatározható, akkor az a_x gyorsulás is levezethető. A (10.115) egyenlet a – a (10.106) egyenlet figyelembevételével – a következő alakban írható fel [10.4, 10.14]:

$$E\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}\} = \mathbf{H} E\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}\} + \mathbf{M} E\{\eta \mathbf{x}^{*T}\}, \quad (10.116)$$

valamint igazak az alábbi egyenletek is

$$\mathbf{x}^{*T} = (\mathbf{H}\mathbf{x}^*)^T + (\mathbf{M}\eta)^T = \mathbf{H}^T \mathbf{x}^{*T} + \mathbf{M}^T \eta^T, \quad (10.117)$$

$$\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T} = \mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T} \mathbf{H}^T + \mathbf{x}^* \mathbf{M}^T \eta^T, \quad (10.118)$$

$$E\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}\} = E\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}\} \mathbf{H}^T + E\{\mathbf{x}^* \eta^T\} \mathbf{M}^T. \quad (10.119)$$

Egységnyi intenzitású fehér zaj bemenet esetén az \mathbf{x}^* és az η időfüggvények között a kereszt-korreláció értékeit az alábbi összefüggések alapján számíthatjuk [10.4, 10.14]:

$$E[\eta \mathbf{x}^{*T}] = \frac{1}{2} \mathbf{M}^T, \quad (10.120)$$

$$E[\mathbf{x}^* \eta^T] = \frac{1}{2} \mathbf{M}. \quad (10.121)$$

Adjuk össze a (10.116) és a (10.119) egyenleteket. A (10.120) és a (10.121) egyenletek figyelembevételével az alábbi egyenletet kapjuk:

$$E[\dot{\mathbf{x}}^* \mathbf{x}^{*T}] + E[\mathbf{x}^* \dot{\mathbf{x}}^{*T}] = \mathbf{H} E[\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}] + E[\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}] \mathbf{H}^T + \mathbf{M} \mathbf{M}^T. \quad (10.122)$$

Mivel korábban a légköri turbulenciát stacionárius sztochasztikus folyamatnak feltételeztük, ezért igazak az alábbi egyenletek:

$$\frac{d}{dt} \{E[\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}]\} = E[\dot{\mathbf{x}}^* \mathbf{x}^{*T}] + E[\mathbf{x}^* \dot{\mathbf{x}}^{*T}] = 0, \quad (10.123)$$

vagyis a (10.122) egyenletben igaz, hogy

$$\mathbf{H} E[\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}] + E[\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}] \mathbf{H}^T + \mathbf{M} \mathbf{M}^T = 0. \quad (10.124)$$

Adott \mathbf{H} és \mathbf{M} mátrixok esetén – az $E\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}\}$ kovariancia mátrix elemeire – a (10.124) egyenletnek létezik megoldása. Megoldva a (10.124) egyenletet, a megoldást behelyettesítjük a (10.114) egyenletbe. Az így kapott kifejezés négyzetgyöke a légköri turbulencia hosszirányú sebessége négyzetes középértékét adja.

Szabályozástechnikából ismert, hogy az

$$\mathbf{X} \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{X} = -\mathbf{Q} \quad (10.125)$$

általános alakú Ljapunov-egyenlet megoldására számos algoritmus áll rendelkezésünkre. A (8.112) egyenlet is a (8.113) egyenlet alakjára hozható, vagyis:

$$\mathbf{B} \mathbf{X}^T + \mathbf{X} \mathbf{B}^T = -\mathbf{C}. \quad (10.126)$$

A (8.114) egyenlet megoldásához – a Ljapunov-egyenlet tetszőleges megoldó algoritmusa mellett is – biztosítani kell az alábbi feltételeket:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C} = \mathbf{M} \mathbf{M}^T, \quad (10.127)$$

$$\mathbf{A} = \mathbf{H}^T. \quad (10.128)$$

Az \mathbf{A} és a \mathbf{Q} mátrixok segítségével az $E[\mathbf{x}^* \mathbf{x}^{*T}]$ auto-korreláció függvény már könnyen kiszámítható [10.4, 10.9, 10.11, 10.14].

10.1.8 A szélnyírás és a microburst

A szélnyírás a szél sebességének a tér kis részén történő megváltozása. A szélnyírás következménye, hogy a légijármű aerodinamikai felületein az áramlási viszonyok rövid idő alatt számottevő mértékben megváltoznak. E jelenség különösen kis magasságú, és alacsony sebességű repülések esetén lehet veszélyes. Mivel a szélnyírás véletlenszerűen kialakuló, ideiglenes jelenség, ezért meglehetősen nehéz azt megbízhatóan detektálni. A szélnyírás sajátos formájának szokás tekinteni a *microburst*-öt, amely különféle felhőrendszerekben lokálisan, csak néhány km-es átmérőjű területen megjelenő nagysebességű leáramlása (esetleg feláramlása). A „lezúduló” hideg levegő a földfelszín közelében szétterülve ún. kifutó szélként jelenik meg. A kifutószél kezdeti szakaszainál függőleges tengelyű örvények is megjelennek. [10.3, 10.4, 10.14].

A zivatarok gyorsan változó atmoszférikus jelenségek, a földfelszín felett meglehetősen nagy sebességgel mozognak. Előbb növekszenek, majd megszűnnek. A zivatarok a nedves levegőben gazdag zivatarfelhők gyors függőleges emelkedése, és expanziója során alakulnak ki. A zivatar első fázisa a vihar, amely a meleg, nedves levegő akár 15 m/s sebességű, függőleges emelkedését jelenti.

A meleg levegővel a vízcseppecskék addig emelkednek, amíg az emelkedés során tapasztalható hőmérsékletcsökkenés lehűti őket. Ily módon ezek a vízcseppecskék túlhűtött esőcseppek lesznek. A kondenzáció során a vízcseppek mérete és tömege túlságosan nagy lesz ahhoz, hogy a meleg levegő magával szállíthassa őket: az esőcseppek eső formájában – a levegő erőteljes leáramlása mellett – a földfelszínre hullnak. E jelenség minden vihar velejárója. A levegő leáramlását forgószél kísérheti, amely a levegőáramlás külső részeit is magával húzza: a leáramló levegő a vízcseppek elpárolgásával lehűl.

A lehűlés tovább erősíti a levegő leáramlását, így erős szél keletkezik, amelyet nagymennyiségű csapadék, rendszerint hirtelen felhőszakadás kísér. Ahogy a zivatar enyhül, úgy a levegő leáramlása még intenzívebb lesz, és megszünteti a meleg, nedves levegő felemelkedését. E folyamat eredményeképpen a zivatar lecsendesedik. Egyre kevesebb csapadék hullik, majd meg is szűnik: a zivatarfelhők szétoszlanak. A zivatarzóna fel-, és leáramló részei, amelyet gyakran zivatar frontnak is neveznek, akár a 20 km kiterjedést is elérheti [10.3, 10.4, 10.14].

Mivel az UAV-kat rendszerint nem méretezik a *microburst*-ben kialakuló nagysebességgel leszálló levegőáramlás okozta többletterhelésre, ezért azok

kifejezetten veszélyesek az UAVk számára is. A *microburst* típusú szélnyírásban haladva, azt átrepülve az UAV egy percen, vagy akár rövidebb időn belül előbb ellenszélben, majd nagysebességű leáramlásba, végül közvetlenül hátszélben repül.

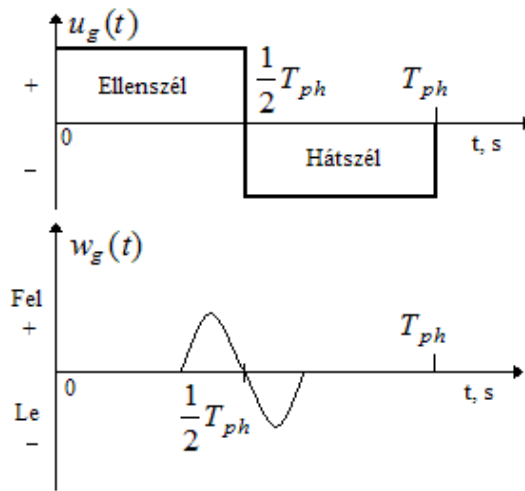
Általánosan megfigyelhető, hogy a *microburst* okozta repülési szituációra fel nem készített repülőgép–vezetők/UAV operátorok/UAV kezelők csak ritkán hajtanak végre megfelelő műveleteket a repülési sebesség, és az UAV orrészének tartására [10.3, 10.4, 10.14].

Bár a repülésbiztonság szempontjából a szélnyírás jelenségének ismerete rendkívül fontos, a légköri turbulencia hagyományos reprezentációi e jelenség leírására nem alkalmasak. A szélnyírás sebességi profiljának leírására két angol matematikai modell is létezik. A szélnyírás egyik profilját a *Federal Aviation Authority (FAA)*–nél, a másikat az *Air Registration Board (ARB)*–nél vették fel. A *microburst* ARB sebességi profilja „log–lin” léptékezésű. Jellemzője, hogy kis repülési magasságokon a szélnyírás sebességi profil meredeksége jóval nagyobb, mint az FAA sebességi profilé. Mindazonáltal megemlíteni szükséges, hogy sem az ARB, sem az FAA sebességi profil nem alkalmazható sikerrel a *microburst* tanulmányozása során: e probléma adekvát matematikai leírása egyelőre még megoldatlan [10.4, 10.14].

A szélnyírásba belépés és azon átrepülés vizsgálata során az UAV hosszúperiodikus mozgásának ismerete a legfontosabb, hiszen e mozgás az UAV mozgási–, és potenciális energiája közötti energialengésektől függ.

Korábban ismeretes, hogy az UAV hosszúperiodikus (fugoid) mozgása sokszor lengő, és gyengén csillapított. A fugoid mozgás néha akár instabil is lehet: korlátos bemeneti jelre az UAV periodikusan labilis, divergáló kimeneti jellel válaszol.

Megemlíteni szükséges, hogy a *microburst* tipikus periódusideje jó közelítéssel megegyezik az UAV fugoid mozgásának periódus-idejével, vagyis az UAV kinetikai és a potenciális energiájának lengése során rezonancia jelenség alakulhat ki, a lengések amplitúdója növekedhet [10.3, 10.4, 10.10, 10.14]. A 10.5. ábrán egy szélnyírás lehetséges sebességi profilja látható.



10.5. ábra. A négyszögjel, és az „I-cos” szélnyírás modellek.

A 10.5. ábrán jól látható, hogy a felső részen bemutatott négyszögjel-függvény a hosszirányú sebesség ellenzél, illetve hátszél időfüggvényét adja meg. A négyszögjel a $t = T_{ph}/2$ időpillanatban előjelet vált. Az „I-cos” sebességi profil ekkor vált irányt: a sebességi profil leáramlást mutat.

Bár a 10.5. ábrán bemutatott *microburst* profilok a sebességet, mint időfüggvényt adják meg, nem szabad szem előtt téveszteni, hogy e paramétereket a repülési magasság függvényében is megadhatjuk. A szélnyíráson történő átrepülés során úgy a repülési sebesség, mint a repülési magasság lényeges mértékben változhat: a szélnyírásba történő berepülés kezdetén az UAV hirtelen emelkedni kezd, majd akár számottevő mértékben veszít a repülési magasságából.

E jelenség különösen kis repülési magasságokon, például az UAV leszállása során, lényeges mértékben befolyásolja a repülésbiztonságot. Magától értetődik, hogy e jelenségek detektálása modern repülőtereken elengedhetetlen, hiszen a repülőtér közel körzetében kialakuló szélnyírások akár légi katasztrófát is okozhatnak.

A [10.4] szakirodalom egy esettanulmányt mutat be, amelyben a szerző részletesen elemzi egy Boeing B-727 repülőgép 1975. június 24.-i, New York-i JFK repülőtérén történt katasztrófáját, amely egy *microburst* jelenség miatt következett be.

Az ARB és az FAA *microburst* sebességi profilok matematikai leírásával a [10.4] irodalom foglalkozik részletesen. A [10.5, 10.6, 10.7] szabványok szintén jól használhatók a légköri turbulencia tanulmányozása, és matemati-

kai modellezése során is. A *microburst* modellezhető még meteorológiai, vagy repülési mérések adatai alapján is [10.3, 10.4, 10.10, 10.14].

10.2 AZ ÉRZÉKELŐK ZAJAINAK STATISZTIKAI JELLEMZŐI

Az érzékelők mérési zaját a merev UAV kimeneti egyenletében szokás definiálni, amelyet az alábbi alakban írhatunk fel:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} + \mathbf{v}, \quad (10.129)$$

ahol \mathbf{v} a szabályozási rendszer érzékelői sztochasztikus mérési zajainak vektora.

Megjegyezni szükséges, hogy a sztochasztikus mérési zajok statisztikai jellemzőiről meglehetősen kevés szakirodalom áll rendelkezésre. Az automatikus repülésszabályozó rendszerek analízise, és előzetes tervezése során a mérési zajokat Gauss-eloszlású sztochasztikus jelnek feltételezik. A sztochasztikus mérési zajokat a 10.4. ábrán ismertetett módon, a (10.30)–(10.32) lineáris szűrők segítségével hozzák létre.

Ha a sűrűség-függvény nem ismert, akkor a lineáris szűrő időállandóját olyan értékűre kell választani, hogy a zaj spektruma legalább egy nagyságrenddel nagyobb legyen, mint az automatikus repülésszabályozó rendszer spektruma. Általában feltételezik, hogy az érzékelők mérési zaja zérus középértékű stacionárius jel, vagyis statisztikai jellemzői állandóak, függetlenek az időtől.

Az automatikus repülésszabályozó rendszerek számos hagyományos érzékelője pontatlanul méri az érzékelt repülési paramétert. Az egyes repülési paraméterek mérési hibája időben lassan változik, ezért gyakran egy repült óra időtartományra adják meg a statikus mérési hibákat.

A helyzetérzékelő (háromszabadságfokú) hagyományos, elektro-mechanikus giroszkópok egy repült órára számított statikus mérési hibája $0,1^\circ$ ($4,84 \cdot 10^{-7} \text{ rad/s}$). A hagyományos, elektro-mechanikus szögsebesség érzékelő (kétszabadságfokú giroszkóp) egy repült órára számított statikus hibája $0,1^\circ/\text{s}$.

A gyorsulásmérők tipikus mérési hibája $3 \cdot 10^{-5}$ ($3 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$), míg a gyorsulásmérők mérési zaja négyzetes középértéke általában 10^{-3} m/s^2 értékű. A barometrikus magasságmérők mérési zaja négyzetes középértéke tipikus értéke 16 m. A hagyományos építésű repülésszabályozó rendszerek mérési hibáit oly módon is csökkenthetjük, ha a szabályozási rendszerek

visszavezető ágaiban jelformálást alkalmazunk. E módszer alkalmazásának hátránya, hogy a kiszűrni kívánt sztochasztikus mérési zaj spektrumát pontosan kell ismerni, ellenkező esetben az érzékelő hasznos kimeneti jelét is manipuláljuk, szűrjük, ami mindenképpen elkerülendő [10.4].




A modern légijárművek általában inerciális navigációs rendszerrel (INS – Inertial Navigation System) rendelkeznek. Az INS rendszerek optikai rezonátorokat, vagyis lézergiroszkópokat, vagy MEMS-technológiájú érzékelőket alkalmaznak a szögsebesség mérésére. E jelek integrálásával, vagyis jelfeldolgozással kapjuk meg a légijármű Euler-szögeit. A modern légijárműek elektro-mechanikus giroszkópikus mérőrendszereket csak kivételes esetben, mint tartalék mérőrendszert alkalmaznak [10.4, 10.8 10.14].











Az INS rendszerek MEMS-technológiájú gyorsulásmérőket tartalmaznak, amelyek érzékelik, és mérik a légijármű test-koordináta rendszerének tengelyei mentén a lineáris gyorsulásokat. E jeleket integrálva kapjuk meg az egyes tengelyek mentén a sebességet, majd a sebességi jeleket is integrálva kapjuk a koordinátákat: vagyis a megtett utat, a repülési magasságot, és az oldal-koordinátát. Az INS rendszer sokszor magába foglalja a GPS rendszer jelfeldolgozó egységeit is. Az INS rendszerek jóval pontosabban képesek mérni az egyes repülési paramétereket, így – eltérően a fent ismertetett statikus hibáktól – lényegesen kisebb hibával mérik az egyes repülési paramétereket [10.4, 10.8 10.14].

10.3 KÖVETKEZTETÉSEK

A fejezetben bemutatott légköri turbulencia modellezésére szolgáló alapvető fontosságú módszereket, illetve összefüggéseket. A légköri turbulencia sztochasztikus modellezésére a Dryden-, illetve a Kármán-féle sűrűségfüggvényeket szokás alkalmazni. Elemeztük a repülésbiztonságra különösen veszélyes szélnyírás jelenségét, valamint röviden ismertettük néhány érzékelő típus statikus hibájának jellemzőit.

10.4 ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

-  Ismertesse az éles szélű szellőkés egyenletét, és a sebességi profilját!
-  Ismertesse a fokozatos szél egyenletét, valamint annak a sebességi profilját!
-  Ismertesse az „I-cos” egyenletű szél egyenletét, valamint a sebességi profilját!

-  Ismertesse az auto-, és a kereszt-korreláció függvények egyenleteit!
-  Ismertesse a teljesítmény-sűrűség függvény egyenletét!
-  Ismertesse a Lappe-, a Lipman-, a Dryden, illetve a Kármán-féle sztochasztikus légköri turbulencia modellek sűrűség-függvényeit, és hasonlítsa össze azokat!
-  Foglalja össze a légköri turbulencia sztochasztikus matematikai modellezése során alkalmazott egyszerűsítő feltételeket!
-  Ismertesse az adott spektrumú sztochasztikus jel előállítását fehér zaj generátor segítségével!
-  Mutassa a be a sztochasztikus jelek szűrésére alkalmas lineáris szűrők átviteli függvényeit, és azok paramétereit!
-  Hogyan befolyásolja a sztochasztikus légköri turbulencia a merev repülőgép oldalirányú mozgásának állapot-változóit?
-  Ismertesse a sztochasztikus légköri turbulencia determinisztikus approximációját!
-  Ismertesse a szélnyírás fizikai folyamatának kialakulását, valamint a microburst jellemzőit!
-  Ismertesse az automatikus repülésszabályozó rendszerek érzékelői statisztikai jellemzőit!

10.5 SZÁMÍTÁSI MINTAFELADATOK

10.5.1. Mintafeladat [10.14]

Feltételezzük, hogy egy hipotetikus UAV az alábbi repülési paraméterekkel rendelkezik:

$$U_o = 70 \text{ m/s}; \quad h = 100 \text{ m}$$

Feltételezzük továbbá, hogy az UAV a repülést közepes szélben hajtja végre. A légköri turbulencia az alábbi paraméterekkel rendelkezik:

$$\sigma_w = 2 \text{ m/s}; \quad L_w = h = 100 \text{ m}$$

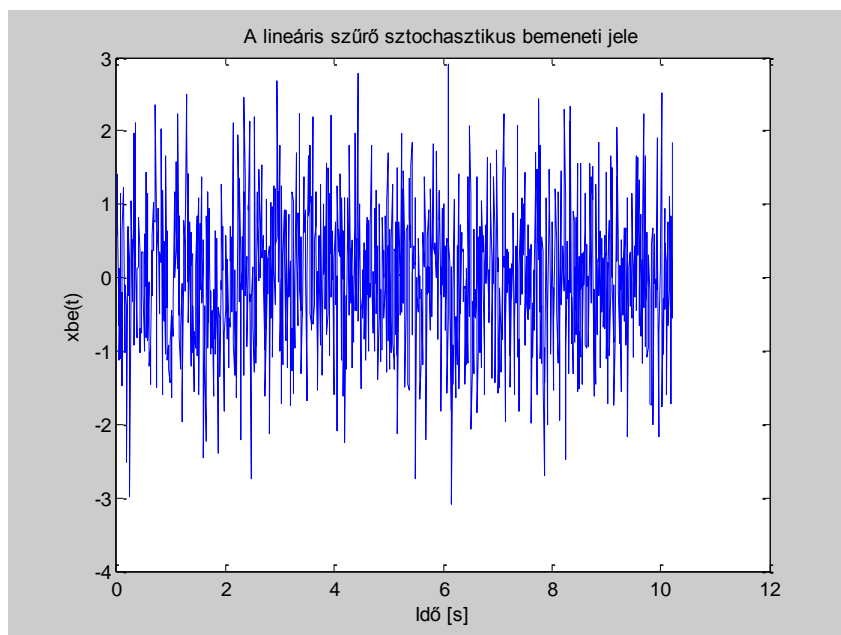
Korábbról ismeretes, hogy a légköri turbulencia függőleges összetevőjének fehér zajból történő előállítása az alábbi lineáris szűrő segítségével lehetséges:

$$Y_w(s) = \sqrt{K_w} \frac{s + \beta_w}{(s + \lambda_w)^2} = \sqrt{K_w} \frac{s + \beta_w}{(s + 2\lambda_w s + \lambda_w^2)}$$

A kiindulás adatok figyelembevételével a szűrő paraméterei az alábbiak lesznek:

$$K_w = \frac{3\sigma_w^2 U_o}{\pi L_w} = 2,673803044, \quad \beta_w = \frac{U_o}{\sqrt{3} L_w} = 0,404145188, \quad \lambda_w = U_o / L_w = 0,7$$

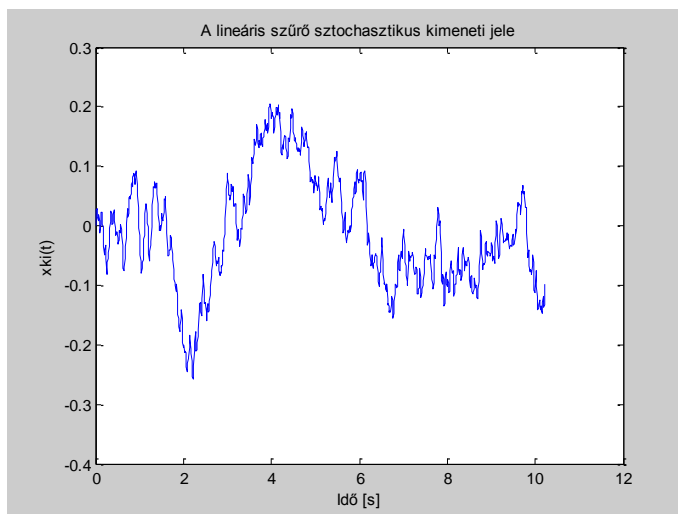
Hozzunk létre sztochasztikus fehér zajt, majd kapcsoljuk e jelet a lineáris szűrő bemenetére. Végezzük el a lineáris szűrő kimeneti jelének sztochasztikus analízisét. A szűrő bemeneti jele a 10.6. ábrán látható.



10.6. ábra. A lineáris jelformáló szűrő bemeneti jelének időszora
(MATLAB-script: Szabolcsi).

A 10.6. ábrán jól látható, hogy a kezdeti, elméleti megfontolásoknak megfelelően a lineáris szűrő bemeneti jele zérus középvértékű idősor. A sztochasztikus jel generálását a MATLAB[®] program `randn.m` beágyazott függvénye támogatja. A mintavételezés 0,01 sec lépésközzel történt.

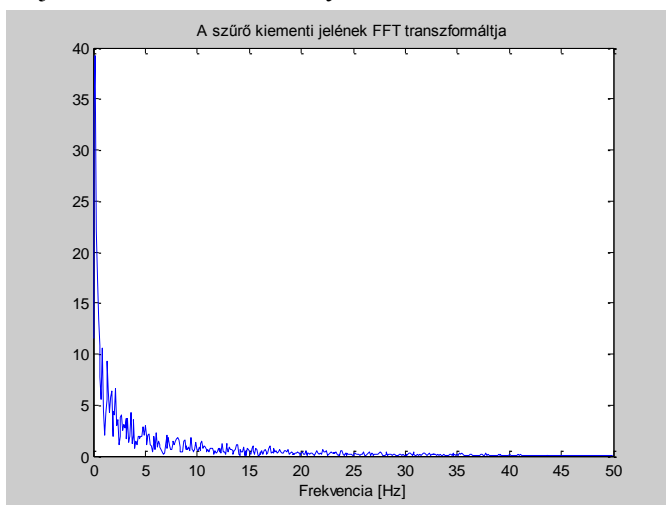
A lineáris szűrő kimeneti jele, amely a légköri turbulencia függőleges összetevőjét modellezi, a 10.7. ábrán látható.



10.7. ábra. A lineáris szűrő kimeneti jele (MATLAB-script: Szabolcsi).

A 10.7. ábrán szintén jól látható, hogy a lineáris szűrő kimeneti jele a zérusértékű várható érték körül változik. Az idősor úgy pozitív, mint negatív előjelű, nagy értékű túllövésekkel is bír, de összességében elmondható, hogy eleget tesz az előírt statisztikai követelményeknek.

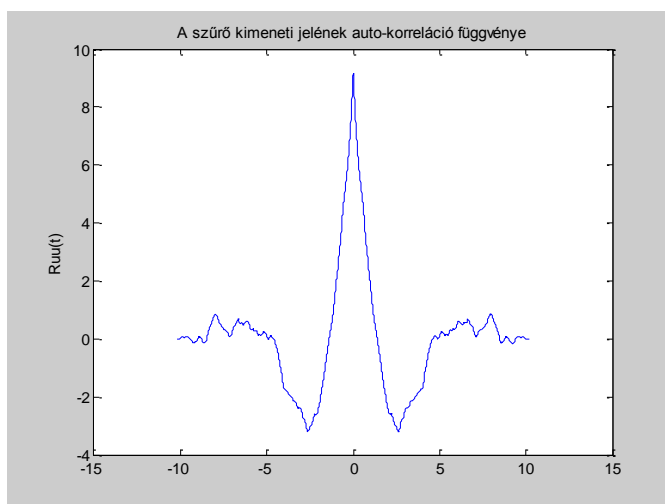
Határozzuk meg a lineáris szűrő kimeneti jelének Fourier-transzformáltját. Az analízis eredménye a 10.8. ábrán látható.



10.8. ábra. A szűrő kimeneti jelének gyors Fourier-transzformáltja (MATLAB-script: Szabolcsi).

A 10.8. ábra alapján könnyen belátható, hogy a Fourier–transzformált a szűrő aluláteresztő jellegére utal. Néhány Hz-es frekvencián nagy értékű az FFT függvény. Közepes, és nagyértékű frekvenciák esetén az FFT elhanyagolhatóan kis értékű lesz, gyakorlatilag zérushoz tart. Mivel az FFT nem rendelkezik csúcserővel, ez arra utal, hogy a szűrő nem rendelkezik lengő jelleggel.

A továbbiakban vizsgáljuk meg a lineáris szűrő kimeneti jelének auto–korreláció függvényét. A számítógépes analízis eredménye a 10.9. ábrán látható.



10.9. ábra. A kimeneti jel auto–korreláció függvénye
(MATLAB-script: Szabolcsi).

A 10.9. ábrán jól látható, hogy az auto–korreláció függvény páros, ezért szimmetrikus a függőleges tengelyre. A 10.9. ábrán látható auto–korreláció függvényt egy ideálisnak tekintett fehér zajból szűrt sztochasztikus jelre határoztuk meg. Ismeretes azonban, hogy ideális fehér zaj nem állítható elő, ezért a gyakorlatban általában korlátozott fehér zajjal van dolgunk.

Ismeretes továbbá, hogy az auto–korreláció függvény egy adott mérési jel idősorának egymástól adott időintervallummal eltérő jelei közötti statisztikus kapcsolatot írja le. Ez lényegében az egyes jelek időbeli változatosságát határozza meg. Ha az idősor gyorsan változik, fluktuál, akkor az auto–korreláció függvény értéke kicsi: az idősor egyes mintavételi pontjaiban gyenge a kapcsolat az egyes függvényértékek között. Ha az idősor egyenletes, lassan változó, vagyis a jel nem hajlamos hirtelen változásokra, akkor az auto–korreláció függvény értéke nagy.

10.6 GYAKORLÓ FELADATOK

10.6.1. Gyakorló feladat [10.14]

A merev légi jármű állásszögét megváltoztató, zérus középértékű, sztochasztikus légköri turbulencia sűrűség-függvénye az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\Phi_{\alpha_g}(\omega) = \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi U_o^3} \frac{1 + 3(\omega L_w / U_o)^2}{\{1 + (\omega L_w / U_o)^2\}^2},$$

ahol $L_w = 600m$, $\sigma_w = 2m/s$, $U_o = 200m/s$.

- Igazolja, hogy a α_g sztochasztikus jel a merev légi jármű fehér zaj által gerjesztett állapot-egyenletéből meghatározható.
- A kiindulási adatok alapján tervezze az α_g sztochasztikus jel generálására alkalmas rendszer hatásvázlatát!
- Ha változnak a légköri turbulencia statisztikai jellemzői és a repülési magasság, vagyis $\sigma_w = 0,5m/s$, $L_w = h$, $(30 \leq h \leq 600)m$, határozza meg azon lineáris szűrő paramétereit, amely segítségével a kívánt α_g sztochasztikus jel a fehér zajból kiszűrhető!

10.6.2. Gyakorló feladat [10.14]

Határozza meg azokat a feltételeket, amelyek teljesülése esetén az állapot-vektor várható értéke állandó értékű! Mely feltételek mellett lesz állandó az állapot-vektor kovarianciája?

10.6.3. Gyakorló feladat [10.14]

A légköri turbulencia Dryden-modelljének felhasználásával határozza meg a v_g oldalszélre vonatkoztatott állapot-egyenletet!

10.6.4. Gyakorló feladat [10.14]

Korábbi fejezetekből ismeretes, hogy a légköri turbulencia Dryden-modelljének négyzetes középértékeire igaz, hogy

$$\sigma_x^2 / L_x,$$

ahol az x index u , v , illetve w index lehet, értelemszerűen.

Jelölje a véges értékű P_o annak a valószínűségét, hogy a repülés során nem hat turbulencia a repülőgépre, míg P_1 annak a valószínűségét, hogy a repülőgép legalább egy turbulens zónán átrepül.

Ennek megfelelően a σ_x szórás valószínűség-sűrűség függvénye az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\rho(\sigma_x) = P_o \delta(\sigma_x) + P_1 \hat{p}(\sigma_x),$$

ahol $\delta(\sigma_x)$ az ún. Dirac-függvény, amelyre igaz, hogy $\delta(\sigma_x) = 0$, ha $\sigma_x \neq 0$.

Ismeretes, hogy a Dirac-függvény egyik fontos tulajdonsága [10.14]:

$$\int_0^{\infty} \delta(\sigma_x) d\sigma_x = 1$$

Feltételezzük, hogy a turbulencián történő átrepülés során a σ_x szórás valószínűség-sűrűségfüggvénye Rayleigh-eloszlású, vagyis

$$\hat{p}(\sigma_x) = \frac{\sigma_x}{c^2} e^{-\frac{\sigma_x^2}{c^2}},$$

ahol $c > 0$, és $\xi\{\sigma_x^2\} = 2c^2$. A $\xi\{\}$ kifejezés a várható értéket jelöli.

Bizonyítsa be, hogy teljesül az alábbi egyenlőségi feltétel

$$c = \sqrt{\frac{1}{2} (L_x \xi\left\{\frac{\sigma_x^2}{L_x}\right\})}$$

10.7 OPUS CITATUM

- [10.1] Rácz, E., *Repülőgépek*, Tankönyvkiadó, Budapest, 1985.
- [10.2] Rohács, J. – Simon, I. *Repülőgépek és helikopterek üzemeltetési zsebkönyve*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1989.
- [10.3] Доброленский, Ю. П. *Динамика полёта в неспокойной атмосфере*, Машиностроение, Москва, 1969.
- [10.4] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall International Ltd., 1990.
- [10.5] *MIL-F-8785C, Notice 2, Flying Qualities of Piloted Airplanes*, 1996.
- [10.6] *MIL-F-9490D, Notice 1, Flight Control Systems – Design, Installation, and Test of Piloted Aircraft, General Specification*, 1992.
- [10.7] *MIL-C-18244A, Amendment 1, Control and Stabilization System: Automatic, Piloted Aircraft, General Specification*, 1993.

- [10.8] Nelson, R. C. *Flight Stability and Control*, McGraw-Hill Companies, Inc., 1998.
- [10.9] Korn, G. A. – Korn, T. M. *Matematikai kézikönyv műszakiaknak*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
- [10.10] Винниченко, Н. К. – Пинус, Н. З. – Шметер, С. М. – Шур, Г. Н. *Турбулентность в свободной атмосфере*, Гидрометеорологическое Издательство, Ленинград, 1968.
- [10.11] Csáki, F. (szerk.) *Irányítástechnikai kézikönyv*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
- [10.12] MIL-STD-1797A, Notice 3, *Flying Qualities of Piloted Aircraft*, Department of Defense, Interface Standard, 2004.
- [10.13] R. Szabolcsi: *Stochastic Noises Affecting Dynamic Performances of the Automatic Flight Control Systems*, Review of the Air Force Academy, ISSN: 1842-9238, eISSN: 2069-4733, 1/2009: pp. 23-30., 2009.
- [10.14] Szabolcsi, R.: *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.

XI. FEJEZET

PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AUTOMATIKUS REPÜLÉSSZABÁLYOZÓ RENDSZEREINEK TERVEZÉSE HAGYOMÁNYOS MÓDSZEREKKEL

„If you are in trouble anywhere in the world, an airplane can fly over and drop flowers, but a helicopter can land and save your life.”

Sykorsky, Igor Ivanovitch, 1947.

11.1 BEVEZETÉS

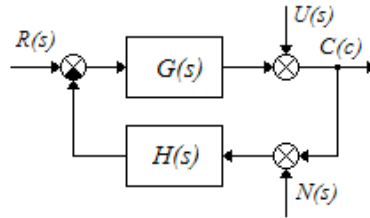
Az automatikus repülésszabályozó rendszer - sokszor bonyolult - definíciója a következő egyszerű módon is megfogalmazható: a repülésszabályozás elsődleges feladata a fizikai folyamatok dinamikus viselkedésének olyan értelmű megváltoztatása, hogy a zárt szabályozási rendszer minél inkább megfeleljen a felhasználó elvárásainak, illetve követelményeinek.

Az erőhatásmentes (szabad) UAVk minőségi jellemzőinek javítását gyakran állapot-visszacsatolás segítségével valósítják meg. Fontos azonban megemlíteni, hogy az automatikus repülésszabályozó rendszer szabályozójának megtervezése során bármely módszert alkalmazzuk is, az ily módon megtervezett vezérlési törvény a szabályozási rendszerre ható külső és belső zajokat nem mindig képes kompenzálni. Más szóval, egyes esetekben a szabályozó csak statikus hibával képes működni [11.1, 11.6, 11.8, 11.10, 11.20, 11.25, 11.28, 11.30, 11.39].

A zárt szabályozási rendszer szabályozójának előzetes tervezése során az alapjel követés-, és a zavarelhárítás területén az egymásnak gyakran ellentmondó minőségi követelmények kompromisszumos teljesítése azt eredményezi, hogy a repülésszabályozó rendszer csak bizonyos repülési tartományon belül biztosítja az előírt minőségi követelményeket. Ha a repülés során az UAV valamilyen speciális repülési feladatot old meg, esetleg extrém körülmények között, akkor a szabályozót folyamatosan hangolni szükséges a

megváltozó repülési tartomány paramétereire, vagy adaptív repülésszabályozó rendszert szükséges alkalmazni.

A zárt szabályozási rendszerekkel szemben támasztott minőségi követelmények egymásnak sokszor ellentmondanak. E tény igazolására vizsgáljuk meg a 11.1. ábrán látható szabályozási rendszer hatásvázlatát [11.3, 11.4, 11.5, 11.7, 11.11, 11.12, 11.13, 11.15, 11.22, 11.31, 11.32, 11.37, 11.40, 11.41, 11.42, 11.44, 11.45, 11.46, 11.47,].



11.1. ábra. Lineáris autonóm repülésszabályozó rendszer hatásvázlata.

A 11.1. ábrán: $G(s)$ az UAV dinamikájának, és a beavatkozó szerv eredő átviteli függvénye, $H(s)$ a repülésszabályozó rendszer elemeinek eredő átviteli függvénye, $r(t)$ a repülésszabályozó rendszer alapjele, $c(t)$ a repülésszabályozó rendszer kimeneti (válasz) jele, $u(t)$ az UAV-ra ható külső (atmoszférikus) zavarás, valamint $n(t)$ a szabályozási rendszer belső (mérési) zaja.

Mint az a 11.1. ábrán is jól látható, az automatikus repülésszabályozó rendszer most egyváltozós (Single Input Single Output - SISO). További vizsgálataink során feltételezzük, hogy az automatikus repülésszabályozó rendszer autonóm, tehát a szabályozási rendszer paramétereit időinvariánsak, más szóval, állandók.

A szabályozási rendszer válaszjele az $r(t)$ bemenetre legyen $c_1(t)$, az $u(t)$ bemenetre legyen a válaszjel $c_2(t)$, végül az $n(t)$ mérési zajra a rendszer választ jelölje $c_3(t)$. Eme ismeretek birtokában a zárt szabályozási rendszerre az alábbi átviteli függvények írhatók fel:

$$W(s) = \frac{C_1(s)}{R(s)} \bigg|_{\substack{U(s) \approx 0 \\ N(s) \approx 0}} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}, \quad (11.1)$$

$$W_{z_1}(s) = \frac{C_2(s)}{U(s)} \bigg|_{\substack{R(s) \approx 0 \\ N(s) \approx 0}} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)}, \quad (11.2)$$

$$W_{z_2}(s) = \frac{C_3(s)}{N(s)} \bigg|_{\substack{R(s) \approx 0 \\ U(s) \approx 0}} = \frac{-G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}. \quad (11.3)$$

A lineáris szabályozási rendszerekre alkalmazható szuperpozíció elve alapján a zárt szabályozási rendszer $c(t)$ teljes kimeneti jele a következő egyenlet alapján határozható meg:

$$C(s) = C_1(s) + C_2(s) + C_3(s). \quad (11.4)$$

A zárt repülésszabályozó rendszerrel szemben támasztott alapvető követelmény, hogy a szabályozási rendszer $u(t)$ külső zavarásra adott $c_2(t)$ válaszjele kis értékű kell, hogy legyen, vagyis a (11.2) egyenlet alapján igaz, hogy

$$1 + G(s)H(s) \gg 1, \quad (11.5)$$

vagyis

$$G(s)H(s) \gg 1. \quad (11.6)$$

Másrészt, a repülésszabályozó rendszer - a (11.5) egyenlőtlenségi feltétel teljesülése mellett - $c_1(t)$ kimeneti jele az alapjel követés során a következő összefüggés szerint adható meg:

$$C_1(s) = \frac{R(s)}{H(s)}. \quad (11.7)$$

A (11.7) egyenlet szerint az előírt, ideális alapjel követés akkor, és csak is akkor valósul meg, ha teljesül az alábbi egyenlőségi feltétel:

$$H(s) = 1. \quad (11.8)$$

Mindezek alapján elmondható, hogy a (11.6) egyenlőtlenségi feltétel akkor, és csak is akkor teljesül, ha

$$G(s) \gg 1, \quad (11.9)$$

Hangsúlyozni szükséges azonban, hogy – korábbi ismereteinknek megfelelően – a $G(s)$ átviteli függvény a repülőgép dinamikus modelljének, illetve a beavatkozó szerv átviteli függvényének eredője, vagyis valós fizikai rendszerek. Ismeretes, hogy a valós fizikai rendszerek erősítése a teljes $s = j\omega$ komplex frekvenciatartományon nem lehet egységnyinél nagyobb értékű.

