

10.173
1

Geodätische Arbeiten der Baron R. v. Eötvös-schen geophysischen Forschungen

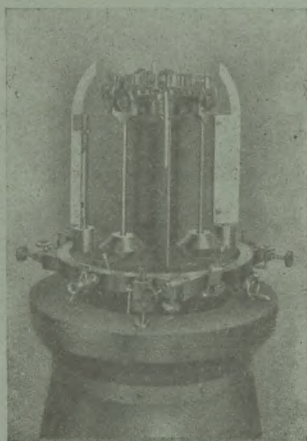
I.

RELATIVE BESTIMMUNG DER SCHWERKRAFT IN BUDAPEST

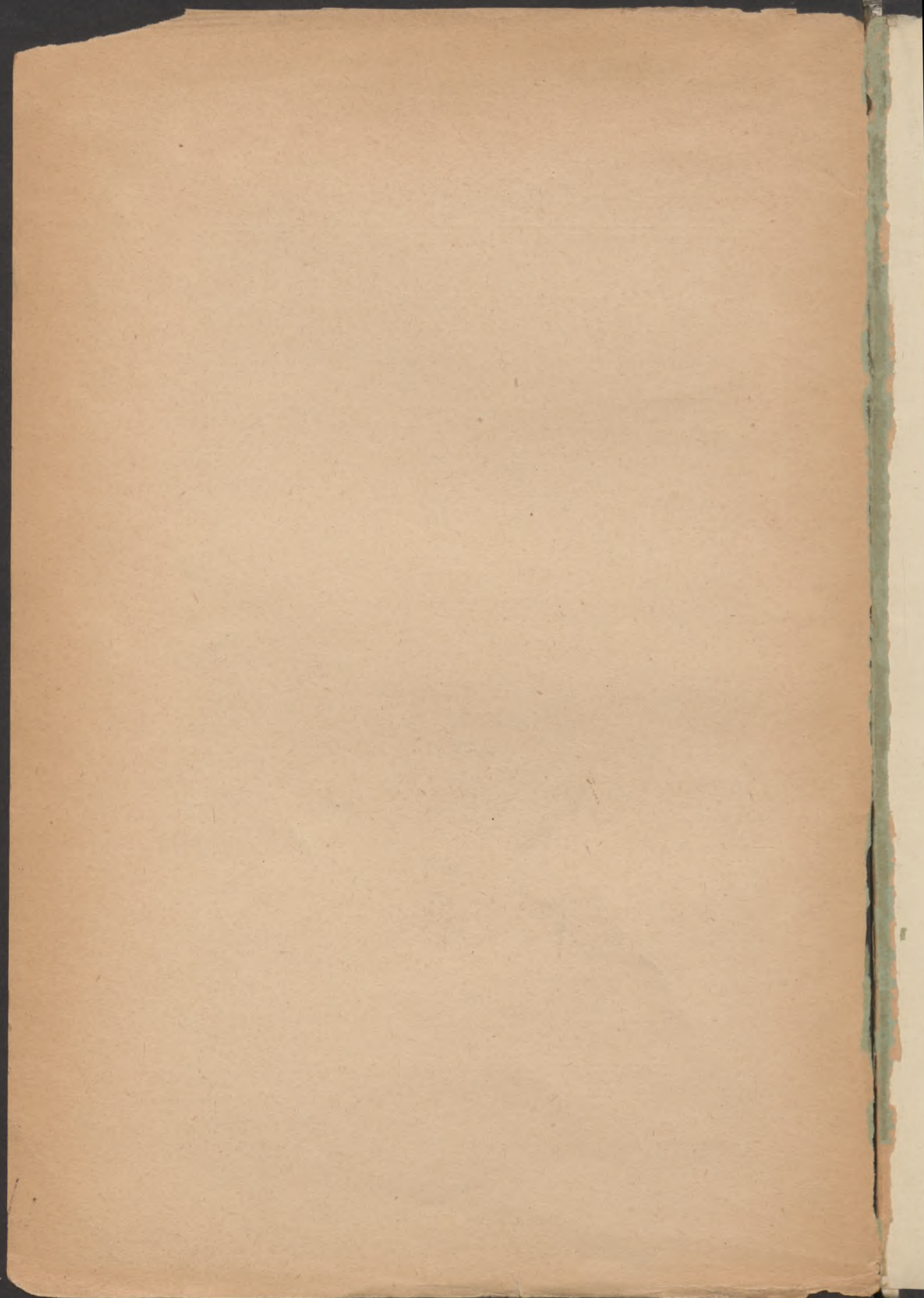
VON

KARL OLTAY

O. Ö. PROFESSOR DER TECHN. HOCHSCHULE IN BUDAPEST



BUDAPEST, 1917. DRUCK DES FRANKLIN-VEREINS



Geodätische Arbeiten der Baron R. v. Eötvös-schen geophysischen Forschungen

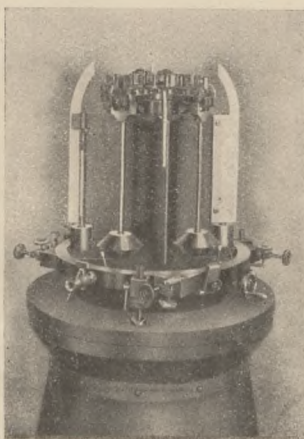
I.

RELATIVE BESTIMMUNG DER SCHWERKRAFT IN BUDAPEST

VON

KARL OLTAY

O. Ö. PROFESSOR DER TECHN. HOCHSCHULE IN BUDAPEST

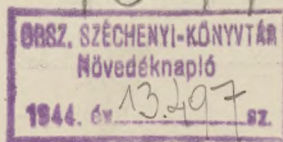


BUDAPEST, 1917. DRUCK DES FRANKLIN-VEREINS

Magyar Könyvtár Széchenyi Zoltán

Magyar Könyvtár Széchenyi Zoltán

Magyar Könyvtár Széchenyi Zoltán



EINLEITUNG.

Die in das Gebiet der höheren Geodäsie gehörigen Messungen, namentlich die Bestimmung der Deviation der Lotrechten, sowie die relativen Gravitationsmessungen, die Se. Exzellenz Herr Universitäts-Professor *Baron Roland von Eötvös*, wirkl. geheimer Rat, zu seinen wichtigen geophysischen Untersuchungen benötigte, unternahm auf das ehrende Ansuchen Sr. Exzellenz der *Verfasser*.

Als *Referenzstation* der relativen Gravitationsmessungen mit Pendeln von invariabler Länge diente eine bestimmte Stelle der technischen Hochschule in *Budapest*. Damit die Resultate der zahlreichen relativen Gravitationsmessungen auch anderweitigen wissenschaftlichen Zielen dienstbar gemacht werden können, habe ich schon beim Beginn meiner Messungen — im Jahre 1908 — den absoluten Wert der Schwerkraft für die Referenzstation Ungarns, aus der durch das Geodätische Institut zu *Potsdam* mittels *absoluter* Messungen bestimmten Schwerkraftbeschleunigung nach der *relativen Methode* abgeleitet.

Da aber gegen die im Jahre 1908 ausgeführten Messungen — trotzdem ihre Resultate, wie durch neuere Messungen bestätigt wurde, der erreichbaren Genauigkeit vollkommen entsprechen — Einwendungen gemacht werden könnten, weil einerseits eine Halbsekunden-Pendeluhr als Koinzidenzuhr diente, anderseits der Beobachtungsraum in thermischer Hinsicht nicht anstandslos war, fasste ich schon damals den Plan — besonders mit Rücksicht auf die grosse Bedeutung der Referenzstation — die Messungen zu wiederholen, sobald die Apparate für Gravitationsmessungen durch die, bei der Firma *Strasser* bestellte Sekunden-Pendeluhr vervollständigt wird, und die Be-

obachtungsräume in der technischen Hochschule vollendet sein würden.

Zur Ermöglichung der neuen Messungen wurde auf die günstige Äusserung des Direktors des Zentralaichungs-Institutes, Herrn technischen Oberrates *Nikolaus von Ghyczy*, durch Sr. Exzellenz *Baron Johann von Harkányi*, wirkl. geh. Rat, eine grössere Summe angewiesen.

Die zur Veröffentlichung dieses Werkes in zwei Sprachen erforderlichen, infolge des Krieges bedeutende Kosten, stellte mir Se. Exzellenz *Béla von Jankovich*, wirkl. geh. Rat, Minister der Glaubens- und öffentlichen Unterrichtsangelegenheiten aus jenem literarischen Fonds zur Verfügung, den er zur Unterstützung der technischen Arbeiten stiftete.

Ich schulde den genannten Herren für ihrer opferwilligen Hilfsleistung meinen nie vergehenden Dank und ergreife mit Freude die Gelegenheit, dies auch hierorts zum Ausdruck zu bringen.

Es gereicht mir auch zur angenehmen Pflicht, meinen wärmsten Dank dem hochgelehrten Leiter des Potsdamer Geodätischen Institutes, Herrn Prof. *Dr. F. R. Helmert*, geh. Ober-Regierungsrat und seinen berühmten Mitarbeitern, besonders den Herrn Professoren *E. Borrass*, *L. Haasemann* und *B. Wanach*, für die mir bezeugte herzliche Aufnahme, Gastfreundschaft und Unterstützung, die ich ihrerseits während meines Aufenthaltes in Potsdam genoss, auszusprechen.

Die bei meinen Messungen nötigen Zeitbestimmungen vollführte ich allein, die wichtige und mühsame Arbeit der Schwingungsdauerbeobachtungen teilte der Herr Obergeophysiker *Dr. Desiderius von Pekár* mit mir. Bei den Vorarbeiten, die an die Energie des Beobachters grosse Anforderungen stellen, stand mir der Herr Ingenieur *Nikolaus von Szecsődy* hilfreich bei.

Ihre gewissenhafte und sorgfältige Mitwirkung ist durch die grosse Genauigkeit, mit welcher die Ermittlung des Wertes der Schwerebeschleunigung gelang, belohnt.

1. §. Die Methode der Messung und ihre Prinzipien.

Die Grösse der Beschleunigung der Schwere zu Budapest habe ich von der absoluten Bestimmung zu *Potsdam* ausgehend durch Messung der Schwingungszeiten von *unveränderlichen* (*invariablen*) *Pendeln* abgeleitet.

Um mit der gewählten relativen Methode die äusserst mögliche Genauigkeit zu erreichen, muss man nach den bisherigen Erfahrungen beim Feststellen des Programms und Einrichtung der Messungen dieser Art folgendes beachten:

1. Der Pendelapparat und die Koinzidenzuhr sind in einem Raume von beständiger Temperatur aufzustellen.

Der Raum soll möglichst geräumig sein, damit die Lichtquellen und der Beobachter selbst keine wesentliche Erhöhung der Temperatur während der Beobachtung verursachen können. Hiedurch erreichen wir nicht nur die Regelmässigkeit im Gang der Uhr, sondern auch das, dass die, durch das Quecksilberthermometer angezeigte Temperatur mit der wirklichen Temperatur der Pendel nahezu identisch sein wird.

2. Die Konstanten der Pendel sind durch sehr genaue Messungen zu ermitteln. Besonders wichtig sind die Temperaturskonstanten, bei deren Bestimmung die Genauigkeit von $\pm 0.1 \times 10^{-7}$ Sekunden angestrebt werden muss.

3. Zur Temperaturbestimmung der Pendel sind besondere Thermometer (mindestens zwei) zu verwenden, deren Teilungs- und Indexfehler durch Vergleichen mit Normalthermometern sorgfältig zu bestimmen sind.

4. Als Koinzidenzuhr verwende man eine sowohl zur Transportierung, als auch zur raschen und soliden Aufstellung eingerichtete Sekunden-Pendeluhr, die mit einer Kontakteinrich-

tung versehen sein muss, durch welche der gleichmässige Gang nicht beeinflusst wird.

5. Es ist von grundlegender Wichtigkeit, die zur Ableitung des Uhrganges nötigen Zeitbestimmungen sorgsam und gewissenhaft durchzuführen. Als Instrument kann ein kleineres (transportables) Passageninstrument oder ein grösseres Universalinstrument verwendet werden. Die Zeitbestimmung ist nur auf Fixsterne mit zuverlässigen Koordinaten zu erstrecken und ist während der Schwingungsdauerbestimmung, je nach der Möglichkeit alle vier, bis fünf Tage zu wiederholen.

6. Bei der Ableitung des Uhrganges muss man die Luftdichtekonstante des Uhrpendels in Betracht nehmen; sollte der Beobachtungsraum von nicht vollkommen gleichmässiger Temperatur sein, dann ist auch eine Temperaturreduktion mittels der Temperaturkonstanten des Uhrpendels vorzunehmen.

7. Zur Befriedigung der *Invariabilitätsbedingungen* ist einerseits die Konstruktion des Pendels so durchzuführen, dass Veränderungen der Länge nicht leicht entstehen können, andererseits, dass gelegentlich der Handhabung und des Transportes der Pendel die peinlichste Sorgfalt beobachtet werden, um alle nachteilig wirkenden Erschütterungen und Anstösse zu vermeiden. Zur Elimination der geringeren Längenveränderungen, die auch beim richtig konstruierten und sorgfältig behandelten Pendel vorkommen können, muss man immer mehrere (mindestens vier) Pendel in die Messung einbeziehen; weiters verkürze man, durch möglichst rasche Durchführung der Messungen an den beiden Stationen, die Zeitdauer zwischen den Anschlussmessungen. Zur Feststellung der eventuell erfolgten Längenveränderungen und zur Elimination der geringen Einflüsse dieser Art mache man auf der Referenzstation zweimal Schwingungsdauermessungen, welche die Messungen auf der Aussenstation zeitlich symmetrisch einschliessen.

8. Die *relative Methode* ermöglicht es, den Einfluss der konstanten Fehlerquellen zu eliminieren, aber nur dann, wenn wir bei den Messungsvorgängen bis in die kleinsten Einzelheiten auf vollkommene Gleichmässigkeit und Identität achten.

Das Programm und die Einrichtung der Messungen hat der Verfasser mit der strengsten Berücksichtigung obiger Prinzipien festgestellt.

2. §. Zusammenfassung der in Budapest bisher ausgeführten Schwerkraftmessungen.

Der Verfasser hat diese Messungen in den im Verlage der kön. ung. Akademie der Wissenschaften erscheinenden «*Mathematikai és Természettudományi Értesítő*» (Mathematische u. naturwissenschaftliche Nachrichten) Band XXIX., Heft 1, unter dem Titel: «*Schwerkraftmessungen zu Budapest*» veröffentlicht.

Im Folgenden ist der Inhalt des Artikels in grossen Zügen wiedergegeben.

1. Die Messungen von Dr. Ludwig Gruber. Im Sommer des Jahres 1885 vollführte Dr. Ludwig Gruber, der wohlgelehrte Observator des kön. ung. Zentralen Meteorologischen Institutes, absolute Schwerkraftmessungen zu Budapest. Seine Messungen und deren Resultate sind im 1-ten Heft der XIII. Serie des im Verlage der kön. ung. Akademie der Wissenschaften erscheinenden «*Értekezések a math. tudományok köréből*» (Abhandlungen aus der Sphäre der math. Wissenschaften) unter dem Titel: «*Die Bestimmungen der Erdschwere zu Budapest im Jahre 1885*» veröffentlicht worden.

Gruber bediente sich eines von der Firma Repsold & Söhne stammenden Reversionspendels von dreiviertel Sekunden. Das Material des Pendels war Messing, die Schneiden bestanden aus Achat und schwangen auf Achatplatten. Der Massstab war ebenfalls aus Messing und trug an dem einen Ende einen mit zwei Hilfsstrichen versehenen 0-Strich, an dem anderen Ende eine 0.1 mm Einteilung, die sich von 557.9 mm bis 569.1 mm erstreckte. Zur Feststellung der Temperatur des Massstabes diente ein Metallthermometer. Das Messen der Pendeltemperatur geschah mittels eines Quecksilberthermometers, das näher nicht beschrieben war und das Gruber während der Beobachtung mehreremal mit dem Metallthermometer gleichzeitig ablas, um die während der Beobachtung der Schwingungen abgelesenen

Stellungen des Quecksilberthermometers zu reduzieren. Das Messen der Schwingungsdauer geschah nach der Koinzidenzmethode mittels einer Pendeluhr (No. 734) von *Dent*. Den Gang der Koinzidenzuhr hatte er an jedem einzelnen Beobachtungstag aus besonderen Zeitbestimmungen abgeleitet und zwar mittels *Meridiandurchgängen*, die er mit einem *Ertel*-schen Theodolit beobachtete. Jede Zeitbestimmung bestand aus der Beobachtung des Durchganges von zwei Polarsternen und 5—6 Südsternen.

Die Messungen sind in den vier möglichen Montierungsarten, bei jeder Montierung in je vier Lagen ausgeführt worden. *Gruber* machte vom 9. August bis 11. September an 8 Beobachtungstagen 32 einfache Beobachtungen, d. h. Schneidenabstandsmessungen und Schwingungsdauer-Beobachtungen mit symmetrischer Zeiteinteilung. Der Ort der Messungen war ein hölzernes Häuschen auf dem unter dem *Wiener Tor* liegenden Grunde des *Zentralen Meteorologischen Institutes*. Die Temperaturveränderungen der Räumlichkeit waren ziemlich beträchtlich, betrugen hie und da in dem Zeitraume von morgens 7 Uhr bis nachmittags 2 Uhr sogar 15° .

Die Koordinaten der Pendelstelle sind nach den lebenswürdigen Angaben des Herrn Dozenten *Dr. L. Steiner*:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 30' 12'', \\ \lambda &= 19^{\circ} 1' 55'' \text{ östl. von Greenw.,} \\ h &= 152 \text{ m.}\end{aligned}$$

Gruber erhält folgende Resultate: Die Länge des Sekundenpendels an dem Orte der Beobachtung ist bei einer Temperatur von 24.44° C des Massstabes:

$$L = 993.3133 \text{ mm,}$$

beziehentlich, wenn wir die im Anhange angegebene Mitschwingungsreduktion

$$dL = + 0.0481 \text{ mm} *$$

* Im Anhange wird auf Grund von Nachforschungen über das Mitschwingen des Pendelstativs sein Wert nach der dynamischen und statischen Methode, wie folgt, bestimmt.

auch in Betracht ziehen:

$$L = 993.3614 \text{ mm.}$$

Nach der Beendigung der Messungen hat *Gruber* den Massstab nach *Sèvres* gesandt, um in dem dortigen *Bureau International des Poids et Mesures* seine Gleichung feststellen zu lassen.

Die Ergebnisse der metronomischen Untersuchungen konnte *Gruber* nicht mehr aufarbeiten, denn er verfiel in eine schwere Krankheit und genas nicht mehr. Das von dem *Bureau International* ausgegebene Dokument ist im *Archiv des Meteorologischen Institutes* aufbewahrt worden und wurde mir von dort zur Verfügung gestellt.

Die Untersuchung des Massstabes bewerkstelligte unter der Aufsicht und Leitung *Mr. Benoit's*, des damaligen Subdirektors, *Mr. Palaz* auf dem *Universalkomparator* des Institutes bei *horizontaler Lage* des Massstabes. Zur Vergleichung dienten zwei Normalmeter, das eine aus Bronze, das andere aus Iridiumplatin bestehend. Ihre Gleichungen und Teilungsfehler waren aus vorher gemachten sorgfältigen Untersuchungen bereits bekannt.

Die Endresultate der Komparation sind aus 5 Serien von Beobachtungen abgeleitet worden; die Grenzwerte der durchschnittlichen Temperatur in den Beobachtungsreihen sind $+4.3$ und $+19.4^{\circ}$ C. Die Komparationen haben am 29. Juli 1886 begonnen und sind am 24. Jänner 1887 beendet worden. Das

Das Resultat der dynamischen Messung ist:

$$dL = +0.0443 \pm 0.0016 \text{ mm,}$$

das Resultat der statischen Messung:

$$dL = +0.0520 \pm 0.0018 \text{ mm.}$$

Der mitgeteilte und gebrauchte Wert ist das arithmetische Mittel der beiden.

«*Certificat*», welches die Resultate enthält, ist vom 10. Juni 1887 datiert.

Laut des «*Certificat's*» ist die Gleichung des Massstabes zwischen den Strichen 0 mm und 560.0 mm folgende:

$$B = 559^{\text{mm}} 979^{\mu} 0 (1 + 0.000018242 t).$$

Der wahrscheinliche Fehler des Wertes von B bleibt unter $\pm 1^{\mu}$.

Das «*Certificat*» gibt den Teilungsfehler eines jeden Teilstriches bei einer Temperatur von 0° an. Die Korrekturen, welche jene Teilstriche betreffen, die in *Gruber's* Messungen eine Rolle spielen, sind aus der diesbezüglichen Tabelle entnommen folgende:

beim Strich 559.4 mm	— 0.0221 mm
" " 559.5 "	— 0.0216 "

In Bezug auf das Metallthermometer gibt das «*Certificat*» an, dass der Temperaturdifferenz von 1° eine Verschiebung von 7.5 Mikron ($\pm 0.2^{\mu}$) auf dem Metallthermometer entspricht.

Mit Hilfe dieser Angaben kann aus den Messungen *Gruber's* die endgültige Länge des Sekundenpendels, wie folgt, abgeleitet werden:

beobachtete Länge bei 24.44° C	993.3614 mm
Reduktion wegen der Temperatur	+ 0.4458 "
Reduktion wegen der Fehler der Messskala	— 0.0218 "
Die Länge des Sekundenpendels am Beobachtungsorte	993.7854 mm

Folglich ist die Beschleunigung der Schwere:

$$g = 980.827 \text{ cm/sec}^2,$$

welcher Wert sich auf den durch folgende Angaben definierten Ort bezieht:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^\circ 30' 12'', \\ \lambda &= 19^\circ 1' 55'' \text{ östl. v. Greenw.}, \\ h &= 152 \text{ m.}\end{aligned}$$

Über die Genauigkeit des obigen, aus der absoluten Bestimmung herrührenden Wertes von g gibt *Gruber* keine ausführlichen Untersuchungen. Es kann aber aus seinen Angaben ein für die Genauigkeit genügend annähernder Wert abgeleitet werden.

Gruber gibt den Wert des mittleren Fehlers des Sekundenpendels mit

$$\mu_L = \pm 0.0012 \text{ mm}$$

an, dessen Wert er aus der Abweichung der Resultate der in vier Montierungen beobachteten 8 Bestimmungen abgeleitet hat. Dieser Wert ist charakteristisch für die Fehler des Messens der *Schwerpunktsbestimmung*, der *Schwingungsdauer* und der *Zeitbestimmung*. Es kommen aber in ihm zu keinem Ausdrucke die Fehler der *Temperaturkonstanten*, der *Messung des Schneidenabstandes* und der *Bestimmung des Mitschwingens*.

Der mittlere Fehler des Schneidenabstandes	—	—	$\pm 0.0021 \text{ mm}$
“ “ “ der Komparation	—	—	$\pm 0.0012 \text{ “}$
“ “ “ des Mitschwingens	—	—	$\pm 0.0030 \text{ “}$

Diese Fehler zusammenfassend können wir den mittleren Fehler der obigen Grösse des Sekundenpendels mit

$$\pm 0.0040 \text{ mm}$$

annehmen, folglich den mittleren Fehler im Werte von g :

$$\pm 0.0040 \text{ cm/sec}^2,$$

das entspricht einem $\pm 1/240000$ -sten Teil des Wertes von g . Dieser Wert enthält aber noch immer nicht die Wirkung jenes Fehlers, der aus der Bestimmung des Temperaturskoeffizienten herrührt.

2. Die Messungen von O. Krifka. Im Sommer des Jahres 1893 vollführte seitens des k. u. k. Militär-Geographischen Institutes Hauptmann O. Krifka relative Pendelmessungen zu

Budapest. Der Messungsvorgang und dessen Resultate wurden in 1893 im XIII-ten Band der «*Mitteilungen des k. u. k. Militär-Geogr. Institutes*» veröffentlicht in dem Artikel: *R. von Sterneck: Relative Schwerebestimmungen. Ausgeführt im Jahre 1893.* Die Messungen zu *Budapest* sind im ersten Kapitel des Artikels auf Seite 208—253 dargestellt.

Die Messungen sind mit einem *Sterneck*-schen Relativpendel-Apparat (No. 2) ausgeführt worden, indem drei Pendel (deren Zeichen: *I, II, VII* waren) beobachtet wurden. Die Ableitung der Schwingungsdauer geschah durch die Beobachtung der Koinzidenzen vermittels eines *Nardin*-schen *Chronometers*. Die Ableitung des Chronometerganges wurde durch die Vergleichung mit drei Chronometern bewerkstelligt, deren Stände durch Zeitbestimmungen festgestellt wurden. Die Zeitbestimmungen geschahen mit einem *Universalinstrument* von 22 cm *Kreisdurchmesser* mittels Messungen der *Sonnenkulminationen*. Diese letzteren Messungen vollführten der *Linien*schiffsleutnant *K. Koss*.

Als Ausgangsstation diente bei den relativen Bestimmungen *O. Krifka's Wien* und zwar der sogenannte «*Kellerpfeiler*» des *Militär-Geogr. Institutes*. Die Koordinaten dieser Stelle sind nach *Sterneck*:

$$\varphi = 48^{\circ} 12' 40'',$$

$$\lambda = 16^{\circ} 21.5'$$

$$h = 183 \text{ m,}$$

der Wert der Schwerkraftbeschleunigung ist

$$980.876 \text{ cm/sec}^2.$$

Dieser Wert ist aus den in der *Wiener Kaiserlichen Sternwarte* ausgeführten absoluten Bestimmungen durch von *Oppolzer* abgeleitet worden. Siehe «*Mitteilungen des k. u. k. Militär-Geogr. Institutes X. Band 1890 und XII. Band 1892.*»

Durch die direkte Verbindung der beiden Orte entstand der Wert

$$g_{\text{Mil.-Geogr.}} = g_{\text{Sternwarte}} + 0.010 \text{ cm/sec}^2.$$

Bemerkt sei noch, dass auch das *Potsdamer Geodätische Institut* relative Pendelmessungen zwischen *Potsdam* und dem

Militär-Geogr. Institut, weiters zwischen *Potsdam* und der «*Sternwarte*» vornahm. Aus diesen Messungen ist in indirekter Weise abgeleitet

$$g_{\text{Mil.-Geogr.}} = g_{\text{Sternwarte}} + 0.006 \text{ cm/sec}^2.$$

Siehe: *E. Borrass. Relative Bestimmungen der Schwerkraft...*, Veröffentlichung des kön. Preuss. Geodätischen Instituts, Neue Folge 23, Seite 2.

In *Budapest* war der Ort der Beobachtungen das Kellergeschoss unter dem *Laboratorium des Physikalischen Institutes* der *Universität*, welchen Raum Seine *Exzellenz Baron Roland von Eötvös* den Beobachtern zur Verfügung stellte. Die Räumlichkeit erwies sich mit ihrer gleichmässigen Temperatur als eine für die Beobachtungen sehr günstige; das Stativ der Pendel war auf dem bei den Aussenstationen gebrauchtem transportablem Pfeiler befestigt.

Die Koordinaten des Beobachtungsortes sind laut der Mitteilung

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^\circ 29' 43'', \\ h &= 122 \text{ m.}\end{aligned}$$

Die gemessenen Schwingungsdauern wurden mit den wegen der Amplituden, Temperatur, Luftdichte und des Uhranges nötigen Reduktionen auf den unendlich kleinen Bogen, eine Temperatur von 0° C , der Einheit gleichen Luftdichte und die Sternzeit umgerechnet.

Das Mitschwingen der Unterlage wurde ausser acht gelassen.

Schwingungsdauerbestimmungen geschahen vor und nach den Messungen zu *Budapest* auf der Ausgangsstation zu *Wien* je zweimal. Die Resultate sind tabellarisch zusammengefasst folgende:

Zeitpunkt	Die reduzierten Schwingungsdauer der Pendel in Sekunden			
	Pendel No I	Pendel No II	Pendel No VII	Mittel
6—8. März 1893	0.500 6055	0.499 0085	0.508 1228	0.502 5789
2—3. Mai	6049	0068	1210	5776
Mittel	6052	0076	1219	5782
27—28. Juli	0.500 6066	0.499 0086	0.508 1224	0.502 5792
26—27. September	6059	0079	1185	5774
Mittel	6062	0082	1204	5783

Wie aus dem ersichtlich, ist die Bedingung der *Invariabilität* bei den Messungen erfüllt gewesen.

Die Messungen zu *Budapest* haben am 22. Juni 1893 begonnen und haben am 25. Juni geendet. Während dieser Zeit ist jedes Pendel 6-mal beobachtet worden, die endgültige Schwingungsdauerbestimmung stammt somit aus 18 einfachen Beobachtungen:

Das Ergebnis der Messungen ist:

$$g = 980.860 \text{ cm/sec}^2,$$

welcher Wert sich auf den durch folgende Koordination definierten Ort bezieht

$$\varphi = 47^\circ 29' 43'',$$

$$\lambda = 19^\circ 3' 50'' \text{ östl. v. Greenw.,}$$

$$m = 122 \text{ m.}$$

Die Genauigkeitsuntersuchungen sind nicht mitgeteilt; aus den in der Mitteilung enthaltenen Angaben kann man den die Genauigkeit charakterisierenden mittleren Fehler nicht ableiten, da die Daten bezüglich der Fehler der Konstanten und der Genauigkeit der Zeitbestimmungen fehlen.

Der obige Wert von g bezieht sich auf das sogenannte «Wiener System», denn es diene als Ausgangswert der aus

den Messungen von *Oppolzer's* berechneten Beschleunigung. Wollten wir diesen Wert auf das sogenannte «*Potsdamer System*» d. h. auf jenes System, als dessen Grundlage der mit den modernsten Instrumenten und Methoden bestimmte Potsdamer Wert von g dient, umrechnen, alsdann müssen wir ihn mit einer Korrektur von

$$- 0.016 \text{ cm/sec}^2$$

versehen. Siehe «*Jahresbericht des Direktors des kön. preuss. Geodätischen Institutes für die Zeit von Apr. 1907 bis Apr. 1908, Seite 7.*»

Im «*Potsdamer System*» ist

$$g = 980.844 \text{ cm/sec}^2,$$

bei den Koordinaten:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^\circ 29' 43'', \\ \lambda &= 19^\circ 3' 50'' \text{ östl. v. Greenw.,} \\ h &= 122 \text{ m.}\end{aligned}$$

3. Die im Jahre 1908 von dem Verfasser ausgeführten Messungen.

Diese Messungen führte der Verfasser mit den Pendeln No. 112, 113, 114 und 115 auf demselben Pendel-Stativ aus, wie diejenigen im Jahre 1915.

Zum Messen der Schwingungsdauer diente ein Koinzidenz-Apparat von *Sterneck*. Als Koinzidenzuhr wurde eine *Halbsekunden Pendeluhr* No 141 von *Strasser* verwendet, die mir Herr Dr. F. R. *Helmert* mit liebenswürdiger Zuvorkommenheit zur Verfügung stellte. Der Gang der Koinzidenzuhr wurde vermittels Durchgangsbeobachtungen im Vertikale des Polarsternes abgeleitet, hiez diente ein Universalinstrument von *Starke-Kammerer*.

Die Unmittelbare Beobachtung der Durchgänge geschah mit der *Aug-* und *Ohrmethode* mittels eines Halbsekunden-

Chronometers von *Knoblich*; das Chronometer wurde während jeder Zeitbestimmung 4—5-mal mittels eines von *Fuess* herührenden Chronographen mit der Koinzidenzuhr verglichen.

Die Beobachtungen der Schwingungsdauer zu *Budapest* sind in dem *Laboratorium des physikalischen Gebäudes* der kön. Josef polytechnischen Hochschule geschehen (siehe Figur 3. P₁₉₀₈); die erwähnte Räumlichkeit überliess mir Professor *Dr. Emerich Szarvasy* mit einer ganz besonderen Liebenswürdigkeit. Die Räumlichkeiten für Geodäsie standen damals nämlich noch unter Bau. Der benützte Saal ist in dem Kellergeschoss auf der Ostseite des Gebäudes. Das Pendelstativ stand auf einem kupfernen Hohlpfeiler, der auf einem transportablen Pfeiler aus Eisenbeton von 120 kg Gewicht ruhte. Die Pendel schlangen während beiden Beobachtungen auf ein und derselben Stelle und zwar 4.7 m weit von der südlichen und 3.6 m von der östlichen Mauer entfernt.

Das Laboratorium ist mit einer Zentralheizungsanlage versehen und die Hauptrohre der Leitung laufen wie über sämtliche Räume des Kellergeschosses, auch durch diesen Saal. Zur Zeit der im Monate September ausgeführten Beobachtungen war die Heizanlage noch nicht in Betrieb und die Temperatur des Saales war eine erstaunlich gleichmässige. Hingegen war die Wirkung des Heizens, trotzdem sämtliche Heizkörper während der ganzen Messung immer abgestellt waren, wegen der Hauptrohre — obwohl in geringem Masse — doch fühlbar, denn es brachte im Messraume eine Tagesschwankung von 3° C zustande. Da aber zufolge der Einrichtung der Messung Schwingungsdauerbeobachtungen sowohl bei zunehmender, als auch bei abnehmender Temperatur geschahen, verursachte die Temperaturschwankung in der als Endresultat gewonnenen Schwingungsdauer keinen systematischen Fehler.

