

Bevezetés a hőszugárzás elméletébe

Írta dr. Fáy Árpád

nyugdíjas docens
Miskolci Egyetem

2020

Tartalom

Bevezetés	3
1. ALAPISMERETEK	3
1.1. Az elektromágneses spektrum és mindennapi tapasztalataink	4
1.2. Az intenzitás	7
1.3. Az emisszió és az abszorpció egyensúlya, Kirchoff törvénye	12
2. A SUGÁRZÁS KIBOCSÁTÁSA	16
2.1. Az abszolút fekete test	16
a, Az üreg nyílása, mint abszolút fekete test	16
b, Az abszolút fekete test sugárzása, Planck törvénye	17
c, Kicsiny abszolút fekete lap sugárzási tere	20
2.2. A valóságos testek sugárzása	21
a, Az emissziós tényező	21
b, A szürke test közelítés	25
c, Szelektív számítás	27
1. példa. A fehér csempe emissziós tényezőjének hőmérsékletfüggése	27
2. példa. Üres főzőlap hőmérséklete	28
3. A SUGÁRZÁS TERJEDÉSE	33
3.1. Pontszerű sugárforrások tere	33
a, Párhuzamos egyenletes sugárzás	33
b, Kis gömb sugárzási tere	34
c, Kicsiny szürke lap sugárzási tere	35
3. példa. Kis szürke lapról kis lapra eső sugárzás	35
3.2. Kiterjedt testek sugárzási tere	36
a, A hőátadás alapképlete	36
b, A szférikus intenzitás	37
4. példa. Kis gömbre eső sugárzás	40
5. példa. Állandó hőmérsékletű szürke felületek sugárzási tere	41
3.3. Az intenzitás fogalomkörének összefoglalása	42
4. A SUGÁRZÁS ELNYELÉSE, VISSZAVERÉSE ÉS ÁTERESZTÉSE	44
4.1. Nem áteresztő testek	45
4.2. Áteresztő testek	46
4.3. Az abszorpciós és emissziós tényezők egyenlősége	46
4.4. Gázok sugárzási sajátosságai	47
6. példa. Gáztérfogaton áthaladó sugárzás	49
5. ÖSSZETETT SUGÁRZÁSI TÉR	50
5.1. Üregben kialakuló sugárzási tér	50
5.2. Két test sugárzási kölcsönhatása	51
a, Párhuzamos nagy szürke falak kölcsönhatása	52
b, Nagy szürke test és szürke környezetének kölcsönhatása	54
7. példa. Cső belsejében cső	57
5.3. Zárt térben levő testek sugárzási viszonyai	60
8. példa. Szobában levő test hőmérséklete	63
6. A NAP SUGÁRZÁSA	65
6.1. A sugárzás a Föld légkörén kívül	66
9. példa. Műhold hőegyensúlya	67
10. példa. Arannyal burkolt műhold	69
6.2. A Nap sugárzása a Föld felszínén	69
a, Kísérleti eredmények	70
b, Egyszerűsített számítás	76
11. példa. Napsütötte bőrlabda hőmérséklete	77
12. példa. Üvegház hőtani viszonyai	79
c, A széndioxid üvegház hatása	81
6.3. A napenergia hasznosítása	82
a, Villamos energiatermelés	82
b, Fűtés, hővédelem, árnyékolás	84
13. példa. Sugárzás elleni árnyékoló lap alkalmazása	84
c, Melegvíz szolgáltatás	87
14. példa. Melegvíz szolgáltató rendszer sík napkollektorokkal	88
7. KIEGÉSZÍTÉSEK	94
7.1. Alapfogalmak	94
7.2. Hővezetés	94
7.3. Konvekció	94
7.4. Építési hőtechnika	95
7.5. Fűtés	96

Bevezetés

A 2000-es években a *Miskolci Egyetemen* a *Megújuló Energiaforrások* tárgyat oktattam. A *Napenergia hasznosítás* tárgyalásához szükségessé vált a *Hőszugárzás* fizikájának ismertetése, mert erről a hallgatók más tárgyak keretében nem hallottak. Ezért írtam ezt az oktatási anyagot, amit itt kiegészítve közreadok.

A könyv *bevezetés* a hőszugárzás elméletébe. A fizikai megállapítások középiskolai ismeretek alapján is érthetőek. A matematikai megoldások kissé túlmutatnak a középiskola megszokott módszerein, de ezek az informatika alapjaihoz tartoznak. A könyv célja az, hogy az olvasó megismerje a hőszugárzás leírására használt sokféle fizikai fogalmat, és ezekkel egyszerűbb közelítő számításokat személyi számítógépén maga is elvégezhesen. Az így megszerzett ismeretek alapul szolgálhatnak a ma már hozzáférhető nagy számítógépes programok használatához is. A könyv egyúttal kitér néhány, a környezetünkben tapasztalható olyan hőszugárzási jelenség ismertetésére, amelyek egyrészt hozzátartoznak az általános fizikai műveltséghez, másrészt szempontokat adnak mindennapi életünk, például a lakásunk kialakításához.

1. ALAPISMERETEK

A testek közötti hőátadás fő formái:

- a, Hővezetés.
- b, Konvekció (hőszállítás áramló közeg révén).
- c, Hőszugárzás.

A *hővezetést* és a *konvekciót* a hőtan *kontinuummechanikai* modellekkel sikeresen kezeli. Ezért ezekről itt nem foglalkozunk (de a gyakorlati számításokhoz szükséges egyenleteiket a 7. fejezetben bemutatjuk).

A *hőszugárzás* esetében viszont egy melegebb test lehűl és egy tőle távol levő hidegebb test felmelegszik. A közöttük levő közeg lényegtelen, a hőátadás vákuumban - közvetítő közeg nélkül is - megtörténik. Ezért a hőszugárzás leírására *a kontinuummechanika nem alkalmas*, ehhez más fizikai törvényeket kell keresni.

Azt gondolhatnánk, hogy a *hőszugárzással* talán csak kisebb hőteljesítmények adódnak át, és ezért kevésbé lényeges, mint a másik két hőátadási forma. Ez nincs így, alább a 2. példánál tipikus adatokat találhatunk erre: Egy 53 °C hőmérsékletű szobai fűtőtest (radiátor) a hőteljesítményének csaknem felét sugárzással adja át a környezetének, és a hőmérsékletét növelve a sugárzás részaránya (a konvekcióhoz képest) egyre nő. Ebből megállapítható, hogy mindennapi körülményeink között is jelentős hőszugárzási teljesítmények jelentkeznek!

Különösen fontos a Naptól érkező sugárzás megismerése, mert ez az emberiség egyik megújuló energiaforrása, és ezért erre nagyobb figyelmet fordítunk.

1.1. Az elektromágneses spektrum és mindennapi tapasztalataink

A fizika tanítása szerint *a hőszugárzás elektromágneses sugárzás.*

Az *elektromágneses spektrum* fizikában szokásos felosztását az I. táblázat mutatja. A sugárzások keletkezésének jellemző formája a töltések gyorsulása és lassulása (általában rezgése). Elektromágneses sugárzás keletkezik például az atommagon belüli töltések átrendeződésekor (gamma), az elektronoknak az atomok elektronhéján belüli ugrásakor (röntgen, ultraibolya, látható fény), de sugároznak a szilárd testek atom- ion- és molekulárcsai is, valamint a folyadékok és egyes gázok részecskéi is, mivel a *hőmozgás* következtében a töltéseket is hordozó részecskéik rezegnek (látható fény, infravörös sugárzás). A különböző elnevezésű sugárzások között nincs éles határvonal, a táblázat hullámhossz határai meglehetősen önkényesek.

I. táblázat. Az elektromágneses spektrum.

Hullámhossz tartomány, mikron (μm)	Elnevezés	Keletkezésének jellemző formája
$10^{-6} - 10^{-4}$	<i>Gamma</i>	Atommagok bomlása
$10^{-4} - 0,1$	<i>Röntgen</i>	Elektronok ugrása atomok belső elektronhéjain
$0,1 - 0,4$	<i>Ultraibolya</i>	Elektronok ugrása atomok közbülső héjain
$0,4 - 0,8$	<i>Látható fény</i>	Elektronok ugrása külső héjakon. A testek atomi részecskéinek rezgése nagy hőmérsékleten
$0,8 - 100$	<i>Infravörös</i>	A testek atomi részecskéinek rezgése (hőmozgása) normál hőmérsékleten
$100 - 10^6$	<i>Microhullám</i>	Víz molekulák rezgése (mikrohullámú sütőben), töltések rezgése gyártott berendezésekben (radar, bluetooth, mobil telefonok, lézerek)
$10^6 - 10^{10}$	<i>Rádió (TV)</i>	Töltések rezgése antennákban

A *hőszugárzás hullámhossz tartományát* a következő határokkal jelöljük ki:

$$\lambda = 0,1 \dots 100 \text{ mikron} \quad (1.1)$$

Ezeket a határokat az indokolja, hogy a *műszaki hőtan* klasszikus területein: a fűtés, hűtés, tüzelések, belső égésű motorok, és a hőerőművek területén fellépő hőszugárzások hullámhosszai ebbe a tartományba esnek, beleértve a Nap sugárzását is.

A táblázat szerint a hőszugárzás tartománya tartalmazza az ultraibolya tartományt ($0,1 \dots 0,4$ mikron), fedi a látható fény hullámhosszait ($0,4 \dots 0,8$ mikron), de a legjelentősebb része az infravörös sugárzás tartományára esik ($0,8 \dots 100$ mikron).

Keletkezését tekintve a hőszugárzás *legjellemzőbb* forrása a szilárd, folyékony vagy gáznemű testek atomi (molekuláris) *részecskéinek hőmozgása*. Hőszugárzás jelentkezik azonban az égésnél is az elektronhéjak átalakulása során. A Nap sugárzása az égésnél is sokkal bonyolultabb folyamatokból származik, de kísérleti tény (lásd a 6. fejezetben), hogy a megadott hullámhossz tartományon belül van.

A hősugárzás elméletének alapja *Plancknak* az *abszolút fekete test sugárzására* adott törvénye. Ezt tapasztalati tényezők (feketeségi fokok) bevezetésével tesszük majd alkalmassá a valóságos testek sugárzásának számítására.

A hősugárzás előbb kijelölt hullámhossz tartománya *nem tartalmazza* az elektromágneses sugárzások több fontos területét, például a röntgen csövek sugárzását - pedig ott is jelentkezik jelentős energiaátvitel! Úgyszintén kimaradnak az atomerőművek magreakciói során keletkező sugárzások is. Ezen sugárzások keletkezési körülményei olyanok, hogy ezekre Planck törvénye nem alkalmazható, és bár más fizikai elméletek alapján jól követhetők - ezekkel itt nem foglalkozunk.

A hősugárzás tárgyalását jelentősen megkönnyíti, hogy *az elektromágneses sugárzások törvényei egységesek*. Vagyis függetlenek attól, hogy milyen töltések milyen rezgése keltette a sugárzást. Ezért:

Az optikából jól ismert törvények: a fényvisszaverődés, az elnyelés, az elhajlás, a fénytörés, a lencsék és prizmák törvényei stb., valamennyien alkalmazhatók a többi sugárzásfajtára is.

A hősugárzás sajátosságainak megértését megkönnyíti az is, hogy a szemünk igen érzékeny sugárzás detektor a látható fény hullámhossz tartományában. Ezért mindennapi vizuális megfigyeléseink a sugárzások sok fontos sajátosságát felfedik.

Szedjük csokorba néhány mindennapi tapasztalatunkat. Észleljük például, hogy a nagy hőmérsékletű testek (Nap, izzólámpák) világítanak. A mérésekkel is igazolható megállapításunk az, hogy:

*Minden $T=1000$ K-nél nagyobb hőmérsékletű test sugároz látható fényt.*¹

Az ennél alacsonyabb hőmérsékletű testek részecskéinek hőmozgásából nem származik látható sugárzás. Ennek *látszólag* ellentmond, hogy *látjuk* a környezetünkben levő alacsony hőmérsékletű testeket is, tehát a testekről sugárzás érkezik a szemünkbe a látható fény hullámhosszán. Ez azonban nem a testek saját sugárzása, hanem a Nap vagy más fényforrások által kibocsátott sugárzásnak a testekről való visszaverődése. Ha a környezetünkben levő alacsonyabb hőmérsékletű testek saját sugárzást bocsátanak ki a látható fény hullámhosszán, akkor ezeket éjszaka is látnánk, amikor napsugárzás vagy izzólámpák fénye nem esik rájuk. Éjszaka azonban nem látjuk ezeket a tárgyakat, tehát a $T = 1000$ K-nél kisebb hőmérsékletű testek részecskéinek hőmozgása nem bocsát ki látható sugárzást!

Ha viszont fényképeket készítünk *infravörös sugarakra érzékeny* fényképező lemezekkel *éjszaka*, például épületekről, akkor ezek ugyanolyan változatosságot mutatnak, mint a megszokott fényképek. A falak melegebb részei fényesebb foltok formájában felfedik a fűtési hőveszteségek helyét. Ezek a fényképek a környezetünkben levő alacsonyabb hőmérsékletű testek saját (infravörös) hősugárzását (és ennek visszaverődéseit) jelzik. Megállapíthatjuk, hogy:

A $T=1000$ K-nél kisebb hőmérsékletű testek részecskéinek hőmozgása infravörös sugárzást kelt.

Néhány különleges esetben a "hideg" testek is világítanak. Például a foszforeszkáló festék, vagy a fénycső. A foszforeszkálás az elektronhéjak átalakulása, a fénycső világítása pedig az erősen légritkított térben az elektronok gyorsulásának következménye. A hideg testek sugárzása a látható fény hullámhosszán NEM a részecskék *hőmozgásából* származik!

¹ A $T = 1000$ Kelvin fok megfelel $t = 1000 - 273 = 727$ Celsius foknak.

A köznapi életben az *infravörös sugárzást* is közvetlenül érzékeljük bőrünkön a melegítő hatása révén, de általában csak akkor, amikor forró testhez (mondjuk egy fűtőtesthez) közelítünk. Észleléseinkből a *hőmozgás keltette sugárzásra* megállapíthatjuk, hogy:

Minél melegebb egy test, annál erőteljesebben sugároz.

Ebből következik, hogy a testek hőmérsékletét csökkentve a sugárzási teljesítményük is csökken. Azonban a nagyon hideg testek részecskéi is végeznek hőmozgást, és ezért még az abszolút zérus hőmérséklet közelében is:

Minden test állandóan sugároz.

Azonban, ha ez így van, és a testek a hősugárzásuk révén állandóan veszítenek a belső energiájukból, akkor *miért nem hűlnek le?*

- A Föld felszínén, a környezetünkben levő testek azért, mert az őket körülvevő testek hősugárzásának egy részét *elnyelik*, és ez pótolja a kisugárzásuk energiavesztését. (Ezt az alapvető egyensúlyi helyzetet tárgyaljuk az 1.3. pontban.)
- A Föld kérge azért nem hűl le, mert a Nap sugárzásából majdnem akkora energiát nyel el, mint a saját kisugárzása (lásd a műhold példáját a 6.1. pontban). A kicsiny hiányt a Föld belsejéből kifelé irányuló hőáramlás pótolja.
- A Nap azért nem hűl le, mert bár óriási energiát sugároz ki - sokkal nagyobb, mint amennyit a világűr sugárzásából elnyel - de a belsejében lejátszódó fúziós reakció ezt fedezi.

A testekre eső hősugárzás egy részét a test *elnyeli* (latinosan *abszorbeálja*), egy részét *visszaveri* (*reflektálja*), és átlátszó testek esetén (pl. üveg, víz) egy részét *átereszti* (*transzmittálja*).

A környezetünkben levő legtöbb szilárd test *nem-átlátszó*, azaz a hősugárzást nem engedi át. Az ilyen testek felszínén az *abszorpció* és a *reflexió* teljesítményaránya már a felszínhez közeli rétegekben eldől (kb. 30 mikron rétegvastagságon belül). Ugyanezt elmondhatjuk a nem-átlátszó test *emissziójára* is: A test kisugárzásának spektrumát *ugyanezen* igen vékony réteg határozza meg. Ha a testeket befestjük, akkor a (kb. 30 mikronnál) vastagabb festékréteg esetén az emissziója és az abszorpciója már nem az alapanyagtól, hanem a festékrétegtől függ. Ezért a nem-átlátszó testek sugárzását kissé pontatlanul "*felületi sugárzásnak*" is szokták nevezni, mert a felületi rétegük határozza meg.

Számításainkban a levegőt a legtöbb esetben teljesen átlátszónak tekintjük. A 6. fejezetben azonban látni fogjuk, hogy a Nap sugárzása az atmoszféra többszáz kilométeres légrétegein áthatolva kismértékben veszít az intenzitásából. De amikor például egy szobában a fűtőtest sugárzása a szobában levő többi tárgyra esik, akkor a közöttük levő légréteg hatása nyilván elhanyagolható. Ezért a hősugárzás alapesetét így definiálhatjuk:

Felületi sugárzás: Egy nem átlátszó test felszínéről egy (majdnem) teljesen átlátszó közegen keresztül a sugárzás egy nem átlátszó test felszínére esik.

A továbbiakban elsősorban ezt fogjuk vizsgálni.

1.2. Az intenzitás

A sugárzás erősségét általában az *intenzitással* jellemezzük. Ha a térben egy A területű felületdarabon keresztül, t idő alatt a hőszugárzás révén Q hőmennyiség² halad át, akkor az intenzitás:

$$I = \frac{Q}{t \cdot A} = \frac{\dot{Q}}{A} \quad [W / m^2] \quad (1.2)$$

ahol $\dot{Q} = Q / t$ a sugárzás révén a felületen átlépő *hőteljesítmény* (Watt). Ebből az alapértelmezésből kiindulva sokféle intenzitást értelmezhetünk attól függően, hogy milyen A területet, t időt és Q hőmennyiséget helyettesítünk a képletbe. Ha t vagy A kicsi, akkor *pillanatnyi* vagy *helyi* intenzitásról beszélünk. Ellenkező esetben *átlagos* értékről van szó (időtartam alatt vagy a felületdarabon). Ha az A felületdarab egy sugárzó test felszínén van és $\dot{Q}$ a test által kisugárzott hőteljesítmény, akkor I a *kisugárzás* (*emisszió*) mértéke. Azonban A a térben akárhol elhelyezkedhet. Speciálisan, ha a sugárzás egy testre esik, és A a test felületén van, akkor I lehet a *besugárzás* mértéke. Ugyanezen a felületdarabon értelmezhetjük például a *visszaverődés* (*reflexió*), az *elnyelés* (*abszorpció*), és az *áteresztés* (*transzmisszió*) intenzitását is, csak mindig a megfelelő hőteljesítményeket kell az (1.2) képletbe helyettesíteni.

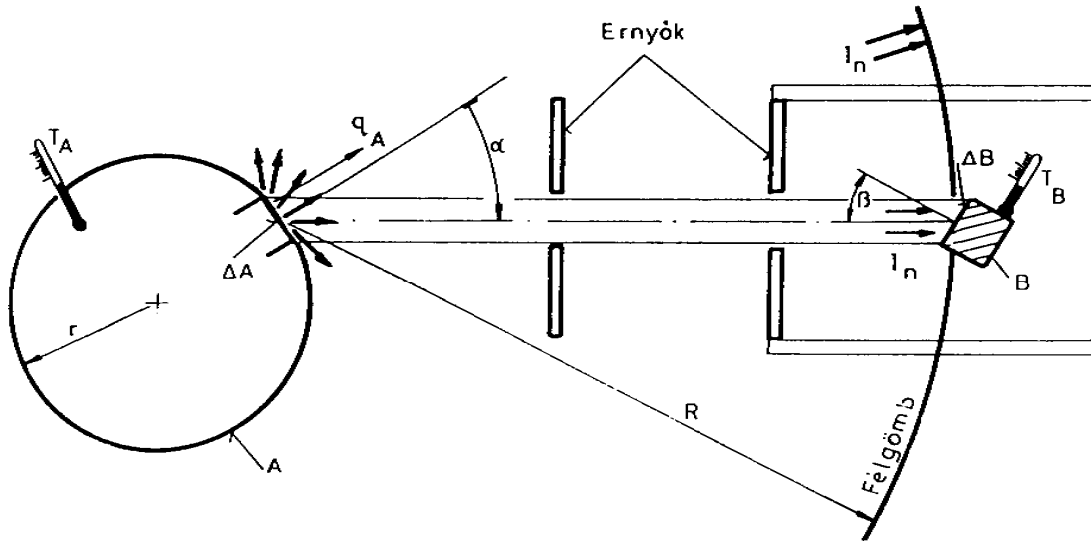
A továbbiakban beszélünk a sugárzás adott *hullámhossz tartományba* eső intenzitásáról is, és adott *térbeli szögtartományba* irányuló sugárzás intenzitásáról is. Ekkor is az (1.2) képletbe a megfelelő hőteljesítményeket helyettesítjük.

Az intenzitás az értelmezését és a mértékegységét tekintve is azonos a hővezetésnél megismert *hőáramsűrűséggel* (lásd a 7. fejezetben). Különbség csak annyi, hogy vezetéssel, konvekcióval vagy sugárzással átlépő hőteljesítményről van-e szó? Sugárzás esetén *inkább az intenzitás* elnevezést, hővezetés vagy konvekció esetén a *hőáramsűrűséget* használjuk (amit általában q -val jelölünk), de határesetekben, például egy szilárd test felszínén, ahol a hőteljesítmény az egyik oldalról vezetéssel érkezik és a másik oldalon sugárzással távozik, *mindkét elnevezést (és jelölést) használjuk*.

A műszaki hőtan csak *mérhető* fizikai fogalmakkal dolgozik. (Olyan meghatározásnak, mint az "egész világ entrópiája" nincs értelme.) A fizikai fogalmak értelmezéséhez így hozzá tartozik, hogy hogyan mérjük őket. A megértéshez elég, ha elvi mérési módszert képzelünk el. A modern mérés technika úgyis sokféle lehetőséget kínál - amelyek azonban meglehetősen bonyolultak - és így az áttekintésük inkább megnehezíti, mint elősegíti a fogalom megértését.

A hőszugárzás intenzitásának mérése céljából képzeljünk el egy gondolat kísérletet az 1.1. ábra szerint. Valamilyen anyagú, gömb alakú, az ábrán A jelű test sugárzását vizsgáljuk. Azt szeretnénk biztosítani, hogy más test sugárzása ne zavarja kísérletünket. Ennek érdekében azt kell biztosítanunk, hogy a kísérletet olyan környezetben végezzük, melynek sugárzása elhanyagolható a test sugárzásához képest. Mivel a testek hőszugárzása a hőmérsékletükkel együtt csökken, ha a kísérletet a test T_A hőmérsékletéhez képest nagyon hideg falú helyiségben végezzük, akkor a falak hőszugárzása elhanyagolható lesz a test sugárzásához képest (a továbbiakban ismertetésre kerülő Stefan-Boltzmann törvénnyel ki is tudjuk számítani, hogy mennyire kell lehűteni a falakat). Hasonlóképpen az ábrán feltüntetett ernyők is legyenek nagyon hidegek, hogy a kisugárzásuk ne zavarja a B mérőtestre érkező sugárzást.

² A hőmennyiség fogalmát korábbi tanulmányokból ismertnek tekintjük. Mértékegysége: Joule, vagy kJ, régen Kalória.



1.1. ábra. Gondolatkísérlet az A test sugárzásának vizsgálatára

Feltesszük, hogy az A test felszíni hőmérséklete egyenletes. A test felszínén a hősugárzása révén $\dot{Q}$ hőteljesítmény lép át. A gömbszimmetria miatt a *hőáramsűrűség* a gömb $A=4r^2\pi$ felszínének bármely pontján:

$$q_A = \frac{\dot{Q}}{A} \quad [W/m^2] \quad . \quad (1.3)$$

A q_A hőáramsűrűség értékét méréssel is meghatározhatjuk, ha felvesszük az A test hőmérséklet-idő görbéjét. A hősugárzás révén ugyanis a test folyamatosan veszít a belső energiájából, és a fajhő, a tömeg és a test átlaghőmérsékletének időegység alatti csökkenéséből $\dot{Q}$ számítható (lásd 7.1. pontban). A q_A értékét másként is meghatározhatjuk, ha a gömbalakú test belsejéből a hőenergia *vezetés* révén kerül a felszínre. Homogén izotróp testet feltételezve, a Fourier-féle hővezetési törvénnyel: $q_A = -\lambda \cdot \text{grad } T$ (λ a hővezetési tényező, lásd 7.1. pontban) és így a test felszínéhez közel a hőmérsékletgradiens ($\text{grad } T$) mérésével is megkapjuk q_A értékét. A lényeg az, hogy q_A -t a hőtan *más*, már ismert módszereivel meg tudjuk határozni, és így gondolatmenetünkben *adott, ismert kiinduló mennyiségnek* tekinthetjük.

Az A jelű gömb kicsiny ΔA felületeleméről (1.1. ábra) a q_A hőáramsűrűséggel kilépő $q_A \cdot \Delta A$ hőteljesítmény a felületelemtől a hősugárzás révén *a féltér minden irányába* szétszóródik. Az intenzitás definíciója alapján a ΔA felületelemen az *emisszió helyi intenzitása*:

$$I_{\Delta A} = q_A \quad . \quad (1.4)$$

Most az intenzitás elvi mérését a gömb körüli tér egy tetszőleges B pontjában próbáljuk megoldani. Ezért ott egy kicsiny B mérőtestet helyezünk el (1.1. ábra), a ΔA felületelemtől R távolságra. Annak érdekében, hogy *csak* a kicsiny ΔA felszínelemről érkezze sugárzás a mérő ΔB felületére, ernyőket helyeztünk el a sugárzás útja mentén. Az A testről a sugárzás a felszíni normálishoz képest α szög alatt lép ki, és a B mérőtest felületére β szög alatt esik (1.1 ábra). (Itt, és a továbbiakban is a sugárzás *távozási és beesési szögét mindig* a felület normálisához mérjük. Ezen szabály betartásával sok félreértést

elkerülünk.) A kicsiny test felmelegedését mérve az idő függvényében meghatározhatjuk a B testre érkező $\dot{Q}_{AB}$ hőteljesítményt. A kis test felületegységére beeső sugárzási hőteljesítmény az intenzitás:

$$I_{AB} = \frac{\dot{Q}_{AB}}{\Delta B} = I(q_A, \Delta A, R, \alpha, \beta) \quad [W / m^2] \quad (1.5)$$

A ΔB felületelemre jutó intenzitás függ a kísérlet paramétereitől: a q_A , ΔA , R , α , β értékektől.

Ha a kis B mérőtestet úgy helyezzük el, hogy a sugárzás merőlegesen esik a ΔB felületelemre, akkor a *merőleges* vagy *normális intenzitást* nyerjük. Ezt általában I_n -el jelöljük ($\underline{n}$ a *normálisra* utal):

$$I_n = \frac{\dot{Q}_{n,AB}}{\Delta B} = I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha) \quad [W / m^2] \quad (1.6)$$

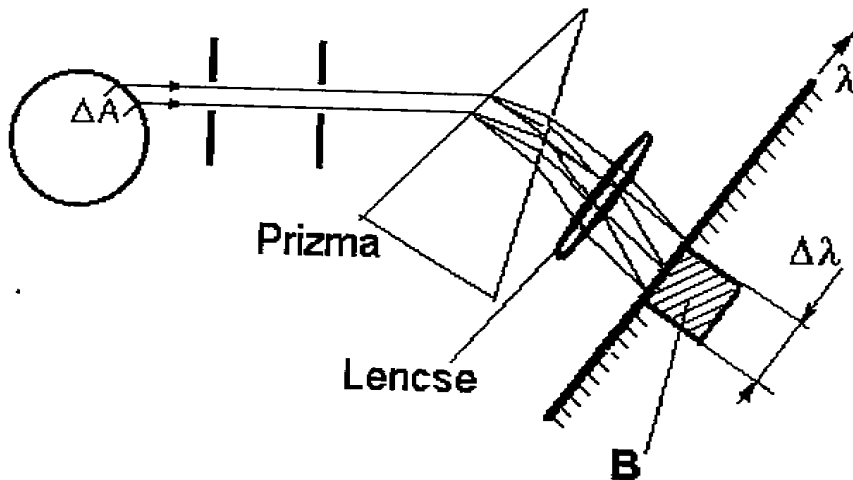
(A kísérlet paramétereitől itt β természetesen hiányzik.) Alább a Lambert törvényénél (3.1. pontban) látni fogjuk, hogy az I_n ismeretében a β szög alatt érvényes intenzitás egyszerűen számítható. Így a B pontban a sugárzás erősségének jellemzése valójában az I_n ismeretén múlik. Ezért a továbbiakban csak ezzel foglalkozunk.

Képzeljük azt, hogy a ΔA felületelem körül az R sugarú félgömb sok pontján megmérjük a normális intenzitást és a félgömbön kiintegráljuk. A két test között a sugárzás vákuumban (vagy levegőben) halad, ebben teljesítmény veszteség nincs. Így a hőtan első főtétele (az energiamegmaradás) szerint a ΔA -ról kilépő hőteljesítmény egyenlő a félgömbre érkező hőteljesítménnyel:

$$q_A \cdot \Delta A = \int_{\text{félgömb}} I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha) dB \quad (1.7)$$

Ezzel az egyenlettel kapcsolatba hoztuk az I_n intenzitást a már jól ismert q_A hőáramsűrűséggel. (Az (1.7) egyenlet szerinti integrált az abszolút fekete testre a 2.1c pontban ki is fogjuk számítani.) A bemutatott elvi kísérlettel a sugárzás helyi intenzitását értelmeztük.

Gondolatkísérletünk kis módosításával tanulmányozhatjuk a sugárzás *hullámhossz függését* is (1.3. ábra).



1.3. ábra. A sugárzás felbontása prizmával

Az ábrán a sugárzás útjába átlátszó prizmat helyezünk. A prizma felbontja a sugárzást, és az ernyőn megjelölhetjük egy adott λ hullámhosszúságú sugárzás beesési helyét. Így akár egy λ skálát is rajzolhatunk az ernyőre. Ha most a kis ΔB felületelemű testet a sugárzás útjába helyezzük (merőlegesen), akkor csak egy kicsiny $\Delta\lambda$ tartományba eső sugárzás fogja érni. Most is megmérhetjük a ΔB felületre érkező sugárzás I_n intenzitását. Jelöljük a λ középértékű, $\Delta\lambda$ hullámhossz sávba eső sugárzás normális intenzitását $I_{n,\lambda,\Delta\lambda}$ -val. Ha $\Delta\lambda$ kicsiny, akkor nyilván $I_{n,\lambda,\Delta\lambda}$ is kicsiny, de az egységnyi hullámhosszra eső $I_{n,\lambda,\Delta\lambda} / \Delta\lambda$ törtnek már lehet véges határértéke, ha $\Delta\lambda$ zérushoz tart:

$$I_{n,\lambda} = \lim_{\Delta\lambda \rightarrow 0} \frac{I_{n,\lambda,\Delta\lambda}}{\Delta\lambda} \quad [W / m^2 \cdot m] \quad (1.8)$$

Ezt az $I_{n,\lambda}$ értéket nevezzük a test *normális irányú monokromatikus sugárzási intenzitásának*.

A mérés gyakorlati kivitelezhetősége szempontjából megjegyezzük, hogy közönséges üveg nem alkalmas prizmának, mert csak kb. 2 mikron hullámhosszig átlátszó, és a hosszabb hullámhosszúságú sugárzásokat elnyeli (lásd a 4.3. ábrát). Mesterséges kőso egykristály már 15 mikronig átlátszó, a szilvit kristály pedig majdnem a teljes hősugárzási tartományban megfelel erre a célra.

A *monokromatikus intenzitás* valójában nem *intenzitás*, ezt láthatjuk a dimenziójából is, de közeli kapcsolatban van vele. Mivel egy $\Delta\lambda$ beosztásnál az összes $I_{n,\lambda,\Delta\lambda}$ intenzitások összege a teljes I_n intenzitás, a monokromatikus intenzitás és a teljes intenzitás kapcsolata:

$$I_n = \int_{\lambda=0}^{\infty} I_{n,\lambda} d\lambda \quad (1.9)$$

A normális irányú monokromatikus sugárzási intenzitás is természetesen függ a mérés paramétereitől (1.1. ábra), melyek közé most λ -t is be kell sorolnunk:

$$I_{n,\lambda} = I_{n,\lambda}(\lambda, q_A, \Delta A, R, \alpha) \quad (1.10)$$

és a félgömbön kiintegrálva - az (1.7) egyenlethez hasonlóan - nyerjük a ΔA felületelemen érvényes q_λ *monokromatikus hőáramsűrűséget*:

$$q_\lambda \cdot \Delta A = q_\lambda(\lambda, q_A) \cdot \Delta A = \int_{\text{félgömb}} I_{n,\lambda}(\lambda, q_A, \Delta A, R, \alpha) dB \quad (1.11)$$

A q_λ és q_A között nyilván ugyanolyan kapcsolat van, mint $I_{n,\lambda}$ és I_n között (az (1.9) egyenlet):

$$q_A = \int_{\lambda=0}^{\infty} q_\lambda d\lambda \quad (1.12)$$

(Ezt az egyenletet formálisan is megkapjuk, ha az (1.11) egyenletet λ szerint integráljuk, majd a jobb oldalon a két integrálás sorrendjét felcseréljük, akkor (1.9) és (1.7) alapján következik (1.12)).

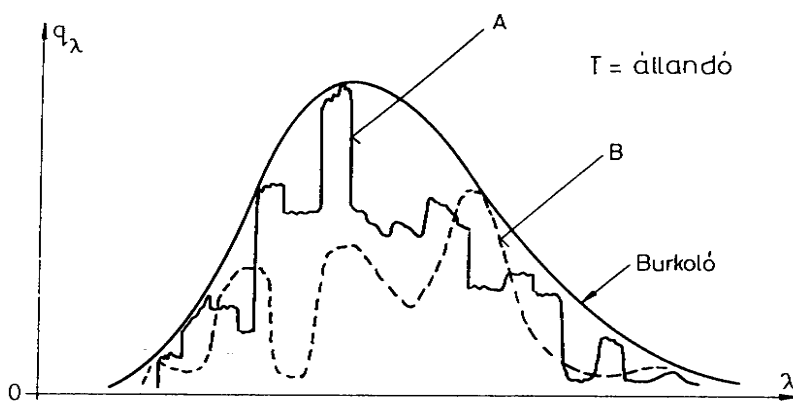
Megjegyezzük, hogy a gyakorlatban az (1.12) szerinti integrálást elegendő a hősugárzás 0,1 ... 100 mikron tartományára elvégezni, mert ezen a tartományon kívül a q_λ monokromatikus hőáramsűrűség elhanyagolhatóan kicsiny értékű.

A bemutatott gondolkísérletekből látható, hogy a sugárzás térbeli eloszlása elég sok paramétertől függ. Az (1.5) és (1.10) egyenlőségekben *ötváltozós* függvények szerepelnek. Ha a hősugárzás műszaki számításait ezekre a függvényekre kívánjuk alapozni, akkor a programunk a következő lehetne: Meghatározzuk a számításainkban szereplő anyagokra, azok felületének különböző állapotára, többféle

hőmérsékletére a szóban forgó ötváltozós függvényeket, és ezek ismeretében már bármilyen konkrét feladat esetén meg tudjuk határozni a sugárzás térbeli eloszlását. Ez olyan óriási kísérleti programot igényel, ami gyakorlatilag kivihetetlen. (A táblázatosan adott ötváltozós függvény adatainak még a számítógépbe begépelése is jelentős időt igényel, hát még a mérések elvégzése.) Ezért más utat kell követünk. A továbbiakban látni fogjuk, hogy ezeket a függvényeket a később értelmezett *abszolút fekete testre* ki tudjuk számítani és igen egyszerű alakúak. Sok valóságos test sugárzása elég jól követi az abszolút fekete test sugárzását. Ezért a valóságos testek sugárzását az abszolút fekete test sugárzásához fogjuk viszonyítani, és a sugárzásukat az itt bemutatott ötváltozós függvények néhány paraméterénél megmérve (példaként lásd a 2.5 - 2.9 ábrákat), az abszolút fekete test sugárzását ezen mérések alapján korrigálva megkapjuk a valóságos testekre érvényes jól közelítő fizikai paramétereket. Ezen eljárás sok műszaki feladat pontossági igényének megfelel.

A hősugárzás elmélete így a továbbiakban tulajdonképpen *küzdelem a független változók számának csökkentése érdekében* különféle közelítések révén.

Ezek után vizsgáljuk az (1.11) egyenlettel értelmezett q_λ monokromatikus hőáramsűrűséget. Az 1.4 ábrán az "A" görbe egy az előbbieken elképzelt intenzitásmérés eredménye egy A jelű testre. A $q_\lambda - \lambda$ függvényt a test *spektrumának* nevezzük. Az ábrán egy *ugyanolyan hőmérsékletű* B test spektrumát is feltüntettük.



1.4. ábra. Egyforma T hőmérsékletű testek kisugárzásának $q_\lambda - \lambda$ spektruma.
A burkoló görbe az abszolút fekete test spektruma.

Az 1.4. ábrára tekintve azonnal megállapíthatjuk, hogy a B test általában kevesebbet emittál, mint az A test. Ha *sok* egyforma hőmérsékletű test monokromatikus sugárzási intenzitás görbáját összerajzoljuk akkor mindegyik egy *burkoló görbe* alatt marad. Az 1.4 ábrán a burkoló a vastagon húzott görbe. Vannak olyan testek, amelyeknek az intenzitásgörbéje minden hullámhossznál elég közel esik a burkolóhoz. Azt mondjuk, hogy ezek *megközelítik az abszolút fekete testet*, melynek intenzitásgörbéje a burkoló. (Az elnevezés magyarázata a későbbiekben derül ki.) A burkoló értelmezése alapján megállapítható:

Egyforma T hőmérsékletű testek között:

Adott λ hullámhosszon az abszolút fekete test q_λ sugárzása a legerősebb.

Az (1.12) egyenletből látható, hogy a teljes q_A hőáramsűrűség a spektrumgörbe alatti terület. Így a teljes hullámhossz tartományban kisugárzott energiára is érvényes:

A teljes q_A hőáramsűrűség is az abszolút fekete testre a legnagyobb.

1.3. Az emisszió és az abszorpció egyensúlya, Kirchoff törvénye

Először néhány általános fogalmat értelmezzünk.

Termodinamikai rendszernek nevezzük a testek olyan halmazát, amelyek egymással hőátadási kapcsolatban vannak.

Zárt termodinamikai rendszerről akkor beszélünk, ha a rendszer teste csak egymással vannak kapcsolatban. Ez azt jelenti, hogy rendszeren kívüli testekkel nincs hőátadási kapcsolatuk. (Gyakorlatilag megvalósítják a kívülről hőszigetelt zárt terek.)

Nyílt termodinamikai rendszerről akkor beszélünk, ha a rendszer határoló falán energia lép át.

Egy termodinamikai rendszer *a termodinamikai egyensúly állapotára* jutott, ha a testeinek a hőmérséklete az idő múlásával nem változik.

Ismert egy általános törvény, amit a termodinamika *nulladik főtételének* is neveznek:

Ha egy zárt rendszer a termodinamikai egyensúly állapotára jutott, akkor a testeinek a hőmérséklete megegyezik.

Ez a törvényszerűség bizonyítható a termodinamika második főtételével, elég bonyolult módon. Itt *elfogadjuk*, mint *tapasztalati tényt*. Tapasztaljuk például akkor, amikor benyúlunk a hűtőszekrénybe (a benne hosszú ideig tárolt testek hőmérséklete egyforma).

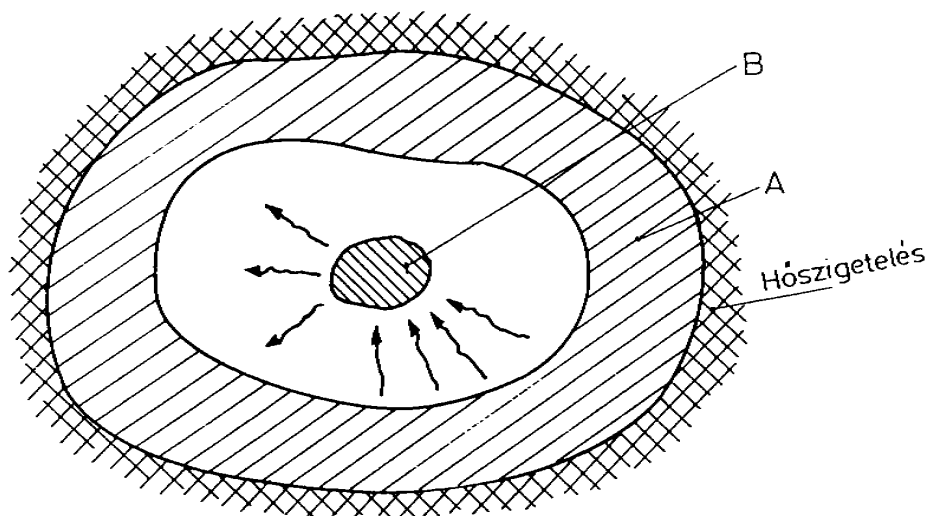
Egy test *sugárzási környezetén* az összes olyan testet értjük, amelyek körül veszik, és amelyekkel sugárzási kölcsönhatásban van.

Példaként tekintsük egy szoba fűtőtestét. A fűtőtest sugárzási környezete a falak, az ablakok és a bútorok. A fűtőtest és a környezete együtt egy termodinamikai rendszert alkot. A rendszert a falak és az ablakok külső oldalai határolják. Először tekintsük azt az állapotot, amikor a fűtés nincs bekapcsolva. Hosszú idő után az összes test hőmérséklete állandósul, a rendszer a termodinamikai egyensúly állapotára jut. Ekkor a falakon nincs hő áramlás, tehát zárt rendszert nyertünk. Az előbbi törvény szerint a zárt rendszerben az összes test hőmérséklete egyforma. A fűtőtest hőmérséklete megegyezik a többi test hőmérsékletével. (Ezt tapasztaljuk is, ha a fűtőtesthez hozzáérünk.) Most kapcsoljuk be a fűtést. Külső hő bevezetésével (villamos vagy gőz vezetéken) a fűtőtestet felfűtjük. Mivel a határoló falon energia lép át, most nyílt rendszerrel van dolgunk. A felfűtés alatt a nyílt rendszer nincs egyensúlyi állapotban, mert a fűtőtest (és a levegő, és a többi test) hőmérséklete változik. Egy idő után a fűtőtestnél bevezetett energia a falakon keresztül távozik, és a hőmérsékletek stabilizálódnak. Egy nyílt rendszer jutott a termodinamikai egyensúly állapotára. A fűtőtest hőmérséklete most sokkal nagyobb, mint a környezete hőmérséklete. Az egyensúlyra jutott nyílt rendszerben jelentős hőmérsékletkülönbségek észlelhetők.