A zárt szabályozási rendszer zavarelhárító képességének vizsgálata területén érdekes momentumot vetít előre, ha a (11.6) egyenlőtlenségi feltétel teljesül. Ebben az esetben ugyanis a szabályozási rendszer belső zajára felírt és a (11.3) egyenlettel megadott átviteli függvény az alábbi egyszerű alakban írható fel:

$$W_{z_2}(s) = \frac{C_3(s)}{N(s)} \bigg|_{\substack{R(s) \approx 0 \\ U(s) \approx 0}} = \frac{-G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} \cong -1. \quad (11.10)$$

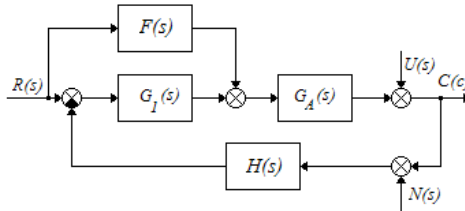
A zárt szabályozási rendszer kimeneti jele most a következő alakban írható fel:

$$C_3(s) \cong -N(s), \quad (11.11)$$

vagyis az érzékelő mérési zaja a zárt szabályozási rendszer kimenetén szinte csillapítás és szűrés nélkül megjelenik.

Összefoglalva az eddig elhangzottakat elmondhatjuk, hogy a fenti követelmények és feltételek egymásnak valóban ellentmondanak: a külső zavarás elhárításának feltétele $(1 + G(s)H(s) \gg 1)$, valamint a belső (mérési) zaj elhárításának feltétele egymásnak ellentmond. Tekintettel a szabályozási rendszerek e tulajdonságaira, még az egyszerű repülésszabályozó rendszerek tervezése is meglehetősen bonyolult. Ha a repülésszabályozó rendszer többváltozós, vagyis több bemenettel és több irányított kimeneti jellemzővel is rendelkezik, akkor a szabályozó megtervezése még bonyolultabbá válik.

A fent ismertetett ellentmondás feloldását gyakran jelformálással oldják fel: a repülésszabályozó rendszer előrevezető ágában $F(s)$ átviteli függvényű előszűrőt alkalmaznak. Az előszűrővel ellátott automatikus repülésszabályozó rendszer hatásvázlata a 11.2. ábrán látható.



11.2. ábra. Automatikus repülésszabályozó rendszer előszűrővel.

Az automatikus repülésszabályozó rendszer előrevezető ágában $G_A(s)$ kifejezés az UAV dinamikáját reprezentálja, míg a $G_1(s)$ átviteli függvény a szabályozót, a soros jelformálót, valamint a beavatkozó szerv matematikai modelljét adja meg. A 10.2. ábra alapján a repülésszabályozó rendszer $c_I(t)$ kimeneti jele az alábbi egyenlet alapján számítható ki:

$$C_1(s) = G_A(s) \{ F(s)R(s) + G_1(s)[R(s) - H(s)C_1(s)] \}. \quad (11.12)$$

Vezessük be az alábbi jelölést:

$$G(s) \triangleq G_1(s)G_A(s). \quad (11.13)$$

A repülésszabályozó rendszer alapjelre vonatkoztatott eredő átviteli függvénye most a következő egyenlettel adható meg:

$$W(s) = \frac{C_1(s)}{R(s)} \bigg|_{\substack{U(s) \approx 0 \\ N(s) \approx 0}} = \frac{G_A(s)F(s) + G(s)}{1 + G(s)H(s)}. \quad (11.14)$$

Feltéve, hogy a hurokátviteli függvényre teljesül a

$$G_A(s)G_1(s)H(s) \gg 1 \quad (11.15)$$

egyenlőtlenségi feltétel, akkor a (11.14) egyenlet – a (11.13) egyenlet figyelembevételével – az alábbi kifejezéssel adható meg:

$$W(s) = \frac{C_1(s)}{R(s)} \bigg|_{\substack{U(s) \approx 0 \\ N(s) \approx 0}} = \frac{G_A(s)F(s) + G(s)}{G_A(s)H(s)} = \frac{G_A(s)F(s) + G_A(s)G_1(s)}{G_A(s)H(s)} \quad (11.16)$$

A tökéletes, ideális alapjel követés $c_1(t) \equiv r(t)$ feltételének biztosítása érdekében az előszűrő $F(s)$ átviteli függvénye – a (11.16) egyenlet alapján – a következő lesz:

$$F(s) = G_1(s)[H(s) - 1]. \quad (11.17)$$

Az előszűrő átviteli függvényére kapott (11.17) egyenlet alapján néhány megállapítást tennünk szükséges:

1. Ha a szabályozási rendszer egységnyi visszacsatolású, vagyis $H(s) = 1$, akkor $F(s) = 0$, vagyis a 11.2. ábrán megadott szabályozási rendszer a 10.1. ábrán látható, előszűrő nélküli rendszerre redukálódik.
2. Az előszűrő $F(s)$ átviteli függvénye a szabályozó $G_1(s)$ átviteli függvényétől, valamint a visszacsatoló ág $H(s)$ átviteli függvényétől is függ. Ha a tervező meghatározta ezeket az átviteli függvényeket, akkor az előszűrő $F(s)$ átviteli függvénye már rögzített értékű.
3. Mivel az előszűrő $F(s)$ átviteli függvényének meghatározása során kikötöttük, hogy $G_A(s)G_1(s)H(s) \gg 1$, ezért a (11.2) egyenlet alapján igaz, hogy

$$W_{z_1}(s) = \frac{C_2(s)}{U(s)} \bigg|_{\substack{R(s) \approx 0 \\ N(s) \approx 0}} = \frac{1}{1 + G_A(s)G_1(s)H(s)} \ll 1. \text{ Más szóval, } c_2(t) \ll 1, \text{ vagyis}$$

a szabályozási rendszer jól szűri az $u(t)$ külső zajokat.

4. Az előszűrő $F(s)$ átviteli függvénye nem minden $G_1(s)$ és $H(s)$ átviteli függvény kombinációra valósítható meg fizikailag, ezért ennek a két átviteli függvény a „nem szerencsés” kombinációinak az alkalmazását célszerű elkerülni.

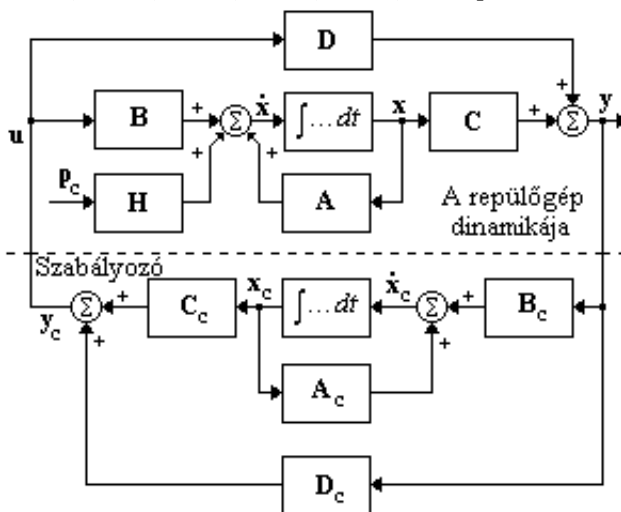
5. Az előszűrővel ellátott és a 11.2. ábrán látható zárt szabályozási rendszer az $n(t)$ belső zaj átviteli tulajdonságait nem változtatja meg, vagyis a mérési zaj által a repülésszabályozó rendszerben okozott statikus hiba – a (11.10) egyenletnek megfelelően – nem minimálható.

Az analóg-, és a digitális szűrők tervezésével a [11.10, 11.15] irodalmak foglalkoznak részletesen és behatóan, így a téma iránt érdeklődők számos kérdésre választ kaphatnak ezen irodalmak segítségével.

A hagyományos építésű repülésszabályozó rendszereket rendszerint klaszikus irányítástechnikai módszerekkel tervezték. Tekintettel a modern UAVk által megoldott sokrétű feladatrendszerre, e légitjárművek automatikus repülésszabályozó rendszereit ún. modern módszerekkel szokás tervezni.

11.2 AZ ÁLTALÁNOS REPÜLÉSSZABÁLYOZÓ RENDSZER

A lineáris, dinamikus szabályozóval rendelkező automatikus repülésszabályozó rendszer (ARR) legáltalánosabb hatásvázlata a 11.3. ábrán látható [11.6, 11.8, 11.10, 11.20, 11.25, 11.30, 11.39, 11.44].



11.3. Lineáris, dinamikus visszacsatolású ARR hatásvázlata.

A 11.3. ábra alapján a repülőgép (UAV) dinamikája az alábbi egyenletekkel írható le:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{H}\mathbf{p}_c, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}\end{aligned}\quad (11.18)$$

ahol $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ állapot–vektor, $\mathbf{u} \in \mathfrak{R}^m$ bemeneti vektor, $\mathbf{y} \in \mathfrak{R}^p$ kimeneti vektor, \mathbf{p}_c a pilóta/operátor/kezelő (esetleg a navigációs, vagy a fegyverzettechnikai rendszer) parancsjele. Az \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{H} , \mathbf{C} , és a \mathbf{D} mátrixok rendre az alábbi dimenziókkal rendelkeznek: $(n \times n)$, $(n \times m)$, $(n \times 1)$, $(p \times n)$, és $(p \times m)$.

A lineáris, dinamikus szabályozó – a 11.3. ábra alapján – az alábbi matematikai modellel adható meg:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_c &= \mathbf{A}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{B}_c\mathbf{y} \\ \mathbf{y}_c &= \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c\mathbf{y}\end{aligned}\quad (11.19)$$

A repülésszabályozó rendszer visszacsatolásának feltétele, hogy

$$\mathbf{u} = \mathbf{y}_c. \quad (11.20)$$

A (11.19) egyenletben $\mathbf{x}_c \in \mathfrak{R}^s$ a szabályozó állapot–vektora, $\mathbf{y}_c \in \mathfrak{R}^m$ a dinamikus szabályozó kimeneti vektora. A dinamikus szabályozó \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c , \mathbf{C}_c , \mathbf{D}_c mátrixai rendre az alábbi dimenziókkal rendelkeznek: $(s \times s)$, $(s \times p)$, $(m \times s)$, és $(m \times p)$.

Helyettesítsük a (11.20) egyenletet a (11.19) egyenletbe. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c\mathbf{y}. \quad (11.21)$$

A (11.21) egyenlet (11.18) egyenletbe történő helyettesítése a következő egyenletet adja:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{C}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{D}_c\mathbf{y}) + \mathbf{H}\mathbf{p}_c, \quad (11.22)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{C}_c\mathbf{x}_c + \mathbf{D}\mathbf{D}_c\mathbf{y}. \quad (11.23)$$

A (11.23) egyenlet egyszerű matematikai átalakítása után kapjuk, hogy:

$$\mathbf{y} = [\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{C}\mathbf{x} + [\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_c\mathbf{x}_c. \quad (11.24)$$

Az általános felépítésű automatikus repülésszabályozó rendszer állapot–egyenlete – a (11.24) egyenlet (11.22) egyenletbe történő behelyettesítésével – a következő egyenlettel adható meg:

$$\dot{\mathbf{x}} = \{\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{D}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{C}\}\mathbf{x} + \{\mathbf{B}\mathbf{C}_c + \mathbf{B}\mathbf{D}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_c\}\mathbf{x}_c + \mathbf{H}\mathbf{p}_c. \quad (11.25)$$

A dinamikus szabályozó állapot–egyenlete most a következő alakban adható meg:

$$\dot{\mathbf{x}}_c = \mathbf{B}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{C}\mathbf{x} + \{\mathbf{A}_c + \mathbf{B}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_c\}\mathbf{x}_c. \quad (11.26)$$

Legyen a zárt repülés szabályozó rendszer állapot–egyenlete a következő:

$$\mathbf{z} \triangleq [\mathbf{x} \quad \mathbf{x}_c]^T. \quad (11.27)$$

A zárt szabályozási rendszer állapot–egyenlete a (11.27) és a (11.25) egyenletek segítségével a következő alakban írható fel:

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{K}\mathbf{z} + \Lambda \mathbf{p}_c, \quad (11.28)$$

ahol:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{D}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{C} & \mathbf{B}\mathbf{C}_c + \mathbf{B}\mathbf{D}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{C} & \mathbf{A}_c + \mathbf{B}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{D}\mathbf{C}_c \end{bmatrix}, \quad (11.29)$$

$$\Lambda = [\mathbf{H} \quad 0]^T. \quad (11.30)$$

A zárt szabályozási rendszer állapot–vektora $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^{n+s}$ dimenziójú, míg a \mathbf{K} és a Λ mátrixok rendre $[(n+s) \times (n+s)]$, és $[(n+s) \times 1]$ dimenziókkal rendelkeznek.

Ha a zárt szabályozási rendszer vezérlési törvénye csak és kizárólag a kimenet visszacsatolástól függ, vagyis

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}_c \mathbf{y}, \quad (11.31)$$

akkor

$$\mathbf{A}_c = 0, \mathbf{B}_c = 0, \mathbf{C}_c = 0 \quad (11.32)$$

és a zárt szabályozási rendszer \mathbf{K} mátrixa az alábbi alakra egyszerűsödik:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{D}_c[\mathbf{I} - \mathbf{D}\mathbf{D}_c]^{-1}\mathbf{C} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11.33)$$

Ha a zárt szabályozási rendszer vezérlési törvénye csak és kizárólag az UAV állapot–vektorától függ, vagyis

$$\mathbf{u} = \mathbf{D}_c \mathbf{x}, \quad (10.34)$$

és feltételezzük továbbá, hogy $\mathbf{D} = 0$, és \mathbf{C} identitás mátrix, akkor az UAV kimeneti egyenlete az alábbi lesz:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x}. \quad (10.35)$$

A \mathbf{p}_c vektor dimenziója n , vagyis megegyezik az \mathbf{x} állapot–vektor dimenziójával.

A \mathbf{K} mátrix most a következő egyszerű egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{D} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (11.36)$$

Mindezek alapján, a lineáris, dinamikus szabályozóval visszacsatolt automatikus repülésszabályozó rendszer általános alakú állapot–egyenlete könnyen felírható:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{D}_c)\mathbf{x} + \mathbf{H}\mathbf{p}_c. \quad (11.37)$$

A (11.37) állapot–egyenlet a leggyakrabban alkalmazott dinamikus modell, amely a repülésszabályozó rendszerek tervezése és analízise során alkalmazást nyer. A továbbiakban tekintsük át néhány klasszikus szabályozó-tervezési módszert, amelyek ismerete elengedhetetlen a szabályozó előzetes tervezése során.

11.3 KLASSZIKUS SZABÁLYOZÓTERVEZÉSI MÓDSZEREK

Az egyváltozós (SISO), autonóm (időinvariáns) szabályozási rendszerek elméletével foglalkozó irányításelméletet klasszikus–, vagy hagyományos szabályozáselméletnek szokás nevezni. Az automatikus repülésszabályozó rendszerek hagyományos tervezésének kezdeti időszakában főleg frekvencia-tartománybeli, grafikus tervezési módszert alkalmaztak. Ilyen módszerek a Bode–módszer, a Nyquist–módszer, és a Ziegler–Nichols módszer. E módszerek közül egyik sem rendelkezik kizárólagos alkalmazási előnnyel: a szabályozási rendszer tervezője szabadon választhat közöttük [11.12, 11.13, 11.18, 11.19, 11.21, 11.22, 11.36, 11.38, 11.40, 11.42, 11.44].

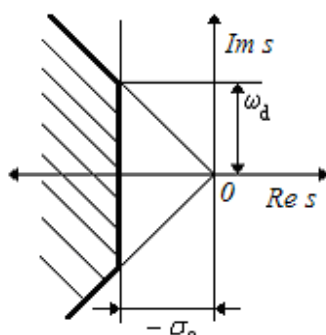
A fent említett módszerek a tervezést grafikus úton hajtják végre, amelyeket a [11.5, 11.6, 11.8] irodalmak taglálnak részletesen. Megemlíteni szükséges azonban, hogy számos számítástechnikai programcsomag támogatja e diagramok megrajzolását. Ilyen a MATLAB® programcsomag, és annak megfelelő segédprogramjai [11.24, 11.26, 11.33, 11.34, 11.35, 11.43, 11.45, 11.46, 11.47, 11.48, 11.49]. E fejezet célja bemutatni, hogy a grafikus módszerek egyszerűen, hatékonyan, és megbízhatóan alkalmazhatók a repülésszabályozó rendszer tervezése során. A továbbiakban a pólus áthelyezés–, a gyök-helygörbe–, és a frekvenciafüggvény–módszerével, valamint a modellkövető rendszerekkel foglalkozunk.

11.3.1 A pólus áthelyezéses tervezési módszerek

A zárt repülésszabályozó rendszer minőségi jellemzőit – sokszor – a karakterisztikus egyenletekkel adják meg. Tegyük fel, hogy egy UAV szabad moz-

gása a komplex síkon több sajátértékkel is rendelkezik. Az UAV zárt automatikus repülésszabályozó rendszerének viselkedése akkor is nagyban hasonlít a nemirányított (szabad mozgású) UAV viselkedésére, ha a megtervezett szabályozó úgy helyezi át az UAV sajátértégeit (gyököket) a komplex síkon, hogy azok közül egy komplex konjugált (domináns) póluspár a legközelebb helyezkedik el a képzetes tengelyhez, míg a zárt szabályozási rendszer összes többi gyöke töle nagy távolságra helyezkedik el a komplex síkon [11.3, 11.4].

A zárt szabályozási rendszer viselkedése a zárt szabályozási rendszer s -síkon elhelyezkedő gyökei (pólusai) alapján is megítélhető. Magától értetődik, hogy az s -síkon felvehető az a tartomány, ahol a zárt szabályozási rendszer kívánt gyökei elhelyezkedhetnek. A 11.4. ábrán egy ilyen lehetséges tartomány látható.



11.4. ábra. A zárt szabályozási rendszer pólusai a komplex síkon.

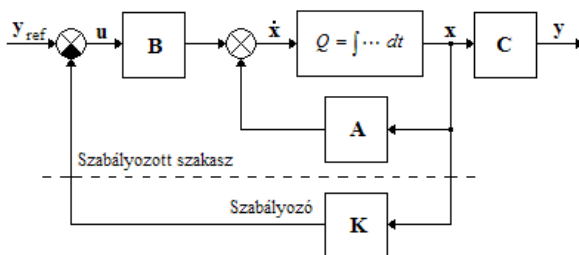
A zárt szabályozási rendszer előírt minőségi jellemzőinek biztosítása érdekében a zárt rendszer pólusai a 11.4. ábrán látható vonalkázott szektorban kell, hogy elhelyezkedjenek.

Ily módon az ARRk előzetes szintézise során a tervezők számára sokszor vonzó a lehetőség, hogy a zárt szabályozási rendszerrel szemben támasztott követelményeket megfeleltessék a minőségi követelményeknek. Más szóval, olyan szabályozót tervezzenek, amelyek biztosítják, hogy a zárt ARR karakterisztikus egyenletének gyökei a tervező által előre megadott helyet foglalják el a komplex sík baloldali felén.

Bár a pólus áthelyezés módszerét eredetileg az egyváltozós rendszerekre vezették be, ma már nagyon gyakori e módszer alkalmazása a többváltozós rendszerekre is. Mivel az UAV számos állapot-változója jól leírható az egyszabadságfokú reprezentációval, vagy az állapotteres matematikai modellel, ezért a pólus áthelyezés módszere úgy az egyváltozós-, mint a többváltozós rendszerdinamikai modellek esetén is könnyen alkalmazható.

11.3.1.1 Az egyszerű pólus áthelyezés módszere

A pólus áthelyezés módszerének legegyszerűbb válfaja az ún. egyszerű módszer, amely lehetővé teszi a szabályozó előzetes tervezését olyan feltételből kiindulva, hogy a zárt ARR pólusai a tervező által előre megadott koordinátájú helyet foglalnak el a komplex síkon. A szabályozó előzetes tervezése feltételezi a teljes állapot-visszacsatolást. A teljes állapot-visszacsatolású ARR hatásvázlata a 11.5. ábrán látható.



11.5. ábra. A teljes állapot-visszacsatolású ARR hatásvázlata.

A szabályozási rendszerek szabályozóinak pólus áthelyezéssel történő előzetes tervezésének elméleti alapjait, a fontosabb összefüggéseket a [11.1, 11.5, 11.12, 11.13, 11.15, 11.22, 11.32, 11.34] irodalmak tárgyalják. A módszer lényege a következő: tekintsük adottnak a dinamikus szabályozási rendszer állapot-egyenletét (11.5. ábra) a következő alakban:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (11.38)$$

További vizsgálataink során a szabályozási rendszer bemeneti jele legyen zérusértékű, vagyis $\mathbf{y}_{ref} \hat{=} 0$. E feltétel teljesülése mellett határozzuk meg a 11.5. ábrán látható zárt szabályozási rendszer azon

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (11.39)$$

vezérlési törvényét, vagyis a \mathbf{K} teljes állapot-visszacsatolási mátrixot, amely esetén biztosított, hogy a zárt rendszer sajátértékei egy \mathbf{P} vektorban előre definiált értékeket vesznek fel [11.44].

Helyettesítsük a vezérlési törvény (11.39) egyenletét a (11.38) állapot-egyenletbe. A behelyettesítés eredményeképpen az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\dot{\mathbf{x}} = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}]\mathbf{x}. \quad (11.40)$$

A zárt szabályozási rendszer állapot-mátrixára vezessük be az alábbi jelölést:

$$\tilde{\mathbf{A}} = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}]. \quad (11.41)$$

Ismeretes, hogy a zárt szabályozási rendszer karakterisztikus egyenlete most a következő alakban írható fel:

$$\begin{aligned} K(s) = |s\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}| &= (s - s_1)(s - s_2) \cdots (s - s_n) = \\ &= s^n + a_1 \cdot s^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot s + a_n = 0 \end{aligned} \quad (11.42)$$

vagy más alakban:

$$\Phi(\mathbf{A}) = \mathbf{A}^n + a_1 \cdot \mathbf{A}^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot \mathbf{A} + a_n \cdot \mathbf{I}. \quad (11.43)$$

A Cayley–Hamilton tétel alapján igaz a következő egyenlet [11.18, 11.19]:

$$\Phi(\tilde{\mathbf{A}}) = \tilde{\mathbf{A}}^n + a_1 \cdot \tilde{\mathbf{A}}^{n-1} + \dots + a_{n-1} \cdot \tilde{\mathbf{A}} + a_n \cdot \mathbf{I} = 0. \quad (11.44)$$

Tekintsünk először egy harmadrendű szabályozási rendszert, vagyis $n = 3$. Ennek megfelelően a (11.44) egyenlet most a következő alakban írható fel:

$$\Phi(\tilde{\mathbf{A}}) = \Phi(\mathbf{A}) - a_2 \mathbf{B}\mathbf{K} - a_1 \mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}}^2 - a_1 \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{K} - \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{A}^2 \mathbf{B}\mathbf{K} \quad (10.45)$$

Mivel a (11.44) egyenlet alapján $\Phi(\tilde{\mathbf{A}}) = 0$, ezért a (11.45) egyenletre igaz az alábbi összefüggés is:

$$\Phi(\mathbf{A}) = \mathbf{B} \left(a_2 \mathbf{K} + a_1 \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}}^2 \right) + \mathbf{A}\mathbf{B} \left(a_1 \mathbf{K} + \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}} \right) + \mathbf{A}^2 \mathbf{B}\mathbf{K} \quad (11.46)$$

A (11.46) egyenletből a keresett \mathbf{K} statikus állapot–visszacsatolási mátrix már könnyen kifejezhető, vagyis

$$\mathbf{K} = [0 \ 0 \ 1] [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \mathbf{A}^2 \mathbf{B}]^{-1} \Phi(\mathbf{A}) \quad (11.47)$$

Általános esetben, vagyis tetszőleges foksámú szabályozási rendszerek esetén a \mathbf{K} teljes állapot–visszacsatolási mátrixot az alábbi egyenlet segítségével határozhatjuk meg [11.18, 11.19]:

$$\mathbf{K} = [0 \ 0 \ \dots \ 1] [\mathbf{B} \ \mathbf{A}\mathbf{B} \ \dots \ \mathbf{A}^{n-1} \mathbf{B}]^{-1} \Phi(\mathbf{A}) \quad (11.48)$$

11.3.1.2 A sajátértékek kijelölésének módszere

Többváltozós szabályozási rendszerek esetén a pólus áthelyezés helyett célszerű a sajátérték kijelölés elnevezést alkalmazni. Ha a zárt ARR átviteli függvényének pólusa λ , akkor e pólusok egyben az állapotterez matematikai modell \mathbf{A} állapot-mátrixának a sajátértékei is. A gyakorlatban azonban előfordulhat olyan eset, amikor az \mathbf{A} állapot-mátrix minimál realizációjából határozzuk meg az UAV átviteli függvényét, így az \mathbf{A} mátrix nem minden

sajátértéke pólusa az átviteli függvénynek. Természetes, hogy úgy a teljes dinamikus modell, mint a minimál realizációs modell teljesen megfigyelhető, és teljesen irányítható. E nehézségek elkerülése érdekében a gyakorlatban a zárt szabályozási rendszer sajátértékeire korlátozzuk vizsgálatainkat. E sajátértékeket a teljesen megfigyelhető, és teljesen irányítható UAV teljes állapot–visszacsatolása révén határozhatjuk meg.

Tekintsük adottnak a nemirányított UAV állapot–, és kimeneti egyenletét az alábbi alakban:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{x}\end{aligned}, \quad (11.49)$$

ahol $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ állapot–vektor, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ bemeneti vektor, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ kimeneti vektor. A (11.49) nemirányított dinamikus rendszer sajátossága, hogy egy-, vagy több-, esetleg az összes pólusa nemkívánatos viselkedést reprezentál.

A dinamikus rendszer minőségi jellemzőinek javítása érdekében tehát olyan szabályozási rendszert kell tervezni, amely biztosítja, hogy a minőségi jellemzők megfeleljenek az előírt (elvárt) értékeknek. Ismeretes, hogy a szabályozási rendszer teljes állapot–visszacsatolású vezérlési törvénye a következő alakban adható meg:

$$\mathbf{u} = \mathbf{Kx} \quad (11.50)$$

A (11.50) vezérlési törvény biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer p_i sajátértékei az s -síkon az előre megadott helyre esnek [11.10].

A zárt szabályozási rendszer állapot–egyenlete most a következő alakban írható fel:

$$\dot{\mathbf{x}} = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{A}}\mathbf{x} \quad (11.51)$$

A zárt szabályozási rendszer λ_i sajátértékeit a karakterisztikus polinom alábbi egyenletének megoldása révén kapjuk meg:

$$f(\lambda) \triangleq |\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{BK}| = |\lambda\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}| = 0 \quad (11.52)$$

A \mathbf{K} teljes állapot–visszacsatolási mátrix meghatározására számos módszer ismert, amelyek közül röviden tekintsünk át néhányat.

11.3.1.2.1 Az azonos együtthatók módszere

A módszer a (11.52) karakterisztikus egyenletből meghatározott, és a kívánt rendszer karakterisztikus egyenletének megfelelő fokszámú tagjai együtthatóinak egyenlővé tétele segítségével teszi lehetővé a \mathbf{K} statikus, teljes állapot–visszacsatolási mátrix meghatározását. E módszer meglehetősen egysze-

rű, bővebb magyarázatot nem igényel. A 11.7 fejezet mintafeladatokat ismeret e módszer alkalmazásának elsajátítására, valamint begyakorlására.

11.3.1.2.2 A módosító mátrix módszer

Ezt a módszert Widodo, R. J. javasolta egyváltozós, autonóm, lineáris szabályozási rendszerek statikus szabályozóinak megtervezésére [11.2].

A módszer szabadon alkalmazható úgy egyszeres, mint többszörös pólusok, valamint komplex konjugált sajátértékek esetén is. A szabályozó megtervezése az alábbi lépéseket foglalja magába [11.2, 11.10, 11.44]:

1. A \mathbf{k} segédvektor legyen az alábbi alakú:

$$\mathbf{k} = [k_1 \quad k_2 \quad \cdots \quad k_n]. \quad (11.53)$$

2. A (11.53) vektor k_i elemeit az alábbi egyenlet alapján számíthatjuk ki:

$$k_i = \frac{\prod_{j=1}^n (\lambda_i - p_{jk})}{\prod_{j=1}^n (\lambda_j - p_{ik})}, \quad (11.54)$$

ahol λ_i és λ_j a dinamikus rendszer sajátértékei, p_{ik} , és p_{jk} a zárt szabályozási rendszer előírt sajátértékei.

3. A \mathbf{K} statikus állapot–visszacsatolási mátrix az alábbi egyenlet segítségével határozható meg:

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}\mathbf{U}^{-1}, \quad (11.55)$$

ahol \mathbf{U} a szabályozási rendszer módosító mátrixa.

11.3.1.3 A kimenet visszacsatolás módszere

Az előző fejezetekben ismertetett szabályozótervezési módszerek teljesen irányítható, és teljesen megfigyelhető egyváltozós, lineáris, autonóm rendszerekre alkalmazhatók azzal a megkötéssel, hogy a szabályozott szakasz komplex sajátértékei csak konjugált gyökpárok lehetnek. Az ismertetett módszerek lehetővé teszik a zárt szabályozási rendszer sajátértékeinek tetszőleges elhelyezését a komplex síkon.

Megemlíjtük, hogy a kimenet visszacsatolású szabályozási rendszerek esetén a zárt szabályozási rendszernek nem minden sajátértéke helyezhető el tetszőleges módon a tervező által. Felmerül a kérdés, hogy a nemirányított dinamikus rendszer mely sajátértékei helyezhetők el tetszőleges, és melyek

nem. E kérdésre keressük a választ, és azokat a feltételeket, amelyek teljesülése esetén a dinamikus szabályozási rendszer szabályozója megtervezhető.

Korábban már jól ismert a dinamikus rendszer (UAV) előrevezetés nélküli állapot-, és a kimeneti egyenlete:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\quad (11.56)$$

ahol $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ állapot-vektor, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ bemeneti vektor, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^p$ kimeneti vektor, míg az \mathbf{A} , \mathbf{B} , és a \mathbf{C} mátrixok rendre $(n \times n)$, $(n \times m)$, és $(p \times n)$ dimenziójúak.

A zárt szabályozási rendszer vezérlési törvénye – a kimenet visszacsatolás elvének megfelelően – legyen most a következő:

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{y}, \quad (11.57)$$

ahol \mathbf{K} $(m \times p)$ dimenziójú statikus, teljes állapot-visszacsatolási mátrix.

Modern szabályozástechnikából ismeretes, hogy a dinamikus rendszer (11.57) egyenletű kimenet visszacsatolása során a dinamikus rendszer sajátértékei tetszőlegesen közel helyezkednek el a zárt szabályozási rendszer előre megadott sajátértékeihez, ha a \mathbf{B} bemeneti mátrix m rangjára teljesül, hogy $m \leq n$, valamint a \mathbf{C} kimeneti mátrix p rangjára is igaz, hogy $p \leq n$.

A szabályozótervezés e módszere arra az előfeltevésre épül, hogy a \mathbf{K} statikus állapot-visszacsatolási mátrix két vektor diadikus szorzataként is felírható, tehát:

$$\mathbf{K} = \mathbf{g}\mathbf{h}^T, \quad (11.58)$$

ahol a \mathbf{g} mátrix m sorral rendelkező oszlopvektor, míg a \mathbf{h} mátrix p sorral rendelkező oszlopvektor.

A visszacsatolt szabályozási rendszer, valamint a nemirányított szabályozási rendszer karakterisztikus egyenleteinek hányadosa az alábbi egyenlettel írható le:

$$\frac{|s\mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}\mathbf{C}|}{|s\mathbf{I} - \mathbf{A}|} = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{(s - \lambda_i)}. \quad (11.59)$$

A (11.59) egyenlet gyöktényezős alakban is felírható, vagyis:

$$\frac{(s - p_1)(s - p_2) \cdots (s - p_n)}{(s - \lambda_1)(s - \lambda_2) \cdots (s - \lambda_n)} = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i}{(s - \lambda_i)}, \quad (11.60)$$

ahol λ_i a dinamikus rendszer sajátértékei, p_i a zárt szabályozási rendszer előírt sajátértékei.

A $p \leq m$ feltétel teljesülése esetén a \mathbf{h} vektor a következő egyenletből számítható:

$$(\mathbf{CU})^T \mathbf{h} = \boldsymbol{\alpha}, \quad (11.61)$$

ahol \mathbf{U} a módosító mátrix.

Az $\boldsymbol{\alpha}$ mátrix oszlopvektor, melynek elemeit az α_i / δ_i hányados adja meg, ahol

$$\delta_i = \mathbf{b}_i \mathbf{g} \neq 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (11.62)$$

A (11.62) egyenletben a \mathbf{b}_i mátrix a $\mathbf{B} \triangleq \mathbf{U}^{-1} \mathbf{B}$ mátrix i -edik sora. Ezért – a (11.61) egyenlet alapján – igaz a következő egyenlet is:

$$\mathbf{h} = \mathbf{C}_p^{-1} \boldsymbol{\alpha}_p, \quad (11.63)$$

ahol \mathbf{C}_p^{-1} a $(\mathbf{CU})^T$ mátrix p független soraiból áll, míg $\boldsymbol{\alpha}_p$ az $\boldsymbol{\alpha}$ mátrix megfelelő alterét reprezentálja. A \mathbf{h} mátrix, valamint a (11.62) egyenletet is kielégítő \mathbf{g} mátrix tetszőleges megválasztása p számú, a komplex sík megfelelő helyére eső sajátértéket eredményez [11.10].

11.3.2 A modell követés módszere

Feltéve, hogy a zárt repülésszabályozó rendszerrel szemben támasztott irányítástechnikai minőségi követelmények, valamint a zárt szabályozási rendszer sajátértékei egymásnak megfeleltethetők, akkor könnyen létrehozható olyan mátrix, amelynek sajátértékei megegyeznek a zárt szabályozási rendszer előírt minőségi követelményeivel. Az ilyen mátrixot a modell (előírt) rendszer együtttható mátrixának is szokás nevezni [11.10].

Ha egy UAV irányítástechnikai minőségi jellemzői nem tesznek eleget az előírt minőségi követelményeknek, akkor az UAV minőségi jellemzői állapot–visszacsatolás révén akkor javíthatók, hogyha a valós, szabályozón keresztül visszacsatolt UAV irányítástechnikai minőségi jellemzői megegyeznek egy ideális (idealizált), ún. *modell(referencia)* UAV minőségi követelményeivel [11.10, 11.44]. Más szóval feltételezzük, hogy az

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} \end{aligned} \quad (11.64)$$

állapot–, és kimeneti egyenlettel bíró UAV

$$\mathbf{u} = \mathbf{Kx} \quad (11.65)$$

vezérlési törvénye esetén az UAV kimeneti vektorára igaz, hogy

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{Cx} = \mathbf{CAx} + \mathbf{CBu}. \quad (11.66)$$

Feltételezzük továbbá, hogy a *modell*–UAV kimeneti differenciál-egyenlete a következő alakban írható fel:

$$\dot{\mathbf{y}}_m = \mathbf{L}\mathbf{y}_m. \quad (11.67)$$

Ha a valós UAV ideális módon közelíti a *modell*–UAV dinamikus viselkedését, vagyis

$$\mathbf{y} = \mathbf{y}_m, \quad (11.68)$$

akkor a (11.64)–(11.68) egyenletek alapján igaz a következő egyenlet is:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{L}\mathbf{y}_m = \mathbf{L}\mathbf{C}\mathbf{x} = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (11.69)$$

Rendezzük a (11.69) egyenletet. A következő egyenletet kapjuk:

$$\mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u} = (\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x}. \quad (11.70)$$

Az UAV vezérlési törvénye a (11.70) egyenletből már könnyen kifejezhető:

$$\mathbf{u} = [\mathbf{C}\mathbf{B}]^{-1}(\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{x}. \quad (11.71)$$

Az UAV teljes állapot–visszacsatolási mátrixa \mathbf{K} a (11.71) egyenletből az alábbi módon írható fel:

$$\mathbf{K} = [\mathbf{C}\mathbf{B}]^{-1}(\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A}). \quad (11.72)$$

Ha a valós UAV tökéletesen követi az ideális, *modell*–UAV dinamikáját, akkor igaz a következő összefüggés is:

$$[[\mathbf{C}\mathbf{B}][\mathbf{C}\mathbf{B}]^{-1} - \mathbf{I}](\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{0}. \quad (11.73)$$

Hasonló eredményre jutunk, ha az UAV (11.72) állapot–visszacsatolási mátrixát a valós, és az ideális UAV közötti eltérés legkisebb négyzetek elve alapján történő minimálásával határozzuk meg. A minimálandó kritérium tehát a következő lesz:

$$\mathbf{R} = \mathbf{e}^T \mathbf{G} \mathbf{e}, \quad (11.74)$$

ahol \mathbf{G} szimmetrikus, pozitív definit súlyozó mátrix, míg a hibajel \mathbf{e} vektora az alábbi módon származtatott:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{y}_m = [\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A}]\mathbf{x} - \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (11.75)$$

Deriváljuk az \mathbf{R} indexet az \mathbf{u} vezérlési törvény szerint. Az alábbi egyenleteket kapjuk:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} = \left(\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{u}} \right)^T \left(\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{e}} \right). \quad (11.76)$$

Mivel \mathbf{G} szimmetrikus mátrix, ezért igazak az alábbi egyenletek:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{e}} = \mathbf{G}\mathbf{e} + \mathbf{G}^T \mathbf{e} = 2\mathbf{G}\mathbf{e}, \quad (11.77)$$

$$\frac{\partial \mathbf{e}}{\partial \mathbf{u}} = -\mathbf{C}\mathbf{B}, \quad (11.78)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} = -\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \{ 2\mathbf{G}[(\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x} - \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}] \}. \quad (11.79)$$

A (11.79) egyenletből a $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} = 0$ feltétel, valamint nem zérusértékű \mathbf{B} , \mathbf{C} , és \mathbf{G} mátrixok esetén kapjuk, hogy

$$[(\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x} - \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}] = 0, \quad (11.80)$$

amely egyenletből az UAV (légijármű) vezérlési törvénye felírható:

$$\mathbf{u} = [\mathbf{C}\mathbf{B}]^{-1}(\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{x}. \quad (11.81)$$

Vegyük észre, hogy a (11.79) és a (11.69) egyenletek egymással megegyeznek.

A (11.77) egyenlet az alábbi alakban is felírható:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{e}} = \mathbf{e}^T (\mathbf{G} + \mathbf{G}^T) = 2\mathbf{G}\mathbf{e}^T. \quad (11.82)$$

A (11.79) egyenlet most tehát a következő lesz:

$$\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} = 2 \{ \mathbf{x}^T [(\mathbf{C}\mathbf{A} - \mathbf{L}\mathbf{C}) + \mathbf{u}\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T] \} \mathbf{G}\mathbf{C}\mathbf{B} = 0. \quad (11.83)$$

A (11.83) egyenletből a $\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{u}} = 0$ feltétel, valamint nem zérusértékű \mathbf{B} , \mathbf{C} , és \mathbf{G} mátrixok esetén a vezérlési törvény könnyen levezethető [11.10]:

$$\mathbf{u} = -(\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{G}\mathbf{C}\mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^T \mathbf{G}(\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x} = [\mathbf{C}\mathbf{B}]^* (\mathbf{L}\mathbf{C} - \mathbf{C}\mathbf{A})\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{x}, \quad (11.84)$$

ahol:

$$[\mathbf{C}\mathbf{B}]^* = (\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T [\mathbf{C}\mathbf{B}])^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{C}^T = (\mathbf{B}^T \mathbf{C}^T [\mathbf{C}\mathbf{B}])^{-1} [\mathbf{C}\mathbf{B}]^T \quad (11.85)$$

11.3.3 A gyök–helygörbe módszer

A gyök–helygörbe a zárt szabályozási rendszer pólusait ábrázolja a komplex síkon valamely rendszerjellemező, legtöbbször az erősítési tényező függvényében, miközben annak értékét zérus, és a végtelen között változtatjuk [11.3, 11.4, 11.5]. A gyök–helygörbe kiválóan alkalmas a zárt szabályozási rendszerek stabilitásának megítélésére. Ha a szabályozási rendszerek terve-

zését a Bode–diagram segítségével végezzük el, a gyök–helygörbe módszer ebben az esetben is könnyen alkalmazható a stabilitásvizsgálat során.

