CALCULUS ORGYÆ CIVILIS,

EJUSQUE PARTIUM ALIQUOTARUM,

A

JOANNE BAPT. HORVÁTH,

Presbytero Archi-Diœcesis Strigoniensis, in Regia Scientiarum Universitate Budensi Theoriæ Physicæ Sublimioris, Physicæ item Experimentalis, & Mechanicæ Professore Publico, Ordinario

FACILIOR REDDITUS,

ET

OCCASIONE

SOLENNIS INAUGURATIONIS

EJUSDEM REGIÆ SCIENTIARUM

UNIVERSITATIS

BUDENSIS

VULGATUS.

BUDÆ,

TYPIS REGIÆ UNIVERSITATIS.

M. DCC. LXXX.

CALCULUS
ORGYÆ CIVILIS,
EJUSQVE PARTIUM ALIQUOTARUM.

§. I.

ORGYA *civilis* est mensura sex pedibus civilibus constans: quapropter etiam *hexapeda* nuncupatur. Quilibet pes constat 12 digitis, seu pollicibus: pariter quilibet digitus in 12 lineas; linea in 12 puncta prima; punctum primum in 12 puncta 2da (& sic porro) dividitur. Signum orgyarum est exponens $^{\circ}$, pedum $'$, digitorum $''$, linearum $'''$, punctorum primorum ^{IV}, & sic porro. E. g. 5°, $3'$, $2''$, $4'''$, 6^{IV} significat 5 orgyas, 3 pedes, 2 digitos, 4 lineas, 6 puncta prima. Porro pes, digitus &c. vocantur *partes aliquotæ* orgyæ civilis: quia generatim pars *aliquota* cujuspiam *totius* ea vocatur, quæ *aliquoties* accepta id *totum* adæquat.

§. II.

MENSURÆ nunc commemoratæ vocantur *simplices*, solique *longitudini* metiendæ deserviunt.

Quodſi eæ inter ſe multiplicentur, factum enaſcens dabit menſuras *quadratas*. e. g. Orgya ſimplex in ſe ipſam ducta producit *orgyam quadratam*; pes ſimplex in ſe ipſum ductus, *pedem quadratum*, & ſic porro. Atque hujus generis menſuræ vocantur *menſuræ quadratæ civiles*, deſerviuntque metiendis ſuperficiebus. Porro orgya quadrata continet in ſe 36 pedes quadratos: nam orgya ſimplex ſex pedibus conſtat; eſt vero $6 \times 6 = 36$. At pes quadratus 144 digitos quadratos complectitur: nam pes ſimplex 12 digitis conſtat, eſt vero $12 \times 12 = 144$. Pari de cauſa digitus quadratus 144 lineis quadratis conſtat; linea quadrata 144 punctis primis quadratis, & ſic porro. Nihilominus in hoc quoque menſurarum genere (uti & in reliquis omnibus, deinceps deſcribendis) ſignum orgyarum eſt exponens $^{\circ}$, pedum $'$, digitorum $''$ &c. Hinc ut hoc menſurarum genus a reliquis diſcernatur; ei ſemper in fine adjiciemus ſignum $\square$. E. g. $4^{\circ}, 3', 2''\square$ deſignabit 4 orgyas quadratas, 3 pedes quadratos, 2 digitos quadratos.

§. III.

Si menſuræ quadratæ per ſimplices multiplicentur; factum enaſcens dabit menſuras cubicas. e. g. Si cubilis cujuspiam, parallelepipedi formam habentis pavimentum ſit $= 14^{\circ}\square$, altitudo autem $= 2^{\circ}, 2'$; factum e mutua harum quantitatum multiplicatione oriundum indicabit, quotnam orgyas cubicas, pedes cubicos &c. capacitas dicti cubilis in ſe complectatur. Hoc menſurarum genus ſigno $\boxtimes$ ab aliis diſcernemus. e. g. Factum in adsumpto exemplo, uti e sequentibus patebit, est $= 32^\circ, 144' \boxtimes$: id quod tantundem significat, ac capacitatem dicti cubilis æqualem esse 32 orgyis cubicis, & præterea 144 pedibus cubicis. Porro orgya cubica in se continet 216 pedes cubicos. Cum enim orgya simplex sex pedibus æquetur, orgya cubica acquiritur, si 6 pedes ad cubum eleventur; est autem $6 \times 6 \times 6 = 216$. At pes cubicus est $= 1728$ digitis cubicis; quia pes simplex 12 digitos continet in se, est autem $12 \times 12 \times 12 = 1728$. Pariter in digito cubico 1728 lineæ cubicæ continentur. &c.

TABULA

Exhibens valores mensurarum civilium.