Die Koordinaten der Pendelstation zu *Budapest* sind:

$$\begin{aligned}\varphi &= 47^{\circ} 28' 48'', \\ \lambda &= 19^{\circ} 3' 11'' \text{ östl. v. Greenw.,} \\ h &= 104.4 \text{ m.}\end{aligned}$$

In *Potsdam* schwingen die Pendel bei beiden Gelegenheiten im sogenannten «*Mittelkeller*» des «*Geodätischen Instituts*» um 3·7 m tiefer als der «*Pfeiler 31*», auf den sich die absoluten Messungen zu *Potsdam* beziehen.

Diesem Höhenunterschied entsprechend sind die Schwingungsdauern um

$$+ 3\cdot0 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

reduziert auf den «*Pfeiler 31*» umgerechnet worden.

Der Wert der Schwerkraftbeschleunigung beträgt auf den «*Pfeiler 31*» bezogen

$$g = 981\cdot274 \text{ cm/sec}^2,$$

die Koordinaten des Ortes

$$\begin{aligned}\varphi &= 52^\circ 22\cdot9', \\ \lambda &= 13^\circ 41' \text{ östl. v. Greenw.}, \\ m &= 86\cdot5 \text{ m.}\end{aligned}$$

Diesbezüglich siehe: Dr. F. Kühnen und Dr. Ph. Furtwängler: *Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft mit Reversionspendeln, Veröffentlichung des königl. Geodätischen Institutes, Neue Folge, No. 27.*

Wenn eine Serie die nach einander folgende Bestimmung der Schwingungsdauer aller vier Pendel bedeuten soll, so wurden die während 24 Stunden beobachteten zwei, bezüglich vier Serien in der Zeit symmetrisch so eingeteilt, dass die aus den Temperaturschwankungen, weiters aus den systematischen Veränderungen des Uhrganges entstehenden Fehler periodischer Natur aus den Tageswerten eliminiert werden können.

Bezüglich des Zeitraumes der Messungen, der Anzahl der beobachteten Serien und der ausgeführten Zeitbestimmungen gibt folgende Tabelle Bescheid:

Fortlaufende Nummer	Station	Zeitdauer der Messung	Anzahl		
			der beobachteten Serien	der Schwingungsdauer Bestimmungen	der Zeitbestimmungen
1	Potsdam I. Messung	20—22. August 1908	6	24	2
2	Budapest I. "	19—21. Sept. "	6	24	3
	" II. "	26. Dezember 1908—			
3		2. Jänner 1909	16	64	2
4	Potsdam II. "	15—17. Jänner 1909	4	16	2

Die Endergebnisse des Messungen sind folgende:

Station	Red. Schwingungsdauer der Pendel in Sekunden				
	115	113	112	114	Mittel
Potsdam I.	0.501 1439	0.501 1611	0.501 0692	0.501 1605	0.501 1337
Budapest I.	2516	2696	1786	2686	2421
Budapest II.	2507	2703	1774	2693	2419
Potsdam II.	1435	1620	0694	1614	1341

Diesen Grössen entsprechend sind die Abweichungen in *Potsdam* und *Budapest* folgende:

	Pendel No.				
	115	113	112	114	Mittel
Potsdam I—II.	+ ^s 0.000 000 4	— ^s 0.000 000 9	— ^s 0.000 000 2	— ^s 0.000 000 9	— ^s 0.000 000 4
Budapest I—II.	+ 9	— 7	+ 12	— 7	+ 2

Wie ersichtlich, sind die Pendel während der Messung hinreichend *invariabel* geblieben.

Aus dem Unterschiede der Schwingungszeiten zu *Potsdam* und zu *Budapest* erhalten wir, den absoluten Wert von *Potsdam* verwendend, für die Station zu *Budapest* folgenden Wert der Schwerkraftbeschleunigung:

$$g = 980.852 \text{ cm/sec}^2,$$

welcher Wert sich auf den durch die *Koordinaten*:

$$\varphi = 47^\circ 28' 48'',$$

$$\lambda = 19^\circ 3' 11'' \text{ östl. v. Greenw.},$$

$$h = 104.4 \text{ m}$$

definierten Ort bezieht.

Bezüglich der erreichten Genauigkeit lieferten die Genauigkeitsuntersuchungen des *Verfassers* folgende Resultate:

Bezeichnen wir mit «*m*» den vollständigen mittleren Fehler des Stationswertes der Schwingungsdauer.

Dieses «*m*» lässt sich auf folgende Art darstellen (siehe Seite 109):

$$m^2 = a^2 + m_\beta^2 + m_v^2$$

Die bezüglichen Zahlenwerte an den einzelnen Stationen sind:

Station	a	m_v	m_β	m
Potsdam I. Messung	$\pm 3.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 0.5 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 1.1 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 3.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$
Potsdam II. Messung	± 3.0	± 0.7	± 1.3	± 3.4
Budapest I. Messung	± 3.0	± 0.9	± 1.5	± 3.6
Budapest II. Messung	± 3.0	± 0.6	± 1.9	± 3.2

Fassen wir die auf ein und derselben Station erhaltenen Werte der Schwingungsdauer zu arithmetischen Mitteln zusammen, so erhalten wir jene Schwingungsdauer, die bei der Ableitung des Endresultates benützt worden ist. Der mittlere Fehler dieser Schwingungsdauer beträgt laut Obigen:

$$\pm 2.4 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

sowohl bei den Beobachtungen zu Potsdam, als auch bei denen zu Budapest. Somit ist der mittlere Fehler, der aus den beiden Schwingungsdauern abgeleiteten Differenz

$$\pm 3.4 \times 10^{-7} \text{ sec},$$

was in der Beschleunigungsdifferenz einem Wert von

$$\pm 0.0013 \text{ cm/sec}^2$$

entspricht.

Der mittlere Fehler unserer relativen Bestimmung beträgt mithin den $\pm 1/750000$ -ten Teil des Wertes von g .

Die Endresultate der bisher ausgeführten Gravitationsmessungen sind tabellarisch zusammengestellt folgende:

Station — Observator Datum	Koordinaten der Station			Art der Messung	Gemessene Schwerkraft- beschleunigung g	Reduktion auf das Meeresniveau	Schwerkraft- beschleunigung im Meeresniveau g_0	Theor. Wert der Schwerkraft im Meeresniveau γ_0	$g_0 - \gamma_0$
	φ nördliche Breite	λ östl. von Greenwich	h über der Adria						
Königl. Meteorol. Institut. Dr. Ludwig Gruber 20. Aug.—Sept. 11. 1885.	47°30'12"	19°1'55"	+ 152 m	Absolute Messung mit $\frac{3}{4}$ Sekunden Reversions- pendel v. Repsold	cm/sec ² 980.827	cm/sec ² + 0.047	cm/sec ² 980.874	cm/sec ² 980.845	cm/sec ² + 0.029
Physik. Institut d. Univ. O. Kriška 6. März—27. Sept. 1893.	47°29'43"	19°3'50"	+ 122 m	Relative Messung mit invariablen Pen- deln bezogen auf Potsdam	980.844	+ 0.037	980.881	980.842	+ 0.039
Politechn. Hochschule. Karl Olthay Aug. 20. 1908. — 17. Jänner 1909.	47°28'48"	19°3'11"	+ 104.4 m	Relative Messung mit invariablen Pen- deln bezogen auf Potsdam	980.852	+ 0.032	980.884	980.841	+ 0.043

Zum Vergleichen der einzelnen Messungen dienen die in der letzten Rubrik befindlichen ($g_0 - \gamma_0$) Werte. Mit Rücksicht darauf, dass die Stationen von einander ziemlich entlegen sind, somit auch die örtlichen Unregelmässigkeiten Differenzen in der Schwerkraftbeschleunigung verursachen können, hat der Verfasser vor, relative Pendelmessungen zwischen diesen beiden Stationen vorzunehmen. Auf Grund der Resultate dieser Messungen kann dann die Genauigkeit jeder einzelnen Messung strengst festgestellt werden.

3. §. Beschreibung der Pendelstationen.

Potsdam. Die Messungen sind beidemale in dem sogenannten «Nord-Ost-Keller» ausgeführt worden; das Pendelstativ

war auf den in der Figur 1. dargestellten transportablen Pfeiler gesetzt gewesen.

Der Pfeiler stand zwischen zwei Stützpfeilern und seine Mitte war von der Südmauer 1.6 m und von der Ostmauer 4.2 m entfernt. (Siehe Fig. 2.)

Die Höhe der Pendelschwerpunkte betrug laut der liebenswürdigen Mitteilung des Herrn Prof. Borrass.

$$\pm 82.9 \text{ m};$$

somit ist die gemessene Schwingungsdauer auf

den Ort der absoluten Messungen, d. i. auf den Pfeiler 31 zu reduzieren und zwar mit einer Korrektur von $+3.0 \times 10^{-7} \text{ sec.}$ Die Richtung der Schwingungsebenen war bei beiden Messungen

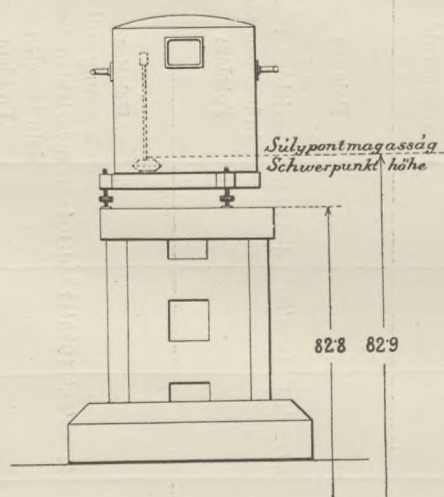


Fig. 1.

SW — NO,
beziehentlich
SO — NW.

Die Temperatur des Raumes war eine sehr gleichmässige.
Budapest. Der Gravitationshauptpunkt war in dem sogenannten Pendelsaal des geodätischen Lehrstuhles der Technischen Hochschule.

Der Saal liegt in der nordwestlichen Ecke des Hauptgebäudes der Hochschulen-Gebäudegruppe, die Höhe des Fussbodens ist jener des äusseren Erdbodens fast gleich. Der Plan der näheren Umgebung ist aus Figur 3. ersichtlich.

Das Hauptgebäude liegt an der Donau an der Südseite von Budapest, in dem «Lágymányos» genannten Stadt-

teil. In seiner Nähe sind nur in der Richtung nach Nordwesten Anhöhen (der 120 m hohe Berg «Gellért» ist beiläufig 250 m entfernt), in den anderen Richtungen ist es von der Ebene umgeben. Der Pendelsaal ist geräumig, seine Grundfläche beträgt 175 m² und die Höhe 3.5 m. Der Fussboden besteht aus zwei, sowohl von einander, als auch den übrigen Mauern des Gebäudes getrennt gebauten cca 3.0 m tiefen Betonblöcken, die mit einer dünnen Schichte von Asphalt überzogen sind.

Der Gravitationshauptpunkt ist ein 0.42 m hoher Monolithpfeiler von 0.38 m² Grundfläche und ist auf dem westlichen, kleineren Betonblock unter einem Gewölbe angebracht. Unter

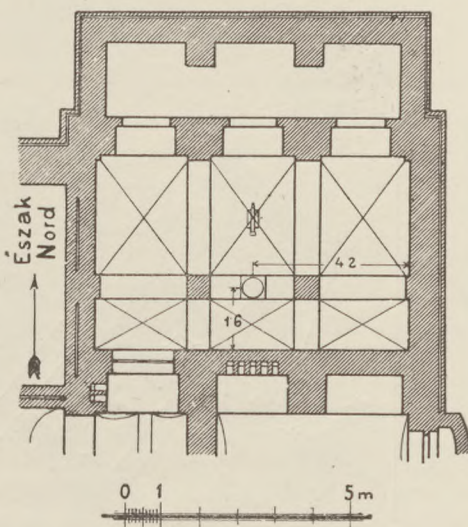


Fig. 2.

dem anderen Gewölbe ist ein ähnlicher Pfeiler. Das Resultat der Messung bezieht sich auf den in der Figur 4. mit GP.

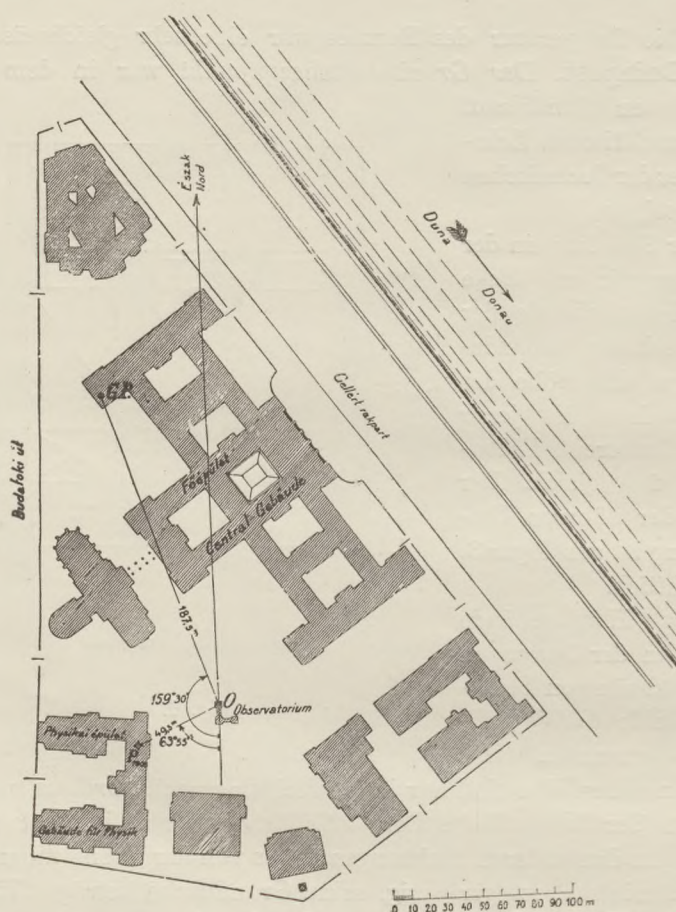


Fig. 3.

bezeichneten Pfeiler. Während der Messung war auf den Pfeiler ein hohler Kegelrumpf aus Kupfer gegipst und auf diesem stand das Pendelstativ.

In demselben Saal fand auch die Koinzidenzzuhr Platz und

sie stand auf dem anderen, grösseren Betonblock auf ihrem eigenen transportablen Eisenstativ.

Die Mitte des Pendelstativs war von der Westmauer 1.4 m und von der südlichen 5.8 m entfernt; die Höhe des Pendelschwerpunktes war:

$$105.57\text{ m}$$

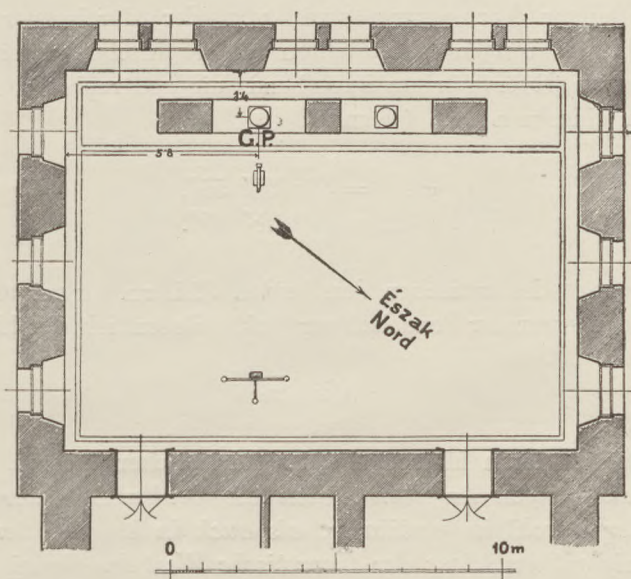


Fig. 4.

über dem Adriatischen Meer, welcher Wert mittels *Nivellierens* aus einem *Hauptpunkt* des *Militär-Geographischen Institutes* festgestellt wurde.

Die Richtungen der Pendelschwingungen waren:

$S - N,$

beziehentlich:

$O - W.$

Die Messungen im Jahre 1908 sind in dem *elektrochemi-*

schem Laboratorium des Prof. Dr. Emerich Szarvassy ausgeführt worden. Die gegenseitige Lage der beiden Pfeiler in horizontalem Sinn hat der Verfasser mittels Tachymetrie festgestellt und die Resultate sind in der Fig. 3. dargestellt. O bedeutet den Pfeiler des geodätischen Observatoriums, P₁₉₀₈ den Ort der Messungen im Jahre 1908, GP hingegen jenen Pfeiler, auf dem der Relativpendelapparat im Jahre 1915 stand. Auf Grund dieser Vermessung sind, von der durch astronomische Beobachtungen festgestellten geographischen Breite des Pfeilers im Observatorium ausgehend, die geographischen Breiten der einzelnen Orte folgende:

$$\begin{aligned}\varphi_{GP} &= 47^{\circ} 28' 55'', \\ \varphi_{P_{1908}} &= 47^{\circ} 28' 49''.\end{aligned}$$

Gemäss des zwischen den beiden Pfeilern vorgenommenen Nivellierens war der Pendelschwerpunkt gelegentlich der Messung im Jahre 1908

$$104.4 \text{ m}$$

über der mittleren Meereshöhe des Adriatischen Meeres.

Laut obigen Angaben stehen die beiden Pendelorte von einander sowohl in vertikaler, als auch in horizontaler Lage so wenig entfernt, dass der theoretische Wert der Gravitationskraft an beiden Orten als identisch anzunehmen ist.

Da aber ebenfalls zufolge dieser Nähe auch das Vorkommen von *lokalen Gravitationsstörungen*, die die Grösse des bei der relativen Messung zu erwartenden Fehlers überschreiten würden, unwahrscheinlich ist, kann vorausgesetzt werden, dass auch die wahren Werte der Gravitationskraft zwischen jenen Grenzen der Genauigkeit, die mittels der Pendelmethode zu erreichen ist, identisch seien.

Übrigens hat der Verfasser im Jahre 1913 zwischen beiden Pfeilern relative Gravitationsmessungen vorgenommen und hat auf dem Pfeiler P₁₉₀₈ fünf Serien, hierauf sofort auf dem Pfeiler GP vier Serien beobachtet und hat als Resultat folgende reduzierte Schwingungsdauer erhalten:

Station	Reduzierte Schwingungsdauer in Sekunden				
	bei dem Pendel No.				beim Mittelpendel
	115	113	112	114	
P ₁₉₀₈	0.501 2503	0.501 2706	0.501 1766	0.501 2669	0.501 2411
G.P.	0.501 2510	0.501 2708	0.501 1769	0.501 2671	0.501 2415
Differenz	+ 7	+ 2	+ 3	+ 2	+ 4

Obigen Messungen entsprechend wäre also die Differenz der Schwingungsdauer zwischen den beiden Stationen

$$+ 4 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Da bei diesen Messungen der mittlere Fehler des als Endresultat gebrauchten Wertes der Schwingungsdauer

$$\pm 2.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

beträgt, woraus der mittlere Fehler der Differenz der Schwingungsdauer

$$\pm 3.2 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

ist, kann obige Differenz ($+ 4 \times 10^{-7} \text{ sec}$) nicht als ein *reeller* Wert betrachtet werden, sondern es entspricht seine geringe Grösse unserer Voraussetzung, dass die Gravitationskraft an den beiden Stationen identisch ist.

4. §. Beschreibung der Apparate.

Die Pendel schwingen während der Messung auf einem Stativ, das aus der mechanischen Werkstatt *Stückraths* stammt und dessen Lichtbild die Figur 5. darstellt. Dieses Stativ ist mit jenem letzten Modell des *Potsdamer Geodätischen Institutes* übereinstimmend, das nach den Angaben des Herrn *Prof. Borrass* hergestellt wurde. Das Stativ vermag gleichzeitig vier

Pendel so zu tragen, dass die Schwingungsebene je zweier Pendel beiläufig dieselbe ist. Alle vier Pendel können vermittle einer aus Spiegeln und Prismen bestehenden Einrichtung aus

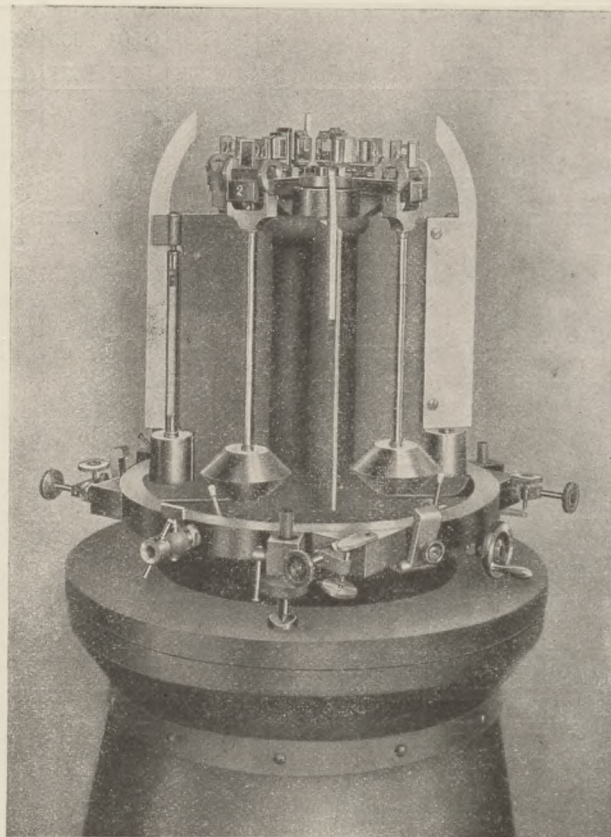


Fig. 5.

einer Richtung beobachtet werden, daher genügt der Gebrauch eines einzigen Koinzidenzapparates und kann die Schwingungsdauermessung jedweden Pendels mit dem unbewegten Koinzidenzapparat (Skala) geschehen, wenn das auf ihm befindliche Fernrohr in geringem Masse nach der Seite, rechts und links, beweglich ist.

Das Stativ ist den vier Pendeln entsprechend durch Scheidewände in vier Abteile getrennt, daher setzt das schwingende Pendel immer nur die sich in seinem Abteil befindliche Luft in Bewegung.

An der Stelle des Stativoberteiles, wo die Pendel aufliegen, sind Achatplatten angebracht. Diese Platten müssen so geschliffen sein, dass sie in eine Ebene fallen, da sie mittels der drei Fussrauben des Stativs gleichzeitig in wagrechte Lage gebracht werden müssen.

An dem bei der Messung gebrauchtem Stativ war diese Bedingung mit genügender Genauigkeit erfüllt.

Zum Wagrechtstellen der Achatplatten dienten eigene *Pendellibellen*, bei denen die Libelle auf ein besonderes, kurzes Pendel gesetzt war, das mit den, bei der Messung gebrauchten bezüglich der Konstruktion und des Gewichtes vollkommen identisch ist und auf der Achatplatte auf ebensolcher Achatschneide ruhte, wie das eigentliche Pendel selbst. *Hiedurch geschah das Wagrechtstellen unter einem Druck, dessen Grösse und Natur jenem, der während der Messung bestand, ganz gleich war.*

Die bei der Messung verwendeten Pendel sind ebenfalls aus der Werkstatt *Stückraths* und sie sind sowohl bezüglich ihrer Materie, als auch ihrer Konstruktion einander völlig gleich.

Sie bestehen aus Messing und sind vernickelt, ihre Form ist die gebräuchliche Linsenform, der Schaft und der obere Teil sind aus einem Stück bereitet, der Achatkörper, auf dem sich die schwingende Schneide befindet, ist in den oberen Teil starr eingepresst. An dem oberen Teil sind die zu den Beobachtungen nötigen Spiegel befestigt. Diese bestanden aus Glas, obwohl Metallspiegel dem Zweck besser entsprochen hätten, denn die Glaspiegel erleiden zufolge der starren Einfassung bei Temperaturveränderungen leicht Deformationen, die eine Verminderung der Bildschärfe zur Folge haben.

Verwendet man Metallspiegel und befestigt diese an dem oberen Teil, so können Deformationen dieser Art nicht eintreten.

Zur Schonung der Pendelschneiden ist ein Teil der oberen Stativhälfte mittels einer *Arretierschraube* zu heben und zu

senken. Hebt man die Pendel, so gelangen sie von den sogenannten «Arbeitsschneiden» auf die «Ruheschneiden». *Es wurde stets Sorge getragen, dass die Pendel nur während der Messung auf den Arbeitsschneiden ruhen.*

Es können zwei Pendelthermometer an dem Stativ befestigt werden, so dass sie nach der Befestigung unbeweglich sind. Das zur Aufnahme des Quecksilbers bestimmte Gefäss ist aus der Materie der Pendel verfertigt und ist ebenfalls in eine vernickelte Masse eingebettet, die Kapillarröhre ist von einer auch aus der Materie der Pendel bestehenden Scheide umgeben (ausgenommen die schmale Stirnseite).

Das Inschwungsetzen der Pendel geschieht durch die Vermittelung von Hebelarmen, die elfenbeinerne Enden haben. Die Hebelarme sind durch die sogenannten *Amplitudenschrauben* zu handhaben. Diese Schrauben können eingestellt werden, und hiedurch ist es zu erreichen, dass die Anfangsamplitude aller Pendel dieselbe sei.

Das ganze Stativ, mit den Pendeln und Thermometern zusammen kann mit einer doppelwandigen Metallhaube bedeckt werden. Die Haube besitzt den Richtungen der Thermometer und der Beobachtung entsprechende, gut verdichtete Glasscheiben. Das Zudecken mit der Metallhaube trägt zur Gleichmässigkeit der Temperatur des Pendelraumes wesentlich bei. Es versteht sich von selbst, dass die Amplituden- und Arretierschrauben sich ausserhalb der Haube befinden, sie sind somit auch nach dem Zudecken zugänglich.

Das hier in grossen Zügen beschriebene Stativmodell besitzt vor den die bisher gebräuchlichen grosse Vorteile, deren erster ist, dass alle vier Pendel in ein und demselben Pendelraume schwingen, wo die gut isolierende Haube alle rasch eintretenden Temperaturveränderungen verhindert; der zweite Vorteil besteht darin, dass die sich gegenüberstehenden, bzw. schwingenden Pendel eine sehr einfache und in einer der Natur der Messung vollständig entsprechender Weise vor sich gehende Bestimmung des Mitschwingens ermöglichen.

Bei den Messungen sind 8 Pendel verwendet worden, die von 108 bis 115 fortlaufend numeriert sind. Das Koinzidenz-

intervall sämtlicher Pendel war sehr nahe zu 3 Minuten. Die Pendel 112, 113, 114 und 115, die älterer Anschaffung sind, wurden vom Verfasser bereits mehreremal bei Gravitationsmessungen gebraucht, folglich hat er ihre Schwingungsdauer an derselben Stelle schon öfters gemessen. So erhielt er in *Potsdam* folgende Werte:

Datum	Reduzierte Schwingungsdauer in Sekunden				
	des Pendels No.				des Mittel- pendels
	115	113	112	114	
Februar 1908. (Bestimmung der Luft- dichtekonstanten)	0.501 1456	0.501 0716	0.501 1620	0.501 1649	0.501 1360
März 1908. (Bestimmung der Tem- peraturkonstanten)	1423	0688	1623	1619	1338
August 1908.	1439	0692	1611	1605	1337
Januar 1909.	1435	0694	1620	1614	1341
Juli 1915.	1420	0679	1623	1590	1328

Nach den Angaben der Tabelle haben alle Pendel, mit Ausnahme von No. 112, nach der Bestimmung der Luftdichtekonstanten ihre Längen wesentlich geändert und zwar sind sie kürzer geworden, was der molekularen Zusammenziehung entspricht.

Die Ursache der plötzlichen Zusammenziehung war die der Temperaturkonstanten-Bestimmung vorangehende *Temperierung* der Pendel. Die nachträglichen Veränderungen sind geringer.

Daten zu *Budapest* standen ebenfalls zur Verfügung und sie beziehen sich auch alle auf ein und dieselbe Station..

Fortlaufende Nummer	Datum	Reduzierte Schwingungsdauer in Sekunden				
		des Pendels No.				des Mittel- pendels
		115	113	112	114	
1	Sept. 1908	0.501 2516	0.501 2696	0.501 1786	0.501 2686	0.501 2421
2	Januar 1909	2507	2703	1774	2693	2419
3	Juli 1911	2503	2703	1750	2689	2411
4	Februar 1912	2512	2695	1769	2671	2412
5	April 1913	2497	2695	1759	2661	2403
6	Sept. 1913	2506	2696	1768	2670	2410
7	Juli 1915	2503	2689	1763	2668	2406
	Mittel	0.501 2506	0.501 2697	0.501 1767	0.501 2677	0.501 2412

Hiernach sind die Abweichungen der einzelnen Pendel von dem Mittel im Zehnmillionteln der Sekunde als Einheit ausgedrückt folgende:

Fortlaufende Nummer	Abweichung von dem mittleren Wert				
	115	113	112	114	Mittel
1	—10	+1	—19	— 9	—9
2	— 1	—6	— 7	—16	—7
3	+ 3	—6	+17	—12	+1
4	— 6	+2	— 2	+ 6	0
5	+ 9	+2	+ 8	+16	+9
6	0	+1	+ 1	+ 7	+2
7	+ 3	+8	+ 4	+ 9	+6

Die Abweichungen von dem mittleren Wert der Pendel No. 113 und 115 sind also solcher Ordnung, wie die Messungsfehler. Die Pendel No. 112 und 114 zeigen hingegen Längenveränderungen, die als reelle betrachtet werden können und zwar ist ihre Tendenz eine Verminderung der Länge. Die Veränderungen sind aber selbst nicht gross, so dass in dem kurzen Zeitintervall zwischen den Messungen an den beiden Sta-

tionen keine grösseren relativen Längenänderungen zu befürchten sind.

Bezüglich der Pendel No. 108, 109, 110 und 111 standen solche Daten nicht zur Verfügung, weil ihre Anschaffung später geschah. Da aber diese Pendel früher hergestellt wurden, als jene und zum Zwecke der Temperaturkonstanten-Bestimmung bereits zweimal temperiert waren, ist es wahrscheinlich, dass sie in Bezug auf ihre Invariabilität den Pendeln No. 112—115 gleichkommen.

Zur Bestimmung der Temperatur der Pendel dienten zwei Pendelthermometer von *Fuess*, deren Einteilung in *Fünftel Grade* nach der Celsiusskala ausgeführt war (sie tragen die Nummern 27679 und 32701); ihre Ablesung geschah während der Messung durch Fernrohre.

Die Thermometer hat die *Physikalisch-Technische Reichsanstalt 1906*, beziehentlich *1908* geprüft, das zweitemal unmittelbar nach der Beendigung der Messungen, d. h. im Juli des Jahres *1915*.

Die Ergebnisse der Prüfungen sind:

Stand des Thermo- meters, auf das sich die Korrektion bezieht	Thermometer No. 27679		Thermometer No. 32701	
	Die Korrektion in Celsius-Graden nach der Prüfung im Jahre			
	1906	1915	1908	1915
0°	—0.04	—0.08	—0.12	—0.16
+10°	—0.0	—0.06	—0.04	—0.10
+20°	—0.04	—0.08	—0.06	—0.12
+30°	—0.04	—0.08	—0.08	—0.12
+40°	—0.02	—0.08	—0.04	—0.10

Die Thermometerablesungen sind nach den Korrekturwerten des Jahres *1915* reduziert.

Zur Bestimmung des Luftdruckes diente ein *Aneroidbarometer* von *Short*, dessen Korrektur sowohl nach den in *Pots-*

dam, als auch in *Budapest* ausgeführten Vergleichen mit einem *Normalquecksilberbarometer* abgeleitet wurde.

Zum Messen der Luftfeuchtigkeit diente an beiden Stationen ein *Haarhygrometer* (nach *Koppe*).

Die beiden zur Beobachtung der Schwingungsdauer dienen-

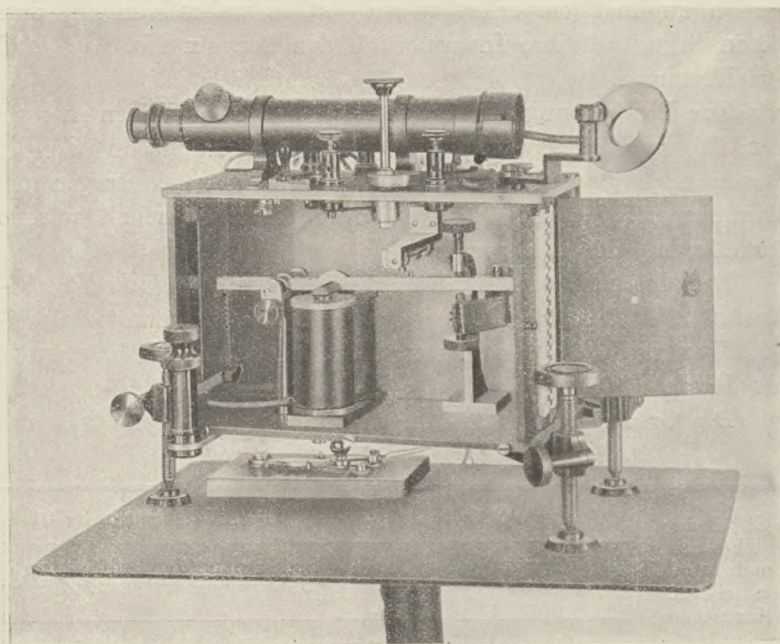


Fig. 6.

den Koinzidenzapparate waren mit der *Sterneck'schen* Type vollkommen identisch. (Fig. 6.) Damit die Intensität des durch den Apparat durchfließenden Stromes immer die gleiche sei, war ein abänderbarer Widerstand, weiters ein Voltmeter eingeschaltet, und es wurde vor jeder Pendelbeobachtung die Stromspannung mittels des Widerstandes auf ein und denselben Wert reguliert. Von den beiden Lichtsignalen wurde immer das dem Stromöffnen entsprechende berücksichtigt. Von den beiden Koinzidenzapparaten wurde jener zu *Budapest* unmittelbar vor der

Messung von neuem bespult, hiedurch wurde sein Gang glatter und erschütterungsfreier.