Az s -síkon a T_s szabályozási idő, a csillapított lengések ω_d körfrekvenciájában, a ξ csillapítási tényezőben, valamint a csillapítatlan lengések ω_n természetes körfrekvenciájában paraméterezett görbesereg a másodrendű szabályozási rendszerre is meghatározható. A másodrendű szabályozási rendszer karakterisztikus egyenletének megoldása az alábbi módon írható fel:

$$p_{1,2} = -\xi\omega_n \pm j\sqrt{1-\xi^2}\omega_n, \omega_n = -\sigma_o \pm j\omega_d. \quad (11.86)$$

Zérusértékű kezdeti feltételek esetén a rendszer átmeneti függvénye az alábbi egyenlet alapján számítható:

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_d t - \arcsin \xi). \quad (11.87)$$

A gyakorlatban feltételezzük, hogy a tranziens idő (4–5) időállandónyi idő közé esik, vagyis:

$$4\tau < T_s < 5\tau, \quad (11.88)$$

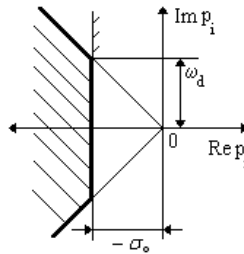
ahol

$$\tau = \sigma_o^{-1}, \sigma_o = \xi\omega_n. \quad (11.89)$$

A σ túlszabályozás értékét a következő egyenlet alapján lehet meghatározni:

$$\sigma = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} 100, 0 \leq \xi < 1. \quad (11.90)$$

Ha például oly módon határozzuk meg a zárt szabályozási rendszerrel szemben támasztott minőségi követelményeket, hogy a túlszabályozás értéke $\sigma \leq 25\%$, és a tranziens idő pedig $T_s < 5$ sec, akkor a zárt szabályozási rendszer pólusai a 11.6. ábrán a vastag vonal által körülvevett, baloldali vonalazott területre kell, hogy essenek.



11.6. ábra. A zárt szabályozási rendszer pólusainak előírt elhelyezkedése.

Hangsúlyozni szükséges azonban, hogy a további megállapításaink csak arra az esetre igazak, ha a rendszer egy póluspárral rendelkezik, amelyet domináns póluspárnak nevezünk. Minden más esetben, amikor a zárt szabályozási rendszernek más zérusai és pólusai is vannak, a zárt szabályozási rendszer predikcióval megállapított viselkedése nem helytálló.

11.3.4 A Bode–diagram

A Bode–diagramok jól alkalmazhatóak a zárt szabályozási rendszerek statikus hibájának, a csillapítási tényezőnek, az erősítési–, és a fázistartalék, valamint a domináns póluspárú szabályozási rendszer természetes körfrekvenciájának kiszámítására.

Nem minimálfázisú szabályozási rendszerek esetén, amelyek egyes pólusai, vagy zérusai a komplex sík jobboldali felére esnek, a Bode–diagramok stabilitásvizsgálatra történő alkalmazása nem ajánlott, ebben az esetben a Nyquist stabilitási kritérium használata ajánlott.

A felnyitott szabályozási rendszer átviteli függvénye legyen a következő egyenlettel adott [11.3, 11.4, 11.10, 11.12]:

$$KG(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (11.91)$$

A felnyitott rendszer Bode–diagramja alapján a szabályozási rendszer típuszáma közvetlenül is meghatározható. Mivel a $KG(0)$ szorzat véges értékű, ezért a Bode–diagram kezdeti meredeksége zérusértékű. Ez azt jelenti, hogy a mi esetünkben a $K_p = KG(0) = K$ kisfrekvenciás erősítés esetén a szabályozási rendszer 0 típusú, vagyis nem tartalmaz szabad integráló tagot. A további vizsgálataink során feltételezzük, hogy a szabályozási rendszer egységnyi visszacsatolású, vagyis a zárt szabályozási rendszer eredő átviteli függvénye a következő alakban írható fel:

$$T(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + (K+1)\omega_n^2} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi_z\omega_{nz}s + (K+1)\omega_{nz}^2}, \quad (11.92)$$

ahol:

$$\omega_{nz} = \omega_n \sqrt{K+1}, \quad \xi_z = \xi(\sqrt{K+1})^{-1}. \quad (11.93)$$

Nagy értékű K esetén a hozzá tartozó vágási körfrekvencia értéke $\omega_{gc} \approx \omega_n \sqrt{K}$, amely jó pontossággal adja meg a zárt szabályozási rendszer természetes körfrekvenciájának mértékét. A zárt szabályozási rendszer sáv szélessé-

ge szintén ω_{gc} , bár a valós sáv szélesség értéke eme értéktől 100 %-kal is eltérhet.

A zárt szabályozási rendszer csillapítási tényezője – nagy értékű K esetén – $1/\sqrt{K}$ – ad része a felnyitott szabályozási rendszer ξ csillapítási tényezőjének. Mindezek alapján a zárt szabályozási rendszer gyorsabb működésű lesz, mint a felnyitott szabályozási rendszer, és nagyobb értékű lesz a túlszabályozása is.

A φ_t fázistartalékot – a felnyitott szabályozási rendszer Nyquist-diagramja segítségével – az alábbi egyenlet alapján számíthatjuk ki:

$$\varphi_t = 2 \arcsin \frac{1}{2 |T(j\omega_{gc})|}. \quad (11.94)$$

Mivel $\omega_{gc} \approx \omega_n \sqrt{K}$, ezért a φ_t fázistartalék közelítő értéke az alábbi egyenlettel is megadható:

$$\varphi_t \approx 2 \arcsin(\xi_z). \quad (11.95)$$

A zárt rendszer csillapítási tényezője – a (11.95) egyenlet alapján – most a következő lesz:

$$\xi_z \approx \sin\left(\frac{\varphi_t}{2}\right). \quad (11.96)$$

A zárt szabályozási rendszer csillapítási tényezőjét a gyakorlatban sokszor a következő kifejezés alapján is számítják:

$$\xi_z \approx 0,01 \varphi_t. \quad (11.97)$$

A κ erősítési tartalék értékét az alábbi egyenlet segítségével határozhatjuk meg:

$$\kappa = -|G(j\omega_{gc})|_{dB}, \quad (11.98)$$

ahol:

$$\angle G(j\omega_{gc}) = -180^\circ. \quad (11.99)$$

Az eddig elhangzottak alapján megállapíthatjuk tehát, hogy úgy a gyök-helygörbe, mint a Bode-diagram alkalmas a zárt szabályozási rendszer viselkedésének predikciójára. A gyök-helygörbe a zárt szabályozási rendszer gyökeinek elhelyezkedésére pontos képet ad, míg a Bode-diagram kiválóan alkalmas a zárt szabályozási rendszer alapjel követés statikus hibájának, a sáv szélességnek, az erősítési- és a fázistartalék értékének kiszámítására.

11.4 PARAMÉTEROPTIMÁLÁSI MÓDSZEREK

E fejezet előző részeiből jól ismert, hogy az UAV irányítástechnikai minőségi jellemzőit a rövidperiodikus mozgás csillapítási tényezője és sajátfrekvenciája, esetleg az egyszabadságfokú modellezés esetén az időállandók adják meg. Az UAVk azonban az esetek többségében nem tesznek eleget a velük szemben támasztott szigorú irányítástechnikai minőségi követelménynek, ezért szabályozó rendszereket szokás építeni, hogy a zárt repülésszabályozó rendszer már eleget tegyen az előírt követelményeknek. A 11.3. fejezetben bemutatott szabályozótervezési módszerek is e célt szolgálták.

Megemlítjük, hogy a szabályozók tervezése magas fokú szakmai elméleti és gyakorlati tudást, valamint szakmai tapasztalatot követel meg a tervezőktől. Az egyváltozós szabályozási rendszerek tervezésével, és vizsgálatával a [11.1, 11.6, 11.7, 11.8, 11.9, 11.10, 11.12, 11.15, 11.17, 11.18, 11.19, 11.21, 11.22, 11.31, 11.32, 11.34, 11.35, 11.36, 11.37, 11.38, 11.40, 11.42] irodalmak foglalkoznak részletesen.

11.4.1 Az integrál–kritériumok

Az utóbbi évtizedekben a szabályozási rendszerek tervezői – a mérnöki feladatok megoldása során – széles körben alkalmazzák az optimális tervezési algoritmusokat, amelyek egyre nagyobb jelentőséggel bírnak. A fejezet célja, hogy bemutassa a leggyakrabban alkalmazott integrál–kritériumokat.

Irányítástechnikából jól ismert az a tény, hogy a szabályozási rendszerek tranziens folyamataira definiált minőségi követelmények, és a minőségi jellemzők sokszor ellentmondanak egymásnak. Az egyes követelmények közötti kompromisszumot az ún. *integrál–kritériumok* segítségével is megteremthetjük.

Feltételezzük, hogy a célfüggvény, amelynek minimumát keressük, *költséggfüggvény*, vagyis az általános alakú integrál–kritérium a következő összefüggéssel adható meg [11.10, 11.44]:

$$J = \int_0^{\infty} F(x(t), t) dt \rightarrow \text{Min} , \quad (11.100)$$

ahol az F függvény kétváltozós célfüggvény, az $x(t)$ egy alkalmasan megválasztott jel, amely lehet például:

- a szabályozási rendszer súlyfüggvénye,

$$x(t) = w(t) , \quad (11.101)$$

- az átmeneti függvény tranziens összetevője,

$$x(t) = x_{tr}(t) - x_{tr}(\infty) = \int_0^t w(t) dt - \int_0^{\infty} w(t) dt, \quad (11.102)$$

- a rendelkező jel,

$$x(t) = x_r(t), \quad (11.103)$$

vagy maga a szabályozott jellemző:

$$x(t) = x_s(t) \quad (11.104)$$

A (11.100) egyenlet alapján megállapítható, hogy az integrálkritérium az $x(t)$ jel és a t idő hatását egyidejűleg veszi figyelembe. A (11.100) integrál minden egyes megfelelően megválasztott $x(t)$ jelhez egy számot rendel, ezért *funkcionálnak* is szokás nevezni.

Az $x(t)$ jel megválasztásakor úgy kell eljárni, hogy a tranziens folyamat minél több jellemzőjét vegye figyelembe (úgy mint a túlszabályozás, tranziens idő), valamint – lehetőleg – egyszerű legyen az alakja és a szabályozási rendszer paramétereivel való kapcsolatát is egyszerű formában, fejezze ki. E követelmények egymásnak is sokszor ellentmondanak, így szabályozástechnikában sokféle alakú integrálkritérium használatos, amelyek az alábbiak [11.3, 11.4, 11.44, 11.45]:

1. Az idő hatványával súlyozott lineáris integrálkritériumok, amelyek alapvetően aperiodikus folyamatok vizsgálatához használhatók:

$$J_{10} = \int_0^{\infty} x(t) dt \rightarrow \text{Min}, \quad (11.105)$$

$$J_{11} = \int_0^{\infty} t x(t) dt \rightarrow \text{Min}, \quad (11.106)$$

$$J_{1m} = \int_0^{\infty} t^m x(t) dt \rightarrow \text{Min}. \quad (11.107)$$

2. Az általános négyzetes integrálkritériumok. Ezen célfüggvények úgy az aperiodikus, mint a lengő (periodikus) folyamatok vizsgálatára is alkalmasak:

$$J_{2(0)} = \int_0^{\infty} x^2(t) dt \rightarrow \text{Min}, \quad (11.108)$$

$$J_{2(1)} = \int_0^{\infty} [x^2(t) + \tau_1^2 (x(t)')^2] dt \rightarrow \text{Min}, \quad (11.109)$$

$$J_{2(n)} = \int_0^\infty \left[x^2(t) + \tau_1^2(x^2(t)) + \dots + \tau_n^{2n}(x^2(t)) \right] dt \rightarrow \text{Min} . \quad (11.110)$$

3. Az egyszerű és az idővel súlyozott négyzetes integrálkritériumok:

$$J_{20} = \int_0^\infty x^2(t) dt \rightarrow \text{Min} , \quad (11.111)$$

$$J_{21} = \int_0^\infty t x^2(t) dt \rightarrow \text{Min} , \quad (11.112)$$

$$J_{22} = \int_0^\infty t^2 x^2(t) dt \rightarrow \text{Min} . \quad (11.113)$$

4. Az abszolút értékekre vonatkozó integrálkritériumok:

$$J_{a0} = \int_0^\infty |x(t)| dt \rightarrow \text{Min} , \quad (11.114)$$

$$J_{a1} = \int_0^\infty t |x(t)| dt \rightarrow \text{Min} , \quad (11.115)$$

$$J_{a2} = \int_0^\infty t^2 |x(t)| dt \rightarrow \text{Min} . \quad (11.116)$$

Az integrál-kritériumokkal kapcsolatban két kérdést is szem előtt kell tartani. Az első, hogy milyen kapcsolat van az integrálkritérium és az átviteli függvény paraméterei (például együtthatói) között. A kérdés megválaszolását nehezíti, hogy az integrálkritériumot időtartománybeli függvények jellemzésére használjuk, míg az átviteli függvényt komplex frekvenciatartományban adjuk meg.

A másik kérdés, hogy a rendelkezésre álló nagyszámú kritérium közül melyiket alkalmazzuk, a gyakorlatban melyik kritérium alkalmazható a legjobban. E nehezen eldönthető kérdések megoldásával és megválaszolásával a [11.3, 11.4, 11.44] irodalmak foglalkoznak, míg a [11.6, 11.7, 11.8, 11.9, 11.10, 11.17, 11.27, 11.28, 11.29, 11.39, 11.40, 11.41, 11.44, 11.45] irodalmak az integrál-kritériumok gyakorlati alkalmazását mutatják be.

11.4.2 A Parseval-tétel

Az automatikus repülésszabályozó rendszerek tervezése-, illetve vizsgálata során gyakran találkozunk a

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(t)dt \quad (11.117)$$

alakú integrál–kritérium kiértékelésével [11.10].

A Parseval–tétel értelmében a (11.117) integrál–kritérium a komplex frekvencia tartományban, vagyis az s –síkon sokkal könnyebben kiértékelhető, mint az időtartományban. Ily módon a (11.117) kritérium most az alábbi alakot ölti:

$$J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} F_2(s)F_1(-s)ds \quad (11.118)$$

Különös figyelmet érdemel az az eset, amikor

$$f_1(t) = f_2(t) = f(t). \quad (11.119)$$

Ennek megfelelően a (11.118) egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$J = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{j\infty} F(s)F(-s)ds, \quad (11.120)$$

vagy időtartományban

$$J = \int_0^{\infty} f(t)f(t)dt, \quad (11.121)$$

mivel $f(t) = 0$, ha $t < 0$.

A továbbiakban feltételezzük, hogy az integrálandó függvény az alábbi alakú:

$$f(t) = x(t), \quad (11.122)$$

ily módon a (11.121) kritérium a következő egyenlettel adható meg:

$$J = \int_0^{\infty} x^2(t)dt. \quad (11.123)$$

Legyen az $x(s)$ jel racionális törtfüggvény, vagyis

$$x(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{c_{n-1}s^{n-1} + c_{n-2}s^{n-2} + \dots + c_1s + c_0}{d_ns^n + d_{n-1}s^{n-1} + \dots + d_1s + d_0}. \quad (11.124)$$

Feltételezzük, hogy a (11.124) egyenlet összes pólusa, amelyet a $D(s) = 0$ karakterisztikus polinomból határozunk meg, negatív előjelű valós, vagy negatív valós részű komplex gyök: tehát maga a (11.123) kritérium kiértékelhető.

A (11.123) integrál–kritérium tehát a (11.124) jel együtthatóinak algebrai függvénye. A (11.123) kritérium tehát az alábbi alakban is felírható:

$$J_n = \frac{1}{2\pi j} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(s)c(-s)}{d(s)d(-s)} ds, \quad (11.125)$$

ahol n a $D(s)$ polinom fokszáma, valamint igazak a következő egyenletek is:

$$c(s) = \sum_{j=0}^{n-1} c_j s^j, \quad (11.126)$$

$$d(s) = \sum_{k=0}^n d_k s^k. \quad (11.127)$$

A számítások megkönnyítése érdekében a (11.125) alakú integrálokat meghatározzák, és szabályozástechnikai kézikönyvek magas fokszámig tartalmazzák azokat. Eme integrálokat *Phillips-integrálnak* is szokás nevezni.

A (11.125) integrál–kritérium néhány, a gyakorlatban is széles körben alkalmazott alakja az alábbi módon írható fel [11.3, 11.4, 11.10, 11.44, 11.45]:

$$J_1 = \frac{c_0^2}{2d_0d_1}, \quad (11.128)$$

$$J_2 = \frac{c_1^2d_0 + c_0^2d_2}{2d_0d_1d_2}, \quad (11.129)$$

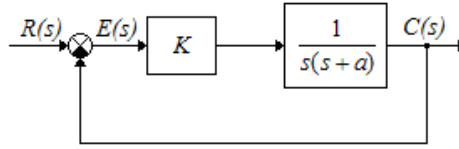
$$J_3 = \frac{c_2^2d_0d_1 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3 + c_0^2d_2d_3}{2d_0d_3(d_1d_2 - d_0d_3)}, \quad (11.130)$$

$$J_4 = \frac{c_3^2(d_0d_1d_2 - d_0^2d_3) + (c_2^2 - 2c_1c_3)d_0d_1d_4 + (c_1^2 - 2c_0c_2)d_0d_3d_4 + c_0^2(d_2d_3d_4 - d_1^2d_4^2)}{2d_0d_4(d_1d_2d_3 - d_1^2d_4 - d_3^2d_0)} \quad (11.131)$$

A magasabb rendű integrálok meghatározásában a [11.4, 11.10] irodalmak nyújtanak hathatós segítséget.

11.4.3 Egyváltozós szabályozási rendszerek optimális méretezése

Az egyváltozós szabályozási rendszerek optimális szabályozójának tervezési feladata egyszerűen megfogalmazható: tekintsük a 11.7. ábrán látható hatás-vázlatot.



11.7. ábra. A szabályozási rendszer hatásvázlata.

Határozzuk meg a soros szabályozó azon K értékét, amely esetén a szabályozási rendszer $e(t)$ hibajelének négyzetes integrálja (ISE) minimális értéket vesz fel. A hibajel négyzetes időfüggvénye integráljának minimálását a szabályozó K erősítésének megfelelő megválasztásával érjük el.

A szabályozási rendszer hibajele a 11.7. ábra alapján könnyen meghatározható:

$$E(s) = \frac{s(s+a)}{s^2 + sa + K} R(s). \quad (11.132)$$

Feltéve, hogy a szabályozási rendszer bemenete egységugrás jel, vagyis $R(s) = 1/s$, a (11.132) egyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$E(s) = \frac{s(s+a)}{s^2 + sa + K} \frac{1}{s}. \quad (11.133)$$

A (11.132) és a (11.133) egyenleteket összevetve kapjuk, hogy:

$$\begin{aligned} c_1 &= 1, \quad c_0 = a \\ d_2 &= 1, \quad d_1 = a, \quad d_0 = K \end{aligned} \quad (11.134)$$

A (11.134) együtthatókat helyettesítsük be a Phillips–integrál J_2 egyenletébe. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$J_2 = \frac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2} = \frac{K + a^2}{2aK}. \quad (11.135)$$

Határozzuk meg a K erősítés, valamint a skalár a együttható azon értékeit, amikor a szabályozási rendszer hibajele minimális értéket vesz fel.

Először deriváljuk az J_2 kritériumot a K erősítés szerint:

$$\frac{\partial J_2}{\partial K} = \frac{2aK - (K + a^2)2a}{(2aK)^2} = -\frac{a}{2K^2} = 0. \quad (11.136)$$

A (11.136) egyenlet alapján könnyen belátható, hogy a hibajel négyzetes időfüggvényének integrálja akkor lesz minimális értékű, ha

$$K \rightarrow \infty. \quad (11.137)$$

Most deriváljuk az J_2 kritériumot az a paraméter szerint. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\frac{\partial J_2}{\partial a} = \frac{1}{2K} \frac{a^2 - K}{a^2} = 0. \quad (11.138)$$

A (11.138) egyenletből kapjuk, hogy

$$a = \sqrt{K}, \quad (11.139)$$

míg a szabályozási rendszer optimális átviteli függvénye a következő lesz:

$$W_{opt}(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + \sqrt{K}s + K} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (11.140)$$

Mivel

$$K = \omega_n^2, \quad (11.141)$$

ezért a csillapítási tényező optimális értéke – a (11.140) egyenlet alapján – most a következő lesz:

$$\xi_{opt} = 0,5 \quad (11.142)$$

11.4.4 A Lagrange – szorzó módszer

Feltételezzük, hogy az $x(t)$ és az $u(t)$ időfüggvények között tetszőleges differenciál–egyenlet teremt kapcsolatot. Feltesszük továbbá, hogy az $u(t)$ függvény szerepe az

$$J = \int_0^\infty x^2(t) dt \quad (11.143)$$

integrál–kritérium minimálása. Az $u(t)$ függvény korlátos, vagyis

$$\int_0^\infty u^2(t) dt = C. \quad (11.144)$$

Feltesszük, hogy a $u(t)$ függvényt megválasztottuk, de az nem elégíti ki a (11.144) egyenletet. A (11.144) egyenlet bal–, és a jobb oldala közötti eltérést a következő egyenlet adja meg:

$$Z = \int_0^\infty u^2(t) dt - C. \quad (11.145)$$

Az optimálási feladat most a következő módon fogalmazható meg: határozzuk meg azt az $u(t)$ függvényt, amely minimálja a

$$K = \int_0^{\infty} x^2(t)dt + \lambda \left\{ \int_0^{\infty} u^2(t)dt - C \right\} \quad (11.146)$$

skalár kritériumot, ahol λ a Lagrange-multiplikátor. Érdemes megjegyezni, hogy most az $u(t)$ függvény nem korlátozott. A (11.146) integrál-kritériumot minimáló $u(t)$ függvényt szokás *optimális vezérlési törvénynek* is nevezni, és $u^o(t)$ -vel is szokás jelölni.

Az optimális vezérlési törvény függ a λ skalár értékétől, vagyis:

$$u^o = u^o(\lambda, t). \quad (11.147)$$

Az optimális vezérlési törvény ismeretében a (11.145) egyenlet már könnyen felírható:

$$Z(\lambda) = \int_0^{\infty} (u^o(\lambda, t))^2 dt - C. \quad (11.148)$$

Ha λ értékét sikerül úgy megválasztani, hogy

$$Z(\lambda) = 0 \quad (11.149)$$

legyen, akkor igaz, hogy

$$K = J. \quad (11.150)$$

Más szóval, ha a K index minimális értékű, akkor az J index is minimális lesz. Tekintettel a (11.144) egyenlet integrandusának négyzetes jellegére, eme egyenletet gyakran *energiakorlátnak* is szokás nevezni. Ezért a gyakorlatban a (11.143) egyenletet minimáló, és a (11.144) egyenletet kielégítő $u(t)$ vezérlési törvény meghatározása helyett olyan vezérlési törvényt keresünk, amely – adott λ skalár esetén – minimálja a (11.143) egyenletet, és eleget tesz a (11.144) feltételnek is [11.10, 11.44].

11.5 KÖVETKEZTETÉSEK

A nemirányított UAVk irányítástechnikai minőségi követelményei gyakran nem felelnek az üzemeltetők elvárásainak. Az előírt, vagy az UAV alkalmazók által elvárt minőségi követelmények teljesítésének egyik lehetséges módja a repülésszabályozó rendszer megtervezése. E rendszer feladata többek között a minőségi követelmények biztosítása is.









Az automatikus repülésszabályozó rendszer működhet teljes állapot-visszacsatolással is. Ha a szabályozó nem teljesíti egyidejűleg az alapjel követésére, illetve a zavarelhárításra előírt minőségi követelményeket, akkor az automatikus repülésszabályozó rendszer előszűrővel is kiegészülhet. Ismert,

és a gyakorlatban széles körben használt azonban a visszacsatoló ágban történő jelformálás is.

A valós repülésszabályozó rendszerek többváltozós dinamikus rendszerek, amelyek működhetnek dinamikus szabályozóval is. Ebben az esetben a szabályozó dinamikáját az állapottéren állapot-, és a kimeneti egyenletekkel adjuk meg.

Az automatikus repülésszabályozó rendszer tervezése történhet klasszikus, illetve modern módszerekkel is. E fejezetben bemutattunk néhány klasszikus szabályozótervezési eljárást. A szabályozótervezést gyakran kötik össze az optimalizációs feladatokkal. A szabályozási rendszerek paraméteroptimalizására számos eljárást mutat be a fejezet, majd gyakorlati feladatokat mutat be eme elmélet alkalmazására. Megemlíteni szükséges, hogy a lineáris, teljes állapot–visszacsatolás segítségével megtervezett szabályozó nem képes egyidejűleg biztosítani a jó alapjel követést, az előírásoknak megfelelő irányítástechnikai minőségi jellemzőket, valamint a kifogástalan zavarelhárítást.

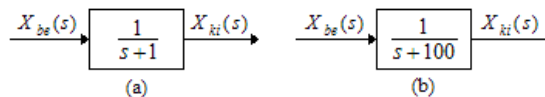
11.6 ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

-  Rajzolja meg az egyváltozós repülésszabályozó rendszer hatásvázlatát, ha a szabályozó az előrevezető ágban helyezkedik el!
-  Rajzolja meg az egyváltozós repülésszabályozó rendszer előszűrővel ellátott hatásvázlatát, ha a szabályozó is az előrevezető ágban helyezkedik el!
-  Mutassa be a dinamikus szabályozóval működő automatikus repülésszabályozó rendszert, és határozza meg a vezérlési törvényét!
-  Ismertesse a statikus szabályozó pólus áthelyezéssel történő tervezésére vonatkozó ismereteket!
-  Ismertesse a szabályozó paraméteroptimalizálással történő tervezésére vonatkozó módszereket, és eljárásokat!
-  Ismertesse az általános integrál–kritériumokat!
-  Mutassa be a soros szabályozó Parseval–tétel segítségével történő megtervezését!
-  Ismertesse a Lagrange–multiplikátor módszer alkalmazását!

11.7 SZÁMÍTÁSI MINTAFELADATOK

11.7.1. Mintafeladat [11.44]

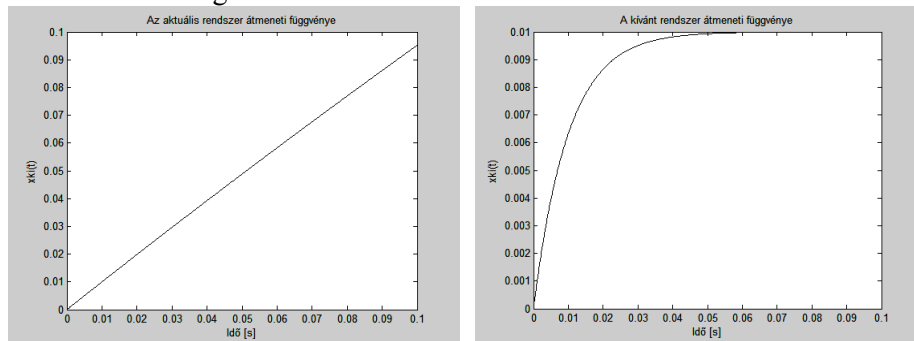
Tegyük fel, hogy a 11.8. ábra (a) részén látható szabályozási rendszer $x_{be}(t)$ determinisztikus bemeneti jelre adott $x_{ki}(t)$ válaszfüggvénye meg kell, hogy egyezzen az ábra (b) részén látható rendszer válaszfüggvényével.



11.8. ábra. Az aktuális és a kívánt rendszer.

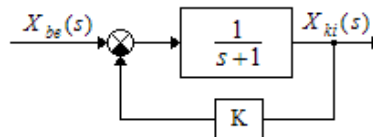
Az aktuális, és a kívánt szabályozások átmeneti függvényei a 11.9. ábrán láthatók.

Az ábra jobboldali részén jól látható, hogy a rendszer átmeneti függvénye egytárolós jelleggel viselkedik. Az ábra baloldali részén látható, hogy az aktuális rendszerben a tranziens folyamat csak nagyon hosszú tranziens idő elteltével áll cseng le.



11.9. ábra. A szabályozások átmeneti függvényei. (MATLAB-script: Szabolcsi)

A feladatot oldjuk meg a teljes állapot–visszacsatolás segítségével. A visszacsatolt rendszer hatásvázlata a 11.10. ábrán látható.



11.10. ábra. Visszacsatolt szabályozás hatásvázlata.

A 11.10. ábra alapján a zárt szabályozási rendszer átviteli függvénye

$$W(s) = \frac{X_{ki}(s)}{X_{be}(s)} = \frac{1}{s+1+K} \quad (11.151)$$

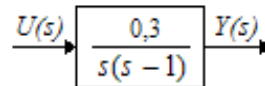
lesz, míg a karakterisztikus egyenlet az alábbi egyenlettel adható meg:

$$k(s) = s+1+K=0, \quad (11.152)$$

Könnyen belátható, hogy a zárt szabályozási rendszer és kívánt rendszer dinamikus viselkedése akkor egyezik meg, ha $K=99$. Más szóval, az aktuális szabályozási rendszer $p_1=-1$ pólusát az állapot–visszacsatolás segítségével a komplex sík $p_2=-100$ koordinátájú helyére helyeztük át, vagyis pólus-áthelyezést valósítottunk meg.

11.7.2. Mintafeladat [11.44]

A 11.11. ábrán adott egy instabil szabályozási rendszer hatásvázlata.

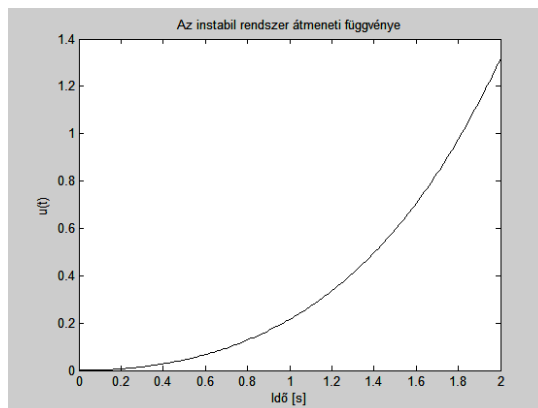


11.11. ábra. Instabil dinamikus rendszer hatásvázlata.

A dinamikus rendszer pólusai a komplex síkon a $p_1=0$, $p_2=1$ helyeken találhatók. A 11.11. ábra alapján a szabályozás differenciál–egyenlete a következő alakban írható fel:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} = 0,3u. \quad (11.153)$$

Határozzuk meg a 11.11. ábrán látható instabil szabályozási rendszer átmeneti függvényét. A számítógépes szimuláció eredménye a 11.12. ábrán látható.



11.12. ábra. Instabil rendszer transziens analízise. (MATLAB-script: Szabolcsi)

A 11.12. ábrán jól látható, hogy a dinamikus rendszer instabil viselkedű, hiszen korlátos bemeneti jelre a rendszer válasza nem korlátos. Tekintettel a dinamikus rendszer (11.153) egyenlettel megadott modelljére, valamint a jobboldali pólusokra, elmondható, hogy a szabályozási rendszer aperiodikusan labilis.

Tegyük stabilissá a 11.11. ábrán látható instabil rendszert az állapot-visszacsatolás segítségével. Tervezzük meg zárt szabályozási rendszer szabályozóját, amely biztosítja, hogy a zárt rendszer karakterisztikus egyenletének kívánt gyökei a komplex síkon az alábbiak lesznek:

$$p_{1k} = -5, p_{2k} = -12. \quad (11.154)$$

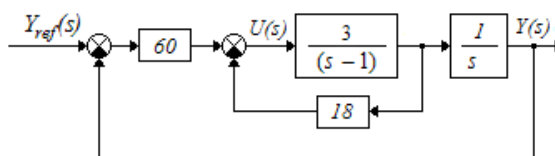
Eme követelményeknek megfelelően a zárt szabályozási rendszer karakterisztikus egyenlete a következő lesz:

$$k(s) = (s - p_{1k})(s - p_{2k}) = (s + 5)(s + 12) = s^2 + 17s + 60 = 0. \quad (11.155)$$

A fenti karakterisztikus egyenlet alapján a kívánt zárt szabályozási rendszer differenciál-egyenlete az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 17 \frac{dy}{dt} + 60y = y_{ref}. \quad (11.156)$$

A fenti összefüggéseket felhasználva a zárt szabályozási rendszer hatásvázlata a 11.13. ábrán látható.

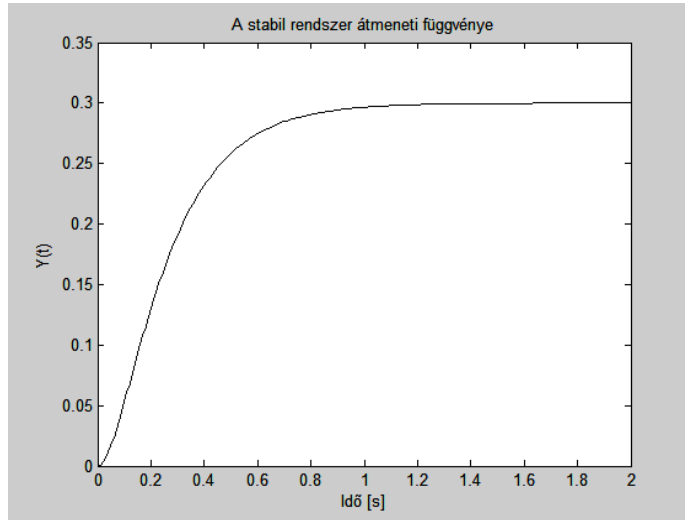


11.13. ábra. A zárt szabályozási rendszer hatásvázlata.

A 11.13. ábra alapján a zárt szabályozási rendszer állapot-visszacsatolás mátrixa a következő lesz:

$$\mathbf{K} = [18 \quad 60]. \quad (11.157)$$

A tranziens analízis eredménye a 11.14. ábrán látható. A 11.14. ábra alapján elmondható, hogy az instabil dinamikus rendszer tranziens folyamata stabilis, vagyis állapot-visszacsatolást alkalmazva sikerült stabilissá tenni a rendszert. Másodszor, a zárt szabályozási rendszer gyökei valóban meg-egyeznek a tervezési feladatként kitűzött gyökökkel: a pólusok -5 , és -12 értékűek.



11.14. ábra. (MATLAB-script: Szabolcsi)

11.7.3. Mintafeladat [10.44]

Tekintsük adottnak egy dinamikus rendszer állapot–egyenletét:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (11.158)$$

A fenti egyenlet alapján könnyen belátható, hogy a rendszer sajátértékei $p_1 = -4$, $p_2 = -2$. Tervezzünk olyan statikus szabályozót a rendszer részére, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer előírt sajátértékei $p_{1k} = -5$ és $p_{2k} = -12$ legyenek. E feltételből kiindulva a zárt szabályozási rendszer karakterisztikus egyenlete már egyszerűen felírható:

$$f(\lambda) = (\lambda - p_1)(\lambda - p_2) = (\lambda + 5)(\lambda + 12) = \lambda^2 + 17\lambda + 60 = 0. \quad (11.159)$$

Mivel

$$\begin{aligned} f(\lambda) &\triangleq |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}| = \begin{vmatrix} \lambda + 4 & 0 \\ -2 & \lambda + 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 4 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} \lambda + 4 - 4k_1 & -4k_2 \\ -2 & \lambda + 2 \end{vmatrix} = \lambda^2 + (6 - 4k_1)\lambda + 8(-k_1 + k_2 + 1) \end{aligned} \quad (11.160)$$

ezért

$$\lambda^2 + 17\lambda + 60 = \lambda^2 + (6 - 4k_1)\lambda + 8(-k_1 + k_2 + 1). \quad (11.161)$$

A fenti egyenletnek megfelelően igazak az alábbi egyenletek:

$$\begin{aligned} 17 &= 6 - 4k_1 \\ 60 &= 8(-k_1 + k_2 + 1) \end{aligned} \quad (11.162)$$

vagyis

$$k_1 = -11/4, \quad (11.163)$$

illetve

$$k_2 = -15/4. \quad (11.164)$$

A fenti egyenletek felhasználásával a keresett vezérlési törvény már könnyen felírható:

$$\mathbf{K} = [k_1 \quad k_2] = [-11/4 \quad -15/4]. \quad (11.165)$$

11.7.4. Mintafeladat [11.44]

Legyen adott a szabályozási rendszer állapot–egyenlete:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (11.166)$$

A nemirányított szakasz sajátértékei az alábbiak lesznek:

$p_1 = -1, p_2 = -3, p_3 = -7$. Határozzuk meg azt az

$$\mathbf{u} = -[k_1 \quad k_2 \quad k_3]\mathbf{x} = -\mathbf{K}\mathbf{x} \quad (11.167)$$

vezérlési törvényt, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer sajátértékei

$$p_{1k} = -3, p_{2k} = -5, p_{3k} = -10 \quad (11.168)$$

legyenek.

A zárt szabályozási rendszer karakterisztikus polinomja az alábbi egyenlettel adható meg:

$$f(\lambda) = \lambda^3 + 18\lambda^2 + 95\lambda + 150 = 0. \quad (11.169)$$

Ismeretes, hogy

$$f(\lambda) \hat{=} |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}| = \begin{vmatrix} \lambda + 3 & -2 & 0 \\ k_1 - 4 & \lambda + 5 + k_2 & k_3 - 1 \\ k_1 & k_2 & \lambda + 3 + k_3 \end{vmatrix} = 0. \quad (11.170)$$

A fenti egyenletből kapjuk, hogy

$$f(\lambda) = \lambda^3 + \lambda^2(11 + k_2 + k_3) + (2k_1 + 7k_2 + 8k_3 + 31)\lambda + (8k_1 + 12k_2 + 7k_3 + 21) = 0. \quad (11.171)$$

Mivel a (11.169) és a (11.171) polinomok megfelelő együtthatói megegyeznek, ezért igazak az alábbi egyenletek:

$$18 = 11 + k_2 + k_3, \quad (11.172)$$

$$95 = 2k_1 + 7k_2 + 8k_3 + 31, \quad (11.173)$$

$$150 = 8k_1 + 12k_2 + 7k_3 + 21. \quad (11.174)$$

Megoldva a fenti algebrai egyenletrendszert kapjuk, hogy

$$k_1 = 6,66; k_2 = 5,33; k_3 = 1,66, \quad (11.175)$$

vagy más alakban

$$\mathbf{u} = -[6,66 \quad 5,33 \quad 1,66]\mathbf{x}. \quad (11.176)$$

11.7.5. Mintafeladat [11.44]

Oldjuk meg a 11.7.3. mintafeladatot a módosító mátrix módszer segítségével. Ismert a dinamikus rendszer állapot–egyenlete:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (11.177)$$

A módosító mátrix most a következő alakban írható fel:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ -4 & 4 \end{bmatrix}, \quad (11.178)$$

valamint az inverze a következő lesz:

$$\mathbf{U}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix}. \quad (11.179)$$

Igazak továbbá az alábbi egyenletek is:

$$k_1 = \frac{(-4 + 5)(-4 + 12)}{-2} = 4, \quad (11.180)$$

$$k_2 = \frac{(-2 + 5)(-2 + 12)}{2} = -15, \quad (11.181)$$

tehát:

$$\mathbf{k} = [k_1 \quad k_2] = [4 \quad -15]. \quad (11.182)$$

Mindezek alapján a zárt szabályozási rendszer teljes állapot-visszacsatolási mátrixa a következő egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}\mathbf{U}^{-1} = [k_1 \quad k_2] = [4 \quad -15] \begin{bmatrix} 1/4 & 0 \\ 1/4 & 1/4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -11 & -15 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}. \quad (11.183)$$

Vegyük észre, hogy a kapott eredmény megegyezik a 11.7.3. feladat eredményével.