Est $1^\circ = 6'$	$1^\circ \boxtimes = 216' \boxtimes$
$1' = 12''$	$1' \boxtimes = 1728'' \boxtimes$
$1'' = 12'''$ &c.	$\frac{1'}{2} \boxtimes = 864'' \boxtimes$
$1^\circ \square = 36' \square$	$\frac{1'}{8} \boxtimes = 216'' \boxtimes$
$1' \square = 144'' \square$	
$1'' \square = 144''' \square$ &c	$1'' \boxtimes = 1728''' \boxtimes$ &c.

§. IV.

Jam hujusmodi mensurarum additio, & subtractio iisdem legibus est peragenda, quibus peragi solet additio & subtractio numerorum, ut vocant, *mixtorum heterogeneorum reducibilium*, quales sunt e. g. floreni cum adnexis cruciferis. Multiplicatio quoque ac divisio dictarum mensurarum, si multiplicator, vel divisor sit numerus abstractus, e. g. 2, vel 3, difficultate caret: satis enim est, singulos datæ mensuræ terminos per abstractum illum numerum multiplicare, vel dividere. E. g. 3°, $2'$ per 2 multiplicatum, est $= 6^\circ$, $4'$.

At si partes aliquotæ per partes aliquotas multiplicari vel dividi debeant; tunc enimvero admodum molestæ sunt operationes, nisi peculiares praxes vocentur in subsidium. Ego in Dissertatione, quam nuper de Ponte, unico arcu constante, typis Budensibus edideram, vulgavi etiam calculum aliquem dictarum mensurarum, facilem sane, & accuratum: eundem tamen faciliorem adhuc reddi posse, deinde deprehendi. Itaque haud abs re futurum existimavi, si has quoque posteriores cogitationes meas vulgarem, sequentemque dictarum mensurarum calculum, ab eo, quem in commemorata Dissertatione attuleram, quibusdam e capitibus discrepantem proponerem: ut nempe ii, quibus hujusmodi calculi sunt necessarii, e pluribus eum, qui commodissimus esse videbitur, eligere queant.

§. V.

PORRO calculus nunc proponendus eo collineabit, 1) ut mensuræ simplices per alias simplices multiplicentur: quo casu *factum* enascens præbebit mensuras quadratas. 2) Ut mensuræ quadratæ dividantur per simplices: quo casu pro *quoto* obvenient mensuræ simplices. 3) Ut mensuræ quadratæ multiplicentur per menſuras ſimplices: hoc caſu conſtabit *factum* menſuris cubicis. 4) Ut menſuræ cubicæ per quadratas, vel ſimplices dividantur. Quæ quidem ſi per quadratas dividantur, *quotus* dabit menſuras ſimplices; quadratas autem, ſi diviſio fiat per menſuras ſimplices. Ut autem calculi hujus natura generatim pateat; jam nunc hæc notanda ſunt.

1mo. Hoc in calculo vocabulo quidem *orgyæ*, ſive ſimplicis, ſive quadratæ, ſeu denique cubicæ idem intelligetur, quod in uſu civili, §. I, II, & III expoſito; at non item vocabulo *pedis*, *digiti*, reliquarumque partium aliquotarum: nam hoc in calculo orgya ſive ſimplex, ſive quadrata, ſeu denique cubica in 12 pedes dividetur: in quovis menſurarum nunc dictarum genere pes conſtabit 12 digitis, digitus 12 lineis, & ſic porro. Pedes illos, in quos orgya quadrata hoc in calculo dividetur, vocabimus *pedes orgyæ quadratæ*, ut nimirum diſcernantur a pedibus quadratis civilibus, quorum 36 continentur in orgya quadrata: pariter digitos, in quos dividetur pes orgyæ quadratæ, vocabimus *digitos orgyæ quadratæ* &c. Eodem modo partes orgyæ cubicæ nuncupabimus, *pedes*, *digitos* &c. *orgyæ cubicæ*.

2do. Tametſi partes aliquotæ, ut pedes, digiti &c. in quas orgya, ſive ſimplex, ſive quadrata, ſeu denique cubica in calculo hoc dividitur, diſcrepent a partibus aliquotis, in uſu civili uſitatis; eas tamen iisdem exponentibus, quibus has, deſignabimus. Itaque alia erunt adſumenda ſigna, e quibus diſcerni queat, an hæc vel illa menſurarum expreſſio ſit methodo calculi, an uſui civili accommodata. Quare 1) ſi menſuris nullum in fine ſignum fuerit adjectum; eæ deſignabunt menſuras ſimplices, in uſu civili receptas: ſi autem in fine adjectum habuerint ſignum —; erunt menſuræ ſimplices, methodo calculi expreſſæ. E. g. 2°, 3′ ſignificat 2 orgyas, & 3 pedes civiles: at 2°, 3′— ſignificat 2 orgyas, 3 pedes ſimplices in calculo uſurpari ſolitos. 2) Signum □ deſignabit menſuras quadratas civiles, & ſignum ⊠ cubicas civiles: at menſuræ quadratæ, in calculo uſurpari ſolitæ ſigno ▭, cubicæ autem ſigno ⊠, in fine adjiciendo deſignabuntur.