5. §. Die Koinzidenzuhren und ihr Gang.

Bei den Schwingungsdauermessungen zu *Potsdam* diente eine Sekundenpendeluhr des *Geodätischen Institutes*, «*Riefler 96*» als Koinzidenzuhr. Diese Uhr war mit einem barometrischen Kompensator versehen, so, dass der Luftdruck bei der Ableitung des Uhranges unberücksichtigt bleiben konnte. Herr Prof. *Wanach* gab für die ersten *Potsdamer* Beobachtungen den Uhrang wie folgt an:

Datum	Uhrang während 24 Stunden
21. Juni	
22. „	—0.27 sec
23. „	—0.29
24. „	—0.33
25. „	—0.38
26. „	—0.38

Dem entsprechend sind die Reduktionen der Uhrgänge und der entsprechenden Schwingungsdauer der einzelnen Serien bei der ersten Messung zu *Potsdam* folgende:

Serie	Uhrang während 24 Stunden	Reduktion
I.	—0.28 sec	-16×10^{-7} sec
II.	—0.29	—17
III.	—0.30	—17
IV.	—0.31	—18
V.	—0.35	—20
VI.	—0.36	—21
VII.	—0.36	—21
VIII.	—0.37	—21

Laut den Angaben des Herrn Prof. *Wanach's* waren die Werte des Uhranges zur Zeit der zweiten Messung zu *Potsdam* folgende :

Datum	Uhrang während 24 Stunden
11. Juli	
12. "	—0.43 sec
13. "	—0.45
14. "	—0.49
15. "	—0.42
16. "	—0.43
17. "	—0.41
18. "	—0.39

Die Uhrgänge und die entsprechenden Reduktionen die Serien der zweiten Potsdamer Messung betreffend sind :

Serie	Uhrang während 24 Stunden	Reduktion
I.	—0.46 sec	-27×10^{-7} sec
II.	—0.43.	—25
III.	—0.42	—24
IV.	—0.43	—25
V.	—0.42	—24
VI.	—0.42	—24
VII.	—0.42	—24
VIII.	—0.41	—24

Die mittleren Fehler obiger Uhrgänge können nach den gefälligen Angaben des Herrn Prof. *Wanach's*

$$\pm 0.02 \text{ sec}$$

betragen.

Bei der Beobachtung der Schwingungsdauer zu Budapest diente eine Präzisions-Sekundenpendeluhr aus der Werkstatt von *Strasser und Rohde* in Glashütte als Koinzidenzuhr. (Siehe Fig. 7.) Die Fabriknummer der Uhr ist 346.

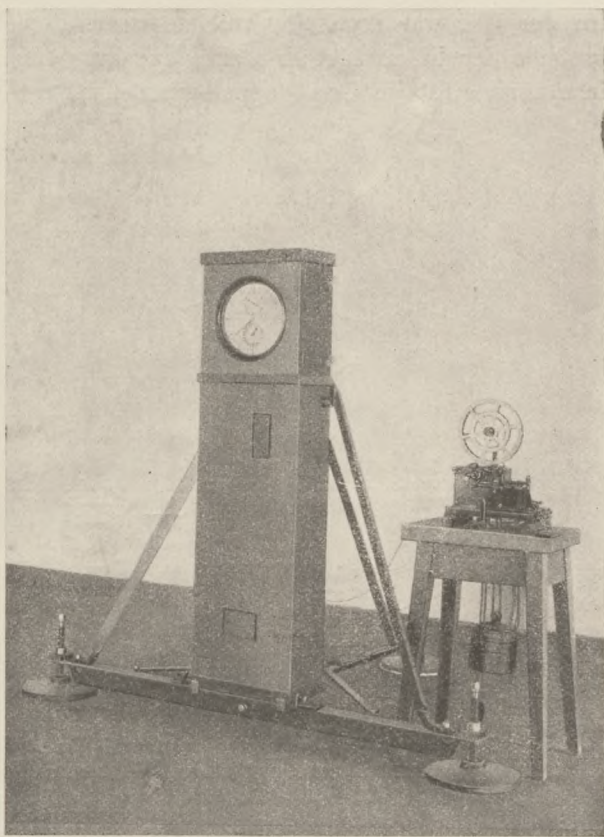


Fig. 7.

Das aus Nickelstahl verfertigte Pendel der Uhr ist mit einem Temperaturkompensator versehen. Die Uhr gibt Kontakte; und zwar durch ein einfaches Hebelwerk. Die konstruktiven Bestandteile der Uhr sind schematisch aus Fig. 8. ersichtlich; die Figur stellt auch die Drähte der elektrischen Verbindungen dar.

Die Figur zeigt auch, dass die Batterie und der Koinzidenzapparat auf eine sehr mannigfache Art und Weise verbunden werden können.

Die Batterie und der Koinzidenzapparat waren parallel geschaltet und die Leitung an den Schrauben *c* und *d* befestigt, im Innern der Uhr war durch das vollkommene Einschrauben der Schraube *e* der linksseitige Kontakt ganz ausgeschaltet. Bei dieser Schaltung gibt die Uhr doppelsekundenweise Kontakte.

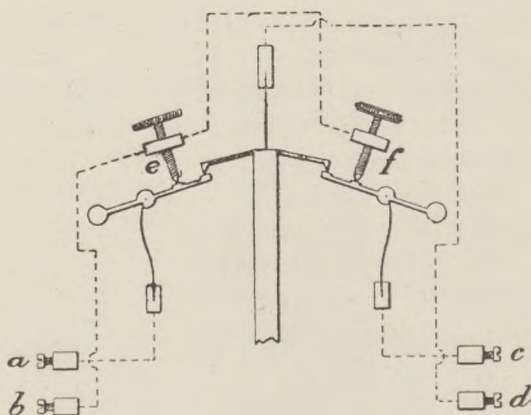


Fig. 8.

Zur Vermeidung der Funkenbildung ist eine Polarisations-Natriumzelle in die Leitung eingeschaltet gewesen.

Die Pendeluhr ist in einem Kasten aus hartem Holz montiert. Der Kasten ist an der Aussenseite mit Kupfer verkleidet; die sich über die ganze Aussenfläche erstreckende Metallverkleidung verteilt die Temperatur gleichmässig, verhindert also, dass im Innern des Uhrgehäuses Luftschichten verschiedener Temperatur entstehen.

Die Uhr ist übrigens speziell zum Gebrauch bei relativen Graviationsmessungen hergestellt worden, ihre Konstruktion ist daher eine solche, dass die Auf- und Abmontierung rasch vor sich gehen können und die bei ihrer Transportierung unvermeid-

lichen Erschütterungen auf das Uhrwerk und Pendel keine schadhafte Einwirkung üben.

Bei der Abmontierung kann die Pendelstange durch das Ein-

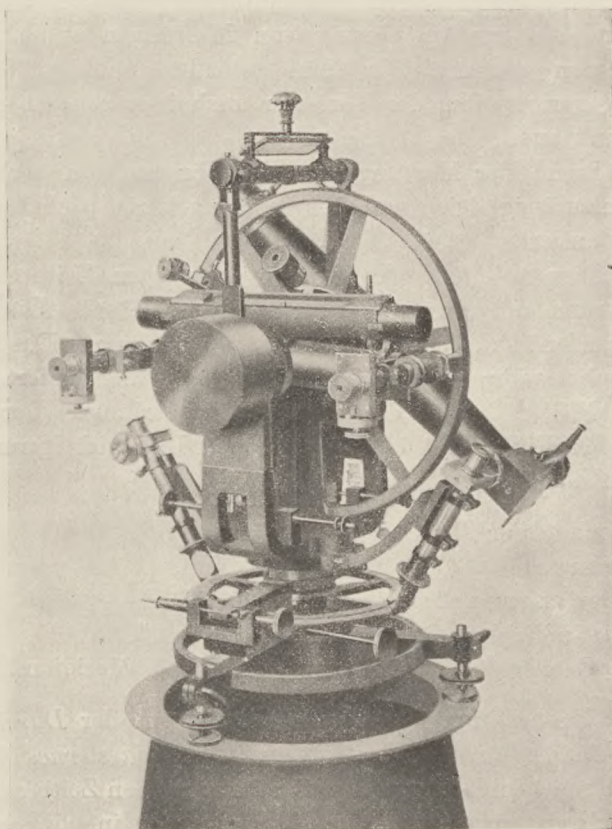


Fig. 9.

schrauben einer unten angeordneten Schraube ein wenig gehoben werden, wodurch die Aufhängefeder des Pendels entspannt wird; die Pendellinse kann nach der Hebung mit einem doppelten Holzeinsatz ganz starr an die Wand des Uhrkastens angeschraubt werden, ebenso auch das obere Ende der Pendelstange. Diese Art der

Fixierung erwies sich als sehr gut und ist für Uhren, die öfteren Transportierungen ausgesetzt sind, allgemein zu empfehlen.

Herr Prof. Wanach hatte die Liebenswürdigkeit, die Uhr nach ihrer Fertigstellung bezüglich der Gleichmässigkeit des Ganges und der richtigen Temperaturkompensation zu prüfen und fand sie zur Ausführung von Messungen ersten Ranges vollkommen geeignet. Für seine selbstlose und gefällige Bemühung spricht ihm der Verfasser auch hierorts seinen innigsten Dank aus.

Während der Messung war die Uhr auf ein zerlegbares, verhältnismässig leichtes, aber doch gehörig stabiles Eisenstativ montiert.

Die zur Ableitung des Uhranges nötigen Zeitbestimmungen wurden mit einem aus der Werkstatt *Starke-Kammerer's* herrührenden Universalinstrument vorgenommen. Das Instrument ruhte während der Messung auf dem tieffundierten, steinernen Pfeiler des geodätischen Observatoriums. (Der Pfeiler ist in der Fig. 3 mit «O» bezeichnet.) Die wichtigeren Massangaben des Instrumentes sind:

Durchmesser des Objektivs: 47 mm.

Brennweite « 490 mm.

Vergrösserung des Fernrohrs: 60-fach.

Empfindlichkeit der Achsenlibelle: 2'40".

Im Gesichtsfelde des Fernrohrs sind 5 Meridian-Fäden.

Als Zeitbestimmungsmethode diente jene der *Durchgangs-Beobachtungen in der Vertikalebene des Polarsternes* (Döllensche Methode) und es wurde bei jeder einzelnen Zeitbestimmung die Durchgangszeit von 10 bis 12 Südsternen in abwechselnden Kreislagen beobachtet. Die Beobachtung geschah nach einer Halbsekundenuhr von *Knoblich* nach der *Aug- und Ohrmethode*.

Das Chronometer wurde dann während der Messung mit Hilfe eines *Chronographen*, 4—5-mal mit der Pendeluhr verglichen. Aus den Zeitbestimmungen wurde nun die Korrektion des Chronometers und aus dieser, unter Berücksichtigung des Chronometerganges, die Korrektion der Pendeluhr für die Zeitpunkte der Uhrvergleichen abgeleitet.

Die auf obige Art ausgeführten Messungen ergaben bezüglich der Pendeluhr die in der vierten Kolonne folgender Tabelle ersichtlichen Korrekturen.

Fortlaufende Nummer	Datum	Sternzeit	Uhrkorrektur	Uhrgang in 24 Stunden in Sec.	Mittlerer Luftdruck mm	Uhrgang bei 760 mm Luftdruck	Anmerkung
1	17. Juni	13h 36m	+29m 57.42s				
		14 01	+29 57.52				
		14 18	+29 57.51				
		Mittel	13h 58m +29m 57.48s	+2.560	750.0	+2.700	Abgeleitet aus 1 und 2
2	3. Juli	18 01	+30 38.92				
		19 15	+30 39.01				
		19 32	+30 39.06				
		19 53	+30 39.05				
		19 59	+30 39.08				
		Mittel	19h 20m +30m 39.02s	+2.573	752.4	+2.679	Abgeleitet aus 2 und 3
3	5. Juli	16 42	+30 43.80				
		17 01	+30 43.95				
		17 24	+30 43.99				
		17 49	+30 43.89				
		Mittel	17h 14m +30 43.94	+2.515	752.5	+2.620	Abgeleitet aus 3 und 4
4	8. Juli	18 12	+30 51.61				
		18 20	+30 51.63				
		18 59	+30 51.64				
		19 16	+30 51.68				
		Mittel	18 42 +30 51.64				

Die in der 5-ten Rubrik der Tabelle angegebenen Uhrgänge beziehen sich immer auf die neben ihnen verzeichneten durch-

schnittlichen Luftdrucke. Die Werte der durchschnittlichen Luftdrucke sind mit Hilfe eines *Barographen* ermittelt worden.

Der auf 760 mm Luftdruck bezogene Uhrgang wurde aus dem durchschnittlichen Uhrgang mit der Korrektur

$$- 0.014 (B - 760) \text{ sec}$$

berechnet, wo B den durchschnittlichen Luftdruck bedeutet.

Die reduzierten Uhrgänge sind in der letzten Rubrik verzeichnet.

Wie es aus den Angaben der Tabelle ersichtlich ist, war der Gang der Pendeluhr immer ein sehr gleichmässiger.

Dann wurden die, die einzelnen Serien betreffenden Uhrgänge, den mittleren Luftdrucken der Pendelseries entsprechend, aus den auf 760 mm bezogenen Uhrgängen abgeleitet.

Die bezüglichen Berechnungen und Resultate sind in folgender Tabelle enthalten:

Serie	Mittlerer Luftdruck B in mm	+0.014(B-760)	Uhrgang	Reduktion
I.	747.2	-0.179 sec	+2.521 sec	+146×10 ⁻⁷ sec
II.	747.9	-0.169	+2.531	+147
III.	749.3	-0.150	+2.550	+148
IV.	751.6	-0.118	+2.561	+149
V.	751.4	-0.120	+2.559	+148
VI.	753.2	-0.095	+2.584	+150
VII.	752.4	-0.106	+2.573	+149
VIII.	752.7	-0.102	+2.538	+147
IX.	753.1	-0.097	+2.523	+146
X.	752.6	-0.103	+2.517	+146
XI.	752.0	-0.112	+2.508	+146
XII.	752.0	-0.112	+2.508	+146
XIII.	753.3	-0.093	+2.527	+147
XIV.	752.8	-0.101	+2.519	+146
XV.	751.8	-0.105	+2.515	+146
XVI.	752.2	-0.109	+2.511	+146

Der mittlere Fehler der Uhrkorrekturen, die zur Ableitung des Uhganges verwendet wurden, einschliesslich der durch die chronographische Zeitübertragung entstandenen Fehler kann im Grenzwerte

$$\pm 0.05 \text{ Sekunden}^*$$

betragen.

Da der durchschnittliche Zeitabstand zwischen je zwei Zeitbestimmungen vier Tage betrug, kann der mittlere Fehler der Uhgänge bei den Messungen zu Budapest mit

$$\pm 0.02 \text{ Sekunden}$$

bewertet werden, was in der Schwingungsdauer einem Wert von

$$\pm 1.2 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

entspricht.

6. §. Die Bestimmung der Pendelkonstanten.

Die Bestimmung der *statischen Temperaturskonstanten* der bei der Messung gebrauchten Pendel geschah in dem *Potsdamer Geodätischen Institut*, dessen hierzu dienliche Einrichtungen der Herr Direktor *Helmert* dem Verfasser mit der grössten Zuvorkommenheit zur Verfügung stellte.

Die Bestimmung der *Luftdichtekonstanten* geschah, die Pendelgruppe 112—115 betreffend, in *Potsdam*, die Pendel-

* Der mittlere Fehler jener Chronometer-Korrektion, die aus der in zwei Kreislagen beobachteten Durchgangszeit eines Sterns bestimmt wurde, betrug nach dem zur Verfügung gestandenen Messungsmaterial

$$\pm 0.10 \text{ sec.}$$

Da der endgültige Wert der Korrektion aus mindestens 5 Sternpaaren abgeleitet war, beträgt der mittlere Fehler des Endresultates

$$\pm 0.045 \text{ sec.}$$

Nehmen wir den mittleren Fehler der chronographischen Übertragung zu

$$\pm 0.01 \text{ sec}$$

an, so ist die abgeleitete Korrektion der Pendeluhr

$$\pm 0.046 \text{ sec.}$$

gruppe 108—111 betreffend in *Budapest*. Jene Messungen, die zur Bestimmungen der Konstanten dienten — mit Ausnahme der zur Temperaturskonstanten der Pendelgruppe 108—111 nötigen — hat der Verfasser selbst ausgeführt.

a) *Die Bestimmung der Luftdichtekonstanten der Pendel 112, 113, 114 und 115.*

Der kupferne Hohlfeiler des Pendelapparates war während der Bestimmung der Luftdichtekonstanten unmittelbar auf dem Asphalt des *Mittelkellers* des *Potsdamer Geodätischen Institutes* festgegipt und zwar an derselben Stelle, wo er auch im Jahre 1908 während der Anschlussmessungen stand.

Der Gang der Messung war in grossen Zügen folgender:

Zuerst wurden *zwei* Serien bei dem herrschenden Luftdruck beobachtet, dann ward die Luft nach Möglichkeit ausgepumpt, und es wurde der Reihe nach bei ungefähr 200 mm, dann unter *steigendem Luftdruck* bei 280, 380 und 480 mm, endlich abermals beim normalen Luftdruck je *eine* Serie beobachtet. Dann geschah die Untersuchung bei *abnehmendem Luftdruck* für je *eine* Serie bei 480, 380, 280 und 180 mm Druck.

Die reduzierte Schwingungsdauer ist aus der als Resultat erhaltenen Schwingungsdauern nach folgender Formel berechnet worden:

$$t = t' - C_a a^2 - C_d d - C_\tau \tau + C_g g - m.$$

Die Bedeutung der Zeichen, siehe Seite 94.

Die annähernden Werte der unbekannten Luftdichte- (C_d), und Temperaturskonstanten (C_τ) wurden in Bezug auf jedes einzelne Pendel aus den obigen und aus den später mitzuteilenden Messungen der Temperaturskonstanten abgeleitet.

Die *annähernden Werte der Luftdichtekonstanten sind:*

beim Pendel	115	— — — — —	650×10^{-7} sec,
„	„	112	— — — — — 664×10^{-7} sec,
„	„	113	— — — — — 661×10^{-7} sec,
„	„	114	— — — — — 667×10^{-7} sec.

Die *annähernden Werte der Temperaturskonstanten sind:*

beim Pendel	115	$48.2 \times 10^{-7} \text{ sec.}$
"	"	112 $47.7 \times 10^{-7} \text{ sec.}$
"	"	113 $46.6 \times 10^{-7} \text{ sec.}$
"	"	114 $48.1 \times 10^{-7} \text{ sec.}$

Die Reduktion der rohen Messresultate geschah diesen Werten entsprechend. Zur Beobachtung der Koinzidenzen diente die Uhr «*Strasser und Rohde 101*»; Prof. *Wanach* war so liebenswürdig, den täglichen Gang der Uhr während des Zeitabschnittes der Messungen in Folgendem anzugeben:

Urgang am	25. Februar	— 0.33 sec
"	"	26. "	— 0.26 "
"	"	27. "	— 0.34 "
"	"	28. "	— 0.40 "
"	"	29. "	— 0.42 "
"	"	2. März	— 0.29 "
"	"	3. "	— 0.25 "
"	"	4. "	— 0.23 "
"	"	5. "	— 0.27 "
"	"	6. "	— 0.26 "
"	"	7. "	— 0.34 "

Der Wert des Mitschwingens ist mit der später zu erläuternden Methode der Doppelpendel sowohl bei normalem, als auch bei niedrigem Luftdruck aus mehreren Serien bestimmt worden.

Die Ergebnisse der Mitschwingenmessungen sind:

Pendel	24. Febr. 1908	7. März 1908	Bei der Reduktion ist angewendet worden
	Mitschwingen bei		
	B=745.0 $\frac{m}{m}$	B=176.0 $\frac{m}{m}$	
115	$62^s \times 10^{-7} \text{ sec}$	$58^s \times 10^{-7} \text{ sec}$	$60^s \times 10^{-7} \text{ sec}$
112	60	60	60
113	60	58	59
114	58	56	57

Für die Bestimmung der Luftdichtekonstanten erhielten wir folgende Resultate:

I. Luftdichte-

Pendelnummer	Beobachter	Mittlere Zeit der Beobach- tung	Ausschlag	Temperaturveränderung während 1 Stunde	Temperatur des Pendels in C. Graden	Luftdruck in mm	Luftfeuchtigkeit in %	Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relative Luftdichte
25. Februar 1908.									
115	0	10 ^h 52 ^m a	14'	+ 0.08	+ 9.02	744.5	75		0.945
112	0	11 58a	15	+ 0.02	+ 9.07	744.5	75		0.945
113	0	1 4p	18	+ 0.02	+ 9.09	744.3	75		0.945
114	0	2 12p	16	0.00	+ 9.10	744.4	75		0.945
115	0	4 18p	14	+ 0.02	+ 9.11	744.7	75		0.945
112	0	5 30p	16	+ 0.04	+ 9.14	745.1	75		0.945
26. Februar									
113	0	10 52a	18	+ 0.02	+ 8.99	751.4	75		0.954
114	0	11 58p	15	+ 0.04	+ 9.02	751.8	75		0.954
27. Februar									
115	0	11 18a	23	+ 0.06	+ 8.94	200.0	74		0.254
112	0	12 30p	21	+ 0.04	+ 9.05	200.0	74		0.254
113	0	5 12p	18	+ 0.04	+ 9.24	200.8	73		0.255
114	0	6 24p	21	+ 0.06	+ 9.29	198.5	73		0.252
28. Februar									
115	0	10 0a	22	+ 0.04	+ 9.21	281.5	73		0.357
112	0	11 6a	21	+ 0.02	+ 9.24	281.0	73		0.357
113	0	12 12p	19	+ 0.02	+ 9.26	281.0	73		0.357
114	0	1 24p	22	+ 0.04	+ 9.29	281.5	73		0.357
29. Februar									
115	0	9 42a	20	+ 0.02	+ 9.11	378.0	72		0.480
112	0	10 48a	20	+ 0.06	+ 9.15	378.0	72		0.480
113	0	11 54a	18	+ 0.04	+ 9.20	378.5	72		0.480
114	0	1 0p	21	+ 0.02	+ 9.23	378.6	72		0.481
2. März									
115	0	11 6a	21	+ 0.02	+ 8.80	472.8	66		0.601
112	0	12 12p	21	+ 0.08	+ 8.85	472.9	66		0.601
113	0	3 54p	19	+ 0.06	+ 8.98	473.2	66		0.601
114	0	5 6p	19	+ 0.04	+ 9.03	473.2	66		0.601

konstante										
Koinzidenzen-Intervall		Die beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion wegen					Reduzierte Schwingsungs- dauer in Sternzeit- sekunden		
			Ausschlag	Temperatur	Luftdichte	Urgang	Mischungen			
25. Februar 1908.										
198.98 ^s	0.501	2596	— 6	— 435	— 614	— 19	— 60	0.501	1462	
211.20		1865	— 6	— 433	— 628	— 19	— 60		0719	
196.54		2753	— 9	— 424	— 624	— 19	— 59		1618	
195.81		2800	— 7	— 438	— 630	— 19	— 57		1649	
199.09	0.501	2589	— 5	— 439	— 614	— 19	— 60	0.501	1452	
211.20		1865	— 6	— 436	— 628	— 19	— 60		0716	
26. Februar										
196.54		2753	— 9	— 419	— 631	— 16	— 59		1619	
195.93		2792	— 6	— 434	— 636	— 16	— 57		1643	
27. Februar										
206.48	0.501	2137	— 14	— 431	— 165	— 20	— 60	0.501	1447	
219.75		1402	— 12	— 433	— 169	— 20	— 60		0708	
203.72		2302	— 10	— 431	— 169	— 20	— 59		1613	
202.94		2350	— 12	— 447	— 168	— 20	— 57		1646	
28. Februar										
204.89	0.501	2232	— 13	— 444	— 232	— 23	— 60	0.501	1460	
218.02		1493	— 12	— 441	— 237	— 23	— 60		0720	
202.37		2384	— 10	— 432	— 236	— 23	— 59		1624	
201.69		2426	— 13	— 447	— 238	— 23	— 57		1648	
29. Februar										
203.65	0.501	2306	— 11	— 440	— 312	— 24	— 60	0.501	1459	
216.63		1567	— 11	— 437	— 319	— 24	— 60		0716	
201.13		2461	— 10	— 429	— 317	— 24	— 59		1622	
200.34		2510	— 12	— 444	— 321	— 24	— 57		1652	
2. März										
202.71	0.501	2363	— 12	— 424	— 391	— 17	— 60	0.501	1459	
215.52		1627	— 12	— 423	— 399	— 17	— 60		0716	
200.21		2518	— 9	— 419	— 397	— 17	— 59		1617	
199.40		2569	— 10	— 435	— 401	— 17	— 57		1649	

I. Luftdichte-

Pendelnummer	Beobachter	Mittlere Zeit der Beobach- tung	Ausschlag	Temperaturveränderung während 1 Stunde	Die Temperatur des Pendels in C. Graden	Luftdruck in mm	Luftfeuchtigkeit in %	Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relative Luftdichte
3. März									
115	0	9 ^h 0a ^m	20'	+ 0.06	+ 8.67	751.2	65		0.955
112	0	10 6a	20	+ 0.06	+ 8.73	751.4	65		0.955
113	0	11 6a	19	+ 0.04	+ 8.78	751.6	65		0.955
114	0	12 6p	20	+ 0.04	+ 8.82	751.4	65		0.955
4. März									
115	0	9 12a	22	+ 0.04	+ 8.97	484.5	69		0.615
112	0	10 24a	16	+ 0.00	+ 9.01	484.5	69		0.615
113	0	11 30a	15	+ 0.00	+ 9.01	484.2	69		0.615
114	0	12 42p	15	+ 0.08	+ 9.05	484.0	69		0.615
5. März									
115	0	9 12a	15	+ 0.04	+ 8.88	380.2	68		0.483
112	0	10 24a	16	+ 0.10	+ 8.95	380.0	68		0.483
113	0	11 24a	14	+ 0.06	+ 9.03	380.2	68		0.483
114	0	12 30p	16	+ 0.08	+ 9.06	380.4	68		0.483
			16						
115	0	4 24p		+ 0.04	+ 9.17	283.2	68		0.359
112	0	5 30p	17	+ 0.02	+ 9.20	283.0	68		0.359
6. März									
113	0	10 0a	14	+ 0.02	+ 8.92	284.0	69		0.361
114	0	11 6a	16	+ 0.06	+ 8.96	284.1	69		0.361
115	0	3 48p	16	+ 0.08	+ 9.12	176.2	68		0.224
112	0	5 0p	16	+ 0.06	+ 9.19	176.2	68		0.224
7. März									
113	0	10 36a	16	+ 0.06	+ 9.07	177.2	68		0.225
114	0	11 42a	16	+ 0.10	+ 9.15	177.4	68		0.225

konstante

Koinzidenz-Intervall			Reduktion wegen					Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden	
			Ausschlag	Temperatur	Luftdichte	Uhrgang	Mischungen		
3. März									
199.30 ^s	0.501	2576	— 11	— 418	— 621	— 14	— 60	0.501	1452
211.47		1850	— 11	— 416	— 634	— 14	— 60		0715
196.84		2733	— 10	— 409	— 631	— 14	— 59		1610
196.02		2787	— 11	— 424	— 637	— 14	— 57		1644
4. März									
202.50	0.501	2376	— 13	— 432	— 400	— 13	— 60	0.501	1458
215.40		1633	— 7	— 430	— 408	— 13	— 60		0715
200.14		2523	— 6	— 420	— 407	— 13	— 59		1618
199.33		2574	— 6	— 435	— 410	— 13	— 57		1653
5. März									
204.03	0.501	2283	— 6	— 428	— 314	— 16	— 60	0.501	1459
216.95		1550	— 7	— 427	— 321	— 16	— 60		0719
201.50		2438	— 5	— 420	— 319	— 16	— 59		1619
200.65		2490	— 7	— 436	— 322	— 16	— 57		1652
205.24	0.501	2211	— 7	— 442	— 233	— 16	— 60	0.501	1453
218.32		1477	— 8	— 439	— 238	— 16	— 60		0716
6. März									
202.83	0.501	2356	— 5	— 416	— 239	— 15	— 59	0.501	1460
202.14		2399	— 7	— 431	— 241	— 15	— 57		0716
206.64		2128	— 7	— 440	— 146	— 15	— 60		1460
220.09		1385	— 7	— 438	— 149	— 15	— 60		0716
7. März									
204.20	0.501	2273	— 7	— 423	— 149	— 20	— 59	0.501	1615
203.45		2318	— 8	— 440	— 150	— 20	— 57		1643

Die verlässlichsten Werte der Luftdichtekonstanten sind auf Grund obiger Messungen mittels der Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet worden.

Bezeichnet man mit T jene Schwingungsdauer, die auch mit den annähernden Werten der Konstanten reduziert ist, so beträgt

$$t = T + \lambda - \Delta c_d d$$

wo Δc_d die Korrektur des Wertes der Luftdichtekonstante ist.

$$c_d = \text{annähernder Wert} + \Delta c_d$$

Führt man auch für den annähernden Wert von t eine Bezeichnung ein, nämlich

$$t = (t) + \Delta t$$

so ist die Gestalt der Bedingungsgleichungen folgende:

$$\lambda = \Delta t + \Delta c_d d + (t) - T$$

Für jedes Pendel können 11 Gleichungen dieser Art aufgestellt werden, die sind:



Bedingungsgleichungen.

<i>Pendel 115</i> (t) = 0·501 1456 ^s (c) = 650 ^s × 10 ⁻⁷	<i>Pendel 112</i> (t) = 0·501 0716 ^s (c) = 664 ^s × 10 ⁻⁷
$\lambda = \Delta t + 0·945 \Delta c - 6$ + 0·945 + 4 + 0·254 + 9 + 0·357 - 4 + 0·480 - 3 + 0·601 - 3 + 0·955 + 4 + 0·615 - 2 + 0·483 - 3 + 0·359 + 3 + 0·224 - 4	$\lambda = \Delta t + 0·945 \Delta c - 3$ + 0·945 + 0 + 0·254 + 3 + 0·357 - 4 + 0·480 + 0 + 0·601 + 0 + 0·955 + 1 + 0·615 + 1 + 0·483 - 3 + 0·359 + 0 + 0·224 + 0
<i>Pendel 113</i> (t) = 0·501 1618 ^s (c) = 661 ^s × 10 ⁻⁷	<i>Pendel 114</i> (t) = 0·501 1648 ^s (c) = 667 ^s × 10 ⁻⁷
$\lambda = \Delta t + 0·945 \Delta c + 0$ + 0·954 - 1 + 0·255 + 5 + 0·357 - 6 + 0·480 - 4 + 0·601 + 1 + 0·955 + 8 + 0·615 + 0 + 0·483 - 1 + 0·361 - 4 + 0·225 + 3	$\lambda = \Delta t + 0·945 \Delta c - 1$ + 0·954 + 5 + 0·252 + 2 + 0·357 + 0 + 0·481 - 4 + 0·601 - 1 + 0·955 + 4 + 0·615 - 5 + 0·483 - 4 + 0·361 + 0 + 0·225 + 5

Die entsprechenden Normalgleichungen und ihre Auflösungen sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

**Luftdichtekonstanten. Normalgleichungen und deren
Ergebnisse.**

Pendel No. 115	Pendel No. 112
$+ 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c - 5.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c - 2.95 = 0$ $\Delta c = + 0.1 \pm 5.5$ $\Delta t = + 0.4 \pm 3.5$	$+ 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c - 5.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c - 3.38 = 0$ $\Delta c = + 0.7 \pm 2.5$ $\Delta t = 0.0 \pm 1.6$
Pendel No. 113	Pendel No. 114
$= 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c + 1.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c + 3.26 = 0$ $\Delta c = - 3.6 \pm 4.9$ $\Delta t = + 1.9 \pm 3.0$	$+ 11.00 \Delta t + 6.22 \Delta c + 1.00 = 0$ $+ 6.22 \Delta t + 4.27 \Delta c + 1.70 = 0$ $\Delta c = - 1.5 \pm 4.3$ $\Delta t = + 0.8 \pm 2.6$

Auf Grund obiger Gleichungen ergeben die zur Bestimmung der Luftdichtekonstante dienenden Messungen folgende Werte:

Luftdichtekonstante des Pendels:

No. 115	— — — —	$650.1 \times 10^{-7} \pm 5.5 \text{ sec}$
“ 112	— — — —	$664.7 \times 10^{-7} \pm 2.5 \text{ „}$
“ 113	— — — —	$657.4 \times 10^{-7} \pm 4.9 \text{ „}$
“ 114	— — — —	$665.5 \times 10^{-7} \pm 4.3 \text{ „}$

Die Formel der Luftdichtekonstanten ist nach *Bessel*

$$c_d = \left(t_0 \frac{1+k}{2} \frac{0.001293}{\gamma} \right) \left(1 - 0.001324 \cos 2\varphi - \frac{H}{R} \right)$$

wo k eine von der Gestalt und der Aussenfläche des Pendels abhängige Konstante ist,

t_0 die Schwingungsdauer des Pendels im Meeresniveau unter einer Breite von 45°

γ das spezifische Gewicht des Pendels,

φ und H die Breite, bezüglich die Höhe des Beobachtungs-ortes, R der Halbmesser der als Kugel gedachten Erde.