11.7.6. Mintafeladat [11.44]

Legyen adott egy dinamikus rendszer állapot-egyenlete a következő alakban:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}. \quad (11.184)$$

A dinamikus rendszer sajátértékei

$$p_1 = -2, p_2 = 1, p_3 = 3, \quad (11.185)$$

tehát a nemirányított rendszer instabil. A módosító mátrix módszer segítségével tervezzünk olyan szabályozót, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer pólusai a

$$p_{1k} = -2, p_{2k} = -3, p_{3k} = -5 \quad (11.186)$$

helyekre essenek a komplex síkon.

A módosító mátrix most az alábbi alakban írható fel:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} -1 & 11 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -14 & 1 \end{bmatrix}, \quad (11.187)$$

melynek inverze a következő lesz:

$$\mathbf{U}^{-1} = \begin{bmatrix} -0,5 & 0,8333 & -0,3333 \\ 0 & 0,0667 & -0,0667 \\ 0,5 & 0,1 & 0,4 \end{bmatrix}. \quad (11.188)$$

A \mathbf{k} mátrix elemei az alábbi egyenletekkel adhatók meg:

$$k_1 = -6; k_2 = -8; k_3 = -2,4, \quad (11.189)$$

tehát:

$$\mathbf{k} = [k_1 \quad k_2 \quad k_3] = [-6 \quad -8 \quad -2,4]. \quad (11.190)$$

A zárt szabályozási rendszer teljes állapot–visszacsatolási mátrixa most a következő egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}\mathbf{U}^{-1} = -[6 \quad 8 \quad 2,4] \begin{bmatrix} -0,5 & 0,8333 & -0,3333 \\ 0 & 0,0667 & -0,0667 \\ 0,5 & 0,1 & 0,4 \end{bmatrix} = [1,8 \quad -5,7733 \quad 1,5733]. \quad (11.191)$$

10.7.7. Mintafeladat [10.44]

Tekintsük adottnak egy dinamikus rendszer állapot–, és kimeneti egyenletét:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{u}, \quad (11.192)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}. \quad (11.193)$$

Határozzuk meg azt a $\mathbf{K} = \mathbf{g}\mathbf{h}^T$ statikus szabályozót, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer pólusai az alábbi előírt értéket veszik fel:

$$p_{1k} = -5, p_{2k} = -10 \quad (11.194)$$

A nemirányított dinamikus rendszer sajátértékei – a (11.192) egyenlet alapján – most a következők lesznek:

$$\lambda_1 = -1, \lambda_2 = -3, \lambda_3 = -7 \quad (11.195)$$

A szabályozás modell mátrixa legyen a következő:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad (11.196)$$

A \mathbf{g} mátrixot tetszőlegesen is megválaszthatjuk, az egyszerűbb számítás érdekében legyen a következő:

$$\mathbf{g} = [1 \quad 1]^T \quad (11.197)$$

Eddigi ismereteink alapján felírhatók az alábbi segédegyenletek:

$$h_1 - h_2 = \frac{18}{7}(\gamma_3 - 1), \quad (11.198)$$

$$h_1 - 2h_2 = 3(7 - \gamma_3), \quad (11.199)$$

$$h_1 = 7(\gamma_3 - 3), \quad (11.200)$$

ahol γ_3 *segédpólus*, melynek értéke a (11.198) – (11.200) egyenletekből könnyen levezethető:

$$\gamma_3 = -4,18. \quad (11.201)$$

Helyettesítsük vissza a (11.201) egyenletet a (11.198) – (11.200) egyenletekbe. A \mathbf{h}^T mátrix tehát a következő alakban adható meg:

$$\mathbf{h}^T = [h_1 \quad h_2] = \begin{bmatrix} \frac{91}{11} & \frac{-1}{11} \end{bmatrix} \quad (11.202)$$

Az állapot–visszacatolási mátrix tehát az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{K} = \mathbf{g}\mathbf{h}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{91}{11} & \frac{-1}{11} \end{bmatrix} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 91 & -1 \\ 91 & -1 \end{bmatrix} \quad (11.203)$$

A zárt szabályozási rendszer $[\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{g}\mathbf{h}^T \mathbf{C}]$ állapot–mátrixának sajátértékei tehát az alábbiak lesznek:

$$\lambda_{z1} = -4,18, \lambda_{z2} = -5, \lambda_{z3} = -10. \quad (11.204)$$

10.7.8. Mintafeladat [11.10, 11.44]

A *Charlie-4* repülőgép hosszirányú mozgásának linearizált egyenletei az alábbiak:

$$\dot{u} = 0,0002u + 0,039w - 9,81\theta + 0,44\delta_E \quad (11.205)$$

$$\dot{w} = -0,07u - 0,32w + 250q - 5,46\delta_E \quad (11.206)$$

$$\dot{q} = 0,00006u - 0,34q - 1,16\delta_E \quad (11.207)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (11.208)$$

A nemirányított repülőgép állapot–egyenletét az alábbi összefüggés írja le:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,0002 & 0,039 & 0 & -9,81 \\ -0,07 & -0,32 & 250 & 0 \\ 0,00006 & 0 & -0,34 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,44 \\ -5,46 \\ -1,16 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_E \quad (11.209)$$

A repülőgép irányított, kimeneti jellemzője a q bólintási szögsebesség, tehát:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + [0 \ 0 \ 1 \ 0]\mathbf{x} \triangleq q \quad (11.210)$$

A (11.209) egyenlet alapján a nemirányított repülőgép minőségi jellemzői az alábbiak lesznek:

11.1. Táblázat

Sajátérték	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, rad/s
$\lambda_{1,2} = -0,00096 \pm 0,0412i$	-0,0233	0,0412
$\lambda_{3,4} = -0,328 \pm 0,04i$	0,993	0,331

A 11.1. táblázat adatai alapján elmondható, hogy a nemirányított repülőgép dinamikusan instabil, mivel egyik pólusa a jobboldali félsíkra, míg egy másik pólusa közel az origóba esik. A repülőgép statikusan is instabil, mivel $M_w = 0$.

Fogalmazzuk meg a tervezési feladatot: határozzuk meg a szabályozási rendszer állapot–visszacsatolási mátrixát, amely biztosítja, hogy a bólintási szögsebesség által meghatározott sajátérték $p_{1k} = -1$ legyen. Más szóval, a $q(t)$ bólintási szögsebesség zárt szabályozási rendszere az alábbi modell–egyenletet kell, hogy kövesse:

$$\dot{y}_m = -y_m. \quad (11.211)$$

A kívánt modell mátrix most a következő alakban írható fel:

$$L = -1. \quad (11.212)$$

Korábban ismert a teljes állapot–visszacsatolási mátrix alábbi egyenlete:

$$\mathbf{K} = [\mathbf{CB}]^{-1}(\mathbf{LC} - \mathbf{CA}). \quad (11.213)$$

A kiindulási adatok alapján az alábbi eredményekre jutunk:

$$[\mathbf{CB}]^{-1} = -0,8621, \quad (11.214)$$

$$\mathbf{K} = [0,0001 \ 0 \ 0,569 \ 0]. \quad (11.215)$$

11.7.9. Mintafeladat [11.10]

Egy helikopter oldalirányú linearizált mozgásegyenletei 'Függés' repülési helyzetben az alábbi módon írhatók fel:

$$\dot{\beta} = -0,1\beta + 30\phi + 30\delta_A + 20\delta_T, \quad (11.216)$$

$$\dot{p} = -0,05\beta + r - 3p + 30\delta_A + 10\delta_T, \quad (11.217)$$

$$\dot{r} = 0,04\beta + 0,2p - r + 15\delta_T, \quad (11.218)$$

$$\dot{\phi} = p. \quad (11.219)$$

A helikopter állapot–egyenlete most a következő lesz:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} = \begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1 & 0 & 0 & 30 \\ -0,05 & -3 & 1 & 0 \\ 0,04 & 0,2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 30 & 20 \\ 30 & 10 \\ 0 & 15 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_A \\ \delta_T \end{bmatrix}, \quad (11.220)$$

ahol β csúszási szög [rad], p az orsózó szögsebesség [rad/s], r a legyező szögsebesség [rad/s], ϕ a dőlési szög [rad], δ_A a forgószárny lapátok oldalirányú ciklikus állásszög változása [rad], és végül, δ_T a faroklégszárny lapátok beállítási szögének változása [rad].

A (11.220) állapot–egyenlet alapján a nemirányított helikopter minőségi jellemzői könnyen számíthatóak, és a 11.2. táblázatban találhatók.

A nemirányított helikopter minőségi jellemzői

11.2. Táblázat

Sajátérték	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, rad/s
-0,244	1	0,244
$\lambda_{3,4} = -0,287 \pm 0,54i$	0,469	0,612
-3,28	1	3,28

A nemirányított helikopter karakterisztikus polinomja – a 11.2. táblázatban is megadott sajátértékek felhasználásával a következő gyöktényezős alakban is felírható:

$$(s + 0,244)(s + 3,28)(s^2 + 0,57s + 0,37) = 0. \quad (11.221)$$

Feltételezzük, hogy a helikopter minden állapot–változója mérhető, a helikopter kimeneti jellemzői pedig a p orsózó szögsebesség, valamint a β csúszási szög. Így a kimeneti mátrix az alábbi módon írható fel:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (11.222)$$

A szabályozótervezési feladat most a következők szerint adható meg: határozzuk meg a \mathbf{K} teljes állapot–visszacsatolási mátrix értékét, amely biztosítja, hogy a helikopter függési helyzetében mért paraméterek által meghatározott sajátértékek a következő egyenlet szerint határozhatók meg:

$$p_{1k} = -0,1; \quad p_{2k} = -0,5. \quad (11.223)$$

A megfelelő minőségi jellemzőkkel bíró rendszer karakterisztikus polinomja most az alábbi egyenlettel adható meg:

$$(\lambda - p_{1k})(\lambda - p_{2k}) = (\lambda + 0,1)(\lambda + 0,5) = \lambda^2 + 0,6\lambda + 0,05 = 0. \quad (11.224)$$

A modell-mátrix a következő egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -0,5 & 0 \\ 0 & -0,1 \end{bmatrix}. \quad (11.225)$$

Korábbról jól ismert a teljes állapot-visszacsatolási mátrix alábbi egyenlete:

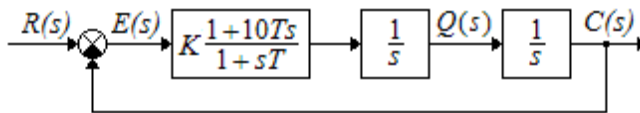
$$\mathbf{K} = [\mathbf{CB}]^{-1}(\mathbf{LC} - \mathbf{CA}). \quad (11.226)$$

A kiindulási adatok alapján az alábbi eredményekre jutunk:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0,0333 & 0,1333 & -0,0667 & 1 \\ -0,095 & -0,2 & 0,1 & -3 \end{bmatrix}. \quad (11.227)$$

11.7.11. Mintafeladat [11.10]

A szabályozási rendszer dinamikája legyen kétszeresen integráló jellegű. A szabályozás hatásvázlata a 11.15. ábrán látható.



11.15. ábra. Kettős integráló rendszer hatásvázlata.

A szabályozás előrevezető ágban a megfelelő jelátviteli tulajdonságok, és minőségi jellemzők biztosítása érdekében soros jelformáló szervet alkalmazunk. A soros kompenzátor PDT1 jellegű. A szabályozótervezés feladata a következő módon foglalható össze: határozzuk meg a K erősítés, és a T időállandó értékét, amelyek biztosítják, hogy az $u(t) = 1(t)$ bemeneti jel esetén a $e(t)$ hibajel négyzetes integrálja minimális értékű legyen. A $q(t)$ jel korlátozott, és adott, hogy

$$\int_0^{\infty} q^2(t) dt \leq 100. \quad (11.228)$$

A szabályozó tervezése során a minimálandó integrál-kritérium – a Lagrange-szorító módszert alkalmazva – a következő egyenlettel határozható meg:

$$J = \int_0^{\infty} (e^2(t) + \lambda q^2(t)) dt = \int_0^{\infty} e^2(t) dt + \int_0^{\infty} \lambda q^2(t) dt = I_{3_E} + \lambda I_{3_Q} \rightarrow \text{Min} . \quad (11.229)$$

A szabályozási rendszer bemeneti jele egységugrás jel, tehát

$$R(s) = 1/s . \quad (11.230)$$

A 11.15. ábra alapján igazak az alábbi átviteli függvények:

$$W_E(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s(1+sT)}{s^3T + s^2 + 10sKT + K} , \quad (11.231)$$

$$W_Q(s) = \frac{Q(s)}{R(s)} = \frac{K(1+10sT)}{s^3T + s^2 + 10sKT + K} . \quad (11.232)$$

Az $e(t)$ hibajel skalár együtthatóit a következő összefüggések adják meg:

$$\begin{aligned} c_0 &= 0, \quad c_1 = 1, \quad c_2 = T \\ d_0 &= K, \quad d_1 = 10KT, \quad d_2 = 1, \quad d_3 = T' \end{aligned} \quad (11.233)$$

ily módon tehát

$$I_{3_E} = \frac{10K^2T^3 + KT}{2KT(10KT - KT)} = \frac{10KT^2 + 1}{18KT} . \quad (11.234)$$

A $q(t)$ jel skalár együtthatói most az alábbiak lesznek:

$$\begin{aligned} c_0 &= K, \quad c_1 = 10KT, \quad c_2 = 0 \\ d_0 &= K, \quad d_1 = 10KT, \quad d_2 = 1, \quad d_3 = T' \end{aligned} \quad (11.235)$$

vagyis

$$I_{3_Q} = \frac{100(KT)^3 + K^2T}{18(KT)^2} = \frac{100KT^2 + 1}{18T} = 100 . \quad (11.236)$$

A (11.235) és a (11.236) egyenleteket helyettesítsük be a (11.229) egyenletbe. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$J = I_{3_E} + \lambda I_{3_Q} = \frac{10KT^2 + 1}{18KT} + \lambda \frac{100(KT)^2 + K}{18KT} . \quad (11.237)$$

Rendezzük a (11.237) egyenletet:

$$J = \frac{1}{18} \left\{ \frac{1 + 10KT^2 + \lambda K + 100\lambda K^2T^2}{KT} \right\} . \quad (11.238)$$

Deriváljuk a (11.238) egyenletet a szabályozó K erősítése szerint:

$$\frac{\partial J}{\partial K} = \frac{1}{18} \left\{ \frac{(10T^2 + \lambda + 200\lambda KT^2)KT - (1 + 10KT^2 + \lambda K + 100\lambda K^2 T^2)T}{(KT)^2} \right\} = 0. \quad (11.239)$$

A (11.239) egyenletből kapjuk, hogy

$$(10T^2 + \lambda + 200\lambda KT^2)KT - (1 + 10KT^2 + \lambda K + 100\lambda K^2 T^2)T = 0, \quad (11.240)$$

és

$$100\lambda K^2 T^2 = 1, \quad (11.241)$$

Most a T időállandó szerint deriváljuk a (11.238) egyenletet:

$$\frac{\partial J}{\partial T} = \frac{1}{18} \left\{ \frac{(20KT + 200\lambda K^2 T)KT - (1 + 10KT^2 + \lambda K + 100\lambda K^2 T^2)K}{(KT)^2} \right\} = 0. \quad (11.242)$$

A (11.242) egyenlet alapján felírható, hogy

$$100\lambda K^2 T^2 + 10KT^2 - 1 - \lambda K = 0. \quad (11.243)$$

Legyen

$$\lambda = T^2, \quad (11.244)$$

vagyis

$$T = \sqrt{\lambda}. \quad (11.245)$$

Helyettesítsük be a (11.245) egyenletet a (11.241) egyenletbe. A következő összefüggést kapjuk:

$$K = \frac{1}{10\lambda}. \quad (11.246)$$

A (11.236) egyenletből ismert, hogy

$$100 = \frac{100KT^2 + 1}{18T}. \quad (11.247)$$

A (11.245) és a (11.246) egyenleteket helyettesítsük be a (11.247) egyenletbe. A Lagrange-szorót az alábbi összefüggés alapján számíthatjuk:

$$\lambda = \left(\frac{10+1}{1800} \right)^2 \cong 3,734567 \cdot 10^{-5}. \quad (11.248)$$

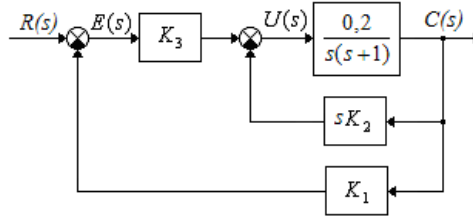
Végül, a soros jelformáló keresett paraméterei az alábbiak lesznek:

$$K = \frac{1}{10\lambda} = 2567,68, \quad (11.249)$$

$$T = \sqrt{\lambda} = 0,0061111 \text{ ls.} \quad (11.250)$$

11.7.11. Mintafeladat

Legyen adott a 11.16. ábrán látható szabályozási rendszer.



11.16. ábra. Teljes állapot-visszacsatolású rendszer hatásvázlata.

Fogalmazzuk meg a szabályozótervezési feladatot: tervezzük meg a szabályozót, vagyis határozzuk meg a K_1 , a K_2 , és a K_3 értékeket oly módon, hogy a

$$J = \int_0^{\infty} \{25e^2(t) + u^2(t)\} \rightarrow \text{Min} \quad (11.251)$$

integrál-kritérium az $r(t) = 1(t)$ egységugrás bemeneti jel esetén minimális értékű legyen. A (11.251) kritériumot tagonként integrálva, kapjuk hogy

$$J = \int_0^{\infty} \{25e^2(t) + u^2(t)\} = \int_0^{\infty} 25e^2(t) dt + \int_0^{\infty} u^2(t) dt = (25I_e + I_u) \rightarrow \text{Min}, \quad (11.252)$$

ahol:

$$I_e = \int_0^{\infty} e^2(t) dt, \quad I_u = \int_0^{\infty} u^2(t) dt. \quad (11.253)$$

A szabályozási rendszer alapjelre vonatkoztatott eredő átviteli függvényét az alábbi egyenlet adja meg:

$$W(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{0,2K_3}{s^2 + s(1 + 0,2K_2) + 0,2K_1K_3}. \quad (11.254)$$

A (11.251) kritérium véges, ha az alapjel követés során a hibajel zérushoz tart, vagyis a zárt szabályozási rendszer maradó hiba nélkül leköveti a beme-

neti jelet. A zárt szabályozási rendszer (11.254) átviteli függvénye alapján tehát igaz, hogy:

$$K_1 = 1. \quad (11.255)$$

A 11.16. ábra alapján az alábbi egyenletek írhatjuk fel:

$$E(s) = R(s) - C(s) = R(s) - R(s)W(s) = \frac{1}{s}[1 - W(s)], \quad (11.256)$$

$$E(s) = \frac{1}{s}[1 - W(s)] = \frac{s + (1 + 0,2K_2)}{s^2 + s(1 + 0,2K_2) + 0,2K_3}. \quad (11.257)$$

Az I_e integrál kiértékeléséhez szükséges együtthatók az alábbiak lesznek:

$$\begin{aligned} c_2 = 0, \quad c_1 = 1, \quad c_0 = 1 + 0,2K_2 \\ d_2 = 1, \quad d_1 = 1 + 0,2K_2, \quad d_0 = 0,2K_3, \end{aligned} \quad (11.258)$$

$$25I_e = 25 \frac{0,2K_3 + (1 + 0,2K_2)^2}{0,2K_3(1 + 0,2K_2)2} = 25 \frac{0,04K_2^2 + 0,4K_2 + (1 + 0,2K_3)}{0,4K_3 + 0,08K_2K_3}. \quad (11.259)$$

A szabályozási rendszer $U(s)$ jele a következő módon határozható meg:

$$U(s) = K_3E(s) - sK_2C(s), \quad (11.260)$$

$$U(s) = K_3[R(s) - C(s)] - sK_2R(s)W(s), \quad (11.261)$$

$$U(s) = K_3[R(s) - R(s)W(s)] - sK_2R(s)W(s), \quad (11.262)$$

$$U(s) = \frac{K_3}{s}[1 - W(s)] - K_2W(s), \quad (11.263)$$

$$U(s) = \frac{sK_3 + K_3}{s^2 + s(1 + 0,2K_2) + 0,2K_3}. \quad (11.264)$$

Az I_u integrál kiértékeléséhez szükséges együtthatók most a következők lesznek:

$$\begin{aligned} c_2 = 0, \quad c_1 = K_3, \quad c_0 = K_3 \\ d_2 = 1, \quad d_1 = 1 + 0,2K_2, \quad d_0 = 0,2K_3, \end{aligned} \quad (11.265)$$

$$I_u = \frac{0,2K_3K_3^2 + K_3^2}{0,4K_3 + 0,08K_2K_3} = \frac{K_3^2(0,2K_3 + 1)}{0,4K_3 + 0,08K_2K_3}. \quad (11.266)$$

Adjuk össze a (11.259) és a (11.266) egyenleteket. Kapjuk, hogy

$$J = 25I_e + I_u = \frac{K_2^2 + 10K_2 + 25 + 12,5K_3 + K_3^2 + 0,2K_3^3}{0,4K_3 + 0,08K_2K_3} = \frac{a}{b} \rightarrow \text{Min} . \quad (10.267)$$

A (11.267) egyenletet deriváljuk előbb K_2 , majd K_3 szerint. A következő összefüggéseket kapjuk:

$$\frac{\partial J}{\partial K_2} = \frac{(2K_2 + 10) \cdot b - a \cdot 0,08K_3}{b^2} = 0 . \quad (11.268)$$

A (11.268) egyenletből kapjuk, hogy:

$$(2K_2 + 10) \cdot b - a \cdot 0,08K_3 = 0 . \quad (11.269)$$

Az a és a b polinomok behelyettesítésével az alábbi egyenletet kapjuk:

$$0,0116K_3^4 + 0,08K_3^3 + 0,984K_3^2 - 2K_3 - 0,08K_2^2K_3 - 0,8K_2K_3 = 0 , \quad (11.270)$$

$$\frac{\partial J}{\partial K_3} = \frac{(12,5 + 2K_3 + 0,6K_3^2) \cdot b - a \cdot (0,4 + 0,08K_2)}{b^2} = 0 . \quad (11.271)$$

A (11.271) egyenlet teljesül, ha

$$(12,5 + 2K_3 + 0,6K_3^2) \cdot b - a \cdot (0,4 + 0,08K_2) = 0 . \quad (11.272)$$

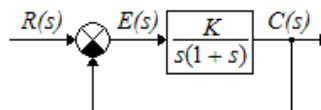
A (11.272) egyenletbe helyettesítsük be az a és a b polinomokat. Kapjuk, hogy

$$\begin{aligned} &0,16K_3^3 + 0,4K_3^2 - 0,112K_2K_3^3 + 0,08K_2K_3^2 + \\ &+ 0,04K_2K_3 - 0,08K_2^2 - 1,2K_2^2 - 6K_2 - 10 = 0 \end{aligned} . \quad (11.273)$$

A K_2 és a K_3 erősítések meghatározására két egyenlet, a (11.270) és a (11.273) összefüggések állnak rendelkezésünkre, vagyis a keresett ismeretlen paraméterek tehát eme egyenletek segítségével már meghatározhatók.

11.7.12. Mintafeladat [11.44]

A 11.17. ábrán látható szabályozási rendszer sávszélességét jelölje BW .



11.17. ábra.

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy a sávszélesség a következő összefüggés alapján számítható:

$$BW = \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} \right|^2 df \quad (11.274)$$

Határozzuk meg a K erősítés azon értékét, amely a $BW \leq 1$ korlátozási feltétel mellett biztosítja, hogy

$$I_e = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \rightarrow \text{Min}, \quad (11.275)$$

más szóval, a hibajel négyzetes integrálja minimális értékű.

Ismert, hogy

$$BW = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{C(j\omega)}{R(j\omega)} \right|^2 d\omega \quad (11.276)$$

A 11.17. ábra alapján az alábbi képleteket írhatjuk fel:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{s^2 + s + k}, \quad (11.277)$$

$$\frac{E(s)}{R(s)} = \frac{s(s+1)}{s^2 + s + k}. \quad (11.278)$$

Az I_e Phillips–integrál együtthatói a (11.278) egyenlet alapján, valamint $r(t) = 1(t)$ egységugrás bemeneti jel esetén az alábbiak lesznek:

$$\begin{aligned} c_2 = 0, \quad c_1 = 1, \quad c_0 = 1 \\ d_2 = 1, \quad d_1 = 1, \quad d_0 = K \end{aligned} \quad (11.279)$$

A (11.279) együtthatók segítségével a hibajel I_e integrálja könnyen meghatározható, vagyis:

$$I_e = \frac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2} = \frac{K+1}{2K}. \quad (11.280)$$

A BW sávszélesség I_{BW} kritériumának kiértékeléséhez szükséges együtthatók a (11.277) egyenlet alapján írhatók fel, vagyis:

$$\begin{aligned} c_2 = 0, \quad c_1 = 0, \quad c_0 = K \\ d_2 = 1, \quad d_1 = 1, \quad d_0 = K \end{aligned} \quad (10.281)$$

A (11.281) együtthatók segítségével a I_{BW} kritérium könnyen meghatározható, vagyis

$$I_{BW} = \frac{c_1^2 d_0 + c_0^2 d_2}{2d_0 d_1 d_2} = \frac{K^2}{2K} = 1. \quad (10.282)$$

A (11.282) egyenletből kapjuk, hogy

$$K = 2. \quad (10.283)$$

A szabályozó erősítését a Lagrange–multiplikátor módszer segítségével határozzuk meg, vagyis

$$J = I_e + \lambda I_{BW} = \frac{K+1}{2K} + \lambda \frac{K^2}{2K} = \frac{K+1+\lambda K^2}{2K}. \quad (10.284)$$

A (11.284) egyenletből a multiplikátor már könnyen kiszámítható:

$$\frac{\partial J}{\partial K} = \frac{(2\lambda K + 1)2K - (K + 1 + \lambda K^2)2}{4K^2} = 0. \quad (11.285)$$

A (11.285) egyenlet alapján igazak az alábbi összefüggések:

$$(2\lambda K + 1)2K - (K + 1 + \lambda K^2)2 = 0, \quad (11.286)$$

$$4\lambda K^2 + 2K - 2K - 2 - 2\lambda K^2 = 0, \quad (11.187)$$

$$2\lambda K^2 - 2 = 0, \quad (11.288)$$

$$\lambda = \frac{1}{K^2} = \frac{1}{4}. \quad (11.289)$$

A keresett ismeretlenek tehát az alábbiak lesznek:

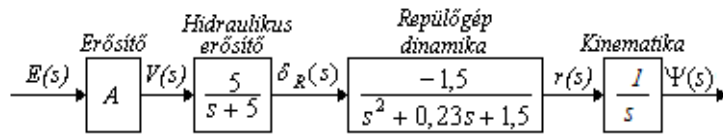
$$K = 2; \lambda = \frac{1}{4} \quad (11.290)$$

11.8 GYAKORLÓ FELADATOK

11.8.1. Gyakorló feladat [11.10, 11.44]

A teljes állapot–visszacsatolás elve alapján a 11.18. ábrán látható nyílt hatás-lánc részére tervezzen olyan szabályozót, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer az alábbi minőségi jellemzőkkel bír:

- ✓ a zárt szabályozási rendszer domináns póluspárja által meghatározott csillapítás értéke $\xi \geq 0,45$ [11.14, 11.16, 11.23];
- ✓ az átmeneti függvényen értelmezett túlszabályozás értéke: $\sigma \leq 20\%$;
- ✓ a csúcsidő értéke: $t_c \leq 0,15 s$;
- ✓ a tranziens idő értéke – $\Delta = \pm 5\%$ – esetén: $t_{ss} \leq 0,4 s$.



11.18. ábra.

1. rajzolja meg a 11.18. ábrán látható nyílt szabályozási rendszer gyök-helygörbéjét;
2. $A = 0,04$ érték esetén határozza meg a zárt szabályozási rendszer gyökeit, pozitív visszacsatolás mellett;
3. a pólus áthelyezés módszere segítségével határozza meg azt a vezérlési törvényt, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői megegyeznek az 1) pontban megadott értékekkel!

11.8.2. Gyakorló feladat [11.10, 11.44]

A Delta-3 repülőgép oldalirányú mozgásának minőségi jellemzőit a hossz-, és a függőleges tengely körül szabályozó rendszer biztosítja. Az oldalkormány irányítási csatornájában

$$Y(s) = \frac{s}{s+1} \quad (11.291)$$

átviteli függvényű ernyedő (DT1) előszűrőt is alkalmaznak. Az egyes irányítási csatornák hidraulikus erősítői az alábbi átviteli függvényekkel rendelkeznek:

$$Y_A(s) = \frac{\delta_A(s)}{\delta_{A_c}(s)} = \frac{20}{s+20}, \quad (11.292)$$

$$Y_R(s) = \frac{\delta_R(s)}{\delta_{R_c}(s)} = \frac{4}{s+4}. \quad (11.293)$$

A nemirányított repülőgép oldalirányú mozgásának az állapot-, a kimeneti-, és a bemeneti egyenletei rendre az alábbiak lesznek:

$$\dot{\mathbf{x}} = [\beta \quad p \quad r \quad \phi \quad e_{wo}]^T, \quad (11.294)$$

$$\mathbf{y} = [\beta \quad p \quad e_{wo} \quad \phi]^T, \quad (11.295)$$

$$\mathbf{u} = [\delta_A \quad \delta_R]^T. \quad (11.296)$$

A sajátérték kijelölése módszerének alkalmazásával határozza meg azt a vezérlési törvényt, tehát az állapot-visszacsatolási mátrixot, amely biztosítja, hogy a zárt szabályozási rendszer sajátértékei az alábbiak legyenek:

$$\lambda_{1,2} = -1,5 \pm 1,5j, \quad (11.297)$$

$$\lambda_{3,4} = -2,0 \pm 1,0j. \quad (11.298)$$

11.9 OPUS CITATUM

- [11.1] Blakelock, J. H. *Automatic Control of Aircraft and Missiles*, John Wiley & Sons, Inc., New York, London, Sydney, 1965.
- [11.2] Widodo, R. J. *Design of optimal control systems with prescribed closed-loop poles*, Elec. Lett., 8(13), pp (339-340), 1972.
- [11.3] Csáki, F. *Fejezetek a szabályozástechnikából – állapotegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.
- [11.4] Csáki, F. *Irányítástechnikai kézikönyv*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
- [11.5] Lehoczky, J. — Márkus, M. — Mucsi, S. *Szervorendszerek, követő szabályozások*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
- [11.6] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Часть I, Киев, 1984.
- [11.7] Солодовников, В. В. — Плотников, В. Н. — Яковлев, А. В. *Основы теории и элементы систем автоматического регулирования*, Машиностроение, Москва, 1985.
- [11.8] Красовский, А. А. — Вавилов, Ю. А. — Сучков, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Издание ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва, 1986.
- [11.9] Maciejowski, J. M. *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
- [11.10] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall, International (UK) Ltd., New York-London-Toronto, 1990.
- [11.11] Ogata, K. *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall International, Inc., 1990.
- [11.12] Kuo, B. C. *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall International Editions, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [11.13] Brogan, W. L. *Modern Control Theory*, Prentice-Hall International, Inc., 1991.
- [11.14] *MIL-F-9490D, Notice 1, Flight Control Systems – Design, Installation, and Test of Piloted Aircraft, General Specification*, 1992.
- [11.15] Shahian, B. – Hassul, M. *Control System Design Using MATLAB®*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.

- [11.16] MIL-C-18244A, *Amendment 1, Control and Stabilization System: Automatic, Piloted Aircraft, General Specification*, 1993.
- [11.17] Grimble, M. J. *Robust Industrial Control – Optimal Design Approach for Polynomial Systems*, Prentice–Hall, 1994.
- [11.18] Ogata, K. *Designing Linear Control Systems with MATLAB®*, Prentice–Hall, International, Inc., 1994.
- [11.19] Ogata, K. *Solving Control Engineering Problems with MATLAB®*, Prentice–Hall, International, Inc., 1994.
- [11.20] Bryson Jr., A. E. *Control of Spacecraft and Aircraft*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.
- [11.21] D’Azzo, J. J. – Houpis, C. H. *Linear Control System Analysis and Design – Conventional and Modern*, McGraw–Hill, Inc., New York, St. Louis, San Francisco, 1995.
- [11.22] Dorf, R. C. – Bishop, R. H. *Modern Control Systems*, Prentice–Hall, 1995.
- [11.23] MIL-F-8785C, *Notice 2, Flying Qualities of Piloted Airplanes*, 1996.
- [11.24] Biran, A. – Breiner, M. *MATLAB® for Engineers*, Addison–Wesley Publishing Company, Inc., 1997.
- [11.25] Nelson, R. C. *Flight Stability and Control*, McGraw–Hill Companies, Inc., 1998.
- [11.26] Szabolcsi, R. *Solution of Control Problems using MATLAB®*, Repüléstudományi Közlemények, (187-224) o., 1999/1.
- [11.27] Szabolcsi, R. et. al. *LQ Based Design Methods Applied in Automatic Flight Control Systems*, Proc. of the 12nd Hungarian Days of Aeronautical Sciences, pp (258-269), 1999, Budapest.
- [11.28] Pokorádi, L. – Szabolcsi, R. *Mathematical Models Applied to Investigate Aircraft Systems*, Monographical Booklets in Applied & Computing Mathematics MB-12, Technical University of Budapest, 1999.
- [11.29] Szabolcsi, R. *Robust Controller Synthesis for the Aircraft Pitch Attitude Control System*, Repüléstudományi Közlemények, (79-89) o., 2000/1.
- [11.30] Pratt, R. W. (szerk.) *Flight Control Systems*, Published by the American Institute of Aeronautics, and Astronautics, Inc., Reston, Virginia, USA, 2000.
- [11.31] Burns, R. S. *Advanced Control Engineering*, Butterworth-Heinemann, Oxford-Auckland-Boston-Johannesburg-Melbourne-New Delhi, 2001.
- [11.32] Dorf, R. C. – Bishop, R. H. *Modern Control Systems*, Prentice–Hall, 2001.
- [11.33]] *MATLAB® 7 (R2010b), Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2009.

- [11.34] *MATLAB® Control System Toolbox 8.0, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2008.
- [11.35] *MATLAB® Robust Control Toolbox 3.0, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2008.
- [11.36] Franklin, G. F. – Powell, J. D. – Emami-Naeini, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*, Prentice-Hall, Pearson Education International, 2002.
- [11.37] Stefani, R. T. – Shahian, B. – Savant Jr., C. J. – Hostetter, G. H. *Design of Feedback Control Systems*, Oxford University Press, New York-Oxford, 2002.
- [11.38] Lantos, B. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése II, Korszerű szabályozási rendszerek*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2003.
- [11.39] Szabolcsi, R. *Automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, 2004.
- [11.40] Szabolcsi, R. *Szabályozástechnikai feladatok megoldása a MATLAB® alkalmazásával*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, 2004.
- [11.41] Szabolcsi, R. *Modern szabályozástechnika*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, 2004.
- [11.42] Nise, N. S. *Control Systems Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- [10.43] *SIMULINK® 7 (R2010b), Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2009.
- [11.44] Szabolcsi, R. *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [11.45] Szabolcsi, R. *Korszerű szabályozási rendszerek számítógépes tervezése*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-615-5057-26-7, p415, 2011.
- [11.46] *MATLAB® 8.2.0.701 (R2013b) Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2013.
- [11.47] *MATLAB® Control System Toolbox 9.6, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2013.

XII. FEJEZET

PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK AUTOMATIKUS REPÜLÉSSZABÁLYOZÓ RENDSZEREINEK TERVEZÉSE MODERN MÓDSZEREKKEL

The quality of the box matters little. Success depends upon the man who sits in it.

Baron Manfred von Richthofen

12.1. A STATIKUS OPTIMÁLÁS

Egy-egy mérnöki feladatnak gyakran több megoldása is lehetséges, amelyek anyag-, energia illetve munkaigénye lényegesen is eltérhet egymástól. Az egyes megoldásokat egy előre megfelelően megválasztott *kritérium-függvénnyel*, vagy *funkcionállal* hasonlíthatjuk össze.

Az összehasonlítás során minden egyes megoldáshoz egy-egy értéket rendelünk. Az optimális értékhez tartozó megoldást *optimális megoldásnak* is szokás nevezni. Az *optimum* szó *maximumra*, vagy *minimumra* vonatkozik. Az első esetben *hasznofüggvényről*, míg a második esetben *költségfüggvényről* beszélünk.

Az *optimális megoldás* meghatározásának egyik lehetséges, viszont meglehetősen fáradtságos módja a *próbálgatás*. A módszer lényege, hogy egy-egy feladat megoldását többféleképpen is elvégezzük, majd azokat összehasonlítjuk. Az optimumkeresés egyszerűsíthető az ún. *kereső módszer* alkalmazásával, amely rendszerességet vezet be az optimum meghatározásába. Az optimumkeresés megvalósítható *analitikus módszerek* alkalmazásával is [12.1, 12.2, 12.3, 12.6, 12.10, 12.12, 12.13, 12.14, 12.15, 12.36].

A könyv eme fejezetének célja röviden ismertetni a szabályozási rendszerek statikus és dinamikus optimalizálásának néhány fontos elméleti, és gyakorlati kérdését. E kérdések úgy a klasszikus-, mint a modern szabályozástechnikában régóta kutatott témák, és a szabályozási rendszerek tervezőinek több évtizede támogatja a rendszertervező munkáját. Az optimális rendszerek elméletével a [12.4, 12.5,

12.8, 12.9, 12.17, 12.20, 12.21, 12.24, 12.25, 12.28, 12.29], míg a gyakorlati feladatokkal, illetve az ipari alkalmazásokkal a [12.10, 12.12, 12.17, 12.18, 12.19, 12.21, 12.27] irodalmak foglalkoznak részletesen. A fejezetben tárgyalt, de nem teljes mélységben leírt elméleti és gyakorlati ismeretanyagot a téma iránt érdeklődők a fenti szakirodalmakban található ismeretekkel is kiegészíthetik.

12.1.1 A statikus optimálás feltételei

Az optimális szabályozási rendszereket — általában — az alábbi feltételek figyelembevételével szokás kialakítani [12.3, 12.9, 12.28, 12.37]:

1. Az irányított szakasz állapot–egyenletének általános alakja a következő:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \quad (12.1)$$

ahol az \mathbf{f} függvény nemlineáris, többváltozós vektor–differenciálegyenletet reprezentál.