§. VI.

Cum in calculo hoc quælibet pars aliquota ſit pars duodecima menſuræ proxime ſuperioris; patet in hujus calculi menſuris, tam ſimplicibus, quam etiam quadratis, aut cubicis, pedes ad orgyas, digitos ad pedes &c. reduci poſſe diviſione per 12; item orgyas in pedes, pedes in digitos &c. reſolvi poſſe multiplicatione per 12.

§. VII.

Problema I. *Menſuras ſimplices civiles reducere ad expreſſionem calculi; & viciſſim menſuras ſimplices methodo calculi expreſſas reducere ad expreſſionem in uſu civili receptam.*

Resol. Si in menſuris civilibus ſimplicibus, intactis orgyis, partes aliquotæ per 2 multiplicentur; eo ipſo menſuræ illæ reducuntur ad expreſſionem calculi:

ſi autem in menſuris ſimplicibus calculi, intactis orgyis partes aliquotæ per 2 dividantur; eo ipſo menſuræ illæ ad expreſſionem uſus civilis reducuntur. e. g. $2^\circ, 3', 4''$ eſt $= 2^\circ, 6', 8''$ —; & $2^\circ, 4', 6''$ — eſt $= 2^\circ, 2', 3''$. Item $1^\circ, 5'$ — eſt $= 1^\circ, 2\frac{1'}{2}$ — $= 1^\circ, 2', 6''$.

Cum enim hoc in calculo eadem orgya in 12 pedes dividatur, quæ in uſu civili ſex pedibus conſtat; clarum eſt, pedem hujus calculi eſſe dimidiam partem pedis civilis: hinc cum utrobique pes in 12 digitos dividatur; id quoque clarum eſt, quemlibet digitum ſimplicem calculi eſſe partem dimidiam digiti civilis: idem eodem modo patet de reliquis partibus aliquotis. Eo ipſo autem veritas *Reſolutionis* patet.

§. VIII.

Problema II. *Menſuras ſimplices in calculo uſitatas inter ſe multiplicare.*

Resolut. Sit *Multiplicandus* $4^\circ, 4'$ —
Multiplicator $3^\circ, 4'$ —
Erit *factum* $= 14^\circ, 5', 4''$ $\square$.

Id eſt, ſi 4 orgyæ & 4 pedes, in calculo uſurpari ſoliti multiplicentur per 3 orgyas, & 4 pedes in calculo uſurpari ſolitos; *factum* erit æquale 14 orgyis quadratis, 5 pedibus orgyæ quadratæ, & 4 digitis orgyæ quadratæ, in calculo uſurpari ſolitis.

Nempe $1^{mo.}$ inchoata a ſiniſtris operatione, ſingulos *multiplicandi* terminos multiplica per ſingulos terminos *multiplicatoris*: cuilibet autem *facto* partiali pro exponente adpone ſummam exponentium termini *multiplicandi*, & *multiplicatoris*.

Itaque ſi in adſumpto exemplo *multiplicandum* totum multiplicemus per 3°; eſt $4^\circ \times 3^\circ = 12^{0+0} = 12^\circ$, & $4' \times 3^\circ = 12^{1+0} = 12'$. Si deinde eundem *multiplicandum* multiplicemus per $4'$; eſt $4^\circ \times 4'$ $16'$, & $4' \times 4' = 16''$.

2^do. Hujuſmodi facta partialia ita ſcribantur, ut homogenei termini infra homogeneos veniant; adeoque in adſumpto exemplo ſic:

$$\begin{array}{llll} 12^\circ, & 12' & & \\ & 16', & 16''. \end{array}$$

3^tio. Facta partialia homogenea addantur ſibi invicem, tum inferiores ſpecies (ſi per 12 dividi queant) ad ſpecies ſuperiores reducantur (§. VI). Sic in adſumpto exemplo facta partialia dant hanc ſummam: $12^\circ, 28', 16''$, & facta reductione hanc: $14^\circ, 5', 4''$; cui demum adjiciatur ſignum ▭, ſeu id factum hoc modo ſcribatur: $14^\circ, 5', 4''$ ▭.

§. IX.