Ein Teil der Konstanten hängt von der geogr. Lage ab, weshalb die obigen Werte der Luftdichtekonstanten streng genommen nur für *Potsdam* gültig sind. Berechnen wir aber nach der *Besselschen* Formel den Wert der Luftdichtekonstante für *Budapest*, oder selbst für den südlichsten Punkt *Ungarns*, so weichen diese Werte von dem für *Potsdam* gültigen in wesentlich geringerem Grade ab, als die mittleren Fehler der Bestimmungen, das heisst die abgeleiteten Konstanten können bei den in *Ungarn* auszuführenden Messungen unverändert gebraucht werden.

Der Vollständigkeit halber hat der *Verfasser* die Werte des Faktors k für jedes Pendel nach obiger Formel berechnet.

Die Resultate sind folgende:

beim Pendel No. 115 beträgt k	0.580 ± 0.013
„ „ „ 112 „ k	0.617 ± 0.006
„ „ „ 113 „ k	0.597 ± 0.012
„ „ „ 114 „ k	0.614 ± 0.010

b) *Die Bestimmung der statischen Temperaturkonstanten der Pendel No. 115, 112, 113 und 114.*

Die Bestimmung der statischen Temperaturkonstanten geschah in dem «*Ostkeller*» des *Geodätischen Institutes* zu *Postdam*, wo das Pendelstativ in jenem älteren Kasten untergebracht war, in dem die höhere Temperatur mittels warmen Wassers, die niedere mittels schmelzenden Eises herzustellen war.

Diese Einrichtung ist in mehreren Veröffentlichungen des *Institutes* eingehend beschrieben z. B. in dem Werke «*O. Hecker's, Bestimmung der Schwerkraft auf dem Indischen und Grossen Ocean, Neue Folge 16*», deshalb ist von ihrer näheren Erörterung abgesehen worden.

Die Pendel wurden vor der Bestimmung der Temperaturkonstanten sorgfältig *temperiert*, damit die eventuellen Längenveränderungen, die zufolge der Ausgleichung der Spannungen während der Bestimmung der Temperaturkonstanten entstehen können, vermieden werden. Das Temperieren bestand darin, dass die Pendel mehrere Tage hintereinander bei einer hohen

und bei einer niedrigen Temperatur schwangen und zur Behebung der eventuellen Spannung zeitweise mit einem hölzernen Schlägel angeschlagen wurden. (Zum Zwecke der vollkommeneren Ausführung des Temperierens hat seitdem Herr Professor *L. Haasemann* in dem Geodätischen Institut eine sehr einfache, automatisch wirkende Schütteleinrichtung geschaffen.)

Dann sind zwecks der Bestimmung der Konstanten 3 Serien bei *niedriger* Temperatur, 5 Serien bei *hoher* und wieder 3 Serien bei *niedriger* Temperatur beobachtet worden.

Die Reduktionen der Beobachtungswerte geschahen nach derselben Formel, die bei der Luftdichtekonstanten bereits mitgeteilt wurde. Es wurde bei der Bestimmung des Mitschwingens peinliche Sorgfalt beobachtet, denn es schien nicht ausgeschlossen, dass das Verhalten der Aufhängevorrichtung bei einer hohen Temperatur ein anderes sein werde, als bei einer niedrigen Temperatur. Um hierüber zu entscheiden, ist das Mitschwingen durch die Beobachtung mehrerer Serien sowohl bei niedriger, als auch bei hoher Temperatur bestimmt worden. Die Resultate sind folgende:

Pendel No.	14. März 1908	1. April 1908	Zur Reduktion ist angewen- det worden
	Mitschwingen bei einer Temperatur von		
	+6.0°	+30.0°	
115	$70 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$73 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$72 \times 10^{-7} \text{ sec}$
112	68	71	70
113	85	86	86
114	83	84	84

Wie es die obigen Werte zeigen, ist der Unterschied der bei niedriger und der bei hoher Temperatur gewonnenen Werte ein so geringer, dass in dem Falle, wenn ein wahrer Unterschied in der Bewegung der Stütze in abgekühltem und erwärmten Zustand auch bestehen würde, dieser unbedingt niedrigeren Grades, als die Genauigkeit der Messung wäre.

Es kann von einer Inbetrachtung der Mitschwingungskonstanten sowohl bei der Bestimmung der Luftdichte-, als auch bei jener der Temperaturkonstanten abgesehen werden, falls die Einrichtung der Messung eine solche ist, wie sie in unserem Falle war.

Als Koinzidenzuhr diente die Normaluhr des Geodätischen Institutes: «*Dencker 28*».

Ihren Gang gab Prof. *Wanach*, für die Zeitpunkte der Beobachtung reduziert, folgend an:

Urgang am	16.	März	1908.	—	0·21	sec,
"	"	17.	"	"	—	0·25 "
"	"	20.	"	"	—	0·29 "
"	"	21.	"	"	—	0·24 "
"	"	22.	"	"	—	0·26 "
"	"	27.	"	"	—	0·16 "
"	"	28.	"	"	—	0·20 "

Die Ergebnisse der Schwingungsdauerbeobachtungen sind in folgender Tabelle zusammengefasst:

II. Temperatur-

II. Temperatur-											
Pendelnummer	Beobachter	Mittlere Zeit der Beobach- tung		Ausschlag	Temperaturveränderung während 1 Stunde		Die Temperatur des Pendels in C. Graden	Luftdruck in mm	Luftfeuchtigkeit in %	Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relative Luftfeuchte
16. März 1908.											
115	0	^h 9	^m 6a	18'	0.00	+	4.27	758.4	74	— 1.7	0.980
112	0	10	12a	20	0.00	+	4.27	758.4	72	— 1.7	0.980
113	0	11	24a	22	— 0.02	+	4.26	758.2	72	— 1.7	0.980
114	0	12	30p	24	0.00	+	4.25	758.0	72	— 1.7	0.980
115	0	4	0p	18	0.00	+	4.29	757.3	72	— 1.7	0.979
112	0	5	12p	20	0.00	+	4.29	757.4	73	— 1.7	0.979
113	0	6	18p	23	0.00	+	4.29	757.4	73	— 1.7	0.979
114	0	7	42p	20	0.00	+	4.29	757.5	73	— 1.7	0.979
17. März											
115	0	8	42a	18	0.00	+	4.19	757.2	73	— 1.7	0.979
112	0	9	54a	22	— 0.02	+	4.18	757.0	73	— 1.7	0.979
113	0	11	0a	22	— 0.02	+	4.16	756.9	73	— 1.7	0.979
114	0	12	6p	19	— 0.02	+	4.14	756.6	73	— 1.7	0.979
20. März											
115	0	9	30a	22	— 0.02	+	34.92	752.6	34	— 5.3	0.872
112	0	10	30a	20	0.00	+	34.91	752.6	34	— 5.3	0.872
113	0	11	36a	21	— 0.02	+	34.90	752.6	34	— 5.3	0.872
114	0	12	30p	23	+ 0.06	+	34.92	752.6	34	— 5.3	0.872
115	0	4	48p	20	+ 0.12	+	35.31	752.7	32	— 5.1	0.871
112	0	5	48p	18	+ 0.01	+	35.37	753.0	32	— 5.1	0.871
113	0	6	48p	21	— 0.07	+	35.35	753.1	32	— 5.1	0.871
114	0	7	48p	22	0.00	+	35.31	753.4	32	— 5.1	0.871
21. März											
115	0	9	36a	21	— 0.01	+	35.77	755.6	29	— 4.8	0.873
112	0	10	36a	18	— 0.02	+	35.76	755.6	29	— 4.8	0.873
113	0	11	30a	21	+ 0.02	+	35.76	755.6	29	— 4.8	0.873
114	0	12	24p	22	0.00	+	35.77	755.6	29	— 4.8	0.873
115	0	5	12p	20	+ 0.40	+	36.17	755.7	29	— 4.9	0.872
112	0	6	24p	17	+ 0.28	+	36.51	755.9	29	— 4.9	0.872

konstante.

Koinzidenzen-Intervall	Die beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion wegen					Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden	
		Ausschlag	Temperatur	Luftdichte	Uhrgang	Mischungen		
16. März 1908.								
202.71 ^s	0. 501 2363	— 9	— 206	— 637	— 12	— 72	0. 501 1427	
215.25	1642	— 11	— 204	— 651	— 12	— 70	0694	
199.24	2579	— 12	— 198	— 647	— 12	— 86	1624	
198.96	2597	— 15	— 204	— 654	— 12	— 84	1628	
202.76	0. 501 2360	— 8	— 207	— 636	— 12	— 72	0. 501 1425	
215.32	1638	— 10	— 205	— 650	— 12	— 70	0691	
199.34	2573	— 13	— 200	— 647	— 12	— 86	1615	
199.10	2588	— 11	— 206	— 653	— 12	— 84	1622	
17. März								
202.83	0. 501 2356	— 9	— 202	— 636	— 14	— 72	0. 501 1423	
215.39	1634	— 12	— 200	— 650	— 14	— 70	0688	
199.42	2568	— 13	— 194	— 647	— 14	— 86	1614	
199.29	2576	— 10	— 199	— 653	— 14	— 84	1616	
20. März								
182.04	0. 501 3771	— 12	— 1683	— 566	— 17	— 72	0. 501 1421	
192.40	3028	— 10	— 1665	— 579	— 17	— 70	0687	
179.83	3941	— 12	— 1626	— 576	— 17	— 86	1624	
179.04	4002	— 14	— 1680	— 581	— 17	— 84	1626	
181.65	0. 501 3801	— 11	— 1702	— 566	— 17	— 72	0. 501 1433	
192.04	3052	— 8	— 1687	— 578	— 17	— 70	0692	
179.49	3967	— 11	— 1647	— 575	— 17	— 86	1631	
178.86	4017	— 13	— 1698	— 581	— 17	— 84	1624	
21. März								
181.32	0. 501 3826	— 12	— 1724	— 567	— 14	— 72	0. 501 1437	
191.82	3067	— 9	— 1706	— 580	— 14	— 70	0688	
179.34	3979	— 11	— 1666	— 577	— 14	— 86	1625	
178.61	4036	— 13	— 1721	— 582	— 14	— 84	1622	
181.30	0. 501 3827	— 11	— 1743	— 566	— 14	— 72	0. 501 1421	
191.67	3078	— 8	— 1742	— 578	— 14	— 70	0662	

II. Temperatur-

II. Temperatur-

Pendelnummer	Beobachter	Mittlere Zeit der Beobach- tung	Ausschlag	Temperaturveränderung während 1 Stunde	Die Temperatur des Pendels in C. Graden	Luftdruck in mm	Luftfeuchtigkeit in %	Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relative Luftdichte
--------------	------------	------------------------------------------	-----------	-------------------------------------------	--------------------------------------------	-----------------	-----------------------	---------------------------------------------------------	---------------------

22. März 1908.

		<i>h</i>	<i>m</i>			<i>mm</i>	<i>mm</i>		
113	0	9	36 <i>a</i>	21	— 0.06	+ 36.64	755.4	28	— 4.9
114	0	10	30 <i>a</i>	19	— 0.06	+ 36.58	755.2	28	— 4.9
115	0	11	30 <i>a</i>	20	— 0.04	+ 36.53	754.8	28	— 4.9
112	0	12	24 <i>p</i>	20	— 0.02	+ 36.50	754.4	28	— 4.9
113	0	5	24 <i>p</i>	21	+ 0.02	+ 36.76	752.8	27	— 4.5
114	0	6	12 <i>p</i>	22	0.00	+ 36.77	752.9	27	— 4.5

27. März

115	0	8	48 <i>a</i>	21	— 0.04	+ 4.41	764.0	91	— 2.1
112	0	9	54 <i>a</i>	19	— 0.02	+ 4.38	764.0	91	— 2.1
113	0	11	0 <i>a</i>	18	0.00	+ 4.37	763.8	91	— 2.1
114	0	12	1 <i>p</i>	19	0.00	+ 4.37	763.6	91	— 2.1
115	0	3	24 <i>p</i>	17	0.00	+ 4.37	762.2	91	— 2.1
112	0	4	30 <i>p</i>	17	0.00	+ 4.37	761.8	91	— 2.1
113	0	5	36 <i>p</i>	17	+ 0.06	+ 4.40	761.6	91	— 2.1
114	0	6	36 <i>p</i>	17	+ 0.08	+ 4.47	761.7	91	— 2.1

28. März

115	0	10	36 <i>a</i>	18	— 0.02	+ 4.36	760.5	91	+ 2.1
112	0	11	48 <i>a</i>	20	— 0.02	+ 4.34	760.2	91	+ 2.1
113	0	3	18 <i>p</i>	20	0.00	+ 4.37	758.6	90	+ 2.1
114	0	4	24 <i>p</i>	17	0.00	+ 4.37	758.8	90	+ 2.1

konstante.

Koinzidenzen-Intervall	Die beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion wegen					Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden
		Ausschlag	Temperatur	Luftdichte	Uhrgang	Mischungen	
22. März 1908.							
178.76 ^s	4025	— 11	— 1708	— 575	— 15	— 86	1630
178.15	4073	— 10	— 1759	— 580	— 15	— 84	1625
181.08	0. 501 3844	— 10	— 1761	— 565	— 15	— 72	0. 501 1421
191.23	3107	— 10	— 1741	— 578	— 15	— 70	0693
178.88	4015	— 12	— 1713	— 573	— 15	— 86	1616
178.06	4080	— 13	— 1769	— 578	— 15	— 84	1621
27. März							
202.70	0. 501 2364	— 12	— 213	— 640	— 11	— 72	0. 501 1416
215.30	1639	— 10	— 209	— 655	— 11	— 70	0684
199.07	2590	— 9	— 204	— 651	— 11	— 86	1629
199.12	2587	— 10	— 210	— 658	— 11	— 84	1614
202.74	0. 501 2361	— 8	— 211	— 639	— 11	— 72	0. 501 1420
215.38	1635	— 7	— 208	— 654	— 11	— 70	0685
199.06	2591	— 7	— 205	— 650	— 11	— 86	1632
199.00	2594	— 8	— 215	— 656	— 11	— 84	1620
28. März							
202.67	0. 501 2366	— 8	— 210	— 638	— 13	— 72	0. 501 1425
215.28	1640	— 11	— 207	— 652	— 13	— 70	0687
199.14	2585	— 11	— 204	— 647	— 13	— 86	1624
199.10	2588	— 8	— 210	— 654	— 13	— 84	1619

Die Konstanten und ihre mittleren Fehler sind auf Grund obiger Beobachtungen bestimmt worden. Die Form der Bedingungsgleichungen ist:

$$\lambda = \Delta t + \Delta c_{\tau} \tau + (t) - T,$$

wo

$$c_{\tau} = \text{annähernder Wert} + \Delta c_{\tau},$$

$$t = (t) + \Delta t,$$

τ = mittlere Temperatur des Pendels in Celsiusgraden. Die Bedingungsgleichungen, die Normalgleichungen und ihre Auflösungen sind in folgenden Tabellen zusammengestellt:

Bedingungsgleichungen.

115	112
$(t) = 0.501\ 1423^s$ $(c) = 48.2^s \times 10^{-7}$	$(t) = 0.501\ 0689^s$ $(c) = 47.7^s \times 10^{-7}$
$\lambda = \Delta t + 4.27 \Delta c - 4$ $+ 4.29 - 2$ $+ 4.19 + 0$ $+ 34.92 + 2$ $+ 35.31 - 10$ $+ 36.17 + 2$ $+ 36.53 + 2$ $+ 4.41 + 7$ $+ 4.37 + 3$ $+ 4.36 - 2$	$\lambda = \Delta t + 4.27 \Delta c - 5$ $+ 4.29 - 2$ $+ 4.19 + 1$ $+ 34.91 + 2$ $+ 35.37 - 3$ $+ 35.76 + 1$ $+ 36.50 - 4$ $+ 4.38 + 5$ $+ 4.37 + 4$ $+ 4.34 + 2$
113	114
$(t) = 0.501\ 1624^s$ $(c) = 46.6^s \times 10^{-7}$	$(t) = 0.501\ 1622$ $(c) = 48.1^s \times 10^{-7}$
$\lambda = \Delta t + 4.26 \Delta c + 0$ $+ 4.29 + 9$ $+ 4.16 + 10$ $+ 34.90 + 0$ $+ 35.35 - 7$ $+ 35.76 - 1$ $+ 36.64 - 6$ $+ 36.76 + 8$ $+ 4.37 - 5$ $+ 4.40 - 8$ $+ 4.37 + 0$	$\lambda = \Delta t + 4.25 \Delta c - 6$ $+ 4.29 + 0$ $+ 4.14 + 6$ $+ 34.92 - 4$ $+ 35.31 - 2$ $+ 35.77 + 0$ $+ 36.58 - 3$ $+ 36.77 + 1$ $+ 4.37 + 8$ $+ 4.47 + 2$ $+ 4.37 + 3$

Normalgleichungen und deren Endergebnisse.

115	112
$+ 10.00\Delta t + 168.90\Delta c - 2.0=0$ $+ 168.90\Delta t + 5219.49\Delta c - 128.4=0$ $\Delta c = +0.04 \pm 0.10$ $\Delta t = -0.5 \pm 2.3$	$+ 10.00\Delta t + 168.50\Delta c + 1.0=0$ $+ 168.50\Delta t + 5196.89\Delta c - 124.3=0$ $\Delta c = +0.06 \pm 0.07$ $\Delta t = -1.1 \pm 1.6$
113	114
$+ 11.00\Delta t + 205.50\Delta c + 0.0=0$ $+ 205.50\Delta t + 6559.31\Delta c - 185.3=0$ $\Delta c = +0.07 \pm 0.13$ $\Delta t = -1.3 \pm 3.1$	$+ 11.00\Delta t + 205.40\Delta c + 5.0=0$ $+ 205.40\Delta t + 6552.30\Delta c - 227.0=0$ $\Delta c = +0.12 \pm 0.07$ $\Delta t = -2.7 \pm 1.8$

Auf Grund dieser Angaben betragen die Werte der statischen Temperaturskonstanten der einzelnen Pendel:

Temperaturkonstante des Pendels:

No. 115	$48.24 \times 10^{-7} \text{ sec} \pm 0.10,$
« 112	$47.76 \times 10^{-7} \text{ «} \pm 0.07,$
« 113	$46.67 \times 10^{-7} \text{ «} \pm 0.13,$
« 114	$48.12 \times 10^{-7} \text{ «} \pm 0.07.$

Die auf das arithmetische Mittel der vier Pendel, das sogenannte Mittelpendel bezogene Temperaturkonstante ist:

$$47.70 \times 10^{-7} \text{ sec} \pm 0.05.$$

c) Die Bestimmung der statischen Temperaturkonstanten der Pendel No. 108, 109, 110 und 111.

Herr Prof. Haasemann war so liebenswürdig, mit der gütigen Erlaubniss des Herrn Direktors Helmert, des Leiters des Geodätischen Institutes in Potsdam, die statischen Temperaturkonstanten obiger Pendel im Frühling des Jahres 1913 zu bestimmen.

Die äusseren Umstände seiner Messung waren nach seiner Mitteilung folgende:

Die Bestimmung der Temperaturkonstanten ging mit dem Gebrauch des neuen, elektrisch erwärmten Kasten des *Geodätischen Institutes* von statten. Das Pendelstativ wurde mit seiner doppelwandigen Haube zusammen in den Kasten gesetzt. Auf dem Stativ war *links* das Thermometer No. 26041, *rechts* No. 23042 angebracht.

Als Koinzidenzuhr diente «*Dencker 28*». Das Messen des Luftdruckes geschah mit einem *Aneroid* (Bohne 938), dessen Indexfehler durch unmittelbare Vergleichung mit dem Normal-Quecksiber-Barometer des Institutes bestimmt wurde. Zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit bediente sich H. Prof. Haasemann eines *Haarhygrometers* von Koppe.

Die Temperatur war während der Beobachtung der Pendelserien sehr beständig, sowohl bei der höheren, als auch bei der niedrigeren Temperatur.

Die Messung bei der *niedrigen* Temperatur begann bei cca $+5^{\circ}$, mit der Messung von *zwei* Serien, dann wurden bei *hoher* Temperatur (cca $+39^{\circ}$) *vier* Serien beobachtet, endlich bei einer Temperatur von cca $+5.5^{\circ}$ *drei* Serien. Die Pendel blieben während der Messung ziemlich unverändert, wovon man sich überzeugen kann, wenn man die Abweichungen von der Schwingungsdauer des entsprechenden Mittelpendels berechnet. Die mittleren Fehler, die bei den einzelnen Pendeln sich als etwas zu gross ergaben, sind nach den Angaben des Herrn Prof. Haasemann auf die Schwankungen im Gange der Koinzidenz-*uhr* zurückzuführen.

Das Mitschwingen des Stativs wurde nach der Zweipendel-Methode ermittelt.

Den Gang der Koinzidenz-*uhr* während der Messung bestimmte Herr Prof. Wanach durch die Vergleichung mit der Normaluhr des Institutes.

Bei der Reduktion sind folgende Uhrgänge verwendet worden :

Datum				Uhr gang während 24 Stunden
11. März 1913.	6 Uhr v. M.—	10	Uhr v. M.	+0.04 sec
11. " "	2 " n. M.—	6	" n. M.	—0.02
14. " "	6 " v. M.—	1.5	" n. M.	—0.10
15. " "	6 " v. M.—	1.5	" n. M.	—0.12
19. " "	6 " v. M.—	1.5	" n. M.	—0.20
26. " "	6 " v. M.—	10	" v. M.	—0.03
27. " "	6.5 " v. M.—	10.5	" n. M.	—0.15

Die Resultate der Messung sind tabellarisch zusammengestellt. Bei der Reduktion der gemessenen Werte ist als Temperaturkonstante einstweilig

$$+ 47.00 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

verwendet worden.

Bei der Reduktion wegen der Luftdichte ist der endgültige Wert der Luftdichtekonstanten gebraucht worden. Diese Werte sind bei den einzelnen Pendeln folgende:

<i>Luftdichtekonstante des Pendels</i>	No. 108	$668.7 \times 10^{-7} \text{ sec,}$
" " "	" 109	$669.5 \times 10^{-7} "$
" " "	" 110	$671.7 \times 10^{-7} "$
" " "	" 111	$678.3 \times 10^{-7} "$

Die Messungen des Herrn Prof. Haasemann sind tabellarisch zusammengefasst folgende:

Pendelnummer	Mittlere Zeit der Beobachtung	Koinzidenzen-Intervall in Sek.	Ausschlag in Bogen- minuten am		Pendel- temperatur am		Luftfeuchtigkeit in %	Luftdruck in mm	Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relative Luftdichte
			Beobachtungs-		Beobachtungs-					
			Anfang	Ende	Anfang	Ende				
11. März 1913.										
108	6.9 ^h	181.548	18.0	12.5	4.77	4.76	64	762.8	— 1.5	0.985
109	7.8 ^a	181.503	20.0	14.8	4.76	4.77	64	762.6	— 1.5	0.985
110	8.7 ^a	179.470	20.5	13.6	4.77	4.77	64	762.4	— 1.5	0.984
111	9.4 ^a	191.720	18.8	12.5	4.77	4.81	64	762.4	— 1.5	0.984
11. März										
108	2.7	181.345	18.3	12.4	4.87	4.86	65	757.4	— 1.6	0.978
109	3.6	181.247	20.0	13.4	4.86	4.85	65	756.7	— 1.6	0.976
110	4.4	179.468	20.6	15.0	4.85	4.86	65	756.4	— 1.6	0.976
111	5.3	191.815	18.6	12.6	4.86	4.86	65	756.3	— 1.6	0.976
14. März										
108	6.9	164.108	20.5	15.0	36.88	36.98	38	755.0	— 6.6	0.867
109	7.8	164.130	20.0	14.5	36.98	37.01	38	755.2	— 6.6	0.867
110	8.6	162.615	20.4	14.4	37.01	37.05	38	755.3	— 6.6	0.867
111	9.5	172.454	17.5	12.0	37.05	37.09	38	755.4	— 6.6	0.867
14. März										
108	10.2	164.119	19.5	13.6	37.09	37.14	38	755.6	— 6.6	0.867
109	11.0	164.088	17.5	12.4	37.17	37.22	38	755.6	— 6.6	0.867
110	11.8	162.528	19.0	13.8	37.22	37.22	38	755.4	— 6.7	0.867
111	12.6	172.375	17.3	12.0	37.22	37.24	38	755.2	— 6.7	0.867
15. März										
108	6.9	162.592	20.3	14.8	39.87	39.91	28	750.3	— 5.7	0.855
109	7.7	162.756	18.0	12.8	39.91	39.91	28	750.3	— 5.7	0.855
110	8.5	161.014	22.5	15.4	39.91	39.92	28	750.5	— 5.7	0.855
111	9.5	170.874	17.6	11.8	39.92	39.88	28	751.0	— 5.7	0.855
15. März										
108	10.3	162.761	19.3	14.0	39.88	39.82	28	751.5	— 5.7	0.856
109	11.1	162.619	18.3	13.0	39.82	39.80	28	752.0	— 5.7	0.856
110	12.0	161.204	20.3	15.0	39.80	39.80	28	752.5	— 5.7	0.856
111	12.9	170.896	17.5	12.5	39.80	39.82	28	752.9	— 5.7	0.855

Beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion wegen					Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden
	Ausschlag	Temperatur	Luftdichte	Uhrgang	Mischungen	
11. März 1913.						
0.501 3809	— 6	— 224	— 659	+ 2	— 65	0.501 2857
0.501 3812	— 8	— 224	— 659	+ 2	— 65	0.501 2858
0.501 3970	— 8	— 224	— 660	+ 2	— 77	0.501 3003
0.501 3074	— 7	— 225	— 667	+ 2	— 77	0.501 2100
11. März						
0.501 3825	— 6	— 229	— 654	— 1	— 65	0.501 2870
0.501 3828	— 8	— 228	— 653	— 1	— 65	0.501 2873
0.501 3970	— 9	— 228	— 657	— 1	— 77	0.501 2998
0.501 3069	— 6	— 228	— 662	— 1	— 77	0.501 2095
14. März						
0.501 5280	— 8	— 1736	— 580	— 6	— 65	0.501 2885
0.501 5280	— 8	— 1739	— 580	— 6	— 65	0.501 2882
0.501 5421	— 8	— 1740	— 582	— 6	— 77	0.501 3008
0.501 4539	— 6	— 1742	— 588	— 6	— 77	0.501 2120
14. März						
0.501 5279	— 7	— 1745	— 580	— 6	— 65	0.501 2876
0.501 5282	— 6	— 1747	— 580	— 6	— 65	0.501 2878
0.501 5429	— 7	— 1749	— 582	— 6	— 77	0.501 3008
0.501 4546	— 6	— 1750	— 588	— 6	— 77	0.501 2119
15. März						
0.501 5422	— 8	— 1875	— 572	— 7	— 65	0.501 2895
0.501 5407	— 6	— 1876	— 572	— 7	— 65	0.501 2881
0.501 5576	— 10	— 1876	— 574	— 7	— 77	0.501 3032
0.501 4674	— 6	— 1875	— 580	— 7	— 77	0.501 2129
15. März						
0.501 5407	— 7	— 1873	— 573	— 7	— 65	0.501 2882
0.501 5421	— 7	— 1871	— 573	— 7	— 65	0.501 2898
0.501 5556	— 8	— 1871	— 574	— 7	— 77	0.501 3019
0.501 4671	— 6	— 1871	— 582	— 7	— 77	0.501 2128

Pendelnummer	Mittlere Zeit der Beobachtung	Koinzidenzen-Intervall in Sek.	Ausschlag in Bogen- minuten am		Pendel- temperatur am		Luftfeuchtigkeit in %	Luftdruck in mm	Reduktion des Luftdruckes wegen der Luftfeuchtigkeit	Relative Luftdichte
			Beobachtungs-		Beobachtungs-					
			Anfang	Ende	Anfang	Ende				
19. März 1913.										
108	7.0 ^h	181.004	18.5	12.5	5.57	5.57	39	746.3	— 1.0	0.961
109	7.8	180.845	17.4	12.3	5.57	5.57	39	746.1	— 1.0	0.961
110	9.6	179.185	17.5	12.5	5.57	5.57	39	745.8	— 1.0	0.961
111	10.5	191.300	15.0	9.3	5.57	5.57	39	745.3	— 1.0	0.960
26. März										
108	6.9	180.813	22.5	15.8	5.65	5.65	72	764.1	— 1.8	0.983
109	7.7	180.886	19.5	13.5	5.65	5.65	72	764.2	— 1.8	0.983
110	8.6	178.753	20.3	15.0	5.65	5.65	75	764.1	— 1.9	0.983
111	9.5	191.068	17.8	12.5	5.65	5.65	79	764.1	— 1.9	0.983
27. März										
108	7.2	180.900	20.1	13.8	5.55	5.55	80	755.5	— 2.0	0.972
109	8.0	180.983	19.0	14.3	5.55	5.53	80	755.5	— 2.0	0.972
110	8.9	179.034	20.0	14.5	5.53	5.53	80	755.3	— 2.0	0.971
111	9.8	191.320	17.8	12.4	5.53	5.51	80	754.9	— 2.0	0.971

Beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion wegen					Reduzierte Schwingungs- dauer in Sternzeit- sekunden
	Ausschlag	Temperatur	Luftdichte	Uhrgang	Mischungen	
19. März 1913.						
0.501 3851	— 6	— 262	— 643	— 12	— 65	0.501 2863
0.501 3862	— 6	— 262	— 643	— 12	— 65	0.501 2874
0.501 3993	— 6	— 262	— 646	— 12	— 77	0.501 2990
0.501 3102	— 4	— 262	— 651	— 12	— 77	0.501 2096
26. März						
0.501 3864	— 10	— 266	— 657	— 2	— 65	0.501 2864
0.501 3859	— 7	— 266	— 658	— 2	— 65	0.501 2861
0.501 4027	— 8	— 266	— 660	— 2	— 77	0.501 3014
0.501 3120	— 6	— 266	— 667	— 2	— 77	0.501 2102
27. März						
0.501 3859	— 8	— 261	— 650	— 9	— 65	0.501 2866
0.501 3852	— 7	— 260	— 651	— 9	— 65	0.501 2860
0.501 4002	— 8	— 260	— 652	— 9	— 77	0.501 2996
0.501 3101	— 6	— 257	— 659	— 9	— 77	0.501 2093

Die Messung ergab also folgende Werte für die reduzierten Schwingungsdauern der einzelnen Pendel:

Temperaturkonstante.

Serie	Datum	Pendel No.				Mittel- pendel
		108	109	110	111	
I.	11. März 1913	0.501 2857	0.501 2858	0.501 3003	0.501 2100	0.501 2704
II.	11. „ „	2870	2873	2998	2095	2709
III.	14. „ „	2885	2882	3008	2120	2724
IV.	14. „ „	2876	2878	3008	2119	2720
V.	15. „ „	2895	2881	3032	2129	2734
VI.	15. „ „	2882	2898	3019	2128	2732
VII.	19. „ „	2863	2874	2990	2096	2708
VIII.	26. „ „	2864	2861	3014	2102	2710
IX.	27. „ „	2866	2860	2996	2093	2704
Mittel		0.501 2872	0.501 2873	0.501 3008	0.501 2109	0.501 2716

Die verlässlichsten Werte der Temperaturkonstanten sind aus obigen Werten mit der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet worden. Die Bedingungsgleichungen waren folgender Gestalt:

$$\lambda = \Delta t + \tau \Delta C_r - T + (t),$$

den Sinn der einzelnen Zeichen der Formel siehe Seite 60.

Die *Bedingungsgleichungen*, die aus ihnen abgeleiteten *Normalgleichungen* und die Auflösung der letzteren sind in den folgenden Tabellen zusammengefasst.

Bedingungsgleichungen.