Autonóm rendszerek esetén a (12.1) egyenlet az alábbi összefüggéssel is megadható:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (12.2)$$

A lineáris (linearizált) irányított szakasz esetén a rendszer dinamikus egyenlete:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}. \quad (12.3)$$

2. Determinisztikus esetre szorítkozunk és feltételezzük, hogy a szabályozási rendszer állapot–változói mérhetőek.
3. A szabályozási rendszer \mathbf{x} állapotvektorának és az \mathbf{u} bemeneti vektorának rendezői korlátozottak. A bemeneti vektor rendezői bizonyos korlátok között változhatnak (*egyenlőtlenségi korlátozás*). Az állapotvektor rendezőinek — legtöbbször — a kezdeti $\mathbf{x}(0)$ és az $\mathbf{x}(T)$ végértéke meghatározott (*egyenlőségi korlátozás*).
4. Az optimálási kritérium dinamikus esetben egy költség–funkcionál (vagy haszon–funkcionál), amelynek alakja:

$$I = \int_0^T f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt. \quad (12.4)$$

A költségfunkcionált minimálni, a haszonfunkcionált maximálni szükséges. A statikus optimálás során gyakran a funkcionál változási sebességét vizsgáljuk, vagyis

$$\frac{dI}{dT} = f_0(\mathbf{x}(T), \mathbf{u}(T), T) = f_0. \quad (12.5)$$

A célfüggvény sokszor autonóm, tehát független a T időtől:

$$f_0(\mathbf{x}(T), \mathbf{u}(T)). \quad (12.6)$$

5. Az optimálási feladat megoldottnak tekinthető, ha sikerült megállapítani azt az $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(t)$, vagy az $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(\mathbf{x}^0)$, vagy az $\mathbf{u} = \mathbf{u}^0(\mathbf{x}^0, t)$ irányítási törvényt, amely a dinamikus rendszert az egyik egyensúlyi állapotából a másikba viszi át oly módon, hogy közben a megfelelően megválasztott célfüggvény maximális (vagy minimális) értéket vesz fel.

12.1.2. A statikus optimálási feladat megfogalmazása

A statikus optimálási feladat megoldása során a szabályozási rendszert állandósult állapotában vizsgáljuk. A minimálandó vagy maximálandó célfüggvény legyen a következő:

$$f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}). \quad (12.7)$$

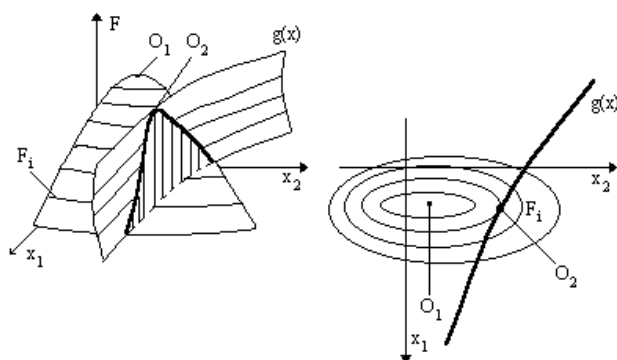
Az irányított szakasz (11.3) állapotegyenlete statikus állapotban ($\dot{\mathbf{x}} = 0$ esetén) a következő formában is megadható:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) = 0. \quad (12.8)$$

Feltételezzük, hogy a (12.8) egyenletből az \mathbf{u} irányítási törvény explicit módon kifejezhető, amelynek a (12.8) egyenletbe történő behelyettesítésével megállapíthatjuk, hogy a minimálandó vagy maximálandó célfüggvény csak az \mathbf{x} állapotvektortól függ. A célfüggvény tehát a következő egyenlettel adható meg:

$$F = F(\mathbf{x}). \quad (12.9)$$

A (12.9) egyenlet alapján megállapítható, hogy az (\mathbf{x}, F) tér egy $(n+1)$ -dimenziós hiperfelület. Az $n=2$ esetén az $F = F(\mathbf{x})$ célfüggvény a 12.1. ábrán látható [12.3, 12.28].



12.1. ábra. Az $F(\mathbf{x})$ célfüggvény szemléltetése a két- és a háromdimenziós térben.

Ha az \mathbf{x} állapotvektor nem korlátozott, akkor bizonyos felületekhez egyáltalán nem tartozhat optimum. Egyes esetekben viszont több optimum is előfordulhat. Ha az \mathbf{x} állapotvektor korlátozott, akkor még lineáris szabályozási rendszerekben is előfordulhat optimum. A korlátozás

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (12.10)$$

alakú, ún. egyenlőségi, vagy

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) < \mathbf{0}, \text{ esetleg } \mathbf{g}(\mathbf{x}) > \mathbf{0} \quad (12.11)$$

alakú egyenlőtlenségi korlátozás lehet. A korlátozások a \mathbf{g} rendezőire értenődnek, tehát: $g_i(\mathbf{x}) < 0$, vagy $g_i(\mathbf{x}) > 0$. A 12.1. ábrán az 0_1 pont a kötetlen maximumot, míg az 0_2 pont a korlátozás figyelembevételével meghatározott ún. kötött maximumot jelöli.

Az $F = F(\mathbf{x})$ célfüggvénynek "sima" optimuma van, akkor kis eltérések esetén az F célfüggvény nem változik, vagyis

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}^T} d\mathbf{x} = \mathbf{0}. \quad (12.12)$$

A $d\mathbf{x}$ tetszőlegesen kis értéket is felvehet, ezért a (12.11) egyenlet csak abban az esetben teljesülhet, ha

$$\frac{\partial F}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}. \quad (12.13)$$

A (12.13) feltétel az extrémum létezésének szükséges feltétele. A következő lépésben azt kell eldönteni, hogy minimummal, maximummal, vagy inflexiós nyeregponttal van-e dolgunk. Ez a kérdés a

$$\mathbf{M} = \frac{\partial^2 F}{\partial \mathbf{x} \partial^T \mathbf{x}}. \quad (12.14)$$

derivált mátrix pozitív vagy negatív definitisége alapján ítéltethető meg. Ha \mathbf{M} negatív definit, akkor maximummal van dolgunk. Ha \mathbf{M} pozitív definit, akkor minimummal van dolgunk.

12.2. LINEÁRIS SZABÁLYOZÁSI RENDSZEREK OPTIMÁLIS MÉRETEZÉSE A NÉGYZETES INTEGRÁL-KRITÉRIUM MÓDSZERÉVEL

A szabályozási rendszerekkel szemben támasztott statikus minőségi követelmények mellett nagyon fontos szerepet játszanak a dinamikus követelmé-

nyek. Az egyik legfontosabb követelmény a *stabilitás*: a rendszert kitérítve egyensúlyi állapotából, oda vissza kell térnie [12.6, 12.8, 12.9, 12.10].

Jól ismert tény az is, hogy a hurokerősítés növelése csökkenti a statikus hibát, viszont ez rendszerint a labilitás irányába mozdítja el a rendszert.

A szabályozási rendszernek a stabilis működés biztosítása mellett azonban egyéb *minőségi követelményeket* is teljesítenie kell: például kis értékű túlszabályozás, rövid tranziens idő, kis lengésszám, megfelelő értékű csillapítási tényező, megfelelő értékű erősítési- és fázistartalék. Eme követelményeket gyakran egymásnak ellentmondó módon lehet teljesíteni, ezért a szabályozási rendszerek beállítása során kompromisszumot kell kötni. Az optimalizálási feladatok megoldása során a szabályozási rendszerek átmeneti függvényeiből célszerű kiindulni. Nem szabad azonban szem elől téveszteni, hogy az optimalizálás feltételeit a frekvenciatartományban megadott minőségi követelményekkel is megszabhatjuk.

A mérnöki gyakorlat egyik fontos feladata a szabályozási rendszerek tervezése. A tervezési feladat célja olyan, a valós fizikai környezetben működő szabályozási rendszer megvalósítása, amely eleget tesz a szabályozási rendszerrel szemben támasztott minőségi követelményeknek. A minőségi követelmények megadhatóak úgy az idő-, mint a frekvenciatartományban.

Az időtartománybeli minőségi követelményeket gyakran az átmeneti függvény alapján határozzák meg, ilyenek például a túlszabályozás, a tranziens idő, a lengésszám és a statikus hiba. A frekvenciatartománybeli minőségi követelmények például az erősítési- és a fázistartalék.

Szabályozástechnikából ismeretes, hogy az alapjel időbeli lefolyása szerint a szabályozási rendszerek értéktartók és értékkövetők lehetnek. A feszültség szabályozó rendszerek például, igyekeznek kiküszöbölni a terhelés változásából eredő feszültségváltozásokat. A hőmérséklet szabályozó rendszerek a termosztátok segítségével meghatározott hőmérsékletet, mint alapértéket igyekeznek megtartani.

A repülésszabályozó rendszerekben az egyes repülési paraméterek időfüggvényeit sokszor előre megadják, és a repülésszabályozó rendszer valós időben ezen a háromdimenziós repülési pályán kell, hogy vezesse a légi járművet. Az alapjel értékének követése során megengedett az alapjel hibával történő követése is.

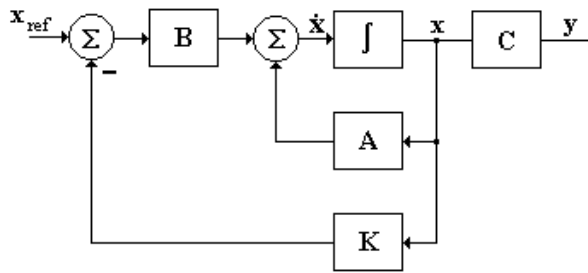
Többváltozós szabályozási rendszerek szabályozóinak tervezésére széles körben használatos a négyzetes integrálkritérium [12.1, 12.4, 12.10, 12.12, 12.14, 12.15, 12.16, 12.18, 12.23, 12.26, 12.29]. A teljes állapot-visszacsatolású rendszerek szabályozójának optimális méretezését a négyzetes integrál-kritérium minimálása útján szokás végrehajtani. A módszer feltételezi, hogy a rendszer összes állapotváltozója mérhető, a rendszert nem ger-

jeszti külső és belső zavarás. A tervezés során keressük azt az optimális vezérlési törvényt, amely a lineáris rendszert egyik egyensúlyi állapotából a másik egyensúlyi állapotába olyan optimális trajektórián viszi át, amelyen a költségfüggvény minimális értékű. A költségfüggvény minimálásához keressük azokat a súlyozó mátrixokat, amelyek biztosítják az integrálkritérium lokális minimumát.

A folytonos működésű autonóm többváltozós szabályozási rendszer állapot- és kimeneti egyenlete az alábbi módon írható fel [12.17, 12.18, 12.28]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}, \quad (12.15)$$

ahol \mathbf{x} ($n \times 1$) méretű állapotvektor, \mathbf{u} ($r \times 1$) méretű bemeneti vektor, \mathbf{y} ($q \times 1$) méretű kimeneti vektor, \mathbf{A} ($n \times n$) dimenziójú állapot (rendszer) mátrix, \mathbf{B} ($n \times r$) bemeneti mátrix, \mathbf{C} ($q \times n$) kimeneti mátrix és \mathbf{D} ($q \times r$) segédmátrix. A (12.15) egyenleteknek megfelelően $\mathbf{D}=0$ esetén a többváltozós zárt szabályozási rendszer hatásvázlata a 12.2. ábrán látható.



12.2. ábra. Lineáris autonóm zárt szabályozási rendszer hatásvázlata

Legyen a szabályozástechnikai rendszer referencia jele x_{ref} zérusértékű. Ebben az esetben a vezérlő (bemeneti) vektor egyenlete a következő:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}\mathbf{x}. \quad (12.16)$$

Határozzuk meg az optimális vezérlési törvényt, tehát az állapot-visszacsatolási mátrix \mathbf{K}^o optimális értékét, amely biztosítja, hogy az alábbi négyzetes integrálkritérium minimális értékű legyen:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \rightarrow Min, \quad (12.17)$$

ahol: $\mathbf{Q} \geq 0$ (pozitív szemidefinit) és $\mathbf{R} > 0$ (pozitív definit) diagonális súlyozó mátrixok. A tervezés során a két mátrix főátlón álló, és az egyes állapotváltozókat-, és a bemeneti vektor rendezőit súlyozó együtthatókat kell meghatározni. Ha \mathbf{Q} súlyozó együtthatói lényegesen nagyobbak, mint az \mathbf{R} súlyozó együttha-

tói, akkor a zárt rendszerre a nagy túlszabályozással történő működés a jellemző. Ha az \mathbf{R} mátrix súlyozó elemei lényegesen nagyobbak, mint az állapotvektor rendezőit súlyozó \mathbf{Q} mátrix elemei, akkor a szabályozási rendszer működéséhez kisebb méretű beavatkozó- és végrehajtó szervek is megfelelnek.

A súlyozó mátrixok elemeinek beállítására első közelítésben jól alkalmazható az ún. reciprok négyzetes szabály [12.36, 12.37].

Amennyiben a tervezés során az első beállítás nem biztosítja a megfelelő minőségi jellemzőket, úgy heurisztikus módszert alkalmazva addig változtatjuk a súlyozó mátrixok elemeit, míg el nem érjük a zárt szabályozási rendszer számára előírt minőségi követelményeket [12.36, 12.37].

A (12.17) négyzetes integrálkritérium minimálása többféleképpen is elvégezhető. A továbbiakban alkalmazzuk az Euler–Lagrange egyenletek, a Hamilton–Belman–Jacobi elvet és Pontrjagin–féle minimum elvet. Első lépésként határozzuk meg a Hamilton–mátrixot:

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}, t) = \frac{1}{2} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x}^T + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}^T) + \boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}), \quad (12.18)$$

ahol $\boldsymbol{\lambda}$ a Lagrange–multiplikátor vektort jelöli.

Pontrjagin minimum–elvének megfelelően az optimális állapotvektor és az optimális trajektória kielégítik az alábbi egyenleteket:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \boldsymbol{\lambda}} = \dot{\mathbf{x}}; \quad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{x}} = -\dot{\boldsymbol{\lambda}}; \quad \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial \mathbf{u}} = 0. \quad (12.19)$$

Elvégezvén a (12.19) egyenletben szereplő differenciálásokat, valamint figyelembe véve a (12.15) egyenleteket kapjuk, hogy

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}, \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0, \quad (12.20)$$

$$-\dot{\boldsymbol{\lambda}} = \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{A}^T \boldsymbol{\lambda}, \quad \boldsymbol{\lambda}(T) = 0, \quad (12.21)$$

$$\mathbf{u}^o = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}. \quad (12.22)$$

A (12.22) egyenlet a szabályozási rendszer optimális vezérlési törvénye. Helyettesítsük be a (12.22) egyenletet a (12.20) állapot–egyenletbe. A kapott egyenletet, valamint a (12.21) egyenletet írjuk fel mátrixegyenlet formában:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{H} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix}. \quad (12.23)$$

Végezzük el az alábbi helyettesítést a (12.22) egyenletben:

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{P} \mathbf{x}, \quad (12.24)$$

ahol \mathbf{P} az ún. költségmátrix (Ljapunov–mátrix).

Végezzük el a (12.24) egyenlet idő szerinti differenciálását, valamint figyelembe véve a (12.20), és a (12.22) egyenleteket, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}\mathbf{x} + \mathbf{P}\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{d\mathbf{P}}{dt}\mathbf{x} + \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{x} = -\mathbf{Q}\mathbf{x} - \mathbf{A}^T\mathbf{P}\mathbf{x}. \quad (12.25)$$

Az optimális vezérlési törvény létezésének elégséges feltétele, hogy a \mathbf{P} költségmátrix kielégíti a következő, ún. Ricatti-féle differenciálegyenletet:

$$-\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}, \mathbf{P}(T) = 0. \quad (12.26)$$

Megoldva a (12.26) egyenletet, zérus referencia jel esetén az $\mathbf{u}^o(t)$ optimális vezérlési törvény, valamint a $\mathbf{K}^o(t)$ optimális állapot-visszacsatolási mátrix az alábbi alakban írható fel:

$$\mathbf{u}^o(t) = -\mathbf{K}^o(t)\mathbf{x}(t), \mathbf{K}^o(t) = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}(t). \quad (12.27)$$

A (12.26) egyenlet elsőrendű, nemlineáris mátrix differenciálegyenlet. A szabályozó tervezése során feltételezzük, hogy $T \rightarrow \infty$. Mindezek alapján a \mathbf{P} költségmátrix jó közelítéssel állandónak tekinthető és a megtervezett szabályozó biztosítja a rendszer aszimptotikus stabilitását. Ezen feltételek teljesülése esetén a (12.26) egyenlet a következő módon írható fel

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{Q} - \mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} = 0, \quad (12.28)$$

és az optimális vezérlési vektor, valamint az optimális állapot-visszacsatolási mátrix az alábbi módon határozható meg:

$$\mathbf{u}^o(t) = -\mathbf{K}^o\mathbf{x}(t), \mathbf{K}^o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}. \quad (12.29)$$

A (12.28) egyenletet szokás elfajult Ricatti-féle egyenletnek nevezni. A (12.28) és a (12.29) feltételek az optimális szabályozó létezésének szükséges és egyben elégséges feltételei is. Az optimális szabályozó biztosítja a zárt szabályozási rendszer aszimptotikus stabilitását.

Összefoglalva az eddig elhangzottakat, az optimális vezérlési törvény meghatározása az alábbi lépésekben történik:

- 1) A (12.28) egyenletet megoldva meghatározzuk a \mathbf{P} költségmátrixot.
- 2) A költségmátrixot helyettesítsük be a (12.29) második egyenletébe.

A meghatározott \mathbf{K} állapot-visszacsatolási mátrix optimális az adott súlyozó mátrixok esetén, és biztosítja a szabályozási rendszer előírt irányítástechnikai minőségi jellemzőit [12.10, 12.14, 12.15, 12.18, 12.22, 12.23, 12.25].

Az LQR feladat megoldása során a súlyozó mátrixok kezdeti beállításának másik módszere a reciprok négyzetes módszer. E módszer lényege, hogy

a bemeneti vektor rendezőire a tervezők – alapvetően repülésbiztonsági okok miatt – szándékosan korlátozásokat vezetnek be, míg az UAVk korlátozott manőverezőképessége miatt az \mathbf{x} állapot-vektor rendezői szintén korlátosak.

Ezeknek a szándékosan, vagy természetesen korlátozott változóknak az abszolút értékét négyzetre emeljük és vesszük a reciprok értékét.

Mindeme megfontolások alapján a \mathbf{Q} és az \mathbf{R} diagonális súlyozó mátrixokat az alábbi kifejezések segítségével határozhatjuk meg [12.12, 12.13, 12.14, 12.15, 12.36, 12.37]:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{|x_{1\max}(t)|^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{|x_{n\max}(t)|^2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \frac{1}{|u_{1\max}(t)|^2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{|u_{m\max}(t)|^2} \end{bmatrix}. \quad (12.30)$$

Ha nem ismertek az \mathbf{x} állapot-, és az \mathbf{u} bemeneti vektorok rendezőinek maximális értékei, akkor az egységnyi, vagy más néven, azonos súlyozás elvét szokás alkalmazni. Eme módszer lényege, hogy az \mathbf{x} állapotvektor rendezőit súlyozó \mathbf{Q} -, és az \mathbf{u} bemeneti vektor rendezőit súlyozó \mathbf{R} mátrix összes főátlón álló elemét egységnyi értékűnek választjuk.

A gyakorlatban előfordul, hogy a szabályozótervezés első lépésében alkalmazott súlyozással megtervezett szabályozó nem elégíti ki a zárt szabályozási rendszer számára előírt irányítástechnikai minőségi követelményeket. Ebben az esetben a szabályozótervezés során első lépésben alkalmazott súlyozást heurisztikusan addig kell módosítani, míg a zárt szabályozási rendszer eleget nem tesz az előírt irányítástechnikai minőségi követelményeknek [12.18, 12.21, 12.28, 12.31, 12.34, 12.36, 12.37].

12.3. AZ OPTIMÁLIS KALMAN-BUCY SZŰRŐ TERVEZÉSE

A teljes állapot-visszacsatolású rendszerek szabályozóinak tervezése során feltételezzük, hogy a rendszer összes állapotváltozója érzékelőkkel mérhető és az érzékelők kimeneti, rendszerint villamos jeleit csatoljuk vissza. A gyakorlatban azonban sokszor nem minden állapotváltozó mérhető, vagy nem ésszerű a rendszer összes kimeneti jelét érzékelni és visszacsatolni. Az állandó erősítési tényezőjű visszacsatolás ideális érzékelők alkalmazását feltételezi, míg a gyakorlatban alkalmazott mérő-átalakítók korlátozott sávszélességgel rendelkeznek. Néha olyan állapotváltozó értékére is szükségünk lehet,

amelyek mérése közvetlenül nem lehetséges, vagy nem gazdaságos.

A teljes állapot-visszacsatolású rendszerek másik fontos sajátossága, hogy a rendszer tervezése és megépítése során az egyes jelek továbbítására külön vezetékrendszer szükséges, vagy digitális számítógépes szabályozási rendszerek esetén kiegészítő számítógépes programokat kell beépíteni az alkalmazói programba. A szabályozási rendszereket ezek a megoldások költségesé és bonyolulttá teszik. Akár egyetlen érzékelő meghibásodása is instabillá teheti a szabályozási rendszert. A gyakorlatban csak néhány állapotváltozó, vagy azok kombinációja mérhető, mint a szabályozási rendszer kimeneti jellemzője. A gyakorlatban megvalósítható szabályozót tehát csak a rendszer mérhető kimeneti és bemeneti jellemzői alapján lehet megtervezni. A szabályozástechnikában ezt a feladatot nevezik „kimenet visszacsatolásnak”.

Az állapotbecslés gondolata egyszerű: ha ismerjük a szabályozási rendszer összes jellemzőjét, akkor az analóg– vagy digitális számítógépen modellezhető. Ha nem tudjuk mérni a rendszer összes állapot-változóját, akkor a számítógépes szimuláció biztosítja a virtuális hozzáférést. Az optimális becslés során a rendelkezésünkre álló zajjal terhelt mérési eredményekből kiindulva keressük az egyes állapotváltozók legjobb becsült értékeit.

12.3.1. Problémafelvetés és megoldás

Tekintsük adottnak a szabályozási rendszer dinamikus modelljét az alábbi állapottér reprezentációs alakban [12.7, 12.11, 12.12, 12.13]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{\Gamma}\boldsymbol{\omega}, \quad (12.31)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{v}, \quad (12.32)$$

ahol $\boldsymbol{\omega}$ a szabályozási rendszer sztochasztikus külső zavarásának vektora, $\mathbf{\Gamma}$ a külső zavarások intenzitás mátrixa, \mathbf{v} a sztochasztikus mérési zajok vektora. Feltételezzük, hogy az egyes sztochasztikus mennyiségek statisztikai jellemzői ismeretesek. Feltételezzük továbbá, hogy a két sztochasztikus mennyiség korrelálatlan, Gauss-eloszlású, zérus várható középértékű, melyek kovarianciái legyenek az alábbiak [12.7, 12.11, 12.12, 12.13, 12.21, 12.23]:

$$E\{\boldsymbol{\omega}(t)\} = 0; E\{\mathbf{v}(t)\} = 0, \quad (12.33)$$

$$E\{\boldsymbol{\omega}(t)\boldsymbol{\omega}(t+\tau)^T\} = \mathbf{Q}_o\delta(t-\tau); E\{\mathbf{v}(t)\mathbf{v}(t+\tau)^T\} = \mathbf{R}_o\delta(t-\tau), \quad (12.34)$$

$$E\{\boldsymbol{\omega}(t)\mathbf{v}(t+\tau)^T\} = 0. \quad (12.35)$$

Az optimális becslés eredményeképpen keressük az $\mathbf{x}(t)$ állapotvektor becsült $\hat{\mathbf{x}}(t)$ értékét úgy, hogy a hibajel $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$ varianciája minimális értékű legyen.

A hibajel minimálandó költségfüggvénye az alábbi alakú:

$$J_o = E[\tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{\mathbf{x}}(t)^T] \rightarrow \text{Min}. \quad (12.36)$$

A (12.36) költségfüggvény minimálása során feltételezzük, hogy a szabályozási rendszer (\mathbf{C}, \mathbf{A}) mátrixpárja detektálható, az \mathbf{R}_o súlyozó mátrix pozitív definit mátrix és létezik olyan \mathbf{H}_o mátrix, amelyre igaz, hogy $\mathbf{H}_o \mathbf{H}_o^T = \mathbf{Q}_o$, valamint a rendszer az $(\mathbf{A}, \mathbf{H}_o)$ mátrixpár alapján stabilizálható.

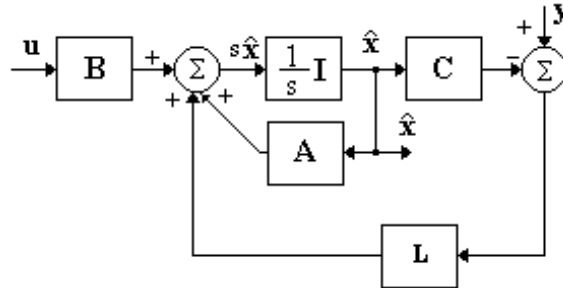
A fenti feltételek mellett az optimális Kalman-Bucy szűrő egyenlete a következő alakban írható fel [12.7, 12.11, 12.12, 12.13, 12.32, 12.33 12.37]:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}); \mathbf{L} = \mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T\mathbf{R}_o^{-1}. \quad (12.37)$$

ahol: \mathbf{L} a Kalman-Bucy szűrő statikus erősítése. A $\mathbf{\Sigma}$ költségmátrix az alábbi, ún. elfajult Ricatti-egyenlet megoldása révén határozható meg:

$$\mathbf{A}\mathbf{\Sigma} + \mathbf{\Sigma}\mathbf{A}^T + \mathbf{\Gamma}\mathbf{Q}_o\mathbf{\Gamma}^T - \mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T\mathbf{R}_o^{-1}\mathbf{C}\mathbf{\Sigma} = 0. \quad (12.38)$$

A (12.37) egyenlet alapján a Kalman-szűrő hatásvázlata az alábbi módon adható meg (12.3. ábra):



12.3. ábra. A Kalman-Bucy szűrő hatásvázlata.

Az állapotbecslő bemeneti jelei \mathbf{u} és \mathbf{y} , a kimeneti jele az állapotvektor becslött értéke $\hat{\mathbf{x}}$. Könnyen belátható, hogy a $\mathbf{\Sigma}$ költségmátrix a becslési hiba kovarianciája. Ismeretes, hogy a hibajel kovariancia mátrixának nyoma a hibajel varianciája, tehát:

$$\text{spur}\mathbf{\Sigma} = \text{spur}E[\tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{\mathbf{x}}(t)^T] = E[\tilde{\mathbf{x}}(t) \tilde{\mathbf{x}}(t)^T]. \quad (12.39)$$

ahol „spur” a mátrixok nyomát, tehát a főátlón álló elemek összegét jelöli.

Amennyiben a rendszerre ható külső és belső sztochasztikus jelek között a keresztkorreláció nem zérus, akkor az általános kovariancia mátrix az alábbi módon adható meg:

$$E\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{w}(t) \\ \mathbf{v}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w}(t)^T & \mathbf{v}(t)^T \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_o & \mathbf{N}_o \\ \mathbf{N}_o & \mathbf{R}_o \end{bmatrix} \delta(t-\tau), \quad (12.40)$$

ahol \mathbf{N}_o a kereszt-korrelációs intenzitás mátrix. Ebben az esetben a Kalman-Bucy szűrő \mathbf{L} statikus erősítése a következő:

$$\mathbf{L} = (\Sigma \mathbf{C}^T + \mathbf{N}_o) \mathbf{R}_o^{-1}, \quad (12.41)$$

ahol a statikus erősítést az alábbi mátrixegyenlet megoldása adja [12.37]:

$$\mathbf{A}\Sigma + \Sigma \mathbf{A}^T + \Gamma \mathbf{Q}_o \Gamma^T - (\Sigma \mathbf{C}^T + \mathbf{N}_o) \mathbf{R}_o^{-1} (\Sigma \mathbf{C}^T + \mathbf{N}_o)^T = 0. \quad (12.42)$$

12.3.2. Kimenet visszacsatolású rendszerek optimális szabályozóinak tervezése az LQG módszerrel

Tekintsük adottnak a többváltozós szabályozási rendszert, amely megfigyelhető és irányítható. A rendszer dinamikáját az alábbi állapot- és kimeneti egyenlet adja meg [12.7, 12.11, 12.12, 12.13]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \Gamma\mathbf{w}; \mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{v}, \quad (12.43)$$

ahol $\mathbf{x}(t)$ n -dimenziós állapot-vektor, $\mathbf{u}(t)$ m -dimenziós bemeneti vektor, $\mathbf{w}(t)$ p -dimenziós sztochasztikus zavaró vektor, a rendszerre ható külső zavarások vektora, \mathbf{v} a rendszer mérési zajainak q -dimenziós vektora. Feltételezzük, hogy mind a két zavaró vektor korrelálatlan, Gauss-eloszlású, zérus várható értékű, stacionárius sztochasztikus rendezőket tartalmaz. Az egyes sztochasztikus mennyiségek kovarianciái a következő módon határozhatók meg:

$$\begin{aligned} E\{\mathbf{w}(t)\} &= 0; E\{\mathbf{v}(t)\} = 0; E\{\mathbf{w}(t) \mathbf{v}^T(t+\tau)\} = 0 \\ E\{\mathbf{w}(t) \mathbf{w}^T(t)\} &= \mathbf{Q}_o \delta(t-\tau); E\{\mathbf{v}(t) \mathbf{v}^T(t)\} = \mathbf{R}_o \delta(t-\tau) \end{aligned}, \quad (12.44)$$

ahol: \mathbf{R}_o a mérési zajok vektorának intenzitása, \mathbf{Q}_o a külső zavarások vektorának intenzitása.

A szabályozási rendszer szabályozójának tervezése során keressük azt a vezérlési törvényt, amely biztosítja az alábbi, ún. átlagos négyzetes integrálkritérium (költségfüggvény) minimális értékét:

$$J_{LQG} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E \left\{ \int_{-T}^T (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \mathbf{R} \mathbf{u}) dt \right\} \rightarrow Min. \quad (12.45)$$

Jelölje $\hat{\mathbf{x}}(t)$ az állapotvektor becsült értékét. A szabályozó tervezése során a szuperpozíció elvét használjuk. Ennek megfelelően a szabályozó tervezése

két, egymástól jól különválasztható fázisra bontható. Az első fázisban feltételezzük, hogy a rendszer „tisztán” determinisztikus.

Ebben az esetben a szabályozót az „LQR” módszerrel tervezhetjük. Az optimális vezérlési törvény és az optimális állapot-visszacsatolási mátrix korábbról ismeretes [12.37]:

$$\mathbf{u}^o(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t), \mathbf{K}^o = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}. \quad (12.46)$$

A szabályozótervezés második fázisában a rendszert „tisztán” sztochasztikusnak tekintjük.

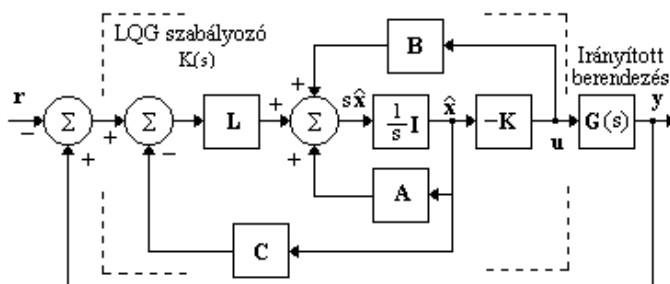
Az állapot-vektor becsült értékének differenciál egyenlete a következő alakban írható fel:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}), \mathbf{L} = \mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}, \quad (12.47)$$

ahol: \mathbf{L} a Kalman-szűrő statikus erősítési tényezője, $\mathbf{\Sigma}$ költségmátrix, melyet a szűrő alábbi, ún. elfajult Ricatti egyenletéből lehet meghatározni:

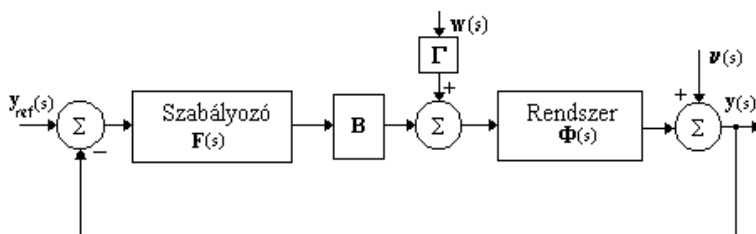
$$\mathbf{A}\mathbf{\Sigma} + \mathbf{\Sigma}\mathbf{A}^T - \mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T\mathbf{R}_0^{-1}\mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T + \mathbf{\Gamma}\mathbf{Q}_0\mathbf{\Gamma}^T = 0. \quad (12.48)$$

A dinamikus szabályozót a Kalman-szűrő (12.3. ábra) és a teljes állapot-visszacsatolási mátrix \mathbf{K} soros kapcsolásának eredményeként határozhatjuk meg. A szabályozási rendszer hatásvázlata a 12.4. ábrán látható:



12.4. ábra. Dinamikus szabályozási rendszer hatásvázlata LQG szabályozóval.

A kimenet visszacsatolású, sztochasztikus szabályozási rendszer egyszerűsített hatásvázlata $\mathbf{D}=0$ esetén a következő módon rajzolható meg (12.5. ábra):



12.5. ábra. Kimenet visszacsatolású szabályozási rendszer hatásvázlata.

A 12.5. ábrán $\Phi(s)$ az ún. állapot-átviteli mátrix, melynek egyenlete a következő:

$$\Phi(s) = [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}. \quad (12.49)$$

Az $\mathbf{F}(s)$ szabályozó dinamikáját a következő egyenlettel lehet megadni:

$$\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{LC} - \mathbf{BK} & \mathbf{L} \\ \mathbf{K} & 0 \end{bmatrix}. \quad (12.50)$$

Az $\mathbf{F}(s)$ szabályozó (12.50) egyenlete alapján a tervezés során meg kell határoznunk az optimális állapot-visszacsatolási mátrix \mathbf{K} értékét.

A keresett mátrixot a Control System Toolbox `lqr.m` és az `lqr2.m` beépített segédprogramjaival határozhatjuk meg [12.12, 12.14 12.15, 12.28, 12.29, 12.30, 12.35, 12.37, 12.41, 12.42].

A szabályozó tervezés másik feltétele a Kalman-szűrő statikus erősítési tényezőjének ismerete. Ezt a feladatmegoldást a Control System Toolbox `lqe.m` beépített segédprogramja támogatja. Az $\mathbf{F}(s)$ dinamikus szabályozót a \mathbf{K} állapot visszacsatolási mátrix és az \mathbf{L} mátrix ismerete esetén a Control System Toolbox `reg.m` beépített segédprogramjával határozzuk meg [12.12, 12.14 12.15, 12.28, 12.29, 12.30, 12.35, 12.37, 12.41, 12.42].

12.4. ROBUSZTUS SZABÁLYOZÓZÁSI RENDSZEREK TERVEZÉSE

A szabályozási rendszerek tervezői számára a legfontosabb szempont a tervezés során, hogy a megtervezett rendszer valós fizikai közegben is képes legyen működni. A szabályozó rendszerek környezetének jellemzői (pl. hőmérséklet, páratartalom, légnyomás, vibráció) a működés során lényeges mértékben is megváltozhatnak, ami nem befolyásolhatja a rendszer pontos és megbízható működését.

A rendszer működését befolyásolhatja a működési feltételek megváltozása is. Ilyenek lehetnek a rendszerre ható zavarások, a rendszer terhelésének változása is. A szabályozási rendszerek előregedése és az ezt kísérő rendszerjellemzők megváltozása szintén olyan körülmény, amely károsan befolyásolhatja a rendszer viselkedését, annak minőségi jellemzőit. A szabályozási rendszernek mindezen tényezőktől függetlenül kell megőriznie működőképességét, a szabályozási folyamat stabilitását és a minőségi jellemzőit [12.7, 12.12, 12.13, 12.37].

A szabályozási rendszerek tervezésének másik fontos sajátossága, hogy a tervezés során alkalmazott rendszer modell általában egyszerűsített matematikai modell. A valós nemlineáris rendszerek nemlinearitásait elhanyagolva gyakran lineáris rendszermodellekkel dolgozunk, de a megtervezett szabályozó a valós nemlineáris modellel működik [12.7, 12.12, 12.13, 12.37]. A szabályozási rendszerek építőelemeinek (pl. érzékelők, erősítők, villamos motorok) dinamikáját is gyakran elhanyagoljuk, és azokat, mint állandó erősítési tényezőjű tagokat vesszük figyelembe.

A dinamikus szerkezetek, rendszerek (pl. repülőgépek, rakéták, műholdak) matematikai modellje is gyakran tartalmaz nagyfrekvenciás elasztikus felharmonikusokat, amelyeket a tervezés során gyakran elhanyagolnak [12.21, 12.22]. Az eddig elhangzottak alapján elmondható, hogy a valós fizikai környezetben működő, egyszerűsített matematikai modellel figyelembe vett szabályozó rendszer a részére megtervezett szabályozóval nem feltétlenül lesz működőképes.

Az olyan szabályozási rendszert, amely képes valós fizikai környezetben működni, *robustus* rendszernek nevezzük. Matematikai értelemben ez azt jelenti, hogy a szabályozó nem csak egy, egyszerűsített dinamikával rendelkező rendszerrel képes működni, hanem a szabályozott szakasz minden lehetséges dinamikája esetén biztosítja a stabilis működést. Ebben az esetben *robustus stabilitásról* szokás beszélni. Amennyiben a szabályozó biztosítja a szűkebb értelemben vett (pl. alapjel követés, statikus zavarelhárítás) minőségi jellemzőket is, úgy szokás ***robustus minőségről*** beszélni [12.12, 12.37].

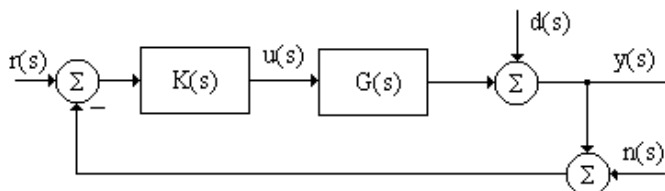
A klasszikus szabályozó tervezési eljárások (pl. a Bode módszer, a gyök-helygörbe módszer) lehetővé teszik olyan szabályozó megtervezését, amelyek a működés során kielégítik a zárt szabályozási rendszerrel szemben támasztott minőségi követelményeket.

Az 1960-as évekig széleskörűen alkalmazták a frekvencia tartománybeli szabályozótervezési eljárásokat (pl. a Bode módszer, a Nyquist módszer), amelyeket a matematika és a szabályozástechnika fejlődésével folyamatosan az időtartománybeli tervezési módszerekkel helyettesítettek.

A többváltozós, teljes állapot visszacsatolású rendszerek szabályozóinak tervezését az **LQR (Linear Quadratic Regulator)** módszerrel oldották meg [12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5, 12.6]. A módszer feltételezi, hogy a dinamikus rendszer összes állapot változója érzékelőkkel mérhető. A valóságban azonban a dinamikus rendszereket külső és belső zavarások gerjesztik. Ebben az esetben a dinamikus rendszerek szabályozóit az **LQG (Linear Quadratic Gaussian)** módszerrel tervezik [12.7, 12.12, 12.13, 12.37].