Quod ad demonſtrationem operationis attinet, hæc eidem præmittere juvat. 1^mo. Cum hoc in calculo orgya adſumatur pro unitate; certum eſt, numerum orgyarum ſemper conſtare meris unitatibus integris, numerum autem partium aliquotarum exprimi poſſe fractione, cujus numerator exprimat numerum id genus partium aliquotarum, denominator autem indicet, cujusnam denominationis ſint eæ partes aliquotæ. E. g. 4 pedes exprimi poſſunt hac fractione, $\frac{4}{12}$: cum enim hoc in calculo orgya ſit unitas integra, eademque orgya in 12 pedes dividi ſoleat; 4 pedes re ipſa ſunt quatuor duodecimæ partes unitatis.

2do. Hoc in calculo ſi pars aliquota inſtar fractionis exprimenda ſit; ejus denominatorem conſtituere debet numerus 12, multiplicatione toties poſitus, quot unitatibus conſtat exponens ejusdem partis aliquotæ. E. g. $1'$ eſt $= \frac{1}{12}$, $1'' = \frac{1}{12 \times 12} = \frac{1}{144}$, $1''' = \frac{1}{12 \times 12 \times 12}$ &c. Ratio inde facile patet, quod hoc in calculo quælibet pars aliquota ſit duodecima pars menſuræ proxime ſuperioris, lexque hæc propria ſit non tantum menſuris ſimplicibus, ſed etiam menſuris tam ſuperficierum, quam ſolidorum (§. V).

3tio. Ex his autem hanc generalem legem licet pro hoc calculo ſtatuere. Nempe quilibet datus partium aliquotarum numerus exprimi poteſt fractione, cujus denominator conſtet numero 12, multiplicatione toties poſito, quot unitatibus conſtiterit ejusdem exponens; & viciſſim numerus partium aliquotarum, ope fractionis modo nunc dicto expreſſus, reduci poteſt ad expreſſionem in calculo uſitatam, ſi omiſſo ejus denominatore, numeratori tot unitates adponantur pro exponente, quoties multiplicatione fuit positus in ejusdem denominatore numerus 12. e. g. Est

$$4'' = \frac{4}{12 \times 12}, \ \& \ \frac{3}{12 \times 12 \times 12} = 3'''.$$

His notatis jam ratio regulæ 1*mæ*, §pho præc. adnotatæ facile intelligi potest. Ac 1) quidem sint orgyæ multiplicandæ per orgyas, e. g. 4° per 3°. Factum fore $= 12^{\circ}$, ac proinde fore $= 12^{\circ + \circ}$, clarum est, quin ulla peculiari, huic nostræ operandi methodo propria demonstratione sit opus.

2) Sint orgyæ multiplicandæ per partes aliquotas, e. g. 4° per $3''$. Hi duo factores juxta ea, quæ demonstrationi præmissa sunt, possunt in hos converti: 4, & $\frac{3}{12 \times 12}$. Porro si *factores* hi juxta communes *fractionum* leges inter se multiplicentur; erit *factum* $= \frac{4 \times 3}{12 \times 12} = \frac{12}{12 \times 12}$. Hoc est, *factum* erit fractio, cujus numerator est factum duorum illorum numerorum, qui pro mutua multiplicatione fuerant propositi, denominator autem continet numerum 12, toties multiplicatione positum, quot unitatibus constat summa exponentium utriusque simul factoris. Cum ergo juxta ea, quæ demonstrationi præmissa sunt, id genus fractio converti possit in expressionem, huic calculo propriam, si omisso denominatore tot unitates numeratori adponantur pro exponente, quoties numerus 12 in eo denominatore multiplicatione fuit positus; clarum est, in adsumpto casu rite peragi multiplicationem, si dati factores inter se multipli-

centur, & *facto* adponatur pro exponente ſumma exponentium factoris utriusque.

3) Sint partes aliquotæ multiplicandæ per partes aliquotas, e. g. $3'$ per $3''$. Factum erit $= 9'''$. Perinde enim ſe res habet, ac ſi $\frac{3}{12}$ per $\frac{3}{12 \times 12}$ multiplicaretur: ergo *factum* eſt $= \frac{3 \times 3}{12 \times 12 \times 12} = 9^{'+''} = 9'''$.

Regula 2*da* & 3*tia* demonſtratione haud egent; hoc unico excepto, quod facto ſignum $\square$ in fine adjiciendum præſcribatur. Hujus autem ratio eſt; quia ſi linea ducatur in lineam, ſuperficiem generari notum eſt. Porro quoniam in *facto*, juxta regulas adlatas obtento, quælibet pars aliquota eſt duodecima pars menſuræ proxime ſuperioris; ideo hujusmodi *facto* id genus ſignum eſt adjiciendum, ex quo intelligatur, per id *factum* deſignari ſuperficiem, alia methodo, quam quæ in uſu civili recepta ſit, expreſſam.

§. X.

Problema III. *Partes aliquotas orgyæ quadratæ, hoc in calculo uſurpari ſolitas, reducere ad expreſſiones in uſu civili uſitatas, ſeu ad pedes quadratos, digitos quadratos civiles &c.*

Resolut. Pro hoc uſu ſequentes formulæ ſervient.