Visszatérünk a hősugárzás tárgyalásához. Az előző pontban *egyetlen* test sugárzását vizsgáltuk. Most figyelmünket *két* test kölcsönhatására fordítjuk. Legyen A egy nem-átlátszó test melynek sugárzása a B testre esik a közöttük levő teljesen átlátszó közegen keresztül. Azt akarjuk biztosítani, hogy más test ne vegyen részt a sugárzási kölcsönhatásban. Ez csak úgy lehetséges, ha az A test teljesen körül fogja a B testet az 1.5 ábra szerint, azaz B az A üregében helyezkedik el.

Első pillanatra ez kicsit mesterkéltnek tűnhet. Azonban csupán arról van szó, hogy az A test a B test környezete, és mivel minden testnek van környezete, minden gyakorlati eset kezelhető így.

Az A test energiát sugároz a B testre. Ezt B részben elnyeli, részben visszaveri és egy részét esetleg át is ereszt. A B test belső energiáját csak az *elnyelt* energia befolyásolja, mert a visszavert és az áteresztett energia *eltávozik*. Ezért figyelmünket a B test abszorpciójára irányítjuk. Erre Kirchoff egy alapvető törvényt fogalmazott meg.



1.5. ábra. Üregben levő test

Kirchoff törvényét először néhány egyszerűsítő feltétellel bizonyítjuk, majd ezeket enyhíteni fogjuk. Kezdeti feltételeink:

- Az A test kívülről hőszigetelt, így az A és B test együtt egy zárt termodinamikai rendszert alkot melyet külső hőátadás nem befolyásol.
- Feltesszük, hogy a rendszerben mechanikai munkavégzés nincs.
- Az A és B test felületének hőmérséklete egyenletes, értéke T_A illetve T_B .
- Az A és B test között csak sugárzásos kölcsönhatás van, azaz a hővezetést és a konvekciót (egyelőre) kizárjuk.

Zárt termodinamikai rendszerünk a termodinamikai egyensúly állapotában van, ezért a nulladik főtétele szerint:

$$T_B = T_A \quad (1.13)$$

Mivel mechanikai munkavégzés, hővezetés és konvekció nincs, a B test belső energiáját csak az A test sugárzásából elnyelt energia és a B test által kisugárzott energia befolyásolja. Nyilvánvaló, hogy ezek egyenlők kell legyenek:

$$\dot{Q}_{\text{abszorbeált}} = \dot{Q}_{\text{emittált}} \quad , \quad (1.15)$$

Ha ugyanis többet abszorbeálna, mint amennyit elnyel, akkor melegedne. Ha kevesebbet, akkor hűlne. Márpedig a termodinamikai egyensúly állapotában nem melegedhet és nem hűlhet.

Kirchoff tétele (első fogalmazásban) azt mondja ki, hogy az a,- d, feltételek esetén a termodinamikai egyensúly állapotára jutott test által abszorbeált és emittált hőteljesítmény egyenlő.

Most foglalkozzunk a feltételek gyengítésével. A d, feltételt csak az egyszerűség kedvéért kötöttük ki. Hővezetést és konvekciót is megengedhetünk a rendszerben, mert hővezetés vagy konvekció csak hőmérsékletkülönbség esetén jön létre, és így a rendszert az egyensúlyi helyzetet jellemző egyforma hőmérsékletre hozva, a vezetéssel és a konvekcióval átadott hőmennyiség is zérus. (Hővezetés és konvekció sok gyakorlati esetben jelen van. Például, ha az 1.5 ábra szerinti B test érintkezik A-val és a környező levegővel is hőátadási viszonyban van.) Kirchoff törvénye a hővezetést és a konvekciót is tartalmazó esetre így fogalmazható:

Ha egy test a környezetével zárt rendszert alkot és a termodinamikai egyensúly állapotára jutott, akkor a hőmérséklete egyenlő a környezete hőmérsékletével. Hővezetéssel és konvekcióval sem ad át hőt, és a test által abszorbeált sugárzási hőteljesítmény egyenlő a test által kisugárzott hőteljesítménnyel.

A testek anyagára semmiféle kikötést nem tettünk, a tétel nagyon általános.

A gondolkísérlet kis módosításával - a testek közé olyan szűrőt helyezve, amely csak egy hullámhossz tartományban enged át sugárzást - belátható az is, hogy:

Bármely hullámhossz tartományban a kisugárzott és az elnyelt hőteljesítmény egyforma.

A gyakorlati alkalmazásoknál azonban legtöbbször *nyílt* termodinamikai rendszerekkel van dolgunk. A testek a felmelegedés vagy lehűlés állapotában *nincsenek* termodinamikai egyensúlyban, és sem a test, sem a környezet hőmérsékleteloszlása *nem* egyenletes. *Tehát az előbbi a,- d, feltevéseink egyike sem teljesül!* A test által elnyelt hőteljesítményre mégis, Kirchoff törvényének egy *közelítésként* elfogadható *gyakorlati* általánosítása ilyen körülmények között is érvényes!

A környezet egyenlőtlen hőmérsékleteloszlásán (c, feltétel) úgy segíthetünk, hogy bevezetünk egy a sugárzás szempontjából *átlagos* környezeti hőmérsékletet (lásd az 5. fejezetben).

A zárt rendszer és a termodinamikai egyensúly hiánya azzal oldható fel, hogy elfogadjuk a következőt:

Kísérleti tény, hogy a legtöbb test abszorpciója alig függ a hőmérsékletétől.

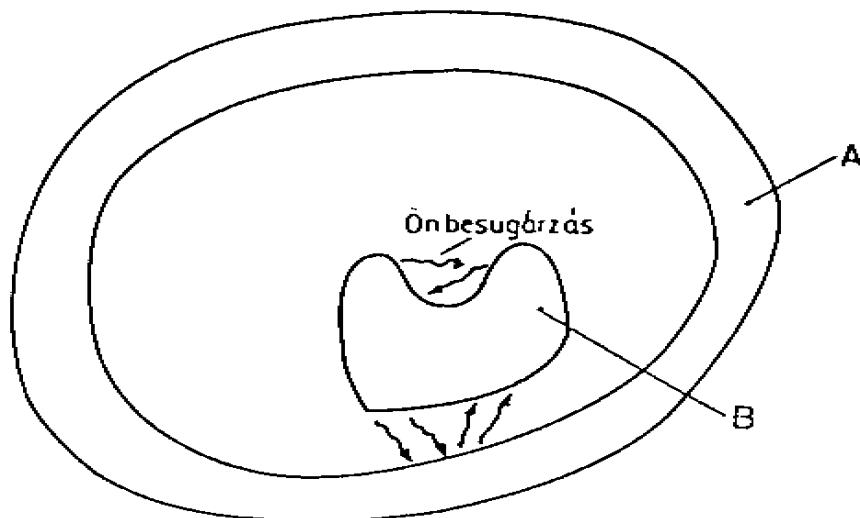
Ennek érthető atomfizikai okai vannak. Egy testre eső elektromágneses sugárzás abszorpcióját az anyag atomi rácsszerkezete szabja meg. Ez a hőmérséklettel alig változik. A hőmérséklet növelésével a hőtágulás révén ugyan a besugárzott felület kismértékben megnő, és a molekulái közötti rácsávolság is picit változik, de ezen hatások nagysága nagyon kicsiny. A testben abszorbeált hőteljesítményt így elsősorban a ráeső sugárzás intenzitása és spektruma határozza meg, a besugárzott test hőmérsékletétől függetlenül. Ezért olyan hőmérsékleti tartományban, melyben az anyag rácsszerkezete a hőmérséklet változásával nem alakul át (tehát nincs halmazállapotváltozás vagy átkristályosodás), a test hőmérsékletének megváltozása esetén is:

A testre beeső változatlan sugárzás esetén a test által abszorbeált hőteljesítmény (a hőmérsékletétől függetlenül) lényegében változatlan.

Képzeli el, hogy a gondolkísérletünkben szereplő B test hőmérsékletét külső hő bevezetésével az egyensúlyi értékről indulva fokozatosan növeljük (például a helyiség fűtőtestét felfűtjük). Ahhoz, hogy előbbi felismerésünket alkalmazhassuk, feltesszük, hogy *olyan hőmérsékleti tartományt vizsgálunk, melyben B rácsszerkezete nem változik.*

Továbbá azt is biztosítanunk kell, hogy B hőmérsékletének növelésével a ráeső sugárzás intenzitása ne változzon. Sajnos ez sok gyakorlati esetben nem teljesül. Például az 1.7. ábra szerinti B testet hevítve egyrészt növekszik a saját besugárzása, másrészt növekszik az A testről visszaverődött sugárzása is. (Ilyen esetekkel a 4.3. pontban foglalkozunk.) Itt a helyzet egyszerűsítése érdekében feltesszük, hogy a B test önbesugárzását és a sugárzásának a környezetről való visszaverődését *külön kezeljük* (azaz a *teljes* beeső sugárzási teljesítményből levonjuk).

A felfűtött B testre CSAK a *környezetéből* érkező sugárzás hőteljesítményét tekintve (önbesugárzás és a visszaverődés nélkül), ez a felfűtés után ugyanakkora, mint a felfűtés előtt. A felfűtés előtt B test a környezete hőmérsékletén volt. A felfűtés után is, a változatlan beeső sugárzásnak ugyanakkora részét nyeli el.



1.7. ábra. Az üregben levő testet melegítve a ráeső sugárzás intenzitása változhat az önbesugárzása és a sugárzásának a környezetről való visszaverődése révén.

Így megfogalmazhatjuk *Kirchoff tételét nyílt termodinamikai rendszerre*:

Egy test - a hőmérsékletétől függetlenül - közelítőleg annyi hőteljesítményt nyel el a környezete sugárzásából, mint amennyit a környezete átlaghőmérsékletén kisugározna.

Ismét megemlítjük, hogy a törvény csak olyan hőmérséklet-tartományban igaz, melyben a B test rács-szerkezete nem változik. A törvény *nyílt rendszerek* testeire is érvényes, akkor is, ha *nincsenek termodinamikai egyensúlyban*. Így a legtöbb gyakorlati esetben igen jól alkalmazható.

Kirchoff törvényének gyakorlati jelentősége abban van, hogy a test abszorpcióját visszavezeti az emissziós sajátságaira. Ezért, ha mérésekből ismerjük a test emisszióját, akkor a törvény segítségével az abszorpcióját már számítani tudjuk. Ez nagymértékben csökkenti a sugárzási paraméterek meghatározására irányuló kísérleti munkát és lényegesen egyszerűsíti a számításokat is.

2. A SUGÁRZÁS KIBOCSÁTÁSA

2.1. Az abszolút fekete test.

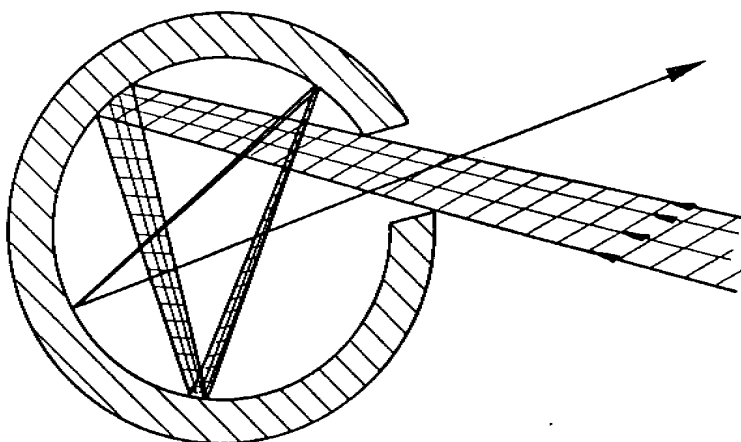
a, Az üreg nyílása, mint abszolút fekete test

Kirchoff törvényének első alkalmazásaként gondoljuk meg a következőket.

Ha egy üregbe egy jól sugárzó testet helyezünk, akkor Kirchoff alapján jó elnyelő is kell legyen, és megfordítva, az üregbe helyezett gyengén sugárzó testek gyenge elnyelők kell legyenek.

Ha az üregbe a legjobb sugárzó testet, azaz egy abszolút fekete testet helyezünk, ez fogja elnyelni a legtöbb sugárzást, azaz ez lesz a legjobb elnyelő is.

A "legjobb elnyelőt" könnyen elképzelhetjük. A 2.1. ábrán egy test üregét mutatjuk be, melynek falán egy kis nyílás található. A nyíláson az üregbe jutó sugár számos helyen visszaverődik, de minden visszaverődésnél egy része elnyelődik. Az ábrán a sugár energiatartalmát a szélességével érzékeltetjük. Így a visszaverődő sugár egyre vékonyabb lesz, és a beeső sugárzásnak csak elhanyagolhatóan kicsiny része lép ki az üregből. Az üregbe kívülről érkező sugárzás így majdnem teljesen elnyelődik, és csak igen piciny része verődik vissza a nyíláson át. Kívülről tekintve a kis nyílás felülete közelítőleg megvalósítja a legjobb elnyelőt: az abszolút fekete testet.



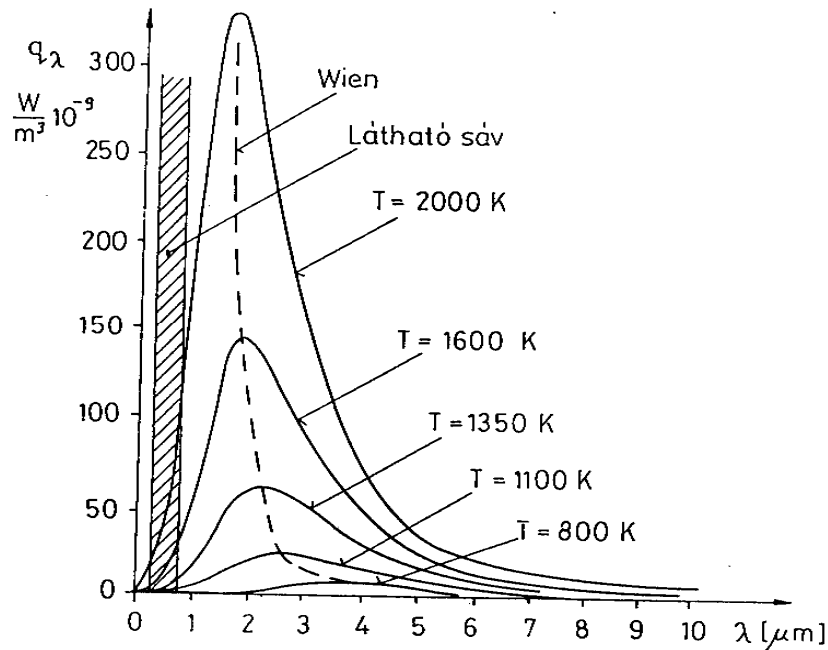
2.1.ábra. Az üreg szája, mint abszolút fekete test

Ez összhangban van mindennapos vizuális megfigyeléseinkkel is. Ha egy üreges test hőmérséklete $T = 1000$ K alatt van, tehát nem bocsát ki látható sugárzást, akkor nappali fényben az üregbe fűrt kis lyukra tekintve fekete színt látunk – úgy, mint éjszaka - mert onnan nem érkezik a szemünkbe fénysugár. (Innen az abszolút fekete test elnevezés!) Az 1000 K-nél kisebb hőmérsékletű üreges testre tekintve így az üreg nyílása a legfeketebb felületdarab.

Ugyanakkor ennek a fordítottja is igaz. Ha egy üreges test hőmérséklete $T = 1000$ K feletti, tehát a test világít, akkor az üregébe fűrt kis lyuk felülete világít a legintenzívebben, mert a test felületéről csak a test saját emissziója érkezik a szemünkbe, az üregből viszont az üreg faláról többszörösen visszavert sugárzása is.

b, Az abszolút fekete test sugárzása, Planck törvénye, Stefan-Boltzmann törvény

Az üregek sugárzását - az abszolút fekete testekhez fűződő kitüntetett szerepük miatt - mind kísérletileg, mind elméletileg nagyon alaposan vizsgálták. Meglepő kísérleti tény, hogy a nyílás sugárzása független az üreg falának alakjától, anyagi minőségétől és állapotától (pl. érdességétől). Az üreg nyílásának sugárzása csak az üreg hőmérsékletétől függ. Már ezek a tények is arra utalnak, hogy itt egy univerzális fizikai jelenséggel állunk szemben. A különböző hőmérsékletű üregekből kilépő sugárzás monokromatikus hőáramsűrűség spektrumait a 2.2. ábra mutatja.



2.2. ábra. Az abszolút fekete testek spektrumai

A méréssel meghatározott görbéknek igen jól közelítő általános elméletet állított fel *Planck*, ami a fizika történetében is alapvető jelentőségűnek bizonyult, mert ez volt a kvantumelmélet kiindulópontja. Planck elméletét itt nem tárgyaljuk csak a végeredményét mutatjuk be.

Az ábrán látható görbék képlete Planck szerint:

$$q_{\lambda} = q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad [W / m^2] \quad (2.1)$$

ahol q_{λ} a monokromatikus hőáramsűrűség, az *aft* index, az abszolút fekete testet jelzi, λ a hullámhossz, m, T az abszolút hőmérséklet, K, $h = 6,625 \cdot 10^{-34}$ Js, a Planck állandó, $c = 2,9979 \cdot 10^8$ m/s a fény sebessége, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K a Boltzmann állandó.

A továbbiakban a (2.1) képletet közvetlenül nem használjuk, csupán a következményeit. A hősugárzás sajátosságainak megértésénél azonban a 2.2. ábra a szemünk előtt lebeg. Szembeszökő például, hogy a görbék maximum-pontjai a hőmérséklet csökkenésével jobbra tolódnak. A (2.1) képlet differenciálásával levezethető, hogy a maximum-pontok helyére érvényes a *Wien-féle törvény*:

$$\lambda_{max} \cdot T = 2,9 \text{ mm.K} \quad (2.2)$$

amiből a jobbra tolódás számszerűen is kiértékelhető.

A T hőfokú abszolút fekete test által a teljes hullámhossz tartományban kibocsátott sugárzás hőáram-sűrűségét a 2.2 ábrán berajzolt görbe alatti terület adja az (1.12) képlet alapján. A Planck képlete szerinti hőáram-sűrűségeket kiintegrálva nyerjük a fekete test teljes hőáram-sűrűségére vonatkozó

Stefan-Boltzmann törvényt:

$$q = \sigma T^4 \quad (2.3)$$

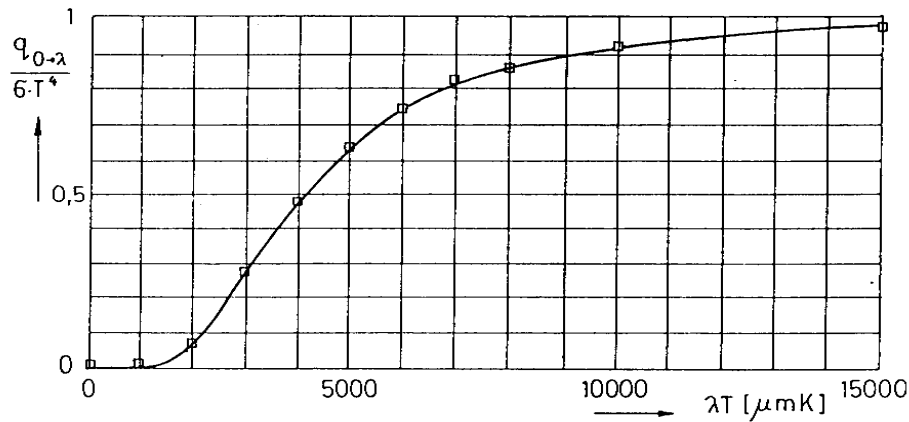
ahol

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K}^4) \quad (2.4)$$

a Stefan-Boltzmann állandó.

Ezt a törvényt nagyon sokszor alkalmazzuk. A konstans könnyű megjegyezni, mert egymás után következő számokból áll. Fejben számolva célszerű a hőmérsékletet száz fokonként tekinteni. Például: T = 300 K esetén T = 3 · 100 K és a képletbe helyettesítve $100^4 = 10^8$ tehát a negatív hatvány éppen kiesik, és így: $q = 5,67 \cdot 3^4 = 459 \text{ W/m}^2$. A 300 K hőmérsékletű üreg ekkora hőáram-sűrűséggel emittál!

Planck egyenlete alapján a fekete test sugárzási energiaviszonyait analitikus számítással is követni tudjuk. Például egy adott T hőfokhoz tartozó görbét két adott hullámhossz között kiintegrálva, a görbe alatti terület adja a szóban forgó hullámhossz tartományban kisugárzott hőáram-sűrűséget. Ilyen számításon alapul Dunkle diagramja (2.3. ábra).



2.3. ábra. Dunkle diagramja a fekete test sugárzására

Ezen a diagrammon az abszcissa:

$$x = \lambda \cdot T, \quad [\text{mikron.K}], \quad (2.5)$$

az ordináta pedig a 0-tól λ -ig terjedő hullámhossz tartományban kisugárzott hőáram-sűrűség, viszonyítva a teljes hullámhossz tartományban kisugárzott hőáram-sűrűséghez:

$$y = \frac{q_{0 \rightarrow \lambda}}{q_{0 \rightarrow \infty}} = \frac{\int_0^{\lambda} q_{\lambda, \text{aft}} d\lambda}{\sigma T^4} \quad (2.6)$$

Példaként vizsgáljuk meg egy $t = 500\text{ C}^\circ$ hőmérsékletű abszolút fekete felület sugárzását. Ekkor $T = 773\text{ K}$. Maximális intenzitása a Wien törvény alapján: $\lambda_{\max} = 3,7$ mikronnál van (2.2. ábra). Energiaeloszlására Dunkle alapján a II. táblázatot kapjuk.

II. táblázat. Egy $t = 500\text{ C}^\circ$ hőmérsékletű abszolút fekete test sugárzási energiaeloszlása

Hullámhossz tartomány	λ μm	$x = \lambda T$ $\mu\text{m.K}$	$y = q_{0 \rightarrow \lambda} / q_{0 \rightarrow \infty}$ 1
0 $\rightarrow$ 1 mikron	1	773	0,00001
0 $\rightarrow$ 4 mikron	4	3092	0,30
0 $\rightarrow$ 10 mikron	10	7730	0,85
0 $\rightarrow$ 20 mikron	20	15460	0,97

A táblázat utolsó oszlopa szerint 1 mikron alatt a test sugárzása elhanyagolható. Ez megfelel annak a tapasztalati ténynek, hogy az 500 C° hőmérsékletű testek nem bocsátanak ki látható fényt. Ugyanakkor a 4 mikronig terjedő tartomány már a teljes sugárzási energiatartalom 30 %-át képviseli, és 20 mikron fölött az energiatartalomnak már csak a 3 %-a jelentkezik. Ezért megállapíthatjuk, hogy: *A $t = 500\text{ C}^\circ$ hőmérsékletű abszolút fekete test sugárzása döntően az 1 - 20 mikron tartományba esik.*

Ha figyelembe vesszük, hogy bármely hullámhossznál az abszolút fekete test a legjobb sugárzó (lásd a 2.4. ábrát), akkor megállapíthatjuk, hogy:

Egyetlen valóságos, $t = 500\text{ C}^\circ$ hőmérsékletű test sem bocsáthat ki az 1 - 20 mikron tartományon kívül lényeges sugárzást.

Megállapításunk természetesen más hőmérsékletekre is értelemszerűen érvényes. Minden hőmérséklethez tartozik egy hullámhossz tartomány melyben a sugárzásának döntő része jelentkezik.

Az emberi környezetben leggyakrabban előforduló testek hőmérséklete a $t = 20\text{ C}^\circ$ -hoz közel esik. Az ilyen hőmérsékletű testekre azt kapjuk, hogy a sugárzási spektrumuk döntően a 2 - 50 mikron hullámhossz tartományba esik.

Nagy hőmérsékletű üregek sugárzása viszont már tartalmaz egy szakaszt a látható fény hullámhossz tartományából is (2.2. ábra). Kemencék kémlelő nyílására tekintve, a sugárzás *színéből* következtethetünk az üreg hőmérsékletére. Felfűtéskor:

$t = 600\text{ C}^\circ$ táján derengő *mélyvörös* szín jelenik meg.

$t = 700 \dots 900\text{ C}^\circ$ tartományban *piros*,

$t = 900 \dots 1100\text{ C}^\circ$ tartományban *sárga*, de

$t = 1100\text{ C}^\circ$ fölött már *fehér* színt látunk.

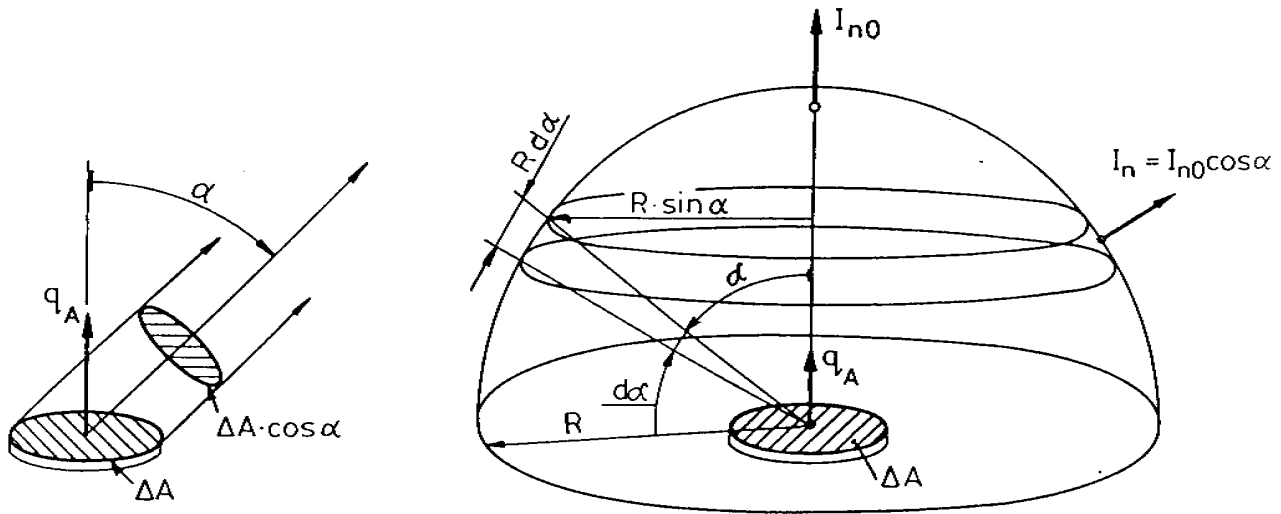
Ez megfelel annak, hogy a sugárzás egyre jobban lefedi a látható fény tartományát.

c, Kicsiny abszolút fekete lap sugárzási tere

Most vizsgáljuk meg, hogy egy kicsiny abszolút fekete ΔA területű lap (azaz egy üreg ΔA területű nyílása) milyen sugárzást bocsát ki. A lapról kilépő hőáramsűrűség a Stefan-Boltzmann törvény alapján ismert: $q_A = \sigma T^4$. A kis ΔA felületről kisugárzott hőteljesítmény így: $\Delta A \cdot q_A$. Ez minden irányba szétoszóródik, és a kérdés az, hogy adott irányba mekkora teljesítmény távozik.

A 2.4. ábra bal oldalán látható, hogy az α szög irányában a hatásos sugárzó felület:

$$\Delta A_{\text{hatásos}} = \Delta A \cdot \cos(\alpha) .$$



2.4. ábra. Kicsiny abszolút fekete lap sugárzási tere

A jobboldali ábra szerinti nagy gömbfelület pontjairól nézve ΔA kicsiny méretű. Ha a félgömb közepén (az $\alpha = 0$ -nál) a normális irányú intenzitást I_{n0} -al jelöljük, akkor a félgömbön az α irányba eső pontban a hatásos felület csökkenése miatt a normális intenzitás:

$$I_n = I_{n0} \cos(\alpha) . \quad (2.7)$$

A félgömbön ugyanakkora hőteljesítmény lép át, mint amekkora a lapból kilép. Ezt a megfontolást alkalmaztuk már az (1.7) egyenletnél is, csak itt számszerűen is ki tudjuk számítani az integrált:

$$\Delta A \cdot q_A = \int_0^{\pi/2} I_{n0} \cos(\alpha) \cdot 2\pi R \sin(\alpha) \cdot R d\alpha = I_{n0} R^2 \pi \int_0^{\pi/2} \sin(2\alpha) d\alpha = I_{n0} R^2 \pi \quad (2.8)$$

Az integrálban $I_{n0} \cos(\alpha)$ az α szög alatt érvényes I_n intenzitás. Ez van szorozva az $R \sin(\alpha)$ sugarú és $R d\alpha$ magasságú gömbszelet (2.4. ábra) területével. Kiemelés után a $\sin(2\alpha)$ integrálja 1, és így azt nyerjük I_{n0} értékére, hogy:

$$I_{n0} = \frac{\Delta A \cdot q_A}{R^2 \pi} . \quad (2.9)$$

Ezzel az I_{n0} -al, az α szög alatti normális irányú intenzitás a félgömbön:

$$I_n = I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha) = I_{n0} \cos(\alpha) = \frac{\Delta A \cdot q_A}{R^2 \pi} \cos(\alpha) \quad (2.10)$$

Ezzel meghatároztuk az indító gondolkísérletünkben (1.1. ábra) szerepet játszó függvény értékét abszolút fekete testekre. Látható, hogy a függvény igen egyszerű alakú. (A sajátosságait a 3.1b pontban tovább elemezzük.)

2.2. A valóságos testek sugárzása

a, Az emissziós tényező

A fekete test sugárzására érvényes Planck és Stefan-Boltzmann törvények megadják azt a maximális sugárzást, ami egy T hőmérsékletű testből kiléphet. A valóságos testek sugárzása ennél kisebb, ahogy ezt az 1.4. ábrán láttuk. Ha valamely λ -nál a valóságos test monokromatikus hőáramsűrűségét az azonos hőmérsékletű fekete test monokromatikus hőáramsűrűségéhez viszonyítjuk (azaz az 1.4. ábra ordinátáinak arányát vesszük):

$$\varepsilon_\lambda = \frac{q_{\lambda, \text{valóságos test}}}{q_{\lambda, \text{abszolút fekete test}}} \quad (2.11)$$

akkor a testnek a λ hullámhosszhoz tartozó monokromatikus emissziós tényezőjét vagy monokromatikus feketeségi fokát nyerjük. A nevezőben szereplő mennyiség Planck képletével számítható. Mivel az abszolút fekete test a legjobb sugárzó, a valóságos testekre:

$$\varepsilon_\lambda \leq 1 \quad . \quad (2.12)$$

minden anyagra, minden λ -nál.

Értelmezhetjük a *teljes spektrumban* kisugárzott hőáramsűrűségre vonatkozó emissziós tényezőt vagy feketeségi fokot is:

$$\varepsilon = \frac{q_{\text{valóságos test}}}{q_{\text{abszolút fekete test}}} \quad . \quad (2.13)$$

Erre természetesen szintén $\varepsilon \leq 1$, és a nevező a Stefan-Boltzmann képlettel számítható.

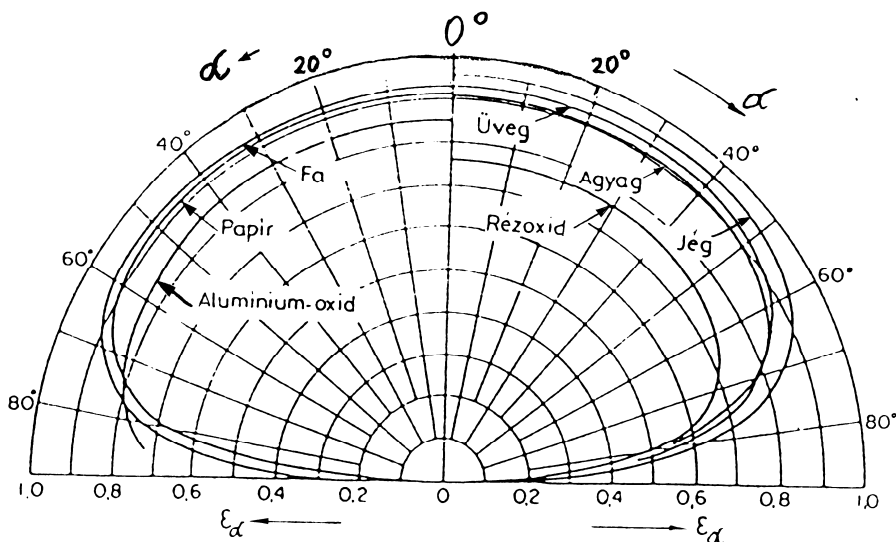
Az emisszió irányfüggésének jellemzésére bevezethetünk emissziós tényezőt a sugárzásnak a különböző irányokban mérhető intenzitása alapján is, az 1.1 és 1.2 ábrán bejelölt paraméterekkel:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha)_{\text{valóságos test}}}{I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha)_{\text{abszolút fekete test}}} \quad (2.14)$$

Itt a nevezőt a (2.10) képlettel számíthatjuk.

Még több más módon is értelmezhetünk feketeségi fokokat, a lényeg az, hogy a valóságos test valamilyen sugárzási jellemzőjét viszonyítjuk az abszolút fekete test *ugyanolyan* sugárzási jellemzőjéhez. Az alábbi ábrák a szakirodalomból kigyűjtött mérések eredményeit mutatják.

Néhány nemfém anyag sugárzásának irányfüggését a 2.5. ábra mutatja.



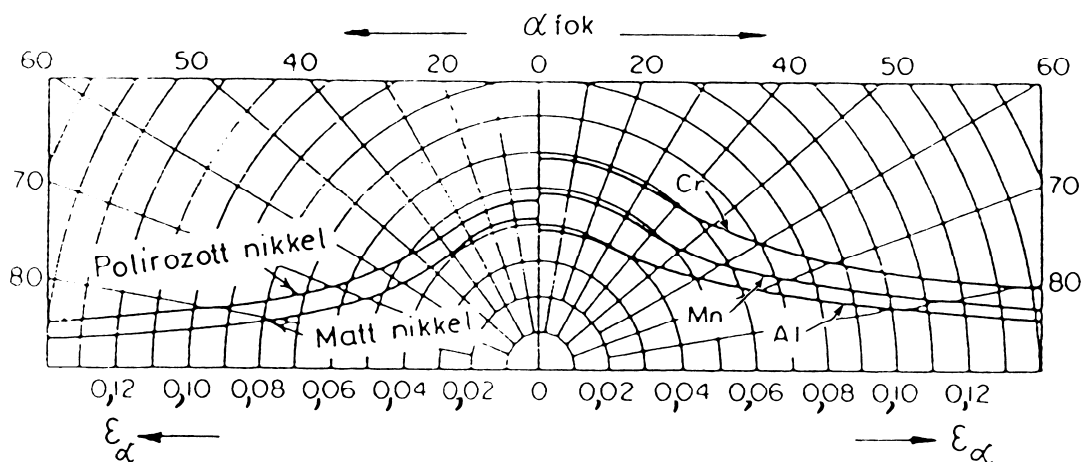
2.5. ábra. Nemfémek sugárzásának irányfüggése (alumínium oxid, papír, fa, rézoxid, üveg, agyag, jég).

A 2.5. ábra kördiagramja könnyen érthető, ε_α a teljes spektrumra vonatkozó, α szög alatt távozó hőáramsűrűségek viszonya.

Az abszolút fekete testre: $\varepsilon_\alpha = 1$, aminek az ábrán a külső kör felel meg.

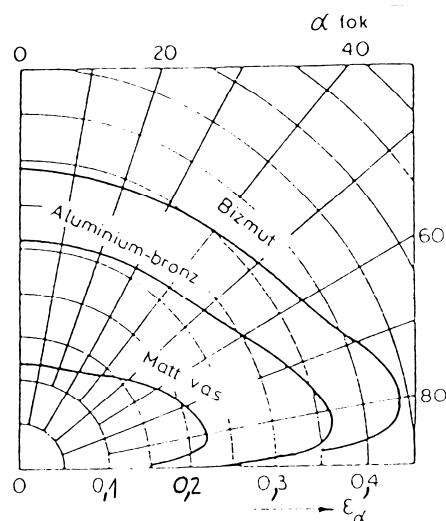
A nemfémek kördiagramján csak a felületről lapos szögben távozó sugarakra tapasztaljuk ε_α csökkenését. Mivel lapos szög alatt a sugárzási energiának csak kis része távozik (lásd alább Lambert törvényét) ezért a nemfémek emissziós tényezője sok gyakorlati számításban jó közelítéssel irányfüggetlennek tekinthető.

Fémek kísérleti eredményeit mutatja a 2.6. és 2.7. ábra.



2.6. ábra. Tükrös fémfelületek sugárzásának irányfüggése (króm, mangán, alumínium, polírozott nikkelt, matt nikkelt)

A tükrös felületű fémek (2.6. ábra) esetén első pillanatra feltűnik, hogy ε_α nagyságrendje kicsiny. A felülethez közeli sugarakra azonban ε_α rohamosan nő (de 1-nél nagyobb értéket természetesen nem vehet föl).

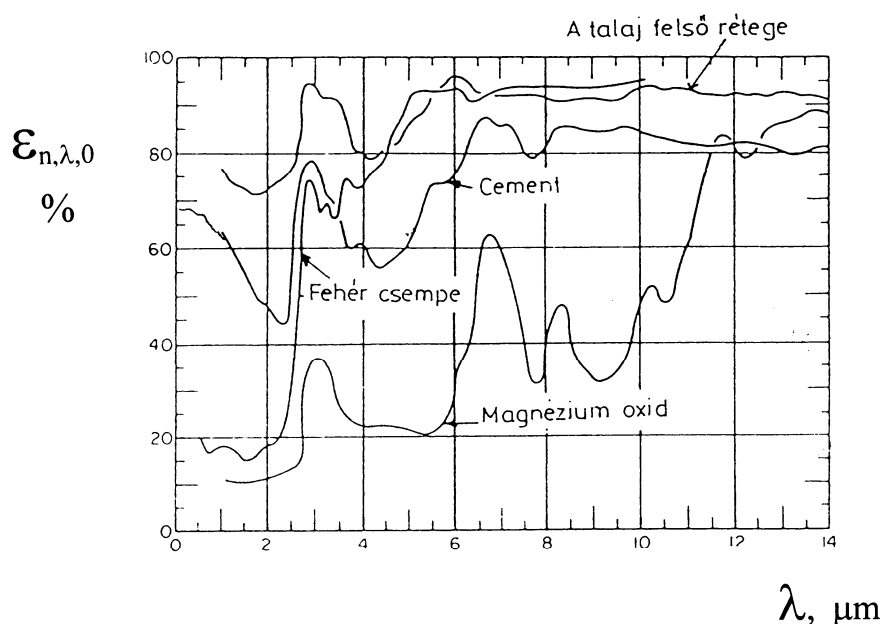


2.7. ábra. Matt fémfelületek sugárzási irányfüggése (bizmut, aluminium-bronz, matt vas)

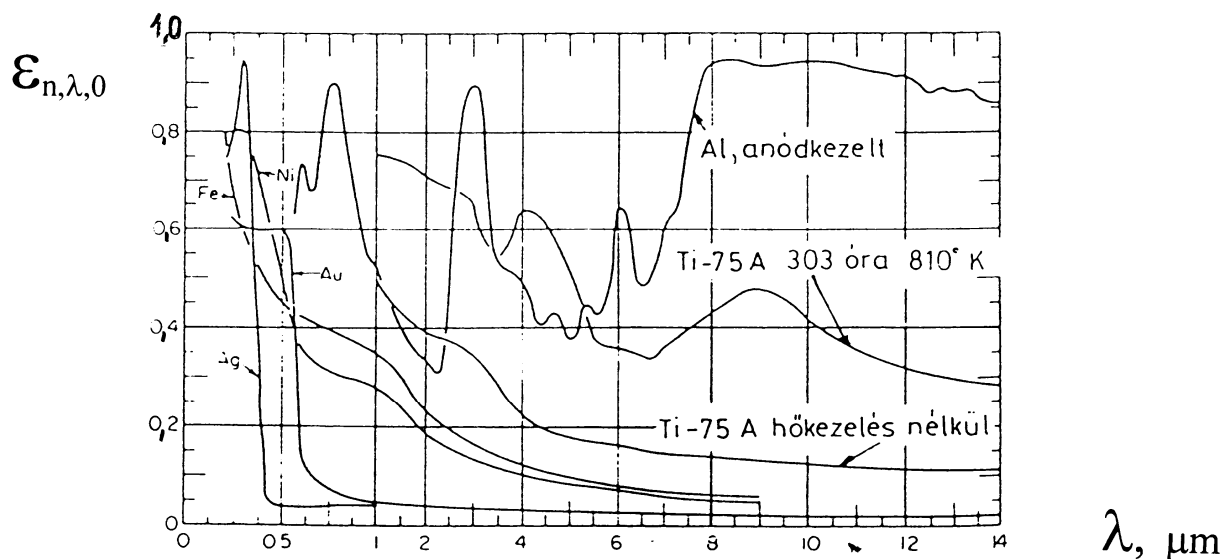
Matt fémfelületeknél viszont (2.7. ábra) ε_α jóval nagyobb, de egy növekedés után kis szögeknél csökkenés jelentkezik.

Bár a sugárzás irányfüggőségének ilyen jellegét a sugárzástechnikában esetenként kihasználják, a legtöbb műszaki számításban ε -t és az alább értelmezett ε_λ -t *irányfüggetlennek* tekintik.

A 2.8. és 2.9. ábrán különféle anyagok emissziós spektrumát láthatjuk. Itt $\varepsilon_{n,\lambda,0}$ indexei azt jelzik, hogy az (1.8) egyenlet szerinti $I_{n,\lambda}$ monokromatikus sugárzási intenzitás kördiagramjának az $\alpha = 0$ szöghöz tartozó értékéből számították. Azért használják ezt, mert *a felületre merőleges irányú kisugárzás* a legkönnyebben mérhető sugárzási paraméter.



2.8. ábra. Nemfémes anyagok normális emissziós tényezőjének spektruma (magnézium oxid, fehér csempe, cement, a talaj felső rétege).