12.4.1. Egyváltozós szabályozási rendszerek minőségi jellemzői

Az egyváltozós szabályozási rendszer hatásvázlata az 12.6. ábrán látható.



12.6. ábra Az egyváltozós szabályozási rendszer hatásvázlata.

Az 12.6. ábrán: $r(s)$ az alapjel, $d(s)$ a szabályozási rendszerre ható külső zavarás, $n(s)$ az érzékelők zaja, $G(s)$ a szabályozott szakasz átviteli függvénye, $K(s)$ a szabályozó átviteli függvénye, $u(s)$ a vezérlő jel, és végül, $y(s)$ a kimenőjel. A rendszer kimeneti jele az 12.6. ábra alapján a következő módon írható fel:

$$y(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} r(s) - \frac{1}{1 + K(s)G(s)} d(s) - \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)} n(s). \quad (12.51)$$

Vezessük be az alábbi jelöléseket: $L(s) = K(s)G(s)$ - a felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye, $S(s) = \frac{1}{1 + K(s)G(s)}$ - érzékenységi függvény,

$T(s) = \frac{K(s)G(s)}{1 + K(s)G(s)}$ - a zárt szabályozási rendszer eredő átviteli függvénye. A (12.51) egyenlet alapján könnyen belátható, hogy:

$$S(s) + T(s) = 1. \quad (12.52)$$

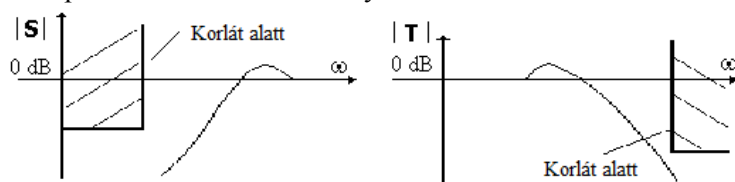
A megfelelő alapjel követési tulajdonságok biztosítása megköveteli, hogy az $S(s)$ érzékenységi függvény adott frekvencia tartományban kis értékű legyen, vagy másképpen fogalmazva a felnyitott szabályozási kör átviteli függvénye $K(s)G(s)$ nagy értékű legyen [12.12, 12.37].

A megfelelő statikus zavar-elhárítási képességek biztosítása érdekében az $S(s)$ érzékenységi függvénynek abban a frekvencia tartományban, amelyben a külső $d(s)$ zavarás hat, kis értékűnek kell lennie, vagyis a felnyitott szabályozási $K(s)G(s)$ kör átviteli függvényének nagy értékűnek kell lennie. Így tehát elmondható, hogy az alapjel követési tulajdonság és a kisfrekvenciás külső zavarjelek szűrésének követelménye megegyezik [12.12, 12.37].

Az érzékelők zajai kiszűrésének feltétele, hogy a zárt szabályozási rendszer $T(s)$ eredő átviteli függvénye adott frekvencia tartományban kis értékű

legyen, vagyis a felnyitott szabályozási kör $G(s)K(s)$ átviteli függvénye szintén kis értékű legyen [12.12, 12.37].

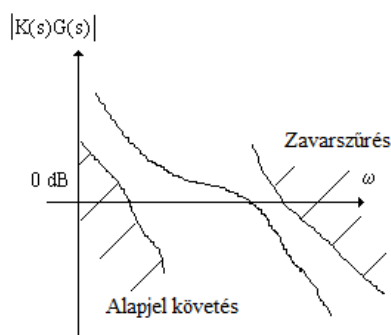
A $S(s)$ érzékenységi függvény és a zárt rendszer $T(s)$ eredő átviteli függvényeinek tipikus frekvenciatartománybeli viselkedése a 12.7. ábrán látható.



12.7. ábra. Szabályozási rendszer érzékenységi függvénye, és a zárt rendszer átviteli függvénye.

Az $S(s)$ érzékenységi függvénynek kisfrekvenciás tartományban kis értékűnek kell lennie, míg nagyfrekvenciás tartományban mindent áteresztőként kell viselkednie. A zárt rendszer $T(s)$ átviteli függvényének kisfrekvenciás tartományban mindent áteresztőként, míg nagyfrekvenciás tartományban szűrnie kell az érzékelők nagyfrekvenciás jeleit [12.12, 12.37].

Egyváltozós szabályozási rendszerek esetén az $S(s)$ érzékenységi függvény és a zárt rendszer $T(s)$ eredő átviteli függvénye behatárolják a felnyitott szabályozási kör $K(s)G(s)$ átviteli függvényének menetét. A referencia jel tartományában, amely rendszerint kisfrekvenciás (pl. egységugrás jel, egységsebesség jel, szinuszos jel, fűrész jel stb.) az átviteli függvény nagy értékű, míg nagyfrekvenciás tartományban, amely tipikusan az érzékelők zajtartománya, az átviteli függvény kis értékű. A szabályozási rendszerrel szemben támasztott minőségi követelmények biztosítása érdekében a vízszintes tengellyel való metszéspontban az amplitúdó-körfrekvencia jelleggörbe meredekségének ideális esetben -20 dB/D -nak kell lennie. Egy megfelelően megtervezett szabályozási rendszer felnyitott körének eredő átviteli függvénye a 12.8. ábrán látható [12.12, 12.37].



12.8. ábra Egyváltozós felnyitott szabályozási rendszer Bode-diagramja.

12.4.2. Többváltozós szabályozási rendszerek minőségi jellemzői

Többváltozós szabályozási rendszerek minőségi jellemzőinek vizsgálata során a 12.6. ábrán látható zárt szabályozási rendszerben a jelek, és az átviteli függvények helyett vektorokat, és mátrixokat használunk az állapotter módszernek megfelelően. A többváltozós szabályozási rendszerek analízise során a mátrixok sajátértékeit vizsgáljuk.

A többváltozós szabályozási rendszer kimeneti jele az 12.6. ábrának megfelelően, a következő egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{r}(s) - \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{n}(s) - [\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{d}(s) \quad (12.53)$$

Ebben az esetben az $\mathbf{S}(s)$ érzékenységi függvény és a $\mathbf{T}(s)$ átviteli függvény az alábbi módon határozható meg:

$$\mathbf{T}(s) = \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)[\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1}; \mathbf{S}(s) = [\mathbf{I} + \mathbf{G}(s)\mathbf{K}(s)]^{-1} \quad (12.54)$$

Az egy- és a többváltozós szabályozási rendszerek nominális frekvencia-tartománybeli minőségi jellemzőit a 12.1. Táblázat mutatja be.

Szabályozási rendszerek minőségi jellemzői

12.1. Táblázat

		Kisfrekvenciás vizsgálati tartomány	Nagyfrekvenciás vizsgálati tartomány
Alapjel követés	Egyváltozós rendszer	$ k(s)g(s) \gg 1$ vagy $ S(s) \ll 1$	
	Többváltozós rendszer	$\sigma(K(s)G(s)) \gg 1$ vagy $\sigma_{\max}(S(s)) \ll 1^*$	
Statikus zavarelhárítás	Egyváltozós rendszer	$ k(s)g(s) \gg 1$ vagy $ S(s) \ll 1$	
	Többváltozós rendszer	$\sigma(K(s)G(s)) \gg 1$ vagy $\sigma_{\max}(S(s)) \ll 1$	
Mérési zaj szűrése	Egyváltozós rendszer		$ k(s)g(s) \ll 1$ vagy $ T(s) \ll 1$
	Többváltozós rendszer		$\sigma_{\max}(K(s)G(s)) \ll 1$ vagy $\sigma_{\max}(T(s)) \ll 1$

*A „max” alsó index a sajátértékek maximális értékét jelöli.

12.4.3. Szabályozó tervezés új megközelítésben

A szabályozótervezés új megközelítése a 12.8. ábrán látható és az $\mathbf{S}(s)$ érzékenységi és a $\mathbf{T}(s)$ átviteli függvények menetét behatóan korlátozások megállapítását jelenti.

A korlátozások megállapításának folyamatát a szabályozási kör hangolásának (loop shaping) szokás nevezni. A művelet során az $\mathbf{S}(s)$ és a $\mathbf{T}(s)$ mátrixok sajátértékeit a rendszerrel szemben támasztott minőségi követelményeknek megfelelően hangoljuk.

A szabályozási kör hangolásának vizsgálatához tekintsük a 12.9. ábrát. Tekintsük a zárt rendszer bemeneti jelének a $d(s)$ külső zavarást illetve az $n(s)$ zavarjelet.

A 12.9. ábra alapján – egyváltozós rendszer esetén – igazak az alábbi egyenletek [12.12, 12.37]:

$$\mathbf{Z}_1(s) = \mathbf{W}_s [1 + \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)]^{-1} d(s) \text{ vagy } \mathbf{Z}_1(s) = \mathbf{W}_s \mathbf{S}(s) d(s) \quad (12.55)$$

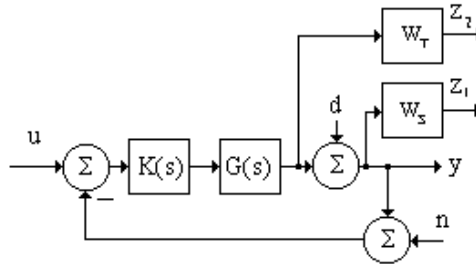
$$\mathbf{Z}_2(s) = \mathbf{W}_T [1 + \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)]^{-1} \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s) n(s) \text{ vagy } \mathbf{Z}_2(s) = \mathbf{W}_T \mathbf{T}(s) n(s)$$

Tekintsük a zárt rendszer bemeneti jelének a $d(s)$ külső zavarást illetve az $n(s)$ zavarjelet.

A 12.9. ábra alapján – egyváltozós rendszer esetén – igazak az alábbi egyenletek:

$$\mathbf{Z}_1(s) = \mathbf{W}_s [1 + \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)]^{-1} d(s) \text{ vagy } \mathbf{Z}_1(s) = \mathbf{W}_s \mathbf{S}(s) d(s) \quad (12.55)$$

$$\mathbf{Z}_2(s) = \mathbf{W}_T [1 + \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s)]^{-1} \mathbf{K}(s)\mathbf{G}(s) n(s) \text{ vagy } \mathbf{Z}_2(s) = \mathbf{W}_T \mathbf{T}(s) n(s)$$



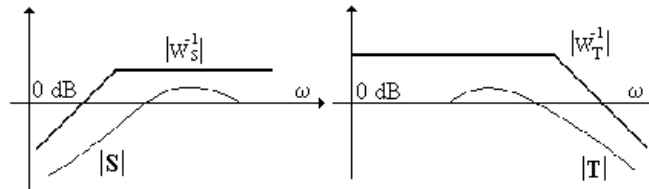
12.9. ábra Szabályozási rendszer hangolása.

Legyen a zárt rendszer bemeneti jele az $u(s)$ referencia jel. Zérus értékű zavaró jellemzők esetén azt mondhatjuk, hogy:

$$\mathbf{Z}_2(s) = \mathbf{W}_T \mathbf{T}(s) u(s). \quad (12.56)$$

A (12.55) és a (12.56) egyenletekben a \mathbf{W}_s és a \mathbf{W}_T átviteli függvényeket szokás „súlyozó” átviteli függvénynek nevezni. A \mathbf{W}_s és a \mathbf{W}_T súlyozó átviteli függvények biztosítják az $\mathbf{S}(s)$ érzékenységi függvény és a $\mathbf{T}(s)$ átviteli függvény amplitúdó görbéinek megfelelő frekvencia tartománybeli viselkedését.

Az $S(s)$, $T(s)$, $W_s(s)$ és a $W_T(s)$ átviteli függvények tipikus amplitúdó függvényei az 12.10. ábrán látható.



12.10. ábra Az S , T , W_s , W_T átviteli függvények.

A 12.10. ábra alapján igazak az alábbi egyenletek:

$$|S(s)| \leq |W_s^{-1}|, \text{ vagy } |W_s S(s)| \leq 1. \quad (12.57)$$

Modern szabályozástechnikában az $S(s)$ érzékenységi függvény $W_s(s)$ függvénnyel történő súlyozását szokás *súlyozott érzékenységi problémának* (weighted sensitivity problem) nevezni.

A 12.10. ábra alapján a zárt rendszer átviteli függvényére felírható, hogy:

$$|T(s)| = |W_T^{-1}|, \text{ vagy } |W_T T(s)| \leq 1. \quad (12.58)$$

Modern szabályozástechnikában a $T(s)$ átviteli függvény $W_T(s)$ függvénnyel történő súlyozását *kiegészítő súlyozott érzékenységi problémának* (weighted complementary sensitivity problem) szokás nevezni.

A két súlyozási feladat egyidejű megoldása esetén a szabályozótervezés az ún. vegyes érzékenységi probléma (mixed sensitivity problem) megoldása révén valósul meg [12.12, 12.37].

12.4.4. A H_2 és a H_∞ robusztus szabályozótervezési eljárások

12.4.4.1 A H_2 optimális szabályozótervezési eljárás

A zárt szabályozási rendszerben működő szabályozó H_2 algoritmus alapján történő megtervezéséhez először keresünk egy frekvenciafüggő $W(s)$ súlyozó mátrixot.

Adott $S(s)$, $T(s)$ és $W(s)$ átviteli függvények esetén a szabályozót az alábbi integrálkritérium adott frekvenciatartományon történő minimalásával keressük [12.12, 12.21, 12.22, 12.37]:

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \text{tr}[\mathbf{S}\mathbf{W}\mathbf{W}^* \quad \mathbf{S}^*] + \text{tr}[\mathbf{T}\mathbf{T}^*] \right\} d\omega \rightarrow \text{Min}, \quad (12.59)$$

ahol „tr” a mátrixok nyomát, a * felső index pedig a mátrix konjugált transzponáltját jelöli.

Definiáljuk az alábbi frekvenciafüggő mátrixot [12.12]:

$$\mathbf{M}(s) = [\mathbf{S}(s)\mathbf{W}(s) \quad \mathbf{T}(s)]. \quad (12.60)$$

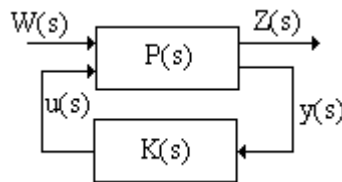
A (12.60) egyenlet figyelembevételével a szabályozó tervezés alapjául szolgáló (12.59) integrálkritérium a következő alakban írható fel [12.12, 12.37]:

$$J = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \text{tr}[\mathbf{M}\mathbf{M}^*] \right\} d\omega \rightarrow \text{Min}. \quad (12.61)$$

A fenti módszert alkalmazva a $\mathbf{W}(s)$ súlyozó mátrix megfelelő megválasztásával a többváltozós rendszer számára megtervezhető az a $\mathbf{K}(s)$ szabályozó, amely biztosítja a tervezés alapjául szolgáló integrálkritérium minimális értékét.

12.4.4.2 A H_{∞} optimális szabályozótervezési eljárás

Modern szabályozástechnikában a H_{∞} szabályozó tervezési algoritmus megoldása során széleskörűen alkalmazzák a dinamikus rendszerek „two-port” reprezentációját, melynek hatásvázlata a 12.11. ábrán látható [12.12, 12.37].



12.11. ábra A többváltozós rendszer „two-port” reprezentációja.

A 12.11. ábrán $\mathbf{P}(s)$ a szabályozott szakasz dinamikáját, $\mathbf{K}(s)$ a szabályozót, $\mathbf{w}(s)$ a bemeneti vektort, $\mathbf{u}(s)$ a vezérlő vektort, $\mathbf{y}(s)$ a mérhető kimeneti jelek vektorát, míg $\mathbf{z}(s)$ a szabályozott kimeneti jellemzők vektorát jelöli.

A 12.11. ábrán látható dinamikus rendszerre felírhatók az alábbi egyenletek [12.12, 12.37]:

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}(s) &= \mathbf{P}_{zw}\mathbf{w}(s) + \mathbf{P}_{zu}\mathbf{u}(s) \\
\mathbf{y}(s) &= \mathbf{P}_{yw}\mathbf{w}(s) + \mathbf{P}_{yu}\mathbf{u}(s) . \\
\mathbf{u}(s) &= \mathbf{K}\mathbf{y}(s)
\end{aligned} \tag{12.62}$$

A (12.62) egyenletrendszer 3. egyenletét helyettesítsük az egyenletrendszer 2. egyenletébe.

Az $\mathbf{y}(s)$ kimeneti vektorra kapjuk, hogy

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{P}_{yw}\mathbf{w}(s) + \mathbf{P}_{yu}\mathbf{K}(s)\mathbf{y}(s) . \tag{12.63}$$

A (12.63) egyenlet rendezése után a következő egyenletet kapjuk:

$$[\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu}\mathbf{K}(s)]\mathbf{y}(s) = \mathbf{P}_{yw}\mathbf{w}(s) . \tag{12.64}$$

A (12.64) egyenlet rendezése után a kimeneti jel vektora az alábbi módon írható fel:

$$\mathbf{y}(s) = [\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu}\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{P}_{yw}\mathbf{w}(s) . \tag{12.65}$$

Az $\mathbf{u}(s)$ vezérlő vektorra a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$\mathbf{u}(s) = \mathbf{K}(s)\mathbf{y}(s) = \mathbf{K}(s)[\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu}\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{P}_{yw}\mathbf{w}(s) . \tag{12.66}$$

Helyettesítsük a (12.66) egyenletet a (12.62) egyenletrendszer 1. egyenletébe. Az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\begin{aligned}
\mathbf{z}(s) &= \mathbf{P}_{zw}\mathbf{w}(s) + \mathbf{P}_{zu}\mathbf{K}(s)[\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu}\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{P}_{yw}\mathbf{w}(s) = \\
&= [\mathbf{P}_{zw} + \mathbf{P}_{zu}\mathbf{K}(s)[\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu}\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{P}_{yw}]\mathbf{w}(s) ,
\end{aligned} \tag{12.67}$$

vagy más alakban

$$\mathbf{z}(s) = \mathbf{T}_{zw}(s)\mathbf{w}(s) , \tag{12.68}$$

ahol a zárt szabályozási rendszer átviteli függvénye az alábbi alakban adható meg [12.12, 12.37]:

$$\mathbf{T}_{zw}(s) = [\mathbf{P}_{zw} + \mathbf{P}_{zu}\mathbf{K}(s)[\mathbf{I} - \mathbf{P}_{yu}\mathbf{K}(s)]^{-1}\mathbf{P}_{yw}] . \tag{12.69}$$

A többváltozós szabályozási rendszerek állapot- és kimeneti egyenleteit szokás az alábbi alakban felírni:

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}_1\mathbf{w} + \mathbf{B}_2\mathbf{u} \\
\mathbf{z} &= \mathbf{C}_1\mathbf{x} + \mathbf{D}_{11}\mathbf{w} + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u} . \\
\mathbf{y} &= \mathbf{C}_2\mathbf{x} + \mathbf{D}_{21}\mathbf{w} + \mathbf{D}_{22}\mathbf{u}
\end{aligned} \tag{12.70}$$

A szabályozott szakasz dinamikája ebben az esetben a következő lesz:

$$\mathbf{P}(s) = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{C}_2 & \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{bmatrix}. \quad (12.71)$$

A szabályozó tervezés a H_∞ módszer alkalmazásával az alábbiak szerint foglалható össze: a „two-port” reprezentációval adott és $\mathbf{P}(s)$ dinamikával rendelkező szabályozási rendszer számára tervezzünk olyan $\mathbf{K}(s)$ szabályozót, amely esetén a (12.69) egyenlettel megadott, a $\mathbf{w}(s)$ bemeneti és a $\mathbf{z}(s)$ kimeneti jel között definiált $\mathbf{T}_{zw}(s)$ átviteli függvény kisebb értékű legyen, mint egy definiált, pozitív skalár, melyet jelöljön γ . Ezt a tervezési algoritmust szokás egyszerű H_∞ tervezésnek nevezni.

A tervezési kritérium az alábbi módon definiálható [12.12, 12.37]:

$$\|\mathbf{T}_{zw}(s)\|_\infty \leq \gamma. \quad (12.72)$$

Abban az esetben, ha az ún. H_∞ optimális szabályozótervezéssel tervezzük meg a szabályozót, úgy a zárt rendszer $\mathbf{T}_{zw}(s)$ mátrixának második normáját minimáljuk. A tervezési kritérium most a következő alakban írható fel [12.12, 12.37]:

$$\|\mathbf{T}_{zw}(s)\|_\infty \rightarrow \min. \quad (12.73)$$

A H_2 és a H_∞ szabályozó tervezési eljárások megoldását és gyakorlati alkalmazását a MATLAB® programcsomag és a Robust Control Toolbox segédprogram támogatja [12.28, 12.30, 12.41].

A pilóta nélküli légijárművek automatikus repülésszabályozó rendszereinek tervezésére ma számos módszer és eljárás áll rendelkezésünkre, és e módszerek alkalmazását számos számítógépes program segíti és támogatja.

Nem szabad szem előtt téveszteni azonban, hogy az egyes tervezési eljárások gyakorlati alkalmazása nem nélkülözi a tervező részéről a szakmai elméleti-, és gyakorlati tudást, a tapasztalatot, és a mérnöki-tervezői intuíción sem.

12.5. ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK



Ismertesse a statikus optimálás módszerét és feltételeit!



Határozza meg a statikus optimálás feladatát!

- ☒ Határozza meg a lineáris szabályozási rendszerek dinamikus optimalizációs feladatát!
- ☒ Foglalja össze az optimális szabályozó négyzetes integrálkritériumon alapuló tervezésének lépéseit!
- ☒ Sorolja fel az LQR feladat megoldása során alkalmazott mátrixaritmetikai súlyozó módszereket!
- ☒ Ismertesse az inverz négyzetes szabályt!
- ☒ Ismertesse az egységnyi, azonos súlyozás elvét!
- ☒ Ismertesse a heurisztikus hangolás elvét!

12.6. SZÁMÍTÁSI MINTAFELADATOK

12.6.1. Mintafeladat [12.36, 12.37]

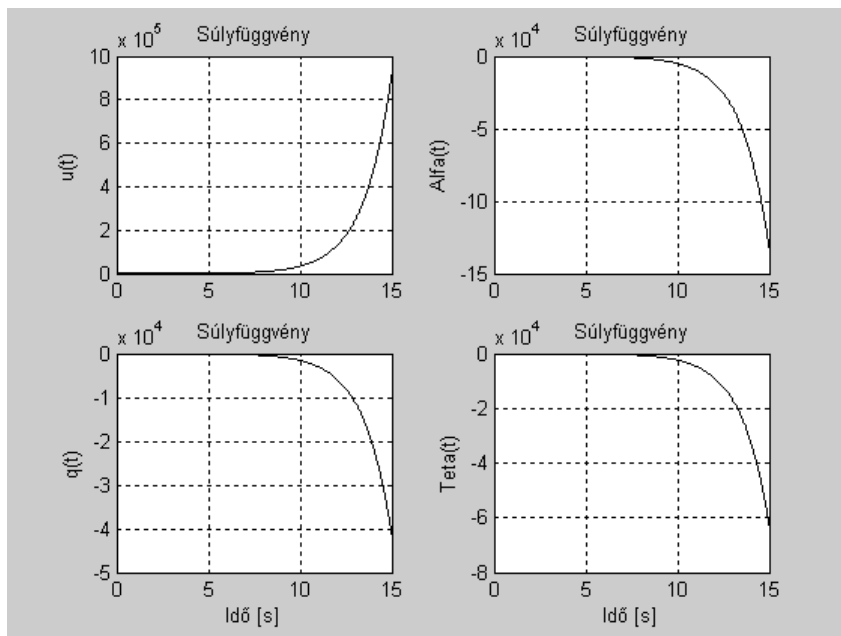
Tekintsük adottnak a *Bravo* repülőgép 4. repülési üzemmódján (*Bravo-4*) a hosszirányú, nemirányított mozgás matematikai modelljét [12.8, 12.36]:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,007 & 0,012 & 0 & -9,81 \\ -0,128 & -0,54 & 1 & 0 \\ 0,064 & 0,96 & -0,99 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -0,036 \\ -12,61 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_E. \quad (11.32)$$

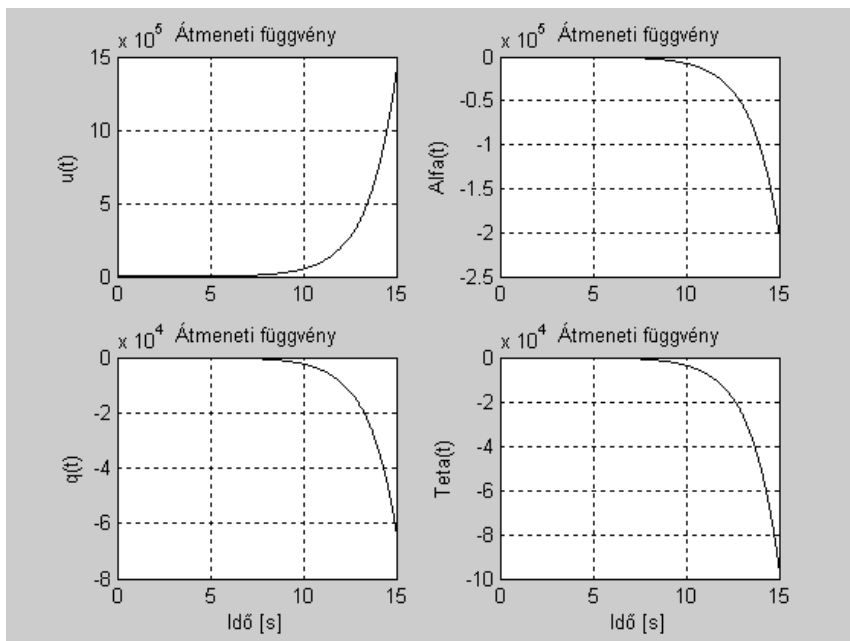
Határozzuk meg a repülőgép nemirányított mozgásának minőségi jellemzőit! A minőségi jellemzőket a 12.2. táblázat foglalja össze.

A <i>Bravo-4</i> repülőgép minőségi jellemzői		12.2. Táblázat
Sajátérték	Csillapítási tényező, ξ	Természetes körfrekvencia, rad/s
-0,661	1	0,661
$-0,0959 \pm 0,803i$	0,19	0,809
-2,01	1	2,01

A nemirányított repülőgép súlyfüggvénye a 12.12. ábrán, az átmeneti függvénye a 12.13. ábrán látható.



12.12. A *Bravo-4* repülőgép súlyfüggvényei. (MATLAB-script: Szabolcsi)



12.13. A *Bravo-4* repülőgép átmeneti függvényei. (MATLAB-script: Szabolcsi)

A 12.12. és a 12.13. ábrák alapján elmondható, hogy a nemirányított repülőgép erősen lengő jellegű, mivel a repülőgép dinamikáját a nemirányított repülőgép $-0,0959 \pm 0,803i$ domináns póluspárja határozza meg.

Határozzuk meg az optimális, teljes állapot–visszacsatolási mátrixot az alábbi súlyozó mátrixok esetén [12.36, 12.37]:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{R} = r = 5. \quad (12.74)$$

A fenti súlyozó mátrixokat alkalmazzuk a szabályozó megtervezéséhez. Az optimális állapot–visszacsatolási mátrix az alábbi alakban írható fel [12.28, 12.29, 12.41, 12.42]:

$$\mathbf{K}^o = [0,4745 \quad -0,3869 \quad -3,2246 \quad -5,3498]. \quad (12.75)$$

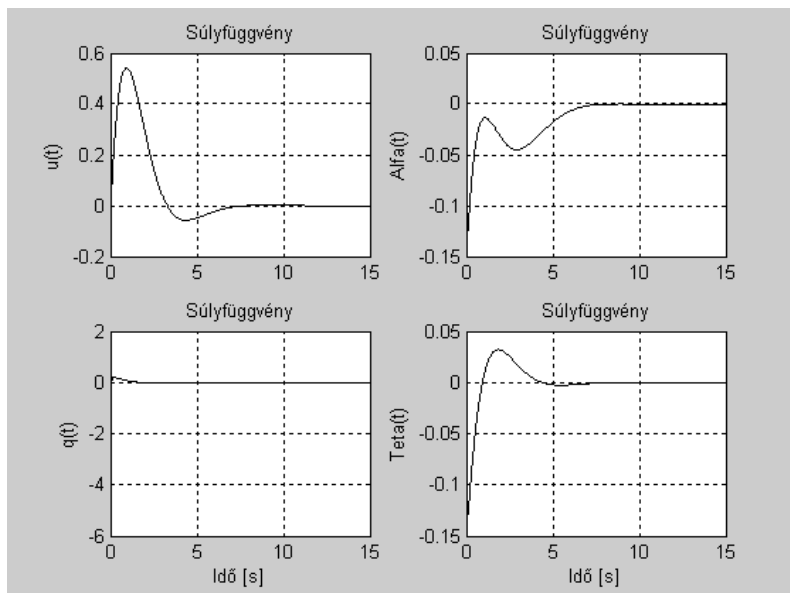
Zárjuk a szabályozási rendszert a (12.75) egyenletű állapot–visszacsatolási mátrixon keresztül, és határozzuk meg a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit! A *Bravo-4* repülőgép zárt szabályozási rendszerének irányítástechnikai minőségi jellemzői a 12.3. táblázatban foglaltuk össze.

12.3. Táblázat

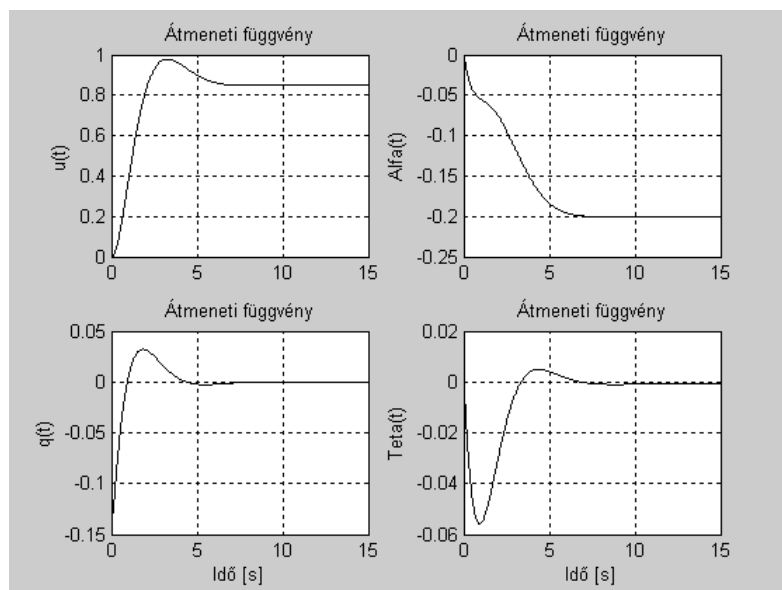
Sajátérték	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, rad/s
$-0,774$	1	0,774
$-3,99$	1	3,99
$-0,764 \pm 0,793i$	0,694	1

Összevetve a nemirányított repülőgép 12.2. táblázatban megadott minőségi jellemzőit, valamint a zárt szabályozási rendszer 12.3. táblázatban megadott minőségi jellemzőit, elmondhatjuk, hogy az állapot–visszacsatolás áthelyezte a komplex síkon a nemirányított repülőgép pólusait. A zárt szabályozási rendszer dinamikáját a $-0,764 \pm 0,793i$ egyenletű domináns póluspár határozza meg.

A zárt szabályozási rendszer időtartománybeli analízisének eredménye a 12.14., és a 12.15. ábrákon látható. Az analízis során a zárt szabályozási rendszer bemeneti jelének a repülési sebesség egységnyi megváltozását tekintettük, vagyis, $x_{pe}(t) = u(t) = 1(t)$.



12.14. A *Bravo-4* repülőgép zárt szabályozási rendszerének súlyfüggvénye.
(MATLAB-script: Szabolcsi)

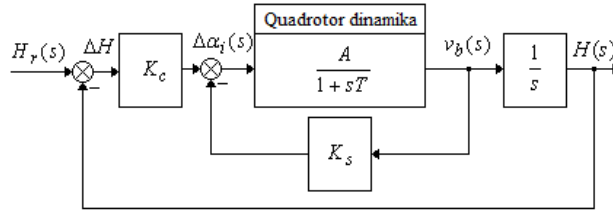


12.15. A *Bravo-4* repülőgép zárt szabályozási rendszerének átmeneti függvénye.
(MATLAB-script: Szabolcsi)

A 12.14., és a 12.15. ábrák alapján megállapítható, repülési sebesség egy túllendülés után beáll állandósult állapotbeli értékére.

12.6.2. Mintafeladat [12.38, 12.39, 12.40]

A quadrotor magasságstabilizáló rendszere a 12.16. ábrán látható.



12.16. UAV magasságstabilizáló rendszerének hatásázlata.

A 12.16 ábra alapján írjuk fel a szabályozási rendszer állapot-egyenletét.

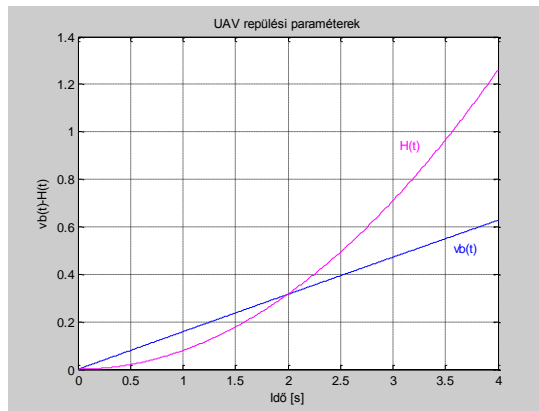
$$v_b(s) = \frac{A}{1+sT} \Delta\alpha_i(s) \rightarrow \dot{v}_b(t) = -\frac{v_b(t)}{T} + \frac{A}{T} \Delta\alpha_i(t), \quad (12.76)$$

$$H(s) = \frac{1}{s} v_b(s) \rightarrow \dot{H}(t) = v_b(t). \quad (12.77)$$

A (12.76) és a (12.77) egyenletek alapján a rendszer állapotegyenlete a következő mátrixos alakban írható fel:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \dot{v}_b(t) \\ \dot{H}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_b(t) \\ H(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A/T \\ 0 \end{bmatrix} \Delta\alpha_i(t). \quad (12.78)$$

A nemirányított quadrotor átmeneti függvényei a 12.17. ábrán láthatók.



12.17. ábra. A nemirányított UAV átmeneti függvényei. (MATLAB-script: Szabolcsi)

A 12.17. ábrán jól látható, hogy a „függőleges repülési sebességfordulatszámváltozás” dinamikus rendszer arányos-tárolós átviteli függvényű, de az exponenciális tranziens folyamat meglehetősen lassú lefolyású. A repülési magasság változása lényegesen gyorsabb, tekintettel a függőleges sebesség és a repülési magasság közötti integráló matematikai kapcsolatra.

A zárt szabályozási rendszer vezérlési törvénye – $H_r(t) = 0$ esetén – az alábbi egyenlettel adható meg:

$$\mathbf{u}(t) = \Delta\alpha_i(t) = -H(t)K_c - v_b(t)K_s = -\mathbf{K}\mathbf{x}, \quad (12.79)$$

ahol: $\mathbf{x} = [v_b \ H]^T$ az állapot-vektor; $\mathbf{K} = [K_c \ K_s]$ a teljes állapot-visszacsatolási mátrix.

Határozzuk meg a \mathbf{K} optimális állapot-visszacsatolási mátrixot az alábbi, ún. egységnyi, azonos súlyozás elvén meghatározott súlyozó mátrixok esetén,

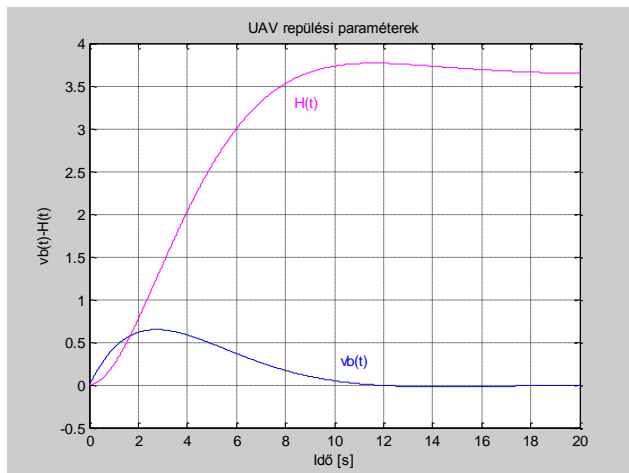
vagyis:

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; r_1 = 1. \quad (12.80)$$

A teljes állapot-visszacsatolási mátrix most a következő lesz [12.28, 12.29, 12.41, 12.42]:

$$\mathbf{K}_1 = [K_c \ K_s] = [3,6449 \ 1]. \quad (12.81)$$

A zárt szabályozási rendszer átmeneti függvénye a $H_r(t) = 1(t)$ bemeneti jelre a (12.80) súlyozás esetén a 12.18. ábrán látható.



12.18. ábra. UAV zárt szabályozási rendszer átmeneti függvényei.
(MATLAB-script: Szabolcsi)

A 12.18. ábrán jól látható, hogy az egységnyi bemeneti jelre adott válasz stacioner értéke $H(\infty) \approx 3,7m$, tehát az ideális alapjel követés nem valósul meg. A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői nem felelnek meg az előírt értékeknek [12.36]. A hivatkozott szabvány a hagyományos légi járművekre vonatkozik, így annak alkalmazása az UAV-kra túlságosan szigorú minőségi követelménynek tűnik.

A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit a 12.4. Táblázat foglalja össze.

12.4. Táblázat

Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, [rad/s]
$-0,293 \pm 0,27i$	0,735	0,399

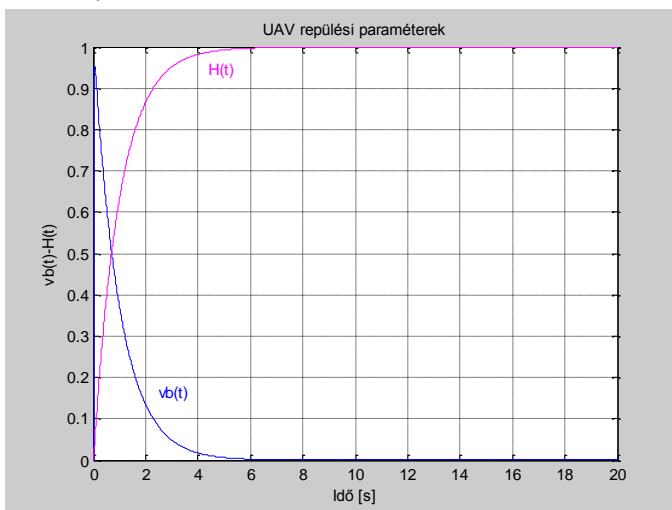
Hangoljuk a (12.80) súlyozó mátrixokat heurisztikusan. A zárt szabályozási rendszer előírt minőségi jellemzőit teljesítő súlyozó mátrix-kombináció a következő lesz:

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 0,97 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}; r_2 = 0,000005. \quad (12.82)$$

A (12.82) súlyozó mátrixok alapján határozzuk meg a teljes állapot-visszacsatolási mátrixot [12.28, 12.29, 12.41, 12.42]:

$$\mathbf{K}_2 = [\mathbf{K}_c \quad \mathbf{K}_s] = [446,7565 \quad 447,2136]. \quad (12.83)$$

A zárt szabályozási rendszer átmeneti függvénye a $H_r(t) = 1(t)$ bemeneti jelre a (12.82) súlyozó mátrixok esetére a 12.19. ábrán látható.