Binarium 1mum
$$\begin{cases} 1' \boxed{\quad\;\;} = 3' \,\Box \\[4pt] 1'' \boxed{\quad\;\;} = \dfrac{1'}{4} \,\Box = 36'' \,\Box \end{cases}$$

2dum
$$\begin{cases} 1''' \boxed{\quad\;\;} = 3'' \,\Box \\[4pt] 1^{\mathrm{IV}} \boxed{\quad\;\;} = \dfrac{1''}{4} \,\Box = 36''' \,\Box \end{cases}$$

3tium
$$\begin{cases} 1^{\mathrm{V}} \boxed{\quad\;\;} = 3''' \,\Box \\[4pt] 1^{\mathrm{VI}} \boxed{\quad\;\;} = \dfrac{1'''}{4} \,\Box = 36^{\mathrm{IV}} \,\Box . \end{cases}$$

Et ſic porro, ita ut in columna media pro primo binario exponens ſit $'$, pro 2do $''$, pro 3tio $'''$, pro quarto $^{\mathrm{IV}}$ &c.

Quod ad uſum formularum attinet: ſit $14^{\circ}, 5', 4''$ $\boxed{\quad\;\;}$ reducendum ad menſuras uſus civilis. Primus exempli terminus 14°, etiam in uſu civili idem ſignificat, quod in calculo, ſcilicet 14 orgyas quadratas: at $5' \boxed{\quad\;\;}$ eſt juxta formulam 1mam $= 15' \,\Box$, & $4'' \boxed{\quad\;\;}$ juxta formulam 2dam eſt $= \dfrac{4'}{4} \,\Box \doteq 1' \,\Box$. Totum ergo exemplum eſt $= 14^{\circ}, 16' \,\Box$.

§. XI.

DEMONSTRATIO formularum eſt hæc. 1) Eſt

$$1' \boxed{\quad\;\;} = \frac{1^{\circ} \,\Box}{12} \ (\text{§. V}), \ \& \ 1' \,\Box = \frac{1^{\circ} \,\Box}{36} \ (\text{§. II}):$$

eſt ergo $1' \boxed{\quad\;\;} : 1' \,\Box = \dfrac{1}{12} : \dfrac{1}{36} = 36 : 12 = 3 : 1$; adeoque eſt $1' \boxed{\quad\;\;} = 3' \,\Box$.

2) Cum ſit $1' \boxed{} = 12'' \boxed{}$; ob $1' \boxed{} = 3' \square$, eſt etiam $12'' \boxed{} = 3' \square$. Ergo utrumque æquationis membrum dividendo per 3, eſt $4'' \boxed{} = 1' \square$, adeoque $1'' \boxed{} = \frac{1'}{4} \square$.

3) Cum ſit $1'' \boxed{} = 12''' \boxed{}$; ob $1'' \boxed{} = \frac{1'}{4} \square$, eſt etiam $12''' \boxed{} = \frac{1'}{4} \square$. Porro ob $1' \square = 144'' \square$ (§. II), eſt $\frac{1'}{4} \square = 36'' \square$: eſt ergo $12''' \boxed{} = 36'' \square$, adeoque $1''' \boxed{} = 3'' \square$.

Pari argumentandi ratione reliquarum etiam formularum veritas facile demonſtrari poteſt.

§. XII.

Problema IV. *Datas menſuras ſimplices, more civili expreſſas multiplicare inter ſe, invenireque earundem factum, more civili expreſſum.*

Resol. Sit *Multiplicandus* $4^\circ, 2', 3''$
Multiplicator $3^\circ, 3', 2''$.
Erit *Factum* $= 15^\circ, 15', 90'' \square$.

Nempe 1*mo*. *Factores* reducantur ad expreſſionem, in calculo uſurpari ſolitam, partes aliquotas per 2 multiplicando (§. VII): erit *multiplicandus* $4^\circ, 4', 6''$ —,
multiplicator $3^\circ, 6', 4''$ —.

2*do*. Nunc jam factores hi multiplicentur inter ſe juxta regulas §phi VIII. Hæc erunt facta partialia:

$12^\circ, 12', 18''$
$24', 24'', 36'''$
$16'', 16''', 24^{\text{IV}} \boxed{}$.

Adeoque facta additione, reductioneque erit *factum* totale $= 15^{\circ},\ 5',\ 2'',\ 6'''$ ▭.

$3^{tio.}$ Fiat hujus expreſſionis reductio ad expreſſionem civilem; ſcilicet ope formularum §phi X. Erit factum demum $= 15^{\circ},\ 15',\ 90''$ □.

§. XIII.