2.9. ábra. Fémek normális irányú emissziós tényezőjének spektruma (vas, ezüst, nikkel, arany, anódizált alumínium, hőkezelt titán, hőkezelés nélküli titán).

A 2.8. és 2.9. ábrákon látható görbemenet tipikus. Nemfémekre általában λ -val együtt globálisan növekvő, fémekre csökkenő spektrumot kapunk.

A 2.8 és 2.9 ábrán bemutatott $\varepsilon_{n,\lambda,0}$ paramétertől a testek által a teljes félgömbbe kisugárzott emisszió ε_λ tényezője (melyet a (2.11) egyenlet értelmez) egy kicsit eltér. A mérések szerint a szorzó:

$$\text{Nemfémek anyagra:} \quad \varepsilon_\lambda = (0,93 \dots 0,99) \varepsilon_{n,\lambda,0} \quad (2.15)$$

$$\text{Fémekre:} \quad \varepsilon_\lambda = (1,08 \dots 1,26) \varepsilon_{n,\lambda,0}$$

A 2.5. - 2.7. kördiagrammokra tekintve ezek a tényezők érthetőek is.

Ilyen diagrammok alapján (az abszolút fekete testek sugárzási képleteinek ismeretével) meghatározhatjuk a különböző anyagok sugárzási paramétereit. A gyakorlati számításokban mégsem ezeket szoktuk alkalmazni, egyrészt azért, mert a szóban forgó konkrét anyagfajtákra ritkán találjuk meg a vonatkozó diagramokat, másrészt azért, mert az emisszió nagyon függ a felület állapotától. Finom oxidréteg, vagy enyhe porréteg jelentősen megváltoztatja a felület paramétereit. Így sok műszaki feladatnál az emissziós tényező pontos meghatározásának nincs sok értelme, elég nagyjából közelítő értékekkel számolni.

b. A szürke test közelítés

A legegyszerűbb közelítés az, ha az előbbi görbék *átlagértékével* számolunk. Így jutunk a *szürke test* fogalmához. Azokat a testeket nevezzük így, amelyeknek emissziós tényezője nem függ sem a sugárzás irányától, sem a hullámhossztól. A szürke testek bármilyen emissziós tényezője:

$$\varepsilon_{\lambda} = \text{állandó} = \varepsilon \quad \varepsilon_{\alpha, \varphi} = \text{állandó} = \varepsilon \quad . \quad (2.16)$$

azaz a szürke testet egyetlen ε tapasztalati tényező jellemzi. A sugárzás irányfüggését és hullámhossz tartalmát tekintve így a szürke test egy szorzótól (ε) eltekintve ugyanúgy viselkedik, mint az abszolút fekete test. Például a T hőmérsékletű szürke test felületén a teljes féltérbe kisugárzott hőáramsűrűség a Stefan Boltzmann képlet alapján:

$$q = \varepsilon \sigma T^4 \quad (2.17)$$

Sokféle anyag átlagos ε tényezőjét M. A. Mihejev: "A hőátadás gyakorlati számításának alapjai" című könyvéből nyerhetjük. Ezekből a III. táblázat szerinti általános tanulságokat szűrhetjük le. Az ε értéke függ a test anyagától, felületének minőségétől és a hőmérsékletétől.

III. táblázat. Az ε emissziós tényező összefoglaló táblázata.

Fényes fémfelületekre	$t < 300 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon < 0,1$
Oxidált fémfelületekre	$t < 300 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon = 0,2 \dots 0,8$
Legtöbb építő anyagra	$t < 300 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon > 0,9$
Legtöbb festett felület	$t < 300 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon = 0,8 \dots 0,96$
Üveg	$t = 40 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon = 0,94$
Fehér papír	$t = 40 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon = 0,95$
Jég	$t = 0 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon = 0,97 \dots 0,99$
Víz	$t = 40 \text{ C}^\circ$	$\varepsilon = 0,96$

A táblázatban az oxidált fémfelületek kivételével az ε megadott tartománya elég kicsiny. Ezért nem tévedhetünk nagyot, ha mondjuk, a középértékét vesszük. Az oxidált fémfelületek esetén a tévedés lehetősége nagy, azonban, ha figyelembe vesszük, hogy a kezdetben esetleg fényes felületen az idő múlásával az oxidált réteg egyre vastagabb lesz és ezért az ε tényezője az idő függvényében egyre nő, akkor valamilyen berendezés tervezésénél célszerű a pesszimista értéket választani. Ezzel a megfontolással már nem olyan nagy a választási lehetőségünk.

Külön magyarázatra szorul az üveg. Tudjuk, hogy az üveg a látható fényt átereszt - azaz nem abszorbeálja - és így a látható fény tartományában Kirchoff tétele szerint nem lehet jó emittáló, azaz itt az ε_{λ} érték kicsi. A fenti táblázatban mégis az üvegre $\varepsilon = 0.94$ értéket találunk, ami elég nagy. Ennek oka az, hogy az ε egy a teljes spektrumra vonatkozó átlagértéke az ε_{λ} -nak. A (2.13), (1.12), és (2.11) egyenletekből levezethetően ugyanis:

$$\varepsilon = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \varepsilon_{\lambda} \cdot q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda}{\int_{\lambda=0}^{\infty} q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda} . \quad (2.18)$$

ahol $q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T)$ az abszolút fekete testnek a Planck féle (2.1) szerinti sűrűségfüggvénye.

Matematikai terminológiával   lve: Az ε súlyozott k  zep  rt  ke ε_{λ} -nak, és a súlyfüggvény $q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T)$.

Az üvegre a megadott $t = 40 \text{ C}^{\circ}$ -n  l a súlyfüggvény a $2 \dots 50 \mu\text{m}$ tartományon kívül nagyon kicsi (lásd a 2.1b pontban), ezért az átlagértékét a látható fény $0,4 \dots 0,8 \mu\text{m}$ intervallumán felvett kicsiny ε_{λ} értékek szinte egyáltalán nem befolyásolják. Az üveg az infravörös tartomány legnagyobb részén jól emittál és jól abszorbeál (lásd a 4.3 ábrát), ott az ε értéke közel egységnyi. Ennek következtében lesz a $2 \dots 50 \mu\text{m}$ tartományon számított ε átlagérték ilyen nagy.

Ugyan  gy magy  razhat   a v  z és a jég nagy ε értéke is.

A f  h  r papír a látható fény tartományában a ráeső sugárzás legnagyobb részét diffúz módon visszaveri. Az infravörös tartományban azonban jól emittál, és a megadott $t = 40 \text{ C}^{\circ}$ -n  l csak ez a tartomány az érdekes. Magas ε értéke azt jelzi, hogy a *f  h  r papír* az emisszió szempontjából közelítőleg *abszolút fekete testként* viselkedik.

Nagyon fontos kísérleti tény, hogy:

A testek ε_{λ} emissziós spektruma lényegében független a testek hőmérsékletétől.

Ugyanakkor az ε átlagérték jelentősen függhet tőle. Ez azért van   gy mert a $q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T)$ súlyfüggvény a 2.2.   bra tanúsága szerint a hőmérséklet növelésével a kis hullámhosszak felé tolódik el. Ezért az ε meghatározásánál nagy hőmérséklet esetén a kisebb hullámhosszakon felvett ε_{λ} értékek nagyobb súllyal jönnek számításba, mint a kisebb hőmérsékletnél végrehajtott átlagérték számításánál. Ezért mindig fel kell tüntetni azt a hőmérsékletet, amelyre az ε vonatkozik.

Ismerve a spektrum-görbék (2.8 és 2.9 ábrák)   ltal  nos tendenciáját, azt mondhatjuk, hogy nemfémes anyagokra a hőmérséklet növelésével ε általában csökken, fémekre viszont emelkedik. Különben a spektrum ismeretében ε hőmérsékletfüggése számítható (ezt mutatjuk be alább az 1. példában), de a hőmérsékletfüggés általában kicsi.

Sok gyakorlati számítás   g  nyeinek megfelel, ha a *testeket szürke testnek* tekintjük, *nagyjából jól felvett*   tlagos emissziós tényezőkkel, melyeknek a hőmérsékletfüggését is elhanyagoljuk. Ez volt a hősugárzás számítások általános módszere a számítógépek korszaka előtt.

c, Szelektív számítás

Esetenként a számítás pontosítása érdekében a spektrumot lépcsős függvénnyel közelítjük és a számítást *szelektíven* (azaz hullámhossz tartományokra szelektálva végezzük el). Ezt egy példával illusztráljuk.

1. példa. A fehér csempe emissziós tényezőjének hőmérsékletfüggése.

A fehér csempe spektruma a 2.8 ábrán látható. A hullámhossz tartományt az alábbi három részre osztjuk (A,B,C), és a spektrumot egy lépcsős függvénnyel közelítjük:

A:	$\lambda < 3 \mu\text{m}$	$\varepsilon_{n,\lambda,0} = 0,2$	$\varepsilon_{\lambda,A} = 0,19$
B:	$3 \mu\text{m} < \lambda < 6 \mu\text{m}$	$\varepsilon_{n,\lambda,0} = 0,8$	$\varepsilon_{\lambda,B} = 0,78$
C:	$6 \mu\text{m} < \lambda$	$\varepsilon_{n,\lambda,0} = 0,93$	$\varepsilon_{\lambda,C} = 0,90$

A táblázat középső oszlopában szereplő $\varepsilon_{n,\lambda,0}$ értékeket a 2.8 ábrából határoztuk meg, mint a kijelölt tartományokon érvényes jó középértékeket. Az $\varepsilon_{n,\lambda,0}$ értékek a felületre merőleges irányú sugárzásra vonatkoznak. Bennünket azonban a teljes féltérbe kisugárzott ε_{λ} emissziós tényező érdekel. Ezért a középső oszlop $\varepsilon_{n,\lambda,0}$ számértékeiből a (2.15) szerinti szorzóval számítottuk a táblázat utolsó oszlopában szereplő ε_{λ} értékeket. Ezek az A,B,C tartományok fölött egy lépcsős függvényt értelmeznek.

A (2.18) számlálójában szereplő integrált három részre bontjuk az A,B,C tartományoknak megfelelően. A tartományokon belül az állandó ε_{λ} értékeket kiemeljük:

$$\varepsilon = \frac{\int_{\lambda=0}^{\infty} \varepsilon_{\lambda} \cdot q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda}{\int_{\lambda=0}^{\infty} q_{\lambda, \text{fi}}(\lambda, T) d\lambda} = \frac{\varepsilon_{\lambda,A} \int_0^3 q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda + \varepsilon_{\lambda,B} \int_3^6 q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda + \varepsilon_{\lambda,C} \int_6^{\infty} q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4}$$

A súlyfüggvény itt megjelent integráljait Dunkle diagramjából nyerjük (2.8 ábra). Például $t = 500 \text{ C}^{\circ}$ esetén: $T = 773 \text{ K}$. Ezzel a $\lambda_1 = 3 \mu\text{m}$ és a $\lambda_2 = 6 \mu\text{m}$ hullámhosszakhoz Dunkle diagramján az abszciszszák: $x_1 = \lambda_1 T = 2319 \mu\text{m K}$ és $x_2 = \lambda_2 T = 4638 \mu\text{m K}$. A hozzátartozó ordináták pedig: $y_1 = 0,13$ és $y_2 = 0,59$, így a fenti középső integrálra:

$$\frac{\int_3^6 q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^6 q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda - \int_0^3 q_{\lambda, \text{aft}}(\lambda, T) d\lambda}{\sigma T^4} = y_2 - y_1 = 0,59 - 0,13 = 0,46$$

A többi integrál értéke is kifejezhető az y_1 és az y_2 értékével:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\lambda,A} y_1 + \varepsilon_{\lambda,B} (y_2 - y_1) + \varepsilon_{\lambda,C} (1 - y_2)$$

Ebbe behelyettesítve az ε_{λ} értékeket, megkapjuk a $t = 500 \text{ C}^{\circ}$ -nál érvényes ε -t..

Különböző hőmérsékletekre elvégezve a számítást a IV. táblázatot nyerjük.

IV. táblázat. A fehér csempe emissziós tényezőjének hőmérsékletfüggése

t C° T K		0	500	1000
		273	773	1273
$\lambda_1 = 3 \mu\text{m}$	x_1	819	2319	3819
$\lambda_2 = 6 \mu\text{m}$	x_2	1638	4638	7638
$\lambda_1 = 3 \mu\text{m}$	y_1	0	0,13	0,43
$\lambda_2 = 6 \mu\text{m}$	y_2	0,03	0,59	0,84
ε		0,896	0,75	0,55

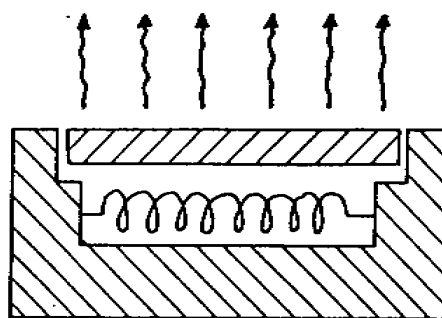
A táblázat utolsó sorából világosan látható ε változása a hőmérséklettel. Alacsony hőmérsékleten a nagy hullámhosszakhoz tartozó $\varepsilon_{\lambda,C} = 0,9$ érték dominál. A hőmérséklet növelésével a kis hullámhosszakhoz tartozó kisebb ε_{λ} értékek is egyre jobban éreztetik hatásukat.

A szelektív számításra további példák a 6. fejezetben találhatók.

A hősugárzás számítások néhány fontos numerikus fogását egy példán mutatjuk be.

2. példa. Üres főzőlap hőmérséklete.

A 2.10. ábra szerinti villamos főzőlapot bekapcsoljuk, de semmit sem helyezünk rá. Állapítsuk meg az állandósult hőmérsékletét a konvektív hőátadás és a hősugárzás figyelembevételével.



2.10. ábra. Villamos főzőlap sémája.

- A főzőlap átmérője: $D = 200 \text{ mm}$
- A bevezetett villamos teljesítmény: $P = 500 \text{ W}$
- A szigetelés hővesztése: $\nu = 5 \%$
- A konvektív hőátadási tényező: $\alpha_{konv} = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$
- Az acél lap feketeségi foka (oxidált): $\varepsilon = 0,6$
- Környezeti hőmérséklet (szobában): $t_K = 20 \text{ C}$

A főzőlap által felvett hőteljesítmény: $\dot{Q} = P(1 - \nu) = 475 \text{ W}$
 Ezen teljesítmény távozik fölfelé a főzőlap: $A = D^2 \pi / 4$ felületén:

$$q = \frac{\dot{Q}}{A} = 15120 \quad [\text{W/m}^2] \quad (2.19)$$

felületi hőáramsűrűséggel. A főzőlap állandósult hőmérsékletét T -vel jelölve a *konvekcióval* távozó hő:

$$q_{konv} = \alpha_{konv} (T - T_K) \quad , \quad T_K = t_K + 273 = 293 \text{ K} \quad . \quad (2.20)$$

A sugárzással távozó hő a Stefan-Boltzmann képlet alapján, figyelembe véve a feketeségi fokot is (azaz szürke testnek tekintve és a (2.17) egyenletet alkalmazva):

$$q_{em} = \varepsilon \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W / (m}^2 \text{ K}^4) \quad (2.21)$$

Ugyanakkor figyelembe kell vennünk, hogy a főzőlap egy T_K hőmérsékletű helyiségben van, és a környezetéből származó sugárzás egy részét elnyeli. Az abszorpcióját Kirchhoff tétele alapján számíthatjuk (1.3. pont). E szerint a test a környezet T_K hőmérsékletű sugárzásából éppen annyit abszorbeál, mint amennyit a test a T_K hőmérsékleten kisugározna. A T_K hőmérsékleten történő kisugárzást viszont a (2.21) képlettel számíthatjuk:

$$q_{absz} = \varepsilon \sigma T_K^4 \quad (2.22)$$

Így a sugárzással távozó teljesítmény különbséget:

$$q_{sug} = q_{em} - q_{absz} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_K^4) \quad (2.23)$$

Alapegyenletünk ezek után:

$$q = q_{konv} + q_{sug} \quad (2.24)$$

azaz számértékekkel:

$$15120 = 5 \cdot (T - 293) + 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (T^4 - 293^4)$$

Negyedfokú egyenletet kaptunk T -re, melyet sokféleképpen oldhatunk meg. Itt egy fizikai megfontolásokon alapuló iterációt mutatunk be.

Becsüljük meg a konvekció és a sugárzás nagyságrendjét, mondjuk $T_0 = 1000 \text{ K}$ táján:

A konvekció a (2.20) képlettel: $q_{konv,0} = 3485 \text{ W/m}^2$.

A sugárzásból származó tag a (2.23) képlettel: $q_{sug,0} = 56222 \text{ W/m}^2$,

tehát a sugárzás hőáramsűrűsége egy nagyságrenddel nagyobb.

Ezért *első* közelítésben egyenletünkben elhanyagoljuk a konvekciót:

$$15120 = 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (T_1^4 - 293^4)$$

Ebből T_1 egyszerűen számítható: $T_1 = 816 \text{ K}$

Második közelítésben T_1 -el számítjuk a konvekciót és ezzel korrigáljuk az összteljesítményt:

$$15120 - 5 \cdot (T_1 - 293) = 0,6 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot (T_2^4 - 293^4)$$

Ebből nyerjük T_2 -öt: $T_2 = 782 \text{ K}$

Harmadik közelítésben a T_2 -vel számítjuk a konvekciót, és az előbbihez hasonlóan ekkor:

$$T_3 = 785 \text{ K}$$

értéket kaptuk. Igen gyors konvergenciát nyertünk: T_3 -at már elfogadjuk. A főzőlap állandósult hőmérséklete így:

$$\underline{T = 785 \text{ K}} \quad \text{azaz} \quad \underline{t = 512 \text{ C}^\circ}$$

Ekkor a konvekciós hőátadás: $q_{konv} = 2459 \text{ W/m}^2 = 16 \%$
 a sugárzásos hőátadás: $q_{sug} = 12661 \text{ W/m}^2 = 84 \%$.

Látható, hogy ennél a hőmérsékletnél a sugárzásos hőátadás szerepe a döntő.

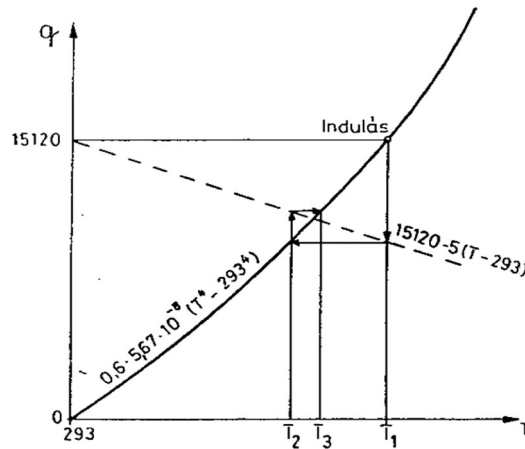
Vizsgáljuk meg, hogy hogyan alakul a konvekció és sugárzás aránya kisebb hőmérsékleteken. Ha kisebb teljesítményeket adunk a rezsóra akkor a fenti számítással az V. táblázatot kapjuk.

V. táblázat. Az üres főzőlap hőmérséklete különböző teljesítmények esetén.

P W	T K	$t - t_K$ C°	q_{konv} %	q_{sug} %	A (2.25) közelítés hibája T -ben, %
500	785	492	16	84	166
100	505	212	35	65	29
50	424	131	43	57	11
20	355	62	52	48	3
10	326	33	55	45	1

A táblázatból látható, hogy a hőmérséklet csökkenésével a konvekció szerepe nő, de $t - t_K = 33 \text{ C}^\circ$ esetén is a sugárzás majdnem felét teszi ki a teljes hőátadásnak. A példa adatait tipikusnak tekinthetjük a környezetünkben levő testek hőátadási viszonyaira.

A számítás szemléltetése céljából említjük, hogy az előbb alkalmazott iteráció lépései *geometriailag* a 2.11. ábrán nyilakkal jelölt haladást jelentik. A konvergencia szemléletesen úgy jön létre, hogy a csigavonal rácsavarodik a keresett pontra.



2.11. ábra. Az iteráció geometriai interpretációja.

A negyedfokú egyenlet számítógépes megoldása esetén az iterációknak azon általános módszerét követhetjük, hogy a negyedfokú egyenletből kifejezzük az egyik T -t:

$$T = \left\{ \frac{P \cdot 30,24 - 5(T - 293)}{0,6 \cdot 567 \cdot 10^{-8}} + 293^4 \right\}^{0,25}$$

és rendre újra helyettesítjük. Ezzel a módszerrel $P = 500$ W esetén $T = 293$ K-val indítva, éppen a 2.11. ábra szerinti iterációt kapjuk.

Ezen iteráció a $P = 10$ W teljesítménynél nem konvergált. Az ábra szerinti negyedfokú görbe és az egyenes elhelyezkedése olyan volt, hogy egyre távoluló csigavonalat eredményezett. Az adott esetben ezen egyszerű *relaxációval* segítettünk. Egy lépés után, nem a kiszámított $T_{új}$ értéket helyettesítettük, hanem

$$T = T_{régi} + R \cdot (T_{új} - T_{régi})$$

értéket, ahol R a *relaxációs konstans*, és így $R < 1$ esetén *kisebbséget léptünk*, mint a megszokott iterációnál ($R = 1$). Ebben az esetben $R = 0,5$ igen gyors konvergenciát eredményezett.

Gyakran alkalmazott numerikus fogás az is, hogy a 2.11. ábra negyedfokú görbét egyenessel helyettesítjük, mondjuk a T_K -hoz tartozó érintőjével. Ekkor a:

$$q_{sug} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_K^4) \cong \alpha_{sug} (T - T_K) \quad (2.25)$$

közelítéssel élve egy α_{sug} "sugárzási hőátadási tényezőt" vezetünk be, és a (2.24)-ből kapott lineáris egyenletet egyszerűen megoldjuk. A (2.25)-ben a negyedfokú tagot differenciálva, a példa adataival:

$$\alpha_{sug} = \varepsilon \sigma 4 T_K^3 = 3,42 \quad \text{W/m}^2\text{K} \quad (2.26)$$

A főzőlap különböző teljesítményeit ezzel számolva a kapott hibát az V. táblázat utolsó oszlopában tüntettük fel. Nagy hőmérséklet különbség esetén a hiba nagy. Kisebb hőmérséklet különbség esetén azonban, mintegy $t - t_K = 60$ C⁰-ig, ez a lineáris közelítés elfogadható.

Mivel $\varepsilon \leq 1$, a (2.26) alapján: $\alpha_{sug} \leq 5,7 \text{ W/m}^2\text{K}$, és közel abszolút fekete testekre (építőanyagok, stb. lásd a IV. táblázatban) meg is közelíti ezt az értéket. Ilyen alapon α_{sug} értékét elég jól meg tudjuk határozni.

Erre alapozva sok hőtani számításban úgynevezett *együttes* hőátadási tényezőt használnak, ami tulajdonképpen az

$$\alpha_{össz} = \alpha_{konv} + \alpha_{sug} \quad (2.27)$$

érték. Ez magába foglalja a konvekciót és a sugárzási hőátadást is. Ezt használva egy t hőmérsékletű test hőátadása a t_K hőmérsékletű környezetének:

$$q = \alpha_{össz} (t - t_K) . \quad (2.28)$$

Az együttes hőátadási tényező használatának feltételei:

a, Az előbb jelzett kisebb hőmérsékletkülönbség, mondjuk: $t - t_K \leq 60 \text{ C}^0$

b, A testet körülvevő hőszállító közeg és a test (esetleg távollevő) környezetének a sugárzási átlaghőmérséklete egyezzen meg.

Épületek hőtani számításainál ezek a feltételek jól teljesülnek, ezért általában az együttes hőátadási tényezőt használjuk (a konvekció és a sugárzás megkülönböztetése nélkül).

3. A SUGÁRZÁS TERJEDÉSE

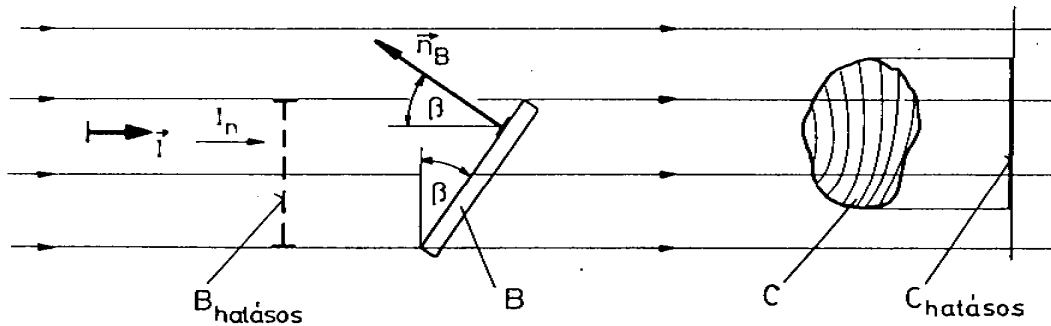
A fény egyenes vonalban terjed. Ezt a törvényt a hősugárzásra is általánosítjuk:

A hősugár egyenes vonalon halad.

3.1. Pontszerű sugárforrások sugárzási tere

a, Párhuzamos egyenletes sugárzás

Ha a sugárzást kibocsátó A test nagyon messze van a besugárzott B testtől, akkor sugarai majdnem párhuzamosak (3.1. ábra), és egy a sugárzásra merőleges ernyőn az I_n intenzitása állandó. Például a Nap sugárzását a Föld felszínén közelíthetjük ilyen sugarakkal. Ekkor a sugárzási tér egyetlen $\vec{I}$ intenzitásvektorral is jellemezhető, amely a sugárzás irányába mutat, és nagysága I_n .



3.1. ábra. Párhuzamos sugárnyaláb

A sugarakhoz képest β szög alatt elhelyezkedő, B területű ernyőnek a sugarakra merőleges *hatásos* felülete (3.1. ábra) :

$$B_{\text{hatásos}} = B \cos(\beta) \quad (3.1)$$

A lap az érkező I_n intenzitású sugárzásból csak a $B_{\text{hatásos}}$ felületdarabon áthaladó sugarakat fogja fel, így a lapra eső hőteljesítmény:

$$\dot{Q}_B = I_n \cdot B_{\text{hatásos}} = I_n \cdot B \cdot \cos(\beta) \quad (3.2)$$

és a lapra jutó intenzitás:

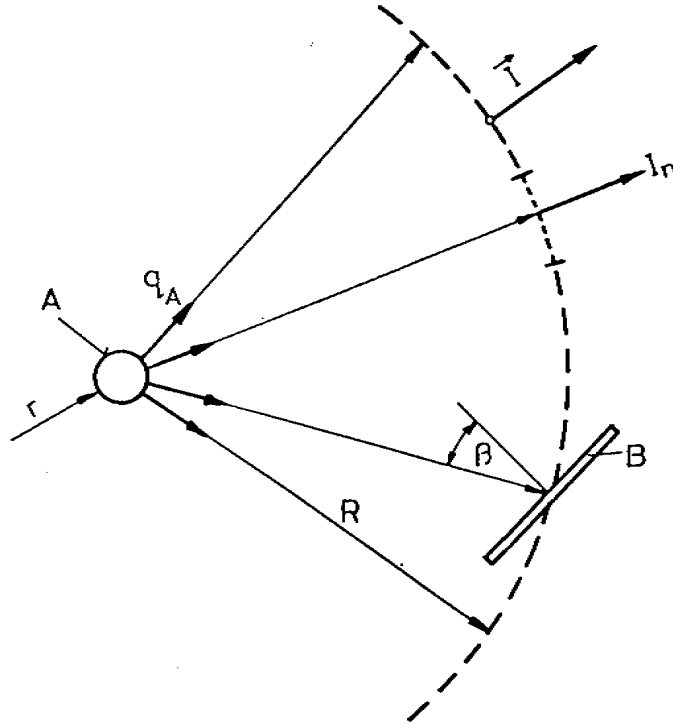
$$I_B = \frac{\dot{Q}_B}{B} = \frac{I_n \cdot B_{\text{hatásos}}}{B} = I_n \cdot \cos(\beta) \quad (3.3)$$

Ez a *Lambert féle koszinusz törvény*.

Párhuzamos sugárzásban tetszőleges alakú testre jutó sugárzási teljesítmény egyszerűen számítható a *hatásos felületével*, ami a testnek a sugárzás irányára merőleges síkra eső vetülete (3.1. ábra, C test).

b, *Kis gömb sugárzási tere*

Pontszerű sugárforrás esetén is a tér pontjaiban a sugárzás egyetlen $\vec{I}$ vektorral jellemezhető, ami a sugárzás irányába mutat, és a nagysága a pontbeli I_n . Ha a sugárzó test kis gömb, akkor a szimmetria miatt a különböző irányokba egyforma intenzitással sugároz.



3.2. ábra. Kis gömb sugárzási tere.

A 3.2. ábra alapján felírva az r sugarú gömbről *kisugárzott* hőteljesítmény, valamint az R sugarú gömbhőre *érkező* hőteljesítmény egyenlőségét:

$$4\pi r^2 q_A = 4\pi R^2 I_n \quad (3.4)$$

azt kapjuk, hogy

$$I_n = q_A \frac{r^2}{R^2} \quad (3.5)$$

Ez adja a kis gömb sugárzási terében az intenzitásvektor nagyságát. Azaz *az intenzitás a sugár négyzetével fordítva arányos*. Ez a *Lambert féle távolság törvénye*.

Tetszőleges irányú kis lapon (3.2. ábra) a beeső sugárzás intenzitása pedig a koszinusz törvénnyel számítható:

$$I_B = I_n \cos(\beta) = q_A \frac{r^2}{R^2} \cos(\beta) \quad (3.6)$$

c, *Kicsiny szürke lap sugárzási tere*

Kicsiny szürke ΔA területű lap sugárzását vizsgáljuk (3.3 ábra). A lapról kilépő hőáramsűrűség a (2.17) képlettel számítható:

$$q_A = \varepsilon \sigma T^4 \quad (3.7)$$

és a kis ΔA felületről kisugárzott hőtéljesítmény: $\Delta A q_A$. Ez minden irányba szétszóródik. Mivel a szürke testek a sugárzás irányeloszlása tekintetében ugyanúgy viselkednek, mint az abszolút fekete testek, ezért alkalmazhatjuk a (2.10) képletet:

$$I_n = I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha, \varphi) = I_{n0} \cos(\alpha) = \frac{\Delta A \cdot q_A}{R^2 \pi} \cos(\alpha) \quad (3.8)$$

Ez az egyenlet egyaránt érvényes abszolút fekete testekre és szürke testekre, a különbség csak annyi, hogy (3.7)-ből q_A -t helyettesítve abszolút fekete testre $\varepsilon = 1$, szürke testre pedig $\varepsilon < 1$.

A (3.8) egyenletben a $\cos(\alpha)$ tényező megjelenése a Lambert féle törvénnyel is magyarázható, ugyanis a kisugárzó ΔA felületnek az α irányra merőleges hatásos felülete (lásd a 2.4 ábra bal oldalán): $\Delta A \cos(\alpha)$.

A (3.8) képlet csak a laptól nagyobb távolságra érvényes, ahonnan ΔA pontforrásnak tekinthető. A képlet tartalmazza a sugárzás legfontosabb szabályait:

- (a) az intenzitás a távolság (R) négyzetével fordítva csökken,
- (b) oldalirányban érvényes a Lambert féle koszinusz törvény, és
- (c) a π mint osztó azt fejezi ki, hogy I_{n0} akkora, mintha a teljes $\Delta A \cdot q_A$ hőtéljesítmény a főkör $R^2 \pi$ területén lépne át (2.4. ábra).

Ha a kicsiny szürke lap sugárzása egy másik kicsiny lapra esik a beesési normálishoz képest β szög alatt (3.3 ábra) akkor a Lambert féle koszinusz törvénnyel a lapra eső sugárzás intenzitása:

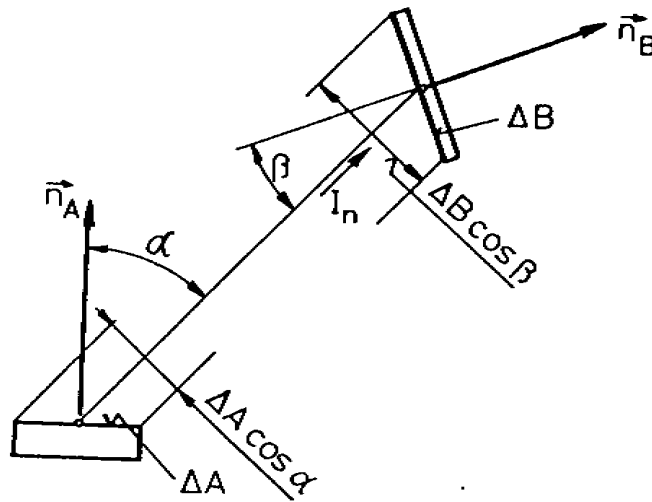
$$I = I_n \cos(\beta) = \frac{q_A \cdot \Delta A}{R^2 \cdot \pi} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \quad (3.9)$$

3.példa. Kis szürke lapról kis lapra eső sugárzás.

Számítsuk ki az 2. példa szerinti főzőlap közelében a tenyerünkre (3.3 ábrán ΔB) eső sugárzás teljesítményét.

A főzőlap emissziója: $\dot{Q} = \Delta A \cdot q_A = \Delta A \cdot \varepsilon_A \sigma T^4$, esetünkben: $\dot{Q} = 406 \text{ W}$.

További adatok: $R = 1 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 30^\circ$, $\Delta B = 0,01 \text{ m}^2$.



3.3. ábra. Kis szürke lapról kis lapra eső sugárzási hőteljesítmény

A B lap közepén a sugárzásra merőleges felületen a sugárzás normális intenzitása a (3.8) egyenlettel számolva: $I_n = 91.4 \text{ W/m}^2$. Az ehhez β szög alatt hajló ΔB területű lapon pedig az intenzitás a (3.9) képlettel:

$$I_B = I_n \cdot \cos(\beta) = \frac{\Delta A \cdot q_A}{R^2 \pi} \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) = 79 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \quad (3.10)$$

A B testre eső hőteljesítmény így:

$$\dot{Q}_B = I_B \cdot \Delta B = 0.79 \text{ W} \quad (3.11)$$

Ha B abszolút fekete, akkor ezt a teljesítményt el is nyeli. (Ha B szürke, akkor csak egy részét, lásd a 4.1 pontban).

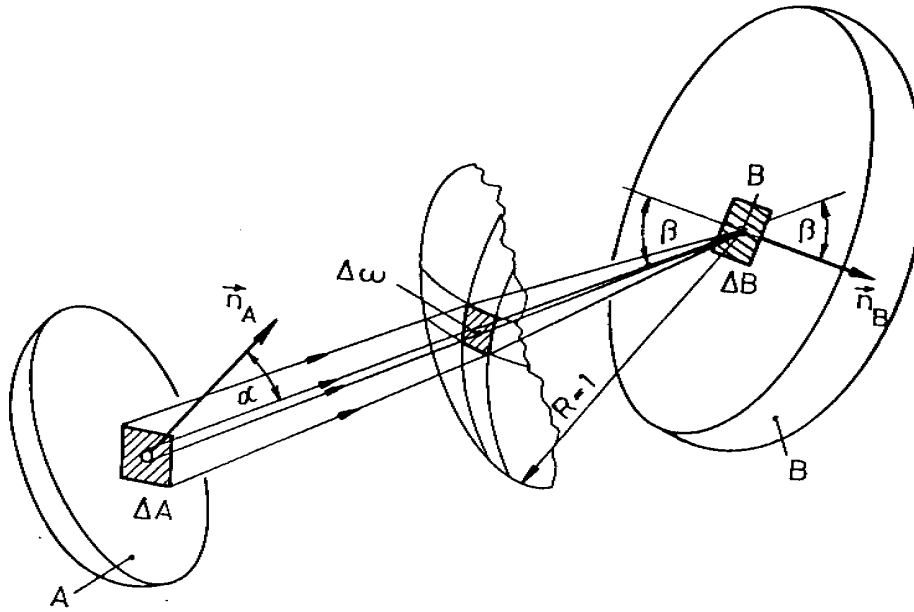
3.2. Kiterjedt testek sugárzási tere

a, A hőátadás alapképlete.

A 3.4. ábra szerinti A és B test hőátadását tanulmányozzuk. Az A test felszínén a hőmérsékleteloszlásának és az esetleg irányfüggő emissziós tényezőjének megfelelő, sugárzással kilépő $q_A = \varepsilon_A \sigma T^4$ hőáramsűrűség minden pontban (és ε_A irányfüggősége esetén minden irányban) ismert. Feladatunk meghatározni az A test által a B testre sugárzott hőteljesítmény: $\dot{Q}_{A \rightarrow B}$ értékét. A megoldást láthatjuk az előző pontból. Az A és a B test felszínét kis lapokra bontva, a (3.9) képlettel, mindkét test felületén integrálva:

$$\dot{Q}_{A \rightarrow B} = \iint_{B' A'} \frac{q_A}{R^2 \pi} \cos(\alpha) \cos(\beta) dA dB \quad (3.12)$$

Ez a sugárzásos hőátvitel alapképlete.



3.4. ábra. Az A test által a B testre sugárzott $\dot{Q}_{A \rightarrow B}$ számítása

Az integrálás a testek felületének azon A' és B' részeire terjed ki, melyekből sugár haladhat az egyik testről a másikra (ekkor $\cos(\alpha)$ és $\cos(\beta)$ pozitív). Ha B abszolút fekete test, akkor az alapképlettel számított hőteljesítményt teljes egészében el is nyeli. (Ha B szürke test, akkor csak egy részét.)

Az alapképlet *szelektíven* is alkalmazható. Ez alatt egyrészt azt értjük, hogy a q_λ monokromatikus hőáramsűrűsége is érvényes (megfelelően definiált hőteljesítménnyel), másrészt egy hullámhossz tartományban kisugárzott összteljesítményre is érvényes.

Ezzel a képlettel a sugárzás hőátzármaztatási feladatainak többsége megoldható.

Az alapképlet ráadásul jól programozható is. Ha mind az A mind a B test konvex, és a felületük parametrizálva van, és elő vannak állítva az $\vec{n}_A$ és $\vec{n}_B$ felületi normál egységvektorok ($\vec{n}_A$ az A testből kifelé, $\vec{n}_B$ a B test belseje felé mutat), valamint az integrálási futópont $\vec{r}_A$ és $\vec{r}_B$ helyvektorai is, akkor:

$$\dot{Q}_{A \rightarrow B} = \iint_{B \rightarrow A} Z(\alpha, \beta) \frac{q_A}{R^4 \pi} (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \cdot \vec{n}_A (\vec{r}_B - \vec{r}_A) \cdot \vec{n}_B dA dB \quad (3.13)$$

$$\text{ahol} \quad Z(\alpha, \beta) = 1 \quad \text{ha} \quad \vec{n}_A (\vec{r}_B - \vec{r}_A) > 0 \quad \text{és} \quad \vec{n}_B (\vec{r}_B - \vec{r}_A) > 0 \quad (3.14)$$

$$Z(\alpha, \beta) = 0 \quad \text{különben,}$$

$$\text{továbbá} \quad R = |\vec{r}_B - \vec{r}_A|, \quad \text{és} \quad q_A = \varepsilon_A(\alpha, T) \cdot \sigma T^4 \quad (3.15)$$

Az így értelmezett Z függvénnyel az integrálás a teljes A és B felületre végzendő. (Itt lehetőségünk van a hőmérséklet- és irányfüggő emissziós tényezőt is helyettesíteni.)

b, A szférikus intenzitás.

A továbbiakban egy olyan mértéket szeretnénk bevezetni, amely megmutatja, hogy a tér egy pontjába a különböző irányokból milyen erősségű sugárzás érkezik.

Tekintsük a 3.4. ábra szerinti B testen a B pontot. A ΔA -ról kilépő és a B pont felé tartó hősugárzás intenzitása (3.8) szerint:

$$I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha, \varphi) = \frac{\Delta A \cdot q_A}{R^2 \pi} \cos(\alpha) \quad (3.16)$$

Adott I_n intenzitás esetén nem mindegy, hogy mekkora térbeli szögtartományból érkezik. Nagyobb szögtartományból érkező sugárzás melegítő hatása nyilván nagyobb, mint az ugyanolyan intenzitású, de kisebb szögtartományból érkező sugárzásé.

Ezért számítsuk ki a (3.16) szerinti intenzitás *egységnyi térszögre eső* értékét. Válasszunk egy kicsiny *egységnyi sugarú* gömböt a B pont körül (3.4. ábra). Az A test ΔA felületelemének a B pont irányához tartozó hatásos felülete: $\Delta A \cdot \cos(\alpha)$. Ezt centrálisan vetítve a B pont körüli kicsiny gömbre, a vetületének területe:

$$\Delta \omega = \frac{\Delta A \cdot \cos(\alpha)}{R^2} \quad (3.17)$$

Ez a ΔA lapocska *látószöge* a B pontból, *szteradiánban* mérve (3.4. ábra).

(Egy térbeli szögtartomány mértéke szteradiánban az egységnyi sugarú gömbre eső vetületének területe. Félter térszögmértéke szteradiánban 2π .) Az I_n -t $\Delta \omega$ -val osztva az intenzitás egységnyi térszögre eső értéke:

$$I_\omega = \frac{I_n(q_A, \Delta A, R, \alpha)}{\Delta \omega} = \frac{\frac{\Delta A \cdot q_A}{R^2 \pi} \cos(\alpha)}{\frac{\Delta A \cdot \cos(\alpha)}{R^2}} = \frac{q_A}{\pi} \quad (3.18)$$

Itt I_ω a *szférikus intenzitás* nagysága. A szférikus intenzitás $\vec{I}_\omega$ vektorát pedig úgy értelmezzük, hogy nagysága ekkora és mutasson ΔA középpontjától B felé.

Végigfuttatva ΔA -t az egész A testen, a B pontban az $\vec{I}_\omega$ szférikus intenzitásvektorok egy *nyalábját* nyerjük, és ezzel jellemeztük a B pontbeli sugárzási teret.