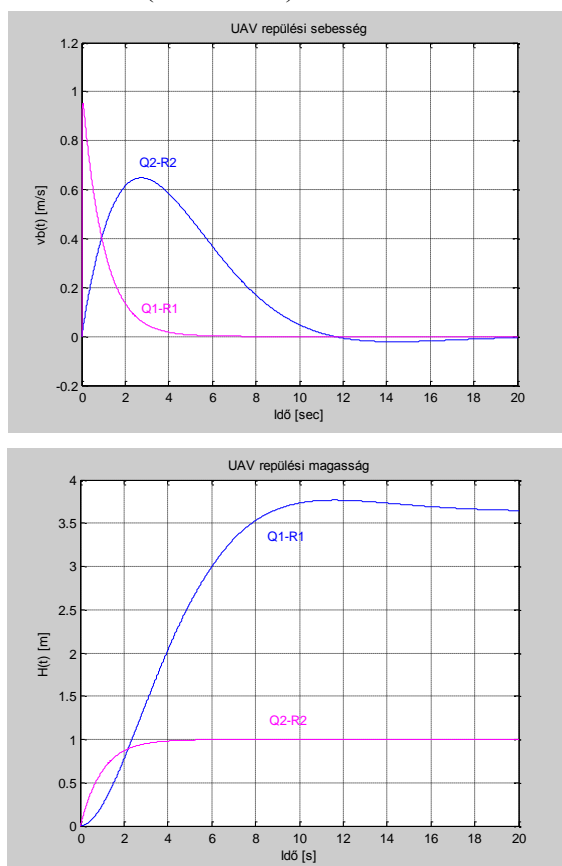
12.19. ábra. UAV zárt szabályozási rendszer átmeneti függvényei.
(MATLAB-script: Szabolcsi)

A 12.19. ábrán jól látható, hogy az egységnyi bemeneti jelre adott válasz stacioner értéke $H(\infty) = 1m$, tehát megvalósul az ideális alapjel követés. A zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői megfelelnek az előírt értékeknek [12.36]. A módosított, heurisztikusan hangolt súlyozással tervezett UAV zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzőit a 12.5. Táblázat foglalja össze.

12.5. Táblázat

Sajátértékek	Csillapítási tényező, ξ	Körfrekvencia, [rad/s]
-70	1	70
-1,02	1	1,02

Hasonlítsuk össze a két súlyozás alapján tervezett rendszer zárt szabályozási rendszer viselkedését (12.20. ábra)



12.20. ábra. Az UAV zárt magasságstabilizáló rendszerének átmeneti függvényei.
(MATLAB-script: Szabolcsi)

A 12.20. ábrán jól látható, hogy az alapjel követés a $H_r(t) = 1(t)$ bemeneti jelre a „Q2–R2” súlyozó mátrixok alkalmazása esetén megvalósul, és a zárt szabályozási rendszer minőségi jellemzői is megfelelnek az előírt értékeknek [12.36].

12.7 OPUS CITATUM

- [12.1] Csáki, F. *Fejezetek a szabályozástechnikából – állapotegyenletek*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1974.
- [12.2] Csáki, F. *Irányítástechnikai kézikönyv*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
- [12.3] Lehoczky, J. — Márkus, M. — Mucsi, S. *Szervorendszerek, követő szabályozások*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1977.
- [12.4] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Часть I, Киев, 1984.
- [12.5] Солодовников, В. В. — Плотников, В. Н. — Яковлев, А. В. *Основы теории и элементы систем автоматического регулирования*, Машиностроение, Москва, 1985.
- [12.6] Красовский, А. А. — Вавилов, Ю. А. — Сучков, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Издание ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва, 1986.
- [12.7] Maciejowski, J. M. *Multivariable Feedback Design*, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989.
- [12.8] McLean, D. *Automatic Flight Control Systems*, Prentice-Hall, International (UK) Ltd., New York-London-Toronto, 1990.
- [12.9] Ogata, K. *Modern Control Engineering*, Prentice-Hall International, Inc., 1990.
- [12.10] Kuo, B. C. *Automatic Control Systems*, Prentice-Hall International Editions, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
- [12.11] Brogan, W. L. *Modern Control Theory*, Prentice-Hall International, Inc., 1991.
- [12.12] Shahian, B. — Hassul, M. *Control System Design Using MATLAB®*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993.
- [12.13] Grimble, M. J. *Robust Industrial Control – Optimal Design Approach for Polynomial Systems*, Prentice-Hall, 1994.
- [12.14] Ogata, K. *Designing Linear Control Systems with MATLAB®*, Prentice-Hall, International, Inc., 1994.

- [12.15] Ogata, K. *Solving Control Engineering Problems with MATLAB®*, Prentice–Hall, International, Inc., 1994.
- [12.16] Bryson Jr., A. E. *Control of Spacecraft and Aircraft*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994.
- [12.17] D’Azzo, J. J. – Houpis, C. H. *Linear Control System Analysis and Design – Conventional and Modern*, McGraw–Hill, Inc., New York, St. Louis, San Francisco, 1995.
- [12.18] Dorf, R. C. – Bishop, R. H. *Modern Control Systems*, Prentice–Hall, 1995.
- [12.19] Biran, A. – Breiner, M. *MATLAB® for Engineers*, Addison–Wesley Publishing Company, Inc., 1997.
- [12.20] Nelson, R. C. *Flight Stability and Control*, McGraw–Hill Companies, Inc., 1998.
- [12.21] Szabolcsi, R. *Solution of Control Problems using MATLAB®*, Repüléstudományi Közlemények, (187-224) o., 1999/1.
- [12.22] Szabolcsi, R. et. al. *LQ Based Design Methods Applied in Automatic Flight Control Systems*, Proc. of the 12nd Hungarian Days of Aeronautical Sciences, pp (258-269), 1999, Budapest.
- [12.23] Pokorádi, L. – Szabolcsi, R. *Mathematical Models Applied to Investigate Aircraft Systems*, Monographical Booklets in Applied & Computing Mathematics MB-12, Technical University of Budapest, 1999.
- [12.24] Szabolcsi, R. *Robust Controller Synthesis for the Aircraft Pitch Attitude Control System*, Repüléstudományi Közlemények, (79-89) o., 2000/1.
- [12.25] Pratt, R. W. (szerk.) *Flight Control Systems*, Published by the American Institute of Aeronautics, and Astronautics, Inc., Reston, Virginia, USA, 2000.
- [12.26] Burns, R. S. *Advanced Control Engineering*, Butterworth-Heinemann, Oxford-Auckland-Boston-Johannesburg-Melbourne-New Delhi, 2001.
- [12.27] Dorf, R. C. – Bishop, R. H. *Modern Control Systems*, Prentice–Hall, 2001.
- [12.28] *MATLAB® 7 (R2010b), Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2009.
- [12.29] *MATLAB® Control System Toolbox 8.0, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2008.
- [12.30] *MATLAB® Robust Control Toolbox 3.0, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2008.
- [12.31] Franklin, G. F. – Powell, J. D. – Emami-Naeini, A. *Feedback Control of Dynamic Systems*, Prentice-Hall, Pearson Education International, 2002.

- [12.32] Stefani, R. T. – Shahian, B. – Savant Jr., C. J. – Hostetter, G. H. *Design of Feedback Control Systems*, Oxford University Press, New York-Oxford, 2002.
- [12.33] Lantos, B. *Irányítási rendszerek elmélete és tervezése II, Korszerű szabályozási rendszerek*, Akadémiai Kiadó, Budapest, 2003.
- [12.34] Nise, N. S. *Control Systems Engineering*, John Wiley & Sons, Inc., 2004.
- [12.35] *SIMULINK® 7 (R2010b), Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2009.
- [12.36] Szabolcsi, R. *Modern automatikus repülésszabályozó rendszerek*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-963-7060-32-8, p415, 2011.
- [12.37] Szabolcsi, R. *Korszerű szabályozási rendszerek számítógépes tervezése*, Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem, ISBN 978-615-5057-26-7, p415, 2011.
- [12.38] Szabolcsi, R.: *Katonai robotok számítógéppel támogatott tervezése – QUADRO LAB szakmai műhely létesítése az új, nemzeti közszolgálati egyetemen*. IX. Elektronikus Műszaki Füzetek, ISBN:978-963-7064-25-8, pp (11-27), 2011.
- [12.39] Szabolcsi, R. *Multirotoros légijárművek repülésdinamikai modelljei, és azok vizsgálata*. Repüléstudományi Közlemények, ISSN: 1417-0604, eISSN: 1789-770X, 23:(2), pp(1-11), 2011.
- [12.40] Szabolcsi, R.: *Katonai robotok számítógéppel támogatott tervezése - QUADRO LAB szakmai műhely alapítása az új, nemzeti közszolgálati egyetemen*. Multidiszciplináris Tudományok: A Miskolci Egyetem Közleménye, ISSN 2062-9737, 2011/1: pp(31-42), 2011.
- [12.41] *MATLAB® 8.2.0.701 (R2013b) Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2013.
- [12.42] *MATLAB® Control System Toolbox 9.6, Getting Started Guide*, The MathWorks™, Inc., 2013.

XIII. FEJEZET

PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK TÍPUS- ÉS LÉGIALKALMASSÁGI TANÚSÍTÁSA

„It is possible to fly without motors, but not without knowledge and skills.”

Wilbur Wright

13.1 BEVEZETÉS

A pilóta nélküli légi járművek (UAV), vagy pilóta nélküli légi jármű rendszerek (UAS) típusalkalmassági-, vagy légi alkalmassági ajánlásai, jellemzői, vagy követelményei sem a hazai-, sem pedig a nemzetközi jogban nem szabályozott egységesen. A jogalkotók a „követelmény” kifejezés helyett egyre inkább az ajánlás, kézikönyv, segédlet, módszertani segédlet elnevezéseket használják, nyilvánvalóan más és más jogi tartalommal. A hazai jogi környezet elemzése meglehetősen egyszerű: a jogalkotó egyelőre még nem foglalkozott részleteiben és a maga teljességében e kérdéskör bármilyen jellegű szabályozásával, bár az első lépéseket a szakma már rég megtette.

A nemzetközi jogi környezet meglehetősen összetett, számos ország már évtizedek óta foglalkozik a modellező repülők körében keletkező alapvető problémával: hogyan lehet biztosítani a repülés biztonságát a modell-repülők repülései során?!

Az amerikai Szövetségi Repülésügyi Hivatal (FAA) AC³ 91-57 Körlevele 1981-ben megállapította, hogy a modell repülőgépek potenciális veszélyt jelentenek a légiközlekedés más résztvevőire, valamint a földön az élő szervezetekre, és az anyagi javakra [13.3]. Az FAA körlevele kijelölte a repülésekhez azokat a légtereket, ahol modell repülővel nem lehetett repülni, és H= 400 ft⁴-ben határozta meg a maximális repülési magasságot. A repülőterek közelében pedig javasolták az együttműködést és a szükséges kommunikációt a légiforgalmi irányítás szakembereivel.

³ Advisory Circular

⁴ ft – feet (láb)

A tengerentúli, illetve az európai jogalkotók az 1980-, és a 90-es években gyakorlatilag egymással párhuzamosan haladtak a jogalkotással. Európában az Európai Repülésbiztonsági Ügynökség (European Aviation Safety Agency – EASA), és az Eurocontrol végzett ilyen jogalkotó tevékenységet, amit a számos civil kezdeményezés, pl. az UAVNET is támogatott. Az FAA és az EASA 2005-ben, Kölnben bejelentették, hogy mindkét fél elkezdte az UAV légialkalmassági tanúsítási szabályok kialakítását, és a szükséges tapasztalat-cserék mellett is, párhuzamosan végzik tevékenységüket.

Egy UAV típus sikeres piaci bevezetésének, és biztonságos üzemeltetésének a technológiai-, műszaki-, tervezési és egyéb követelményeken túl, számos egyéb feltétele van. Magát a légijárművet, illetve annak típus-, és légialkalmasságát tanúsítani szükséges. A tanúsítás egyik legfontosabb célja meggyőződni arról, hogy az adott UAV típus földi-, és légi üzemeltetése biztonságos, a tervezése és gyártása tanúsított rendszerekben történik, és végül, a kezelő személyzet szintén kiképzett, és megfelelő módon tanúsított.

13.2 A U.S. DOT FAA⁵ UAS LÉGIALKALMASSÁGI TANÚSÍTÁSI RENDSZERE

Az UAV/UAS rendszerekkel foglalkozó szakemberek első kihívása, hogy az adott pilóta nélküli légijármű rendszert a meglévő és elfogadott légijármű-kategóriák közül hová sorolja be?! Az FAA már 1981-ben kiadta a modell-repülőgépekre vonatkozó irányelveit.

Ezen irányelvek szerint a modell-repülőgépek szabadidős, rekreációs, valamint hobbi célú repüléséhez nem szükséges FAA-jóváhagyás, viszont az irányelvek betartása mindenkitől elvárt, vagyis kötelező. Az ilyen repülések nem szolgálhatnak speciális, például üzleti célokat [13.3].

Az FAA megadta a saját definícióját az állami célú, és a nem állami célú (magán) UAS repülésekre is, mert eme repülések során alkalmazott UAS légijármű rendszerekkel szemben támasztott elvárások gyakran nagymértékben eltérnek egymástól.

Az UAS repülésekre az FAA repülésengedélyeztetési eljárásokat ír elő. A UAS rendszereket civil alkalmazásai esetére a „Kísérleti” kategóriába sorolják be, és „Speciális” légialkalmassági tanúsítást kell, hogy szerezzon a repülés előtt.

Az UAS az állami célú repülési alkalmazásra vagy „Kivétel” tanúsítást kap a szabályok alól, vagy pedig az adott repülésre szóló „Felhatalmazás”-t.

⁵ United States, Department of Transportation, Federal Aviation Administration.

Megemlíteni szükséges, hogy az FAA a minősítési/tanúsítási eljárásokban résztvevő egyetemet „állami” szervezetként ismeri el [13.24, 13.25].

Az FAA a korábban említett „Speciális” légialkalmassági tanúsítás mellett „Általános” légialkalmassági tanúsítást is kibocsát. Az UAS rendszerek légialkalmassági tanúsítását az e-CFR⁶ rendszer 14. Főcíme alatti 21.181 részben definiál „Kísérleti” kategóriába tartozó légijárműre lehet kezdeményezni [13.26]. A „Kísérleti” kategóriában alkalmazott UAS rendszerek egyik sajátossága, hogy az alkalmazni kívánt légijármű még nem rendelkezik típusalkalmassági tanúsítással. A „Kísérleti” kategóriába az alábbi események, rendszerek, tevékenységek, illetve légijárművek tartoznak [13.25, 13.26]:

1. Kutatás és fejlesztés (14 CFR 21.191): olyan repülés, amely során valamilyen tudományos hipotézis igazolása a cél. Ebbe a csoportba tartoznak az új repülési feladatok, vagy új repülési üzemmódok vizsgálatai, illetve az új telepítésű fedélzeti eszközök teszt-repülései.
2. Szabályzatokban foglaltaknak megfelelés bemutatása (14 CFR 21.193): olyan repülés, amikor a típusalkalmassági tervezési adatok megváltoznak, és a tanúsítással rendelkező légijárművet ellenőrzik, hogy az megfelel-e az új tanúsítási kritériumoknak, vagy a meglévő típusalkalmassági tanúsítást szeretnék kiterjeszteni, vagy új alkalmazási igények jelennek meg.
3. Személyzet képzése (14 CFR 21.195): olyan tevékenység, amely a típusalkalmassági tanúsítással még nem rendelkező légijármű vezetését végző személyzet oktatására irányul.
4. Kiállítás, bemutató: olyan tevékenység, ahol a repülés fő célja a típusalkalmassági tanúsítással még nem rendelkező légijármű repülési képességeinek-, és teljesítményének bemutatása; különleges, nemhagyományos repülési képességek bemutatása légi bemutatókon, mozgófilm-felvételeken, vagy televíziós közvetítések során.
5. Repülőverseny: légijárművek részvétele repülőversenyeken, gyakorlás a versenyre, valamint a verseny helyére történő repülés és a hazarepülés.
6. Piackutatások: piackutatás végzése, részvétel üzleti/kereskedelmi bemutató repüléseken.
7. Amatőr építésű légijárművek üzemeltetése.
8. Főrészekből összeépített légijárművek üzemeltetése.
9. Könnyű, sportrepülőgép üzemeltetése.
10. Pilóta nélküli légijármű rendszerek (UAS).

⁶ Electronic Code of Federal Regulations.

Az FAA UAS rendszerekkel kapcsolatos ideiglenes üzemeltetési elveit az AFS-400 Nyilatkozatban tette közzé [13.27]. A Nyilatkozat az Amerikai Egyesült Államok Nemzeti Légtérrendszerére vonatkozik, de hatálya alól kiveszi a modell-repülőgépeket. A Nyilatkozat részletesen taglalja az ideiglenes szabályozás kiadásának szükségességét, a nemzetbiztonság fogalmát, a szabályozási környezetet, az általános információkat, valamint a definíciók jegyzékét. A Nyilatkozat releváns része a 6. fejezet, amely az UAS rendszerek típus-, és légialkalmassági kritériumait foglalja össze. Az UAS rendszerekkel szemben támasztott kritériumok definiálásán túl a Nyilatkozat foglalkozik a légijármű-vezető és a megfigyelő személyzet egészségügyi-, illetve szakmai megfelelésével is.

Az FAA – vélhetően válaszként – a Fehér Ház környékén tapasztalható UAV-repülésekre, szabályozta az UAVk típus-, és légialkalmassági tanúsításának folyamatát, és az UAV-repüléseket általában [13.39], majd előírta az UAVk, és azok kezelőinek regisztrációját [13.41].

13.3 AZ AUSZTRÁL CASA⁷ UAV/UAS LÉGIALKALMASSÁGI TANÚSÍTÁSI RENDSZERE

Az ausztrál Polgári Repülésbiztonsági Hivatal (CASA) „CASR⁸ Part 21 (Certification and Airworthiness Requirements for Aircraft and Parts)” dokumentuma a CASA AC 21-6(0) Körlevele alapján már 1998-ban megalapította a légijárművek „Korlátozott” kategóriáját. A 2005-ben alapított „Project CS 05/01 – Certification Requirements Related to the Design, Manufacturing and Airworthiness of UAVs” egyik fontos eredménye, hogy megszületik és már 2006-ban kiadják az AC 21-43(0) Körlevelet, amelynek témája az „Experimental Certificates for Unmanned Aircraft”, majd 2011-ben megszületik, és az AC 21-10(2) Körlevéllel kiadják az „Experimental Certificates” dokumentumot, melynek témája a kísérleti légijárművek légialkalmassági tanúsítása. E sikeres jogalkotási program 2012 januárjában befejeződött [13.28].

Eme programot megelőzően, a CASA már kiadta a „CASR Part 101 (Unmanned Aircraft and Rocket Operations)” dokumentumát, mely három alapvető fontosságú körlevelet foglal magába [13.28]:

1. AC 101-1(0): Unmanned Aircraft and Rockets: Unmanned aerial vehicle (UAV) operations, design specification, maintenance and

⁷ Civil Aviation Safety Authority – CASA

⁸ Civil Aviation Safety Regulation – CASR

training of human resources (2002 július).

2. AC 101-2(0): Unmanned Aircraft and Rockets: Rockets (2002 július).
3. AC 101-3(0): Unmanned Aircraft and Rockets: Model Aircraft (2002 július).

A fenti három körlevél témája alapján könnyű belátni, hogy az egyes témák meglehetősen távol állnak egymástól: a szilárd hajtóanyagú propulziós rendszerek légialkalmassági tanúsítása sok értelemben messze eltér a pilóta nélküli légijármű rendszerek légialkalmassági tanúsításától.

Régről ismert az a dilemma, hogy a pilóta nélküli repülőgép és a modell repülőgépnek milyen a viszonya: nevezhető-e az UAV modell-repülőgépnek? Vagy éppen a modell-repülőgép tekinthető-e UAV-nak? A kérdésekre adott *igen*, vagy *nem* válaszok pedig meghatározzák a légijármű tanúsításának rendszerét, annak módszertanát, és követelményeit.

Az ausztrál jogalkotásnak köszönhetően, az 1981 óta rendelkezésre álló, egyoldalas, egyesült államokbeli FAA AC 91-57 Körlevél helyett a CASA AC 101-3(0) Körlevele egy 35 oldalas, részletesen kidolgozott dokumentum, mely egyes elemeiben építkezik az AC 91-57 Körlevélre.

A modell repülőgép definícióját az AC 101-380 Körlevél az alábbiak szerint adja meg [13.28]:

1. modell repülőgép minden olyan, 150 kg-nál kisebb felszálló tömegű pilóta nélküli légijármű, amely sport-, vagy szórakoztatási célú repülést valósít meg, kivéve a ballonokat, vagy a sárkányrepülőket;
2. minden egyéb céllal megvalósított repülés során a modell repülőgép pilóta nélküli légijárműnek minősül, és a rá vonatkozó légialkalmassági szabályokat alkalmazni kell;
3. a modell repülőgép mentesül az egyéb légijárművekre vonatkozó szabályok alól (pl. típusalkalmassági tanúsítás, típus regisztráció, légialkalmassági tanúsítás, kezelő személyzet képzettsége, képzése, szakszolgálati engedélye stb.). A Körlevél „J” Melléklete felsorolja a modell-repülőgépekre alkalmazandó szabályokat.
4. a CASA a maximális felszálló tömeg alapján a modell repülőgépeket az alábbi módon osztályozza:
 - <100 g: nem besorolt;
 - 100 g ÷ 25 kg: modell repülőgép;
 - 25 kg ÷ 150 kg: óriás modell repülőgép.
5. az óriás modell repülőgép csak tanúsított repülésügyi szervezet szabályai és eljárásai alapján üzemeltethető.

A CASA jogalkotói tevékenysége kiemelkedő úgy az UAV/UAS rendszerek tervezése-, gyártása és üzemeltetése, mint a típus-, és légialkalmassági tanúsítás területén. A CASA elsőként, részletesen szabályozta a modell repülőgépek és az UAV viszonyát, valamint megadta a modell repülőgépek definícióját, és osztályozta is azokat.

13.4 AZ EURÓPAI EASA⁹–SZABÁLYOZÁSOK FONTOSABB JELLEMZŐI

Az Európai Repülésbiztonsági Ügynökséget az Európai Parlament és a Tanács 2008. február 20.-án kelt 216/2008/EK rendeletével alapította meg annak érdekében, hogy Európában a polgári repülésben közös szabályok kerüljenek bevezetésre [13.29]. E határozat rögzíti az európai közösségi-, és a tagállami felelősségi jogköröket.

Az Európai Repülésbiztonsági Ügynökség az Európai Unió repülésbiztonsági stratégiájának kidolgozója a polgári repülés területén [13.29]. A EASA – e cikk szempontjából fontos – stratégiai dokumentummal rendelkezik.

Az egyik az EASA Certification Directorate által jegyzett „C.Y001-01 – EASA Airworthiness Directive Policy”, a másik pedig az EASA Rulemaking Directorate „E.Y013-01 – Policy Statement – Airworthiness Certification of Unmanned Aircraft Systems (UAS)” nevű stratégiai dokumentuma.

A „C.Y001-01” stratégiai dokumentumot az EASA 2008 júliusában adta ki. Ez a stratégia a jogszabályi kereteket leíró fejezetben három alapvető fontosságú határozatot említ meg [13.29]:

1. 216/2008/EK rendelet (2008.február 20.): e rendelet alapítja meg az EASA-t, jogokat delegál az ügynökséghez, és meghatározza az európai központi-, és nemzeti szabályozási körbe tartozó hatás, és jogköröket. Az ügynökséget kivételes joggal ruházták fel a típusalkalmassági tanúsítások kibocsátása területén. Meghatározza továbbá az EP, az EASA és a nemzeti légügyi hivatalok együttműködésének elvét és rendjét.
2. 1702/2003/EK rendelet (2003. szeptember 24.): az EASA légialkalmassági tanúsítási rendszer direktíváit írja le, annak kötelei kellékeit definiálja, valamint kodifikálja a direktívák kiadásának rendjét is.
3. 2042/2003/EK rendelet (2003. november 20.): a légijárművek folyamatos légialkalmasságát definiálja, valamint megadja az EU-

⁹ European Aviation Safety Agency - EASA

tagállamok, és a nemzeti légügyi hivatalok ezzel kapcsolatos feladatait.

Az EASA Rulemaking Directorate „E.Y013-01 – Policy Statement – Airworthiness Certification of Unmanned Aircraft Systems (UAS)” nevű stratégiai dokumentumát 2009. augusztusában adta ki, mely a pilóta nélküli légi jármű rendszerek légi alkalmassági tanúsításának rendszerét, annak szabályait kodifikálta. A stratégiai dokumentum fontosabb elemei az alábbiak [8]:

1. definiálja a pilóta nélküli légi jármű rendszereket;
2. a stratégiai dokumentum célja az UAS rendszerek típusalkalmassági tanúsítási rendszerének és folyamatának kodifikálása, ahol az UAV tömege nem haladja meg a 150 kg-ot;
3. az UAS légi alkalmassági tanúsításának vizsgálata során, ahol ez az elv érvényesülhet, maximálisan törekedni kell a környezet védelmére;
4. az UAS légi alkalmassági tanúsítási folyamat leírása;
5. a 1702/2003/EK rendelet, Part 21/B részével kiegészített speciális előírások. Az UAS rendszerek típus-, és légi alkalmassági tanúsítási rendszerét – a francia katonai hatóságok által elkészített szabályrendszer átveve – a NATO STANAG 4761 szabványként adta ki [10]. Kérésre az EASA ezen szabvány alapján is értékeli az UAS típus-, és légi alkalmassági megfelelését.
6. speciális elvárásokat kodifikál a kényszerleszállási-, a rádiókapcsolat-, az autóm tulajdonságok és képességek, a földi irányító állomás, a repülés fajtája, valamint a rendszerbiztonsági követelmények területén.

Az „E.Y013-01” dokumentum egy 17 oldalas direktíva, amely nagymértékben segíti az UAS rendszerek tervezését, gyártását, a típus-, és légi alkalmassági tanúsítását, valamint a földi és a légi üzemeltetését.

A 1702/2003/EK, a 2042/2003/EK, valamint a 216/2008/EK rendeletek az UAS légi alkalmassági tanúsítás rendszerében kompilált joganyagként egyelőre nem jelentek meg a hazai joganyagban.

Az Európai Bizottság Kommunikációjában megfogalmazta, hogy az UAVk, és a hozzájuk kapcsolódó technológiák komoly piaci értékkel bírnak, és az UAVk polgári alkalmazása előtt meg kell nyitni a lehetőséget. A körlevél közeli célként fogalmazza meg az UAV integrálását a légterbe, és előírja, hogy 2016-tól felmenő rendben olyan UAVkat kell tervezni, amelyek az integrálhatóság követelményének teljesítése mellett legalább olyan repülés-

biztonsági paraméterekkel rendelkeznek, mint a hagyományos légijárművek [13.38]. Az Európai Bizottság az UAV-szabályozások kialakításával kapcsolatban az EASA-t bízta meg, amely az első szabályozást megalkotta, és azt közzé is tette [13.40].

A pilóta nélküli légijárművek típus-, és légialkalmassági tanúsítát [13.19, 13.20, 13.30, 13.31,] mutatja be, míg az UAVk automatikus repülés-szabályozó rendszerének tanúsítási kritériumait [13.32, 13.33, 13.34, 13.35, 13.36, 13.37] adja meg. A [13.18] irodalom részletesen bemutatja a METEOR-3A TUAV típus- és légialkalmassági tanúsításának folyamatát, amit a fedélzeti új robotpilóta beépítése tett kötelezővé.

13.5 A NATO STANAG¹⁰ ÉS A MIL¹¹–SZABVÁNYOK ÉS KÖVETELMÉNYEK

Az Egyesült Államok a korai 1960-as évektől elkezdte a légijárművek földi-, és légi üzemeltetési szabályrendszerének szabványosítását, és a NACA 1915 évi alapításától kezdve felhalmozott tudás kompilálását.

A helikopterek légi-, és földi üzemeltetés jellemzőit a [13.1], a VSTOL–légijárművek repülési jellemzőit a [13.2] katonai szabványok foglalják össze.

Első alkalommal 1980-ban adták ki a MIL–F–8785C specifikációt, amely több kiegészítéssel, még 1996-ban is kiadásra került [13.8].

A merevszárnyú, nagy manőverezőképességű légijárművek stabilitási, és repülésszabályozási minőségi jellemzőit a [13.4, 13.5, 13.6, 13.7] specifikációk foglalják össze. Az egyes légijármű típusok több évtized alatt kiadott, és módosított repülési jellemzőit az 1995-ben először kiadott MIL–HDBK–1797A katonai szabvány foglalta egységes szerkezetbe [13.9], majd e szabvány MIL–STD–1797A kézikönyvként 1997 óta használatos [13.11].

A légijárművek légialkalmassági tanúsítással foglalkozó kézikönyvét első alkalommal 2002-ben adták ki, majd a 2004-es módosításakor kapta a MIL–HDBK–516A elnevezést [13.12]. E kézikönyv hatálya csak az U.S. DoD osztályaira, és ügynökségeire terjed ki, így alapvetően a katonai repülésben használt légijárművek légialkalmassági tanúsítási rendszerét, annak eljárásrendjét, és a tanúsítás vizsgálati módszereit írja le, míg az UAS rendszerek légialkalmassági tanúsításával részleteiben nem foglalkozik.

Tekintettel arra, hogy az 1990-es évekre más számos NATO–tagország fejlesztett ki-, és üzemeltetett UAV/UAS rendszert, így a francia katonai

¹⁰ NATO Standardization Agreement

¹¹ Military (Katonai)

hatóságok által elkészített szabályrendszert átvéve a NATO 2007-ben kiadta a STANAG 4671 szabványát [13.14], amelynek 2007. május 9.-i, 1. kiadását a HM Védelmi Tervezési Szakállamtitkára a 47/2008. (HK 10.) HM VTI SZÁT közleményében foglaltak szerint „Fenntartás nélküli elfogadás bevezetés nélkül” záradékkal ratifikálta [13.13]. Ez azt jelenti, hogy a NATO tagországokban a STANAG 4671 elfogadásra került, de a hazai jogrend azt nem vette át, és jelenleg nem is alkalmazza ezt a jogforrást.

13.5.1 A MIL–HDBK¹²–516A légialkalmassági tanúsítási kézikönyv

A MIL-HDBK-516A kézikönyv magát útmutatónak nevezi, nem pedig követelményrendszernek. A kézikönyv alkalmazása javasolt úgy a hagyományos, pilóta által vezetett, mint a pilóta nélküli légi jármű rendszerek (UAS) légialkalmassági tanúsítására, legyenek azok merev-, vagy forgószárnyúak.

A kézikönyvet javasolják már a tervezés során tanulmányozni, és az abban foglalt kritériumok teljesüléséről gondoskodni, hogy a légialkalmassági tanúsítás hatósági folyamatához rendelkezésre álljon a szükséges dokumentáció.

A kézikönyv nagyszámú kapcsolódó szabályra, szabványra, vagy más dokumentációra is támaszkodik, így ajánlott ezen szabályokból olyan tanúsítási kritérium-rendszert felállítani, amely biztosítja a vonatkozó szabályok egyidejű teljesítését [13.12].

A MIL-HDBK-516A kézikönyv az alábbi fontosabb lépésekben taglalja a légialkalmassági szabályoknak való megfelelést [13.12]:

1. Rendszertervezés;
2. Sárkányszerkezet;
3. Repülési tulajdonságok és jellemzők;
4. Hajtómű rendszerek;
5. Fedélzeti alrendszerek
 - Hidraulikus és pneumatikus rendszerek;
 - Működési körülményeket biztosító rendszerek;
 - Tüzelőanyag-rendszer;
 - Tűzjelző-, és oltó rendszerek;
 - Futóművek és lassító rendszerek;
 - Tartalék energiaellátó rendszerek;
 - Légi utántöltő rendszerek;

¹² Handbook (Kézikönyv)

- Hajtóművek beépítése;
- Mechanizmusok.
- 6. Kezelő személyzet rendszerei;
- 7. Diagnosztikai rendszerek;
- 8. Fedélzeti avionikai rendszerek;
- 9. Villamos rendszerek;
- 10. Környezeti elektromágneses jelenségek;
- 11. Rendszerbiztonság;
- 12. Számítógépes támogatás;
- 13. Üzemeltetés;
- 14. Fegyverzet/függesztmények integrációja;
- 15. Utasbiztonság;
- 16. Egyéb megfontolások.

Megemlíteni szükséges, hogy a fenti felsorolás egy meglehetősen szűk és rövid kivonata a teljes dokumentumnak, csak és kizárólag e könyvben közölt adatok nem elégségesek egy típusalkalmassági eljárás lefoyltatásához.

A kézikönyv fent felsorolt fejezetei úgy épülnek fel, hogy a könyv megadja a tanúsítás során ellenőrzött dokumentumlistát, tételesen felsorolja tanúsítás kritériumait és mérőszámait, valamint megadja a megfelelés kritériumait, illetve a megfelelő mellékletben megadja az egyes kritériumok joghelyeit, illetve a jogforrásért felelős szervezeteket is [13.12].

13.5.2 A NATO STANAG 4671 szabvány és annak fontosabb elemei

Mint az korábban említettük, a NATO STANAG 4671 katonai szabvány hazánkban is elfogadott, de a jogrendbe nem került bevezetésre. A fejezet célja röviden bemutatni ezt a szabványt, és azt a gondolkodást, ami a katonai UAS rendszerek légialkalmassági tanúsítási rendszerében megjelenik az UAS rendszereket tervező-, és fejlesztő országokban [13.14].

A szabvány úgy rendelkezik, hogy az adott országban akkor válik „alkalmazott”-á, más szóval, „bevezetett”-é, ha az adott ország megalkotja a jogot, ami ezt a szabványt hatályossá, alkalmazását kötelezővé teszi. Hazánkban a HM VTI SZÁT közlemény elfogadta, de nem vezette be a szabvány alkalmazását, így a vizsgált NATO STANAG hazánkban jelenleg nem hatályos jog, így annak alkalmazását sem lehet számon kérni. Igaz viszont, hogy a katonai UAV/UAS rendszerek légialkalmassági tanúsítására jelenleg nem áll rendelkezésre hatályos jogszabály.

Az állami célú repülésben használt légijárművek típus-, és légialkalmassági tanúsítására a [13.10] honvédelmi miniszteri rendelet szolgál, amelynek 3.§. (1) bekezdés *h)* pontja szerinti definícióban a légijármű: „*a merev- vagy forgószárnyú repülőgép, valamint a nem kizárólag mentési célt szolgáló személyi ejtőernyő*”. Könnyű belátni, hogy a [13.10] jogszabály – hasonlóan a MIL-HBDK-516A tanúsítási kézikönyvhöz – általában fogalmazza meg a légijárművek típus-, és légialkalmassági követelményrendszerét, és inkább a tanúsítási eljárás módszertanát adja meg, mint a kritériumrendszer egzakt paraméterrendszerét.

A STANAG 4671 az általános bevezető fejezetben megadja, hogy csak és kizárólag a 150 kg és 20000 kg közötti maximális felszálló tömegű (MTow¹³), merevszárnyú, katonai céllal alkalmazott olyan UAS rendszerek légialkalmassági tanúsítását szabályozza, amelyek rendszeresen használják a nem elkülönített léghajzot, egyidejűleg egyéb más légijárművekkel. A szabvány alapvetően a 14 CFR Part 21-re, valamint az EASA CS-23 (korábban: JAR 23) dokumentumokra épül, valamint támaszkodik a korábban felhalmozott tudásbázisra:

1. TSO C23d – Minimum Performance Standards for Parachute assemblies and Components, Personnel, USA, 1992;
2. Special Conditions ; Ballistic Recovery Systems Cirrus SR-20 Installation – 14 CFR Part 23 – FAA, USA, 1997.
3. AC23.1309-1C – Equipment, Systems, and Installations in Part 23 Airplanes, FAA, USA, 1999;
4. Airworthiness standard for Unmanned aerial vehicles, RAI-UAV – Ente Nazionale Aviazione Civile, Italy, 1999;
5. Design standards UAV - Civil Aviation Safety Authority, Australia, 2000;
6. Design and airworthiness requirements for UAV systems – DEF STAN 00-970 Part 9, UK MoD, 2002;
7. USICO (Unmanned Safety Issues for Civil Operations)– WP 2400 – Certification review item (CRI) “stall demonstration”; 2004.

Bár a STANAG 4671 általában vonatkozik az UAS rendszerekre, a szabvány hatálya nem terjed ki az új, nemhagyományos, esetleg extrém módon komplex aerodinamikai elrendezéssel bíró UAS rendszerekre. A szabvány nem határozza meg konkrétan e norma tartalmát. Leginkább úgy fogalmazhatnánk, hogy a hagyományos tervezésű, merevszárnyú UAV-t magába foglaló UAS rendszerekre kell alkalmazni ezt a katonai szabványt.

¹³ **Maximum Take-off Weight**

A NATO STANAG 4671 katonai szabvány legfontosabb elemei az alábbi részek [13.14]:

1. 1. könyv – UAV légialkalmassági tanúsítás szabályai
 - Általános követelmények;
 - UAV repülés;
 - UAV szerkezet;
 - UAV tervezés és szerelés;
 - UAV hajtómű;
 - Műszerek;
 - Üzemeltetési korlátozások, és információk;
 - Adatátviteli rendszerek, és eszközök;
 - UAV földi állomás.
2. 2. könyv – Szabályoknak való megfelelés elfogadható mértéke
 - Általános követelmények;
 - UAV repülés;
 - UAV szerkezet;
 - UAV tervezés és szerelés;
 - UAV hajtómű;
 - Műszerek;
 - Üzemeltetési korlátozások, és információk;
 - Adatátviteli rendszerek, és eszközök;
 - UAV földi állomás.

Áttanulmányozva a katonai szabványt, könnyű belátni, hogy a szabvány közepes-, nehéz-, és extra nehéz UAV-t magába foglaló UAS rendszerekre vonatkozik. Tekintettel arra, hogy az UAV-k miniatürizálása, méret- és tömegcsökkentése folyamatos, és a közeljövőben egyre nagyobb számban jelennek meg az új fejlesztésű mikro-, vagy kisméretű UAV-k, amelyekre általános jelleggel alkalmazni a NATO STANAG 4671 katonai szabványt nem lehetséges.

13.6 KÖVETKEZTETÉSEK

A pilóta nélküli légijárműek típus-, és légialkalmassági tanúsításának módszertana folyamatai, és eljárásrendje az egyes gyártó országokban messzemenően eltérő. Számos ország előre haladott, eredményei biztatóak, hogy az UAV/UAS rendszerek minden korlátozás nélkül integrálhatóak legyenek a légterbe, speciális elkülönítés (szegregált zárt légtér kialakítása) nélkül. Az





Európai Bizottság maga is nagy gazdasági potenciált lát e területen, és igyekszik a tagországokat meggyőzni olyan szabályok kialakításáról, amelyek a megfelelő szintű repülésbiztonság biztosítása mellett, szándékosan nem gördítenek mesterséges akadályokat e technológiák elterjedése ellen.

Természetesen a szabályozásban is nagyon nagy különbségek mutatkoznak az egyes országok között. Az UAV/UAS rendszerek sokszínűek, azok tervezése és gyártása során a legújabb technológiák is használatosak, mint például a 3D-s nyomtatás.

Ahogy ez korábban is megtörtént már a repülésben, az új technológiák utat törnek maguknak, és az UAV tervezések, fejlesztések, és gyártások is új megközelítést követelnek meg a rendszerben tevékenykedőktől.