<i>Pendel 108</i> (<i>t</i>) = 0.501 2872 sec (<i>c</i>) = 47.00	<i>Pendel 109</i> (<i>t</i>) = 0.501 2873 sec (<i>c</i>) = 47.00
$\lambda = \Delta t + 4.77 \Delta c + 15$ $+ 4.87 + 2$ $+ 36.93 - 13$ $+ 37.11 - 4$ $+ 39.89 - 23$ $+ 39.85 - 10$ $+ 5.57 + 9$ $+ 5.65 + 8$ $+ 5.55 + 6$	$\lambda = \Delta t + 4.76 \Delta c + 15$ $+ 4.86 + 0$ $+ 36.99 - 9$ $+ 37.19 - 5$ $+ 39.91 - 8$ $+ 39.81 - 25$ $+ 5.57 - 1$ $+ 5.65 + 12$ $+ 5.54 + 13$
<i>Pendel 110</i> (<i>t</i>) = 0.501 3008 sec (<i>c</i>) = 47.00	<i>Pendel 111</i> (<i>t</i>) = 0.501 2109 sec (<i>c</i>) = 47.00
$\lambda = \Delta t + 4.77 \Delta c + 5$ $+ 4.86 + 10$ $+ 37.03 0$ $+ 37.22 0$ $+ 39.92 - 24$ $+ 39.80 - 11$ $+ 5.57 + 18$ $+ 5.65 - 6$ $+ 5.53 - 12$	$\lambda = \Delta t + 4.79 \Delta c + 9$ $+ 4.86 + 14$ $+ 37.07 - 11$ $+ 37.23 - 10$ $+ 39.90 - 20$ $+ 39.81 - 18$ $+ 5.57 + 13$ $+ 5.65 + 7$ $+ 5.52 + 16$

Normalgleichungen und deren Resultate.

<i>Pendel 108</i>	<i>Pendel 109</i>
$+ 9.00 t + 180.20 \Delta c - 10.00 = 0$ $+ 180.20 \Delta t + 6061.16 \Delta c - 1558.53 = 0$ $\Delta c = +0.56 \pm 0.12$ $\Delta t = -10.1 \pm 3.2$	$+ 9.00 \Delta t + 180.29 \Delta c + 20 = 0$ $+ 180.29 \Delta t + 6069.01 \Delta c + 1627.63 = 0$ $\Delta c = +0.67 \pm 0.16$ $\Delta t = -13.6 \pm 4.3$
<i>Pendel 110</i>	<i>Pendel 111</i>
$+ 9.00 \Delta t + 180.35 \Delta c + 4.00 = 0$ $+ 180.35 \Delta t + 6074.10 \Delta c - 1188.05 = 0$ $\Delta c = +0.52 \pm 0.20$ $\Delta t = -10.6 \pm 5.1$	$+ 9.00 \Delta t + 180.40 \Delta c + 0 = 0$ $+ 180.40 \Delta t + 6077.08 \Delta c - 1981.80 = 0$ $\Delta c = + 0.80 \pm 0.07$ $\Delta t = -16.0 \pm 2.0$

Die Werte der statischen Temperaturkonstanten für die einzelnen Pendel sind folglich:

Temperaturkonstante des Pendels:

No. 108	47.56	$\times 10^{-7}$	sec	± 0.12 ,
" 109	47.67	$\times 10^{-7}$	"	± 0.16 ,
" 110	47.52	$\times 10^{-7}$	"	± 0.20 ,
" 111	47.80	$\times 10^{-7}$	"	± 0.07 .

Die auf das arithmetische Mittel der vier Pendel, auf das sogenannte *Mittelpendel*, bezogene Temperaturkonstante ist:

$$47.64 \times 10^{-7} \text{ sec} \pm 0.09.$$

Laut seinen lebenswürdigen Mitteilungen veranstaltete Herr Prof. *Haasemann* bereits im Jahre 1907 eine Bestimmung der Temperaturkonstanten obiger Pendel in dem alten, mit Wasser erwärmten Kasten des Institutes. Diese ältere Messung ergab für die Temperaturkonstante des Mittelpendels einen Wert von:

$$47.70 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Da dieser Wert mit dem obigen sehr gut übereinstimmt, so folgt, dass die alte Einrichtung, abgesehen von den Umständen ihrer Handhabung, mit der neuen gleichwertig ist.

Beim Gebrauch der Pendel geschah die Reduktion auf eine Temperatur von 0° mit jenen Werten, die sich durch die neue Bestimmung ergaben.

d) *Die Bestimmung der Luftdichtekonstanten der Pendel No. 108, 109, 110 und 111.*

Diese Konstanten bestimmte der Verfasser selbst unter Mitwirkung des Herrn *Nikolaus von Szecsödy* in dem sogenannten Komparatorsaal des geodätischen Institutes der technischen Hochschule in Budapest.

Das Pendelstativ war während der Messungen auf dem neben dem Pfeiler GP. stehenden Pfeiler (siehe Fig. 4).

Als Beobachtungsuhr diente die Sekundenpendeluhr von «Strasser & Rohde 346», deren Gang laut den, während der Beobachtungen gemachten Zeitbestimmungen

— 9.916 sec pro 24 Stunden

bei einem Luftdruck von 760 mm war. Dementsprechend können für die einzelnen Pendelserien folgende Werte gebraucht werden:

Serie	Durchschnittlicher Luftdruck	Uhr gang pro 24 Stunden
I.	761.3 m_m	—9.898 sec
II.	758.8	—9.933
III.	759.0	—9.930
IV.	766.3	—9.828
V.	762.2	—9.885
VI.	758.2	—9.941
VII.	763.1	—9.873
VIII.	761.4	—9.896

Zum Messen des Luftdruckes diente bei höherem Druck ein Präzisionsaneroid von *Short*, das während der Messung mehreremal mit dem *Normal-Quecksilberbarometer* des Institutes verglichen wurde; bei dem niederen Druck ist ein Manometer angewendet worden.

Zur Bestimmung der Luftdichtekonstanten sind vier Serien bei einem *niedrigen* Druck (von 174 mm, 169 mm, 265 mm und 268 mm), dann vier Serien bei einem *hohen* Druck, und zwar von 762, 758, 763 und 761 mm, gemessen worden. Der Unterschied zwischen dem grössten und geringsten Druck war also 594 mm. Die Ergebnisse der Messung und die Reduktionen derselben sind tabellarisch zusammengefasst.

Serie	Pendel	Beobachter	Mittel-europäische Zeit	Ausschlag in Bogenminuten	Temperaturveränderung in 4 Stunde	Mittlere Temperatur in C. Graden	Luftdruck in mm	Luftfeuchtigkeit in %	Reduktion wegen der Luftfeuchtigkeit	Luftdicke	Koinzidenz-Dauer in Sek.
12. Oktober 1913. (Geod. Laboratorium.)											
I.	108	Sz	8 ^h 40 ^m	21.7		18.41	172.7	39		0.213	160.90
	109		9 25	22.4		18.40	173.4	38		0.214	160.74
	110		10 10	24.5		18.41	173.8	38		0.214	159.14
	111		10 55	23.4		18.42	174.3	38		0.215	168.75
II.	108	Sz	3 26 ^{pm}	24.0		18.38	167.6	39		0.207	160.84
	109		4 10	22.8		18.35	168.2	39		0.207	160.77
	110		4 28	23.9		18.33	168.7	40		0.208	159.16
	111		5 32	23.2		18.32	169.4	40		0.209	168.78
13. Oktober											
III.	108	Sz	9 46 ^{am}	22.8		18.02	265.0	43		0.327	160.06
	109		10 30	22.6		18.04	264.4	44		0.326	159.98
	110		11 9	24.2		18.06	264.4	44		0.326	158.89
	111		11 50	23.4		18.08	264.6	44		0.327	167.96
14. Oktober											
IV.	108	Sz	9 7 ^{am}	24.1		17.80	267.2	40		0.330	160.28
	109		9 47	22.2		17.80	268.0	40		0.331	160.18
	110		10 31	23.4		17.81	268.7	40		0.332	158.54
	111		11 16	23.2		17.84	269.4	40		0.333	168.12
15. Oktober											
V.	108	Sz	8 54 ^{am}	23.6		17.40	762.9	39		0.944	156.40
	109		9 32	21.8		17.41	762.4	39		0.943	156.30
	110		10 10	23.6		17.43	762.0	39		0.943	154.72
	111		10 52	22.1		17.50	761.6	39		0.943	163.81
16. Oktober											
VI.	108	Sz	8 54 ^{am}	23.0		17.34	758.3	39		0.938	156.45
	109		9 33	21.5		17.34	758.1	39		0.938	156.31
	110		10 12	23.4		17.38	757.9	39		0.937	154.84
	111		10 50	22.6		17.41	758.2	39		0.938	163.85

Beobachtete Schwingungsdauer in Sekunden	Reduktion wegen					Reduzierte Schwingungs- dauer
	Ausschlag	Luftdichte	Temperatur	Mischungen	Uhrgang	
13. Oktober 1913. (Geod. Laboratorium.)						
0.501 5586	— 13	— 140	— 876	— 60	— 574	0.501 3923
5602	— 13	— 141	— 875	— 60	— 574	3939
5759	— 16	— 141	— 874	— 63	— 574	4091
4859	— 14	— 142	— 880	— 63	— 574	3186
0.501 5592	— 15	— 137	— 875	— 60	— 576	0.501 3929
5599	— 14	— 137	— 873	— 60	— 576	3939
5757	— 15	— 137	— 870	— 63	— 576	4096
4856	— 14	— 138	— 875	— 63	— 576	3190
12. Oktober						
0.501 5668	— 14	— 216	— 858	— 60	— 576	0.501 3944
5676	— 14	— 215	— 858	— 60	— 576	3953
5834	— 15	— 215	— 857	— 63	— 576	4108
4929	— 14	— 216	— 864	— 63	— 576	3196
14. Oktober						
0.501 5647	— 15	— 218	— 848	— 60	— 570	0.501 3936
5656	— 13	— 218	— 847	— 60	— 570	3948
5819	— 14	— 219	— 846	— 63	— 570	4107
4915	— 14	— 220	— 852	— 63	— 570	3196
15. Oktober						
0.501 6036	— 15	— 623	— 828	— 60	— 573	0.501 3937
6046	— 13	— 622	— 828	— 60	— 573	3950
6211	— 15	— 622	— 827	— 63	— 573	4111
5308	— 13	— 622	— 836	— 63	— 573	3201
16. Oktober						
0.501 6031	— 14	— 619	— 826	— 60	— 577	0.501 3935
6041	— 13	— 619	— 825	— 60	— 577	3947
6198	— 14	— 618	— 825	— 63	— 571	4101
5305	— 14	— 619	— 832	— 63	— 577	3200

Serie	Pendel	Beobachter	Mitteuropäische Zeit	Ausschlag in Bogenminuten	Temperaturveränderung in 4 Stunde	Mittlere Temperatur in C. Graden	Luftdruck in mm	Luftfeuchtigkeit in %	Reduktion wegen der Luftfeuchtigkeit	Luftdichte	Koinzidenz-Dauer in Sek.
17. Oktober 1913.											
VII.	108	Sz	8 ^h 47 ^m _{am}	21.5		17.38	762.9	42		0.944	156.40
	109		9 25	21.5		17.39	763.0	42		0.944	156.26
	110		10 2	23.9		17.38	763.2	42		0.944	154.77
	111		10 43	21.9		17.44	763.2	42		0.944	163.78
18. Oktober											
VIII.	108	Sz	8 47 ^m _{am}	22.1		17.33	761.4	43		0.942	156.43
	109		9 24	21.5		17.33	761.4	43		0.942	156.30
	110		10 02	23.5		17.34	761.4	43		0.942	154.76
	111		10 40	21.7		17.37	761.4	43		0.942	163.80

Bei der Luftdichtereduktion wurde einstweilen die Luftdichtekonstante mit einem Wert von

$$660 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

verwendet. Die Reduktion auf die Temperatur von 0° geschah mit jenen Temperaturkonstanten, die Herr Prof. Haasemann in der Voraussetzung einer Luftdichtekonstanten von $660 \times 10^{-7} \text{ sec}$ aus jenen Messungen berechnete, die zur Bestimmung der Temperaturkonstanten dienten.

Beobachtete Schwingungsdauer in Sekunden	Reduktion wegen					Reduzierte Schwingungs- dauer
	Ausschlag	Luftdichte	Temperatur	Mischungen	Uhrgang	
17. Oktober 1913.						
0.501 6036	— 13	— 623	— 828	— 60	— 573	0 501 3939
6050	— 13	— 623	— 828	— 60	— 573	3953
6205	— 15	— 623	— 825	— 63	— 573	4106
5311	— 13	— 623	— 833	— 63	— 573	3206
18. Oktober						
0.501 6033	— 13	— 622	— 825	— 60	— 574	0.501 3939
6046	— 13	— 622	— 824	— 60	— 574	3953
6206	— 14	— 622	— 823	— 63	— 574	4110
5309	— 13	— 622	— 830	— 63	— 574	3207

Diese Werte sind:

beim Pendel No. 108 47.61×10^{-7} sec,
 " " " 109 47.57×10^{-7} "
 " " " 110 47.47×10^{-7} "
 " " " 111 47.78×10^{-7} "

Obige Tabelle ergibt also in Bezug auf die reduzierten Schwingungsdauer der einzelnen Pendel folgende Endresultate:

Serie	Zeitpunkt der Beobachtung	Pendel No.				Mittelpendel
		108	109	110	111	
I.	12. Oktober 1913.	0.501 3923	0.501 3939	0.501 4091	0.501 3186	0.501 3785
II.	12. « «	3929	3939	4096	3190	3789
III.	13. « «	3944	3953	4108	3196	3800
IV.	14. « «	3936	3948	4107	3196	3797
V.	15. « «	3937	3950	4111	3201	3800
VI.	16. « «	3935	3947	4101	3200	3796
VII.	17. « «	3939	3953	4106	3206	3801
VIII.	18. « «	3939	3953	4110	3207	3802
	Mittlerer Wert	0.501 3935	0.501 3948	0.501 4104	0.501 3198	0.501 3796

Die endgültigen Werte können auf Grund obiger Ergebnisse mittels der Methode der kleinsten Quadrate abgeleitet werden. Die Ausgleichung ist tabellarisch zusammengestellt.

Bedingungsgleichungen.

<i>Pendel 108</i> (<i>t</i>) = 0.501 3935 sec (<i>c</i>) = 660×10^{-7} "	<i>Pendel 109</i> (<i>t</i>) = 0.501 3948 sec (<i>c</i>) = 660×10^{-7} "
$\lambda = \Delta t + 0.213 \Delta c + 12$	$\lambda = \Delta t + 0.214 \Delta c + 9$
0.207 + 6	0.207 + 9
0.327 — 9	0.326 — 5
0.330 — 1	0.331 0
0.944 — 2	0.943 — 2
0.938 0	0.937 + 1
0.944 — 4	0.944 — 5
0.942 — 4	0.942 — 5
<i>Pendel 110</i> (<i>t</i>) = 501 4104 sec (<i>c</i>) = 660×10^{-7} "	<i>Pendel 111</i> (<i>t</i>) = 0.501 3198 sec (<i>c</i>) = 660×10^{-7} "
$\lambda = \Delta t + 0.214 \Delta c + 13$	$\lambda = \Delta t + 0.215 \Delta c + 12$
0.207 + 8	+ 0.209 + 8
0.326 — 4	0.327 + 2
0.332 — 3	0.333 + 2
0.943 — 7	0.943 — 3
0.937 + 3	0.938 — 2
0.944 — 2	0.944 — 8
0.942 — 6	0.942 — 9

Normalgleichungen und deren Resultate.

<i>Pendel 108</i>	<i>Pendel 109</i>
+ 8.00 Δt + 4.84 Δc — 2.00 = 0	+ 8.00 Δt + 4.84 Δc + 2.00 = 0
+ 4.84 Δt + 3.82 Δc — 8.92 = 0	+ 4.84 Δt + 3.82 Δc — 7.21 = 0
$\Delta c = + 8.7 \pm 6.6$	$\Delta c = + 9.5 \pm 5.2$
$\Delta t = - 5.0 \pm 4.6$	$\Delta t = - 5.9 \pm 3.6$
<i>Pendel 110</i>	<i>Pendel 111</i>
+ 8.00 Δt + 4.84 Δc + 2.00 = 0	+ 8.00 Δt + 4.85 Δc + 2.00 = 0
+ 4.84 Δt + 3.82 Δc — 9.18 = 0	+ 4.85 Δt + 3.83 Δc — 15.04 = 0
$\Delta c = + 11.7 \pm 6.7$	$\Delta c = + 18.3 \pm 3.9$
$\Delta t = - 7.2 \pm 4.6$	$\Delta t = - 11.4 \pm 2.7$

Die endgültigen Luftdichtekonstanten, deren Werte bei der Reduktion angewendet werden, sind folglich:

beim Pendel No. 108	668.7	$\times 10^{-7}$	sec	± 6.6 ,
„ „ „ 109	669.5	$\times 10^{-7}$	„	± 5.2 ,
„ „ „ 110	671.7	$\times 10^{-7}$	„	± 6.7 ,
„ „ „ 111	678.3	$\times 10^{-7}$	„	± 3.9 .

Die auf das arithmetische Mittel, auf das sogenannte Mittelpendel, bezogene Luftdichtekonstante ist:

$$671.9 \times 10^{-7} \text{ sec} \pm 4.8.$$

Der Vollständigkeit halber hat der Verfasser auch den Wert von k der Bessel'schen Formel in Bezug auf das Mittelpendel berechnet:

$$k_{\text{Mittelpendel}} = 0.63$$

Für dasselbe k ergaben die Pendel No. 112, 113, 114 und 115 einen mittleren Wert von

$$0.60$$

der mit obigem Wert gut übereinstimmt.

7. §. Die Bestimmung der zufolge der elastischen Unterstützung auftretenden Bewegung (des Mitschwingens) und die Prüfung der Genauigkeit dieser Bestimmung.

a) Allgemeines über das «Mitschwingen».

Das in Bewegung gesetzte Pendel bringt nicht nur seine elastische Unterstützung und den Pendelpfeiler, sondern gewissermassen auch den Fussboden, auf dem der Pfeiler ruht, in Schwingung. Diese Bewegung, die unter dem Namen «Mitschwingen der Unterlage» bekannt ist, ist zwar an und für sich sehr gering, aber nicht dermassen, dass ihre Wirkung auf die Schwingungsdauer des bewegten Pendels vernachlässigt werden könnte. Folglich muss man bei der Messung der Schwingungsdauer in Betracht ziehen, dass das Pendel seine Bewegung nicht auf einer stabilen, sondern auf einer elastischen Unterstützung, die in geringem Masse selbst schwingt, ausführt. Da es sich um relative Messung handelt, würde in dem Falle, wenn die Bewegung

des Stativs auf beiden Stationen dieselbe wäre, ihre Wirkung aus dem Unterschiede der Schwingungsdauern herausfallen; die Erfahrung hat aber gezeigt, dass auch in dem Falle, wenn die technische Einrichtung der Unterstützung ein und dieselbe ist, die Grösse des Mitschwingens auf verschiedenen Stationen wesentlich verschieden sein kann, was die Folge des verschiedenen Grades der Elastizität der Fussböden, oder der Ungleichmässigkeit in der Zusammenfügung der einzelnen Bestandteile der Unterstützung (Vergipsung etc.) ist. Bei der behandelten Messung musste eine genaue Bestimmung des Mitschwingens umso mehr angestrebt werden, als die Einrichtung der Unterstützung bei der Beobachtung der Schwingungsdauer in *Potsdam* eine andere war, als die in *Budapest*.

Die Pendel schwingen nämlich an beiden Orten auf demselben Pendelstativ, aber während dieses in *Budapest* auf einem hohlen, abgestumpften Kegel aus Kupfer befestigt war, der wieder auf einem Monolithpfeiler ruhte, stand das Stativ in *Potsdam* auf einem aus drei Teilen zusammengegipsten, hohlen, steinernen Pfeiler. Der steinerne Pfeiler in *Budapest* ist auf einem Betonblock von cca 3.5 m Tiefe eingebaut, während der steinerne Pfeiler in *Potsdam* auf der als Fussboden dienenden mit einer dünnen Schicht von Asphalt überzogenen Betonlage, ruhte.

In Folgendem soll kurz «*Mitschwingen*» jener Zahlenwert genannt werden, mit dem die Schwingungsdauer des Pendels verbessert werden muss, damit sich diese Schwingungsdauer auf eine vollkommen feste Unterstützung beziehe. Zur Ermittlung des Mitschwingens wurde die sogenannte *Zweipendel-Methode* angewendet.

Zur Bestimmung der Grösse des Mitschwingens sind nämlich *statische* und *dynamische* Methoden bekannt und die dynamischen sind jene, mit denen der Wert des Mitschwingens unter denselben Bedingungen festgestellt wird, unter welchen die Messungen vor sich gehen. Zu den dynamischen Methoden sind je zwei Pendel nötig, deren Schwingungsebene annähernd dieselbe ist.

An dem gebrauchten Apparat schwingen je zwei Pendel einander gegenüber, also ist ihre Schwingungsebene zur Genüge annähernd dieselbe. Die Methode besteht darin, dass eines der Pendel durch das vorsichtige Herausschrauben der Amplituden-

schraube vollkommen in Ruhe versetzt wird, das andere hingegen wird mit einer Amplitude von 25' in Schwingung gesetzt. Die hierdurch erzeugte Schwingung des elastischen Stativs versetzt das früher noch in Ruhe befindliche Pendel gleichfalls in Schwingung; werden jetzt die Amplituden des treibenden und des getriebenen Pendels gleichzeitig gemessen, dann kann der Wert des Mitschwingens berechnet werden. Der Umfang dieses Werkes gestattet keine eingehende Erörterung der Theorie des Mitschwingens und obiger Methode. Die angewandte Methode entwickelte Herr E. Borrass, der hochgelehrte Professor am *Geodätischen Institut zu Potsdam* und machte sie in seinen folgenden zwei Werken eingehend bekannt:

1. E. Borrass: *Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft in der Nähe des Berliner Meridians von Ankona bis Elsterwerda.*

2. E. Borrass: *Relative Bestimmungen der Intensität der Schwerkraft auf den Stationen Bukarest etc.*

Bezeichnen wir mit σ die Reduktion, die wegen des Mitschwingens des Stativs nötig ist, so ergibt die von Borrass abgeleitete Formel* für σ folgenden Wert:

$$\sigma = \frac{a'}{a} \frac{t t'}{\pi T} \left\{ 1 + C_2 \left(\frac{\pi T}{t t'} \right)^2 + \dots \right\}$$

$$C_2 = \frac{1}{\sigma} \tau^2 - \frac{1}{3} \sigma \sigma'$$

wo a die Amplitude des *treibenden* Pendels,

a' „ „ „ *getriebenen* „

t die Schwingungsdauer des *treibenden* Pendels auf dem elastischen Stativ,

t' die Schwingungsdauer des *getriebenen* Pendels auf dem elastischen Stativ,

* Die strenge Formel zur Berechnung von σ ist:

$$\sigma = \frac{a'}{a} \tau \operatorname{cosec} \mu,$$

$$\text{wo } \tau = \frac{1}{2} (t - t'), \quad \operatorname{tang} \mu = \frac{\tau}{w} \operatorname{tang} \frac{\pi w T}{t t'}, \quad w = \sqrt{\tau^2 + \sigma^2};$$

sie gilt, wie alle andern Formeln, für den Anfangszustand:

$$T = 0, \quad \varphi = \alpha_0, \quad \varphi' = 0$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0, \quad \frac{d\varphi'}{dt} = 0.$$

$$\tau = \frac{1}{2} (t - t')$$

T jene Zeitdauer in Sekunden, die von dem Anfang der Bewegung bis zur Messung der Amplituden verfloss,
 σ' die auf das getriebene Pendel bezogene Reduktion des Mitschwingens bedeutet und zwar

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{G'h'}{Gh} \left(\frac{t}{t'} \right)^3,$$

wo G das Gewicht des Pendels, und h den Abstand des Schwerpunktes bedeutet.

Die in der Formel vorkommenden Glieder höherer Ordnung können im Falle eines kleinen τ vernachlässigt werden und gar, wenn τ durch das Auflegen von einem kleinen Gewicht so reguliert wird, dass

$$\tau^2 = 2\sigma\sigma' \text{ sei;}$$

dann dient folgende einfache Formel zur Berechnung des Mitschwingens

$$\sigma = \frac{a'}{a} \cdot \frac{tt'}{\pi T}$$

Bei meinen Messungen wurde letzterer Vorgang verfolgt und somit die einfachere Formel angewendet.

Das Wesen der Messung des Mitschwingens besteht demnach darin, dass die Amplituden sowohl des treibenden, als auch des getriebenen Pendels in ein und demselben Augenblick abgelesen werden. Um diese Gleichzeitigkeit zu erreichen, wurden die Amplituden nach folgendem Schema abgelesen:

0 ^m 0 ^s :	Messung der Amplitude des treibenden Pendels,
0 ^m 30 ^s :	„ „ „ „ getriebenen „
1 ^m 0 ^s :	„ „ „ „ „ „
1 ^m 30 ^s :	„ „ „ „ treibenden „

Die arithmetischen Mittel der so abgelesenen Amplituden können als möglichst *gleichzeitige* betrachtet werden; gebrauchen wir diese Werte für a und a' , so kann aus ihnen das «Mitschwingen» berechnet werden.

Bei diesen Messungen haben die Amplitudenablesungen dann begonnen, wenn die Amplitude des getriebenen Pendels bereits nicht zu gering war, denn bei kleinen Amplituden

können die eventuellen kleinen Erschütterungen den regelrechten Vorgang der Schwingung, somit auch die Grösse der Amplitude schon stark beeinflussen. Die Messung der Amplituden ist so vor sich gegangen, dass der Zeitpunkt der nach obigem Schema beobachteten ersten Serie vom Beginn der Bewegung 16 Minuten betrage. Dann wurden noch vier Serien gemessen in einem Zeitabstand von je 2 Minuten.

Als Beispiel der Ermittlung des Mitschwingens stehe folgende Tabelle :

Datum : Potsdam 23/VI. 1915. pm
Beobachter : Oltay.

Treibendes Pendel : 115
Getriebenes Pendel : 113
Beginn der Bewegung : 0^h 56^m 50^s

T	Zeitpunkt	Amplituden		Einfaches Mittel	Mittel	Mitschwingen
16 ^m	1 ^h 12 ^m 05 ^s	10.9	13.8	12.35	12.30	$42.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$
	35	0.65	0.60	0.62	0.62	
	13 05	0.65	0.60	0.62		
	35	10.8	13.7	12.25		
18 ^m	1 14 05	10.7	13.5	12.10	12.02	45.5
	35	0.70	0.75	0.72	0.74	
	15 05	0.75	0.75	0.75		
	35	10.5	13.4	11.95		
20 ^m	1 16 05	10.4	13.2	11.80	11.72	44.8
	35	0.75	0.80	0.78	0.79	
	17 05	0.80	0.80	0.80		
	35	10.2	13.1	11.65		
22 ^m	1 18 05	10.1	13.1	11.60	11.58	45.0
	35	0.85	0.85	0.85	0.86	
	19 05	0.85	0.90	0.88		
	35	10.1	13.0	11.55		
24 ^m	1 20 05	10.0	13.0	11.50	11.45	44.5
	35	0.90	0.90	0.90	0.92	
	21 05	0.95	0.95	0.95		
	35	9.9	12.9	11.40		
					Mittel	44.4

Im obigen Beispiel bedeuten die mit *Kursivschrift* Gedruckten die Resultate der Messung, beziehentlich der Berechnungen, das mit stehender Schrift gedruckte zeigt, was auf dem Schema vorgedruckt war.

Die Genauigkeit des Endresultates bei dieser Methode der Ermittlung des Mitschwingens hängt wesentlich davon ab, in wie weit es gelang, das eine Pendel zur Ruhe zu bringen, das heisst in welchem Grade jene Bedingung erfüllt war, dass die Amplitude des einen Pendels dann 0 sei, wo wir das andere in Schwingung setzen. Mit Rücksicht darauf, dass auch bei der mit der grössten Sorgfalt und Bedachtsamkeit ausgeführten Beruhigung, wegen der individuellen Versinnlichung der Ruhelage, zu befürchten sei, dass die Anfangsbedingung nicht vollkommen erfüllt gewesen wäre, wurden obige Messungen auf jeder Station zum mindesten dreimal in der Richtung aller Pendelpaare, mit jedesmaliger neuen Beruhigung ausgeführt, wodurch obiger Fehler in dem Mittel der einzelnen Serien nur als ein Fehler zufälligen Charakters eine Rolle spielt.

b) *Ergebnisse der Mitschwingenbeobachtungen.*

Die Messungen ergaben die in folgender Tabelle zusammengestellten Werte:

Station	Pendelpaar 113,115 bez. 108,109			Pendelpaar 112,114 bez. 110,111		
	Serie			Serie		
	1	2	3	1	2	3
Potsdam I.	Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sek.					
	42.0	43.6	42.8	60.0	58.7	58.0
	45.5	44.8	41.3	58.0	57.5	55.0
	44.8	45.2	43.1	57.0	57.0	54.4
	45.0	47.0	43.9	56.5	56.8	53.3
	44.5	45.6	43.0	57.9	55.0	52.7
Serienwert	44.4	45.2	42.8	57.9	57.0	54.7
Stationswert	44.1			56.5		

Station	Pendelpaar 115,113 bez. 108,109				Pendelpaar 112,114 bez. 110,114			
	Serie				Serie			
	1	2	3	4	1	2	3	4
Budapest	Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sek.							
	47.1	54.0	42.9	50.9	56.5	59.9	61.6	57.4
	46.5	51.0	44.6	48.7	57.8	62.8	64.0	58.4
	45.8	51.0	47.8	48.2	58.3	64.0	61.7	61.4
	46.6	50.0	48.2	46.6	58.2	63.1	62.6	60.4
	45.7	50.0	47.8	46.8	56.1	63.1	62.8	60.8
Serienwert	46.3	51.2	46.3	48.2	57.4	62.6	62.5	59.7
Stationswert	48.0				60.5			

Station	Pendelpaar 115,113 bez. 108,109			Pendelpaar 112,114 bez. 110,111		
	Serie			Serie		
	1	2	3	1	2	3
Potsdam II.	Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sek.					
	48.5	44.6	47.3	61.2	59.6	56.2
	48.7	45.9	49.3	59.4	60.3	54.7
	49.2	41.6	47.1	59.0	60.2	55.8
	49.2	46.6	46.6	59.0	58.3	55.7
	47.3	46.1	46.9	57.9	57.3	56.6
Serienwert	48.6	46.0	47.4	59.3	59.1	55.8
Stationswert	47.3			58.1		

Streng genommen, beziehen sich obige Werte auf das *treibende Pendel*, der Grössenwert des *getriebenen Pendels* wäre aus der Formel:

$$\frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{G' h'}{G h} \left(\frac{t}{t'} \right)^3$$

zu berechnen. Davon wurde jedoch abgesehen, denn die Pendel waren sowohl in Bezug auf ihre Schwere, als auch auf ihre Schwerpunktabständen nahezu gleich. Bemerkt sei noch, dass bei der Ausführung der Messungen in den einzelnen Richtungen aus den entsprechenden Pendeln, sowohl der Pendelgruppe 108—111, als auch jener 112—115, das treibende und das getriebene Pendel abwechselnd gewählt wurde.

c) *Untersuchungen über die Genauigkeit der Ermittlung des Mitschwingens.*

In obiger Zusammenstellung sind ausser den aus der Messung sich für jede Station und jedes Pendelpaar ergebenden einzelnen Werten, auch die *Serien-* und *Stationswerte* angegeben. Um die Genauigkeit der Stationswerte zu prüfen, sind die Abweichungen der Serienwerte von den Stationswerten zu ermitteln.

Bezeichnen wir die Differenz des Stations- und Serienwertes mit λ , so beträgt der mittlere Fehler eines einzigen Serienwertes

$$\mu_o = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{r-1}}$$

wo r die Anzahl der sich auf eine Station und ein Pendelpaar beziehenden Serienwerte bedeutet. Der mittlere Fehler des Stationswertes ist hingegen

$$\mu_\sigma = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{r(r-1)}}$$

Die Zahlenwerte, die zur Berechnung des mittleren Fehlers nach obigen Formeln benötigt werden, sind an den einzelnen Stationen:

Station	Pendelpaar	r	$[\lambda\lambda]$	μ_o^2	μ_σ^2
Potsdam I.	115,113	3	2.99	1.50	0.50
	112,114	3	5.45	2.72	0.91
Budapest	115,113	4	16.06	5.35	1.34
	112,114	4	18.66	6.22	1.56
Potsdam II.	115,113	3	3.39	1.70	0.57
	112,114	3	7.73	3.86	1.29
			Summe	21.35	6.17

Demzufolge ist

$$\mu_o^2 = 3.56, \quad \text{also } \mu_o = \pm 1.9 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

und

$$\mu_\sigma^2 = 1.03, \quad \text{also } \mu_\sigma = \pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

aus den an beiden Stationen vollführten Beobachtungen.

Der mittlere Fehler jener Grösse des Mitschwingens, die zur Reduktion der Schwingungsdauer angewendet wurde, kann zu

$$\pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

angenommen werden.

Das zur Verfügung stehende Messungsmaterial kann zur Untersuchung dessen verwendet werden, inwiefern jene regelmässigen Fehler die Resultate beeinflussen, die bei der oben angedeuteten Einrichtung der Messung des Mitschwingens, hauptsächlich aus dem nicht vollkommen bewegungslosem Anfangszustand des einen Pendels, entstehen können.

Bezeichnen wir mit λ' und λ'' folgende Grössen:

$\lambda' = \text{Stationswert minus einzelnen Wert,}$

$\lambda'' = \text{Serienwert minus einzelnen Wert.}$

In den Werten von λ'' kommen offenbar nur die Fehler zufälliger Natur zum Ausdruck, denn die aus dem Umstand ent-

stehenden regelmässigen Fehler, dass die Anfangsbedingung nicht erfüllt gewesen war, sind von Serie zu Serie veränderlich, können aber binnen einer Serie als beständig betrachtet werden.