Ha a B pontba egy kicsiny ΔB nagyságú lapot helyezünk el (3.4. ábra), melynek $\vec{n}_B$ normálvektora a B test *felé* mutat, akkor a lapra beeső sugárzás intenzitása, a kicsiny egységnyi sugarú félgömbön integrálva:

$$I_B = \int_{\text{Félgömb}} I_\omega \cos(\beta) \cdot d\omega = \int_{\text{Félgömb}} \vec{I}_\omega \cdot \vec{n}_B \cdot d\omega \quad (3.19)$$

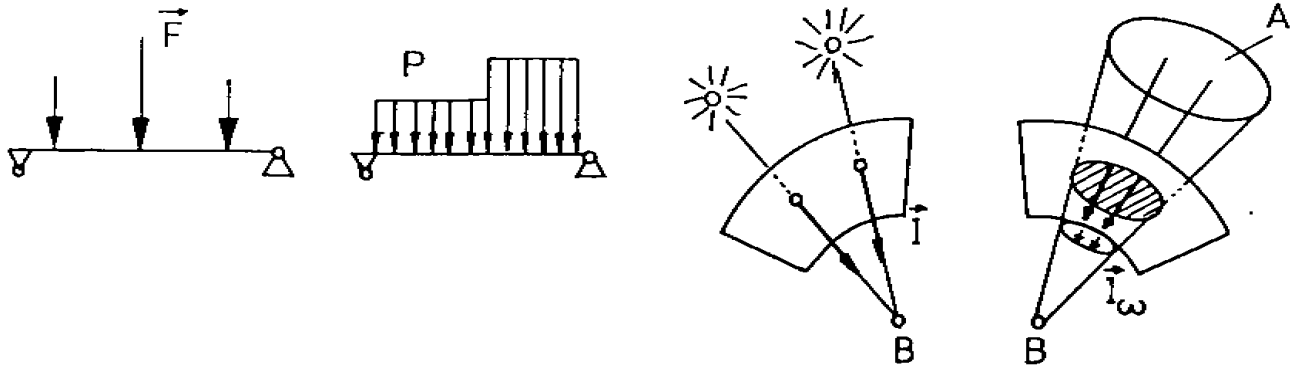
és az így nyert I_B intenzitással a megszokott módon számíthatjuk a ΔB területű lapra beeső sugárzási hőtéljesítményt:

$$\dot{Q}_B = I_B \Delta B. \quad (3.20)$$

A *szférikus intenzitás* tehát az előbbieket szerint a B pont körüli gömbön az egységnyi térszögre jutó sugárzási intenzitás. Az I_ω dimenziója: $[W/(m^2 \cdot sr)]$ különbözik az eddig használt I intenzitás: $[W/m^2]$ dimenziójától.

A szakirodalomban az elnevezések használata nem egységes. Központi szerepe miatt egyes szakkönyvek a szférikus intenzitást nevezik "intenzitásnak", és az intenzitást "hőáramsűrűségnek", "emisszivitásnak" vagy "besugárzásnak" stb. Sok esetben csak a dimenziók alapján tudjuk eldönteni, hogy melyikről van szó.

A pontszerű hőforrásoknál bevezetett $\vec{I}$ intenzitásvektor (3.1. részben) és a szférikus intenzitás itt értelmezett $\vec{I}_\omega$ vektorának a kapcsolata olyan, mint a tartók elméletében a koncentrált erők és a megoszló terhelés kapcsolata (3.5 ábra). A megoszló terhelés értelmezése: erő per hossz, a szférikus intenzitásé: intenzitás per térszög.



3.5. ábra. Analógia a tartókra ható koncentrált és megoszló terhelés, valamint a sugárzás intenzitása és a szférikus intenzitás között

Folytatva a szférikus intenzitás sajátosságainak elemzését felhívjuk a figyelmet arra, hogy a (3.18) jobb oldalán R^2 kiesett. Így adott irányban akármilyen messze megyünk a B ponttal a ΔA felületdarabtól, a ΔA -ról induló sugárzás szférikus intenzitása *nem változik*! Ennek megfelelően a hősugarak mentén haladva a kiindulási ponttól a beesési pontig a szférikus intenzitás ugyanaz.

A szférikus intenzitást a sugárzási tér bármely pontjában meghatározhatjuk.

Speciálisan a pont lehet a sugárzó test felületén is. Ekkor a térbe *kisugárzott* sugárzás leírására használhatjuk. Egy sugárzó A test felületének valamely pontján az emisszió $\vec{I}_\omega$ vektorainak nagysága:

$$I_\omega = \frac{q_A}{\pi} = \frac{\varepsilon_A(\alpha, T_A) \cdot \sigma \cdot T_A^4}{\pi} \quad (3.21)$$

ahol a sugárzó test emissziós tényezőjének irány és hőmérsékletfüggését is feltüntettük.

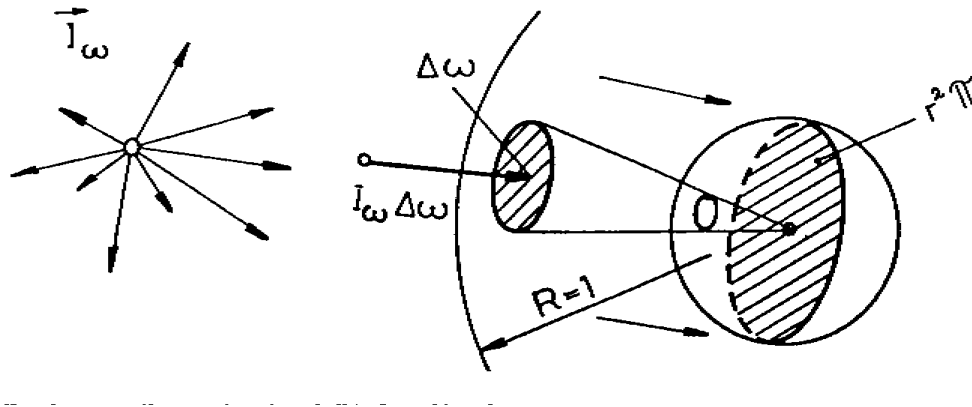
Szürke test esetén ε állandó. Állandó hőmérsékletű szürke test felszínén az emisszióját leíró $\vec{I}_\omega$ vektorok végpontjai a pontbeli érintősíkkal határolt félgömbön vannak.

Írányfüggő emissziós tényező esetén - a 2.5, 2.6, és 2.7 ábrákon - a kördiagramba behúzott vonalak tulajdonképpen az $\vec{I}_\omega$ vektorok végpontjai (olyan léptékben, ami az abszolút fekete testre egységnyi értéket ad).

Ha a szférikus intenzitást definiáló (3.18) képletben az I_n intenzitás helyett az $I_{n,\lambda}$ monokromatikus intenzitást helyettesítjük, akkor az $I_{\omega,\lambda}$ *monokromatikus szférikus intenzitást* kapjuk. Az előbb elmondottak erre is értelemszerűen érvényesek.

4. példa. Kis gömbre eső sugárzás.

Egy kisméretű gömbre eső sugárzási hőteljesítményt kívánjuk meghatározni. A gömb környezetét tőle távol levő felületek alkotják, melyek minden pontján a q_A emissziós hőáramsűrűség ismert. A környezet és a gömb közötti közeg teljesen áteresztő. "Kisméretű" alatt azt értjük ebben az esetben, hogy kicsiny a sugárzás helyi változásához képest. Azaz: a gömb távollétében a középpontja helyén mérhető sugárzás teljes 4π térszögből érkező $\vec{I}_\omega$ vektorainak sugárnyalábja (3.6. ábra baloldalt) *ugyanaz* a gömb visszahelyezése után a gömbfelület minden pontján.



3.6. ábra. Kis gömbre eső sugárzási hőteljesítmény

A gömbre egy $\Delta\omega$ térszögből érkező sugárzás intenzitása $I_n = I_\omega \cdot \Delta\omega$ (3.6. ábra). Az ilyen irányú és intenzitású sugárzás párhuzamos sugárnyalábként a teljes gömbfelületet éri. Így az irányra merőleges $A_\omega = r^2 \pi$ hatásos keresztmetszettel a $\Delta\omega$ térszög hozzájárulása a teljes hőmennyiséghez: $I_\omega \Delta\omega \cdot r^2 \pi$. A kis gömbre jutó sugárzási hőteljesítményt az összes $\Delta\omega$ -ra integrálva:

$$\dot{Q}_{\text{kisgömb}} = r^2 \pi \int_{4\pi \text{ térszög}} I_\omega d\omega = 4r^2 \pi \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi \text{ térszög}} q_A d\omega = A_{\text{kisgömb}} \bar{q}_A \quad (3.22)$$

ahol az átalakításnál felhasználtuk a (3.18) szerinti $I_\omega = q_A / \pi$ összefüggést is.

A képlet jobb oldalán a kis gömb felülete van szorozva a test környezeténél érvényes hőáramsűrűség 4π térszögre átlagolt értékével.

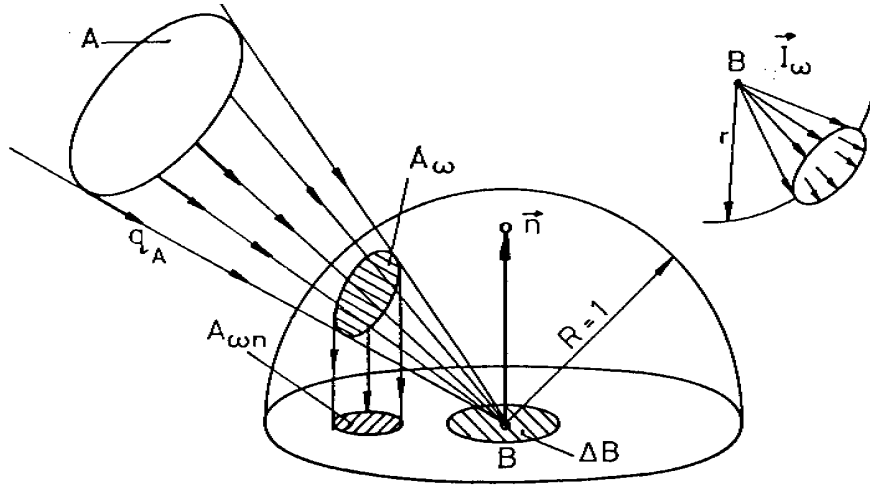
Ezt a képletet közelítésként sokszor kicsiny "gömbszerű" testekre is alkalmazzuk az utóbbi alakjában, ahol a test teljes felületét szorozzuk a környezet átlagolt hőáramsűrűségével.

Nem gömb alakú *kicsiny* testekre különben a *pontos* képlet a levezetésből láthatóan:

$$\dot{Q}_{\text{kistest}} = \int_{4\pi} A_\omega I_\omega d\omega \quad . \quad (3.23)$$

5. példa. Állandó hőmérsékletű szürke felületek sugárzási tere

Ha a sugárzást kibocsátó A test szürke és a hőmérséklete a felszínén állandó, akkor q_A is állandó. Ez azt jelenti, hogy a test sugárzási terének bármely B pontjában a szférikus intenzitás nagysága $I_\omega = q_A/\pi$ állandó. A B pontban így a szférikus intenzitás vektorok végpontjai egy gömbi tartományt alkotnak, ahogy ezt a 3.7. ábra jobboldalán ábrázoltuk.



3.7. ábra. Egy test centrális vetülete és ennek merőleges vetülete.

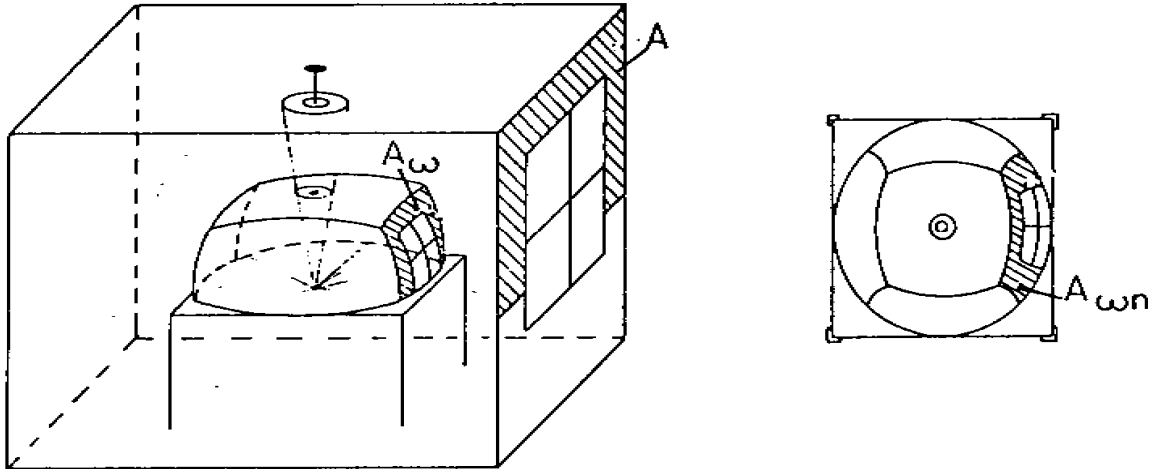
Ezt egy további szemléletes geometriai tény megfogalmazására használhatjuk ki. Az I_B -nek a (3.19) szerinti integráljából a konstans I_ω -t kiemelve, a maradó integrál éppen az egész A testnek az egységsugarú gömbre eső A_ω centrális vetületének (3.7. ábra) a ΔB síkjára eső $A_{\omega n}$ merőleges vetülete:

$$I_B = I_\omega \cdot \int_{A_\omega} \cos(\beta) \cdot d\omega = I_\omega \cdot A_{\omega n} = \frac{q_A}{\pi} A_{\omega n} \quad (3.24)$$

Mivel ezek a vetítések könnyen elképzelhetők, és $A_{\omega n}$ egyszerűen becsülhető, és sokszor ezt az összefüggést használjuk fel az I_B számítására.

A 3.8. ábrán egy lakószoba falainak centrális és merőleges vetületét látjuk a szoba közepén levő asztal síkjára vetítve. Az asztallapra jutó teljes sugárzási intenzitást (3.24) alapján úgy kapjuk, hogy az egyes területrészeket a hőmérsékletüknek megfelelő q_A -val szorozzuk és összegezzük. Általánosabban a főkör F területén integrálva:

$$I_B = \int_F \frac{q_A}{\pi} dA_{\omega n} \quad (3.25)$$



3.9. ábra. Lakószoba centrális és merőleges vetülete az asztallapra

Matematikai szempontból az előbbieket egyszerűen az integrálási tartomány változtatásával jellemezhetők. A (3.12) alapképletben még az A testen integrálunk. A szférikus intenzitást már úgy vezettük be, hogy áttérhessünk az egységgömb tartományainak való integrálásra (a (3.19), (3.22), (3.23) és (3.24) egyenletek). Végül pedig az A_ω merőleges $A_{\omega n}$ vetületein integrálunk: (3.25).

3.3. Az intenzitás fogalmakörének összefoglalása

A hőáramsűrűség és az intenzitás egymás szinonímái: mindkettő egységnyi felületen áthaladó hőteljesítményt jelent. A *testekhez kötődően* (hővezetés, a testből kisugárzó vagy a testbe abszorpcióval belépő hőteljesítmény esetén) inkább *hőáramsűrűségről* beszélünk. A sugárzási térben egy *elképzelt felületen* átlépő hőteljesítmény esetén inkább *intenzitást* említünk. Az eddig használt fogalmak és jelöléseik:

I : A sugárzási tér egy pontjánál valamilyen irányú lapra, pontszerű vagy kiterjedt sugárforrásból, egy vagy többféle irányból érkező sugárzás *intenzitása* [W/m^2].

q_A : Egy A test ΔA felületelemén a térbe (szerteszét, minden irányba) *kisugárzott sugárzási teljesítmény hőáramsűrűsége*, $q_A = \varepsilon_A \sigma T_A^4$, [W/m^2].
A test ΔA felületelemén kisugárzott hőteljesítmény: $\dot{Q}_A = q_A \Delta A$.

I_B : A B test egy pontjánál egy ΔB felületelemre *beeső sugárzás intenzitása*, [W/m^2].
A ΔB -re *beeső* hőteljesítmény: $\dot{Q}_{\Delta B, \text{beeső}} = I_B \Delta B$.

I_n : Pontszerű sugárforrásból származó sugárzás *intenzitása* a tér valamely pontjánál a sugár irányára *merőleges* felületen. β beesési szög esetén: $I_B = I_n \cos(\beta)$

$\vec{I}$: Pontszerű sugárforrásból származó sugárzás intenzitásvektora.
Nagysága I_n , iránya a sugárzás haladási irányával megegyezik.

$I_{n,\lambda}$: *Monokromatikus sugárzási intenzitás*: az I_n intenzitás spektrumában egységnyi hullámhosszra jutó intenzitás, $[W/(m^2.m)]$, lásd (1.8) és (1.9).

q_λ : *Monokromatikus sugárzási hőáramsűrűség*: a kisugárzott q_A hőáramsűrűség spektrumában egységnyi hullámhosszra jutó hőáramsűrűség, $[W/(m^2.m)]$, lásd (1.11) és (1.12).

I_ω : *Szférikus sugárzási intenzitás*: a tér egy pontjánál, valamely adott irány körüli kicsiny térbeli szögtartományban (a pontba érkező vagy a pontból távozó) sugárzás intenzitásának egységnyi térszögre vonatkoztatott értéke, $[W/(m^2.sr)]$, lásd (3.18) és (3.19).

$\vec{I}_\omega$: *A szférikus sugárzási intenzitás vektora*. Nagysága a szférikus sugárzási intenzitás, és a sugár haladási irányába mutat.

$I_{\lambda,\omega}$: *A monokromatikus sugárzási intenzitással származtatott szférikus sugárzási intenzitás*, $[W/(m^2.m.sr)]$.

Matematikai szempontból I_λ az I -nek λ szerinti sűrűségfüggvénye. Szerencsés körülmény, hogy az abszolút fekete test különböző hőmérsékletekhez tartozó sűrűségfüggvényei (2.2. ábra) alkalmas transzformációval egyetlen eloszlásfüggvénnyel jellemezhetők (2.3. ábra). (Ez hasonló ahhoz, hogy a valószínűségszámításban a különféle szórású normális eloszlások egyetlen eloszlásfüggvénnyel kezelhetők.) Az I_ω szférikus intenzitás is az I -nek egy sűrűségfüggvénye az ω térszög szerint.

Az intenzitást a felületen átlépő hőteljesítménnyel értelmeztük. Sokféle hőteljesítményt vizsgálhatunk. Például egy adott hullámhossz tartományba eső teljesítményt, vagy az abszorpció, a reflexió, a transzmisszió, a beeső sugárzás, a szórt sugárzás, vagy a környezet egyes részeiről érkező sugárzás hőteljesítményét. Bármelyik hőteljesítményből indulunk ki, származtathatunk belőle intenzitást és az intenzitás különféle sűrűségfüggvényeit.

4. A SUGÁRZÁS ELNYELÉSE, VISSZAVERÉSE, ÉS ÁTERESZTÉSE

Ha egy test felszínét sugárzás éri (4.1. ábra), akkor a hőenergia megmaradási törvénye szerint:

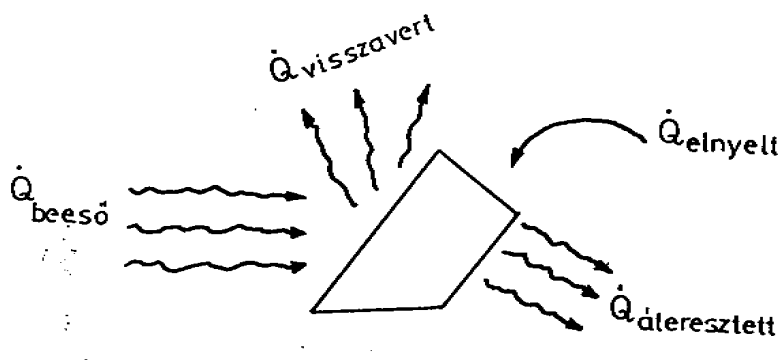
$$\dot{Q}_{\text{beeső}} = \dot{Q}_{\text{elnyelt}} + \dot{Q}_{\text{visszavert}} + \dot{Q}_{\text{áteresztett}} \quad (4.1)$$

és ezekből a beeső hőtéljesítményre vonatkoztatott hányadosok:

$$a = \frac{\dot{Q}_{\text{elnyelt}}}{\dot{Q}_{\text{beeső}}} \quad r = \frac{\dot{Q}_{\text{visszavert}}}{\dot{Q}_{\text{beeső}}} \quad t = \frac{\dot{Q}_{\text{áteresztett}}}{\dot{Q}_{\text{beeső}}} \quad (4.2)$$

ahol a az abszorpciós (elnyelési), r a reflexiós (visszaverési) és t a transzmissziós (áteresztési) tényezők. Előbbi egyenletünk ezekkel:

$$a + r + t = 1 \quad (4.3)$$



4.1. ábra. A testre érkező sugárzás sorsa

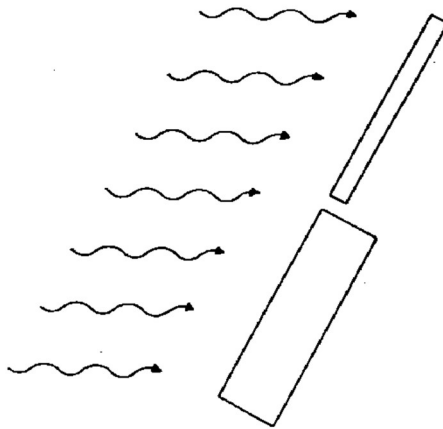
Ezek a lépések egyszerű algebrai átalakításoknak tűnnek. Azonban, ismert az a fizikai tény, hogy a testek által elnyelt, visszavert és áteresztett hőtéljesítmény *arányos a beeső teljesítménnyel*. Ez azt jelenti, hogy a beeső teljesítmény változása esetén is, az a , r , és t tényezők változatlanok!

VI. Táblázat. Speciális testek abszorpció, reflexió, és transzmisszió tényezői

	$a =$	$r =$	$t =$
Abszolút fekete testre	1	0	0
Teljesen áteresztő testre	0	0	1
Teljesen visszaverő testre	0	1	0
Nem áteresztő testekre	$a + r = 1$		0

4.1. Nem áteresztő testek

Nem áteresztő testek felszínén az *abszorpció* és a *reflexió* már a felszínhez közeli rétegekben eldől (kb. 30 μm rétegvastagságon belül), ahogy ezt Kirchhoff törvényénél már említettük.



4.2. ábra. Egyforma anyagú, de különböző vastagságú *nem áteresztő* lemezekben az abszorbeált hőteljesítmény (egyforma besugárzás esetén) egyenlő.

A 4.2. ábrán egyforma anyagú, csak vastagságukban különböző *nem áteresztő* lemezekre egyenletes sugárzás esik. Az előbbieik alapján a két lemezben abszorbeált hőteljesítmény *egyforma*! Ugyanis a beeső hőteljesítmény egyenlő, a visszavert rész (r) a felszín egyformasága miatt ugyanaz, ekkor az $a = 1 - r$ tényező is ugyanaz, és így (4.2) alapján az elnyelt hőteljesítmény is.

A *felszíni reflexió* lehet *tükrös* - például fényes fémfelületről - ekkor a fénytanból jólismert tükrös visszaverődés geometriai törvényei érvényesülnek (távozási szög = beesési szög). Tükrös visszaverődés esetén *polarizált* fény távozik. Hőtani szempontból a polarizáció (egészen különleges eseteket kivéve) nem jelent lényeges változást, ezért ezzel a körülménnyel itt nem kell foglalkoznunk.

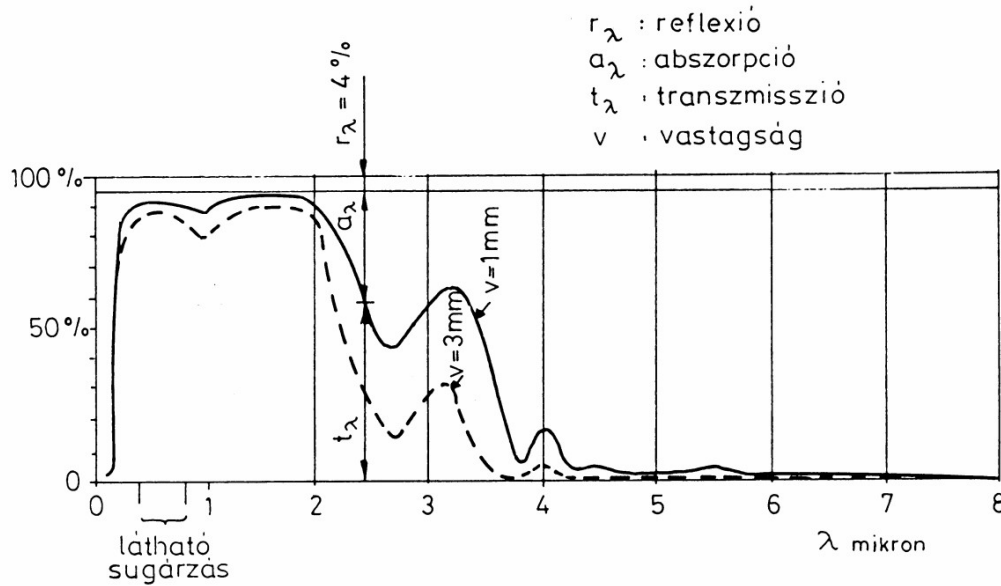
Matt felületről a visszavert sugárzás *szóródik*, azaz sokféle irányba távozik. A különféle irányokban a szórt sugárzás szférikus intenzitása különböző lehet. Az egyszerű számíthatóság érdekében azonban általában feltesszük, hogy matt felületelemekről a visszavert sugárzás a féltér minden irányába *egyformán* távozik, azaz irányfüggése olyan, mint a szürke testek emissziójának. Ezt nevezzük *diffúz* visszaverődésnek, amikor tehát a felületről szórt sugárzás *szférikus* intenzitása a féltér különböző irányában egyforma.

Körülnézve a környezetünkben levő tárgyakra, megállapíthatjuk, hogy a látható fény tartományában nagyon kevés a tükrösen visszaverő tárgy. A matt felületekre pedig különböző irányokból nézve a visszavert sugárzás intenzitásában általában *nem érzékelünk* nagy különbségeket, ami azt igazolja, hogy a diffúz visszaverődés feltétele jó közelítéssel teljesül.

4.2. Áteresztő testek

Az átlátszó (vagy áttetsző) testekbe behatoló sugárzás visszaverődhet a test belsejében is, (ilyen például a gázok szórt sugárzása), és elnyelődhet a test belsejében is, míg egy része a test felületén keresztül távozik. Így ellentétben a nem áteresztő testek abszorpciójával az áteresztő testek abszorpciója *függ a test vastagságától is*.

Az abszorpció, reflexió és transzmisszió tényezőt *szelektíven* (hullámhosszakra szétválasztva) is értelmezhetjük. Ekkor a beeső sugárzásnak valamely λ hullámhossza körüli $\Delta\lambda$ hullámhossztartományba eső részének sorsát vizsgáljuk, azaz hogy ennek hányad részét nyeli el (a_λ), veri vissza (r_λ), vagy eresztí át (t_λ) a test.



4.3. ábra. Közöséges ablaküveg monokromatikus jelleggörbéi

A 4.3 ábrán az üveg monokromatikus jelleggörbéit mutatjuk be. A visszavert rész (r_λ) a felszínen eldől, független a tábla vastagságától. Az abszorbeált hányad (a_λ) azonban növekszik a vastagsággal, és ezért az áteresztett rész (t_λ) csökken.

A víz lényegében ugyanúgy viselkedik, mint az üveg.

4.3. Az abszorpció és emisszió tényezők egyenlősége.

Az abszorpció és az emisszió között Kirchhoff tétele szerint szoros kapcsolat van. Vizsgáljuk meg a B test abszorpcióját az 1.5. ábra szerinti elrendezésben. A környezetét alkotó A test T_A hőmérséklete egyenletes. Az üregben kialakul a T_A hőmérsékletnek megfelelő abszolút fekete sugárzás. Ennek megfelelően a B test felületegységén érvényes intenzitások:

$$I_{\text{beeső}} = \sigma T_A^4, \quad q_{\text{elnyelt}} = a \cdot I_{\text{beeső}}, \quad I_{\text{emittált}} = \varepsilon \sigma T_B^4 \quad (4.4)$$

Ugyanakkor Kirchhoff törvénye alapján *egyensúly* esetén:

$$T_B = T_A \quad \text{és} \quad q_{\text{elnyelt}} = I_{\text{emittált}} \quad , \quad (4.5)$$

amiből következik, hogy:

$$a = \varepsilon \quad . \quad (4.6)$$

Ez a fontos törvényszerűség a monokromatikus sűrűségfüggvényre is igaz:

$$a_\lambda = \varepsilon_\lambda \quad \text{minden } \lambda - \text{ra.} \quad (4.7)$$

és az irányfüggésre is:

$$a_\lambda(\alpha) = \varepsilon_\lambda(\alpha) \quad a(\alpha) = \varepsilon(\alpha) \quad . \quad (4.8)$$

Ez azt jelenti, hogy *ha ismerjük egy test emissziós jelleggörbéit, akkor az abszorpciója is ismert. A nem áteresztő testekre egyúttal az $r = 1 - a$ reflexió is meg van határozva.*

Ha a testekre *a szürke test közelítéssel* élünk, akkor az összes abszorpciós paramétere ugyanakkora, mint az emissziós paramétere:

$$\text{Szürke testekre:} \quad a = \varepsilon \quad . \quad (4.9)$$

A monokromatikus abszorpciós a_λ tényező értékei függetlenek a testre beeső sugárzás intenzitásától, spektrumától, és a besugárzott test hőmérsékletétől is.

Ha egy test sugárzásának leírására olyan fizikai modellt választunk, amelynél a szürke test emissziós tényezője függ a hőmérséklettől: $\varepsilon = \varepsilon_B(T_B)$ (1. példa a 2.2.c részben), akkor az abszorpciós tényezője is hőmérsékletfüggő. Felmerül azonban az a kérdés, hogy adott esetben milyen hőmérséklethez tartozó abszorpciós tényezőt kell figyelembe venni?

Mivel a testre beeső sugárzás *spektruma* a sugárzást *kibocsátó* test hőmérsékletének felel meg (lásd (4.4)₁ egyenletet is), Kirchhoff törvénye alapján az elnyelő test ezt olyan abszorpciós tényezővel fogadja be, mint amekkora a testnek az emissziós tényezője az ugyanilyen spektrumú kisugárzásnál, azaz *ha a hőmérséklete egyenlő lenne a sugárzást kibocsátó test hőmérsékletével.* Ennek megfelelően az abszorpciós tényezőjét a sugárzást *kibocsátó* test hőmérsékleténél kell számításba venni:

$$a_B = \varepsilon_B(T_A) \quad (4.9)$$

Előfordulhat, hogy a B testet nem lehet halmazállapotváltozás nélkül az A test hőmérsékletére hozni. Például napsugárzás elnyelése esetén a B testet a Nap hőmérsékletére kellene hevíteni. Ilyen esetben úgy járunk el, hogy a normál hőmérsékletű B testen mérjük a napsugárzás abszorpcióját, és ezzel kiegészítjük a monokromatikus emisszió jelleggörbéjét (2.9 ábra) a kis hullámhosszak tartományára.

Napsugárzással kapcsolatos feladatoknál gyakori közelítés, hogy a testekhez *két abszorpciós tényezőt* rendelünk. Az egyik a napsugárzás befogadására vonatkozik, ezt nevezik *szoláris abszorpciós tényezőnek*. A másik a környezetünkben levő testekből származó sugárzásra alkalmazható, és mivel ezek sugárzása az infravörös tartományba esik, ezt a tényezőt *infravörös abszorpciós tényezőnek* nevezik. Az olyan felületeket, melyeknél ez a két tényező lényegesen eltér, nevezik *szelektív felületeknek*. Néhány ilyen bemutatunk a VII. Táblázatban. Ezek között azok, amelyekre a napsugárzásra mért érték sokkal nagyobb, mint a saját hőmérsékletüknek megfelelő, ideálisan alkalmazhatók a *napkollektorokban*, ugyanis a napsugárzás jó részét abszorbeálják míg a saját emissziójuk kicsi. A fordított helyzet a napsugárzás elleni *hővédelemnél* előnyös.

VII. táblázat. Egyes anyagok szoláris és infravörös abszorpciós tényezői

Anyag	Szoláris abszorpciós tényező (T = 5800 K)	Infravörös abszorpciós tényező (T = 200 - 900 K)
Lúgos fürdőben 3 percig oxidált réz felület	0,79	0,05
Ebanol C, rézen	0,908	0,11
Ebanol S, acélon	0,848	0,10
Aluminium fólia		
10 μm szilikonnal bevonva	0,522	0,12
Rozsdamentes acél	0,764	0,13 - 0,18
Rozsdamentes acél Armco fekete oxiddal	0,891	0,75
Fekete epoxi festék aluminiumon	0,951	0,924
Anódizált titán	0,515	0,59 - 0,62
Titánoxid 50 μm fekete festéken	0,154	0,905
Fehér epoxi festék aluminiumon	0,248	0,912

4.4. Gázok sugárzási sajátosságai.

Az egykomponensű gázok: O_2 , N_2 , H_2 , Cl_2 , Br_2 , és a nemesgázok a hősugárzást szinte teljesen áteresztik, azaz tökéletesen átlátszó testeknek tekinthetők.

A több komponensű gázok: CO_2 , H_2O , CO , SO_2 , NH_3 , CH_4 és egyéb szénhidrogének azonban sajátos viselkedést mutatnak. Egyes hullámhossz tartományokban tökéletesen áteresztők, de vannak olyan tartományok is ahol a rájuk eső sugárzás jó részét elnyelik.

A széndioxid és a vízgőz legnagyobb elnyelésű sávjai:

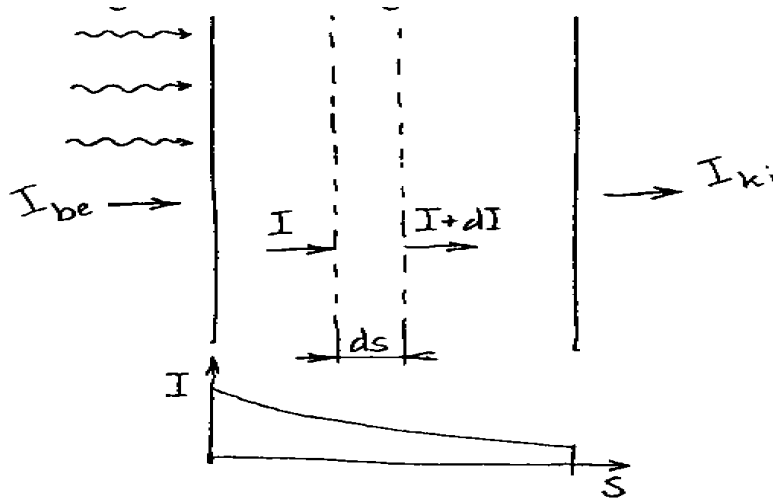
CO_2 -nél: $\lambda = 2,36\text{-}3,02$, $4,01\text{-}4,80$, $12,5\text{-}16,5$ mikron.

H_2O -nál: $\lambda = 2,24\text{-}3,27$, $4,80\text{-}8,50$, $12,0\text{-}25,0$ mikron.

A levegő száraz állapotában kis távolságokon tökéletesen áteresztő. Nagy távolságokon azonban (a napsugárzás áthatolása a Föld légkörén) az N_2 és O_2 gázokon a sugárzás kismértékben szóródik, és a levegő CO_2 tartalma, valamint a por és a vízpára lényeges mértékű elnyelést eredményezhet (lásd a 6. fejezetben).

A lángok sugárzását és színét a bennük izzó koromszemcsék adják. A gázláng szemcsék nélkül jóformán átlátszó.

6. példa. Gáztérfogaton áthaladó sugárzás.



4.4. ábra. Síklapok közötti gáztérfogaton áthaladó párhuzamos sugárzás.

A 4.4. ábrán a párhuzamos lapok közötti gáztömegbe merőlegesen beeső sugárzás intenzitása: I_{be} . A gáztömeg abszorpciója miatt a sugárzás intenzitása az s rétegszélesség függvényében fokozatosan csökken. A gáz ds szélességű rétege a beeső I intenziás dI részét absorbeálja. Az abszorpció mindig arányos a beeső intenzitással, és ebben az esetben a rétegvastagsággal is:

$$dI = -I \cdot b \cdot ds \quad (4.10)$$

ahol b a gáz anyagára és állapotára jellemző paraméter. Ezt az egyenletet integrálva az áthaladó sugár intenzitása:

$$I = I_{be} \cdot e^{-b \cdot s} \quad (4.11)$$

és a $0 \rightarrow s$ szakaszon egységnyi felületen elnyelt hőteljesítmény:

$$I_{elnyelt} = I_{be} - I = I_{be} (1 - e^{-b \cdot s}) \quad (4.12)$$

Ennek megfelelően az s szélességű réteg abszorpciós tényezője:

$$a(s) = 1 - e^{-b \cdot s} \quad (4.13)$$

Látható, hogy az abszorpciós tényező függ a rétegvastagságtól.

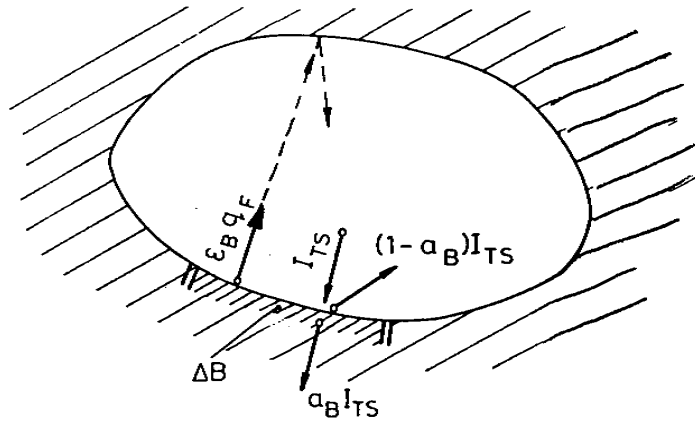
A gáztömegben áthaladó diffúz sugárzás és a gáztömeg emissziója is hasonló módon kezelhető. Utóbbi esetben figyelembe kell venni, hogy egy réteg emittált hőteljesítményének egy részét a szomszédos rétegek elnyelik.

5. ÖSSZETETT SUGÁRZÁSI TÉR

A 3. fejezetben egyetlen test saját sugárzásának terjedését vizsgáltuk. A 4. fejezetben láttuk, hogy a testekre eső sugárzás egy része visszaverődik. Ebben a fejezetben a testek között sokszorosán visszaverődő, összetett sugárzási tereket vizsgáljuk.

5.1. Üregben kialakuló sugárzási tér

Az 5.1 ábrán vázolt üreg falából kimetszettünk egy kicsiny darabot melynek belső felülete ΔB . Feltételezzük, hogy az üreg belső fala szürke testként viselkedik ε_B emissziós, és $a_B = \varepsilon_B$ abszorpciós tényezővel.



5.1. ábra. Üregben kialakuló sugárzási tér

Feltesszük, hogy az üreg fala termikus egyensúlyban van. Az üreg belső felületének hőmérséklete ekkor állandó, és jelölje az *abszolút fekete test* ezen hőmérsékletéhez tartozó hőáramsűrűségét: q_{aft} . A ΔB felületdarab $I_{em} = \varepsilon_B \cdot q_{aft}$ hőáramsűrűséggel emittál az üreg felé. Ez a sugárzás az üreg falára esve részben elnyelődik, részben visszaverődik. A sugárzási tér így az üreg belsejében (és a falán is) a falból emittált sugárzáson kívül a falról visszaverődő sugárzást is tartalmazza. Jelölje a ΔB felületdarabra beeső *teljes* sugárzás intenzitását: $I_{bees\ddot{o}}$. Ennek $q_{absz} = a_B \cdot I_{bees\ddot{o}}$ része elnyelődik ΔB -n, az $(1 - a_B) \cdot I_{bees\ddot{o}}$ része pedig visszaverődik. A fal kicsiny ΔB felületű darabja azonban termikus egyensúlyban van. Így az elnyelt és kibocsátott hőáramsűrűségének meg kell egyeznie:

$$\varepsilon_B \cdot q_{aft} = a_B \cdot I_{bees\ddot{o}} \quad (5.1)$$

amiből $a_B = \varepsilon_B$ alapján azt kapjuk, hogy:

$$I_{bees\ddot{o}} = q_{aft} \quad (5.2)$$

azaz a teljes sugárzás intenzitása az üreg belsejében megegyezik az abszolút fekete test hőáramsűrűségével. Ezt a tényt ismerjük már a 2.1. pontból is. Itt azonban szemléletesen látjuk, hogy miért független az üreg sugárzása a fal anyagi minőségétől. Ebben a levezetésben az anyagi minőséget az ε_B emissziós tényező képviseli. Ez lehet nagyon kicsi is. Ekkor azonban nagy a visszavert hányad, és az üregben a sokszoros visszaverődések miatt mégis a lehető legerősebb sugárzás alakul ki.

A sugárzási teret a *szférikus intenzitással* jellemezve, az *üreg belsejének bármely pontjában* a teljes sugárzás (a falról emittált és a falról visszaverődött sugárzás) $\vec{I}_\omega$ vektora minden irányban $I_\omega = q_{\text{aft}}/\pi$ egyforma nagyságú, és így a szférikus intenzitás vektorok végpontjai egy ilyen sugarú gömböt írnak le.

5.2. Két test sugárzási kölcsönhatása.

Mottó: Utóléri-e Archimédész a teknőst ?

Két *szürke* test sugárzási kölcsönhatása a sokszoros visszaverődések miatt meglehetősen bonyolult. Egy olyan gondolatmenettel mégis célt érünk, ami nagyon hasonlít a mottóban feltett kérdés megoldásához. Ezért először ezzel foglalkozunk.

Archimedes tíz lépésre van a teknőstől. A teknős egy lépést mászik, míg Archimedes tizet lép. Utóléri-e?

Amíg Archimédész az első tíz lépést megteszi, a teknős már odébb mászott egy lépéssel. Archimédész lép még egyet, de a teknős továbbjutott 1/10-ed lépéssel. Archimédész is megteszi, de a teknős ismét továbbhaladt. Úgy tűnik, sose éri utol.

A teknős által megtett szakaszokat nyilván a következő sor adja:

$$1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \dots \quad (5.3)$$

A kérdés tehát úgy is feltehető, hogy a végtelen sok tag összegét lehet-e számnak tekinteni? Az ókori görög tudósok vitatkoztak erről. A kérdésre a XVIII-ik századi matematikusok a határérték fogalmának bevezetésével világos választ adtak. A végtelen mértani sorhoz rendelhető véges összeg, amit egyszerűen ki is tudunk számítani. Itt azonban más módon, egy *fizikai* megfontoláson alapuló módszerrel határozzuk meg.