A pilóta nélküli légi járművek, és légi jármű rendszerek tervezésének, földi- és légi üzemeltetésének kulcskérdése a repülésbiztonság, és a biztonság általában. Pilóta nélküli légi járművek fedélzeti rendszerei redundanciájának kérdéseit [13.15, 13.16] irodalmak vizsgálják, és adnak válaszokat a felmerülő biztonsági kihívásokra. UAV megbízhatóságának vizsgálatával [13.17, 13.23, 13.42] foglalkozik. Az UAV sárkányszerkezeti kialakításokat [13.21, 13.43, 13.45] mutatja be, míg a jövőbeni lehetséges megoldásokat [13.22, 13.44] foglalja össze.

13.7. ELLENŐRZŐ KÉRDÉSEK

-  Ismertesse az Amerikai Egyesült Államok UAV szabályozási gyakorlatát!
-  Ismertesse az ausztrál UAV szabályozási gyakorlatát!
-  Ismertesse az európai UAV szabályozások fontosabb eredményeit!
-  Mutassa be MIL-HDBK-516A kézikönyv fontosabb részeit!

13.8 OPUS CITATUM

[13.1] *MIL-H-8501A Helicopter Flying and Ground Qualities*. General Requirements, Washington D. C., DoD, 1961.

[13.2] *MIL-F-83300 Flying Qualities of Piloted VSTOL Aircraft*, Washington D. C., DoD, 1970.

[13.3] Model Aircraft Operating Standards. Advisory Circular AC 91-54. USA Department of Transportation, Federal Aviation Administration, 1981.

- [13.4] Асланян, А. Э. *Системы автоматического управления полётом летательных аппаратов*, Часть I, Киевское Высшее Военное Авиационное Инженерное Училище, Киев, 1984.
- [13.5] Красовский, А. А. – Вавилов, Ю. А. – Сучков, А. И. *Системы автоматического управления летательных аппаратов*, Издание ВВИА им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва, 1986.
- [13.6] *MIL-F-9490D, Notice 1, Flight Control Systems – Design, Installation, and Test of Piloted Aircraft, General Specification, 1992.*
- [13.7] *MIL-C-18244A, Amendment 1, Control and Stabilization System: Automatic, Piloted Aircraft, General Specification, 1993.*
- [13.8] *MIL-F-8785C, Flying Qualities of Piloted Airplanes, Notice 2, 1996.*
- [13.9] *MIL-HDBK-1797A Flying Qualities of Piloted Aircraft*. U. S. Department of Defense Handbook, 1997.
- [13.10] Az állami légijárművek nyilvántartásáról, gyártásáról és javításáról, valamint a típus- és légialkalmasságáról szóló 21/1998. (XII. 21.) HM rendelet.
- [13.11] *MIL-STD-1797A, Notice 3, Flying Qualities of Piloted Aircraft*. Department of Defense, Interface Standard, 2004.
- [13.12] *MIL HDBK-516A Airworthiness Certification Criteria*, Department of Defense Handbook, 2004.
- [13.13] 47/2008. (HK 10.) HM VTI SZÁT közlemény NATO egységesítési egyezmények elfogadásáról, Honvédelmi Közlöny, CXXV. évf., 10. szám, 2008. június 24.
- [13.14] *NATO STANAG 4671 – Unmanned Aerial Vehicles Systems Airworthiness Requirements (USAR)*, NSA/0976(2009)-JAIS/4671, 2009. (online) url: <http://everyspec.com/> (Letöltés: 2015. 11. 20.)
- [13.15] Békési Bertold: *Redundancy on Board of UAVs – Energy Systems*. Proceedings of the 16th International Conference Transport Means 2012, Kaunas, Lithuania, pp. 158-161, ISBN: ISSN 1822-296 X.
- [13.16] Békési Bertold, Wühl Tibor: *Redundancy for micro UAVs – control and energy system redundancy*. Proceedings of the International Conference Deterioration, Dependability, Diagnostics 2012, Brno, Czech Republic, pp. 123-130, ISBN: 978-80-7231-886-5.
- [13.17] Békési Bertold, Novák Mátyás, Kárpáti Attila, Zsigmond Gyula: *Investigation of the Reliability of UAVs*. Proceedings of the 16th International Conference Transport Means 2012. Kaunas, Lithuania, pp. 101-103, ISBN: ISSN 1822-296X.

- [13.18] Szabolcsi Róbert: *TUAV automatikus repülésszabályozó rendszer típus- és légialkalmassági tanúsítása*, Hadmérnök, ISSN: 1788-1919, VIII: (4), pp. 26-32. (2013)
- [13.19] Szabolcsi Róbert: *Pilóta nélküli légi jármű rendszerek légialkalmassági jellemzői, és a légialkalmassági tanúsítás követelményei*. Szolnoki Tudományos Közlemények, XII. évf., 1. szám, ISSN 1419-256X (2060-3002), pp (64-75), 2013.
- [13.20] Szabolcsi Róbert: *UAV és UAS rendszerek légialkalmassági tanúsítása: barát vagy ellenség?!* Elektronikus műszaki füzetek XIII, ISBN 978-963-7064-30-2, pp (1-10), MTA Debreceni Akadémiai Bizottság, 2013.
- [13.21] Békési Bertold: *Pilóta nélküli légi jármű típusok sárkányszerkezesi megoldásai*. Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban 2013 tudományos konferencia kiadványa. Elektronikus műszaki füzetek XIII, pp. 122-132, ISBN:978-963-7064-30-2.
- [13.22] Békési Bertold, Papp István: *UAV Future Development*. Proceedings of the International Conference Deterioration, Dependability, Diagnostics 2013, Brno, Czech Republic, pp. 63-76, ISBN:978-80-7231-939-8.
- [13.23] Békési Bertold, Novák Mátyás, Kárpáti Attila, Zsigmond Gyula: *Egyszerűsített UAV irányító rendszer megbízhatósági vizsgálata*, Repüléstudományi Közlemények 2013/2: pp. 224-231. (2013).
- [13.24] <http://www.uavm.com/uavregulatory.html/> (Letöltés: 2013. 09. 20.)
- [13.25] <http://www.faa.gov/> (Letöltés: 2013. 09. 20.)
- [13.26] <http://www.ecfr.gov/> (Letöltés: 2013. 09. 20.)
- [13.27] Memorandum AFS-400 UAS Policy 05-01: Unmanned Aircraft Systems Operations in the U.S. National Airspace System – Interim Operational Approval Guidance (Letöltés: www.faa.gov , 2013. 09. 20.).
- [13.28] <http://www.casa.gov.au/> (Letöltés: 2013. 09.20.)
- [13.29] <http://www.easa.europa.eu/> (Letöltés: 2013. 09. 20.)
- [13.30] Róbert Szabolcsi: *A New Concept of the Basic Terms and Definitions for Measuring the UAV and UAS Systems Compliance with Airworthiness Criteria*, Bolyai Szemle, ISSN: 1416-1443, XXIII:(1), pp. 5-18. (2014)
- [13.31] Róbert Szabolcsi: *A New Concept of the Unmanned Aerial Vehicles Flying and Handling Qualities*, Bolyai Szemle, ISSN: 1416-1443, XXIII:(1.), pp. 19-26. (2014)

- [13.32] Róbert Szabolcsi: *UAV Longitudinal Motion Flying Qualities Applied in Airworthiness Certification Procedure*, Land Forces Academy Review, ISSN: 2247-840X, eISSN: 1582-6384, 74:(2), pp. 208-216. (2014)
- [13.33] Róbert Szabolcsi: *Lateral/Directional Flying Qualities Applied in UAV Airworthiness Certification Process*, Land Forces Academy Review, ISSN: 2247-840X, eISSN: 1582-6384, 3/2014: (75), pp. 336-346. (2014)
- [13.34] Róbert Szabolcsi: *A New Approach of Certification of the Airworthiness of the UAV Automatic Flight Control System*, Land Forces Academy Review, ISSN: 2247-840X, eISSN: 1582-6384, 4/2014: (76), pp. 423-431. (2014)
- [13.35] Szabolcsi Róbert: *UAV automatikus repülésszabályozó rendszer típus- és légialkalmassági tanúsításának megfelelési kritériumai - oldalirányú mozgás*, Bolyai Szemle, ISSN: 1416-1443, XXIII: (2) pp. 85-97. (2014)
- [13.36] Szabolcsi Róbert: *UAV automatikus repülésszabályozó rendszer típus- és légialkalmassági tanúsításának megfelelési kritériumai - hosszirányú mozgás*, Hadmérnök, ISSN: 1788-1919, 9: (2), pp. 149-157. (2014)
- [13.37] Szabolcsi Róbert: *Pilóta nélküli légi járművek automatikus repülésszabályozó rendszerei típus- és légialkalmassági tanúsításának megfelelési kritériumai*, Hadtudomány, eISSN: 1588-0605) 24: (1), pp. 90-104. (2014)
- [13.38] Új korszak a légi közlekedésben – A légiközlekedési piac megnyitása a távirányított légi jármű-rendszerek biztonságos és fenntartható polgári felhasználása előtt.
[http://ec.europa.eu/transport/modes/air/doc/com\(2014\)207_hu.pdf](http://ec.europa.eu/transport/modes/air/doc/com(2014)207_hu.pdf). (Letöltés: 2015. 11. 20.)
- [13.39] Operation and Certification of Small Unmanned Aircraft Systems, US DoT FAA, Docket No.: FAA-2015-0150; Notice No. 15-01, (online) url: http://www.faa.gov/news/press_releases/news (Letöltés: 2015. 11. 20.)
- [13.40]
https://www.easa.europa.eu/system/files/dfu/204696_EASA_concept_drone_brochure_web.pdf (Letöltés: 2016. 02. 01.)
- [13.41] <http://www.faa.gov/uas/registration/> (Letöltés: 2016. 02. 01.)
- [13.42] Békési Bertold, Papp István: *Pilóta nélküli légi járművek megbízhatósága. Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi Régióban 2014*. Debrecen, Elektronikus Műszaki Füzetek 14., 2014. pp. 223-230. (ISBN: 978-963-508-752-5)

- [13.43] Békési Bertold, Békési László: Merevszárnyú pilóta nélküli légitjárművek (UAV-k). Szolnoki Tudományos Közlemények XVII. 2013. pp. 7-34. (ISSN: 1419-256X) (eISSN: 2060-3002)
- [13.44] Békési Bertold: Az UAV-k jövőbeni fejlesztési irányai. XII. Természet-, Műszaki és Gazdaságtudományok Alkalmazása Nemzetközi Konferencia, Szombathely, 2013. pp. 101-113. (ISBN: 963 9290 69 6)
- [13.45] Békési Bertold: UAV-k sárkányszerkezeti megoldásai. Szolnoki Tudományos Közlemények XV. 2011, pp. 1-11. (ISSN: 1419-256X) (eISSN: 2060-3002).

XIV. FEJEZET

PILÓTA NÉLKÜLI LÉGIJÁRMŰVEK ÉS LÉGIJÁRMŰ RENDSZEREK JELENE ÉS JÖVŐJE – KIHÍVÁSOK ÉS LEHETSÉGES VÁLASZOK

It is apparent to me that the possibilities of the aeroplane, which two or three years ago was thought to hold the solution to the [flying machine] problem, have been exhausted, and that we must turn elsewhere.

Thomas Edison, quoted in the 'New York World,' 17 November 1895.

14.1. BEVEZETÉS

A fejezet célja röviden jellemezni az egyes kérdésköröket, amelyek alapvetően befolyásolják az UAVk egyre szélesebb körű lehetséges alkalmazásait, valamint rövid kitekintést adni a várható UAV fejlesztési irányokról. Számos érzékeny pontot azonosítottak az UAV/UAS fejlesztés, és UAV/UAS alkalmazások területén. Egyik ilyen terület a szabályozás kérdése, ami magába foglalja a tervezés-, fejlesztés-, gyártás-, képzés-, üzemeltetés, szervíz-, karbantartás-, és javítás fontosabb elemeit is.

A szabályozások területén a katonai UAV-alkalmazások már közel egy évtizede rendezett mederben történnek. A polgári alkalmazások területén számos kérdéskör vár még megoldásra. Sikerrel kecsegtet az FAA, a CASA, illetve az EASA kezdeményezése az UAV-szabályozások területén. A másik érzékeny, és részben szabályozatlan kérdéskör a légtérhasználathoz kapcsolódik. Az egyre több ország által elfogadott rugalmas légtérhasználat részben segíti az UAV repülések végrehajtását, míg a „No UAV Zone” kialakításával zárt légtereket hoznak létre, ahol UAV nem repülhet. Ilyen légterek lehetnek sűrűn lakott települések, (atom)erőművek, gyárak, üzemek, kritikus infrastruktúra elemek.

Bár egyelőre nem szerepel a kiemelt kérdések között a képzés, de a szaporodó UAV repülések feltételezik, hogy a megnövekedő létszámú kezelőszemélyzet (operátor, megfigyelő, műszaki üzemeltető-karbantartó) megfelelő szintű, és megfelelő minőségű képzést kap, és meghatározott időszakonként

az engedélyét meghosszabbítja, esetleg kiterjeszti, úgy az elmélet-, mint a gyakorlati képzések területén.

14.2. UAV LÉGTÉRHASZNÁLATI KÉRDÉSEK

A légi járművek repülésének egyik fontos alapvetése, hogy úgy a nemzeti-, mint a nemzetközi légtér használata szabályozott legyen. Hazai viszonylatban „A légi közlekedésről szóló 1995. évi XCVII. Törvény” aktuális változata részletesen szabályoz számos olyan kérdéskört, ami a pilóta nélküli légi járművek, és légi jármű rendszerekhez kapcsolódik [14.9]:

1. Hatósági jogkörök definiálása az UAVkal kapcsolatos eljárások lefolytatása során;
2. Légi járművek, többek között az UAVk lajstromozásának kérdésköre;
3. UAVk üzemben tartási engedélyeztetésének kérdésköre;
4. Fogalommeghatározások az alábbi területeken:
 - a. Pilóta nélküli légi jármű (UAV);
 - b. Pilóta nélküli légi jármű rendszer (UAS);
 - c. Repülőmodell.

Hasonlóképpen a nemzetközi megközelítéshez, a repülőmodell csak hobbi, vagy szabadidős tevékenység keretében repülhető, és a modell fedélzetén nincs adat rögzítésre, adatátvitelre, vagy helymeghatározásra alkalmas eszköz. Másképpen fogalmazva, akár egy navigációs célú fedélzeti GPS-vevő beépítése is UAV kategóriába sorolja át a repülőmodellt.

A légi közlekedésről szóló törvény alapján megalkotott 4/1998. (I. 16.) Kormányrendelet részletesen foglalkozik a magyar légtér igénybevétele, és a légtér felügyeletének kérdéseivel, valamint az egységes európai égbolt létrehozásával kapcsolatos feladatokkal [14.10].

A légi közlekedésről szóló törvény alapján megalkotott 26/2007. (III. 1.) GKM-HM-KvVM együttes rendelet meghatározza a magyar nemzeti légtér osztályozását, és definiálja annak szerkezetét [14.11]. Eme jogforrás az alábbi légtértípusokat különbözteti meg:

1. Légitforgalmi légtér;
 - a. Ellenőrzött légtér (CTR, TMA, CTA, RCA);
 - b. Nem ellenőrzött légtér;
2. Időszakosan korlátozott légtér (TRA);
3. Korlátozott légtér;

4. Veszélyes légtér;
5. Tiltott légtér;
6. Drop Zone légtér;
7. Mürepülő légtér.

E fejezetben ismertetett jogforrások alapvetően „légijármű”-ben gondolkodnak, és nem tesznek különbséget közöttük azok irányítottága (hagyományos légijármű vagy pilóta nélküli légijármű) szerint.

A pilóta nélküli légijárművek fejlődésének – számos repülési szakember egybehangzó véleménye szerint is – egyik korlátja a szabályozottság részleges, vagy adott esetben teljes hiánya. Az UAV/UAS fejlesztés-, és gyártás területén élenjáró országok messze előre mutató normákat alkottak már. A felhalmozott tudást az alábbi területeken lehet majd használni:

1. UAV tervező-, fejlesztő-, és gyártó szervezetek tanúsítása;
2. Képző szervezetek tanúsítása;
3. UAV/UAS típus-, és légialkalmassági tanúsítások;
4. Légtérhasználati kérdések;
5. Repülésbiztonsági kérdések;
6. UAVk állami célú alkalmazása;
7. UAVk katonai célú alkalmazása;
8. UAVk nem állami célú alkalmazása.

A hazai jogalkotó ezeken a területeken felhalmozott tudásra és tapasztalatra méltán támaszkodhat. Az alapvető és eldöntendő kérdés, hogy milyen mértékben támaszkodik erre a tudásra és tapasztalatra, és milyen mértékű és mélységű a hazai (nemzeti) jogalkotás [14.12].

A pilóta nélküli légijárművek légtérhasználati kérdései, a repülésbiztonság alapvető kérdései kiemelt kutatási területet képeznek a szolnoki Katonai Repülő Intézetnél. Az elmúlt években számos tudományos publikáció látott napvilágot a Palik Mátyás vezette kutatócsapat gondozásában, mely eredmények közül az alábbiak a legfontosabbak [14.13, 14.14, 14.15, 14.16]:

1. az UAV-k lehetőségei kiszélesedtek, egyre szélesebb területeken kívánják ezeket az eszközöket alkalmazni. Nyilvánvalóvá vált, hogy a meglévő légiközlekedési rendszerben változásokat kell foganatosítani. A rohamos technológiai fejlődéssel együtt jár, hogy a felhasználók és a rendszerek légiközlekedési szabályozásában résztvevők egyre több és több megoldatlan, szabályozási problémával találják szembe magukat.

A szabályozói környezet kidolgozásának aktualitását elsősorban az indokolja, hogy úgy a hazai, mint a nemzetközi előírások hiányosak, nincs meg a jogszabályi kerete a légi robotok hazai alkalmazásának. Mindezek miatt elengedhetetlenül fontos, hogy az alkalmazásukkal kapcsolatos légiközlekedés-biztonsági kérdések tisztázásra kerüljenek [14.13].

2. A légiközlekedésről szóló 1995. évi XCVII. törvény meghatározása alapján egyértelmű, hogy az UAV egy légi jármű, mely akár légtérben akár földi mozgása közben a légi közlekedés eleme, miáltal hatást gyakorol a légi közlekedésbiztonságra. Az UAV a légi közlekedésben résztvevők számára a legnagyobb veszélyt akkor jelenti, amikor a repülését közös légtérben, vagyis olyan körülmények között hajtja végre, amikor (akár civil, akár katonai) pilóta által vezetett hagyományos légijárművekkel egyazon légtérben tevékenykedik. Amíg a katonai repülések során elsődleges cél a feladat sikeres végrehajtása és csak azt követi a repülésbiztonság, addig a békeidőben történő repüléseknél e két szempont értelemszerűen felcserélődik. E probléma nem egykönnyen kezelhető, mivel jelenleg hazánkban nincsenek meg a megfelelő jogi garanciák, sem a technikai feltételeknek az ilyen jellegű feladatok végrehajtásának [14.14].
3. A pilóta nélküli légijárművek alkalmazása mellett szól az az érv, hogy számos szerepkörben alacsonyabb üzemanyag-fogyasztásuk és hosszantartó, ismételt repülésekre való jobb alkalmazhatóságuk miatt hatékonyabbak, mint a hagyományos repülőgépek. Az egységesített előírásoknak megfelelően repülő pilóta nélküli légijárműveknek a hatékony légtérfelhasználásra gyakorolt összehatása pozitív. A cél, hogy a pilóta nélküli légijárműveket a magyar légtérbe integráljuk, nem pedig az, hogy a légtérhez hozzáillesszük. Az integrációhoz szükséges feltétel azon minimum teljesítményszintek és szükséges funkcionális képességek megállapítása, amelyekkel a pilóta nélküli légijárműveknek kell rendelkezniük ahhoz, hogy rendszeresen használhassák a magyar légteret. Mindez jelentősen csökkenti a pilóta nélküli légijárművek üzemeltetéséhez szükséges külön engedélyek iránti igényt. Az UAV-k repülései tehát számos kulcsfontosságú területen új szabályozók megalkotását teszik szükségessé, például az üzemeltető feladatának meghatározását a repülőeszköz más forgalomtól való elkülönítésében, ezért azok alkalmazásához szükséges jogszabályi alap megteremtése érdekében törvényi felhatalmazás szükséges a pilóta nélküli légijárművek üzemelte-

tési szabályainak miniszteri rendeletben történő meghatározásához [14.15].

4. A repülőtérről történő üzemelés előnyeként említhető, hogy ott rendelkezésre állnak a repülések tervezéséhez és végrehajtásához igénybe vehető meteorológiai, légi forgalmi tájékoztató- és egyéb más szolgáltatások. A repülőterek például biztosítják a légi járművek kiszolgálásához, a repüléshez történő felkészítéséhez szükséges kiépített infrastruktúrát, az akadálymentes gurulótutakat, a kiépített fel- és leszállópályákat, a navigációs, a híradó és a távközlési berendezéseket, valamint nem utolsósorban a tűzoltó- és mentőszolgálatokat is. Ezek mind a repülőtér biztonságos igénybevételét szolgálják, így az UAV-kkal végrehajtott repülések sikeréhez is hozzájárulnak [14.16].

Könnyű belátni, hogy az eddig meg nem oldott szakmai feladatok tömegesen tornyosulnak előttünk, de egy ilyen fiatal technológia esetében, mint az UAV, ez érthető is, hiszen a repülés a jelenlegi állapotát tekintve százéves nagyságrendű időtávon érte el eddigi eredményeit.

14.3. UAV ÉS UAS TÍPUS– ÉS LÉGIALKALMASSÁGI TANÚSÍTÁS

Az UAVk típus- és légialkalmassági tanúsítása nagyon fontos, hiszen ezeken az eljárásokon keresztül győződnek meg az UAVk képességeiről, megbízhatóságáról, és a repülésbiztonság fontosabb elemeiről. Fontos kiemelni, hogy úgy a polgári-, mint a katonai UAV-repülésben már megszülettek az első szabályozások [14.1, 14.2]. Nemzetközi szabálynak NATO STANAG 4671 tekinthető, mert az azt ratifikáló országok elfogadva azt, bevezették a hazai jogrendjükbe [14.1], míg nemzeti szabálynak tekinthető az USA DoT FAA által kiadott szabályozás [14.2].

A nemzetközi szabályozások számos esetben javasolják a nemzeti normák kialakítását főleg olyan UAV-kategóriában, ami előre vetíti, hogy az adott UAV típus csak nemzeti légtérben fog repülni. A nemzetközi UAV-piacon alig mérhető súllyal bíró országok is elkezdtek már a nemzeti szabályaik kialakítását [14.17].

A közeljövőben, várhatóan az EASA is kiadja az európai légtérre vonatkozó szabályait, ami nagyban segíti majd az EU nemzetállamait is a saját nemzeti szabályaik kialakításában.

14.4. UAV OPERÁTOROK KÉPZÉSE, ÉS TANÚSÍTÁSA

A pilóta nélküli légjárművek irányítását közvetlenül végző szakszemélyzet elnevezésére számos kifejezés vert gyökeret az elmúlt évtizedekben. Gyakori a *kezelő*, az *operátor* kifejezés használata, de sokszor megjelenik a *pilóta* szó is a szakszemélyzet elnevezésére. A [14.2] forrás úgy fogalmaz, hogy az „UAV pilóta” kifejezés helyett célszerű az „UAV operátor” kifejezés használata, ezzel együtt az operátorok felelőssége a repülésbiztonságért olyan, mint a hagyományos légijármű pilótáké.

Mivel az UAVk katonai alkalmazása jóval korábban kezdődött, mint a polgári célú, ezért már korán megjelentek azok a kérdések és dilemmák, amelyek az UAVk légtérhasználatával, irányításával, és egyéb kérdésköreivel függ össze. Főleg a HALE UAV megjelenésével kell azzal számolni, hogy nem elkülönített légtérben hagyományos légijárművek és UAVk egyidőben is megjelenhetnek. Ily módon a katonai repülés rá volt kényszerítve a „File and Fly” (Szabályozz és repülj) elv alkalmazására.

Már 2006-ban megszületik az első NATO STANAG szabvány, amely a elkezd lefektetni a szabályozási elveket [14.6]. A következő említésre méltó katonai szabvány a [14.8] forrás, amely az összhaderőnemi UAV repüléseket végrehajtó kezelő személyzet (operátor) képzésének minimum feltételeit határozza meg. A STANAG 4670 szabvány új formában, új tartalommal újra gondolásra került, és már mint ATP (Allied Tactical Publication) jelenik meg [14.7].

A szabályozási kérdések egyik fontos területe a jogszabályalkotás. Nagyon fontos elkerülni a belterjes szabályozást, amikor például a katonai hierarchiában alá-fölé rendeltségi viszonyban lévő szervezetek és személyek alkotnak normát, majd azok betartását is ők maguk ellenőrzik.

A [14.6, 14.7, 14.8] források is az operátorok képzésének szakmai minimumairól szólnak, meghatározzák a képesség-alapú elméleti- és gyakorlati képzések fontosabb területeit.

14.5. FLIGHTPATH 2050 EUROPE’S VISION FOR AVIATION

Az Európai Unió számos szakember bevonásával stratégiai dokumentumot készített a repülés elkövetkező évtizedeiről. A dokumentum fő víziója: az európai

repülőipar vezető helyet foglal el a világban a fenntartható gyártás és szolgáltatások területén. Az EU stratégiai célja: a repülés az EU polgárait szolgálja azáltal, hogy közelebb hozza egymáshoz az embereket, árut szállít biztonságos módon, költséghatékony szállítási láncokban olyan hozzáadott értékeivel, mint a távolságtól független sebesség és a megbízhatóság, a környezetre gyakorolt negatív hatások nélkül [14.3].

A stratégiai dokumentum – egyéb más fontos területek mellett – alapvető fontosságú fejezete a kutatás-, fejlesztés-, és az oktatás kérdéseit vizsgálja. Megállapítja, hogy az EU kiváló kutatási infrastruktúrával rendelkezik, melyet sokszor klaszter rendszerben működtetnek a tulajdonosok. Az együttműködésben fontos szerepet szánnak az „ipar – egyetem – akadémia/nemzeti kutatóhelyek” tudásháromszögnek. Az európai diákok a repülés területén kiemelkedően jól teljesítenek, kutatómunkájukban további támogatást kell kapjanak, különösképpen a mobilitási programok keretében [14.3].

A stratégiai célok megvalósításához elengedhetetlenül szükségesek az alábbiak [14.3]:

1. startégiiai célok összehangolt megfogalmazása az EU-ban;
2. a repülésben szerepet játszó szervezetek (ipar – egyetem – akadémia/nemzeti kutatóhelyek) klaszteresedése;
3. európai kutató-, fejlesztő-, innovációs szervezetek azonosítása, fenntartása és folyamatos fejlesztése;
4. a felsőoktatásban résztvevő hallgatók számára az egyetemek a kurzusokon versenyképes, naprakész tudást kell adjanak, amelyek megfelelnek a repülőipar szakmai-minőségi elvárásainak. A hallgatók számára az élet-hosszig tartó tanulás alapvető norma kell legyen.

A fenti rövid kivonat csak egy szűk szegmenst helyez előtérbe, és ez a terület a K+F+I szegmens, amely nélkül a következő évtizedek társadalmi-, gazdasági-, klíma-, és egyéb kihívásait az emberiség nem tudja sikerrel megválaszolni.

14.6. U.S. DoD UNMANNED SYSTEMS ROADMAP 2007-2032

Az Amerikai Egyesült Államok legfelsőbb katonai vezetői (Összhaderőnemi Fegyveres Erők Vezérkari Főnökeinek Parancsnoka, Szárazföldi Erők Vezérkari Főnöke, Haditengerészeti Műveletek Vezérkari Főnöke, Légierő Vezérkari Főnöke, Haditengerészet Vezérkari Főnöke, Védelmi Fejlett Kutatások Ügynökség

Igazgatója) 2007-ben 25 évre szóló kutatási programot állítottak össze, amely célirányosan a vezető nélküli automatizált rendszerek fejlesztését tűzte ki célul.

A startégiai dokumentum az alábbi vezető nélküli rendszereket különbözteti meg [14.4]:

1. pilóta nélküli légijármű rendszerek (Unmanned Aircraft System, UAS);
2. vezető nélküli földfelszíni jármű (Unmanned Ground Vehicle, UGV);
3. vezető nélküli haditengerészeti rendszer (Unmanned Maritime System, UMS);
4. vezető nélküli vízfelszín alatti jármű (Unmanned Undersea Vehicle UUV);
5. vezető nélküli vízfelszíni jármű (Unmanned Surface Vehicle, USV).

A pilóta nélküli légijárművek és légijármű rendszerek alábbi kérdésköreit taglalja a hivatkozott dokumentum [14.4]:

1. érvényesülnie kell a „File and Fly”/”Szabályozz és Repülj” elvnek, amely biztosítja, hogy az UAV legalább olyan, vagy jobb repülésbiztonsági jellemzőkkel bír, mint a hagyományos légijármű;
2. a hagyományos légijárművekre vonatkozó szabályokat (pl. Title 14 CFR) alkalmazni, adoptálni kell az új légijárművekre, vagyis az UAVkra is;
3. el kell kerülni a túlzott szabályozást is, ami ahhoz vezethet, hogy a katonai szervezetek *belterjes* módon, saját maguk alkossanak jogot és maguk hajtsák végre akár az UAV/UAS típus-, és légialkalmassági tanúsítását, akár a kezelő személyzet tanúsítását;
4. A túlszabályozások elkerülése érdekében a már meglévő és működő szabályokat, szabályrendszereket (CFR, FAA) át kell venni;
5. minden lehetséges módon el kell kerülni a *lex*-ek megalkotását. Fő cél az átlátható UAV műveletek végrehajtása a nemzeti légtérben, ami nem teszi lehetővé egyedi szabályok megalkotását;
6. megbízhatóság kérdései;
7. légiforgalmi irányítási kérdések – nemzeti légtér (USA) felosztása;
8. UAS kategóriák definiálása;
9. légialkalmassági tanúsítás kérdései;
10. kezelő személyzet tanúsításának kérdései;
11. „Sense&Avoid” (összeütközés elkerülése) problémák, és megoldások;
12. C3 (Command, Control and Communication) képességek;
13. autonómia-kérdések;
14. UAS képességek az irányítás elvesztése (C2: Command and Control) esetén;

15. JIPT (Joint Integrated Product Team) létrehozása;
16. UAS nemzeti légtérbe integrálásának időterve.

A 25 évre meghirdetett program részleteiben foglalkozik a pilóta nélküli légijárművek és légijármű rendszerek K+F+I elveivel is, és a fő célok, a harctéri parancsnokok támogatása, és az erők védelme érdekében számos fejlesztési irányt és javaslatot is megfogalmaz [14.4].

Az USA Védelmi Minisztériuma (USA DoD) 2013-ban új fejlesztési tervet fogadott el, amely 2013-tól kezdődően újabb 25 évre meghatározza a kezelő nélküli rendszerek fejlesztését [14.5].

14.7. ÖSSZEGZÉS, KÖVETKEZTETÉSEK

A pilóta nélküli légijárművek és légijármű rendszerek korábban nem látott módon és sebességgel fejlődnek: az UAVk diverzitása nem ismer határokat, extrém aerodinamikai elrendezések látnak napvilágot, és sokszor sokkolják a szakmai közvéleményt.

Számos területen szükséges paradigmaváltás: egy inverz tervezéssel, 3D-s, gyors prototípus nyomtatással előállított UAV, ami megbízhatóan repül, és eleget tesz az előírásoknak, minek tudható be?!

A repülési alkalmassága csak és kizárólag azért nem tanúsítható, mert nemhagyományos módon *tervezték*, és *építették*?! Számos új módszer, technológia, eljárás vár még elfogadásra és befogadásra a repülőszakemberek által, amelyek remélhetőleg gyorsítani fogják majd az UAVk elterjedését, ezzel ez a kulcsterület is húzóágazattá válhat az egyes nemzetgazdaságokban.

Nagyon fontos kérdést vet fel a *hálózatosodás*, *klaszteresedés* kérdésköre. Az EU is abban gondolkodik, hogy a repülés-, és az űrhajózás, mint nagyon összetett, sokirányú tudást megkövetelő területek, nem nélkülözhetik az ipar-, a felsőoktatás, és a nemzeti akadémiai kutatóhelyek együttműködését, adott területeken bizonyos szintű együttműködést.

Elmondhatjuk, hogy az UAVk elterjedése előtt számos kérdéskör jelenleg is megoldatlan és tisztázatlan, illetve folyamatosan kerülnek felszínre az újabb és újabb kihívások, megoldandó feladatok, melyek újabb kihívások elé állítják a szakembereket, akik válaszolnak ezen kihívásokra, és azokra folyamatosan választ adnak.

14.8 OPUS CITATUM

- [14.1] *NATO STANAG 4671 – Unmanned Aerial Vehicles Systems Airworthiness Requirements (USAR)*, NSA/0976(2009)-JAIS/4671, 2009. (online) url: <http://everyspec.com/> (Letöltés: 2015. 11. 20.)
- [14.2] Operation and Certification of Small Unmanned Aircraft Systems, US DoT FAA, Docket No.: FAA-2015-0150; Notice No. 15-01, (online) url: http://www.faa.gov/news/press_releases/news (Letöltés: 2015. 11. 20.)
- [14.3] Flightpath 2050 – Europe’s Vision for Aviation. Report of the High Level Group on Aviation Reserch. European Commission, Directorate-General for Research and Innovation, Directorate General for Mobility and Transport. ISBN 978-92-79-19724-6, doi 10.2777/50266. European Union, 2011 (<http://ec.europa.eu/transport/modes/air/doc/flightpath2050.pdf>).
- [14.4] Unmanned Systems Roadmap 2007-2032. Office of the Secretary of the Defense. Memorandum for Secretaries of the Military Departments. DoD, USA, 2007. (http://www.globalsecurity.org/intell/library/reports/2007/dod-unmanned-systems-roadmap_2007-2032.pdf)
- [14.5] Unmanned Syystems Integrated Roadmap FY2013-2038. <http://archive.defense.gov/pubs/DOD-USRM-2013.pdf>
- [14.6] NATO Naval Armaments Group – Joint Capability Group on Unmanned Aerial Vehicles (JCGUAV). Ratification of Draft STANAG 4670 on Recommended Guidane for the Training of Designated Unmanned Aerial Vehile Operator (DUO). PFP(NNAG-JCGUAV)D(2006)0004, 2006.
- [14.7] NATO Standard – ATP-3.3.7. Guidance for the Training of Unmanned Aircraft Systems (UAS) Operators, Edition B Version 1, April 2014. http://5ton.pl/wp-content/uploads/2015/02/ucavs-operators-training_stanag_4670_ed-3_2014.pdf
- [14.8] Joint Unmanned Aircraft Systems Minimum Training Standards. Joint Chiefs of Staff, Washington D.C., 20318, CJCSI 2009, CH1 2011. Updated 2012.
- [14.9] 1995. évi XCVII. Törvény a légiközlekedésről.
- [14.10] 4/1998. (I. 16.) Kormányrendelet A magyar légtér igénybevételéről.
- [14.11] 26/2007. (III. 1.) GKM-HM-KvVM együttes rendelet a magyar légtér légiközlekedés céljára történő kijelöléséről.

- [14.12] Szabolcsi, R. *UAV típusalkalmassági tanúsításának hazai és nemzetközi tapasztalatai*. Repüléstudományi Közlemények, ISSN 1417-0604, e-ISSN 1789-770X, 3/2015, pp. 97-103., 2015.
- [14.13] Palik M.: *A pilóta nélküli légijárművek hazai szabályozói környezete fejlesztésére irányuló K+F projekt bemutatása*. Repüléstudományi Közlemények, ISSN: 1417-0604, e-ISSN: 1789-770X. 25: (2) pp. 483-489. (2012)
- [14.14] Palik M.: *Pilóta nélküli repülés – légi közlekedésbiztonság*. Repüléstudományi Közlemények ISSN: 1417-0604, e-ISSN: 1789-770X. 20:(1) Paper online. 9 p. (2008)
- [14.15] Békési B. (et al.), Palik M (szerk.): *Pilóta nélküli repülés profiknak és amatőröknek*. Budapest: Nemzeti Közsolgálati Egyetem, 2013. 320 p. (ISBN:9789630869232)
- [14.16] Vas T.– Palik M. – Nagy G.: *Pilóta nélküli légi járművek repülőtekről történő alkalmazása*. Honvédségi Szemle. ISSN 2060-1506. 2016:(1) pp. 73-82. (2016).
- [14.17] Austin, R.: *Unmanned Aircraft Systems – UAVS Design, Development and Deployment*. John Wiley & Sons, Ltd., 2010.

XV. FEJEZET

BEFEJEZÉS

The aeroplane will never fly.

Lord Haldane, Minister of War, Britain, 1907 (yes, 1907).

A pilóta nélküli légi járművek és légi jármű rendszerek a repülésben olyan új területet nyitottak, ami teljesen újszerű gondolkodást igényel. A hagyományos, keretekben történő, sablonos gondolkodás sokszor gátja lehet a fejlődésnek. Tekintettel a rohamtempóban fejlődő globális világ globális kihívásaira, az új kereslet kialakulására a gazdaságban, az UAV-technológiák számos területen megkerülhetetlenek már ma is.

A teljességre törekedve, néhány fontosabb terület, ahol az UAV/UAS rendszerek alkalmazása már ma is sikerrel kecsegtet:

- klímakutatás;
- légtérhelési-, és légszennyezettségi adatok gyűjtése,
- természeti jelenségek megfigyelése;
- precíziós mezőgazdaság;
- tájgazdálkodás és tájvédelem;
- telekommunikáció támogatása;
- természetvédelmi alkalmazások;
- közlekedési infrastruktúra monitoringja;
- balesetek, katasztrófák felderítése;
- filmipar;
- reklámipar;
- szórakoztató ipar;
- áru/légi szállítás;
- futárszolgálat.

Természetesen, a fenti felsorolás sem teljes, állandóan bővül az új UAV alkalmazások, és UAV repülési feladatok listája. Akár néhány éven belül, tartalmában e könyv is „előregrszik”, revízióra, kiegészítésre szorul majd, de tekintettel a forradalmi módon fejlődő UAV/UAS technológiákra, ez így természetes is.

Az UAVk elterjedésének egyik fontos sarokköve a légtérhasználat kérdésköre. A légterek használatának szabályozása állami monopólium, és egyben komoly bevételi forrás is egy-egy nemzeti légiforgalmi irányító szervezet életében.

A klasszikus légtérhasználat merev elveit és rideg szabályait egyre inkább rugalmas elvek és paradigmák helyettesítik. Ha feltekintünk az égre, egyelőre kevés UAVt látunk közlekedni, bár hely és tér erre bőven adódna ma is. Inkább gondolkodásban kell nagyot változnunk, hogy belássuk, hogy egy prototípus nélkül, 3D-s nyomtatással készített UAV is lehet biztonságos, és *ab ovo* ne zárkózzunk el az újításoktól, csak azért, mert ezek esetleg számunkra is ismeretlenek, és újak a maguk nemében. Úgy gondolom, hogy a repülő szakemberekre jellemző elfogadás és befogadás képessége segít majd utat törni az új UAV/UAS-technológiák meghonosítása terén is.

Őszintén remélem, hogy a szakemberek sikerrel használják majd e könyvet, és a szerző részére eljuttatott esetleges javításaikkal, módosításaikkal, illetve javaslataikkal javítják, színesítik majd a következő, második kiadás minőségét.

Budapest 2016. március

A szerző