PROBLEMA V. *Superficiem methodo hujus calculi expreſſam dividere per menſuras ſimplices, pariter methodo ejusdem calculi expreſſas.*

RESOLUT. Quotum fore menſuras ſimplices, itidem methodo calculi expreſſas, certum eſt. e. g.

Sit *Dividendus* $14^{\circ},\ 5',\ 4''$ ▭ { Erit *quotus*
Diviſor $3^{\circ},\ 4'$ — { $= 4^{\circ}, 4'$ —.

Nempe $1^{mo.}$ primus *dividendi* terminus 14° dividatur per primum *diviſoris* terminum 3°, & quoto pro exponente adponatur differentia illa, quæ ſupereſt, ſi diviſoris exponens ſubtrahatur ab exponente *dividendi*. Erit quotus $= 4^{\circ - \circ} = 4^{\circ}$.

$2^{do.}$ Quotus hic ducatur in totum diviſorem, & factum enaſcens $= 12^{\circ},\ 16'$ ſubtrahatur a dividendo, reſiduumque adnotetur. Porro ut hujusmodi ſubtractio, ulteriorque operatio commodius inſtitui queat; ſemper prius in primo *dividendi* termino exceſſus ſupra primum *facti* ſubtrahendi terminum reſoluatur in ſpeciem proxime minorem: adeoque in præſente caſu *dividendus* (duabus orgyis in pedes reſolutis) ſic ſcribatur. $12^{\circ},\ 29',\ 4''$. Facta jam nunc ſubtractione, reſiduum erit $= 13',\ 4''$.

$3^{tio.}$ Primus reſidui hujus terminus dividatur per primum diviſoris terminum, ſeu $13'$ per 3°: quotus eſt $= 4^{1-0} = 4'$. Hic quotus in totum diviſorem ductus dat factum $= 12', 16''$. Iſtud ſubtrahatur e reſiduo dividendo, ſed tamen per reg. 2dam, nunc expoſitam, ſic prius ſcribendo: $12', 16''$. Facta ſubtractione nullum amplius remanet reſiduum, ac proinde adæquatus quotus eſt $= 4^{\circ}, 4'$—.

$4^{to.}$ Si peracta hac altera ſubtractione aliquod adhuc ſupereſſet reſiduum; quotus adæquatus hactenus necdum fuiſſet obtentus: eadem ergo methodo continuanda eſſet operatio, dum peracta ſubtractione nullum jam ſuperſit reſiduum, atque ita quotus adæquatus obtineatur. Sæpe tamen fit, ut adæquatus quotus acquiri nequeat, quantumcunque continuetur operatio, nempe quemadmodum in extractione radicis e. g. quadratæ frequentiſſime accidit. Quo proinde caſu per *adproximationem* duntaxat eſt progrediendum; ſeu eousque duntaxat continuanda eſt operatio, dum quotus inventus a vero quoto jam minore differat quantitate, quam quæ conſideratione ſit digna.

$5^{to.}$ Si primus dividendi terminus ſecundum ſe (id eſt, abſtrahendo mentem ab ejus exponente) conſideratus, minor fuerit primo diviſoris termino, itidem ſecundum ſe conſiderato; tunc idem primus dividendi terminus reſolvatur in partes ſpeciei minoris. e. g. Si $1'$ ▭ debeat dividi per 4°; ob $1 < 4$ reſolvatur $1'$ in $12''$, tum $12''$ per 4° dividatur. Quotus erit $= 3''$. Idem fiat, ſi exponens diviſoris nequeat ſubtrahi ab exponente dividendi. e. g. Si 4° ▭ per $2'$ dividi debeat; loco 4° ſumatur $48'$: quotus erit $= 24^{1-1} = 24^{\circ}$.

6to. Si eveniat intra operandum, ut quotus in diviſorem ductus majus factum producat, quam quod a dividendo ſubtrahi poſſit; id indicio erit, quotum juſto majorem fuiſſe acceptum, ac proinde eum debere imminui: cujusmodi caſum etiam in communi numerorum diviſione frequenter accidere notum eſt.

§. XIV.

Quod ad *Demonſtrationem* operationis, juxta regulas nunc adlatas inſtitutæ attinet: rite expenſa operationis ſerie, facile adparet, in prima ejusdem parte primum, in 2da 2dum quoti terminum, per totum diviſorem multiplicatum ſubtrahi a dividendo, & ſic porro. Quando ergo peractis hujusmodi ſubtractionibus nihil amplius remanet e dividendo; clarum eſt, hoc caſu quotum obtentum, per totum diviſorem multiplicatum, æquari dividendo, ac proinde eum quotum eſſe omnino legitimum. Quando autem quotus per *adproximationem* duntaxat eſt determinatus; eo caſu quotus in totum diviſorem ductus dat quidem factum, *dividendo* minus; at ſi idem quotus vel exigua quantitate augeatur, jam tunc is in totum diviſorem ductus dat factum, eodem *dividendo* majus: ut adeo eum a vero quoto admodum parum aberrare, in confeſſo ſit.