Jelöljük x -el azt a távolságot, amit a teknős az utolérésig megtesz (lépésben mérve). Archimédész ugyanezen idő alatt tízszeres sebességgel halad (tehát megtett útja $10x$) és azt is tudjuk, hogy 10 lépéssel többet kell megtennie. Felírhatjuk tehát a következő egyenletet:

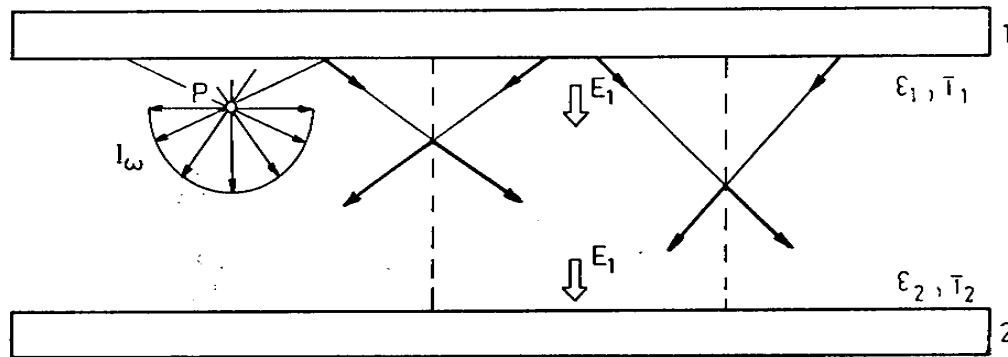
$$x + 10 = 10x \quad . \quad (5.4)$$

Ebből x értékét egyszerűen megkapjuk. Ellenőrizhető, hogy eredményünk ugyanaz, mint amit az (5.3) végtelen mértani sor összegképletével kapunk.

a, *Párhuzamos nagy szürke falak kölcsönhatása.*

A 5.2. ábrán két nagyméretű párhuzamos lap látható. A két lap elvileg a végtelenig terjed, gyakorlatilag a szélük nagyon messze van a középtájtól, ahol a közöttük kialakuló sugárzást vizsgáljuk. A két lapot diffúz visszaverésű *szürke test*nek tekintjük ε_1 és ε_2 emissziós tényezővel.

Ha a két lap hőmérséklete egyenlő: $T_1 = T_2$, akkor termodinamikai egyensúlyban vannak. Ekkor a két lap közötti tér üregnek tekinthető, és az előző pont szerint az üregben az abszolút fekete test hőáramsűrűségének megfelelő sugárzás alakul ki. Az igazi kérdés tehát az, amikor a lapok hőmérséklete nem egyenlő. Legyen mondjuk $T_1 > T_2$. Ekkor a sugárzás révén a magasabb hőmérsékletű testről hő adódik át az alacsonyabb hőmérsékletű testre, és ennek kiszámítása a célunk.



5.2. ábra. Nagy párhuzamos szürke lapok közötti sugárzási kölcsönhatás.

Az 1-es lap $E_1 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4$ hőáramsűrűséggel emittál. A két lap között a sugárzási teret a szférikus intenzitás vektoraival jellemezzük. Bármely belső P pontból (5.2 ábra) az 1-es lap pontjaihoz húzott egyenesek T_1 hőfokú ponthoz vezetnek, tehát a P pontban az emisszió szférikus intenzitásának minden irányban egyforma $I_\omega = E_1 / \pi$ nagyságú vektorai egy félgömböt írnak le. Bármely P pontnál a lappal párhuzamos síkon átlépő emissziós hőteljesítményt megkapjuk, ha a szférikus intenzitást a félgömbön kiintegráljuk. Az integrálás minden pontnál az $E_1 = \varepsilon_1 \sigma T_1^4$ hőáramsűrűséget adja. Ezt a hőáramsűrűséget kapjuk a 2-es lapon is. Kissé egyszerűsítve, de a helyzet lényegét tekintve úgy fogalmazhatunk, hogy az 1-es lap felületegységéről az E_1 teljesítmény változatlan formában áthaladt a lapok közötti téren a 2-es lap szemközti felületegységére. Az 1-es lap felületegységétől az 5.2 ábrán szaggatott vonalakat húztunk a 2-es lap felületegységéig. A szaggatott oldalfelületen ugyan kilépnek sugarak, de ugyanolyan sugarak ugyanakkora szög alatt be is lépnek, így a 2-es lap felületegységére ugyanakkora sugárzási teljesítmény esik, mint amekkora az 1-es lapról kilépett.

A 2-es lap elnyeli E_1 -nek $a_2 E_1$ részét, és visszaveri az $(1 - a_2) E_1$ részét. A diffúz módon visszavert rész a 2-es test saját $E_2 = \varepsilon_2 \sigma T_2^4$ sugárzásával együtt, az előbbihez hasonló módon áthalad a két test között, és így az 1-es testre $E_2 + (1 - a_2) E_1$ beeső sugárzás esik. Ennek a_1 -ed részét elnyeli és $(1 - a_1)$ -ed részét visszaveri. Könnyű belátni, hogy a sorozatos oda-vissza verődések eredményeképpen az 1-es testre beeső teljes sugárzás intenzitása:

$$I_{bel} = E_2 + (1 - a_2) E_1 + (1 - a_2)(1 - a_1) E_2 + (1 - a_2)(1 - a_1)(1 - a_2) E_1 + \dots \quad (5.5)$$

Egy végtelen geometriai sort kaptunk, melynek első tagja $E_2 + (1 - a_2)E_1$, a kvóciense pedig $(1 - a_2)(1 - a_1)$. A helyzet hasonló Archimédész és a teknős esetéhez. Az ott alkalmazott második gondolatmenettel gyorsan célt érünk. Az 1-es testre beeső teljes intenzitás nyilván a 2-es test saját sugárzása és a róla visszavert sugárzás összege, ami változatlan formában áthaladt a két lap közötti téren:

$$I_{be1} = E_2 + (1 - a_2)I_{be2} \quad (5.6)$$

és hasonlóan a 2-es testre beeső teljes intenzitás:

$$I_{be2} = E_1 + (1 - a_1)I_{be1} \quad (5.7)$$

Egyenletrendszert kaptunk két ismeretlennel: I_{be1} és I_{be2} . Megoldva:

$$I_{be1} = \frac{E_2 + (1 - a_2)E_1}{1 - (1 - a_1)(1 - a_2)} \quad (5.8)$$

(Felismerhető, hogy a végtelen mértani sor összegképletével is ugyanezt kaptuk volna.) Az 1-es testről a 2-es testre átadott hőáramsűrűség:

$$q_{1 \rightarrow 2} = E_1 - a_1 I_{be1} = a_2 I_{be2} - E_2 \quad (5.9)$$

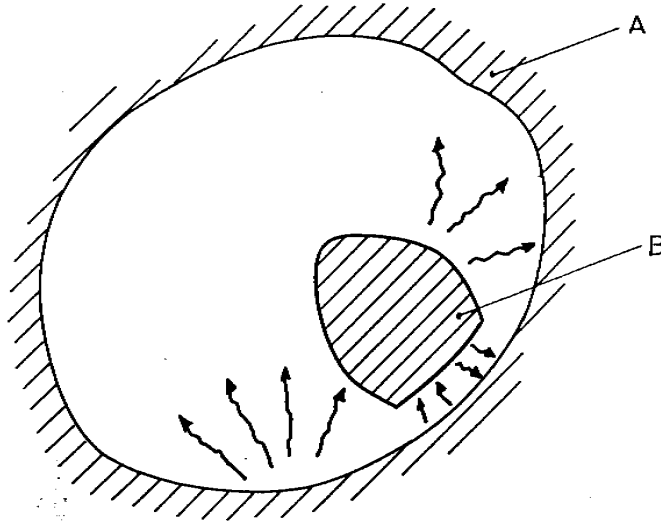
melyre, a behelyettesítés után $a_1 = \varepsilon_1$ és $a_2 = \varepsilon_2$ figyelembevételével azt nyerjük, hogy:

$$q_{1 \rightarrow 2} = \varepsilon(\sigma T_1^4 - \sigma T_2^4) \quad \text{ahol} \quad \varepsilon = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (5.10)$$

Ugyanolyan képletet kaptunk, mint a kicsiny testekre megszokott (2.23) egyenlőség, csak az ε látszólagos emissziós tényező eltér mind ε_1 , mind ε_2 -től.

b, Nagy szürke test és szürke környezetének kölcsönhatása

Az 5.3 ábra szerinti nagyméretű, szürke, *konvex* test (B) és szürke környezetének (A) kölcsönhatását vizsgáljuk abban az esetben, amikor $T_B \neq T_A$, és mindkét test diffúz visszaverő. Először egy a gyakorlatban sokszor használt közelítő képletet vezetünk le. A pontos de bonyolultabb megoldást utána tárgyaljuk.



5.3. ábra. Nagy szürke test és szürke környezetének kölcsönhatása

Az alábbi hőteljesítmények indexében: *em* a test saját emisszióját, *be* a testre beeső teljes sugárzást, *absz* az ebből abszorbeált, *refl* az ebből reflektált sugárzás teljesítményét, és végül *ki* a teljes kisugárzást (a saját kisugárzást a reflektálttal együtt) jelöli. Nyilván felírhatjuk a következő egyenlőségeket:

$$\dot{Q}_{B,em} = \varepsilon_B \sigma T_B^4 \cdot A_B \qquad \dot{Q}_{A,em} = \varepsilon_A \sigma T_A^4 \cdot A_A \qquad (5.11)$$

$$\dot{Q}_{B,ki} = \dot{Q}_{B,em} + \dot{Q}_{B,refl} \qquad \dot{Q}_{A,ki} = \dot{Q}_{A,em} + \dot{Q}_{A,refl} \qquad (5.12)$$

$$\dot{Q}_{B,absz} = \varepsilon_B \cdot \dot{Q}_{B,be} \qquad \dot{Q}_{A,absz} = \varepsilon_A \cdot \dot{Q}_{A,be} \qquad (5.13)$$

$$\dot{Q}_{B,refl} = (1 - \varepsilon_B) \cdot \dot{Q}_{B,be} \qquad \dot{Q}_{A,refl} = (1 - \varepsilon_A) \cdot \dot{Q}_{A,be} \qquad (5.14)$$

Az A test teljes kisugárzásának csak egy része esik B-re. Ugyanakkor B konvexitása miatt a B teljes kisugárzása az A-ra esik. Jelöljük *m*-el azt, hogy az A sugárzásának hányad része jut B-re. Nevezik ezt az *m*-et a B test besugárzási tényezőjének is. Ekkor az A test sugárzásának maradék $(1 - m)$ -ed része nyilván önmagára esik. Ennek megfelelően felírhatjuk a következő egyenlőségeket is:

$$\dot{Q}_{B,be} = m \cdot \dot{Q}_{A,ki} \qquad \dot{Q}_{A,be} = \dot{Q}_{B,ki} + (1 - m) \cdot \dot{Q}_{A,ki} \qquad (5.15)$$

A B-ről az A-ra átadódó hőteljesítmény pedig (pozitív, ha $T_B \geq T_A$):

$$\dot{Q}_{B \rightarrow A} = \dot{Q}_{B,em} - \dot{Q}_{B,absz} = \dot{Q}_{A,absz} - \dot{Q}_{A,em} \qquad (5.16)$$

A fenti egyenletekkel, helyettesítések után:

$$\dot{Q}_{B \rightarrow A} = \frac{1}{1 - (1 - \varepsilon_A)(1 - m\varepsilon_B)} (\varepsilon_A \varepsilon_B \sigma T_B^4 \cdot A_B - m \varepsilon_B \varepsilon_A \sigma T_A^4 \cdot A_A) \quad (5.17)$$

a, Közelítő megoldás

Feltesszük, hogy m független a B test hőmérsékletétől. Ennek a fontos egyszerűsítő feltételnek a teljesülését alább részletesen vizsgáljuk. Ekkor a $T_B = T_A$ esetén, azaz a termodinamikai egyensúly létrejöttkor $\dot{Q}_{B \rightarrow A} = 0$ kell legyen, és ez csak akkor teljesül, ha (5.17)-ben a zárójeles kifejezés zérust ad, ami viszont csak akkor következik be, ha:

$$m = \frac{A_B}{A_A} \quad (5.18)$$

Ezt az m -et visszahelyettesítve (5.17)-be és áttérve a hőáramsűrűsége:

$$q_{B \rightarrow A} = \frac{\dot{Q}_{B \rightarrow A}}{A_B} = \varepsilon (\sigma T_B^4 - \sigma T_A^4) \quad (5.19)$$

ahol:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_A \cdot \varepsilon_B}{1 - (1 - \varepsilon_A) \left(1 - \varepsilon_B \cdot \frac{A_B}{A_A} \right)} \quad (5.20)$$

Ismét olyan alakú kifejezést nyertünk, mint a kicsiny testekre (2.23), csak az ε kifejezése kissé bonyolultabb.

A levezetés során tett alapvető feltevésünk az volt, hogy m nem függ a B test hőmérsékletétől. Ez nyilván *közelítés*. A termodinamikai egyensúly állapotában $T_B = T_A$, és ekkor a két test között az abszolút fekete test sugárzási tere alakul ki. Így az A test *teljes* kisugárzása az abszolút fekete test q_{aft} hőáramsűrűségével valósul meg. Ez *egyenletes* hőáramsűrűség eloszlást jelent az A felszínén. Azonban a B test hőmérsékletének növelésekor az A test *teljes* kisugárzásában (az *egyenletes* saját emissziója mellett) a B sugárzásának a visszaverődése az A-ról a B-hez közeli felületrészekben nagyobb, mint a B-től távoli részekben, és ennek következtében *egyre nagyobb* teljesítmény hányad jut az A *teljes* kisugárzásából a B-re. Azaz m nő a hőmérséklettel.

Az A *teljes* kisugárzásának ilyen arányeltolódása nem jelentkezik akkor:

- Ha B egyenletes távolságra van A-tól, például koncentrikus gömbök esetében. Az (5.20) képlet így speciális esetként tartalmazza a nagy lapokra vonatkozó (5.10) összefüggést is (ekkor a felületek hányadosa egy).

- Ha az A test abszolút fekete ($\varepsilon_A = 1$), mert ekkor B teljes kisugárzását elnyeli, és a saját kisugárzása a feltételezett egyenletes hőmérséklet miatt egyenletes.

- Ha a B test kicsi, mikor is a B teljes sugárzása elhanyagolható az A felszínén. Így az (5.20) képlet speciális esetként tartalmazza a kicsiny testekre vonatkozó (2.23) képletet is (ekkor a felületek hányadosa zérus).

Az egyszerű (5.20) képletet azonban sokszor olyan esetekben is alkalmazzuk, amikor ezek a feltételek nem teljesülnek. Azt, hogy eljárásunk mennyire jó közelítés, a pontos megoldással való összehasonlításból ítéldhetjük meg.

b, Pontos megoldás

A pontos megoldást a következő módon nyerjük. Az A és a B test együttes felületének *bármely* rögzített $\vec{r}_o$ helyvektorú pontjában a *beeső* hőáramsűrűséget megkapjuk, ha mindkét felületen (A+B) kiintegráljuk a *teljes* kisugárzást a hőátadás (3.12) alapképletével:

$$q_{be}(\vec{r}_o) = \int_{A+B} [q_{em} + (1-a)q_{be}] \frac{z}{R^2 \pi} \cos \alpha \cos \beta dA \quad (5.21)$$

Itt $z=1$ ha az $\vec{r}_o$ pont látható a dA felületelemről, $z=0$ különben.

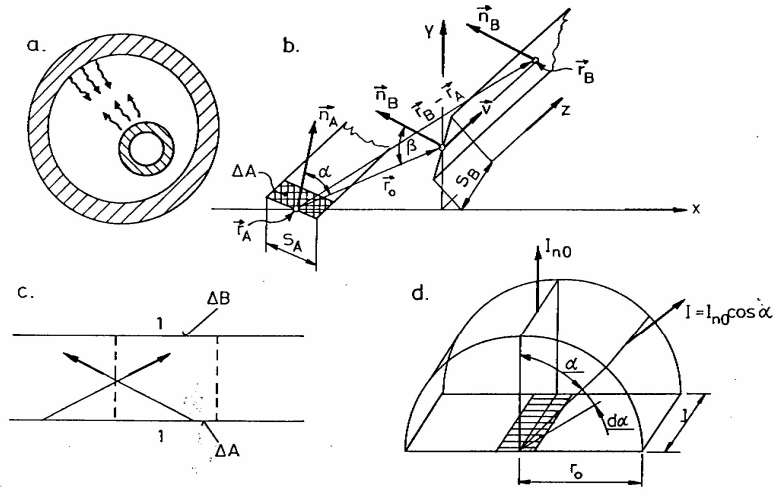
$R = |\vec{r} - \vec{r}_o|$ ahol $\vec{r}$ az integrálás futópontja, α és β ugyanazok, mint a 3. példában.

A $q_{em} = \varepsilon \sigma T^4$ és az $a = \varepsilon$, valamint a z értékek *adott függvények* a felületen. A q_{be} ismeretlen *függvény* szerepel az integrálon belül is, és az integrálon kívül is. Az (5.21) egyenlőség így a q_{be} függvényre nézve egy integrálegyenlet (matematikai terminológiával élve Fredholm féle, másodfajú). Ez az integrálegyenlet numerikusan egyszerűen megoldható.

Az A és B felületét kis felületdarabokra osztjuk, ezeken az ismeretlen q_{be} értékeket állandónak tekintjük. Az (5.21)-ben szereplő integrál *téglányösszege* rögzített $\vec{r}_o$ esetén egy lineáris egyenletet ad az ismeretlen q_{be} értékekre. Ha $\vec{r}_o$ végigfut az összes felületdarabon, akkor annyi egyenletet nyerünk, ahány ismeretlen van, és a kapott lineáris egyenletrendszer megoldjuk. A q_{be} értékek ismeretében a fent felírt összes hőteljesítmény számítható. A megoldás menetét egy példán mutatjuk be.

7. példa. Cső belsejében cső.

Egy cső belsejében excentrikusan elhelyezkedő másik cső hőátadását vizsgáljuk (5.4a ábra). A feladat nyilván *kétdimenziós*, a csőtengely irányában a fizikai paraméterek változatlanok. Ezért először azt mutatjuk be, hogy a háromdimenziós összefüggéseket hogyan írhatjuk át a kétdimenziós esetre.



5.4. ábra. Áttérés a kétdimenziós képletekre.

Az A jelű cső ΔA nagyságú felületdarabjáról (5.4b ábra), a másik cső S_B szélességű *végtelen* sávjára eső hőteljesítményt a (3.13) alapképlettel számítjuk:

$$\dot{Q}_{\Delta A \rightarrow B_{sz\vec{v}}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{q_A \cdot \Delta A \cdot [(\vec{r}_B - \vec{r}_A) \cdot \vec{n}_A] \cdot [(\vec{r}_A - \vec{r}_B) \cdot \vec{n}_B]}{\pi R^4} S_B \cdot dz \quad (5.22)$$

ahol:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_o + z \cdot \vec{v}, \quad \vec{v}^2 = 1, \quad R = |\vec{r}_B - \vec{r}_A| \quad .$$

Az 5.4b axonometrikus ábra szerint: Az $\vec{r}_A$ helyvektorú pont a ΔA felületdarabnak az x-y síkba eső rögzített pontja. Az $\vec{r}_o$ vektor az x-y síkban az S_B szélességű sáv középvonalához vezet, szintén rögzített. A $\vec{v}$ egységvektor a z tengely irányába mutat. Az integrálást a z változó szerint végezzük, amíg z végigfut a $(-\infty, +\infty)$ intervallumon. Addig az $\vec{r}_B$ vektor végigfut az S_B szélességű sáv középvonalán. Az $\vec{n}_B$ felületi normál egységvektor (ami B-ből *kifelé* mutat) a sáv minden pontján ugyanaz. A sávon a felületelem: $S_B dz$.

Mivel $\vec{v}$ merőleges $\vec{n}_A$ -ra: $(\vec{r}_B - \vec{r}_A) \cdot \vec{n}_A = (\vec{r}_o + z \cdot \vec{v}) \cdot \vec{n}_A = \vec{r}_o \cdot \vec{n}_A = r_o \cos \alpha$,
és ugyanígy, mivel $\vec{v}$ merőleges $\vec{n}_B$ -re: $(\vec{r}_A - \vec{r}_B) \cdot \vec{n}_B = r_o \cos \beta$.

Ezért ha ezeket (5.22)-be behelyettesítjük és a konstansokat kiemeljük:

$$\dot{Q}_{\Delta A \rightarrow B s_{\frac{1}{2}}^* v} = q_A \Delta A r_o^2 \cos \alpha \cos \beta \frac{S_B}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{R^4}$$

ahol:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{R^4} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(r_o^2 + z^2)^2} = \frac{1}{r_o^4} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{r_o d\left(\frac{z}{r_o}\right)}{\left(1 + \left(\frac{z}{r_o}\right)^2\right)^2} = \frac{1}{r_o^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{(1+u^2)^2} = \frac{\pi}{2r_o^3}$$

melyben a $z = u r_o$ helyettesítést alkalmaztuk, és az u szerinti integrált az

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{du}{(1+u^2)^2} = \left[\frac{u}{2(1+u^2)} + \frac{1}{2} \arctgu \right]_{-\infty}^{+\infty} = \frac{\pi}{2}$$

összefüggéssel kaptuk. Így végül a

$$\dot{Q}_{\Delta A \rightarrow B s_{\frac{1}{2}}^* v} = q_A \Delta A \cos \alpha \cos \beta \frac{S_B}{2r_o} \quad (5.23)$$

képletet nyerjük.

Egységnyi hosszúságú $\Delta A = S_A \cdot 1 \text{ m}$ területű lapot választva, ennek a B test S_B szélességű *végtelen* hosszúságú *teljes* sávjára kisugárzott hőteljesítménye:

$$\dot{Q}_{S_A \rightarrow S_B} = \frac{q_A \cdot S_A}{2r_o} \cos \alpha \cos \beta S_B \quad (5.24)$$

Azonban a párhuzamos lapoknál (az 5.2 ábra kapcsán) megismert gondolatmenethez hasonlóan, az 5.4c ábra szerinti szaggatott vonallal húzott oldalfelületeken ugyanakkora teljesítmény lép be, mint amekkora kilép. Tehát a B *egységnyi* hosszúságú $\Delta B = S_B \cdot 1 \text{ m}$ területére beeső hőteljesítményt is éppen (5.24) adja. A helyzetet leegyszerűsítve úgy képzelhetjük, hogy az egységnyi hosszúságú ΔA -ról az (5.24) szerinti teljesítmény egyszerűen áthalad az egységnyi hosszúságú ΔB -re. Ezzel megkaptuk a kétdimenziós esetre érvényes (5.24) alapképletet.

A *háromdimenziós esetre érvényes* képlet - melyet a kicsiny ΔA lapról kicsiny ΔB lapra eső hőteljesítmény (3.10) és (3.11) képletéből nyerünk - a következő:

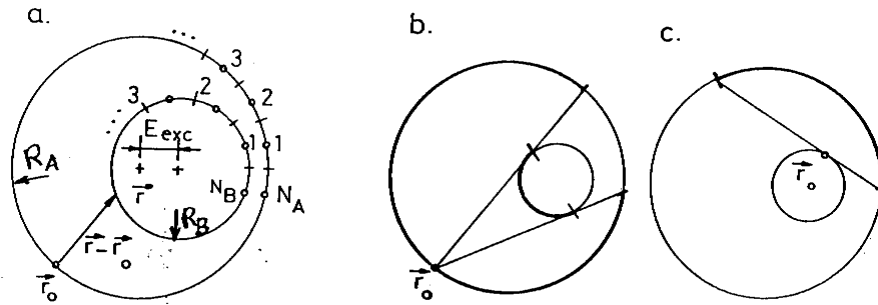
$$\dot{Q}_{\Delta A \rightarrow \Delta B} = \frac{q_A \Delta A}{R^2 \pi} \cos \alpha \cos \beta \Delta B \quad (5.25)$$

Ezt összehasonlítva a *kétdimenziós* eset képletével azt látjuk, hogy majdnem ugyanolyan, csak R^2 helyett r_o , és π helyett 2 szerepel. Ezzel megállapítottuk a hőátadás alapképletének a síkbeli esetre történő átírásának szabályát. (Érdekes, hogy az $R^2 \pi$ osztó éppen a 2.4 ábra félgömbjének alapterülete, míg a $2 r_o$ osztó az 5.4d ábra egységnyi hosszúságú félhengerének alapterülete.)

Az (5.21) térbeli integrálegyenlet síkbeli alakja így a következő:

$$q_{be}(\vec{r}_o) = \int_{A+B} [q_{em} + (1-a)q_{be}] \frac{z \cos \alpha \cos \beta}{2R} ds \quad (5.26)$$

Rátérve a két kör esetére, egyenletes felosztással N_A számú ívdarabot jelölünk ki az A körön és N_B számút a B-n (5.5 ábra).



5.5. ábra. A két körvonal beosztása az integrálegyenlet megoldásához.

A számítógép program input adatai a következők lesznek:

$$R_A, R_B, E_{exc}, T_A, T_B, \varepsilon_A, \varepsilon_B, N_A, N_B.$$

Ezekkel $q_{em} = \varepsilon \sigma T^4$ és $a = \varepsilon$ is meg vannak határozva a két kör mentén.

Az ívdarabok közepén érvényes q_{be} számok az ismeretlenek. Az $\vec{r}_o$ pontot valamelyik ívdarab közepére választva (5.5a ábra), az integrál futópontját $\vec{r}$ -el jelölve, az $R = |\vec{r} - \vec{r}_o|$ távolság könnyen számítható. A $z(\vec{r}, \vec{r}_o)$ függvény rögzített $\vec{r}_o$ esetén a 5.5b és 5.5c ábrán vastagon húzott szakaszokon elhelyezkedő $\vec{r}$ -ekre lesz egységnyi, zérus különben. Ezt skalárszorzatokból számított szögekkel könnyen programozhatjuk. Például, ha az $\vec{r}_o$ pont az A körön van és az $\vec{r}$ futópont is, akkor

$$z(\vec{r}, \vec{r}_o) = 1 \quad \text{ha} \quad \frac{(\vec{r} - \vec{r}_o)(\vec{c}_B - \vec{r}_o)}{|\vec{r} - \vec{r}_o| |\vec{c}_B - \vec{r}_o|} > \frac{\sqrt{(\vec{c}_B - \vec{r}_o)^2 - R_B^2}}{|\vec{c}_B - \vec{r}_o|} \quad \text{és}$$

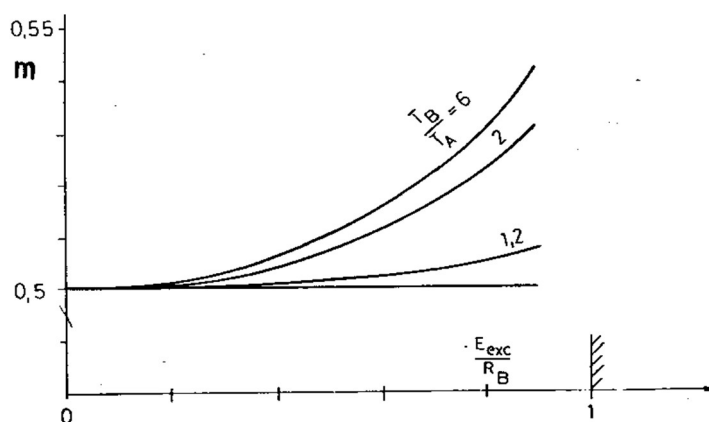
$$z(\vec{r}, \vec{r}_o) = 0 \quad \text{különben.}$$

Itt $\vec{c}_B$ a B kör középpontjának helyvektora. Az egyenlőtlenség mindkét oldalán egy egy szög koszinusza szerepel, és ezen szögeket értelmezve látható, hogy az egyenlőtlenség valóban csak az 5.5b ábrán az A kör vastagon húzott vonalszakaszán levő $\vec{r}$ pontokra teljesül. Erre alapozva a programban a $z(\vec{r}, \vec{r}_o)$ értékadó utasítása IF-es relációval könnyen megadható. Hasonló módon számítjuk $z(\vec{r}, \vec{r}_o)$ értékét a többi körívdarabra is.

Rögzített $\vec{r}_o$ pont esetén az (5.26) szerinti integrált téglányösszeggé alakítva egy lineáris egyenletet kapunk az ívdarabok közepén érvényes ismeretlen q_{be} értékekre. Az $\vec{r}_o$ ponttal végig futva az összes szakaszok középpontjain, annyi egyenletet kapunk ahány ismeretlen van. A lineáris egyenletrendszer

könyvtári rutinnal megoldjuk. Körök esetén a megoldás nehézségbe nem ütközött, a rendszer jól kondicionált.

A futtatások eredményét az 5.6 ábrán mutatjuk be $R_A/R_B = 2$ sugárviszonyra, különböző T_B/T_A hőmérsékletviszonyokra, $\varepsilon_A = \varepsilon_B = 0,5$ esetén, $N_A = 80$, $N_B = 40$ pontszámokkal. Az m besugárzási tényezőt az excentricitás E_{exc}/R_B függvényében ábrázoltuk. Az (5.19) és (5.20) képlet diszkussziója során láttuk, hogy a közelítő képlet *pontos* eredményt ad a koncentrikus esetre, és akkor is ha: $T_B/T_A = 1$. Ekkor $m = 0,5$, és ezt kaptuk az 5.6 ábrán is. Nagyobb excentricitásoknál és nagyobb hőmérsékleti hányadosok esetén m nagyobb értékű, ahogy ezt előbb megállapítottuk. Azonban még *nagy excentricitások* esetén is m értéke *csak kismértékben* tér el az $m = 0,5$ értéktől, és ezért a közelítő képlet alkalmazása *még ilyen esetekben is* indokolt lehet. Nagy pontossági igény esetén természetesen a pontos számítást kell végrehajtani.



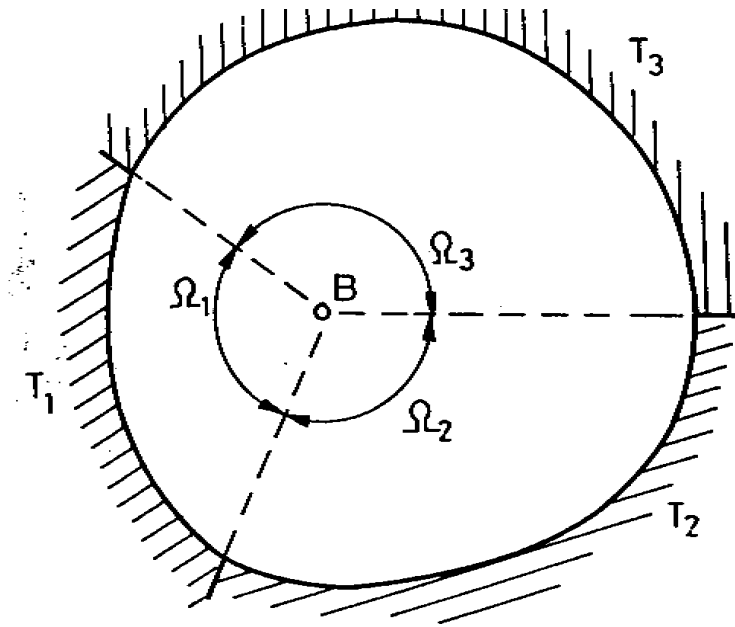
5.6. ábra. A besugárzási tényező pontos értéke az 5.4a ábra szerinti excentrikus csövekre.

5.3. Zárt térben levő testek sugárzási viszonyai

Minden testnek van környezete. Még a világűrben levő testnek is tulajdoníthatunk környezetet. A világűrben a Naptól távol levő testet gondolatban vegyük körül egy nagy gömbfelülettel. A test sugárzása ezen akadálytalanul távozik, tehát a környezet tökéletesen elnyelő. Ugyanakkor a műholdas mérések szerint a világűr sugárzásának intenzitása egyenlő a $T = 3$ K abszolút hőmérsékletű fekete test sugárzásának intenzitásával. A spektruma természetesen más, a csillagok fénye a látható sávba esik. Olyan hőtani számításban azonban, ahol a hullámhosszoknak nincs szerepe, a világűrt $T = 3$ K hőmérsékletű abszolút fekete környezetnek tekinthetjük.

Általános értelemben ezért bármely test tekinthető "zárt térben levőnek". Szűkebb értelemben azonban az *épületekben elhelyezett testekről* beszélünk így. Ebben a fejezetben az utóbbiakról foglalkozunk, de több megállapításunk érvényes a szabadban lévő (a következő fejezetben tárgyalt) testekre is.

Az 1.3, és 5.1 pontokban már részletesen tárgyaltuk az *egyenletes* hőmérsékletű környezet hőátadási viszonyait. Most vizsgáljuk meg a *változó* hőmérsékletű környezet esetét. Célunk olyan átlagos hőmérséklet bevezetése, amellyel visszavezetjük a megoldást az egyenletes hőmérsékletű környezet már ismert törvényszerűségeire.



5.7. ábra. Változó hőmérsékletű környezet.

Az 5.7. ábrán az A környezet három különböző T_1 , T_2 , és T_3 hőmérsékletű részre oszlik. A zárt tér belsejének egy adott pontjánál vizsgálódva, oda vihetünk egy kicsiny B testet, és tanulmányozhatjuk, hogy a változó hőmérsékletű környezetben hőtani szempontból hogyan viselkedik. Feltesszük, hogy B kicsiny, gömbszerű, szürke test, valamint azt, hogy $\varepsilon_A = 1$. Utóbbi feltétel helyiségek falaira, az építőanyagok és a festett felületek magas feketeségi fokára tekintettel jó közelítéssel teljesül. Az A részeinek térbeli látószöge a B test középpontjából nézve legyen: Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 szteradiánban mérve. A környezet sugárzási terét a B test helyén a szférikus intenzitás olyan vektornyalábja írja le, amely ezen szögtartományokban állandó hosszúságú a T_1 , T_2 , és T_3 hőmérsékletnek megfelelően. A környezet sugárzásából a kicsiny gömbszerű testre jutó hőtéljesítmény a (3.22) képlettel számolva:

$$\dot{Q}_{B,be} = \left(\frac{\Omega_1}{4\pi} \sigma T_1^4 + \frac{\Omega_2}{4\pi} \sigma T_2^4 + \frac{\Omega_3}{4\pi} \sigma T_3^4 \right) A_B \quad (5.27)$$

Itt σT_1^4 az A test 1-es részének a *saját* sugárzása (σ a Stefan-Boltzmann állandó). Mivel azonban feltételünk szerint A abszolút fekete, ezért visszavert sugárzása nincs és így A ezen részének teljes kisugárzása is σT_1^4 . Ezért (5.27) adja a B testre jutó *összes beeső* sugárzási teljesítményt. Ha bevezetünk egy T_{sug} hőmérsékletet a következő módon értelmezve:

$$T_{sug}^4 = \frac{\Omega_1}{4\pi} T_1^4 + \frac{\Omega_2}{4\pi} T_2^4 + \frac{\Omega_3}{4\pi} T_3^4 \quad (5.28)$$

azaz a *hőmérsékletek negyedik hatványának a térszöggel súlyozott középértékét*, akkor nyilván:

$$\dot{Q}_{B,be} = \sigma T_{sug}^4 A_B \quad (5.29)$$

Az így kapott kifejezés egyezik az *egyenletes* T_{sug} hőmérsékletű abszolút fekete környezet B testre eső sugárzási teljesítményével. Tehát ha a környezet egésze a T_{sug} hőmérsékleten lenne, akkor *ugyanazt* a hőtéljesítményt adná át a B testnek, mint a változó hőmérsékletű környezet. Ezt a T_{sug} hőmérsékletet nevezzük *sugárzási hőmérsékletnek*.

Ha a környezet hőmérséklete folyamatosan változik, akkor a sugárzási hőmérséklet általános képlete az (5.28) mintájára természetesen:

$$T_{sug}^4 = \frac{1}{4\pi} \int_{teljes\ gömbre} T^4 d\omega \quad . \quad (5.30)$$

Ha a B test helyén a sugárzási hőmérséklet T_{sug} , akkor a B test sugárzása által a környezetének átadott hőtéljesítmény:

$$\dot{Q}_{B \rightarrow A} = \dot{Q}_{B,em} - \varepsilon_B \cdot \dot{Q}_{B,be} = \varepsilon_B \cdot (\sigma T_B^4 - \sigma T_{sug}^4) \quad . \quad (5.31)$$

Ez a képlet ugyanaz, mint az egyenletes hőmérsékletű környezet (2.23) képlete, csak a környezet egyenletes hőmérséklete helyett a sugárzási hőmérsékletet kell helyettesíteni.

Ha a B test körül a levegő helyi hőmérséklete T_{lev} , a konvekciós hőátadási tényező α_{konv} , és a B test termodinamikai egyensúlyra jutott oly módon, hogy a sugárzással leadott hőmennyiségét a konvekció révén felveszi, akkor az egyensúlyi T_R hőmérsékletére :

$$\sigma \varepsilon (T_R^4 - T_{sug}^4) = \alpha_{konv} (T_{lev} - T_R) \quad (5.32)$$

Ebből az egyenletből T_R meghatározható, ezt nevezik a test *eredő hőmérsékletének*.

Az eredő hőmérséklet mindig T_{sug} és T_{lev} közé esik. Lakószobákban ezek a hőmérsékletek $t_o = 20^\circ\text{C}$ körüliek. Ezért, ha a negyedfokú függvényt lineárisan közelítjük (lásd az 2. példában) akkor a $T_o = 293\text{ K}$ -hez tartozó sugárzási hőátadási tényező: $\alpha_{sug} = 5,7\varepsilon$, és áttérve Celsius fokokra:

$$\alpha_{sug} (t_R - t_{sug}) = \alpha_{konv} (t_{lev} - t_R) \quad (5.33)$$

amiből:

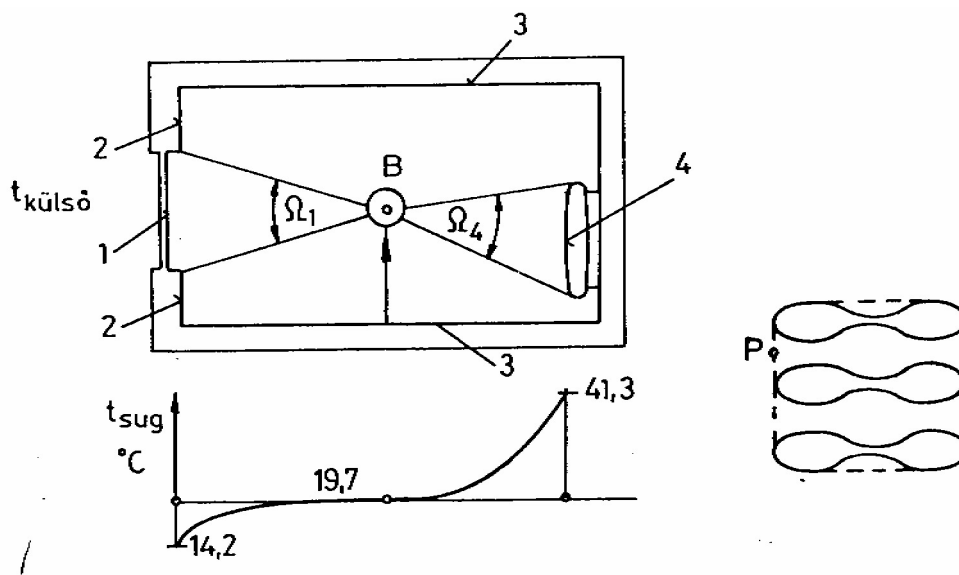
$$t_R = \frac{\alpha_{konv} t_{lev} + \alpha_{sug} t_{sug}}{\alpha_{konv} + \alpha_{sug}} \quad (5.34)$$

A zárt térben levő belső hőtermelés nélküli testek ezen a hőmérsékleten érik el a termodinamikai egyensúlyuk állapotát.

Egyszerűen belátható, hogy a kisméretű de *belső hőtermeléssel is* rendelkező testek (ember) hőleadása a következő módon fejezhető ki az eredő hőmérséklettel:

$$\dot{Q}_{B \rightarrow A} = (\alpha_{sug} + \alpha_{konv}) (t_B - t_R) \quad (5.35)$$

8. példa. Szobában levő test hőmérséklete.



5.8. ábra. A sugárzási hőmérséklet alakulása egy szobán belül.

Az 5.8. ábrán egy lényegében üres helyiség látható. A szoba középrészén a B pont fejmagasságban van, itt fogjuk meghatározni a sugárzási hőmérsékletet. Ehhez ismerni kell a környezet egyes felületrészeinek hőmérsékletét. A külső hőmérsékletet hideg téli napra $t_{\text{külső}} = -15^\circ\text{C}$ -ra vesszük fel, és így az épületek hőszükséglet számítási szabványában megadott képletekkel számolva (lásd a 7.4. pontban) az ábrán beszámozott részek belső felületi hőmérsékletére a VIII. táblázat szerinti értékeket kapjuk. A térbeli látószögeket megbecsülve, az (5.28) képlet alapján nyerjük a *sugárzási* hőmérsékleteket (VIII. táblázat). A sugárzási hőmérséklet jelentősen változik a szoba mentén (5.8. ábra).

Külön említést érdemel a bordás fűtőtest. Ennek önbesugárzása jelentős mértékű, és ezért pontos hőteljesítmény számítása bonyolult. Azonban a fűtőtest *konvex burkának* egy P pontjánál a fűtőtest belseje felé nézve (5.8. ábra jobboldali részlet) közelítőleg olyan sugárzási tér alakul ki, mint egy üreg szájánál. Így a fűtőtest a sugárzás szempontjából helyettesíthető a konvex burkával, melynek látszólagos feketeségi foka közelebb van az egységhez, mint a felület tényleges ε értéke. (Különben a fűtőtest sugárzási teljesítményét jelentősen *limitálja*, hogy sugárzással a konvex burkán *legfeljebb* a hőmérsékletének megfelelő fekete sugárzás teljesítménye haladhat át.)