Demzufolge kann der aus den Werten von λ'' abgeleitete mittlere Fehler als der *mittlere zufällige Fehler* der Messung des Mitschwingens betrachtet werden. In dem Werte von λ' können ausser den zufälligen Fehlern auch regelmässige Fehler vorkommen; der aus ihnen abgeleitete mittlere Fehler wird daher der *mittlere vollständige Fehler* der Messung sein.

Bezeichnen wir mit n die Anzahl der in den einzelnen Serien stattgefundenen einzelnen Ermittlungen der Mitschwingungswerte, dann ist nr die Anzahl der auf einer Station in Bezug auf ein Pendelpaar vollführten Messungen des Mitschwingens; bezeichnen wir ferner mit μ den *mittleren vollständigen Fehler* einer einzigen Bestimmung der Schwingungsdauer, mit μ_v den *mittleren zufälligen Fehler* derselben und endlich mit α den mittleren Wert der regelmässigen Fehler. Zwischen diesen drei letzten Grössen besteht folgender Zusammenhang:

$$\mu^2 = \mu_v^2 + \alpha^2$$

Die an sämtlichen Stationen gemachten Ermittlungen zusammenfassend, kann der mittlere vollständige Fehler auf folgende Art berechnet werden:

$$\mu = \sqrt{\frac{[\lambda' \lambda']}{2[nr] - 6}}$$

Aus den λ'' -Differenzen kann μ_v berechnet werden

$$\mu_v = \sqrt{\frac{[\lambda'' \lambda'']}{2[r](n-1)}}$$

Die entsprechenden Zahlenwerte sind folgende:

Station	n	r	$[\lambda' \lambda']$	$[\lambda'' \lambda'']$
Potsdam I.	5	3	86.8	23.8
Budapest	5	4	250.9	38.6
Potsdam II.	5	3	91.0	76.1
Summe		10	428.7	138.5

Dem entsprechend ist:

$$\mu = \sqrt{\frac{428.7}{100 - 6}} = \pm 2.1 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

$$\mu_v = \sqrt{\frac{138.5}{2 \times 10 \times (5 - 1)}} = \pm 1.3 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

woraus der mittlere Wert des regelmässigen Fehlers

$$\alpha = \pm 1.7 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

folgt.

Wie das der obige Zahlenwert zeigt, bildet der mittlere Wert des regelmässigen Fehlers einen wesentlichen Teil des vollständigen Fehlers, deswegen ist es sehr begründet, zur Ermittlung des Mitschwingens mehrere Serien zu beobachten und zwar eine jede mit einem neuen Anfangszustand.

Mit obigen Berechnungen erhalten wir auch eine Kontrolle für das Vorhergehende; μ_o kann auch so ausgedrückt werden:

$$\mu_o = \sqrt{\frac{\mu_v^2}{5} + \alpha^2}$$

Dieser Wert ist aus dem jetzt abgeleiteten:

$$\mu_o = \pm 1.8 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

das mit dem früher erhaltenen Wert (± 1.9) ganz gut übereinstimmt.

8. §. Die Beschreibung der Einrichtung der Messung.

Die Messungen der Schwingungsdauer wurden in der Reihenfolge: *Potsdam-Budapest-Potsdam* ausgeführt.

Acht Pendel wurden bei den Messungen verwendet, und zwar die mit den Nummern 108, 109, 110, 111, 112, 113, 114 und 115 versehenen; dieselben wurden in zwei Gruppen eingeteilt, in die eine gehörten die Pendel 108—111, in die andere die Pendel 112—115.

Es wurde jedesmal nach einander die Schwingungsdauer von vier Pendeln gemessen und diese Messung sei von nun an als eine *Serie* bezeichnet. Zur Erreichung der gleichen Gewichte sind in Potsdam beidemal je 4, und in Budapest 8 Serien gemessen worden, zur Ableitung des Endresultates konnten folglich, sowohl bei den zusammengefassten Messungen von *Potsdam*, als auch bei jenen in *Budapest* je 64 Beobachtungen der Schwingungsdauer benützt werden, die sich auf 8 verschiedene Pendel bezogen.

Nach dem sorgfältigen Aufstellen des Pendelstativs, d. h. nach der Wagrechtstellung der, als Auflager der Pendel dienenden Achatplatten, wurden die Pendel auf das Stativ gehängt (auf jeder Station in derselben Anordnung) und in beiläufig 12 Stunden nach dem Zudecken mit der Haube haben die Beobachtungen der Schwingungsdauer begonnen.

Die auf ein Pendel bezogene Messung der Schwingungsdauer ging folgendermassen von statten. Das Pendel wurde mittels der Amplitudenschraube bis zu einer Amplitude von cca 22 Bogenminuten in Schwingung gebracht, dann wurden die Stände der *Quecksilberthermometer*, des *Barometers*, des *Hygrometers*, des *Zimmerthermometers* und endlich die *Amplitude* des Pendels abgelesen. Die Koinzidenzbeobachtungen haben nach 3—4 Minuten nach dem Anstoss des Pendels begonnen. Nacheinander wurden 6 Koinzidenzen beobachtet und dann von der 11-ten an wieder 6, hiedurch sind auf das 10-fache des Koinzidenzen-Interwalles sechs Werte erhalten worden.

Dann wurden wieder die zur Reduktion nötigen Angaben abgelesen, aber diesmal in *umgekehrter* Reihenfolge, d. h. die *Amplitude*, die Stand des *Zimmerthermometers*, des *Hygrometers*, des *Barometers* und endlich die *Temperatur* des Pendels. Ein Beispiel stehe hier auf dem zum Eintragen der entsprechenden Daten vorgedruckten Schema.

Datum: Budapest, 1915 7. Juli pm.

Pendel: 109.

Beobachter: Oltay.

Beginn der Bewegung: 2h 48m

	Am Anfang	Am Ende	Mittel	Reduktion	Endresultat
Mitteuropäische Zeit	2 ^h 51 ^m	3 ^h 32 ^m	3 ^h 11 ^m		
Luftdruck	750.5	750.6	750.6	+ 1.4	752.0
Lufttemperatur	22.7°	22.8°	22.8°		
Luftfeuchtigkeit	68	68	68		
Ausschlag	{ 9.9 9.8	{ 6.9 6.8	8.35		20.6'
Temperatur des Pendels	{ 22.54° 22.46°	{ 22.56° 22.50°	{ 22.55° 22.48°	{ — 0.12° — 0.08°	{ 22.43° 22.40°

Koinzidenzen

o 1.	11 ^h	5 ^m	10.8 ^s	o 11.	11 ^h	32 ^m	6.6 ^s	26 ^m	55. 8 ^s
u 2.		7	52.6	u 12.		34	47.8		55. 2
o 3.		10	33.6	o 13.		37	29.4		55. 8
u 4.		13	16.4	u 14.		40	11.6		55. 2
o 5.		15	57.0	o 15.		42	52.9		55. 9
u 6.		18	39.4	u 16.		45	35.0		55. 6
									26 55.58
									c = 161.56 sec

Schwingungsdauer	0.501	5522
Reduktion wegen Ausschlages	—	12
Reduktion wegen Luftdichte	—	608
Reduktion wegen Temperatur	—	1069
Reduktion wegen Mitschwingens	—	48
Reduktion wegen Uhganges	+	146
Reduzierte Schwingungsdauer	0.501	3931

9. §. Die Genauigkeit der Koinzidenzbeobachtungen.

Sämtliche Schwingungsdauern jedes Pendels sind in diesen Messungen aus den je *sechsmal* wiederholten Beobachtungen des *10-fachen Koinzidenzen-Intervalles* abgeleitet.

Die zur Verfügung stehenden *128* Beobachtungen der Schwingungsdauer können sehr wohl zu dessen Feststellung dienen, mit welcher Genauigkeit die Methode der Koinzidenzen die Schwingungsdauer in dem Falle ergibt, wenn die Einrichtung der Messung die oben geschilderte ist. Berechnen wir für jedes Pendel die Abweichungen der einzelnen Koinzidenzwerte von ihrem arithmetischen Mittel und zwar so, dass wir zur Vermeidung des sogenannten *Indexfehlers*, der entsteht, wenn sich der Faden und die Indexöffnung nicht decken, die Differenzen der *geraden* Koinzidenzen von ihrem Mittel und jene der *ungeraden* ebenfalls von ihrem Mittel abgesondert bilden.

Die in obiger Weise definierten Differenzen seien mit λ bezeichnet. Aus diesen λ kann der *mittlere Fehler*, μ , der *einmaligen Bestimmung des zehnfachen Koinzidenzen-Intervalles* geleitet werden, und zwar ist:

$$\mu = \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n(6-2)}}$$

wo n die Zahl der Schwingungsdauerbestimmungen bedeutet. Die Untersuchung ergab folgende Zahlenwerte:

Station	[$\lambda\lambda$]	
	Pendel 108—111	Pendel 112—115
Potsdam	52.84 <i>sec</i> ²	57.66 <i>sec</i> ²
Budapest	13.69 "	21.88 "

Das heisst, der *mittlere Fehler einer einzigen Beobachtung der zehnfachen Koinzidenzdauer* war bei den *Potsdamer* Messungen aus der Beobachtung der Pendel 108—111:

$$\pm 0.64 \text{ sec,}$$

der Pendel 112—115:

$$\pm 0.67 \text{ sec;}$$

bei den *Budapester* Messungen

$$\pm 0.33 \text{ sec,}$$

beziehentlich

$$\pm 0.41 \text{ sec.}$$

Sowohl die Messungen zu *Budapest*, als auch die zu *Potsdam* ergaben für die Pendel 108—111 etwas günstigere Resultate, als für die Pendel 112—115, was wahrscheinlich auf die bessere Beschaffenheit der Pendelspiegel zurückgeführt werden kann. Der grosse Unterschied zwischen den mittleren Fehlern der zu *Budapest* und zu *Potsdam* ausgeführten Messungen ist auffallend; nach obigen Angaben waren die Messungen zu *Budapest* fast von der doppelten Genauigkeit, als die, zu *Potsdam*. Da zwei verschiedene Koinzidenzapparate zu den Beobachtungen dienten, ist der grosse Unterschied wahrscheinlich der Hauptsache nach hierin zu suchen. Die beiden Apparate sind sich dem Prinzip nach vollkommen gleich, aber der Elektromagnet des *Budapester* Apparates wurde unmittelbar vor dem Gebrauch neu bespult, hiedurch wurde der Gang des auf- und abschlagenden Armes glatter, es kamen also so starke Erschütterungen nicht vor, wie bei dem zu den *Potsdamer* Messungen verwendeten Apparate.

Die Abweichung kann aber ausserdem noch eine andere Ursache haben; nämlich der Ausschalter des Koinzidenzapparates zu *Potsdam* war auf dem Tischchen des Apparates angebracht, und es ist möglich, dass die kleinen Erschütterungen, die das Ein- und Ausschalten begleiten, die geringere Genauigkeit verursachten, denn der Ausschalter zu *Budapest* war eben zur Vermeidung der Erschütterungen vom Tischchen abgesondert angeordnet. Auch die Schwankungen in der elektrischen Über-

tragung von der Uhr zu dem Koinzidenz-Apparat oder in der Uhr selbst können die Ursache grossen Unterschiedes sein.

Aus dem Werte von μ kann der *mittlere Fehler* μ_c der *Koinzidenzen-Intervalle* c abgeleitet werden, der beträgt nämlich

$$\mu_c = \frac{\mu}{10\sqrt{6}}$$

Die zahlenmässigen Werte sind:

Station	μ_c	
	Pendelgruppe 108—111	Pendelgruppe 111—115
Potsdam	$\pm 0.026 \text{ sec}$	$\pm 0.027 \text{ sec}$
Budapest	$\pm 0.013 \text{ „}$	$\pm 0.017 \text{ „}$

Aus der Koinzidenzen-Intervalle c kann die Schwingungsdauer t nach folgender Formel berechnet werden:

$$t = \frac{1}{2} + \frac{1}{2(2c-1)};$$

deswegen beträgt der *mittlere Fehler* μ_t der *Schwingungsdauer* t :

$$\mu_t = \frac{\mu_c}{(2c-1)^2}$$

Mit den mittleren Werten von c berechnet, ergibt sich für

Station	μ_t	
	Pendelgruppe 108—111	Pendelgruppe 112—115
Potsdam	$\pm 2.1 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 1.8 \times 10^{-7} \text{ sec}$
Budapest	$\pm 1.3 \times 10^{-7} \text{ „}$	$\pm 1.3 \times 10^{-7} \text{ „}$

Wir können also nach dem Zusammenfassen obiger Werte sagen, dass wenn nur die Fehler der Koinzidenzbeobachtungen bestehen würden, der *mittlere Fehler einer einzigen Beobachtung der Schwingungsdauer* einen Wert von

$$\pm 1.7 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

annehmen würde.

Da es von Interesse sein dürfte und auch der Vollständigkeit halber, hat der *Verfasser* die Werte von μ , μ_c und μ_t durch eine entsprechende Gruppierung der λ bezüglich *jeden Beobachters* besonders berechnet und es ergab sich Folgendes:

Fehler	Beobachter	Potsdam	Budapest
μ {	Oltay	$\pm 0.65 \text{ sec}$	$\pm 0.39 \text{ sec}$
	Pekár	$\pm 0.66 \text{ „}$	$\pm 0.36 \text{ „}$
μ_c {	Oltay	$\pm 0.027 \text{ „}$	$\pm 0.016 \text{ „}$
	Pekár	$\pm 0.027 \text{ „}$	$\pm 0.015 \text{ sec}$
μ_t {	Oltay	$\pm 1.9 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 1.3 \times 10^{-7} \text{ sec}$
	Pekár	$\pm 1.9 \times 10^{-7} \text{ „}$	$\pm 1.4 \times 10^{-7} \text{ „}$

(Mittel $\pm 1.7 \text{ sec}$)

Wie ersichtlich, sind die mittleren Fehler beider Beobachter fast völlig gleich.

10. §. Die Resultate der Messungen und ihre Reduktionen.

Die Schwingungsdauer t' , die aus dem Koinzidenzen-Intervalle abgeleitet werden kann, wurde nach der unten stehenden Formel reduziert:

$$t = t' - C_a a^2 - C_d d - C_\tau \tau + C_g g - m,$$

wo a die mittlere Amplitude des Pendels während der Beobachtung in Bogenminuten ausgedrückt,

d die durchschnittliche relative Luftdichte, bezogen auf die trockene Luft von 0° Celsius und 760 mm Luftdruck,

τ die Mitteltemperatur des Pendels in Celsiusgraden ausgedrückt,

g der tägliche Gang der Koinzidenzuhr in Sternzeitsekunden,

m die Korrektion, die wegen des Mitschwingens der Unterstützung nötig ist.

Die mit C bezeichneten Grössen sind Konstante und zwar:
 C_a die Amplitudenkonstante:

$$C_a = \frac{t}{16 \times 3438^2} = 0.0265 \times 10^{-7} \text{ sec},$$

C_d die Luftdichtekonstante des Pendels,
 C_τ die Temperaturkonstante des Pendels,
 C_g Konstante des Uhganges

$$C_g = \frac{t}{86400} = 58 \times 10^{-7} \text{ sec}.$$

Die Werte der Luftdichte Konstanten sind in dem Kapitel der Bestimmung der Konstanten zahlenmässig aufgezählt. *Die dynamischen Temperaturkonstanten kamen nicht zur Anwendung, denn die Temperaturdifferenzen der einzelnen Pendel waren während der Messung von sehr geringer Grösse.*

Die Berechnung der Luftdichte d geschah nach folgender Formel:

$$d = B \frac{1 - \frac{3}{8} \frac{e}{B}}{760 (1 + 0.00367 \tau)}$$

wo B der Luftdruck in mm, e der Druck des in der Luft befindlichen Wasserdampfes, τ die Temperatur des Pendelraumes in Celsiusgraden ist.

Die Resultate der Messungen der Schwingungsdauer, die Reduktionselemente und die reduzierten Schwingungsdauern sind in folgender Tabelle zusammengefasst.

Bemerkt sei, dass die bei manchen Zahlen befindlichen Punkte darauf hindeuten, dass an ihrer nächstfolgenden Dezimalstelle ein 5 steht.

Serie	Pendel	Beobachter	Mittelleuropäische Zeit	Ausgang	Temperatur im Pendel- raum am			Temperaturveränderung in 1 St.	Luftdruck	Luftfeuchtigkeit
					I.	II.	Mittel			
Potsdam I.										
22. Juni 1915.										
I.	115	0	6 ^h 52 ^{am}	18.9'	+15.09	+15.11	+15.10	+0.01	751.0	57
	113	0	7 54	20.0	+15.11	+15.13	+15.12	+0.02	751.3	57
	112	0	8 56	19.8	+15.15	+15.15	+15.15	+0.04	751.5	57
	114	0	10 07	19.1	+15.20	+15.19	+15.20	+0.05	751.7	58
II.	115	P	5 03	19.3	+15.31	+15.31	+15.31	+0.02	752.2	58
	113	P	6 40 ^{pm}	20.2	+15.37	+15.35	+15.36	+0.06	752.6	60
	112	P	7 42	20.0	+15.43	+15.41	+15.42	+0.08	752.9	61
	114	P	8 43	19.5	+15.49	+15.49	+15.49	+0.06	753.3	62
23. Juni 1915.										
III.	115	0	6 55 ^{am}	20.4	+15.29	+15.30	+15.30	0.00	754.9	58
	113	0	7 50	20.8	+15.31	+15.31	+15.31	+0.04	755.1	59
	112	0	8 42	20.6	+15.35	+15.35	+15.35	+0.05	755.0	60
	114	0	9 36	20.0	+15.39	+15.37	+15.38	+0.04	754.9	60
IV.	115	P, 0	10 31	20.1	+15.43	+15.40	+15.42	+0.03	754.8	61
	113	P	11 32 ^{am}	20.6	+15.46	+15.45	+15.46	+0.07	754.7	62
	112	P	12 31	19.8	+15.49	+15.49	+15.49	+0.02	754.5	62
	114	P	1 32 ^{pm}	18.9	+15.51	+15.51	+15.51	+0.03	754.1	62
24. Juni 1915.										
V.	108	0	6 56 ^{am}	20.6	+15.49	+15.50	+15.50	0.00	753.1	62
	109	0	7 43	20.8	+15.49	+15.51	+15.50	+0.01	753.2	62
	110	0	8 30	20.5	+15.52	+15.53	+15.52	+0.04	753.1	63
	111	0	9 20	20.3	+15.55	+15.55	+15.55	+0.03	752.9	63
VI.	108	P	10 30 ^{am}	18.9	+15.61	+15.59	+15.60	+0.05	752.6	63
	109	P	11 27	20.1	+15.65	+15.63	+15.64	+0.06	752.3	64
	110	P	12 20 ^{pm}	20.0	+15.67	+15.67	+15.67	+0.03	752.1	64
	111	P	1 20 ^{pm}	18.7	+15.69	+15.69	+15.69	+0.04	751.9	64
VII.	108	0	2 50 ^{pm}	20.4	+15.72	+15.73	+15.72	0.00	751.2	64
	109	0	3 38	20.9	+15.73	+15.73	+15.73	+0.02	751.1	64
	110	0	4 25	20.8	+15.75	+15.73	+15.74	+0.01	750.9	64
	111	0	5 15	20.4	+15.77	+15.75	+15.76	+0.01	750.6	64

Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Luftdichte	Koinzidenz-Dauer	Beobachtete Schwingungsdauer	Reduktion auf						Reduzierte Schwingungsdauer	
				einen Ausschlag von 0	eine der Einheit gleiche Luftdichte	eine Temperatur von 0°	eine feste Unterstüttzung	die Sternzeit			
22. Juni 1915.											
-2.7	0.933	195.47	0.501	2822.	-10	-607	-728	-44	-16	0.501	1417.
-2.7	0.933	192.55		3018	-11	-613	-706	-44	-16		1628
-2.7	0.933	207.04		2104	-11	-620	-724	-56.	-16		0676.
-2.8	0.933	192.54		3018	-10	-621	-731	-56.	-16		1583.
-2.7	0.934	195.21	0.501	2840	-10	-607	-739	-44	-17	0.501	1423
-2.9	0.934	192.39		3028	-11	-614	-717	-44	-17		1625
-3.0	0.934	206.73		2122	-11	-621	-736	-56.	-17		0680.
-3.1	0.934	192.24		3038.	-10.	-622	-745	-56.	-17		1587.
23. Juni 1915.											
-2.8	0.937	195.19	0.501	2841	-11	-609	-738	-44	-17	0.501	1422
-2.9	0.937	192.47		3023	-12	-616	-715	-44	-17		1619
-2.9	0.937	206.90		2112	-12	-623	-733	-56.	-17		0670
-2.9	0.936.	192.33		3032	-11	-623	-740	-56.	-17		1584
-3.0	0.936	195.11	0.501	2846	-11	-608	-744	-44	-18	0.501	1421
-3.1	0.936	192.39		3028	-12	-615	-722	-44	-18		1617
-3.1	0.936	206.70		2124	-11	-622	-740	-56.	-18		0676.
-3.1	0.935	192.25		3038	-10	-622	-746	-56.	-18		1585.
24. Juni 1915.											
-3.1	0.934	175.74	0.501	4266	-12	-625	-737	-44	-20	0.501	2828
-3.1	0.934	175.56		4280	-12	-625	-739	-44	-20		2840
-3.2	0.934	173.52		4449	-11.	-627	-738	-56.	-20		2996
-3.2	0.933	184.94		3555	-11	-633	-743	-56.	-20		2091.
-3.2	0.933	175.63	0.501	4275	-10	-624	-742	-44	-21	0.501	2834
-3.2	0.932	175.47		4288	-11	-624	-746	-44	-21		2842
-3.2	0.932	173.49		4452	-11	-626	-745	-56.	-21		2992.
-3.2	0.932	184.94		3555	-10	-632	-750	-56.	-21		2085.
-3.2	0.931	175.58	0.501	4279	-11	-623	-748	-44	-21	0.501	2832
-3.2	0.930	175.34		4299	-12	-623	-750	-44	-21		2849
-3.2	0.930	173.39		4460	-12	-625	-748	-56.	-21		2997.
-3.2	0.930	184.73		3570	-11	-631	-753	-56.	-21		2097.

Serie	Pendel	Beobachter	Mitteleuropäische Zeit	Ausschlag	Temperatur im Pendelraum am			Temperaturänderung in 1 St.	Luftdruck	Luftfeuchtigkeit
					I.	II.	Mittel			
24. Juni 1915.										
VIII.	108	P	6 ^h 30 ^{pm}	19.2	+15.79	+15.77	+15.78	+0.04	751.0	64
	109	P	7 24	20.2	+15.82	+15.80	+15.81	+0.03	751.3	64
	110	P	8 18	20.3	+15.84	+15.82	+15.83	+0.03	751.7	64
	111	P	9 12	19.8	+15.85	+15.84	+15.84	+0.02	751.9	64
Budapest										
2. Juli 1915.										
I.	115	P	4 50 ^{am}	19.2	+21.71	+21.72	+21.72	+0.02	746.8	75
	113	P	5 46	19.2	+21.73	+21.72	+21.72	+0.02	747.2	75
	112	P	6 42	19.6	+21.78	+21.76	+21.77	+0.09	747.4	76
	114	P	7 41	19.2	+21.82	+21.82	+21.82	+0.05	747.5	76
3. Juli 1915.										
II.	115	0	8 41 ^{am}	19.7	+21.46	+21.44	+21.45	+0.00	747.6	73
	113	0	9 30	20.2	+21.47	+21.44	+21.46	+0.04	747.8	72
	112	0	10 18	20.2	+21.48	+21.50	+21.49	+0.02	748.0	72
	114	0	11 05	19.8	+21.52	+21.53	+21.52	+0.05	748.2	71
III.	115	P	5 14 ^{pm}	19.3	+21.80	+21.80	+21.80	+0.06	748.2	68
	113	P	6 8	19.4	+21.90	+21.90	+21.90	+0.06	749.1	70
	112	P	7 3	19.1	+21.94	+21.94	+21.94	+0.04	749.4	70
	114	P	8 0	19.4	+22.00	+21.98	+21.99	+0.04	749.7	70
4. Juli 1915.										
IV.	115	0	10 36 ^{am}	20.4	+21.66	+21.64	+21.65	+0.05	751.8	69
	113	0	11 25	20.2	+21.70	+21.69	+21.70	+0.05	751.7	69
	112	0	12 12	20.3	+21.76	+21.75	+21.76	+0.08	751.6	69
	114	0	1 02	20.3	+21.83	+21.82	+21.82	+0.11	751.5	69
V.	115	P	5 27 ^{pm}	19.9	+22.20	+22.20	+22.20	+0.18	751.1	68
	113	P	6 22	19.2	+22.29	+22.28	+22.28	+0.06	751.3	70
	112	P	7 16	19.1	+22.32	+22.32	+22.32	+0.03	751.5	70
	114	P	8 09	20.0	+22.35	+22.34	+22.34	+0.02	751.7	70
5. Juli 1915.										
VI.	115	0	9 02 ^{am}	20.4	+21.80	+21.79	+21.80	+0.02	753.2	70
	113	0	9 51	20.3	+21.82	+21.80	+21.81	+0.04	753.2	69
	112	0	10 40	19.9	+21.86	+21.85	+21.86	+0.05	753.3	69
	114	0	11 72	20.5	+21.90	+21.90	+21.90	+0.05	753.3	68

Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Luftdichte	Koinzidenz-Dauer	Beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion auf					Reduzierte Schwingungs- dauer
				einen Ausschlag von 0	eine der Einheit gleiche Luftdichte	eine Temperatur von 0°	eine feste Unterstützung	die Sternzeit	
24. Juni 1915.									
-3.3	0.930	175.58	0.501 4279	-10	-622	-750	-44	-21	0.501 2831.
-3.3	0.930	175.39	4295	-11	-623	-754	-44	-21	2841.
-3.3	0.931	173.29	4468	-11	-625	-752	-56	-21	3002
-3.3	0.931	184.69	3573	-11	-631	-757	-56	-21	2096
2. Juli 1915.									
-5.5	0.903	178.36	0.501 4056	-10	-587	-1048	-48	+146	0.501 2509
-5.5	0.904	176.38	4214	-10	-594	-1014	-48	+146	2694
-5.6	0.904	187.96	3336	-11	-601	-1040	-60	+146	1769.
-5.6	0.904	176.04	4242	-10	-602	-1050	-60	+146	2665.
3. Juli 1915.									
-5.3	0.906	178.57	0.501 4039	-11	-589	-1035	-48	+147	0.501 2503
-5.3	0.906	176.54	4201	-11	-596	-1002	-48	+147	2691
-5.1	0.906	188.17	3321	-11	-602	-1026	-60	+147	1768.
-5.0	0.906	176.14	4234	-11	-603	-1036	-60	+147	2670.
-5.0	0.906	178.40	0.501 4053	-10	-589	-1052	-48	+148	0.501 2502
-5.2	0.906	176.42	4211	-10	-596	-1022	-48	+148	2683
-5.2	0.906	187.99	3334	-10	-602	-1048	-60	+148	1761.
-5.2	0.907	175.87	4256	-10	-604	-1058	-60	+148	2671.
4. Juli 1915.									
-5.0	0.910	178.43	0.501 4051	-11	-592	-1044	-48	+149	0.501 2505
-5.0	0.910	176.42	4211	-11	-598	-1013	-48	+149	2690
-5.0	0.910	188.07	3328	-11	-605	-1039	-60	+149	2663.
-5.0	0.909	176.05	4241	-11	-605	-1050	-60	+149	2663.
-5.1	0.907	178.25	4065	-11	-590	-1071	-48	+148	0.501 2493
-5.3	0.907	176.16	0.501 4232	-10	-596	-1040	-48	+148	2686
-5.3	0.908	187.78	3349	-10	-604	-1066	-60	+148	1756.
-5.3	0.908	175.77	4264	-11	-604	-1075	-60	+148	2661.
5. Juli 1915.									
-5.1	0.912	178.18	0.501 4071	-11	-593	-1052	-48	+150	0.501 2517
-5.0	0.912	176.31	4220	-11	-600	-1018	-48	+150	2693
-5.0	0.912	187.90	3340	-11	-606	-1044	-60	+150	1768.
-5.0	0.911	175.85	4257	-11	-606	-1054	-60	+150	2675.

Serie	Pendel	Beobachter	Mittel-europäische Zeit	Ausschlag	Temperatur im Pendel- raum am			Temperaturveränderung in 1 St.	Luftdruck	Luftfeuchtigkeit
					I.	II.	Mittel			
5. Juli 1915.										
VII.	115	P	5 ^h 07 ^m _{pm}	19.7	+22.18	+22.16	+22.17	+0.14	752.4	68
	113	P	6 0	19.2	+22.28	+22.27	+22.28	+0.10	752.4	68
	112	P	6 55	19.6	+22.34	+22.33	+22.34	+0.05	752.4	68
	114	P	7 50	19.5	+22.38	+22.36	+22.37	+0.03	752.4	68
6. Juli 1915.										
VIII.	115	0	9 15 _{am}	20.3	+21.94	+21.92	+21.93	+0.00	752.8	68
	113	0	10 3	20.4	+21.96	+21.94	+21.95	+0.04	752.8	68
	112	0	10 53	20.4	+21.99	+21.98	+21.98	+0.05	752.7	68
	114	0	11 42	20.2	+22.04	+22.04	+22.04	+0.06	752.6	68
7. Juli 1915.										
IX.	108	0	7 11 _{am}	20.0	+22.02	+22.00	+22.01	+0.01	753.1	67
	109	0	7 56	20.4	+22.04	+22.02	+22.03	+0.05	753.2	67
	110	0	8 39	20.6	+22.07	+22.06	+22.06	+0.03	753.1	67
	111	0	9 24	19.7	+22.10	+22.10	+22.10	+0.05	752.9	67
X.	108	P	10 36 _{am}	19.0	+22.18	+22.16	+22.17	+0.08	752.8	68
	109	P	11 30	19.6	+22.24	+22.23	+22.24	+0.08	752.7	68
	110	P	12 19 _{pm}	21.2	+22.29	+22.29	+22.29	+0.05	752.6	68
	111	P	1 10	20.3	+22.32	+22.32	+22.32	+0.03	752.4	68
XI.	108	0	2 22 _{pm}	20.0	+22.39	+22.36	+22.38	+0.05	752.0	68
	109	0	3 11	20.6	+22.43	+22.40	+22.42	+0.03	752.0	68
	110	0	3 56	20.9	+22.46	+22.45	+22.46	+0.05	752.0	68
	111	0	4 42	19.7	+22.51	+22.50	+22.50	+0.05	751.9	68
XII.	108	P	5 42 _{pm}	19.4	+22.58	+22.56	+22.57	+0.09	751.9	68
	109	P	6 34	19.4	+22.64	+22.63	+22.64	+0.06	751.9	68
	110	P	7 25	18.6	+22.66	+22.66	+22.66	+0.01	752.0	68
	111	P	8 15	19.3	+22.67	+22.66	+22.66	0.00	752.2	68
8. Juli 1915.										
XIII.	108	0	7 42 _{am}	20.0	+22.28	+22.27	+22.28	+0.01	753.4	68
	109	0	8 24	20.5	+22.28	+22.28	+22.28	0.00	753.4	68
	110	0	9 08	18.9	+22.29	+22.30	+22.30	+0.02	753.2	68
	111	0	9 52	20.1	+22.31	+22.32	+22.32	+0.02	753.2	68

Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Luftdichte	Koinzidenz-Dauer	Beobachtete Schwingungs-dauer	Reduktion auf					Reduzierte Schwingungs-dauer		
				einen Ausschlag von 0	eine der Einheit gleiche Luftdichte	eine Temperatur von 0°	eine feste Unterstützung	die Sternzeit			
5. Juli 1915.											
-5.1	0.909	178.19	0.501	4069	-11	-591	-1069	-48	+149	0.501	2499
-5.1	0.909	176.15		4233	-10	-598	-1040	-48	+149		2686
-5.2	0.909	187.73		3353	-11	-604	-1067	-60.	+149		1759.
-5.2	0.908	175.70.		4269	-10.	-604	-1076	-60.	+149		2667
6. Juli 1915.											
-5.0	0.911	178.28	0.501	4062	-11	-592	-1058	-48	+147	0.501	2500
-5.0	0.911	176.28		4222	-11	-599	-1024	-48	+147		2687
-5.0	0.910	187.90		3341	-11	-605	-1050	-60.	+147		1761.
-5.0	0.910	175.83		4259	-11	-606	-1061	-60.	+147		2667.
7. Juli 1915.											
-5.0	0.911	161.84	0.501	5495	-11	-609	-1047	-48	+146	0.501	3926.
-5.0	0.911	161.80.		5499	-11	-610	-1050	-48	+146		3926.
-5.0	0.911	160.09		5665	-12	-612	-1048	-60.	+146		4078.
-5.0	0.910	169.74		4772	-11	-617	-1056	-60.	+146		3173.
-5.1	0.910	161.87	0.501	5492	-10	-609	-1054	-48	+146	0.501	3917
-5.1	0.909	161.76		5503	-11	-609	-1060	-48	+146		3921
-5.1	0.909	160.05		5669	-12	-611	-1059	-60.	+146		4072.
-5.2	0.909	169.72		4774	-11	-617	-1067	-60.	+146		3164.
-5.2	0.908	161.82	0.501	5497	-11	-607	-1064	-48	+146	0.501	3913
-5.2	0.908	161.56		5522	-12	-608	-1069	-48	+146		3931
-5.2	0.908	159.88		5686	-12	-610	-1067	-60.	+146		4082
-5.2	0.908	169.49		4794	-11	-616	-1075.	-60.	+146		3177.
-5.2	0.907	161.74	0.501	5505	-10	-607	-1073	-48	+146	0.501	3913
-5.2	0.907	161.50		5528	-10	-607	-1079	-48	+146		3930
-5.2	0.907	159.76		5698	-10	-609	-1077	-60.	+146		4087.
-5.2	0.907	169.42		4800	-10	-615	-1083	-60.	+146		3177.
8. Juli 1915.											
-5.1	0.910	161.70	0.501	5509	-11	-609	-1060	-48	+147	0.501	3928
-5.1	0.910	161.60		5518	-11.	-609	-1062	-48	+147		3934.
-5.1	0.910	159.93		5681	-10	-611	-1060	-60.	+147		4086.
-5.1	0.910	169.58		4786	-11	-617	-1067	-60.	+147		3177.