§. XV.

§. XV.

Problema VI. *Superficiem more civili expressam reducere ad expressionem, hoc in calculo usitatam.*

Resol. Pro reductione hac e formulis §phi X hæ formulæ erui possunt:

$$1'\,\square = 4''\,\boxed{}$$
$$1''\,\square = 4^{IV}\,\boxed{}$$
$$1'''\,\square = 4^{VI}\,\boxed{}$$

Et sic porro, ita ut in columna dextra exponens sit semper duplo major, quam in sinistra. Demonstratio e formulis §phi X obtutu primo patet.

Quod autem ad usum formularum attinet: sit e. g. hæc civilis expressio $15^\circ,\ 15',\ 90''\,\square$ reducenda ad expressionem hujus calculi. 1) Juxta 1*mam* formulam est $15'\,\square = 15'' \times 4\,\boxed{}$; 2) est juxta 2*dam* formulam $90''\,\square = 90^{IV} \times 4\,\boxed{}$. Data ergo civilis expressio est hoc in calculo $= 15^\circ,\ 60'',\ 360^{IV}\,\boxed{}$, & factis, divisione per 12, reductionibus (§. VI), est demum $= 15^\circ,\ 5',\ 2'',\ 6'''\,\boxed{}$.

§. XVI.

Problema VII. *Superficiem more civili expressam dividere per mensuras civiles simplices.* e. g. $14^\circ,\ 16'\,\square$ *dividere* per $3^\circ,\ 2'$.

Resol. Quotum fore mensuras simplices inde patet, quia mensuræ simplices in alias simplices ductæ superficiem generant. Nominatim in adsumpto exemplo quotus eſt $= 4^{\circ}, 2'$. Hoc autem ordine inſtituatur operatio.

$1^{mo.}$ Tam dividendus, quam diviſor reducantur ad expreſſiones calculi: ille per §. XV, iſte per §. VII. Erit *dividendus* $14^{\circ}, 5', 4'' \square$, & *diviſor* $3^{\circ}, 4' —$.

$2^{do.}$ Peragatur jam nunc diviſio juxta regulas §phi XIII: erit quotus $= 4^{\circ}, 4' —$.

$3^{tio.}$ Hic quotus reducatur ad expreſſionem civilem, partes aliquotas per 2 dividendo (§. VII): erit demum is quotus $= 4^{\circ}, 2'$.

SCHOL. Calculus hactenus traditus jam ſufficit iis, qui circa ſuperficies, ſimplicesque menſuras duntaxat verſantur: ut tamen completa ſit totius calculi methodus, eundem etiam ad *ſolida*, ſeu tribus dimenſionibus (in longum nempe, latum, & profundum) prædita adplicabo. Prius tamen, ut accurationem calculi hactenus traditi confirmem, lubet indicare methodum, expreſſionem ſuperficiei, hoc in calculo uſurpari ſolitam reducendi ad ejusdem expreſſionem, eo in calculo uſitatam, in quo orgya tam ſimplex, quam quadrata, aut cubica in ſex duntaxat pedes, quilibet autem pes in 12 digitos dividitur; qualis eſt calculus Cl. D. Belidori, item is, quem ego loco, §. IV. commemorato propoſui. Nempe eadem argumentandi ratione, qua §. VII uſi fuimus, facile patet, in expreſſione ſuperficiei, huic calculo propria, quamlibet partem aliquotam eſſe duplo minorem, ac ſit in eo calculo, in quo quævis orgya in ſex duntaxat pedes dividitur; ac proinde quarumlibet partium aliquotarum numerus in calculo hoc duplo major ſit, oportet, ac eſſet in dicto generis alterius calculo: ergo ſi in expreſſione ſuperficiei juxta præſentem calculum facta, partes aliquotæ per 2 dividantur, acquiretur expreſſio ſuperficiei, dicto generis alterius calculo propria. e. g. Superficies, quam nos hoc modo exprimimus: 4°, 6′, 8″ ▭, in dicto calculo deberet hoc exprimi modo: 4°, 3′, 4″ ▭.

§. XVII.

PROBLEMA VIII. *Superficiem more calculi expreſſam multiplicare per menſuras ſimplices, itidem more calculi expreſſas.*

RESOL. Multiplicatio iisdem prorſus legibus peragatur, quæ §. VIII ſunt adlatæ: ſed *facto* adjiciatur demum ſignum ⊠, cujus ſignificatio jam §pho V expoſita fuit. e. g. Si ſit *multiplicandus* 15°, 4′, 2″ ▭, & *multiplicator* = 4°, 3′ —; erunt facta partialia:

60°, 16′, 8″
45′, 12″, 6‴ ⊠.
= 60°, 61′, 20″, 6‴ ⊠
Adeoque *fa-* = 60°, 62′, 8″, 6‴ ⊠
ctum totale = 65°, 2′, 8″, 6‴ ⊠.