VIII. táblázat. A sugárzási hőmérséklet és az eredő hőmérséklet változása lakószobában belül

Felület száma	Felület megnevezése	Hőmérséklete	Térbeli látószög		
			középen	ablaknál	fűtőtestnél
i		$t_i \text{ } ^\circ\text{C}$	$\Omega_i/4\pi$	$\Omega_i/4\pi$	$\Omega_i/4\pi$
1	ablak	7	0,15	0,5	0,04
2	külső fal	14	0,15	0	0,04
3	belső fal	20	0,65	0,49	0,42
4	fűtőtest	60	0,05	0,01	0,5
Sugárzási hőmérséklet $t_{sug} \text{ } ^\circ\text{C}$			19,7	14,2	41,3
Eredő hőmérséklet $t_R \text{ } ^\circ\text{C}$			19,8	16,9	31,5

A szobában elhelyezett test *eredő* hőmérsékletének számításához a következő adatokat vettük fel: $t_{lev} = 20 \text{ } ^\circ\text{C}$, $\alpha_{konv} = 4,5 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, $\varepsilon = 0,91$, ezzel $\alpha_{sug} = 5,7\varepsilon = 5,2 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$. Ezekkel kaptuk a táblázat utolsó sorát. A szobában elhelyezett kisméretű, belső hőtermelés nélküli, ilyen paraméterű testeknek ez lesz az egyensúlyi hőmérséklete.

A *sugárzási* hőmérséklet független az odahelyezett B testtől, csak a környezet sugárzási terétől függ. Az *eredő* hőmérséklet függ a B test hőátadási paramétereitől.

Ruhával borított felnőtt ember hőátadási viszonyaira a szakirodalom éppen a felvett hőátadási tényezőket adja meg (lásd a 7.4 pontban). Az (5.34) képlettel az ember *eredő* hőmérséklete:

$$t_R = 0,46 t_{lev} + 0,54 t_{sug} \quad (5.36)$$

A szobában ülő ember kellemes hőérzetének feltétele: $t_R = 20 \pm 4 \text{ } ^\circ\text{C}$. Az 5.8. ábra szerint ezt a szoba nagy részén elérjük. A fűtőtesthez közel azonban az *eredő* hőmérséklet lényegesen meghaladja ezt a határt. Ha ebben a helyiségben a fűtőtest közelében munkahelyet kívánunk létesíteni, akkor a kellemetlen közérzet elkerülése érdekében árnyékoló ernyővel vagy bútorok közbehelyezésével védeni kell a sugárzó hő ellen.

A hőmérsékleteloszlást egyenletesebbé tehetjük úgy is, ha a fűtőtestet az ablak alá helyezzük. Ez a szobában kialakuló konvekció szempontjából is kedvező.

Az ülő ember sugárzással és konvekcióval leadott hőteljesítménye: $\dot{Q}_{B \rightarrow A} = 106 \text{ W}$. Az (5.35) képlettel kiszámíthatjuk az ennek megfelelő átlagos felületi hőmérsékletet. Ez $t_B = 31 \text{ } ^\circ\text{C}$ értékűre adódik. Az átlagolást a szabad bőrfelületekre és a ruhával borított rész külső felületére kell végezni. Az érték reális. A szobában ülő ember hőtani szempontból ilyen átlaghőmérsékletű testnek tekinthető.

6. A NAP SUGÁRZÁSA

6.1. A sugárzás a Föld légkörén kívül

A Nap a Földtől olyan távol van, hogy nagy mérete ellenére pontszerű sugárforrásnak tekinthető. A Nap sugarai párhuzamos sugárnyalábként érkeznek a Földre. A Föld légkörén kívül, *a Naptól a Föld átlagos távolságára* (6.1. ábra), a napsugárzás intenzitása a napsugár irányára *merőleges* felületen, az u.n. Napállandó értéke a mérések szerint:

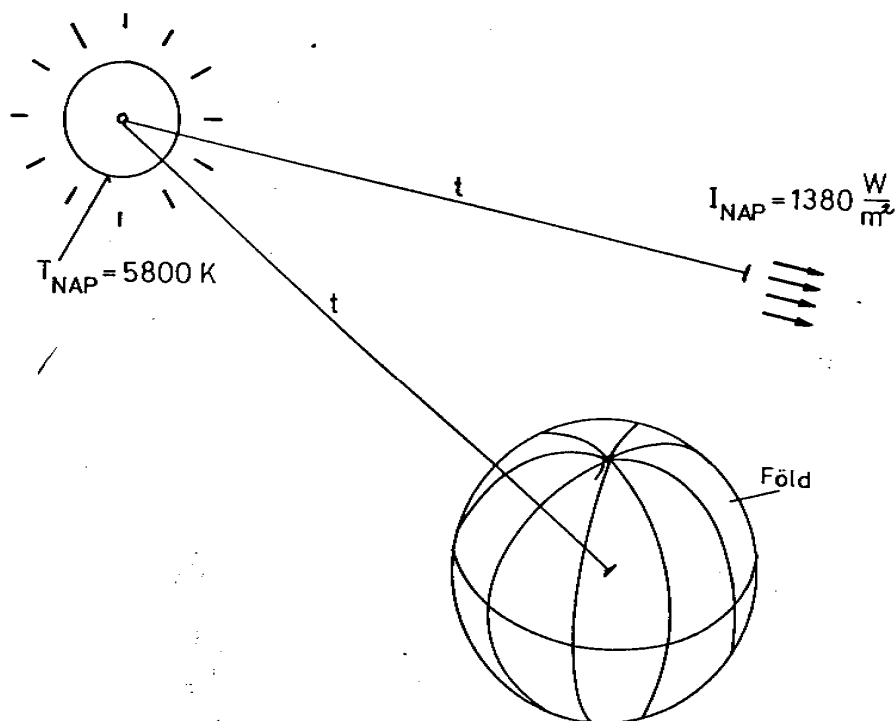
$$I_{NAP} = 1380 \frac{W}{m^2} \quad (6.1)$$

Ez valójában igen nagy érték. Gondoljuk el, hogy 1 m² felületen mintegy 1,4 kW sugárzó hőteljesítmény érkezik. Köznapi tapasztalataink alapján tudjuk, hogy mekkora hőt termel egy ilyen teljesítményű főzőlap³. Érthető, hogy a napsugárzásban rejlő energia hasznosítása már régóta foglalkoztatja az emberiséget.

A Nap sugárzásának a *spektruma* a Föld légkörén kívül (6.2. ábra) igen közel esik a

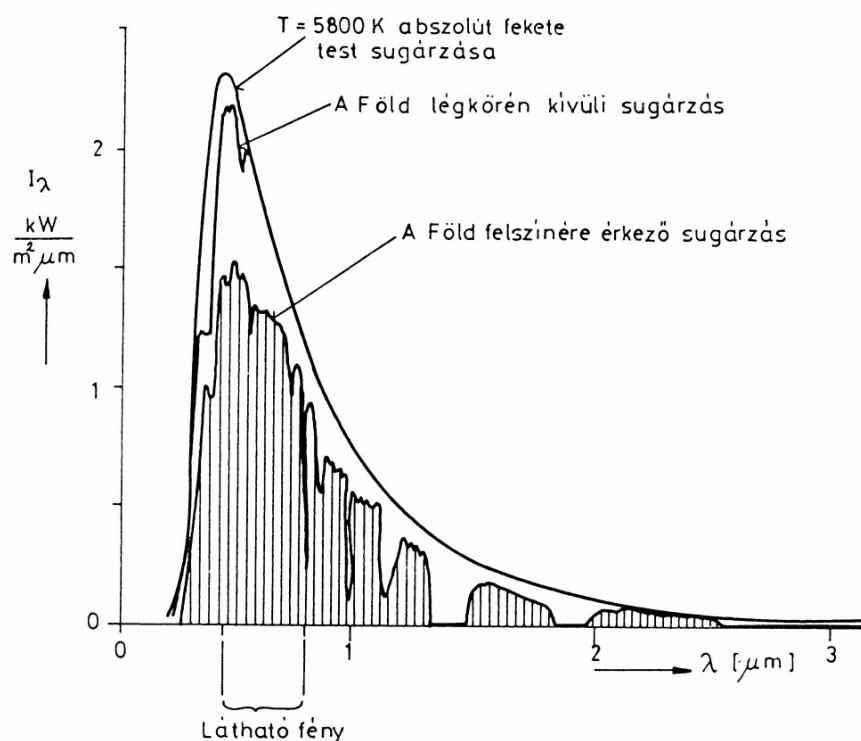
$$T_{NAP} = 5800 K \quad (6.2)$$

hőmérsékletű fekete test sugárzásához. Kisebbsé eltérés csak a kb. 0,7 mikron alatti hullámhossznál van, ezt a Napot körülvevő gázok elnyelő hatásának tulajdonítják.



6.1. ábra. A Nap sugárzása a Föld légkörén kívül.

³ Háztartási villanytűzhely D = 140 mm átmérőjű főzőlapja kb. 1,4 kW teljesítményű.



6.2. ábra. A Nap sugárzásának a spektruma

Az 5800 K hőmérsékletnél a maximális intenzitás a Wien-féle törvény szerint a

$$\lambda_{\max} = 0,5 \mu\text{m} \quad (6.3)$$

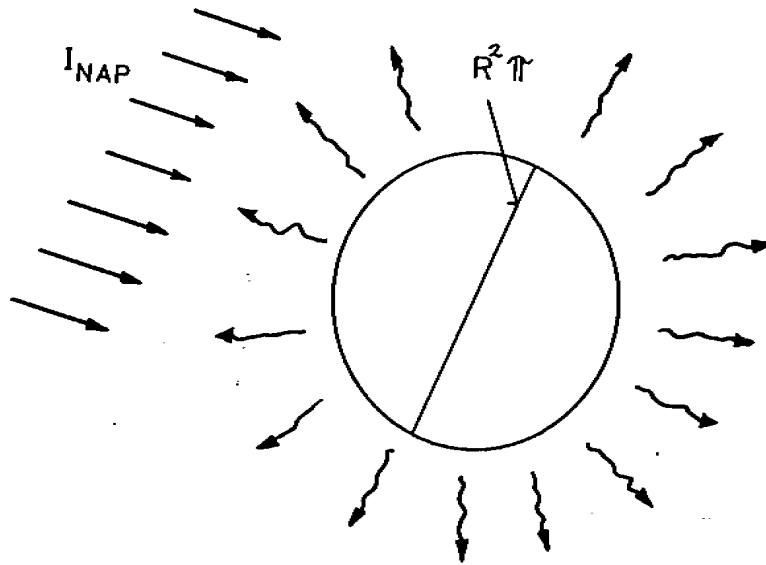
hullámhossznál található. Ez a látható fény sávjában van. Dunkle diagramja alapján az 5800 K hőmérsékletű abszolút fekete test sugárzásának összetételére a X. táblázat szerinti értékeket kapjuk. Ezeket az arányokat a légkörön kívül mérhető napsugárzásra és a Föld felszínét érő napsugárzásra is közelítőleg érvényesnek tekintjük.

X. táblázat. A Nap sugárzásának az összetétele

Hullámhossz tartomány	Összenergia százaléka	Hullámhossz tartomány	Összenergia százaléka
$0 \rightarrow 0,4 \mu\text{m}$	12 %	ultraibolya $0 \mu\text{m} \rightarrow 0,4 \mu\text{m}$	12 %
$0 \rightarrow 0,8 \mu\text{m}$	59 %	látható fény $0,4 \mu\text{m} \rightarrow 0,8 \mu\text{m}$	47 %
$0 \rightarrow 1,2 \mu\text{m}$	80 %	infravörös 1,2 μm -ig $0,8 \mu\text{m} \rightarrow 1,2 \mu\text{m}$	21 %
$0 \rightarrow 10 \mu\text{m}$	99,5 %	infravörös 1,2 μm fölött $1,2 \mu\text{m} \rightarrow 100 \mu\text{m}$	20 %

A táblázat szerint az összenergia 12 %-a esik az ultraibolya hullámhosszakra. Az ábrán hiányzó részt ugyan a Nap külső burka elnyeli, de így is marad egy jelentős ultraibolya energiahányad. (Napozás esetén ennek élettani hatásai vannak!). A látható fény tartományára jut a Napsugárzás legnagyobb része, és bár az infravörös tartomány is részesedik 41 %-al, ennek több mint fele az $1,2\ \mu\text{m}$ hullámhossz alatt jelentkezik. $10\ \mu\text{m}$ fölött már csak 0,5 %-ot találunk, azaz gyakorlatilag nincs ennél nagyobb összetevője.

Ha a jellemzően rövid hullámhosszúságú napsugárzás egy alacsonyabb hőmérsékletű testre esik, akkor ott egyensúlyi hőmérséklet alakulhat ki. Először hagyjuk ki a Föld légkörének hatását, azaz vizsgáljuk azt az esetet, amikor a napsugárzás egy *műholdra* esik (6.3. ábra).



6.3. ábra. Műhold egyensúlyi hőmérsékletének számítása

9. példa. Műhold hőegyensúlya

A 6.3. ábra szerinti gömbalakú műhold forgó mozgást is végez, így felszíni hőmérséklete egyenletes. A műhold sugara legyen R , távolsága a Naptól ugyanakkora, mint a Földé. A párhuzamos sugárnyalábban érkező hőtéljesítmény, a sugárzásra merőleges hatásos felülettel számolva:

$$\dot{Q}_{\text{beeső}} = I_{\text{NAP}} \cdot R^2 \pi \quad (6.4)$$

Tételezzük fel, hogy a műholdat olyan anyaggal burkolták, amely közelítőleg *szürke testnek tekinthető*, a abszorpciós tényezővel. Ekkor a test ennek a hőtéljesítménynek az a -ad részét elnyeli:

$$\dot{Q}_{\text{abszorbeált}} = a I_{\text{NAP}} \cdot R^2 \pi \quad (6.4a)$$

A műhold saját sugárzása viszont a gömb teljes $A = 4R^2 \pi$ felületén távozik, és értékét a Stefan-Boltzmann képlettel számíthatjuk az $\varepsilon = a$ emissziós tényezővel:

$$\dot{Q}_{\text{emittált}} = \varepsilon \cdot \sigma T^4 \cdot 4R^2 \pi \quad (6.5)$$

A hőtéljesítmény egyensúly:

$$\dot{Q}_{\text{abszorbeált}} = \dot{Q}_{\text{emittált}} \quad (6.6)$$

és így behelyettesítve:

$$a \cdot I_{\text{NAP}} \cdot R^2 \pi = \varepsilon \cdot \sigma T^4 \cdot 4R^2 \pi \quad (6.7)$$

Az $a = \varepsilon$ -al és $R^2 \pi$ -vel egyszerűsítve, a kapott egyenletből kiszámíthatjuk a műhold egyensúlyi hőmérsékletét:

$$T = 279 \text{ K} \quad \text{azaz} \quad t = 6 \text{ C}^\circ \quad .$$

Mivel R és a kiesett, a műhold hőmérséklete ezektől nem függ!

Számításunk a Föld egészére is érvényes (amennyiben szürke testtel közelítjük). A Föld kérgének $t = 11 \text{ C}^\circ$ -os átlaghőmérséklete arra utal, hogy a hősugárzási viszonyai kiegyenlítettek, azaz lényegében ugyanakkora hőtéljesítményt sugároz a világűrbe, mint amekkorát a Naptól nyer. A kisugárzásának kicsiny többletét a Föld belsejéből a kéreg felé irányuló hőáramlás pótolja.

A (6.6) egyenlet szerint az abszorbeált és az emittált teljesítmény ugyan egyenlő, de a spektrális eloszlásuk nem! Dunkle diagramja alapján ugyanis a XI. táblázat szerinti értékeket kapjuk. E szerint a napsugárzás döntő része 1,2 mikronnál kisebb hullámhosszúságú, míg a műhold sugárzásának *nincs* 1,2 mikron alatti összetevője.

XI. táblázat. A Napsugárzás és a műhold spektrumának összehasonlítása

Hullámhossz tartomány	Napsugárzás	Műhold sugárzása
0 μm $\rightarrow$ 1,2 μm	80 %	0,001 %
1,2 μm $\rightarrow$ 10 μm	19,5 %	28 %
10 μm $\rightarrow$ 20 μm	0,5 %	70 %
20 μm $\rightarrow$ 100 μm	0 %	2 %

Hőtanilag az történik, hogy a műhold burkolata elnyeli a ráeső sugárzás a -ad részét minden hullámhosszon, mivel szürke testként viselkedik. Az érkező energia növeli a rácsba rendeződött molekulák, ionok vagy atomok hőmozgását. Ugyanakkor ez a hőmozgás a rácsot alkotó részecskék rezgése révén sokkal hosszabb hullámhosszúságú sugárzás kibocsátását eredményezi, ami csökkenti a test belső energiáját. Így alakul ki a termikus egyensúly.

Más a helyzet akkor, ha a műhold felületét fényes fémlemezzel, mondjuk arannyal burkoljuk. A 2.9. ábra szerint ugyanis az arany a kis hullámhosszakon jól abszorbeál, a nagyobb hullámhosszakon pedig alig. Ebben az esetben a szürke test közelítés nagy hibára vezetne. A *két abszorpciós tényezővel* történő számítást alkalmazva pontosabb eredményt kapunk (10. példa).

10. példa. Arannyal burkolt műhold.

Először *szelektív számítással* kiszámítjuk az arany $a_{\text{szoláris}}$ és $a_{\text{infravörös}}$ abszorpciós tényezőit. Az arany spektrumát a 2.9 ábra alapján a következő lépcsős függvénnyel közelítjük:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda} &= 0,6 & \text{ha } \lambda < 0,6 \text{ } \mu\text{m} \\ \varepsilon_{\lambda} &= 0,05 & \text{ha } \lambda > 0,6 \text{ } \mu\text{m} \end{aligned}$$

Dunkle alapján a $T = 5800 \text{ K}$ hőmérsékletű abszolút fekete testre az energiaeloszlás:

$$\begin{aligned} 39 \% & \text{ esik a } 0 \rightarrow 0,6 \text{ } \mu\text{m} \text{ tartományra és} \\ 61 \% & \text{ jut a } 0,6 \text{ } \mu\text{m} \rightarrow \infty \text{ tartományra.} \end{aligned}$$

A *szoláris* abszorpciós tényező (a (2.21) képlet alapján): $a_{\text{szoláris}} = 0,39 \cdot 0,6 + 0,61 \cdot 0,05 = 0,26$.

Az *infravörös* tényező (mivel $\lambda < 0,6 \text{ } \mu\text{m}$ összetevő nincs): $a_{\text{infravörös}} = 0,05$.

Előbbi egyenletünkben a napsugárzás befogadását a szoláris tényezővel, a test saját kisugárzását az infravörös $\varepsilon_{\text{infravörös}} = a_{\text{infravörös}}$ tényezővel számítva:

$$a_{\text{szoláris}} I_{\text{NAP}} R^2 \pi = a_{\text{infravörös}} \sigma T^4 4 R^2 \pi \quad . \quad (6.8)$$

Ebből számítva a műhold egyensúlyi hőmérsékletét:

$$t = 150 \text{ C}^\circ$$

értéket kapunk. Ez lényegesen nagyobb, mint az előző számérték, és ez érthető is az arany spektruma alapján.

Ha viszont a műhold felületét fehér festékkel befestjük akkor a szoláris abszorpciós tényező kisebb, mint az infravörös. A fehérre festett műhold így a napsugárzásból kisebb hányadot nyel el, a normál hőmérsékleteken viszont elég jól sugároz, és ezért hidegebb lesz, mint a szürke test. (Nézzük például a magnézium oxidot, 2.8 ábra: a $\lambda < 2,8 \text{ } \mu\text{m}$ tartományban az emissziós tényező 0,1 körül van, míg fölötte átlagosan mondjuk 0,4. Ezekből a fönti számítással $a_{\text{szoláris}} = 0,106$, $a_{\text{infravörös}} = 0,4$ és a hőmérsékletre: $t = -73 \text{ C}^\circ$ értéket kapjuk.) Megállapíthatjuk, hogy a *műhold egyensúlyi hőmérséklete* nem az emissziós tényezők *nagyságától*, hanem a *szoláris és az infravörös abszorpciós tényezők arányától* függ.

Ezek a hatások a Föld felszínén is érvényesülnek. Fényes fémtárgyak a napsütés hatására sokszor annyira felmelegsznek, hogy nem lehet megfogni őket. Nyáron a fehér ruhát hűvösebbnek érezzük, mint a feketét.

6.2. A Nap sugárzása a Föld felszínén

A Föld felszínére a Nap sugárzásának már csak egy része jut (6.2. ábra), főleg azért, mert a légkör CO_2 és H_2O tartalma a sugárzásnak jelentős részét elnyeli.

Mivel a napsugárzás döntő része a látható tartományba esik, ezért sok sajátosságát *a szemünkkel látjuk*. Tapasztaljuk például, hogy *felhőtlen* napon az égbolt színe világoskék. Ezt a napsugárzásnak az O_2 és N_2 molekulákon való szóródása okozza. Ha ez a szóródás nem volna, az égboltot feketének látnánk, mint éjszaka. Ezen szóródás spektrális sajátosságai elég szabályosak, a szórt energiahányad a hullámhossz

negyedik hatványával *fordítva* arányos. Így a látható tartományban a kis hullámhosszúságú kék sugarak jobban szóródnak, mint a nagyobb hullámhosszúságú vörösek. *Ezért kék az ég.*

Ha az égbolt felhős, akkor a levegő vízgőz tartalma megakadályozza a napsugárzásnak a földfelszínre jutását. A felhőben levő vízgőz (és por) elnyeli a napsugárzás egy részét (ezáltal melegszik és esetenként felszívódik), a másik részét viszont diffúz sugárzással a földfelszínre (és a világűrbe) szórja. Ezért nappal, felhős égbolt ellenére is látunk, azaz a látható fény tartományában (és az infravörösben) jelentős diffúz sugárzást tapasztalunk.

A Föld felszínére jutó közvetlen napsugárzást *direkt* sugárzásnak nevezzük, ez okoz árnyékot. A szórt sugárzás viszont *minden* irányból érkezik. A légkör CO_2 tartalma elég állandó, de vízgőz tartalma időjárásfüggő. Az intenzitások nagyságrendjének érzékeltetésére néhány jellemző adatot a XII. táblázatban közlünk.

XII. táblázat. Egyenlítői sivatagban, a tenger szintjén, *függőleges* Napállásnál, vízszintes lapra beeső napsugárzás intenzitása.

	Felhőtlen időben	Felhős égbolttal
Direkt napsugárzás	$I = 970 \text{ W/m}^2$	$I = 0 \text{ W/m}^2$
Szórt napsugárzás	$I = 80 \text{ W/m}^2$	$I = 500 \text{ W/m}^2$
Együtt	$I = 1050 \text{ W/m}^2$	$I = 500 \text{ W/m}^2$

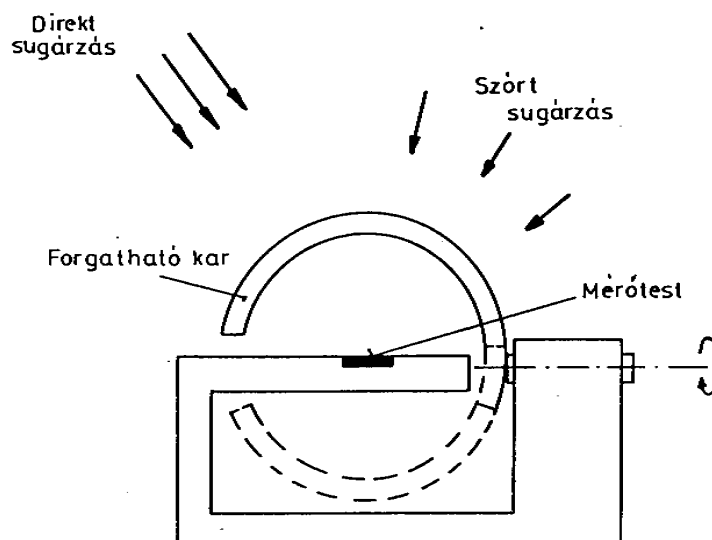
Hazánkban az épületek hőtechnikai méretezési szabványa (MSz-04-140) *vízszintes* felületekre (lapos tetőkre) a nyári napsugárzás déli 12 órakor számítandó tervezési értékeként **$I = 900 \text{ W/m}^2$** értéket ad (a direkt és a szórt sugárzás összegére). Ez kisebb, mint az egyenlítői $I = 1050 \text{ W/m}^2$ intenzitás. Ennek értékelésénél azonban figyelembe kell venni, hogy:

- a sugárzás nem merőlegesen esik a felületre,
- a légkörön is ferdén, hosszabb úton halad át, továbbá azt, hogy
- a tervezés alapjául nem a lehetséges maximumot, hanem egy ésszerű kompromisszumnak megfelelő értéket szoktunk venni.

Ez azt jelenti, hogy az $I = 900 \text{ W/m}^2$ érték nálunk nyaranta gyakran elő is fordul.

a, Kisérleti eredmények.

A 6.4. ábrán egy sugárzásmérő *pirheliométer* vázlata látható. Ilyennel mérték a 6.5. ábrán felvett diagramokat, melyeken az intenzitás napi változása látható. A pirheliométer közepén egy vízszintes lapocska a mérőtest. A kart forgatva ez rendszeres időközönként a direkt napsugárzást eltakarja a lapocska elől. Ekkor csak a szórt sugárzás esik rá, a félgömb (majdnem) minden irányából. A kart tovább forgatva a direkt és szórt sugárzás egyszerre éri a mérőt. Így a műszerhez kapcsolt írómű mutatója a regisztrátumon olyan vonalakat húz (6.5. ábra), melynek alsó csúcsai a szórt sugárzás intenzitását, a felső csúcsok pedig a direkt és szórt sugárzás összegét adják a vízszintes lapocskán.

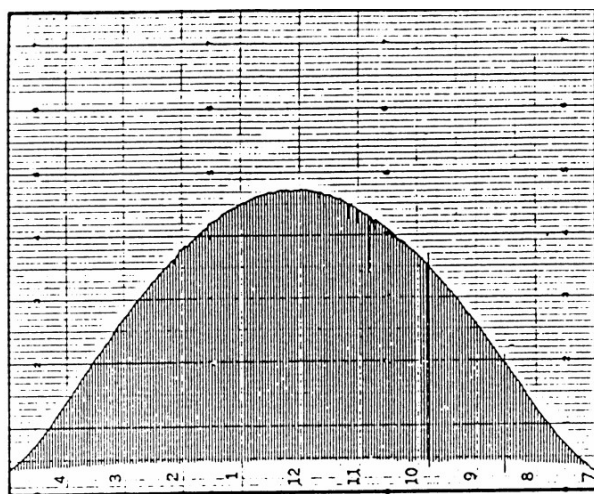


6.4. ábra. Pirheliométer elvi vázlata

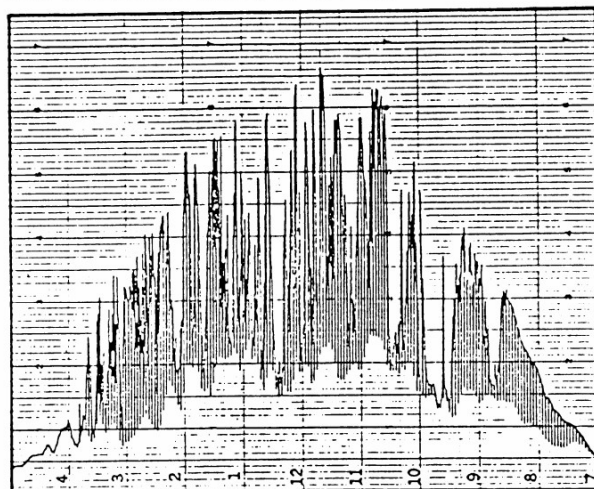
A 6.5. ábra *felső* diagramját felhőtlen, tiszta napsütéses időben regisztrálták. Napkeltétől a direkt sugárzás szabályosan emelkedik a Nap állásával együtt. A szórt sugárzás kis emelkedés után lényegében állandó. A szórt sugárzás intenzitása mintegy tizedrésze a direkt sugárzás maximumának (vesd össze a XII. táblázat értékeivel is).

A 6.5. ábra *alsó* diagramját olyan napon mérték amikor összefüggő felhőtakaró a direkt sugárzást csak egyszer, rövid időre engedte át. Megfigyelhetjük, hogy a szórt sugárzás jóval nagyobb, mint a napsütéses regisztrátumon. Átlagosan mondjuk 5-szöröse.

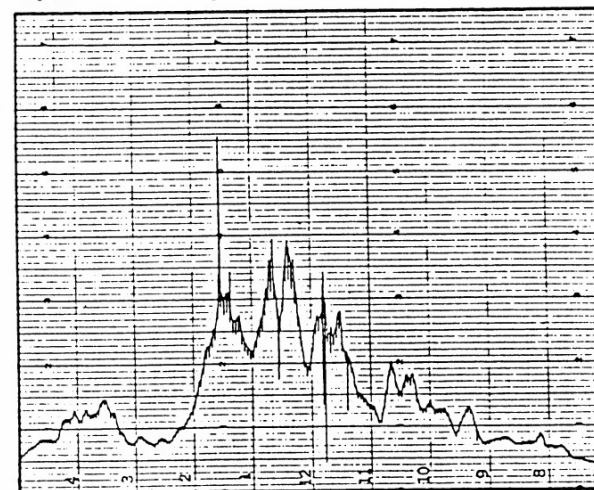
A 6.5. ábra *középső* diagramja érdekes információkat nyújt a szakadozott felhőréteg esetére. A direkt napsugárzás sűrűn beugrik. A szórt sugárzás lényegében ugyanakkora, mint a felhős regisztrátumon. A direkt és szórt sugárzás összegének csúcserőke azonban jóval nagyobb, mint tiszta napsütéses időben! Ennek okát a 6.6. ábrából érthetjük meg.



1974. november 15.
Tucson,
ARIZONA
Felhőtlen időjárás



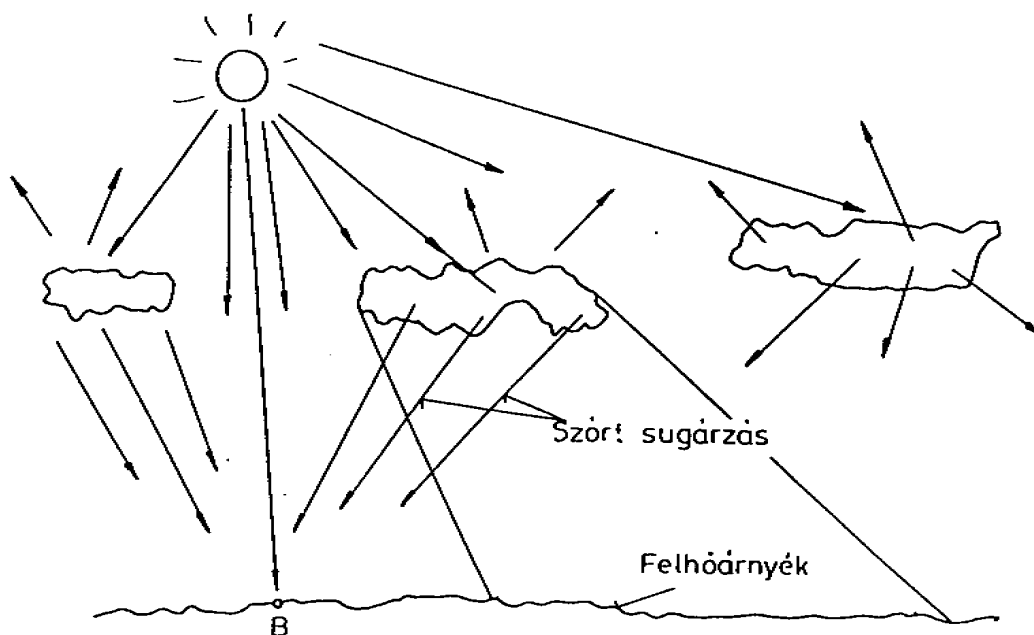
1974. november 5.
Szakadozott felhőréteg



1974. október 7.
Összefüggő felhőréteg

Este Dél Reggel

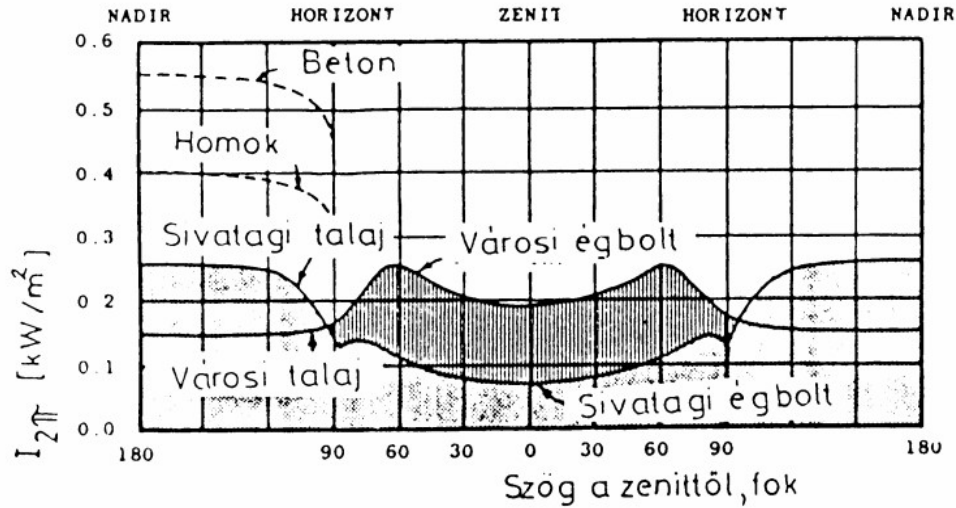
6.5. ábra. A napsugárzás intenzitása pirheliométerrel mérve Arizónában, 1974-ben.



6.6. Ábra. A napsütés összetevődése szakadozott felhőtakaró esetén.

Ezen az ábrán a Föld felszínén levő B pontba pillanatnyilag direkt napsugár is esik, de ugyanakkor a felhőrétegről a felhős idő nagyobb intenzitású szórt sugárzását is megkapja. A B pontban így a *pillanatnyi* intenzitás *nagyobb*, mint a *felhőtlen idő* maximális intenzitása. Ez a nagy intenzitás természetesen csak rövid ideig érvényesül, mert felhőtakarásban az intenzitás kicsi. A napsugárzás maximális intenzitását ugyan szakadozott felhőréteg esetén nyerjük, de ekkor *átlagosan* kevesebb energia jut a Föld felszínére, mint tiszta időben, mert a felhőrétegről szórt sugárzás a *világűr felé* is intenzívebb.

A *szórt napsugárzás* irányfüggését a 6.7. ábra mutatja. Ezt a diagramot a pirheliométer mérősíkjának körbe forgatásával nyerték, tehát a 2π térszögből érkező sugárzási teljesítményt látjuk a mérőlap normálisának a függőleges irányhoz mért szögének függvényében. A mérést napos időben, délben, közel *függőleges* napállásnál, a direkt napsugárzás eltakarásával végezték. A környező testek alább tárgyalt saját emissziójából származó sugárzás hatását korrekcióval kiküszöbölték, így a diagram a felhőtlen égbolt szórt napsugárzásának az intenzitását mutatja.



6.7. ábra. A napsugárzás szórt komponensének irányfüggése.

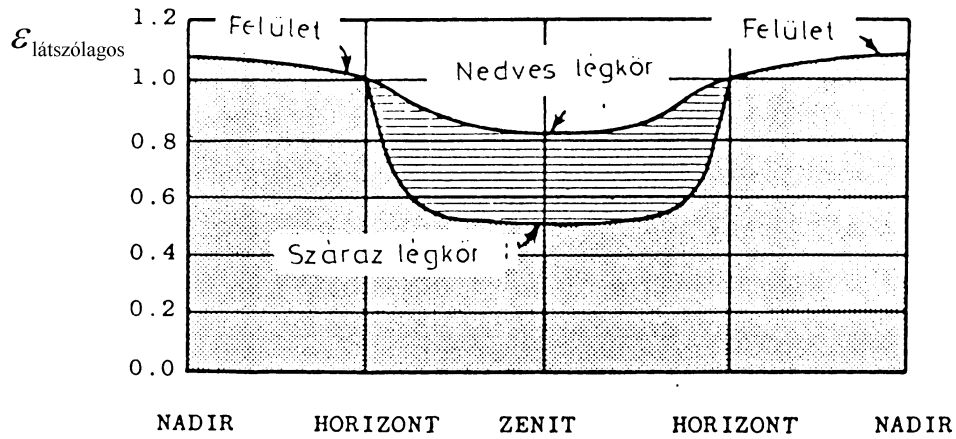
A 6.7. ábra szerint a sivatagi égboltból (vízszintes lapra, a féltér minden irányából) $I_S = 80 \text{ W/m}^2$ intenzitású szórt sugárzás érkezik (lásd a XII. táblázatban is). A szennyezett városi égboltból ennek mintegy kétszerese.

A talaj felé fordított műszer a talajról visszaverődött szórt napsugárzást méri. Ez a sivatagi talajra adott magasabb értéket, a városi talajhoz viszonyítva. Ez érthető a következők alapján. A XII. táblázat adataival: a talajra függőlegesen beeső direkt sugárzás (I_D) és a minden irányból érkező szórt sugárzás (I_S) vízszintes talajra beeső $I_D + I_S = 1050 \text{ W/m}^2$ összteljesítményét a sivatagi talaj $r = 0,25$ reflexiós tényezőjével szorozva $I_{\text{refl}} = r (I_D + I_S) = 260 \text{ W/m}^2$ visszavert sugárzást nyerünk (a 6.7. ábrával összhangban). A városi talajnak kisebb a reflexiós tényezője, csak: $r = 0,15$, ezért kisebb a visszaverése. A homok és a beton viszont nagyobb visszaverést eredményez.

Visszaverődésnél a hullámhossz nem változik, ezért a szórt napsugárzás spektruma megegyezik a direkt napsugárzás spektrumával. Így amikor a szórt sugárzásnak a talajról való visszaverődését számítjuk, a különféle talajoknak a napsugárzás hullámhossz tartományára érvényes reflexiós tényezőit kell számításba venni. Ezt *albedónak* is nevezik, a külön elnevezéssel is utalva arra, hogy ez eltérhet az anyagoknak az *infravörös tartományban* érvényes reflexiós tényezőitől. Nem-áteresztő felületekre az albedó és a szoláris abszorpciós tényező (VIII. táblázat) kapcsolata természetesen:

$$r_{\text{albedó}} = 1 - a_{\text{szoláris}} \quad (6.10)$$

A szabadban elhelyezkedő testeket a direkt és szórt napsugárzáson kívül a *légkör tömegeinek és a környező testeknek a saját sugárzása* is éri. A környezet ilyen sugárzását angolul ETIR-nek rövidítik (Environmental Thermal Infrared Radiation), és ez elterjedt a magyar szakirodalomban is. Az ETIR könnyen elkülöníthető a nap szórt sugárzásától: Egyrészt lényegesen nagyobb hullámhosszakon jelentkezik, mert kisebb hőmérsékletű testek bocsájtják ki, másrészt éjszaka is fennáll (és így célszerűen éjszaka mérhető).



6.8. ábra. Szabad ég alatt az ETIR sugárzására javasolt modell.

Számos mérés alapján a környezet ETIR sugárzásának jellemzésére egy minta eloszlást vettek fel a 6.8. ábra szerint. Az ábra egy *látszólagos* feketeségi fokot mutat a felszíni levegő hőmérsékletével számolt fekete test sugárzásához viszonyítva:

$$I_{n,ETIR} = \varepsilon_{\text{látszólagos}} \sigma T_{\text{levegő}}^4 \quad (6.11)$$

Az ábrán a körülfordulási szög függvényében adott $\varepsilon_{\text{látszólagos}}$ -al így számított $I_{n,ETIR}$ az adott irányra merőleges lapra a 2π térszög minden irányából beeső ETIR intenzitása.

A 6.8 ábra szerint a horizonton, azaz vízszintesen érkező sugárra merőleges lapon a látszólagos feketeségi fok egy. Az égbolt felé fordulva, nedves időben nagyjából a 0,8-szorosát, száraz időben a 0,5-szörösét észleljük a felszín közelében levő levegő hőmérsékletével számolt fekete test sugárzásának (akár éjjel, akár nappal). Ennek oka a levegő hőmérsékleti gradiense. Fölfelé haladva a levegő hőmérséklete csökken. Így egy változó hőmérsékletű légtömeg sugárzását észleljük. Minden légréteg a hőmérsékletének megfelelően bocsát ki sugárzást, és a felszínen az átlagos sugárzást tapasztaljuk. Nedves időben a felszínhez közelebbi nagyobb hőmérsékletű vízpára sugárzása dominál, míg száraz időben a magasabban fekvő *alacsonyabb hőmérsékletű* rétegek CO_2 és vízgőz tartalma a mérvadó.

A Föld felé fordulva a látszólagos feketeségi fok egynél nagyobb. Ez annak a következménye, hogy a levegő általában hidegebb, mint a Föld felszíni anyagai, és azok kicsit magasabb hőmérsékleten sugároznak, mint a levegő.

b. Egyszerűsített számítás.

Az előzőekben láttuk, hogy a szabadban megjelenő sugárzások milyen sok tényezőtől függenek. Itt olyan számítási eljárást keresünk, ami a fő tendenciákat és a nagyságrendeket jól követi, de elég egyszerű ahhoz, hogy áttekinthető legyen.

XIII. táblázat. A napsugárzás tájékoztató napi csúcscértékei Magyarországon

Az év napja	A Nap delelési magassága	Napsütéses órák időtartama	Felhőtlen időben a direkt sugárzás déli csúcsa, I_{Dn} [W/m ²]		Felhőtlen időben a szórt sugárzás déli csúcsa, I_S [W/m ²]		Felhős időben a szórt sugárzás déli csúcsa, I_S [W/m ²]	
			városban	pusztán	városban	pusztán	városban	pusztán
jun.22	66°	16	600	900	200	90	470	500
márc.21 szept.23	42°30'	12	540	700	180	70	400	400
dec.21	19°	8	300	600	100	60	240	300

I_{Dn} a direkt napsugárzásnak az irányára merőleges síkra eső intenzitása,

I_S felhőtlen időben a Nap szórt sugárzásának vízszintes lapra eső intenzitása.

A *direkt* sugárzást I_{Dn} és a napállás egyértelműen meghatározza.