Serie	Pendel	Beobachter	Mittel-europäische Zeit	Ausschlag	Temperatur im Pendel- raum am			Temperaturveränderung in 1 St.	Luftdruck	Luftfeuchtigkeit
					I.	II.	Mittel			
8. Juli 1915.										
XIV.	108	P	11 ^h 1 ^m _{am}	19.6	+22.33	+22.32	+22.32	+0.03	753.2	68
	109	P	11 50	19.3	+22.36	+22.36	+22.36	+0.04	753.0	68
	110	P	12 40 ^{pm}	21.4	+22.41	+22.39	+22.40	+0.05	752.7	68
	111	P	1 30	20.2	+22.45	+22.44	+22.44	+0.06	752.5	68
XV.	108	0	2 24 _{am}	20.5	+22.51	+22.50	+22.50	+0.06	752.0	68
	109	0	3 07	20.3	+22.56	+22.55	+22.56	+0.06	751.9	68
	110	0	3 54	20.8	+22.62	+22.60	+22.61	+0.07	751.8	68
	111	0	4 40	20.1	+22.67	+22.69	+22.68	+0.05	751.8	68
XVI.	108	P	5 48 ^{pm}	19.6	+22.69	+22.70	+22.70	+0.03	751.6	68
	109	P	6 36	19.3	+22.70	+22.71	+22.70	+0.01	751.8	68
	110	P	7 24	20.9	+22.72	+22.71	+22.72	+0.01	752.3	68
	111	P	8 12	19.4	+22.72	+22.72	+22.72	0.00	753.0	68
Potsdam II.										
14. Juli 1915.										
I.	115	0	8 28 _{am}	20.0	+16.56	+16.53	+16.54	0.00	743.6	69
	113	0	9 24	20.7	+16.57	+16.55	+16.56	+0.03	743.8	69
	112	0	10 18	20.2	+16.59	+16.59	+16.59	+0.05	743.6	69
	114	0	11 14	19.8	+16.64	+16.63	+16.64	+0.05	743.4	69
II.	115	P	5 21 ^{pm}	19.9	+16.62	+16.60	+16.61	+0.02	747.6	71
	113	P	6 20	19.5	+16.64	+16.63	+16.64	+0.03	748.6	71
	112	P	7 19	19.7	+16.67	+16.67	+16.67	+0.04	749.6	71
	114	P	8 20	18.8	+16.69	+16.71	+16.70	+0.04	750.3	71
15. Juli 1915.										
III.	115	0	8 14 _{am}	20.1	+16.36	+16.36	+16.36	0.00	748.4	70
	113	0	9 6	19.9	+16.37	+16.37	+16.37	+0.02	747.8	70
	112	0	10 1	20.2	+16.39	+16.39	+16.39	+0.04	747.3	70
	114	0	10 56	19.2	+16.42	+16.41	+16.42	+0.02	746.8	70
IV.	115	P	5 34 ^{pm}	19.7	+16.46	+16.47	+16.46	+0.02	744.3	72
	113	P	6 30	19.5	+16.49	+16.50	+16.50	+0.05	744.0	72
	112	P	7 28	19.6	+16.53	+16.53	+16.53	+0.03	744.1	72
	114	P	8 28	18.9	+16.58	+16.57	+16.58	+0.08	744.4	72

Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Luftdichte	Koinzidenz-Dauer	Beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion auf					Reduzierte Schwingungs- dauer		
				einen Ausschlag von 0	eine der Einheit gleiche Luftdichte	eine Temperatur von 0°	eine feste Unterstützung	die Sternzeit			
8. Juli 1915.											
5.2	0.910	161.71	0.501	5508	-11	-609	-1062	-48	+146	0.501	3924
5.2	0.909	161.60		5518	-10	-609	-1066	-48	+146		3931
5.2	0.909	159.86		5688	-12	-611	-1064	-60	+146		4086
5.2	0.908	169.52		4792	-11	-616	-1073	-60	+146		3177
5.2	0.908	161.70	0.501	5509	-11	-607	-1070	-48	+146	0.501	3918
5.2	0.908	161.51		5527	-11	-608	-1075	-48	+146		3931
5.2	0.907	159.86		5688	-12	-609	-1074	-60	+146		4078
5.2	0.907	169.42		4800	-11	-615	-1084	-60	+146		3175
5.2	0.907	161.60	0.501	5518	-11	-607	-1080	-48	+146	0.501	3918
5.2	0.907	161.46		5532	-10	-607	-1082	-48	+146		3931
5.2	0.907	159.77		5697	-12	-609	-1080	-60	+146		4081
5.2	0.908	169.38		4803	-10	-616	-1086	-60	+146		3176
15. Juli 1915.											
3.7	0.918	194.27	0.501	2902	-11	-597	-798	-47	-27	0.501	1422
3.7	0.918	191.61		3081	-12	-603	-773	-47	-27		1619
3.7	0.918	205.58		2190	-11	-610	-792	-58	-27		0692
3.7	0.917	191.38		3097	-11	-610	-801	-58	-27		1590
3.8	0.923	194.40	0.501	2893	-11	-600	-801	-47	-25	0.501	1409
3.8	0.923	191.44		3094	-10	-607	-777	-47	-25		1627
3.8	0.925	205.75		2180	-11	-615	-796	-58	-25		0675
3.8	0.926	191.17		3112	-10	-616	-804	-58	-25		1599
15. Juli 1915.											
3.6	0.924	194.32	0.501	2899	-11	-601	-789	-47	-24	0.501	1427
3.6	0.924	191.61		3081	-11	-607	-764	-47	-24		1628
3.6	0.923	205.86		2173	-11	-614	-783	-58	-24		0683
3.6	0.922	191.47		3091	-10	-614	-790	-58	-24		1595
3.9	0.919	194.46	0.501	2889	-11	-597	-794	-47	-25	0.501	1415
3.9	0.918	191.66		3078	-10	-603	-770	-47	-25		1622
3.9	0.918	205.81		2176	-11	-610	-789	-58	-25		0683
3.9	0.918	191.34		3100	-10	-611	-798	-58	-25		1598

Serie	Pendel	Beobachter	Mittel-europäische Zeit	Ausschlag	Temperatur im Pendel- raum am			Temperaturveränderung in 1 St.	Luftdruck	Luftfeuchtigkeit
					I.	II.	Mittel			
16. Juli 1915.										
V.	108	0	6 ^h 38 ^m _{am}	20.8	+16.35	+16.37	+16.36	−0.09	747.4	68
	109	0	7 28	17.8	+16.31	+16.31	+16.31	−0.04	747.7	67
	110	0	8 20	21.0	+16.29	+16.30	+16.30	0.00	747.8	68
	111	0	9 08	19.9	+16.31	+16.31	+16.31	+0.04	748.0	68
VI.	108	P	10 26 _{am}	20.8	+16.37	+16.35	+16.36	+0.06	748.4	70
	109	P	11 21	20.9	+16.42	+16.40	+16.41	+0.05	748.6	70
	110	P	12 16 _{pm}	20.5	+16.45	+16.46	+16.46	+0.05	748.6	70
	111	P	1 14	19.3	+16.49	+16.49	+16.49	+0.01	748.8	70
VII.	108	0	2 14 _{pm}	21.0	+16.53	+16.52	+16.52	+0.04	748.9	70
	109	0	3 04	20.8	+16.57	+16.55	+16.56	+0.03	749.0	71
	110	0	3 52	21.2	+16.57	+16.58	+16.58	+0.02	749.2	71
	111	0	4 39	19.0	+16.59	+16.60	+16.59	+0.03	749.2	71
VIII.	108	P	5 44 _{pm}	20.7	+16.63	+16.63	+16.63	+0.06	749.4	71
	109	P	6 37	21.0	+16.67	+16.67	+16.67	+0.03	749.6	71
	110	P	7 20	20.8	+16.69	+16.69	+16.69	+0.01	749.7	71
	111	P	8 25	18.9	+16.70	+16.71	+16.70	+0.04	750.0	71

Reduktion wegen der Feuchtigkeit	Luftdichte	Coinzidenz-Dauer	Beobachtete Schwingungs- dauer	Reduktion auf					Reduzierte Schwingungs- dauer
				einen Ausschlag von 0	eine der Einheit gleiche Luftdichte	eine Temperatur von 0°	eine feste Unterstüztung	die Sternzeit	
16. Juli 1915.									
—3.5	0.923	175.07	0.501 4321	—12	—617	—778	—47	—24	0.501 2843
—3.5	0.924	174.93	4332	—9	—619	—777	—47	—24	2856
—3.5	0.924	172.94	4498	—12	—621	—775	—58	—24	3008
—3.5	0.924	184.45	3591	—11	—627	—780	—58	—24	2091
—3.6	0.924	175.04	0.501 4323	—12	—618	—778	—47	—24	0.501 2844
—3.6	0.925	174.96	4330	—12	—619	—782	—47	—24	2846
—3.7	0.924	172.98	4494	—11	—621	—782	—58	—24	2997
—3.7	0.924	184.31	3601	—10	—627	—788	—58	—24	2094
—3.7	0.924	175.12	0.501 4317	—12	—618	—786	—47	—24	0.501 2830
—3.8	0.924	174.83	4341	—12	—619	—789	—47	—24	2850
—3.8	0.924	172.95	4497	—12	—621	—788	—58	—24	2994
—3.8	0.924	184.15	3613	—10	—627	—793	—58	—24	2101
—3.8	0.925	174.95	0.501 4331	—12	—619	—791	—47	—24	0.501 2838
—3.8	0.925	174.67	4354	—12	—619	—795	—47	—24	2857
—3.8	0.925	172.75	4514	—12	—621	—793	—58	—24	3006
—3.8	0.925	184.25	3605	—10	—627	—798	—58	—24	2088

Auf Grund dieser Tabelle sind die endgültigen, reduzierten Werte der Schwingungsdauer in Bezug auf jede einzelne Station und auf jedes einzelne Pendel, weiters die mittleren Werte der Serien und auch die Stationswerte zusammengestellt worden.

Der Vollständigkeit wegen sind in derselben Tabelle die Abweichungen der einzelnen Schwingungsdauern von dem Mittel der Serien aufgezählt, die Stationswerte dieser Differenzen ergeben nämlich sehr wertvolle Aufklärungen über die Beständigkeit der Pendel.

Serie	Datum		Reduzierte Schwingungsdauer					Die Abweichung der einzelnen Schwingungsdauer von dem Mittel der Serie in zehn-millionsten Teil der Sekunde			
			s	s	s	s	s				
			0.501	0.501	0.501	0.501	0.501				
Potsdam I.											
			115	113	112	114	Mittel	115	113	112	114
I.	22.VI. 1915.	am 8.5h	1417.	1628	0676.	1583.	1326	- 91	-300	+649.	-257.
II.		pm 2.0h	1423	1625	0680.	1587.	1329	- 94	-296	+648.	-258
III.	23.VI. 1915.	am 8.3h	1422	1619	0670.	1584.	1324	- 98	-295	+653.	-260.
IV.		pm 12.0h	1421	1617	0676.	1585.	1325	- 96	-292	+649.	-260.
		Mittel	1421	1622	0676	1585	1326	- 95	-296	+650	-259
			108	109	110	111	Mittel	108	109	110	111
V.	24.VI. 1915.	am 8.1h	2828	2840	2996	2091.	2689	-139	-151	-307	+597.
VI.		am 11.9h	2834	2842	2992.	2085.	2688.	-145.	-154	-304	+603
VII.		pm 4.0h	2832	2849	2997.	2097.	2694	-138	-155	-303	+596.
VIII.		pm 7.8h	2831.	2841.	3002	2096	2693	-138.	-148.	-309	+597
		Mittel	2831	2843	2997	2093	2691	-140	-152	-306	+598
Potsdam II.											
			115	113	112	114	Mittel	115	113	112	114
I.	14.VII. 1915.	am 9.8h	1422	1619	0692	1590	1331	- 91	-288	+639	-259
II.		pm 6.8h	1409	1627.	0675	1599	1327	- 82	-300.	+652	-272
III.	15.VII. 1915.	am 9.6h	1427	1628	0683	1595	1333	- 94	-295	+650	-262
IV.		pm 7.0h	1415	1622.	0683	1598	1329	- 86	-293.	+646	-269
		Mittel	1418	1624	0683	1595.	1330	- 88	-294	+647	-265.
			108	109	110	111	Mittel	108	109	110	111
V.	16.VII. 1915.	am 7.9h	2843	2856	3008	2091	2699	-114	-157	-309	+608
VI.		am 11.8h	2844	2846	2997.	2094	2695	-149	-151	-303.	+601
VII.		pm 3.5h	2830	2850	2994	2101	2694	-136	-156	-300	+593
VIII.		pm 7.1h	2838	2857	3006	2088	2697	-141	-160	-309	+609
		Mittel	2839	2852	3001	2093.	2696	-143	-156	-305	+602.

Serie	Datum	Reduzierte Schwingungsdauer					Die Abweichung der einzelnen Schwingungsdauer von dem Mittel der Serie in zehn-millionsten Teil der Sekunde			
		s	s	s	s	s				
		0.501	0.501	0.501	0.501	0.501				
		Budapest								
		115	113	112	114	Mittel	115	113	112	114
I.	2.VII. 1915. pm 6.3 ^h	2509	2694	1769.	2665.	2409.	-100	-285	+640	-256
II.	3.VII. 1915. am 9.9	2503	2691	1768.	2670	2408	-90	-283	+644.	-257
III.	pm 6.6	2502	2683	1761.	2671.	2404.	-98.	-278.	+643	-267
IV.	4.VII. 1915. am 11.8	2505	2690	1761.	2663.	2405	-100	-285	+643.	-258.
V.	pm 6.8	2493	2686	1756.	2661.	2399	-94	-287	+642.	-262.
VI.	5.VII. 1915. am 10.3	2517	2693	1768.	2675	2413	-104	-280	+646.	-262
VII.	pm 6.5	2499	2686	1759.	2667	2401	-98	-285	+641.	-266
VIII.	6.VII. 1915. am 10.5	2500	2687	1761.	2667.	2404	-96	-283	+642.	-263.
	Mittel	2503.	2689	1763	2668	2405.	-98	-283.	+643	-262
		108	109	110	111	Mittel	108	109	110	111
IX.	7.VII. 1915. am 8.3 ^h	3926	3926	4078.	3173.	3776	-150	-150.	-308.	+602.
X.	am 11.9	3917	3921	4072.	3164.	3769	-148	-152	-303.	+604.
XI.	pm 3.6	3913	3931	4082.	3177	3776	-137	-155	-306.	+599
XII.	pm 7.0	3913	3930	4087.	3177.	3777	-136	-153	-310.	+599.
XIII.	8.VII. 1915. am 8.8	3928	3934.	4086.	3177.	3781	-147	-153.	-305.	+603.
XIV.	pm 12.3	3924	3931	4086.	3177.	3780	-144	-151	-306.	+602.
XV.	pm 3.5	3918.	3931	4078.	3175.	3776	-142.	-155	-302.	+600.
XVI.	pm 7.0	3918	3931	4081.	3176.	3777	-141	-154	-304.	+600.
	Mittel	3920	3929.	4082	3175	3777	-143	-152.	-305	+602

Bei den relativen Messungen ist die Gleichförmigkeit der äusseren Umstände der Messungen von grundlegender Wichtigkeit, denn hiedurch kann die Wirkung der Fehlerquellen ein und derselben Tendenz aus den Resultaten herausfallen.

In folgender Tabelle sind die mittleren Stationswerte der wichtigeren Reduktionselemente angegeben. Diese Werte werden bei der Untersuchung der Genauigkeit eine Rolle spielen.

Station	Amplituden in Bogenminuten			Pendeltemperatur in Celsiusgraden			Luftdruck in mm			Luft- feuchtigkeit in %			Relative Luftdichte		
	112—115	108—111	Mittel	112—115	108—111	Mittel	112—115	108—111	Mittel	112—115	108—111	Mittel	112—115	108—111	Mittel
Potsdam I.	19.8	20.1	20.0	15.33	15.68	15.50	753.4	751.9	752.6	60	64	62	0.935	0.932	0.934
Budapest	19.8	20.0	19.9	21.91	22.42	22.16	750.7	752.5	751.6	70	68	69	0.908	0.908	0.908
Potsdam II.	19.7	20.3	20.0	16.54	16.50	16.52	746.1	748.8	747.4	70	70	70	0.921	0.924	0.922

Fast man beide Potsdamer Messungen zusammen, so ist:

Potsdam			20.0			16.01			750.0			66			0.928
Budapest			19.9			22.16			751.6			69			0.908
Potsdam—Bpest			+0.1			—6.15			—1.6			—3			+0.020

11. §. Genauigkeit der Schwingungsdauermessung.

Der in dem Werte der Schwingungsdauer befindliche Fehler ε entsteht aus den ausserordentlich vielen Fehlerquellen sich ergebenden **konstanten, regelmässigen und unregelmässigen Fehlern**.

$$\varepsilon = a + \varepsilon_{\text{regelmässig}} + \varepsilon_{\text{unregelmässig}}$$

d. h. da wir den regelmässigen Fehler immer in zwei Teile zerlegen können, deren erster *konstant* ist, während der zweite so beschaffen ist, dass sein mittlerer Wert 0 beträgt, so ist:

$$\varepsilon = a + \beta + \varepsilon_{\text{zufällig}},$$

wo β den konstanten Teil des regelmässigen Fehlers (d. h. den mittleren Wert des regelmässigen Fehlers) bedeutet, während $\varepsilon_{\text{zufällig}}$ teilweise aus dem unregelmässigen Fehler, teilweise aus jenem Teil des regelmässigen Fehlers zusammengesetzt ist, der dann verbleibt, wenn wir seinen konstanten Teil subtrahieren.¹

Bezeichnen wir den **vollständigen mittleren Fehler** einer Schwingungsdauer mit μ , ihren **mittleren zufälligen Fehler** mit μ_v , dann ist

$$\mu^2 = a^2 + \beta^2 + \mu_v^2$$

Die hauptsächlichsten Quellen der konstanten, regelmässigen und unregelmässigen Fehler der Schwingungsdauerbestimmungen können in Folgendem angegeben werden:

Konstante Fehler entstehen:

1. aus der Bestimmung der Konstanten der Pendel,
2. aus der Ermittlung des Mitschwingens,
3. aus der Bestimmung des Uhranges,
4. aus der Veränderung konstanter Natur in der Pendellänge.

Regelmässige Fehler verursachen:

¹ Siehe: Bodola Lajos, A mérési hibák elmélete és a legkisebb négyzetek módszere (Ludwig v. Bodola, Die Theorie der Messungsfehler und die Methode der kleinsten Quadrate).

1. die unvollkommene Bestimmung der wahren Temperatur der Pendel. Das Messen der Temperatur geschieht mittels Quecksilberthermometers, das nur bei beständiger Temperatur die wahre Temperatur der Pendel zeigt. Im Falle einer Temperaturveränderung eilt das Thermometer vor, dem Sinne der Veränderung entsprechend, denn es nimmt die veränderte Temperatur rascher an, als das metallene Pendel.

2. Die in der Zeit periodischen Veränderungen des Uhr-
ganges.

Unregelmässige Fehler entstehen aus der Beobachtung der Koinzidenzen, aus der Ablesung der Thermo-, Baro- und Hygrometer, aus den unregelmässigen Veränderungen der Pendellänge und des Uhr-
ganges u. s. w.

Ein Urteil über die Grösse des konstanten Fehlers in der als Endresultat verwendeten Schwingungsdauer können wir nur dann erhalten, wenn wir jede einzelne bekannte Fehlerquelle, die einen konstanten Fehler verursachen kann, für sich allein untersuchen. Der regelmässige und der unregelmässige Fehler gelangen in jenen Unterschieden zum Ausdruck, die zwischen den Werten der mehrmaligen Schwingungsdauerbestimmungen ein und desselben Pendels bestehen. Wir werden sehen, dass aus diesen Unterschieden, der konstante Teil des regelmässigen Fehlers und der mittlere zufällige Fehler der Bestimmung — unter gewissen Voraussetzungen — berechnet werden können.

A) Die Bestimmung des konstanten Fehlers.

1. Die Wirkung der Fehler jener Konstanten, die in der Reduktions- Formel vorkommen.

Von den bezüglichlichen Konstanten können jene der *Amplitude* und des *Uhr-
ganges* immer mit einer solchen Genauigkeit bestimmt werden, dass der hieraus entstehende Fehler bedeutend kleiner ist, als jene Fehler, die wir zufolge der derzeitig erreichbaren Genauigkeit in der Messung der Schwingungsdauer dulden müssen.

Was die **Temperaturkonstanten** anbelangt, setzen wir voraus, dass der Fehler ihrer Bestimmung

$$\Delta C_\tau$$

sei.

Weiters sei die *durchschnittliche Temperatur* der Pendel an der *Ausgangs(Referenz)station* τ_k , an der äusseren Station τ . Offenbar ist dann die Ungewissheit in der Schwingungsdauer-differenz

$$\Delta C_\tau (\tau_k - \tau).$$

In den unseren Messungen ist

$$\tau_k - \tau = -6.15^\circ$$

(siehe die Zusammenstellung auf Seite 108.)

Der mittlere Fehler der Bestimmung der Temperaturkonstanten ist auf das Mittelpendel bezogen

$$\pm 0.09 \times 10^{-7} \text{ sec},$$

folglich kann die *Wirkung jenes Fehlers der Schwingungsdauer, der aus der Bestimmung der Temperaturkonstanten entsteht, den Wert:*

$$\pm \sqrt{\frac{(0.09 \times 6.15)^2}{2}} = \pm \sqrt{0.15} = \pm 0.39 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

annehmen.

Auf eine ähnliche Art kann die Wirkung des Fehlers der **Luftdichtekonstanten** ermittelt werden. Ihre Grösse ist

$$\Delta C_d (d_k - d)$$

In Bezug auf diese Messungen ist der Fehler der Luftdichtekonstanten

$$\pm 4.6 \times 10^{-7} \text{ sec},$$

weitere ist nach der auf Seite 108. befindlichen Zusammenstellung

$$d_k - d = +0.020,$$

weshalb die *Wirkung des in der Bestimmung der Luftdichtekonstanten begangenen Fehlers*

$$\pm \sqrt{\frac{(0.020 \times 4.6)^2}{2}} = \pm \sqrt{0.0042} = \pm 0.09 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

beträgt.

Fassen wir diese beiden Fehler zusammen, dann kann die Wirkung der Fehler der Reduktionskonstanten mit

$$\pm 0.4 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

angenommen werden.

2. Die Wirkung des in der Ermittlung des Mitschwingens begangenen Fehlers.

Auf Grund der auf Seite 86. mitgeteilten eingehenden Untersuchungen beträgt der mittlere vollständige Fehler der angewandten Reduktion des Mitschwingens

$$\pm 1.0 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

3. Die Wirkung des Fehlers in der Bestimmung des Uhganges.

Der mittlere Wert des in den Berechnungen gebrauchten Uhganges kann zu

$$\pm 0.02 \text{ sec}$$

angenommen werden.

Dem entspricht in der Schwingungsdauer

$$\pm 0.02 \times 58 = \pm 1.2 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

4. Die Wirkung der konstanten Längenveränderung des Pendels.

Auf eine konstante Veränderung in der Pendellänge können wir aus dem Unterschiede, der sich zwischen den beiden Messungen an der *Referenzstation* ergab, folgern. Nach der auf Seite 106. befindlichen Tabelle ergaben die beiden Messungen bezüglich der Schwingungsdauer der Pendel 112—115.

Station	Reduzierte Schwingungsdauer in Sekunden				
	115	113	112	114	Mittelpendel
Potsdam I.	0.501 1421	0.501 1622	0.501 0676	0.501 1585	0.501 1326
Potsdam II.	1418	1624	0683	1595	1330
II.—I.	— 3 +	2 +	7 +	10.	+ 4

Und für den Pendel 108—111:

Station	Reduzierte Schwingungsdauer in Sekunden				
	108	109	110	111	Mittelpendel
Potsdam I.	0.501 2831	0.501 2843	0.501 2997	0.501 2093	0.501 2691
Potsdam II.	2839	2852	3001	2093.	2696
II.—I.	+ 7	+ 9	+ 4	+ 0.	+ 5

Wie es obige Werte zeigen, kann die konstante Längenveränderung der Pendel nur eine Grösse solcher Ordnung sein, als es die Fehler der Schwingungsdauerbestimmung sind. Stellen wir uns obige Differenzen als die reellen Werte der Längenveränderungen vor, dann kann die Wirkung der Längenveränderung des Mittelpendels zu

$$\pm \sqrt{\frac{2 \cdot 0^2 + 2 \cdot 5^2}{4}} = \pm 1.6 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

angenommen werden.

Man kann einen noch besseren Wert der Wirkung der von Station zu Station eintretenden Längenveränderung berechnen, wenn man jenen Vorgang verfolgt, den Herr Prof. Borraß in seinem Werk *«Relative Bestimmungen der Intensität der Schwerkraft etc.»* (erschienen in den Veröffentlichungen des Kön. preuss. Geodätischen Institutes, Neue Folge, Serie No. 23) eingeführt hat.

Bei diesen Berechnungen werden wir die Abweichungen

der Stationswerte der einzelnen Pendel anwenden. Zu diesem Zwecke war es vorerst nötig sämtliche Schwingungen auf dieselbe Gravitation, g_0 zu reduzieren, d. h. man musste sie mit $\sqrt{\frac{g}{g_0}}$ multiplizieren, wo g die Schwerkraftbeschleunigung der betreffenden Station ist.

In unserem Falle steht aber $\sqrt{\frac{g}{g_0}}$ derart nahe zur Einheit, dass wenn wir statt seiner die Einheit einsetzen, der in der Schwingungsdauer begangene Fehler nur 0.1×10^{-7} beträgt.

Demzufolge können wir für die weiteren Forschungen sofort die Differenz der Stationswerte der einzelnen Pendel von dem Mittelpendel anwenden, also jene Werte, die bereits in der auf Seite 106. mitgeteilten Tabelle berechnet sind.

Für jede Station gesondert angegeben sind diese Werte für die :

Pendelgruppe: 112—115 (Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sekunde)

Station	Mittelpendel minus				λ				$[\lambda\lambda]$	n	$\frac{1}{n}$
	115	113	112	114	115	113	112	114			
Potsdam I.	—95	—296	+650	—259	+1	+5	—3	—3	44	4	0.25
Budapest	—98	—283.	+643	—262	+4	—7.	+4	0	88	8	0.12.
Potsdam II.	—88	—294	+647	—265.	—6	+3	0	+3.	57	4	0.23
	—94	—291	+647	—265					189		0.52.

Pendelgruppe: 108—111 (Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sekunde)

Station	Mittelpendel minus				λ				$[\lambda\lambda]$	n	$\frac{1}{n}$
	108	109	110	111	108	109	110	111			
Potsdam I.	—140	—152	—306	+598	—2	—1	+1	+3	15	4	0.25
Budapest	—143	—152	—305	+602	+1	—0.	0	—1	2	8	0.12.
Potsdam II.	—143	—156	—305	+602.	+1	+3	0	—1.	11	4	0.25
	—142	—153	—305	+601					28		0.52.

Aus obigen Differenzen kann auf eine *relative Längenveränderung* geschlossen werden. Diese Differenzen müssten nämlich an jeder Station völlig identisch sein, wenn die Messungen fehlerlos und die Pendel ganz invariabel wären. Insofern wir Differenzen erhalten, können diese auf die unvermeidlichen *unregelmässigen Messungsfehler*, auf die *Fehler der Temperaturkonstanten* und endlich auf die *Längenveränderungen der Pendel* zurückgeführt werden. Da nun aber die Temperaturkonstante — wie wir es gesehen haben — in hinreichend genauer Weise bestimmt werden kann, so rühren die Differenzen hauptsächlich aus den zufälligen Fehlern der Messung und aus der Längenveränderung der Pendel her.

Die Abweichungen von dem Mittel sind ebenfalls in obiger Tabelle zusammengefasst, wo auch ihre summierten Quadrate angegeben sind.

Bezeichnen wir mit x den mittleren Wert der Wirkung der relativen Längenveränderung, bezogen auf den aus einer Bestimmung der Schwingungsdauer stammenden Wert, so kann derselbe nach Herrn Prof. *Borrass* mittels folgender Formel berechnet werden:

$$3\mu_v^2 \frac{r-1}{r} \left[\frac{1}{n} \right] + 3(r-1)x^2 = [\lambda\lambda],$$

wo μ_v den mittleren zufälligen Fehler einer Schwingungsdauer-Bestimmung, r die Zahl der Stationen und n die Anzahl der an den einzelnen Stationen gemessenen Serien und die eckige Klammer die Summierung der entsprechenden Glieder bedeutet.

Die auf der Seite 123. eingehend mitgeteilten Berechnungen ergeben für diese Messungen folgende Zahlenwerte:

$$\mu_v^2 = 16.7 \times 10^{-14} \text{ sec},$$

Folglich ergibt sich obige Gleichung in Bezug auf die *Pendelgruppe 112—115* folgend:

$$3 \times 16.7 \times \frac{2}{3} \times 0.52 + (3 - 1) 3 x^2 = 189,$$

hieraus ist

$$x^2 = 28.8; \quad x = \pm 5.4 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

und auf das Mittelpendel bezogen ist

$$\frac{x^2}{4} = 7.2; \quad \frac{x}{2} = \pm 2.7 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Für die *Pendelgruppe 108—111* gestaltet sich obige Gleichung folgendermassen:

$$3 \times 16.7 \times \frac{2}{3} \times 0.52 + 3 (3 - 1) x^2 = 28,$$

dem entsprechend ist

$$x^2 = 0.2; \quad x = \pm 0.4 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

und auf das Mittelpendel bezogen

$$\frac{x^2}{4} = 0.05; \quad \frac{x}{2} = \pm 0.02 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Für *beide Pendelgruppen gemeinschaftlich berechnet* nimmt die Gleichung folgende Gestalt an:

$$3 \times 16.7 \times \frac{5}{6} \times 1.04 + 3 (6 - 1) x^2 = 217,$$

woraus:

$$x^2 = 11.; \quad x = \pm 3.4 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Folglich ist *die Wirkung der relativen Längenveränderung auf das Mittelpendel*

$$\frac{x^2}{4} = 2.9; \quad \frac{x}{2} = \pm 1.7 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Obiger Wert stimmt mit jenem mittleren Fehler überein, den wir aus den Abweichungen der Anschlussmessungen unmittelbar abgeleitet haben.

Bei den Genauigkeitsuntersuchungen werden wir letztere Werte zur Charakterisierung der Wirkung der relativen Längenveränderungen anwenden.

Das bisher Gesagte zusammenfassend, ist der konstante Fehler des aus einer Beobachtung der Schwingungsdauer stammenden Wertes:

$$\sqrt{0.4^2 + 1.0^2 + 1.2^2 + 2.9^2} = \pm 3.7 \times 10^{-7} \text{ sec.},$$

der dem Mittelpendel anhaftende Fehler hingegen

$$\sqrt{0.4^2 + 1.0^2 + 1.2^2 + 1.7^2} = \pm 2.3 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

B) *Die Bestimmung des beständigen Teils des regelmässigen Fehlers und die Bestimmung des zufälligen Fehlers.*

Die regelmässigen und die unregelmässigen Fehler verursachen es, dass wir gelegentlich der Wiederholung der Schwingungsdauermessung immer von einander abweichende Resultate erhalten. Der quadratische mittlere Wert ihrer gemeinschaftlichen Wirkung lässt sich auf einfache Weise aus der Differenz der Schwingungsdauer der einzelnen Pendel und des Stationswertes des Mittelpendels berechnen.

Da aber die Messungen *serienweise* eingeteilt waren, (wir nannten die nach einander folgende Beobachtung von je vier Pendeln eine Serie), wiederholten wir die Serien an jeder Station unter verschiedenen Umständen, deswegen können unter gewissen Voraussetzungen sowohl der *konstante Teil des regelmässigen Fehlers* als auch der *mittlere zufällige Fehler* berechnet werden. Die Voraussetzung ist die, dass die regelmässigen Fehler in derselben Serie einen konstanten Wert haben, aber sich

von Serie zu Serie verändern. Diese Voraussetzungen dürften der Wirklichkeit sehr nahe kommen, denn der regelmässige Fehler entspringt hauptsächlich aus der allmählichen Veränderung des Uhganges.