§. XVIII.

PROBLEMA IX. *Solida, methodo calculi expreſſa reducere ad menſuras cubicas, in uſu civili receptas.*

RESOL. Pro reductione hac sequentes formulæ servient.

$$\text{Ternarium } 1^{mum}\left\{\begin{array}{l} 1'\,\boxed{\;\times\;} = 18'\boxtimes \\[6pt] 1''\,\boxed{\;\times\;} = \dfrac{3'}{2}\boxtimes = 1', 864''\boxtimes \\[6pt] 1'''\,\boxed{\;\times\;} = \dfrac{1'}{8}\boxtimes = 216''\boxtimes. \end{array}\right.$$

$$2^{dum}\left\{\begin{array}{l} 1^{IV}\,\boxed{\;\times\;} = 18''\boxtimes \\[6pt] 1^{V}\,\boxed{\;\times\;} = \dfrac{3''}{2}\boxtimes = 1'', 864'''\boxtimes \\[6pt] 1^{VI}\,\boxed{\;\times\;} = \dfrac{1''}{8}\boxtimes = 216'''\boxtimes. \end{array}\right.$$

Et sic porro, ita ut in columna media termini primi exponens sit ′, 2di ″, 3tii ‴ &c.

§. XIX.

DEMONSTRATIO harum formularum est hæc. 1) Quoniam in orgya cubica pedes orgyæ cubicæ tales, quales hoc in calculo usurpantur, continentur 12, pedes autem civiles cubici continentur 216 (§. III); est $1'\,\boxed{\;\times\;} : 1'\boxtimes = \frac{1}{12} : \frac{1}{216} = 216 : 12 = 18 : 1$. Est ergo $1'\,\boxed{\;\times\;} = 18'\boxtimes$.

2) Cum sit $1'\,\boxed{\;\times\;} = 12''\,\boxed{\;\times\;}$; est $12''\,\boxed{\;\times\;} = 18'\boxtimes$: est ergo $2''\,\boxed{\;\times\;} = 3'\boxtimes$, adeoque $1''\,\boxed{\;\times\;} = \frac{3'}{2}\boxtimes$.

Simili ratiocinandi methodo reliquæ etiam sequentes formulæ facile demonstrari possunt.

§. XX.

PROBLEMA X. *Mensuras quadratas civiles per mensuras civiles simplices multiplicare.*

RESOL. $1^{mo.}$ Tam multiplicandus, quam multiplicator reducantur ad expressionem calculi: ille per §. XV, iste per §. VII.

$2^{do.}$ Novi hi factores multiplicentur inter se juxta regulas §phi VIII, tum facto signum $\boxed{\times}$ adjiciatur.

$3^{tio.}$ Hæc facti expressio reducatur per formulas §phi XVIII ad expressionem mensurarum cubicarum civilium.

§. XXI.

PROBLEMA XI. *Solidum more civili expressum reducere ad expressionem in calculo usitatam.*

RESOLUT. Pro reductione hac e formulis §phi XVIII sequentes formulæ erui possunt.

$$1' \boxtimes = 8''' \boxed{\times}$$

$$1'' \boxtimes = 8^{VI} \boxed{\times}$$

$$1''' \boxtimes = 8^{IX} \boxed{\times}$$

Et sic porro, hac semper lege servata, ut in dextra columna exponens sit triplo major, quam in sinistra. Ratio harum formularum consideratis formulis §phi XVIII illico patet. In his enim est e. g. $1''' \boxed{\times} = \frac{1'}{8} \boxtimes$: ergo utrumque æquationis membrum per 8 multiplicando, est $1' \boxtimes = 8''' \boxed{\times}$.

§. XXII.

Problema XII. *Solidum methodo calculi expressum dividere per alias mensuras, pariter methodo calculi expressas.*

Resol. Divisio peragatur juxta regulas, §. XIII adlatas:. hoc tamen notato, quod si divisor sit superficies, pro quoto obventuræ sint mensuræ simplices, methodo calculi expressæ; superficies autem, si divisio per mensuras simplices fiat.

§. XXIII.

Problema XIII. *Solidum methodo civili expressum dividere per mensuras quadratas, vel per simplices, itidem more civili expressas.*

Resol. 1^mo. Reducantur tam dividendus, quam divisor ad expressionem calculi.

2^do. Jam nunc peragatur divisio iis legibus, quæ §pho præced. commemoratæ sunt.

3^tio. Quotus, quoniam expressionem calculi habebit, reducatur ad expressionem civilem.

FINIS.