A *szórt* napsugárzást a gyakorlati számításokban két térfélre bontva kezeljük. Mind az égbolt felől, mind a talaj felől érkező sugárzásra nagyjából *állandó szférikus intenzitást* tételezünk föl, melyek értéke, napsütéses napon, délben, a táblázatbeli intenzitásokkal:

$$\text{a felső térfélből: } I_{\omega} = \frac{I_S}{\pi}, \quad \text{az alsó térfélből: } I_{\omega} = \frac{r(I_{Dn} \cos \alpha + I_S)}{\pi} \quad (6.12)$$

A π -vel való osztás a (3.18) definíciós egyenlet alapján kerül a számításba. Az α szög a direkt sugárzás beesési szöge a talaj vízszintes síkjára (90° mínusz a napállás). Így $I_{Dn} \cos \alpha + I_S$ a talajra eső teljes napsugárzás intenzitása. Ezt a talaj albedójával szorozva kapjuk a talajról visszavert sugárzás intenzitását.

A (6.12) értékek meghatározzák a szférikus intenzitás vektorok két félgömbjét.

Ha a sugárzást nem délben számítjuk, akkor a 6.5. ábrához hasonló görbét vehetünk fel a XIII. táblázatban adott napsütéses órák időtartama alatt, a direkt és a szórt napsugárzás táblázatbeli maximumaival.

Felhős időre érvényes értékeket a XIII. táblázatbeli (felhőtlen) értékekből a következő módon nyerünk:

$$I_{Dn}(\text{felhős}) = 0 \quad I_S(\text{felhős}) = I_S(\text{felhőtlen}) + 0,45 \cdot I_{Dn}(\text{felhőtlen}) \quad (6.13)$$

Itt az I_{Dn} szorzójában az fejeződik ki, hogy a direkt napsugárzást a légkör felhős időben is megkapja, de annak kicsit több mint felét a világűr felé veri vissza.

Az év többi napjaira a táblázat alapján becsléssel felvehetjük a napi csúcscértéket.

Az *ETIR* sugárzás számítását is két félgömbre bontva végezhetjük. Az égbolt felőli sugárzás szférikus intenzitásának megállapításánál a (6.11) szerinti látszólagos emissziós tényezőt használhatjuk:

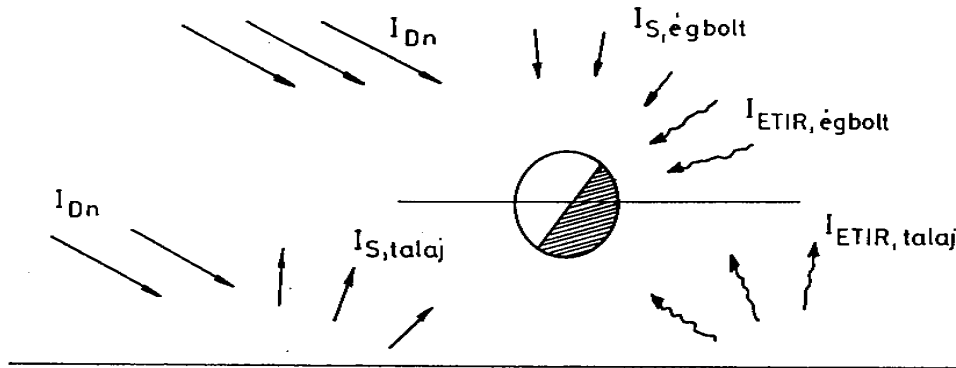
$$\text{Felhőtlen időben: } \varepsilon_{\text{látszólagos}} = 0,5 \text{ .}$$

$$\text{Felhős időben: } \varepsilon_{\text{látszólagos}} = 0,8 \text{ .}$$

A talaj felőli oldalon pedig a talaj átlagos hőmérsékletének megfelelő saját sugárzását vehetjük alapul.

11. példa. Napsütötte bőrlabda hőmérséklete

A Föld felszínén a szabadban tekintsünk egy bőrlabdát (6.9. ábra). Számítsuk ki az egyensúlyi hőmérsékletét. Számszerű adatokat is felvesszünk az arányok érzékelte érdekében. Legyen a labda sugara $R = 0,15 \text{ m}$. A XIII. táblázat alapján városban, száraz, felhőtlen márciusi napon a direkt sugárzás beesési szöge a talajra $\alpha = 47^\circ$, intenzitása: $I_{Dn} = 540 \text{ W/m}^2$, és az égbolt felőli szórt napsugárzás intenzitása: $I_S = 180 \text{ W/m}^2$.



6.9. ábra. Szabadban levő test hőegyensúlya

A bőrlabdára érkező sugárzási hőtéljesítmény a következő részekből tevődik össze:

a, A közvetlen napsugárzásból: $\dot{Q}_D = R^2 \pi \cdot I_{Dn}$,

ugyanis a párhuzamos sugárnyaláb a labda $R^2 \pi$ hatásos felületét éri.

b, A szórt napsugárzásnak a levegőből érkező része: $\dot{Q}_{S,\text{égbolt}} = 2R^2 \pi \cdot I_S$.

ugyanis a bőrlabdát kisméretű testnek tekintve a (3.22) képletet alkalmazva, a levegőből érkező szórt sugárzás a bőrlabda felső $2R^2 \pi$ felületét éri.

c, A napsugárzásnak a talajról való visszaverődéséből: $\dot{Q}_{S,\text{talaj}} = 2R^2 \pi \cdot (1 - \varepsilon_{\text{talaj}}) (I_{Dn} \cos \alpha + I_S)$

a (6.12) képlet alapján. A talaj felső rétegére a 2.8. ábra és (2.15) alapján a napsugárzás hullámhosszain $\varepsilon_{\text{talaj}} = 0,8$ értéket veszünk fel. Ezzel a talaj albedója: $r = 1 - \varepsilon_{\text{talaj}} = 0,2$. A talajról való visszaverődést diffúz sugárzásnak fogtuk fel, ami félgömbnyi felületet ér.

d, A levegő tömegeinek az égbolt felőli saját sugárzásából: $\dot{Q}_{ETIR, \text{égbolt}} = 2R^2 \pi \cdot (\bar{\varepsilon}_{\text{látszólagos}} \cdot \sigma T_{\text{levegő}}^4)$

A levegő hőmérséklete legyen $t_{\text{levegő}} = 10 \text{ C}^\circ$, és $\bar{\varepsilon}_{\text{látszólagos}} = 0,5$ a felhőtlen időre.

e, A talaj saját sugárzásából:

$$\dot{Q}_{ETIR, \text{talaj}} = 2R^2 \pi \varepsilon_{\text{talaj}} \sigma T_{\text{talaj}}^4$$

ahol $T_{\text{talaj}} = 12 \text{ C}^\circ$, és $\varepsilon_{\text{talaj}} = 0,9$ a 2.8. ábra alapján a hőmérsékletének megfelelő infravörös hullámhosszakon, ami szintén félgömb felületet ér.

A bőrlabdáról távozó hőteljesítmények:

f, A labda saját sugárzása: $\dot{Q}_{em} = 4R^2 \pi \cdot \varepsilon \cdot \sigma T^4 = 4R^2 \pi \varepsilon \sigma T_{\text{levegő}}^4 + 4R^2 \pi \alpha_{\text{sug}} (t - t_{\text{levegő}})$

ahol éltünk a lineáris közelítéssel: $\varepsilon = 0,9$, $\alpha_{\text{sug}} = \varepsilon 4 \sigma T_{\text{levegő}}^3 = 4,6$

g, A konvekcióval távozó hő: $\dot{Q}_{konv} = 4R^2 \pi \cdot \alpha_{konv} (t - t_{\text{levegő}})$, $\alpha_{konv} = 10$.

Így végül az elnyelt és a kisugárzott hőteljesítmények egyenlőségéből:

$$a(\dot{Q}_D + \dot{Q}_{S, \text{égbolt}} + \dot{Q}_{S, \text{talaj}} + \dot{Q}_{ETIR, \text{égbolt}} + \dot{Q}_{ETIR, \text{talaj}}) = \dot{Q}_{em} + \dot{Q}_{konv} \quad (6.14)$$

A fenti adatokkal ezen teljesítmények számértékei:

$$0,9 (42,4 + 25,4 + 15,3 + 25,7 + 47,6) = 92,5 + 1,3(t - t_{\text{levegő}}) + 2,8(t - t_{\text{levegő}})$$

A legnagyobb értéket a direkt sugárzásra és a talajból származó ETIR-re kaptuk. Ez csak látszólagosan mutatja az ETIR jelentőségét. A fenti egyenletekből ugyanis látható, hogy a *jobboldal* első tagja $\sigma T_{\text{levegő}}^4$, és ez a tag jórészt kiejti a *bal oldalon* az ETIR ugyanezen tényezővel számított tagjait.

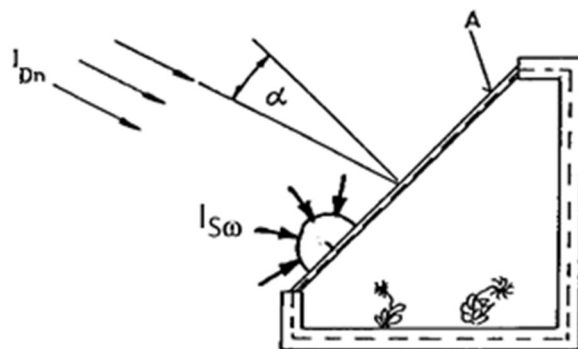
A (6.14) egyenletet nyilván felírhattuk volna olymódon is, hogy a levegő hőmérsékletének megfelelő fekete test sugárzását egy alap-sugárzásnak vesszük, és úgy tekintjük, hogy a testek ezen alapsugárzásba merülnek, és a hőtani viszonyaik értékelésénél csak az ettől való *eltéréseiket* vesszük figyelembe. Algebrailag ezt úgy nyerjük, hogy az egyenlet mindkét oldalából kivonjuk a jobboldali első tagot. Ekkor a $\sigma T_{\text{levegő}}^4 = 92,5$ eltűnik a jobb oldalon, és a bal oldali zárójelen belül az ETIR fontosságát jelző tag: $(25,7 + 47,6) - 92,5/0,9 = -29,5$. Ez negatív, annak megfelelően, hogy a felső féltér sugárzásában hiány jelentkezik a fekete test sugárzásához képest (6.8. ábra). Ez a számérték már helyesebben jelzi az ETIR hozzájárulását az egyensúlyi hőmérséklet kialakulásához. Bár az előbbi számadatok között a direkt sugárzásból származó hőteljesítmény a legnagyobb, *mind a szórt sugárzás, mind az ETIR jelentős értékű*.

Az egyenletet megoldva: $t = 21,7 \text{ C}^\circ$ értéket kapunk. Tehát az erős napsugárzás hatására a bőrlabda a $t_{\text{lev}} = 10 \text{ C}^\circ$ hőmérsékletű levegőben $t = 21,7 \text{ C}^\circ$ -ra melegszik föl.

Az 5. fejezetben *eredő hőmérsékletnek* neveztük a sugárzásnak kitett belső hőforrás nélküli testeknek a konvekció figyelembevételével számított egyensúlyi hőmérsékletét. Példánkban a bőrlabda *eredő hőmérséklete*: $t = 21,7 \text{ C}^\circ$.

Ezt a hatást koratavasszal esetenként tapasztaljuk is. Szabadban, napos időben, $t_{\text{lev}} = 10 \text{ C}^\circ$ hőmérsékletű levegőben, szobai ruhában is jól érezzük magunkat, mert ezek a hatások az ember testére is hatnak.

12. példa. Üvegház hőtani viszonyai.



6.10. ábra. Üvegház napsütésben

A 6.10. ábra szerinti üvegház $A = 10 \text{ m}^2$ területű üvegfelületét $I_{D,n} = 630 \text{ W/m}^2$ intenzitású direkt napsugárzás $\alpha = 20^\circ$ beesési szög alatt éri. Felhőtlen napos időre számítva az égbolt felől érkező szórt sugárzás intenzitása vízszintes lapon: $I_{S,\text{égbolt}} = 70 \text{ W/m}^2$. A talajról visszavert szórt napsugárzás intenzitása vízszintes lapon, alulról beesve:

$$I_{S,\text{talaj}} = r(I_{D,n} \cos \alpha_{\text{talaj}} + I_S) = 67 \text{ W/m}^2$$

Itt a napsugárzás beesési szöge a talajra a 6.9 ábra szerint $\alpha_{\text{talaj}} = 65^\circ$, és a talaj $r = 0,2$ albedójával számoltunk. Számértékké $I_{S,\text{talaj}} \cong I_{S,\text{égbolt}}$, tehát közelítőleg diffúz sugárzás érkezik az üveglapra minden irányból. (Ha ez nem így lenne, akkor a szférikus intenzitásvektorokat (3.18)-al számítva, (3.19) adja az üveglapra eső intenzitást.) Esetünkben az üvegre beeső direkt és szórt sugárzás hőteljesítménye:

$$\dot{Q}_{\text{be,kívülről}} = A(I_D \cdot \cos \alpha + I_{S,\text{égbolt}}) = 6620 \text{ W}.$$

A $v = 3 \text{ mm}$ vastag üveglemez monokromatikus jelleggörbáját (4.3. ábra) a szelektív hőátadás számításához kissé leegyszerűsítve a következő értékekkel vesszük figyelembe.

XIV. táblázat. Üveglap leegyszerűsített spektruma ($v = 3 \text{ mm}$, 4.3. ábra)

Hullámhossz tartomány	0,1...2,5 μm	2,5...100 μm
Reflexió	4 %	4 %
Abszorpció	16 %	90 %
Transzmisszió	80 %	6 %
Napsugárzás összetétele ($T = 5800 \text{ K}$)	97 %	3 %

Ezeket felhasználva a XV. táblázat szerinti összetevőket nyerjük. A számítást itt a beeső összeteljesítményre előbb nyert 6620 W értéknél kezdtük, és a nyilak irányában haladtunk a XIV táblázat szerinti arányokat használva, majd összegezve.

XV. táblázat. Az üveglapra beeső napsugárzás összetevői

Hullámhossz	0,1...2,5 μm	2,5...100 μm	összesen
Összteljesítmény	6420 W $\downarrow$	200 W $\downarrow$	$\leftarrow$ 6620 W .
Ebből reflektált	257 W	8 W	265 W
abszorbeált	1027 W $\rightarrow$	180 W $\rightarrow$	1207 W
transzmittált	5136 W	12 W	5148 W

A táblázat szerint az üveglapon áteső teljesítmény: $\dot{Q}_{\text{belső térbe}} = 5148 \text{ W}$. Ezt a belső tér falai a közel $\varepsilon = 1$ értékű emissziós tényezőjükkel el is nyelik.

A belső tér falainak hőmérsékletét (az üveglapon kívül) $t = 20 \text{ C}^\circ$ értékűre becsüljük. Első közelítésben az üveglapnak is ugyanezt a hőmérsékletet tulajdonítjuk. Ekkor a belső tér állandó hőmérsékletű üregnek tekinthető, melyben a $t = 20 \text{ C}^\circ$ hőmérsékletnek megfelelő abszolút fekete sugárzás alakul ki. Ebből az üveg felületére belülről:

$$\dot{Q}_{\text{be, belülről}} = A \cdot q_{\text{absz. fekete}} = 4180 \text{ W}$$

hőteljesítmény esik. A belső tér saját sugárzásának hullámhossz tartománya teljes egészében a 2,5...100 μm tartományba tartozik, ezért ennek felbontása az üveglapon a XIV. táblázat szerint:

- reflektált: 167 W
- abszorbeált: 3762 W
- transzmittált: 251 W .

A számokból megállapítható, hogy amíg az üveg a kívülről ráeső napsugárzás 80 %-át beengedi, addig a belülről kifelé irányuló *infravörös* sugárzásnak csak 6 %-át ereszti át. Ezek a számok jellemzők az ilyen vastagságú közönséges anyagú üveglapok áteresztésére.

Az üveg egyensúlyi hőmérsékletét is kiszámíthatjuk:

$$\dot{Q}_{\text{napsug. absz}} + a \dot{Q}_{\text{ETIR, kívülről}} + a \dot{Q}_{\text{belülről}} = \dot{Q}_{\text{emisszió}} + \dot{Q}_{\text{konvekció}}$$

$$1207 + 2619 + 3762 = 6546 + 20 \cdot 4,6 \cdot (t - 10) + 10 \cdot 19 \cdot (t - 10) + 10 \cdot 5 \cdot (t - 20)$$

Itt az első számadatot a XV. táblázatból vettük. Az üveglapra kívülről beeső ETIR értékét a 6.8. ábra alapján a horizont körüli $-45^\circ \dots +135^\circ$ szögtartományra átlagolt $\varepsilon = 0,8$ látszólagos tényezővel számoltuk, $t = 10 \text{ C}^\circ$ külső léghőmérsékletre. Az ETIR-re vonatkozóan, valamint a belülről jövő infravörös sugárzásra az abszorpciós tényező az üveg egyszerűsített spektrumából (XIV. táblázat): $a = 0,9$. Ezzel számoltuk az egyenlőség második két tagját. Az üveg saját emisszióját a $t = 10 \text{ C}^\circ$ hőmérsékletre linearizáltuk, és azt is figyelembe vettük, hogy mind befelé, mind kifelé sugároz, tehát $2A$ felülettel kell szorozni. Ez adja a jobboldal első két tagját. Az utolsó két tag a konvekció. A konvekciós hőátadási tényezőket az épületek hőtechnikai méretezési szabványában külső falfelületekre megadott: $\alpha_{\text{külső}} = 24$, és a belső falfelületekre $\alpha_{\text{belső}} = 10$ tényezőkből számítottuk (lásd 7.4. részben), figyelembe véve, hogy ezek együttes hőátadási tényezők, tehát magukba foglalják a sugárzási hőátadási tényezőt is, melynek értéke

$\alpha_{sug} = 5$ körül van. Ezt levonva kaptuk az $\alpha_{konv\ külső} = 19$, $\alpha_{konv\ belső} = 5$ számokat. A konvekció mindkét oldalon $A = 10\text{ m}^2$ felületet érint.

Az egyenletet megoldva az üveglap hőmérséklete: $t = 13,8\text{ }^\circ\text{C}$.

Az üveg hőmérsékletére második közelítést nyerhetnénk a belső térrel való hőcseréjét (5.19)-el számítva. Tekintettel a paraméterekben rejlő bizonytalanságra ezt nem érdemes végig vinni.

Az üvegház belső terének pillanatnyi hőnyereségét is meghatározhatjuk. Az ábrán szaggatott vonallal jelölt ellenőrző felületen átlépő hőteljesítményeket számítjuk. A fal területére: $A_{fal} = 20\text{ m}^2$, a hőátbocsátási tényezőjére $U = 0,7\text{ W/m}^2\text{K}$ értéket veszünk fel.

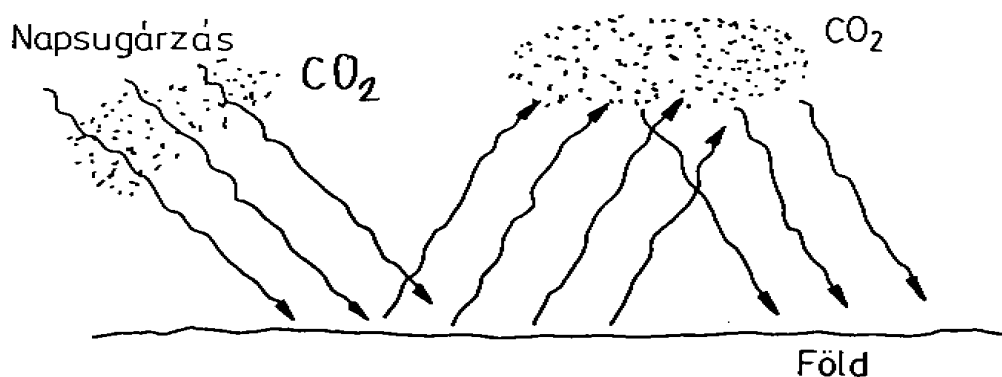
$$\dot{Q}_{napsug.be} + \dot{Q}_{ablak\ sug.be} - \dot{Q}_{belső\ térsug.ki} - \dot{Q}_{falonkonv} = \dot{Q}_{hőnyereség} \cdot$$

$$5148 + 3448 - 4012 - 140 = 4444\text{ W} \cdot$$

Az első számot a XV táblázatból vettük. A második az üveg saját infravörös sugárzása befelé. A harmadik a belső tér abszolút fekete sugárzásából az üvegbe belépő rész. A negyedik a falon konvekcióval távozó hő. A számokat összegezve jelentős hőnyereséget kaptunk. Az üvegház belseje melegszik.

c. A széndioxid üvegházhatása

Az utóbbi időben sokat emlegetik a CO_2 "üvegházhatását". A jelenséget a 6.11. ábra alapján érthető meg.



6.11. ábra. A széndioxid üvegházhatása

A légkör átlagosan 0,033 térfogat százalék CO_2 -t tartalmaz. A CO_2 sávós színeképű, és a látható fény tartományában szinte teljesen áteresztő. Ezért a főleg látható tartományba eső napsugárzást szinte akadálytalanul átengedi (6.11. ábra). Ugyanakkor a Föld felületének saját sugárzása az infravörös tartományba esik és ennek egy részét a CO_2 elnyeli. Kirchoff alapján ahol jó elnyelő ott jó sugárzó is, így ezeken a hullámhosszakon vissza is sugároz (6.11. ábra). A hőtani viszonyok tehát nagymértékben hasonlítanak az előbb tárgyalt üvegházhoz, csak az üveg szerepét a légkör CO_2 tartalma veszi át.

A szén és a szénhidrogének ipari mértékű égetése következtében a légkör CO_2 tartalma évről évre kismértékben növekszik. Ebből arra következtetnek, hogy egyre nagyobb hőteljesítményt fog visszasugározni, és sokan úgy vélik, hogy ez a földfelszín jelentős felmelegedését fogja előidézni.

A világon évente elégetett szén, olaj és gáz mennyisége elég jól becsülhető. Az elégetett mennyiség a levegőbe kerül CO és CO_2 formájában. Az atmoszférában az elkeveredést egyenletesnek véve ez a számítás jelentős évi koncentráció növekedést jelez. Ugyanakkor a világ több különböző pontján végzett koncentráció mérések szerint az évi növekedés tízévenként a kezdeti koncentráció 2,5 %-a. Ez az égetésből számított értéknek csak mintegy fele! Ennek okát abban látják, hogy a légkörbe került CO_2 egy részét az óceánok elnyelik, és egy részét a trópusi őserdők a fotoszintézis révén O_2 -vé alakítják.

A légkör viaszugázó képességét a széndioxidon kívül a levegőbe kerülő por és más gázok is befolyásolják. Például az Agung vulkán 1963-as kitörése a levegőbe került por és hamu révén 2 %-os változást idézett elő a légkör átlagos infravörös transzmissziós tényezőjében, ami egy nagyságrenddel nagyobb, mint amit a CO_2 változásaitól várunk. A kitörés után az eredeti transzmissziós tényező csak tíz év múlva állt vissza az eredeti értékre.

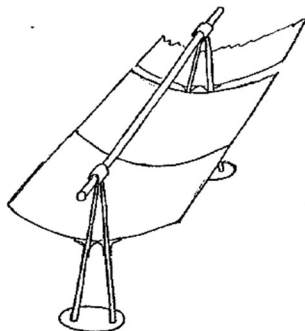
Számos hőmérsékletmérést végeztek a Föld felszínén, és rendelkezésre állnak az utóbbi kétszáz év adatai is. Az időjárás ingadozásai azonban olyan nagyok, hogy az idősorok nem elegendőek megbízható következtetések levonására. Egyes szerzők inkább lehűlési periódust valószínűsítene.

A széndioxid üvegházhatása tehát kétségkívül létező jelenség. A CO_2 koncentráció folyamatos növekedése nyugtalanító. Azonban más - részben ismeretlen - jelentős hatások is beleszólnak a Föld éves átlagos hőmérsékletének alakulásába.

6.3. A napenergia hasznosítása

a, *Villamos energiatermelés*

A hőerőművek és az atomerőművek kiváltása céljából a napenergiahasznosítás legcélszerűbb módja a villamos energiává alakítás. A világ egyik legnagyobb szoláris erőműve az Egyesült Államok Mojave sivatagában működik, több mint 100 MW teljesítménnyel.

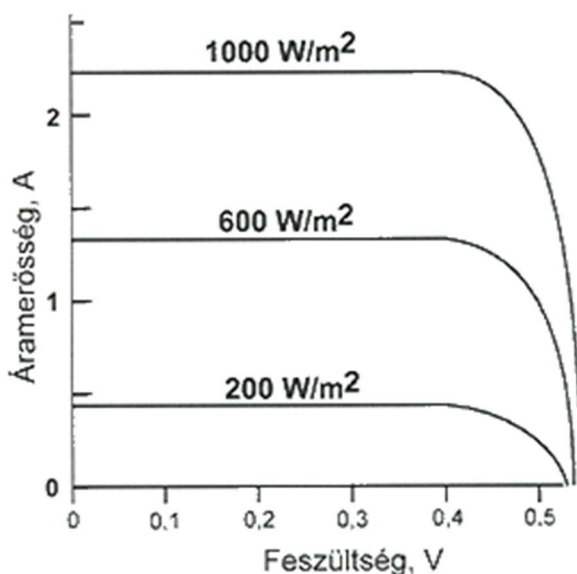


6.12. ábra. Egyenes parabolatükrök alakú napkollektor

Az erőműben egyenes parabolatükrök (6.12. ábra) gyűjtik össze a napsugárzást. Egy szögtartományon belül bármilyen irányból érkezik a párhuzamos sugárzás, a tükrös visszaverődés törvénye szerint a kollektor ezt a fókuszvonalba gyűjti össze. A fókuszvonalban elhelyezett csőígyóban szintetikus olaj kering. Ez hőcserélőn keresztül adja át a hőjét egy gőzturbina vízkörének. Az erőmű bizonyíték arra, hogy a napsugárzásból jelentős villamos teljesítmény nyerhető. A beruházás költsége azonban nagyon magas. Tapasztalták azt is, hogy a tükrökre lerakódó sivatagi por jelentősen befolyásolja a teljesítményt. A másfél millió parabolatükrőről a port éjszakánként 20 fő másfél hét alatt mossza le, és a munkájuk befejezésekor újra kezdik.

Sok hasonló próbálkozás után a jelenlegi helyzet az, hogy még a Szahara oázisaiba is gazdaságosabb teherautóval odaszállítani az olajat (dízel generátorokkal fedezve a vízszivattyúk és a lakosság energia igényét), mint egy szoláris rendszer kiépítése.

A fotoelektromos hatáson alapul a szolár cellák (fotocellák) működése. Ezek ideális elemek villamos energia termelésére. Egy 100 mm x 100 mm alapterületű szolár cella jelleggörbéit mutatja a 6.13. ábra. A paraméter a beeső teljes szoláris intenzitás: $I_{\text{szoláris}} = I_{Dn} \cos \alpha + I_S$ (direkt + szórt), α a direkt sugárzás beesési szöge a cellára.



6.13. ábra. Egy 100 mm x 100 mm alapterületű szolár cella jelleggörbéi a teljes beeső $I_{\text{szoláris}}$ intenzitástól függően

Az ábrán $I_{\text{szoláris}} = 1000 \text{ W/m}^2$ besugárzásnál (*nyári felhőtlen napon, délben*) a névleges pont: 0,5 V, 2 A, ekkor az egyenáramú villamos teljesítmény:

$$P = 0,5 \text{ V} \cdot 2 \text{ A} = 1 \text{ W} \quad .$$

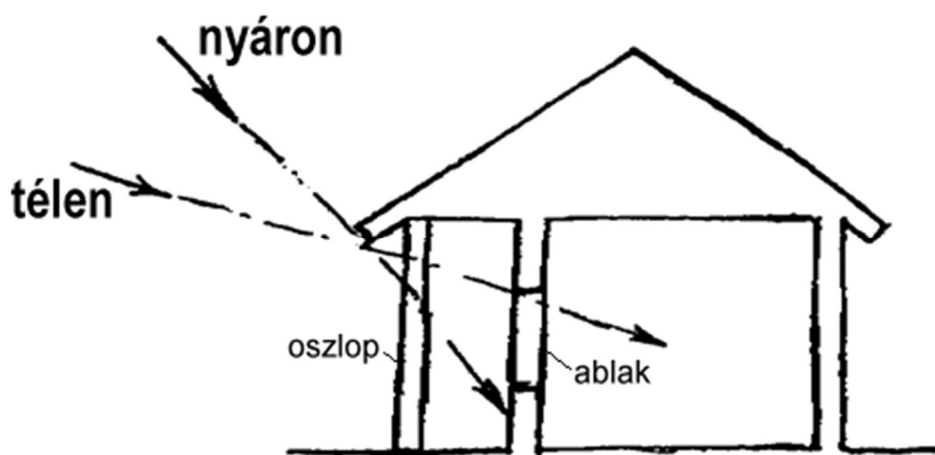
A jelleggörbék vízszintes szakaszait tekintve, adott feszültségnél a cellával produkált áramerősség nagyjából $I_{\text{szoláris}}$ -al arányos. Ezért *nyári napon felhős* időben a cella ennek a teljesítménynek körülbelül felét szolgáltatja (lásd XIII. táblázatban), és *téli felhős napon délben* mintegy negyedét. Érdemes megjegyezni, hogy *adott besugárzás* esetén a *feszültség* a terheléstől lényegében független.

Sok ilyen szolár cellát sorba vagy párhuzamosan kötve jelentős villamos teljesítmények nyerhetők. A panelekbe gyűjtött cellákat esetenként akkumulátorhoz kapcsolják, és így folyamatos áramforrást kapnak. Az egyenáram konverterrel váltóárammá is alakítható. Villamos hálózattól távol levő házak vagy telefonfülkék áramellátását biztosítják így. Az utóbbi időkben állami támogatással nagy panel mezőket is telepítettek a villamos hálózatokra kapcsolva. (A panelek alatti terület mezőgazdaságilag is hasznosítható). Nagy háztetőkre helyezett panelek a tető egy részének teherhordó szerkezetét is helyettesíthetik (téli hóterhelésre méretezve).

b, Fűtés, hővédelem, árnyékolás

Az 1950-es években az Egyesült államokban és Kanadában több ezer házat építettek szoláris fűtéssel. Úgy tűnt, hogy ez lesz a jövő célszerű fűtési módja. Azonban a téli időszakban mindenképpen szükség van valamilyen más kiegészítő fűtésre. És ha kiegészítő fűtést is kiépítünk, akkor a szoláris rendszer már csupán az üzemköltség *egy részének* a megtakarítását eredményezi. Ezért a gazdaságosság kérdése fontos, mindig ki kell értékelni. Azonban az energiaárak növekedésével és a gyártási költségek csökkentésével a szoláris házak egyre inkább gazdaságossá válhatnak.

Az építési hőtechnikában a fűtés mellett fontos feladat a napsugárzás elleni nyári hővédelem. Ezt tulajdonképpen már régóta alkalmazzák. A 6.14. ábra egy hagyományos alföldi házat mutat, melynek tornáca nagyjából dél felé esik. A téli napsugárzást az ablakon beengedi, de nyáron a magasabb napállásnál (XIII. táblázat) már árnyékol.

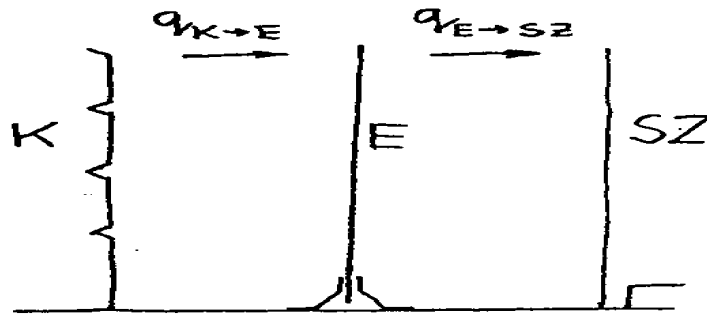


6. 14. ábra. Az alföldi tornácos ház a napsugárzást télen beengedi a szobába, nyáron nem.

Az árnyékolás szerepét a következő példán mutatjuk be.

13. példa. Sugárzás elleni árnyékoló lap alkalmazása

Egy cserépkályha (K) mellé állított szekrény (SZ) oldala (6.15. ábra) a hőhatás következtében károsodik. Árnyékoló ernyőt (E) kívánunk a két felület közé helyezni.



6.15. ábra. Árnyékoló E ernyőt helyezünk a K cserépkályha és az SZ szekrény közé.

Először számítsuk ki az átadódó sugárzási hőteljesítményt ernyő nélkül. Adatok:

$$t_K = 60\text{ C}^\circ, \varepsilon_K = 0,8, t_{SZ} = 20\text{ C}^\circ, \varepsilon_{SZ} = 0,9.$$

A nagy párhuzamos szürke felületek (5.10) hőátadási képletével:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_K \cdot \varepsilon_{SZ}}{\varepsilon_K + \varepsilon_{SZ} - \varepsilon_K \cdot \varepsilon_{SZ}} = 0,734 \quad q_{K \rightarrow SZ} = \varepsilon \cdot \sigma(T_K^4 - T_{SZ}^4) = 205 \text{ W / m}^2.$$

Azbeszt anyagú árnyékoló ernyőt helyezünk a kályha és a szekrény közé, melynek emissziós tényezője: $\varepsilon_E = 0,96$. Számítsuk ki az ernyő T_E hőmérsékletét. Abból indulunk ki, hogy az ernyő termikus egyensúlyban van, és ezért a kályha felől nyert hőteljesítménye ugyanakkora, mint a szekrény felé leadott hőteljesítménye:

$$\varepsilon_1 \sigma(T_K^4 - T_E^4) = \varepsilon_2 \sigma(T_E^4 - T_{SZ}^4)$$

itt ε_1 és ε_2 értékét ugyanúgy számítjuk, mint előbb csak ε_K és ε_E , illetve ε_E és ε_{SZ} -el.

Az egyenletből kiszámítva T_E^4 értékét, azt kapjuk, hogy:

$$T_E = 314 \text{ K} = 41\text{ C}^\circ, \quad q_{K \rightarrow E} = q_{E \rightarrow SZ} = 114 \text{ W / m}^2,$$

vagyis a nagy emissziós tényezőjű ernyő mintegy felére csökkentette az átadott hőáramsűrűséget.

Most vizsgáljuk meg alumínium ernyő, $\varepsilon_E = 0,10$, alkalmazását. Ekkor:

$$T_E = 315 \text{ K} = 42\text{ C}^\circ, \quad q_{K \rightarrow E} = q_{E \rightarrow SZ} = 14 \text{ W / m}^2.$$

Tehát a kis abszorpciós tényezőjű ernyő nagyságrenddel jobban lecsökkentette az átadott hőteljesítményt.

A trópusi országokban épített házak széles ereszei, változatos kiugró falrészletei szintén az árnyékolás célját szolgálják. Bár a ház egésze ugyanazt a hőteljesítményt kapja, mint kiugró falrészlet nélkül, de a kiugró rész a magasabb hőmérséklete miatt többet sugároz vissza, és mivel rossz hővezető anyaggal csatlakozik a ház fő falához, oda alig továbbít egy kis hőmennyiséget (azt is csak több napos időkéssedéssel).

Eredményes hővédelem lapostető helyett padlás építése is, mert a tető árnyékolja a padlás födémét.

A *házak ablakán* nyáron bejutó napsugárzás elleni védekezés jóságának megítélésére az építési szabványok bevezették a *naptényező* fogalmát:

$$N = \frac{\dot{Q}_{bejutó}}{\dot{Q}_{beeső}} \quad (6.15)$$

azaz a szerkezeten keresztül bejutó és a szerkezetre kívülről beeső hőteljesítmény hányadosát. Ennek segítségével a napsugárzás elleni hővédelmet osztályokba sorolták (XVI. táblázat).

XVI. táblázat. Ablakok napsugárzás elleni hővédelme

Besorolás	Naptényező	Megvalósítási példa
Elsőosztályú	$0 < N < 0,2$	Külső oldalon árnyékolás pl. fekete vászonnal
Másodosztályú	$0,2 < N < 0,4$	Két üveg között elfordítható lapocskák
Harmadosztályú	$0,4 < N < 1$	Belül elhelyezett fehér, sűrű, sötétítő függöny

Érdekes módon a hőszugárzás *hiányát* is érzékeljük. Például, ha télen az ablak mellé ülünk, csak úgy "süt" a hideg. Esetenként a hőszugárzás hiánya ellen is árnyékolással védekezünk, például amikor hideg falra falvédőt teszünk. Rossz hővezető lévén a sugárzás szempontjából mérvadó belső felületi hőmérséklete lényegesen nagyobb, mint a fal felületi hőmérséklete. Ezért az irányából nem érezzük a sugárzás hiányát.

Köves, hideg padlójú helyiségben a szőnyeg szerepe kettős. Egyrészt árnyékol a hideg ellen, másrészt rossz hővezető lévén a padlóval érintkező cipő hőelvonását csökkenti.

A modern építészet csodái azok az üvegpalaták melyeknek falát köröskörül különleges üveg alkotja. Hagyományos üveg alkalmazása esetén ezekben nyáron a meleg elviselhetetlen lenne, és téli felhős napokon a megszokottnál jóval erőteljesebb fűtést igényelnének. Az ilyen célra alkalmazott egyik ablaktípus elnevezése "ipasol iplus neutral R". Ennél az ablaknál a két üvegtábla között neutrális gáz található, és a belső üvegtábla külső oldalán néhány mikron vastagságú hővédő bevonatot is alkalmaznak. Néhány paraméterét a katalógusából a XVII. táblázatban állítottuk össze.

XVII. táblázat. Az ipasol iplus neutral R ablak (14 mm-es laptávolsággal) és a kétrétegű hagyományos (12 mm táblatávolságú) üveglablak összehasonlítása.

Hullámhossz tartomány		Ipasol ablak	Hagyományos
0,4 ... 0,8 μm	Fényáteresztő képesség	0,75	0,80
0,4 ... 0,8 μm	Fényvisszaverés kifelé	0,13	0,18
0,4 ... 0,8 μm	Fényvisszaverés befelé	0,11	0,18
szoláris tartomány	Sugárzás visszaverő képesség kifelé	0,26	0,15
szoláris tartomány	Sugárzás áteresztő képesség befelé	0,46	0,70
infravörös (ETIR)	Hőátbocsátási tényező U, W/m ² K	1,3	3,0

A táblázatból látható, hogy a látható sugárzás tartományában a két ablak áteresztő képessége lényegében egyforma. A napsugárzás teljes tartományban azonban az ipasol ablak előnyösebb, mert a napsugárzásnak az infravörös tartományba eső részét alig engedi át. Az ETIR hőátbocsátási tényezője is jóval kedvezőbb, azaz télen kevesebb hőt enged ki, és nyáron a külső melegebb levegő befelé irányuló átlépését is jobban gátolja.

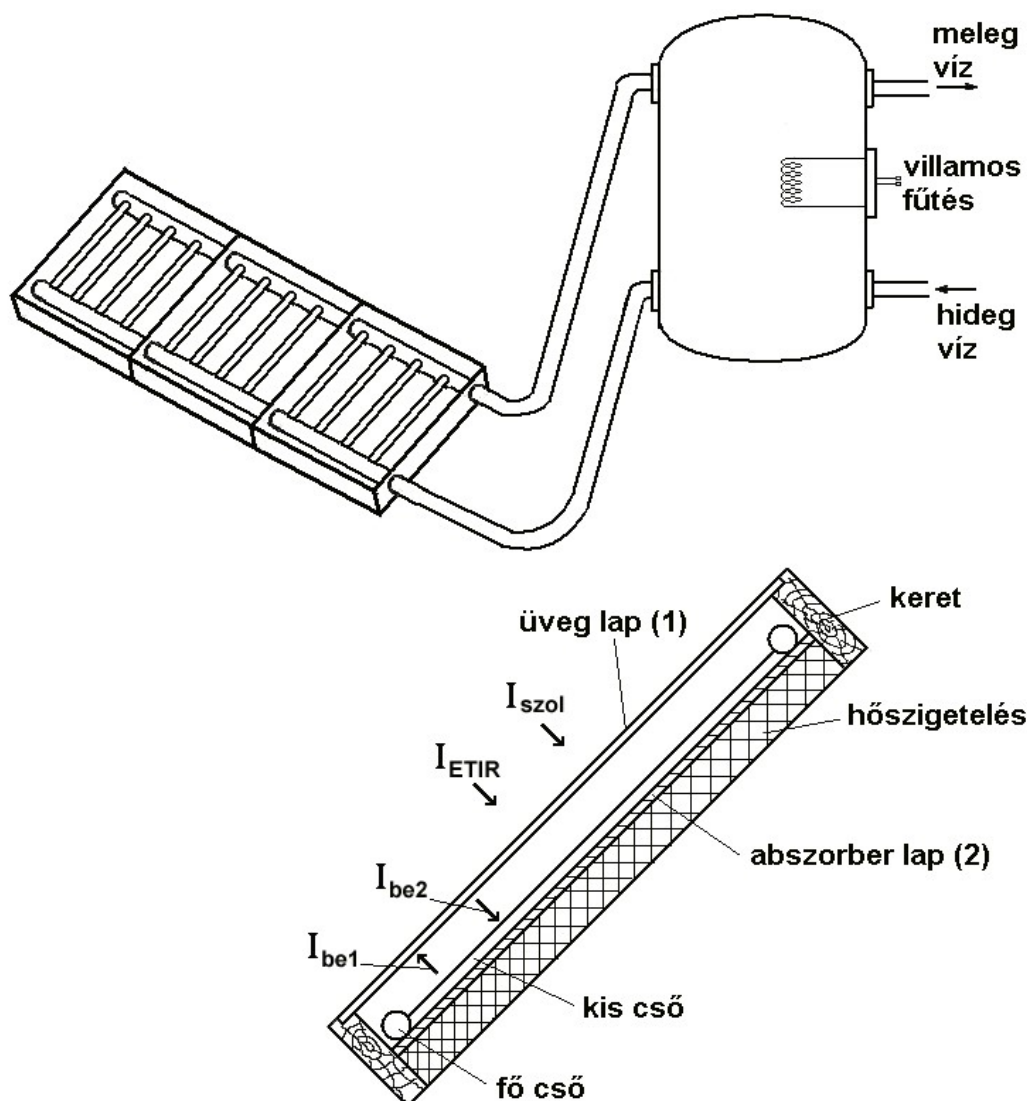
c, Melegvíz szolgáltatás

A napsugárzásnak az építési hőtechnikában (pl. speciális ablaküvegekkel) történő hasznosításán kívül a legelterjedtebb és manapság is sok esetben gazdaságos alkalmazása a melegvíz előállítás.