Bezeichnen wir mit α , β , γ und δ die einzelnen Pendel einer Serie, mit t ihre Schwingungsdauer, dann ist das Schema der Messung, wenn wir n Serien voraussetzen, folgende

Reduzierte Schwingungsdauer				
α	β	γ	δ	Mittel
$t_{\alpha,1}$	$t_{\beta,1}$	$t_{\gamma,1}$	$t_{\delta,1}$	$t_{m,1}$
$t_{\alpha,2}$	$t_{\beta,2}$	$t_{\gamma,2}$	$t_{\delta,2}$	$t_{m,2}$
.
.
.
$t_{\alpha,n}$	$t_{\beta,n}$	$t_{\gamma,n}$	$t_{\delta,n}$	$t_{m,n}$
t_α	t_β	t_γ	t_δ	t_m

worin die in die letzte Rubrik geschriebenen Glieder die arithmetischen Mittel der betreffenden Horizontalreihe sind.

Betrachten wir eines der Pendels z. B. α . Der verlässlichste Wert der Schwingungsdauer des Pendels α ist das arithmetische Mittel t_α .

Bilden wir die verlässlichsten Verbesserungen

$$\lambda_i = t_\alpha - t_{\alpha,i},$$

so ist aus diesen der mittlere Fehler einer Bestimmung der Schwingungsdauer

$$\pm \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-1}}$$

Da die Werte der Schwingungsdauer sowohl den konstanten Teil des regelmässigen Fehlers, als auch den zufälligen Fehler enthalten und ihr arithmetisches Mittel der verlässlichste Wert der Schwingungsdauer des Pendels ist, so erhalten wir mit den eingeführten Bezeichnungen folgende Gleichung

$$\beta^2 + \mu_v^2 = \frac{[\lambda\lambda]}{n-1}$$

Also erhalten wir aus den Differenzen der λ jenen mittleren Fehler, der die gleichzeitige Wirkung der regelmässigen und der unregelmässigen Fehler charakterisiert.

Obigen Wert erhalten wir noch genauer, wenn wir die Werte von λ für alle Stationen und für sämtliche Pendel berechnen. Dann ist

$$\beta^2 + \mu_v^2 = \frac{[\lambda\lambda]}{4 ([n] - r)} \quad (I.)$$

wo sich die durch die eckige Klammer angezeigte Summierung auf sämtliche Stationen bezieht und r die Anzahl der Stationen bezeichnet.

Vollführen wir dasselbe auch in Bezug auf das arithmetische Mittel der vier Pendel und bilden wir die Differenzen

$$\lambda'_i = t_m - t_{m,i}$$

d. h. die verlässlichsten Korrekturen des Mittelpendels. Der mittlere Fehler kann auch aus diesen abgeleitet werden und seine Grösse beträgt:

$$\pm \sqrt{\frac{[\lambda'\lambda']}{n-1}}$$

die sich auf die einmalige Bestimmung der Schwingungsdauer des Mittelpendels bezieht. Da aber das Mittelpendel das arithmetische Mittel der vier Pendel ist, ergibt sich, dass

$$\frac{[\lambda'\lambda']}{n-1} = \beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4}.$$

Berechnen wir die Werte der λ wieder auf allen Stationen, und summieren sie, so erhalten wir die Beziehung:

$$\beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4} = \frac{[\lambda'\lambda']}{[n] - r}. \quad (\text{II.})$$

Aus der Kombination der Gleichung I und II können dann sowohl β , als auch μ_v berechnet werden.

Als Rechnungskontrolle kann noch eine weitere Gleichung abgeleitet werden.

In der sich auf der Seite 106. befindlichen Tabelle sind die Differenzen (d) der einzelnen Pendel und der Mittelpendel zusammengestellt. Wir können nun die Unterschiede der einzelnen Differenzen von ihren arithmetischen Mitteln bilden

$$\lambda''_{a,i} = d_a - d_{a,i}$$

Aus diesen Werten von λ'' ergeben sich die mittleren Fehler der einzelnen Differenzen in der Form:

$$\pm \sqrt{\frac{[\lambda''\lambda'']}{n-1}}.$$

Offenbar enthalten diese Differenzen nur die *zufälligen Fehler*, foglich ist mit Berücksichtigung der Art der Differenzbildung

$$\mu_v^2 = \frac{[\lambda''\lambda'']}{3([n] - r)}. \quad (\text{III.})$$

Bezeichnen wir nämlich mit $d_{a,i}$ jene Differenz in der i -ten Serie, die sich auf das Pendel a bezieht,

$$d_{a,i} = \frac{t_{a,i} + t_{\beta,i} + t_{\gamma,i} + t_{\delta,i}}{4} - t_{a,i}$$

Bezeichnen wir mit μ_v die mittleren Fehler der einzelnen Werte von t und mit μ_d den mittleren Fehler der Differenz d .

Da aber d eine Funktion von t ist, so ist nach dem Lehrsatz des mittleren Fehlers eines Funktionswertes

$$\mu_d^2 = \frac{1}{16}(\mu_v^2 + \mu_v^2 + \mu_v^2 + 9\mu_v^2) = \frac{12}{16}\mu_v^2 = \frac{3}{4}\mu_v^2.$$

Bilden wir also den Wert $\frac{[\lambda''\lambda'']}{n-1}$ in Bezug auf eines der Pendel, dann kann μ_d nach folgender Formel berechnet werden

$$\mu_d^2 = \frac{3}{4} \mu_v^2 = \frac{[\lambda''\lambda'']}{n-1}$$

und daraus

$$\mu_d^2 = \frac{4}{3} \frac{[\lambda''\lambda'']}{n-1}$$

Wenn wir diese Formel auf die in r Stationen vollführten Messungen verallgemeinern, gelangen wir zur Formel *III*. Natürlich ist der mathematische Inhalt der Gleichung *III* in den Gleichungen *I* und *II* enthalten; nehmen wir nämlich in Betracht, dass

$$\lambda'' = \lambda - \lambda',$$

so kann die Gleichung *III* mit Hilfe der Gleichungen *I* und *II* abgeleitet werden.

Die Werte von λ , λ' und λ'' für die einzelnen Stationen sind in folgender Tabelle zusammengestellt:

Einheit ist der zehnmillionste Teil der Sekunde

Station	Serie	λ				λ'	λ''				
		115	113	112	114		115	113	112	114	
		beziehentlich					Mittel	beziehentlich			
		108	109	110	111			108	109	110	111
Potsdam I.	I.	+ 3.	— 6	+ 0.	+ 1.	0	+ 4	— 4	+ 0.	+ 1.	
	II.	— 2	— 3	— 4.	— 2.	— 3	+ 1	0	+ 1.	+ 1	
	III.	— 1	+ 3	+ 5.	+ 0.	+ 2	— 3	+ 1	— 3.	— 1.	
	IV.	0	+ 5	— 0.	— 0.	+ 1	— 1	+ 4	+ 0.	— 1.	
	V.	+ 3	+ 3	+ 1	+ 1.	+ 2	+ 1	+ 1	— 1	+ 0.	
	VI.	— 3	+ 1	+ 4.	+ 7.	+ 2.	— 5.	— 2	+ 2	— 5	
	VII.	— 1	— 6	— 0.	— 4.	— 3	+ 2	— 3	+ 3	+ 1.	
	VIII.	+ 0.	+ 1.	— 5	— 3	— 2	+ 1.	+ 3.	— 3	+ 1	
Budapest	I.	— 5.	— 5	— 6.	+ 2.	— 4	— 2	— 1.	+ 3	+ 6	
	II.	+ 0.	— 2	— 5.	— 2	— 2.	+ 8	+ 10.	— 1.	+ 5	
	III.	+ 1.	+ 6	+ 1.	— 3.	+ 1.	+ 0.	+ 5	0	— 5	
	IV.	— 1.	+ 1	+ 1.	+ 4.	+ 0.	— 2	— 1.	— 0.	+ 3.	
	V.	+ 10.	+ 3	+ 6.	+ 6.	+ 6.	+ 4	— 3.	+ 0.	— 0.	
	VI.	— 13.	— 4	— 5.	— 7	— 7.	— 6	+ 3.	— 3.	0	
	VII.	+ 4.	+ 3	+ 3.	+ 1	+ 4.	0	— 1.	+ 1.	— 4	
	VIII.	+ 3.	+ 2	+ 1.	+ 0.	+ 1.	+ 2	+ 0.	+ 0.	— 1.	
	IX.	— 6.	+ 3	+ 3	+ 1	+ 0.	— 7	+ 2	+ 2.	— 0.	
	X	+ 3	+ 8.	+ 10.	+ 10.	+ 8	— 5	+ 0.	+ 1.	— 2.	
	XI.	+ 7	— 1.	— 0.	— 2	+ 1	+ 6	— 2.	— 1.	+ 3	
	XII.	+ 7	— 0.	— 5.	— 2.	0	+ 7	— 0.	— 5.	+ 2.	
	XIII.	— 8	— 5.	— 4.	— 2.	— 4	— 4	— 1	— 0.	— 1.	
	XIV.	— 4	— 1.	— 4.	— 2.	— 3	— 1	+ 1.	— 1.	— 0.	
	XV.	+ 1.	— 1.	+ 3.	— 0.	+ 1	+ 0.	+ 2.	+ 2.	+ 1.	
	XVI.	+ 2	— 1.	+ 0.	— 1.	0	+ 2	— 1.	+ 0.	+ 1.	
Potsdam II.	I.	— 4	+ 5	— 9	+ 5.	— 1	— 3	+ 6	+ 8	+ 6.	
	II.	+ 9	— 3.	+ 8	— 3.	+ 3	+ 6	— 5.	— 5	— 6.	
	III.	— 9	— 4	0	+ 0.	— 3	— 6	— 1	— 3	+ 3.	
	IV.	+ 3	+ 1.	0	— 2.	+ 1	+ 2	+ 0.	+ 1	— 3.	
	V.	— 4	— 4	— 7	+ 2.	— 3	— 1	— 1	— 4	— 5.	
	VI.	— 5	+ 6	+ 3.	— 0.	+ 1	— 6	+ 5	+ 1.	+ 1.	
	VII.	+ 9	+ 2	+ 7	— 7.	+ 2	+ 7	0	+ 5	+ 9.	
	VIII.	+ 1	— 5	— 5	+ 5.	— 1	+ 2	— 4	— 4	— 6.	

Diesen Werten entsprechend sind die Zahlenwerte der Quadratsummen folgende:

Einheit: 10^{-14} sec.

Station	$[\lambda\lambda]$				$[\lambda'\lambda']$	$[\lambda''\lambda'']$			
	115	113	112	114	Mittel	115	113	112	114
	beziehentlich					beziehentlich			
	108	109	110	111		108	109	110	111
Potsdam I.	36.4	127.2	98.2	96.4	37.2	64.4	59.2	37.8	36.0
Budapest	595.0	224.4	366.0	271.2	235.4	308.4	78.4	76.1	145.0
Potsdam II.	310.0	136.4	280.2	141.6	35.0	175.0	109.4	158.2	273.6

Oder wenn wir je eine Gattung der λ Werte vollständig summieren, gelangen wir zu folgenden Zahlenwerten:

Einheit: 10^{-14} sec.

Laufende Nummer	Station	n	$[\lambda\lambda]$	$[\lambda'\lambda']$	$[\lambda''\lambda'']$
1	Potsdam I.	8	358	37	197
2	Budapest	16	1457	235	608
3	Potsdam II.	8	868	35	716

Diesen Zahlenwerten entsprechend ist

$$\beta^2 + \mu_v^2 = \frac{2683}{4(32-3)} = 23.1 \times 10^{-14} \text{ sec}$$

und

$$\beta^2 + \frac{\mu_v^2}{4} = \frac{307}{32-3} = 10.6 \times 10^{-14} \text{ sec}$$

woraus

$$\mu_v = \pm 4.1 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

und

$$\beta = \pm 2.5 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Bilden wir die Kontrollgleichung

$$\mu_v^2 = \frac{1521}{3(32-3)} = 17.5 \times 10^{-14} \text{ sec}$$

und hieraus

$$\mu_v = \pm 4.2 \times 10^{-7} \text{ sec,}$$

was mit Obigem übereinstimmt.

μ_v und β beziehen sich auf den aus einer einmaligen Beobachtung der Schwingungsdauer bestimmten Wert. Bezeichnen wir den mittleren zufälligen Fehler des Stationswertes des Mittelpendels mit m_v , den mittleren Wert des regelmässigen Fehlers mit m_β , dann ist

$$m_\beta^2 = \frac{\beta^2}{n}$$

und

$$m_v^2 = \frac{\mu_v^2}{4n}$$

Berechnen wir auch diese, so erhalten wir folgende Zahlenwerte:

Station	n	m_β	m_v
Potsdam I.	8	$\pm 0.9 \times 10^{-7} \text{ sec}$	$\pm 0.7 \times 10^{-7} \text{ sec}$
Budapest	16	± 0.6	± 0.5
Potsdam II.	8	± 0.9	± 0.7

ziehen wir die für den konstanten Fehler bereits erhaltenen Werte in Betracht, so wird der mittlere Fehler einer einzigen Schwingungsdauer-Beobachtung

$$\mu^2 = 14.0 + 6.4 + 16.7 = 37.1 \times 10^{-14} \text{ sec}$$

d. h.

$$\mu = \pm 6.1 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Die Werte der mittleren Fehler der als Endresultate gebrauchten Schwingungsdauer sind:

Station	$m = \sqrt{a^2 + m_p^2 + m_v^2}$
Potsdam I.	$\pm 2.6 \times 10^{-7} \text{ sec}$
Budapest	$\pm 2.5 \times 10^{-7} \text{ sec}$
Potsdam II.	$\pm 2.6 \times 10^{-7} \text{ sec}$

Der *mittlere vollständige Fehler* der aus den Messungen abgeleiteten Schwingungsdauerdifferenz ist somit

$$\sqrt{2.5^2 + 1.8^2} = \pm 3.0 \times 10^{-7} \text{ sec.}$$

Hieraus folgt, dass *der mittlere Fehler der Bestimmungsdifferenz* einen Wert von

$$\begin{aligned} m_{\Delta g} &= \frac{2g}{t} \sqrt{m_p^2 + m_B^2} = \frac{2 \times 9.81}{0.5023} \sqrt{2.5^2 + 1.8^2} = \\ &= \pm 1.2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-2} \end{aligned}$$

besitzt, das einer Genauigkeit von $\frac{1}{835000}$ entspricht.

Einen für die Beschleunigungsdifferenz charakteristischen mittleren Fehler kann man auch auf eine andere Weise ableiten. Berechnen wir nämlich die Differenz der Schwingungsdauer gesondert aus den Werten der *Pendelgruppe 112—115* und aus jenen der *Pendelgruppe 108—111*; aus den beiden Werten lässt sich der mittlere Fehler der als Endresultat gebrauchten Differenz berechnen.

Station	Wert der reduzierten Schwingungsdauer in Sekunden	
	für die Pendelgruppe 108—111	für die Pendelgruppe 112—115
Potsdam ~ ~ ~ ~ ~	0.501 2693.	0.501 1328
Budapest ~ ~ ~ ~ ~	0.501 3777	0.501 2405.
Budapest—Potsdam	+ 0.000 1083.	+ 0.000 1077.

Die Abweichung der mit den beiden Pendelgruppen vollführten Bestimmungen macht 6 Einheiten der zehnmilliontel Sekunde aus, d. h. die Messungen ergeben für die Schwingungsdifferenz in dem Sinne: «*Budapest minus Potsdam*»

$$+ 0.0001080 \text{ sec,}$$

dessen mittlerer Fehler

$$\pm 3.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

beträgt, was mit dem früher abgeleiteten Wert vollkommen übereinstimmt.

Die in den Jahren 1908/1909 ausgeführten Messungen des Verfassers ergaben als Endresultat obiger Schwingungsdauerdifferenz

$$\pm 0.0001081 \text{ sec,}$$

welcher Wert mit dem jetzigen fast vollkommen übereinstimmt.

12. §. Die Ableitung des Endresultates.

Vor dem Übergang auf die Berechnung des Wertes der Schwerkraftbeschleunigung zu *Budapest*, sollen jene Schwingungsdauerdifferenzen zusammengestellt werden, die mit Hilfe der Schwingungsdauer der einzelnen Pendel bei den Messungen sowohl des Jahres 1908, als des Jahres 1915 abgeleitet werden können.

Fortlaufende Nr.	Zeitpunkt der Messung	Nummer des Pendels	Die Schwingungsdauer- differenz in Sekunden der Sternzeit	Abweichung von dem Mittel λ	λ^2
1	1908/1909	115	0.000 1074.	+ 6.	42
2		113	1084	— 3	9
3		112	1087	— 6	36
4		114	1080	+ 1	1
5	1915	115	0.000 1084	— 3	9
6		113	1066	+ 15	225
7		112	1083.	— 2.	6
8		114	1078	+ 3	9
9	1915	108	0.000 1085	— 4	16
10		109	1082	— 1	1
11		110	1083	— 2	4
12		111	1082	— 1	1
	Mittel		0.000 1081	Summe	359

Auf Grund dieser Werte ist der *mittlere Fehler der aus einer einzigen Schwingungsdauer abgeleiteten Differenz*

$$\pm 5.7 \times 10^{-7} \text{ sec},$$

und diesem entspricht in der Beschleunigungsdifferenz

$$\pm 2.2 \times 10^{-5} \text{ m, sec}^{-2}.$$

Der *mittlere Fehler des Endresultates* beträgt

$$\pm 1.6 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

was in der Differenz der Schwerebeschleunigung einem *mittleren Fehler* von

$$\pm 0.6 \times 10^{-5} \text{ m, sec}^{-2}$$

entspricht.

Die Messungen ergeben also als Endresultat für die Schwingungsdauerdifferenz «Budapest minus Potsdam» einen Wert von :

$$+ 0.0001081 \text{ sec},$$

dessen *mittlerer Fehler* zu

$$\pm 1.6 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

angegeben werden kann.

Es sei noch bemerkt, dass bezüglich dieser Differenz der Beschleunigung auch aus jenen Messungen ein weiterer Wert abgeleitet werden kann, die sich aus den Bestimmungen der Konstanten der Pendel 108–111 ergeben. Denn, wie oben erwähnt, bestimmte die Temperaturkonstante Prof. Haasemann zu Potsdam, die Luftdichtekonstante der Verfasser mit Herrn Ing. N. Szecsödy zu Budapest. Beidemale wurden die verlässlichsten Werte der Schwingungsdauer bestimmt. Diese Werte sind folgende:

Station	Reduzierte Schwingungsdauer in Sekunden				
	108	109	110	111	Mittel
Potsdam, März 1913 (Beobachter: Haasemann)	0.501 2862	0.501 2859	0.501 2997	0.501 2093	0.501 2703
Budapest, Okt. 1913 (Beobachter: Oltay, Szecsödy)	3930	3962	4097	3187	3789
Differenz	+ 1068	+ 1083	+ 1100	+ 1094	+ 1086

Natürlich sind die Gewichte dieser Werte nicht die gleichen, wie jene der oben angegebenen Messungen, einerseits weil die Beobachtung nur eine einseitige war, andererseits weil ein sehr grosser Zeitraum zwischen den beiden Beobachtungen liegt. Der immerhin geringe Unterschied bezeugt sowohl die Beständigkeit der Pendellängen, als auch die sorgfältige Durchführung der Messungen.

Zur Bestimmung des absoluten Wertes der Schwerkraftbeschleunigung zu Budapest verwendete der Verfasser den aus der absoluten Messung des «Potsdamer Geodätischen Institutes» abgeleiteten Wert. Dieser Wert bezieht sich auf den «Pfeiler 31» im Pendelsaal, dessen Koordinaten

$$\begin{cases} \varphi = 52^\circ 22.86' \\ \lambda = 13^\circ 4.06' \text{ östl. v. Greew.} \\ h = 87 \text{ m sind.} \end{cases}$$

Seine Grösse selbst beträgt

$$G_{\text{Potsdam}} = 981.274 \pm 0.003 \text{ cm, sec}^{-2}.$$

Hierüber siehe: *Dr. F. Kühnen, Dr. Ph. Furtwängler, Bestimmung der absoluten Grösse der Schwerkraft zu Potsdam mit Reversionspendeln, Veröffentlichung des Königl. Preuss. Geodätischen Institutes, Neue Folge No 27.*

Da unsere Messungen auf einem Pfeiler von niedrigerem Niveau vorgenommen wurden, waren die für *Potsdam* festgestellten Schwingungsdauern erst um

$$+ 3.0 \times 10^{-7} \text{ sec}$$

zu verbessern, um sie sich auf den «*Pfeiler 31*» zu beziehen.

Die Schwingungsdauerdifferenz ist also in dem Sinne «*Potsdam P. 31—Budapest G. P.*»

$$- 0.0001078 \text{ sec,}$$

damit können wir den für *Budapest* gültigen Wert von g mit Hilfe folgender Formel berechnen:

$$g = g_P + 2g_P \frac{t_P - t}{t_P} + 3g_P \left(\frac{t_P - t}{t_P} \right)^2 + \dots$$

Die Berechnung ausgeführt, ergibt sich für Pfeiler G. P. im Geod. Institut der techn. Hochschule in Budapest

$$980.852 \text{ cm, sec}^{-2},$$

welcher Wert sich auf die durch

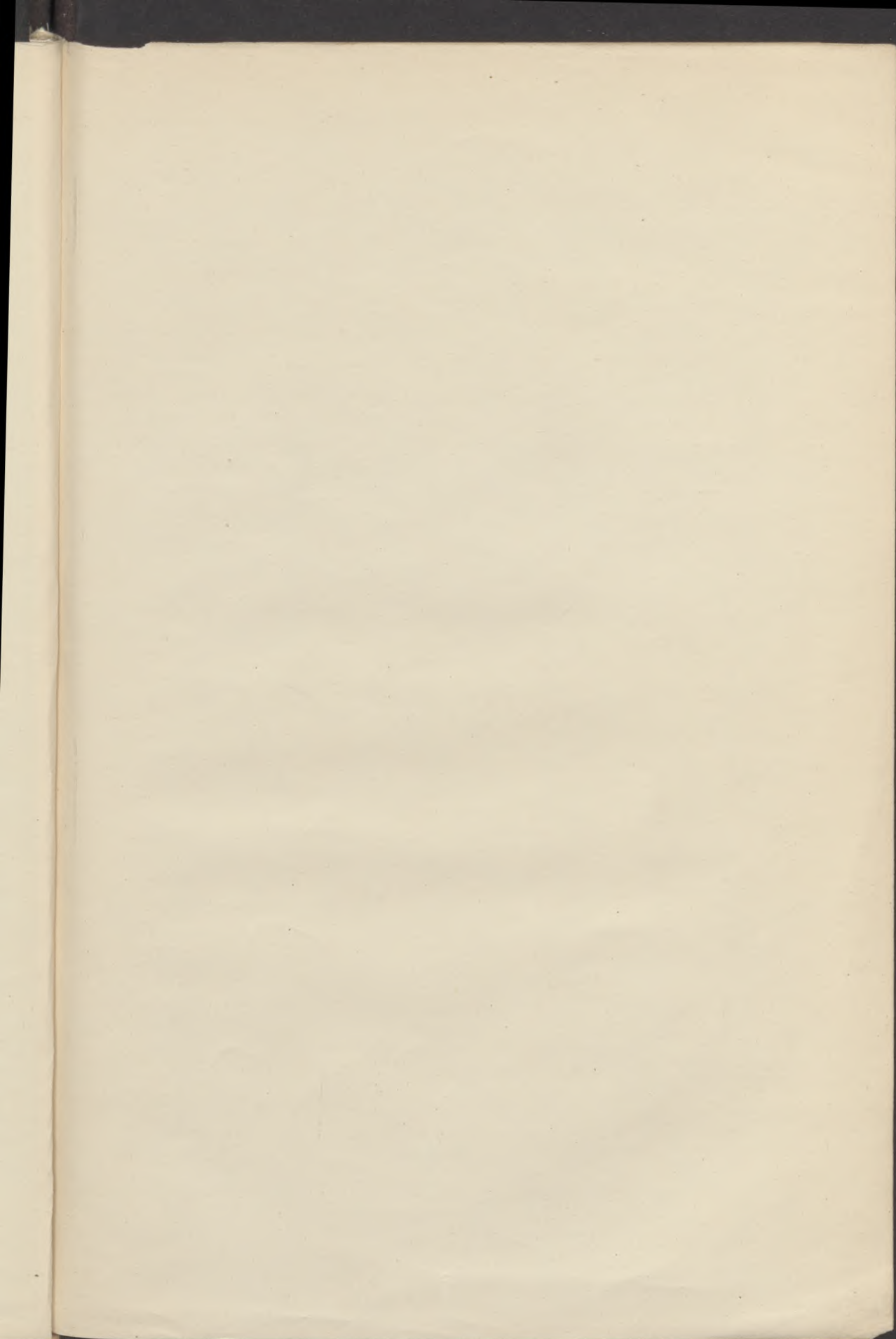
$$\begin{aligned} \varphi &= 47^\circ 28.9' \\ \gamma &= 19^\circ 3.2' \text{ östl. v. Greenw.} \\ h &= 105.6 \text{ m über d. Adria.} \end{aligned}$$

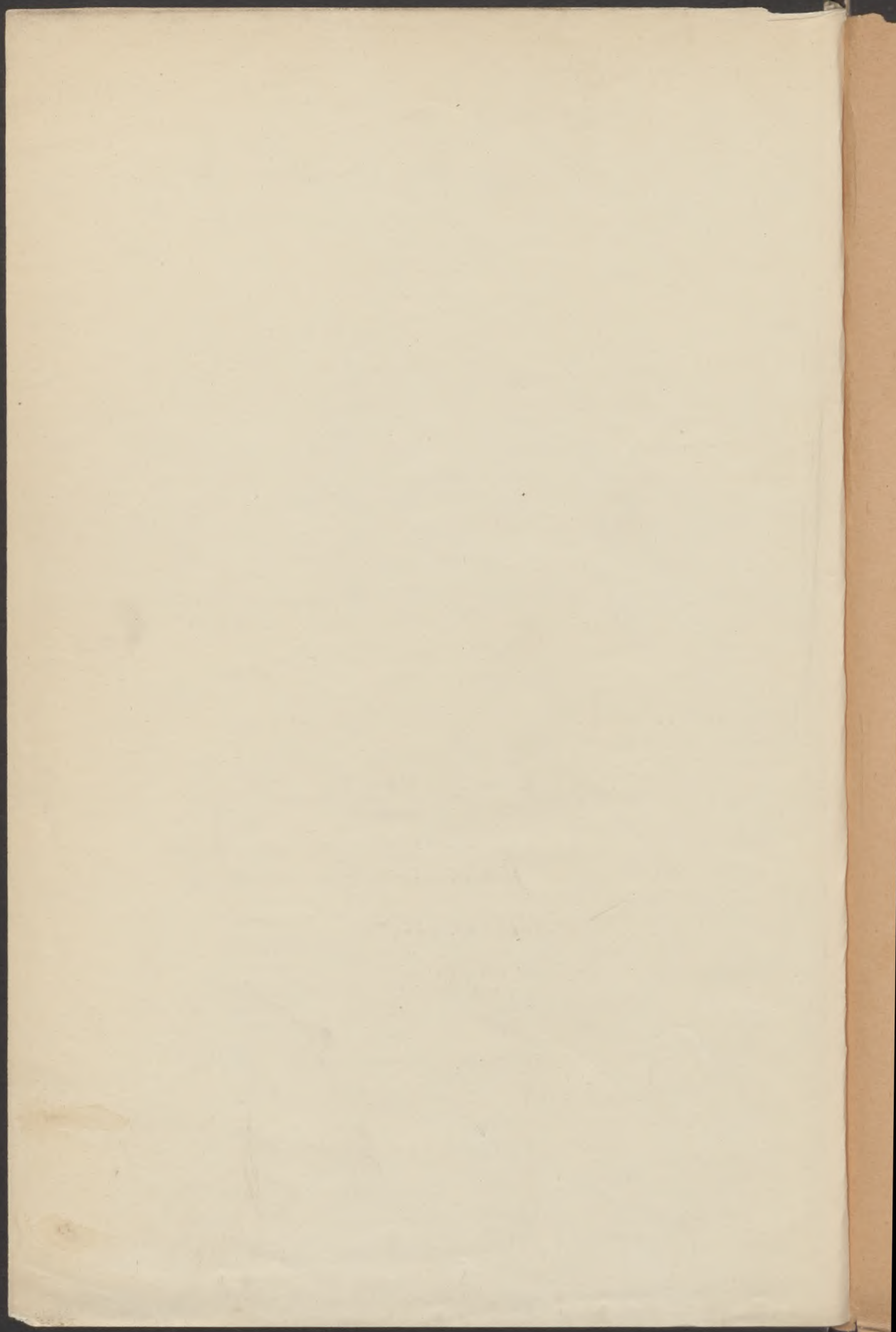
definierte Stelle bezieht.

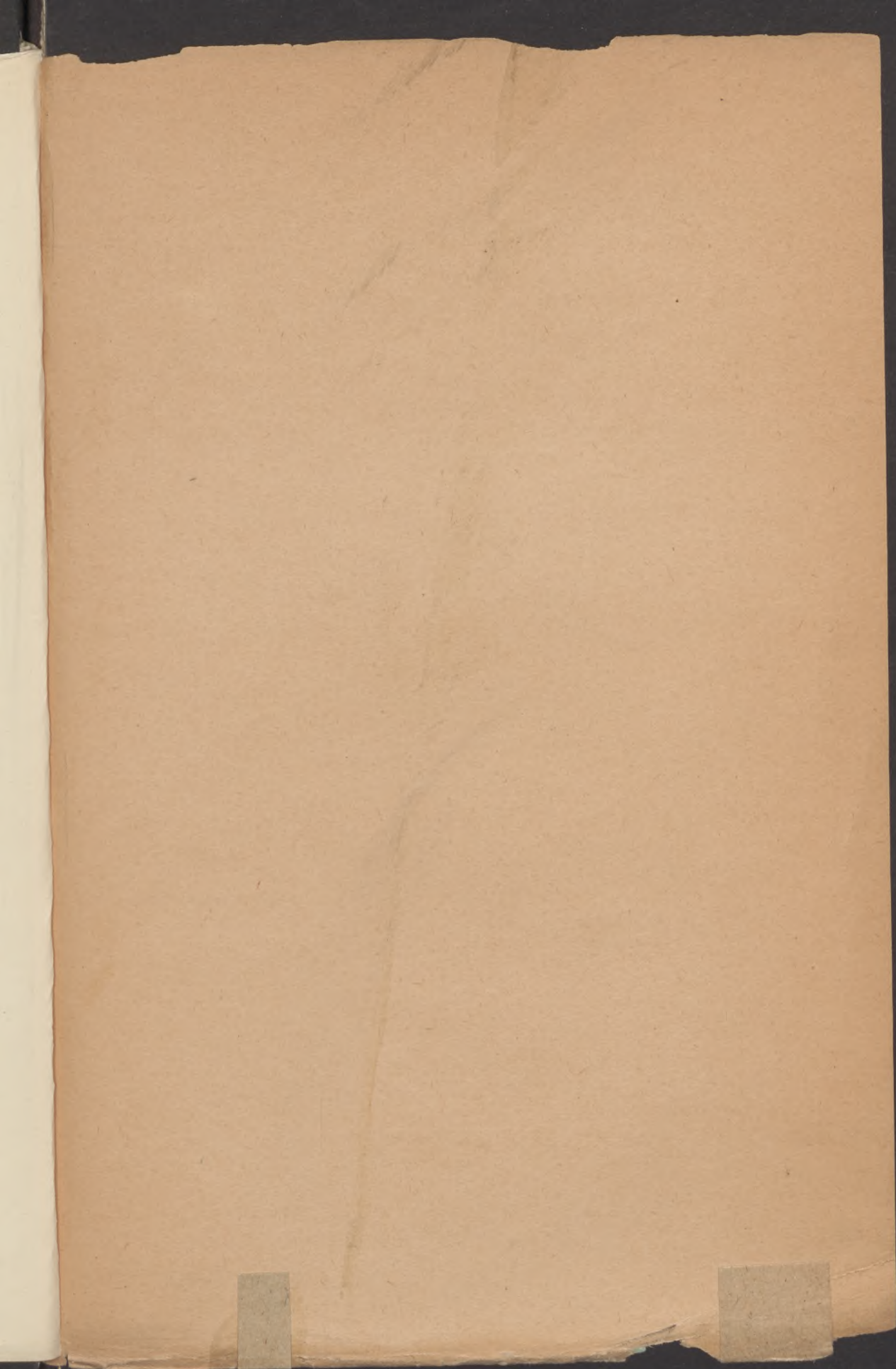
Mit Rücksicht darauf, dass die Genauigkeit der relativen Bestimmung nahezu als $\frac{1}{1000000}$ betrachtet werden kann, ist die Genauigkeit des obigen Wertes dieselbe, wie jene des absoluten «g» zu Potsdam, also

$$\pm 0.003 \text{ cm, sec}^{-2}.$$









Herausgegeben vom Verfasser.

Die Kunst der Schrift in Buchdruck.