Szabadban levő *fürdőmedencék* vizének néhány fokos hőmérséklet növelését érhetjük el átlátszó műanyag lepedő ráborításával (az üvegházhatás révén). A borítás sokszor kicsiny légtérfogatokat zár magába, így a víz felszínén úszik. Ez előnyös a szélhordta szemet szempontjából is, de eső esetén gyakorlatilag hatástalan.

Több országban elterjedt a háztartási melegvíz szolgáltatás napenergia felhasználásával. Sokféle megoldás ismeretes, hazánkban is gyártanak napkollektorokat. Az alábbi példa ebbe a gondolatkörbe ad bepillantást.

14. példa. Melegvíz szolgáltató rendszer sík napkollektorokkal



6.16. ábra. Melegvíz szolgáltató rendszer sík napkollektorokkal

Az ábrán látható sík napkollektorokat egy csővezeték egy melegvíz tároló tartállyal kapcsolja össze. A kollektorok olyan szögbe vannak állítva, hogy az év nagy részében a direkt napsugárzás közel merőlegesen esik rájuk. Az üveglap szelektív tulajdonságai miatt az *üvegház hatás* érvényesül. Az üveglapon keresztül bejutó napsugárzás legnagyobb részét az *abszorber lap* elnyeli. Az abszorber lap a hővezetés révén melegíti a kapcsolódó csöveket és a benne levő vizet. Amikor a csőben a víz felmelegszik, áramlás indul el a tartály felé a *termoszifon elv* alapján. Ez azon alapszik, hogy a víz sűrűsége a hőmérséklet növelésével csökken. Ezért a magasabb szinten levő tároló tartállyal zárt vízkört alkotó csővezetékben a lefelé szálló hidegebb csőágban a nagyobb sűrűség miatt nagyobb hidrosztatikus nyomáskülönbség ébred, mint a felfelé vezető melegebb ágon. Ennek hatására a melegebb víz felfelé áramlik, és a leszálló ágon hidegebb víz érkezik a kollektor alsó gyűjtő csövébe. A víz lassú körforgása mindaddig tart, amíg az egész víztömeg az abszorber hőmérsékletére felmelegszik.

A példában a kollektorok hasznos területe $A = 2 \text{ m}^2$. A rendszert napi 80 liter 60°C -os víz szolgáltatására tervezzük. A fő kérdés az, hogy ehhez hány kollektor szükséges.

A feladat számítására célszerű kis célprogramot írni.

A 6.16. ábrán 1 jelöli az üveglapot, és 2 az abszorber lapot. A számításban külön kezeljük a *szoláris* tartományt és külön a környezetünkben levő testekből származó *infravörös* sugárzást. A testek ezen tartományokhoz tartozó reflexiók, abszorpciók és transzmissziók paraméterei is különböznek egymástól. A jelölésnél *szol* a szoláris tartományt, *infr* az infravörös tartományt jelöli.

Az 1 jelű üveglapnak a szoláris és az infravörös paramétereit a 12. példából vesszük:

$$\begin{aligned} r_{1szol} &= 0,05 & t_{1szol} &= 0,80 & a_{1szol} &= 0,15 \\ r_{1infr} &= 0,05 & t_{1infr} &= 0,06 & a_{1infr} &= 0,89 \end{aligned} \quad (6.16)$$

A 2 jelű abszorber lap anyaga legyen rozsdamentes acél, festés nélkül (VIII. táblázat):

$$a_{2szol} = 0,76 \quad r_{2szol} = 0,24 \quad a_{2infr} = 0,15 \quad r_{2infr} = 0,85 \quad (6.17)$$

A konvektív hőátadás tényezője az üveglap külső oldalán: $\alpha_{konv,kinnt} = 5 \dots 20 \text{ W/m}^2\text{K}$,
(itt az $5 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$ a szélcsendes idő tényezője, és a $20 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$ a szeles idő tényezője).

Az üveg a belső oldalán valamint az abszorberen: $\alpha_{konv,bennt} = 5 \text{ W/m}^2\text{K}$.

A csőkégyő belső, nedvesített oldalának felülete: $A_{cső} = 2 \text{ m}^2$.

A csőkégyőben a vízfalra a konvektív hőátadás tényezője: $\alpha_{cső} = 200 \text{ W/m}^2\text{K}$.

A melegvíz szolgáltató rendszert télen nem kívánjuk használni mivel a hasznosítható hőteljesítmény csekély. (A fagyveszély miatt a vizet úgyis le kell engedni.) Még nyáron is előfordulhat, hogy eső idején a külső konvekció jelentősen lecsökkenti a termelt hőmennyiséget. Ezért a melegvíz tároló tartálynak egy a kereskedelmi forgalomban kapható, villamos kiegészítő fűtéssel ellátott bojler alkalmazunk. Nyáron a kollektor nagy hőteljesítményt nyer, és előfordulhat, hogy nincs melegvíz elvétel. Ekkor az egész rendszer felmelegszik és benne nagy belső nyomás ébred (alább kiszámítjuk). A speciális bojlernek (és az összes elemnek) ki kell bírni a nagy nyomást (a rendszert erre a nyomásra méretezzük).

Kezdeti számításhoz a XIII. táblázatból a *márc. 21-i felhős napot* vesszük alapul. A (6.13) egyenlet alapján ekkor az üveglapra eső napsugárzás intenzitása:

$$I_{szol} = 425 \text{ W/m}^2.$$

Ezt tekintjük tervezési értéknek. A terv szerint berendezésünk áprilistól októberig még felhős idő esetén is elő fogja állítani a melegvíz kívánt napi mennyiségét. A külső léghőmérséklet:

$$t_{lev} = 10^\circ\text{C}.$$

Az ETIR értékét *nedves légkörre*, erre a léghőmérsékletre számítjuk ($\varepsilon_{látszólagos} = 0,8$):

$$I_{ETIR} = 290 \text{ W/m}^2.$$

Az üveglap és az abszorber közötti térben a hőátadást a nagy párhuzamos szürke lapok (5.2a rész) gondolatmenete alapján követjük. Az abszorber lapra *beeső* szoláris sugárzás intenzitása (6.15 ábra) az, amit a külső sugárzásból az üveg átgenged:

$$I_{2szol} = t_{1szol} I_{szol}, \quad (1)$$

Az üveg hőmérsékletét $T_{\text{üveg}}$ jelöli. Az abszorber lapra *beeső* infravörös sugárzás az, amit az üveg az ETIR-ből átenged, plusz az üveg saját sugárzása:

$$I_{2\text{infr}} = t_{1\text{infr}} I_{\text{ETIR}} + a_{1\text{infr}} \sigma T_{\text{üveg}}^4 \quad (2)$$

Itt az üveglapról az abszorber felé visszaverődő sugárzás intenzitását elhanyagoltuk, mivel az üveglap reflexiók tényezője kicsi. Az üveglapra *belülről* beeső szoláris sugárzás intenzitása:

$$I_{1\text{szol}} = r_{2\text{szol}} I_{2\text{szol}} , \quad (3)$$

és az üveglapra *belülről* beeső infravörös sugárzás intenzitása:

$$I_{1\text{infr}} = r_{2\text{infr}} I_{2\text{infr}} + a_{2\text{infr}} \sigma T_{\text{abszorber}}^4 \quad (4)$$

ahol $T_{\text{abszorber}}$ az abszorber hőmérséklete.

Az üveglap, és az üregben levő levegő hőtehetetlensége kicsiny. Úgy tekintjük, hogy minden időpontban a termikus egyensúlyuknak megfelelő hőmérsékletre állnak be. Az üveglap abszorpcióját a kívülről és belülről ráeső szoláris és infravörös sugárzásokból számítjuk:

$$I_{\text{üveg abszorpció}} = a_{1\text{szol}} I_{\text{szol}} + a_{1\text{infr}} I_{\text{ETIR}} + a_{1\text{szol}} I_{1\text{szol}} + a_{1\text{infr}} I_{1\text{infr}} \quad (5)$$

Ugyanakkor az üveglap emissziója:

$$I_{\text{üveg emisszió}} = 2 a_{1\text{infr}} \sigma T_{\text{üveg}}^4 \quad (6)$$

ahol a 2-es szorzó azért szerepel, mert az üveglap kifelé is és befelé is emittál. Az üveglapról *kívül* konvekcióval *távozó* hőáramsűrűség:

$$q_{\text{konv,kinnt}} = \alpha_{\text{konv,kinnt}} (T_{\text{üveg}} - T_{\text{levegő}}) \quad (7)$$

ahol $T_{\text{levegő}}$ a külső levegő ismert hőmérséklete.

Az üveg által a *benti* levegőnek konvekcióval *leadott* hőáramsűrűsége pedig a következő:

$$q_{\text{konv,bennt}} = \alpha_{\text{konv,bennt}} (T_{\text{üveg}} - T_{\text{levegő,bennt}}) \quad (8)$$

A belső levegő termikus egyensúlya azt jelenti, hogy az üveg által a levegőnek leadott hőáramsűrűség egyenlő a levegőtől az abszorber által felvett hőáramsűrűséggel:

$$\alpha_{\text{konv,bennt}} (T_{\text{üveg}} - T_{\text{levegő,bennt}}) = \alpha_{\text{konv,bennt}} (T_{\text{levegő,bennt}} - T_{\text{abszorber}}) \quad (9)$$

Ebből az egyenletből látható, hogy a benti levegő hőmérséklete a számtani közepe az üveg és az abszorber hőmérsékletének. Így a (8) és (9) egyenlet alapján:

$$T_{\text{abszorber}} = T_{\text{üveg}} - 2 \frac{q_{\text{konv,bennt}}}{\alpha_{\text{konv,bennt}}} \quad (8)^*$$

(Az utóbbi nem független egyenlet.) Az üveglap termikus egyensúlya a felvett és a távozó hőáramsűrűségek egyenlősége:

$$I_{\text{üveg,abszorpció}} = I_{\text{üveg,emisszió}} + q_{\text{konv,kinnt}} + q_{\text{konv,bennt}} \quad (10)$$

Eddig 11 ismeretlenünk van: $I_{1\text{szol}}, I_{1\text{infr}}, I_{2\text{szol}}, I_{2\text{infr}}, T_{\text{üveg}}, T_{\text{levegő,bent}}, T_{\text{abszorber}}, I_{\text{üveg,abszorpció}}, I_{\text{üveg,emisszió}}, q_{\text{konv,kinnt}}, q_{\text{konv,bent}}$ és 10 független egyenletünk. A megoldást mégis meg tudjuk határozni. Ugyanis $T_{\text{abszorber}}$ nagyon lassan változik a vízűtés miatt. Ezért rövid idő alatt állandónak tekinthetjük. A számítógép programot úgy építhetnénk fel, hogy megadjuk $T_{\text{abszorber}}$ különböző értékeit, és meghatározzuk a többi 10 változó értékét. Valójában mindegy, hogy a 11 változó közül melyiknek adjuk meg az értékét, és

melyeket számítunk, mert mindenképpen összetartozó értéksort nyerünk. Egyszerűbb, ha $T_{üveg}$ értékét adjuk meg (mert többször szerepel a fönnti egyenletekben).

A Quickbasic nyelven írt számítógép program:

```
' Uevegfedeesue NAPKOLLEKTOR jelleggoerbeejeenek szaamiitaasa
' a kollektor ees a viiz hoeleepcsoejeenek figyelembeveeteleevel
' Miskolci Egyetem, Aaramlaas ees Hoetechnikai Geepek Tanszeeke
' 2002 aaprilis, Faay Aarpaad, NAPKOLL7.BAS program

r1szol = .05:    t1szol = .8:    alszol = .15    '1 ueveglap
r1linfr = .05:    t1linfr = .06:    alinfr = .89
r2szol = .24:    a2szol = .76                '2 abszorber
r2infr = .85:    a2infr = .15                'rozsdamentes aceel

ALFAkonvkinnt = 20    'konvekciioos egyuetthatoos uevegen kiivuel
ALFAkonvbennt = 6    'konvekciioos egyuetthatoos uevegen beluel W/(m2.K)
ALFAviz = 200    'huetoeviiz csoekiigyoo konvekciioos egyuetthatoos
A = 2    'kollektor feluelete, m2
Acsoe = 2    'huetoe csoekiigyoo nedves feluelete, m2
Tlev = 283    'kuelsoe levegoe hoemeerseeklete 10 C fok eseteen
Iszol = 425    'be-esoe szolaaris intenzitaas, W/m2
IETIR = 290    'be-esoe ETIR intenzitaas, W/m2
SIGMA = 5.67E-08    'STEFAN-BOLTZMANN konstans

OPEN "KOLL.ERE" FOR OUTPUT AS #1    'ebbe a faajlba teszi el az eredmeenyt
PRINT
    FOR Tueveg = 283 TO 293    'a parameeter eerteekere ciklus
        I2szol = t1szol * Iszol    '(1) egyenlet
        I2Infr = t1linfr * IETIR + alinfr * SIGMA * Tueveg ^ 4    '(2)
        I1szol = r2szol * I2szol    '(3)

        Tabsz = Tueveg    'iteraacioo Tabsz-ra ilyen kezdoe eerteekkel
        FOR I = 1 TO 20    '20 leepeeses iteraacioo
            I1infr = r2infr * I2Infr + a2infr * SIGMA * Tabsz ^ 4    '(4)
            Iueabsz = alszol * I1szol + alinfr * I1infr + alszol * Iszol + alinfr * IETIR
            Iueem = 2 * alinfr * SIGMA * Tueveg ^ 4    '(6)
            qkonvkinnt = ALFAkonvkinnt * (Tueveg - Tlev)    '(7)
            qkonvbennt = Iueabsz - Iueem - qkonvkinnt    '(10)*
            Tabsz = Tueveg - 2 * qkonvbennt / ALFAkonvbennt    '(8)*
            'PRINT Tabsz, Iueabsz, Iueem, qkonvbennt    'csak teszteelesneel
        NEXT I

        qelveetel = a2szol * I2szol + a2infr * I2Infr - a2infr * SIGMA * Tabsz ^ 4
        qelveetel = qelveetel - ALFAkonvbennt * (Tabsz - Tueveg) / 2    '(11)
        Tviz = Tabsz - qelveetel * A / (Acsoe * ALFAviz)    '(12)
        X = (Tviz - Tlev) / Iszol    '(13)
        ETA = qelveetel / Iszol    '(14)

        PRINT USING "###.# ###.# ###.# ###.# "; Tlev; Tueveg; Tabsz; Tviz;
        PRINT USING " #.### #.# "; X; ETA * 100    'nyomtat keepernoere
        PRINT #1, USING "###.# ###.# ###.# ###.# "; Tlev; Tueveg; Tabsz; Tviz;
        PRINT #1, USING " #.### #.# "; X; ETA * 100    'nyomtat faajlba
    NEXT Tueveg
STOP
```

A programban $T_{üveg}$ változóra indítunk egy ciklust. Az (1), (2) és (3) egyenletekből kiszámítjuk I_{2szol} , I_{2infr} , I_{1szol} értékét. Ekkor indítunk egy iterációs ciklust $T_{abszorber}$ meghatározására. Legyen $T_{abszorber}$

kezdeti értéke $T_{\text{üveg}}$. Az iterációs ciklusban rendre számítjuk a (4), (5), (6), és (7) egyenletekkel I_{infr} , $I_{\text{üveg,abszorpció}}$, $I_{\text{üveg,emisszió}}$, és $q_{\text{konv,kinnt}}$ értékét. Ezt követően a (10) egyenletből kifejezzük és számítjuk $q_{\text{konv,bennt}}$ értékét:

$$q_{\text{konv,bennt}} = I_{\text{üvegabszorpció}} - I_{\text{üveg,emisszió}} - q_{\text{konv,kinnt}} \quad (10)^*$$

majd a (8)* egyenlettel meghatározzuk $T_{\text{abszorber}}$ új értékét, amivel a következő iterációs számításmenet fog végig futni. (Megnéztük, hogy az iteráció gyorsan konvergál, 20 lépés bőven elegendő.)

Ezzel adott $T_{\text{üveg}}$ -nél ismerjük a fönti változók értékét. A számítást kiegészítjük az abszorberrel elvont hőteljesítmény számításával. Az abszorber hőegysúlya ugyanis:

$$q_{\text{elvétel}} = a_{2,\text{szol}} I_{2,\text{szol}} + a_{2,\text{infr}} I_{2,\text{infr}} - a_{2,\text{inf}} \sigma T_{\text{abszorber}}^4 - \alpha_{\text{konv,bennt}} \frac{T_{\text{abszorber}} - T_{\text{üveg}}}{2} \quad (11)$$

Az A területű kollektoron az ebből származó hőteljesítmény ($q_{\text{elvétel}} \cdot A$) a konvekció révén átadódik a cső-kígyóban levő hűtővíznek:

$$q_{\text{elvétel}} A = \alpha_{\text{víz}} (T_{\text{abszorber}} - T_{\text{víz}}) A_{\text{cső}} \quad (12)$$

Végül a kollektorok jelleggörbéjének megszokott paramétereit számítjuk:

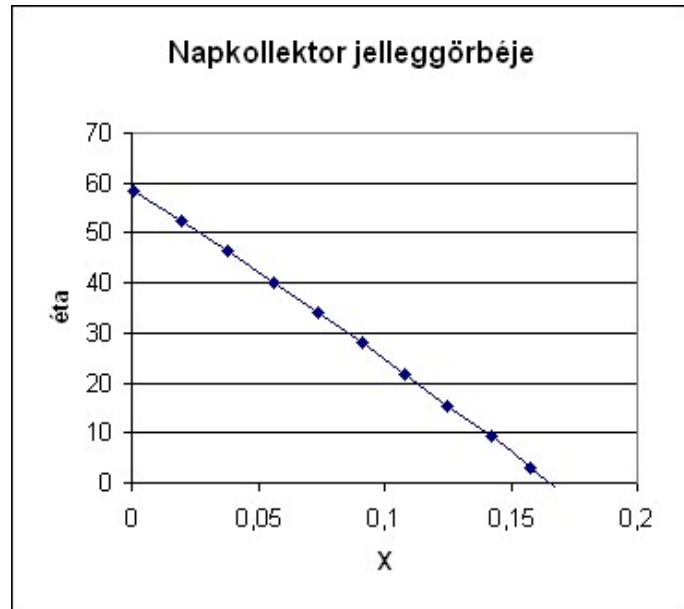
$$X = \frac{T_{\text{víz}} - T_{\text{levegő,kinnt}}}{I_{\text{szol}}} \quad (13)$$

$$\eta = \frac{q_{\text{elvétel}}}{I_{\text{szol}}} = \frac{\dot{Q}_{\text{elvétel}}}{A_{\text{összes}} I_{\text{szol}}} \quad (14)$$

A számítógép program futása ezen paraméterek számításával és nyomtatásával fejeződik be.

A megadott paraméterekkel a futás eredménye:

Tlev	Tüveg	Tabsz	Tvíz	X	éta %
283.0	283.0	284.8	283.6	0.001	58.4
283.0	284.0	292.5	291.4	0.020	52.3
283.0	285.0	300.1	299.1	0.038	46.3
283.0	286.0	307.6	306.8	0.056	40.2
283.0	287.0	315.0	314.3	0.074	34.0
283.0	288.0	322.3	321.7	0.091	27.9
283.0	289.0	329.4	329.0	0.108	21.7
283.0	290.0	336.5	336.2	0.125	15.5
283.0	291.0	343.5	343.3	0.142	9.3
283.0	292.0	350.3	350.2	0.158	3.1
283.0	293.0	357.1	357.1	0.174	-3.2



A számítás input adata az $I_{\text{szol}} = 425 \text{ W/m}^2$ beeső intenzitás volt. Az eredményül kapott számokból látható, hogy a hatásfok zérussá válik a kb. $T = 353 \text{ K}$ ($= 80 \text{ C}^\circ$) vízhőmérsékletnél. A kollektor erre a véghőmérsékletre tud felmelegedni (ekkor nincs vízelvétel).

Az input paraméterek változtatásával tanulmányozhatjuk a szél, a beeső szoláris intenzitás, az ETIR, valamint a csőkígyó méretének a hatását. Ezek a jelleggörbét csak kis mértékben változtatják meg. Ezért adott abszorber lap esetén a jelleggörbe jó közelítéssel érvényes más I_{szol} értékekre is.

Most vizsgáljuk meg a víz felmelegedését a nap folyamán.

Az $I_{szol} = 425 \text{ W/m}^2$ érték a márc. 21-i felhős idő csúcserőértéke. A nap folyamán ennél kisebb teljesítmény érkezik. Átlagosan mondjuk a 85 %-a, tehát $I_{szol} = 360 \text{ W/m}^2$, 10 órán át.

A napi 80 liter víz 10°C -ról 60°C -ra való felmelegítéséhez szükséges kollektorfelület értékét próbálgatással nyertük:

Válasszunk 3 db egyenként 2 m^2 -es kollektort. Ekkor az összfelület: $A_{összes} = 6 \text{ m}^2$.

Ellenőrizzük választásunkat. Éjszaka a rendszerben (6.16 ábra) a víz lehűl. Reggel a rendszerben levő $m = 80 \text{ kg}$ víz hőfoka 10°C . Számítsuk ki, hogy a $10 \rightarrow 30^\circ\text{C}$ hőmérséklet emelkedést mennyi idő alatt tudjuk előidézni. Ez a jelleggörbén megfelel az $X = 0 \rightarrow 0,055$ változásnak. Ebben a szakaszban a hatásfok átlagértéke $\eta = 48 \%$. Ezzel, valamint az $I_{szol} = 360 \text{ W/m}^2$ és $A_{összes} = 6 \text{ m}^2$ értékekkel: $\dot{Q}_{elvétele} = 1037 \text{ W}$, és $q_{elvétele} = 173 \text{ W/m}^2$. Ilyen teljesítménnyel a $\Delta t = 20^\circ\text{C}$ hőmérséklet emelkedés eléréséhez szükséges $\Delta\tau$ időtartamot a következő egyenlőségből nyerjük:

$$Q = C \cdot m \cdot \Delta t = q_{elvétele} \cdot A_{összes} \cdot \Delta\tau \quad (6.25)$$

ahol a víz fajhője $C = 4,18 \text{ kJ/kg.K}$. A kW-ot W-ra, a másodpercet órára váltva:

A $10 \rightarrow 30^\circ\text{C}$ hőmérséklet emeléshez szükséges idő: $\Delta\tau = 1,8 \text{ h}$

A $30 \rightarrow 50^\circ\text{C}$ hőmérséklet emelkedéshez, hasonló számítással: $\Delta\tau = 3,0 \text{ h}$

Az $50 \rightarrow 60^\circ\text{C}$ hőmérséklet emelkedésnél pedig: $\Delta\tau = 2,7 \text{ h}$

Összesen:

$$\tau = 7,5 \text{ h}$$

A nyert időtartam 25 %-al kisebb mint a napsütés időtartama. (Ilyen biztonság megválasztása indokolt, mert a rendszer hőveszteségét nem vettük figyelembe.) *A kollektor felületet tehát jól választottuk meg.*

Most számítsuk ki a nyáron megvalósuló legnagyobb hőmérsékletet. Ez akkor jön létre, ha a legnagyobb szoláris intenzitás mellett nincs vízelvétel. Ekkor a jelleggörbén: $X = 0,166$, és $I_{szol} = 1000 \text{ W/m}^2$, $T_{levegő, kint} = 30^\circ\text{C}$ értékekkel: $T_{víz} = 196^\circ\text{C}$. Ahhoz, hogy a víz ilyen hőmérsékleten ne forrjon föl: $p = 15 \text{ bar}$ -nál nagyobb nyomáson kell tartani. A bojler és az egész rendszer tervezési nyomásának válasszuk (biztonsággal): $p = 20 \text{ bar}$ értéket. Ez jelentősen drágítja a berendezést. Elő lehetne írni, hogy forró nyári napon le kell takarni a kollektorokat, de nem lehet számítani arra, hogy be is tartják. Ezért inkább a tervezési nyomást válasszuk biztonságosan nagy értékre.

A bemutatott számítógép programmal még sokféle üzemállapotot tanulmányozhatunk. Figyelembe vehetjük a direkt napsugárzás beesési szögét. Meghatározhatjuk a hasznosítható teljesítmény napi és évi változásait, a rendszer különféle üzemviteli és szabályozási módjait stb. Szempontunkból a lényeges az, hogy a hőszugárzással kapcsolatos számítást áttekintettük, és ez alapot nyújt további finomításokhoz.

A napenergia hasznosítására sokféle szerkezetet kitaláltak már. Az itt tárgyalt üvegfedésű sík napkollektor csak az egyik gyakran előforduló berendezés, amit esetenként a csináld magad mozgalom keretében állítanak elő.

7. KIEGÉSZÍTÉSEK

7.1. Alapfogalmak

Termodinamikai rendszer: Testek halmaza egymással hőátadási kapcsolatban.

Joule törvénye: A súrlódással termelt hőmennyiség egyenlő a befektetett munkával: $Q = L$,
 Q : hőmennyiség, mértékegysége: kJ vagy kWh, L : mechanikai munka (egysége ugyanaz).

A hőtan I. főtétele: Egy termodinamikai rendszerrel közölt (bevitt – kivitt) hőmennyiség vagy munka egyenlő a testek tárolható energia tartalmának (belső + helyzeti + mozgási) növekedésével.

Hőmérséklet: A test hőtani állapotát jellemző, hőmérővel mérhető mennyiség.

Jele Kelvin fokban T , Celsius fokban t : $T = 273,15 + t$.

Fajhő. Melegített test által felvett hőmennyiség: $Q = C m \Delta t$, C a fajhő, kJ/(kg K), m a test tömege, kg, Δt a hőmérséklet emelkedés, K vagy $^{\circ}\text{C}$. **Víz fajhője:** $C = 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$,

Fa: $C = 1,7 - 2,4 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Beton, kvarc: $C = 0,88 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Öntöttvas: $C = 0,50 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Levegő: $C_p = 1,0 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Száraz téglá: $C = 0,83 \text{ kJ}/(\text{kg K})$, K)

Acél: $C = 0,46 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

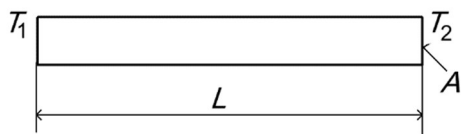
Nemfémek anyagok: $C = 0,67 - 4,2 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Fémek: $C = 0,13 - 1,01 \text{ kJ}/(\text{kg K})$

Hőáramsűrűség. A 3-dimenziós euklideszi tér A területű szelvényén t idő alatt átlépő Q hőmennyiség esetén a hőáramsűrűség: $q = \frac{Q}{A \cdot t}$, W/m^2 , magyarázatát lásd (1.2) egyenletnél.

7.2. Hővezetés

Szilárd testekben (vagy plasztikus anyag nyugvó térfogatában) a hőmennyiség vezetéssel terjed.



Réz	$\lambda = 390 \text{ W}/(\text{mK})$
Acél	$\lambda = 45 \text{ W}/(\text{mK})$
Fémek	$\lambda = 2 - 420 \text{ W}/(\text{mK})$
Építő és hőszigetelő anyagok	$\lambda = 0,02 - 3 \text{ W}/(\text{mK})$
Folyadékok (nem fémek)	$\lambda = 0,09 - 0,7 \text{ W}/(\text{mK})$
Gázok	$\lambda = 0,005 - 0,5 \text{ W}/(\text{mK})$

$$Q = \lambda \frac{T_1 - T_2}{L} A t \quad \text{Fourier törvény (1-dimenziós)}$$

Q hővezetéssel átvitt hőmennyiség t idő alatt

λ hővezetési tényező, $\text{W}/(\text{mK})$

T_1, T_2 hőmérsékletek (ábra), K vagy $^{\circ}\text{C}$

L rúd hossza (ábra), m

A keresztmetszet (ábra), m^2

$$\frac{T_1 - T_2}{L} = \text{grad } T, \text{ hőmérsékleti gradiens, K/m}$$

$\dot{Q} = Q/t$ hőáram, hőtéljesítmény, W

$$q = \frac{Q}{A \cdot t} = \frac{\dot{Q}}{A} \text{ hőáramsűrűség, } \text{W}/\text{m}^2$$

$$q = \lambda \text{ grad } T \quad \text{Fourier törvény (3-dimenziós)}$$

7.3. Konvekció

Szilárd testből folyadékba (víz, vízgőz, levegő), vagy folyadékból szilárd testbe átlépő **hőáramsűrűség** Newton fal-törvényével számítható: $q = \alpha_{konv} (T_{test} - T_{folyadék})$ ahol α_{konv} a konvekciós hőátadási tényező $\text{W}/(\text{m}^2\text{K})$, T_{test} a hőt átadó (felvevő) szilárd test hőmérséklete, $T_{folyadék}$ az áramló folyadék (gáz) hőmérséklete. Az α_{konv} értékére tájékoztató adatokat nyerünk 7.4. pont ábrája $\alpha_{összes}$ értékeiből levonva α_{sug} -ot. (Például függőleges fal mentén, levegő szabad áramlására: $\alpha_{konv} \cong 3 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$, de szél esetén $\alpha_{konv} \cong 19 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$ is lehet.)

7.4. Építési hőtechnika

Szabványok:

MSZ EN 832 (lakóépület esetén), EN ISO 13790 (egyéb esetben)

Régebbi használható szabványok:

MSZ-04-140/1 Épületek hőtechnikai számításai. Meghatározások és jelölések.

MSZ-04-140/2-85 Hőtechnikai méretezés (építészmérnöki számítás).

MSZ-04-140/3-87 Fűtési hőszükséglet számítás (épületgépészeti számítás).

MSZ 9384/2 Ablakok alkalmassági jellemzői. Fokozatok és előírások.

Ember jó közérzetének feltételei:

- Az eredő hőmérséklet **20 C° körüli** legyen (lásd alábbi ábrát).
- A relatív nedvességtartalom: 40 - 60 %.
- Friss levegő. Régebben helyiségek előírt légcseréje: 20 m³/(h.fő), dohányzás nélkül.

Eredő hőmérséklet emberre (szobai ruhában):

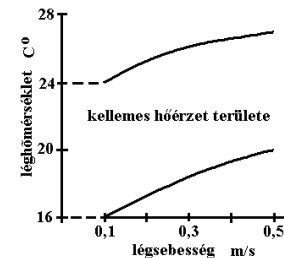
$$t_R = 0,46t_{lev} + 0,54t_{sug}.$$

A jó közérzet feltétele álló levegőben (ábra):

$$t_R = 20 \text{ C}^\circ \pm 4 \text{ C}^\circ.$$

Légmozgásban az ábra szerint:

(pl. ventilátor hatása).



Többrétegű fal hőátadása:

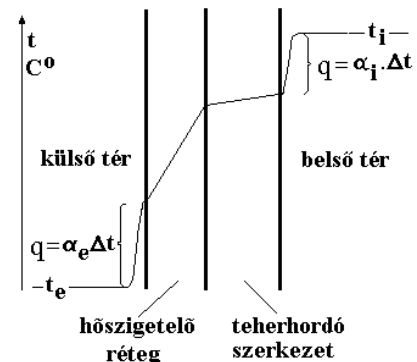
$$q = U(t_i - t_e), \quad q : \text{hőáramsűrűség}$$

U : hőátbocsátási tényező (régen k)

t_i, t_e : belső, külső hőmérséklet (ábra)

$$U = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_i} + R + \frac{1}{\alpha_e}},$$

$$R = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\lambda_i}, \quad d_i: \text{rétegvastagság}, \lambda_i \text{ hővezetési tényező}$$

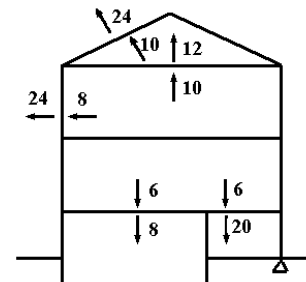


Felületi hőátadási tényezők (α_i, α_e):

Az ábra szerinti értékek magukba foglalják mind a sugárzási, mind a konvekciós tagot:

$$\alpha_{\text{összes}} = \alpha_{\text{sug}} + \alpha_{\text{konv}}.$$

Vakolt, festett falakra: $\alpha_{\text{sug}} \cong 5$, a maradék a konvekció. (Külső falon a téli széljárás miatt ilyen nagy.)



Hővezetési tényezők: Tégla: $\lambda = 0,81 \text{ W/(mK)}$, vasbeton: 1,55, kavicsbeton: 1,28, normál beton: 0,58, habbeton: 0,35, cementvakolat: 0,93, mészvakolat: 0,81, gipszvakolat: 0,29, perlitvakolat: 0,12 - 0,16, műanyaghabok: 0,034 - 0,047, üveggyapot: 0,046 - 0,058.

Előírt téli belső tervezési hőmérsékletek (lásd ábra): Lakó és iroda helyiség: $t_i = 20 \text{ C}^\circ$, csecsemő vagy beteg szoba: 22 C° , fürdőszoba: 24 C° , munkaterem: $12 - 20 \text{ C}^\circ$.

Téli külső tervezési hőmérséklet: $t_e = -15 \text{ C}^\circ$ (újabban: $t_e = -10 \text{ C}^\circ$).

Az épületet tervező építészmérnök valósítja meg az alábbi táblázat hőátbocsátási tényezőit! Az évek múlásával a követelményértékek változhatnak. A megadottaknál jobb is elérhető.

Épülethatároló szerkezet	A hőátbocsátási tényező követelményértéke U [W/m^2K]
Külső fal	0,45
Lapostető	0,25
Padlásfödém	0,30
Fűtött tetőteret határoló szerkezetek	0,25
Alsó zárófödém árkád felett	0,25
Alsó zárófödém fűtetlen pince felett	0,50
Homlokzati üvegezett nyílászáró, tetősík-ablak (fa és PVC)	1,60
Homlokzati üvegezett nyílászáró (alumínium)	2,00
Homlokzati üvegezetlen kapu	3,00
Homlokzati és fűtött és fűtetlen terek közötti üvegezetlen ajtó	1,80
Tetőfelülvilágító	2,50
Fűtött és fűtetlen terek közötti fal	0,50
Szomszédos fűtött épületek közötti fal	1,50
Talajjal érintkező fal 0 és -1 m között	0,45
Talajon fekvő padló a kerület mentén 1,5 m széles sávban (a lábazon elhelyezett azonos ellenállású hőszigeteléssel helyettesíthető)	0,50

7.5. Fűtés

Az *épületgépészetet* tervező gépészmérnök végzi el az épület téli hőszükséglet számítását a tényleges hőátbocsátási tényezők alapján (U -t lásd a többretegű falaknál), $\dot{Q} = qA$, ahol A a kívülről hűtött fal területe (szabvány szerint). Egy lakás téli fűtési hőszükséglete nagyságrendben: $\dot{Q} = 10$ kW.

Öntöttvas radiátor. Például Tisza III típus.

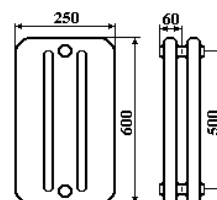
Adatok: $A = 0,3$ m² tagonként,

gőzfűtés esetén $k = 8,9$ W/(m²K),

vízfűtés esetén $k = 7,9$ W/(m²K).

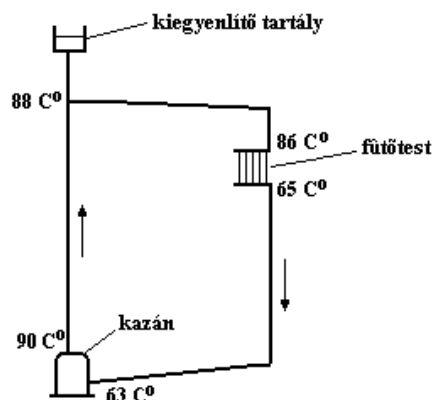
Például: $\Delta t = 80$ C° gőz: $q = 714$ W/m²,

azaz tagonként $\dot{Q} = 214$ W.



Gravitációs központi fűtés.

A fűtőtestek legalább egy emelettel magasabban vannak, mint a kazán (pl. a pincében). A felszálló csőben a víz hőmérséklete nagyobb, és a sűrűsége kisebb, mint a leszálló csőben. A sűrűségkülönbség miatti nyomáskülönbség keringteti a vizet. (Újabban a kiegyenlítő tartályok zártak, membránnal fedve.) A tüzelőanyag: fa, szén, koks, brikett, a fűtés általában szakaszos üzemű (csak nappal).



Kényszerkeringésű központi fűtés (cirkógejzír).

A vizet kis szivattyú keringteti. (A modern központi-fűtés-keringtető szivattyúk szinte teljesen zajtalanok.) A kazán egy szinten lehet a fűtőtestekkel. A tüzelőanyag általában gáz. A rendszert hőmérséklet érzékelő vezérli. Időkapcsolós érzékelővel éjszakára alacsonyabb hőmérséklet állítható be (költségmegtakarítás). Számos védelem (CO, CO₂ érzékelő, vízszivárgásjelző) beépíthető.

Távfűtés (pl. előregedett erőműből, általában gőzzel). Régen túlméretezett, újabban racionalizálás.

Padlófűtés. A fűtőcső kigyót a padló alá helyezik. A padló hőmérséklete **maximum 26 C°** legyen (izzadás, lábfej kellemetlen hőérzete miatt). Sok esetben a teljes padlófelület nem elegendő ahhoz, hogy a $26 - 20 = 6$ C° hőmérsékletkülönbség a szükséges hőmennyiséget a helyiségbe juttassa. Ekkor *kiegészítő fűtés* szükséges. Ez megvalósítható például *válaszfalba rejtett* csőkigyóval (akár 50 C° felületi hőmérséklettel).

Padló, fűtés nélkül. Kellemetlen hőérzetet kelthet, ha cipőben lábunk a padlót hidegnek érzi. Ezen összetett hatás a hőelvonás sebességétől függ, amit $b_p = \sqrt{\lambda c \rho}$ paraméter jellemez. Ebben a padló (elég vastag) legfelső rétegének hővezetési tényezője, fajhője és sűrűsége szerepel:

- $b_p < 0,7$: meleg padló (lakóhelyiségek),
- $0,7 < b_p < 0,84$: félmeleg padló (iroda, színház, üzem),
- $b_p > 0,84$: hideg padló (WC, konyha). Javítható például szőnyeggel.

Téli fűtésnél *megtakarítások* lehetősége:

- Ha a téli tervezési hőmérsékletet pl. - 10 C°-ra választják, akkor kisebb teljesítményű fűtőberendezés is elegendő. Néhány hidegebb nap esetén az épület hőtehetetlensége biztosítja a megfelelő belső hőmérsékletet. Hosszabb hideg időszak esetén pedig kiegészítő fűtés (hordozható villamos fűtőtest) használható.
- A falak és a nyílászárók hőátbocsátási U tényezőjét kisebb értékekkel valósítjuk meg. Falak esetén jó hőszigetelő anyagokkal (régi házakra utólag, kívülről). Ablakoknál pl. *termoüveggel* (két üveglap közül kiszivattyúzzák a levegőt: a konvekció zérus, csak sugárzási hőátadás van).
- Szakaszos üzem, éjszakára kisebb hőmérséklettel (kb. 20 % megtakarítás).

Tartalom

Bevezetés	3
1. ALAPISMERETEK	3
1.1. Az elektromágneses spektrum és mindennapi tapasztalataink	4
1.2. Az intenzitás	7
1.3. Az emisszió és az abszorpció egyensúlya, Kirchoff törvénye	12
2. A SUGÁRZÁS KIBOCSÁTÁSA	16
2.1. Az abszolút fekete test	16
a, Az üreg nyílása, mint abszolút fekete test	16
b, Az abszolút fekete test sugárzása, Planck törvénye	17
c, Kicsiny abszolút fekete lap sugárzási tere	20
2.2. A valóságos testek sugárzása	21
a, Az emissziós tényező	21
b, A szürke test közelítés	25
c, Szelektív számítás	27
1. példa. A fehér csempe emissziós tényezőjének hőmérsékletfüggése	27
2. példa. Üres főzőlap hőmérséklete	28
3. A SUGÁRZÁS TERJEDÉSE	33
3.1. Pontszerű sugárforrások tere	33
a, Párhuzamos egyenletes sugárzás	33
b, Kis gömb sugárzási tere	34
c, Kicsiny szürke lap sugárzási tere	35
3. példa. Kis szürke lapról kis lapra eső sugárzás	35
3.2. Kiterjedt testek sugárzási tere	36
a, A hőátadás alapképlete	36
b, A szférikus intenzitás	37
4. példa. Kis gömbre eső sugárzás	40
5. példa. Állandó hőmérsékletű szürke felületek sugárzási tere	41
3.3. Az intenzitás fogalomkörének összefoglalása	42
4. A SUGÁRZÁS ELNYELÉSE, VISSZAVERÉSE ÉS ÁTERESZTÉSE	44
4.1. Nem áteresztő testek	45
4.2. Áteresztő testek	46
4.3. Az abszorpciós és emissziós tényezők egyenlősége	46
4.4. Gázok sugárzási sajátosságai	47
6. példa. Gáztérfogaton áthaladó sugárzás	49
5. ÖSSZETETT SUGÁRZÁSI TÉR	50
5.1. Üregben kialakuló sugárzási tér	50
5.2. Két test sugárzási kölcsönhatása	51
a, Párhuzamos nagy szürke falak kölcsönhatása	52
b, Nagy szürke test és szürke környezetének kölcsönhatása	54
7. példa. Cső belsejében cső	57
5.3. Zárt térben levő testek sugárzási viszonyai	60
8. példa. Szobában levő test hőmérséklete	63
6. A NAP SUGÁRZÁSA	65
6.1. A sugárzás a Föld légkörén kívül	66
9. példa. Műhold hőegyensúlya	67
10. példa. Arannyal burkolt műhold	69
6.2. A Nap sugárzása a Föld felszínén	69
a, Kísérleti eredmények	70
b, Egyszerűsített számítás	76
11. példa. Napsütötte bőrlabda hőmérséklete	77
12. példa. Üvegház hőtani viszonyai	79
c, A széndioxid üvegház hatása	81
6.3. A napenergia hasznosítása	82
a, Villamos energiatermelés	82
b, Fűtés, hővédelem, árnyékolás	84
13. példa. Sugárzás elleni árnyékoló lap alkalmazása	84
c, Melegvíz szolgáltatás	87
14. példa. Melegvíz szolgáltató rendszer sík napkollektorokkal	88
7. KIEGÉSZÍTÉSEK	94
7.1. Alapfogalmak	94
7.2. Hővezetés	94
7.3. Konvekció	94
7.4. Építési hőtechnika	95
7.5. Fűtés	96